

## 5 Métodos de Análise Sísmica

### 5.1 Aplicação dos métodos de análise sísmica

Muitos progressos têm sido alcançados no desenvolvimento de procedimentos analíticos e numéricos para avaliação da resposta sísmica de depósitos de solos e estruturas de terra sob condições de carregamento sísmico. A apropriada aplicação destes procedimentos é essencialmente dependente da incorporação de propriedades do solo representativas na análise sísmica.

Duas análises são normalmente feitas quando se avalia a resposta sísmica de um sistema. Aquela que estima a resposta sísmica do terreno considerando condições *de campo livre*, e, a que avalia a resposta sísmica como consequência da interação do terreno com a geoestrutura.

No primeiro caso, referente à resposta do terreno *de campo livre*, análises de resposta sísmica unidimensional linear ou não-linear<sup>62</sup> são frequentemente executadas, onde a dimensionalidade das análises a serem aplicadas dependerá das condições da topografia do terreno. Este tipo de análise geralmente não envolve o cálculo de deslocamentos residuais, (e sim o nível de amplificação do fenômeno sísmico) e a resposta é determinada principalmente pelo módulo de cisalhamento e características de amortecimento do solo sob condições de carregamento cíclico simétrico. O método mais conhecido que incorpora estas propriedades é conhecido como ***Linear Equivalente***, comumente usado na engenharia geotécnica de terremoto para modelar a transmissão de ondas em depósitos de solos estratificados, mas a sua aplicação poderia estender-se mais um pouco, em alguns casos, podendo tratar problemas de interação solo-estrutura

---

<sup>62</sup> O método não-linear (*full nonlinear*) representa corretamente a física do fenômeno, mas demanda muito mais envolvimento de parte do usuário e precisa de um modelo tensão-deformação para poder reproduzir alguns dos mais sensíveis e importantes fenômenos da dinâmica de solos.

dinâmica, dependendo da natureza do grau de não-linearidade do material e da precisão da resposta do solo requerida.

No segundo caso, análises de reposta sísmica para a quantificação, principalmente, de deslocamentos residuais (permanentes)<sup>63</sup> requerem **métodos numéricos não-lineares** apropriados. Estes métodos podem congregam-se em métodos simplificados (destacados pela sua simplicidade e simples iteração com o usuário) e métodos acoplados (mais completos que permitem a incorporação de leis constitutivas avançadas que governam o comportamento da dinâmica dos solos e dos fenômenos resultantes que estes implicam).

Um exemplo de métodos simplificados (também chamados de conservadores ou desacoplados) são os métodos de Newmark (1965) e Makdisi & Seed (1978). Contudo, devido às limitações que estes métodos conceitualizam surgiu o segundo grupo de métodos, mais completos e sofisticados, os quais garantem uma análise acoplada (deslocamentos e poropressões desenvolvidas) e realística do fenômeno dinâmico a se avaliar.

Dentre as técnicas numéricas encontram-se o método dos elementos finitos e diferenças finitas, os quais incorporam algumas particularidades do processo de análise dinâmico que serão expostas neste capítulo. Ambos os métodos, simplificados e acoplados, têm suas vantagens e limitações e a escolha da metodologia a ser usada vai depender dos requerimentos do projeto a ser analisado.

## 5.2

### **Análise de reposta sísmica do terreno *de campo livre***

A análise de resposta do solo é baseada na propagação das ondas de tensão através do subsolo ao topo do maciço rochoso (rocha aflorante) de um determinado sítio. Esta análise permite determinar como o movimento na superfície do terreno é influenciado pelo solo que descansa sobre maciço rochoso (embasamento rochoso). O mecanismo de transmissão de energia entre a fonte e o local em estudo é muito incerto, porém alguns métodos empíricos baseados nas características de registros de terremotos são usados para desenvolver relações de prognósticos que são frequentemente usadas em conjunção com uma análise de ameaça sísmica para prever as características de movimento em um

---

<sup>63</sup> com o intuito de verificar a serviabilidade das geoestruturas após o evento sísmico.

determinado lugar. De acordo com Kramer (1996), desde 1920 os sismologistas, e mais recentemente os engenheiros geotécnicos de terremotos, têm trabalhado direcionados ao desenvolvimento de métodos quantitativos e probabilísticos para predição da resposta do terreno. Dessa forma, o autor indica que as técnicas desenvolvidas para análise de resposta do solo podem ser agrupadas de acordo com a dimensionalidade dos problemas a serem tratados, sendo que técnicas bi e tridimensionais derivam relativamente de correspondentes técnicas unidimensionais.

A análise unidimensional de resposta de solo é baseada na hipótese de que os contornos (que conformam as camadas) são horizontais e que a resposta do depósito de solo é predominantemente causada pela propagação vertical das ondas de cisalhamento horizontal, *SH*, (ou ondas de corpo) a partir do maciço rochoso subjacente (as ondas de corpo desprendidas da fonte de liberação de energia viajam em todas as direções e ao atingirem os contornos entre diferentes materiais geológicos ocorrem processos de reflexão e refração, onde as velocidades da onda são geralmente menores nas camadas superficiais e maiores nas mais profundas)<sup>64</sup>. Nestas análises de resposta do solo, as superfícies do terreno e todos os contornos dos materiais de solo e rocha são assumidos estender-se infinitamente na direção horizontal<sup>65</sup>. Procedimentos baseados nessas suposições têm mostrado prever de forma razoável a resposta do solo de acordo com respostas medidas em muitos casos.

A análise unidimensional compreende análises lineares e não-lineares. Abordagens lineares para análise de resposta do solo são baseadas na avaliação de funções de transferência. As funções de transferência são a chave das abordagens lineares. No caso de análise, dita de propriamente linear, estas funções de transferência<sup>66</sup> são baseadas fundamentalmente no princípio de superposição. Comportamentos não-lineares podem ser aproximados pelo uso de um processo iterativo com propriedades de solo linear

---

<sup>64</sup> Os raios (ondas) inclinados que interceptam (ou batem) os contornos de camadas horizontais são usualmente refletidos para uma direção mais vertical. Com o tempo as ondas vão viajando até atingirem a superfície terrestre, sendo que refrações múltiplas têm frequentemente inclinado as ondas para uma direção mais vertical.

<sup>65</sup> Embora essas suposições nunca sejam satisfeitas estritamente, estas são satisfeitas suficientemente para propósitos de engenharia em muitos lugares.

<sup>66</sup> Funções de transferência podem ser usadas para expressar parâmetros de resposta (tais como deslocamento, velocidade, aceleração, tensão cisalhante e deformação cisalhante) e um parâmetro de movimento de entrada (a aceleração no maciço rochoso). Os aspectos matemáticos do desenvolvimento de funções de transferência podem ser consultados em Kramer (1996).

equivalente, conhecidos como *Análise Linear Equivalente*. A análise linear equivalente também usa funções de transferência, mas (diferentemente de análise linear) estas relacionam parâmetros de interesse (tais como a velocidade ou aceleração na superfície do terreno) e parâmetros conhecidos (tal como a aceleração no maciço rochoso). A natureza destas funções de transferência é influenciada pela espessura e características de rigidez e amortecimento de cada camada de solo, além das propriedades do maciço rochoso.

Abordagens não-lineares compreendem comportamento tensão-deformação inelástico não-linear do solo integrando a equação de movimento em pequenos passos de tempo (conjunto de pequenos passos incrementais). Ambas as abordagens linear equivalente e não-linear podem como têm sido usadas com sucesso para análise de resposta do solo. Seu uso e interpretação requerem o conhecimento das suas assunções e reconhecimento das suas limitações. Nenhuma das duas técnicas pode ser considerada precisa. Todavia, a análise linear equivalente é geralmente computacionalmente mais eficiente do que análises não-lineares.

Análises bi e tridimensionais de resposta de solo são usualmente executadas usando alguma técnica numérica como o método de elementos finitos (MEF) ou o método das diferenças finitas (MDF), para análises dinâmicas usando abordagens lineares e não-lineares. Contudo, estas análises são análogas a suas contrapartes unidimensionais, e muitas das suas vantagens e limitações são aplicadas a suas respectivas bi ou tridimensionais análises.

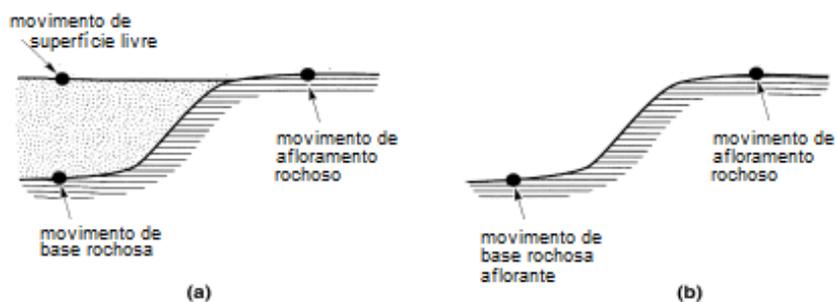


Figura 5.1 – Esquema para a nomenclatura da resposta do terreno: (a) solo sobrejacente; (b) sem solo sobrejacente (Kramer, 1996).

Antes de descrever qualquer método (ou modelo) de resposta do terreno é necessário definir alguns termos que são comumente usados para descrever o movimento

do terreno. Com referência na Figura 5.1a, o movimento na superfície de um depósito de solo é um “movimento de superfície livre” (*free surface motion*). A vibração na base do depósito de solo, (também chamado de topo do maciço rochoso) é chamado de “movimento de maciço rochoso” (*bedrock motion*). A vibração em um lugar onde o maciço rochoso está exposto na superfície do terreno é chamado de “movimento de afloramento rochoso” (*rock outcropping motion*). Se não existir depósito de solo, como no caso da Figura 5.1b, a vibração no topo do maciço rochoso seria um “movimento de afloramento do maciço rochoso” (*bedrock outcropping motion*).

### 5.2.1

#### Aproximação linear equivalente da resposta não-linear

O modelo linear equivalente tem sido aplicado na modelagem de transmissão de ondas em depósitos de solos estratificados e também na avaliação da resposta do solo, onde as características de amortecimento e redução dos módulos, usadas nessas análises, são compatíveis com as deformações desenvolvidas nos depósitos de solo ou estruturas de terra. De acordo com Kramer (1996), o solo sob a superfície terrestre e sem estruturas próximas, isto é, campo livre, exhibe normalmente uma relação tensão-deformação do solo como um laço de histerese entre as trajetórias de carregamento e de descarregamento quando submetido a um carregamento dinâmico, e é esperado que um carregamento cíclico simétrico represente tal carregamento cíclico. O método linear equivalente é uma aproximação do método não-linear de solos para levar em consideração o comportamento de não-linearidade dos materiais. Diferente da abordagem linear, esta abordagem linear equivalente torna  $G$  e  $\xi$  consistentes com o nível de deformação induzido em cada camada. As curvas de redução dos módulos e de razão de amortecimento, dependentes das deformações cisalhantes podem ser (como têm sido) desenvolvidas por meio de ensaios de laboratório usando carregamentos harmônicos simples e caracterizando o nível de deformação pela amplitude de deformação cisalhante pico. A história das deformações cisalhantes de um registro de terremoto típico, todavia, é altamente irregular. Do registro transiente (registro de terremoto) em termos de deformação cisalhante efetiva foi encontrado que a deformação cisalhante varia de 50 a 70% da deformação máxima. A resposta calculada não é particularmente sensível a essa porcentagem e, portanto, a

deformação cisalhante efetiva é frequentemente tomada como 65% da deformação pico. Nesta abordagem linear equivalente, ambas as propriedades lineares equivalentes são atualizadas iterativamente<sup>67</sup> em função dos níveis de deformação cisalhantes induzidos na massa do solo.

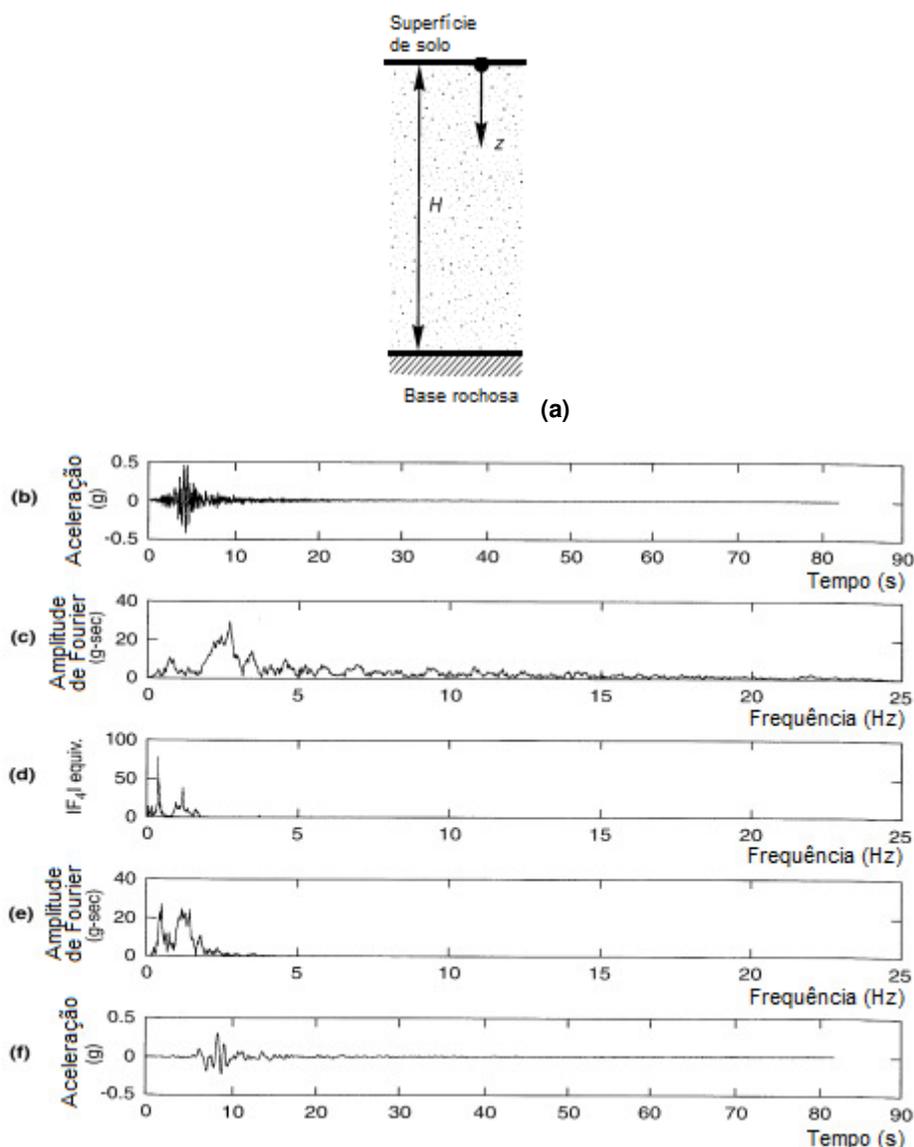


Figura 5.2 – Processo para obter a resposta do terreno em um perfil como o esquematizado em (a). Em (b) o registro sísmico de entrada na rocha, (c) é a transformada de Fourier do sismo de entrada. Em (d) a função de transferência. A série de Fourier do sismo na superfície do terreno foi calculada com o produto da função de transferência e série de Fourier do sismo na rocha. A inversão da série de Fourier produz a história no tempo das acelerações na superfície do terreno, mostrado em (e) (Kramer, 1996).

<sup>67</sup> Para garantir que as propriedades usadas na análise sejam compatíveis como o nível de deformação

O processo de obtenção da resposta do solo em meios estratificados (ou não estratificados) é esquematizado na Figura 5.2) onde pode-se verificar o registro sísmico da rocha (Figura 5.2b), o uso dos espectros de Fourier (Figuras 5.2c,e), a função de transferência que leva em conta as características da rocha e solo (Figura 2.4d) bem com a resposta do solo obtida (Figura 5.2f).

Diferenças entre os resultados de análises com o modelo linear equivalente e não-lineares depende naturalmente do grau de não-linearidade da resposta do solo. Para problemas onde o nível de deformação permanece baixo (solos rígidos e/ou movimentos sísmicos de baixa magnitude), ambas as análises devem produzir estimativas razoáveis da resposta dinâmica do solo. No entanto, para situações onde os valores das tensões cisalhantes induzidas pelo terremoto aproximam-se da resistência ao cisalhamento do solo, resultados não-lineares devem fornecer resultados mais confiáveis.

### 5.2.2 Abordagem não-linear unidimensional

A abordagem não-linear é outra alternativa para avaliar a resposta dinâmica do solo levando em consideração a não-linearidade do comportamento tensão-deformação do solo. A técnica de integração numérica no domínio do tempo pode ser usada onde a equação de movimento (Equação 5.1) é integrada em pequenos passos de tempo, sendo que qualquer modelo constitutivo tensão-deformação não-linear ou modelo constitutivo avançado pode ser implementado na formulação numérica. No início de cada passo de tempo, a relação tensão-deformação é referido a obter propriedades apropriadas do solo a serem usadas em aquele passo de tempo. Por meio deste método, a relação tensão-deformação não-linear inelástica pode ser representada por um conjunto de passos de tempo (incrementalmente) lineares pequenos.

$$\frac{\partial}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \rho \frac{\partial \ddot{u}}{\partial t} \quad (5.1)$$

Várias técnicas podem ser usadas para integrar as equações de movimento. No caso de análise não-linear, de todas essas técnicas, a técnica de Diferenças Finitas com a formulação explícita permite o uso de pequenos passos de tempo essencial para representar a não-linearidade requerida em problemas de dinâmica.

Muitas análises de resposta dinâmica do solo unidimensional não-lineares disponíveis atualmente são formulados em termos de tensões efetivas<sup>68</sup> caracterizando o comportamento tensão-deformação do solo por meio de modelos tensão-deformação cíclicos. Vários modelos cíclicos foram propostos na literatura (Iwan, 1987; Finn *et al.*, 1977; Vucetic, 1990; Pyke, 1990), dentre outros) baseados na existência de uma curva tensão-deformação geral (*backbone curve*) e uma série de regras que governam o comportamento de carregamento – descarregamento, a variação da rigidez do solo, o desenvolvimento de poropressões sob condições não-drenadas, etc. Vários modelos seguem as regras estendidas de Masing (Kramer, 1996) que estabelecem a forma do ciclo para representação das situações de carregamento inicial, descarregamento e recarregamento. Os modelos cíclicos têm vantagens na medida que conseguem representar deformações permanentes e a variação da rigidez do solo também em função da história de tensões e não somente da amplitude das deformações cisalhantes como no modelo linear equivalente. Entretanto, sua aplicabilidade está ainda restrita a determinadas trajetórias de tensão. As características de alguns modelos constitutivos cíclicos associados à modelagem dinâmica são explicadas no capítulo 5.

Finalmente, pode-se destacar que este método não-linear usado para a avaliação de resposta do solo permite o uso de uma lei de material não-linear, onde interfaces e misturas de componentes de diferentes frequências ocorrem normalmente (característico de um material não-linear). Esta técnica não-linear também permite que ambas as ondas de compressão e de cisalhamento sejam propagadas juntas em uma única simulação, e que o material responda a efeitos combinados de ambas as componentes, levando em consideração que, no caso de sismos fortes, os efeitos de acoplamento podem chegar a ser muito importantes<sup>69</sup>.

---

<sup>68</sup> A formulação em termos de tensões efetivas permite o modelamento da geração, redistribuição e eventual dissipação do excesso de poropressão durante e após o terremoto. Métodos lineares equivalentes não têm essa capacidade.

<sup>69</sup> Por exemplo, tensões normais podem ser reduzidas dinamicamente, causando, portanto, a redução da resistência cisalhante em um material friccionante.

### 5.2.3 Análise de deconvolução e/ou convolução

Acelerogramas naturais são geralmente registrados em estações sísmicas sobre rochas “sãs” próximos da superfície do terreno. Da mesma forma, sismos de projeto, normalmente requeridos em regiões sísmica para análise dinâmica, são tipicamente desenvolvidos e providenciados como sismos *outcrop rock*, isto é, sismos de rocha aflorante. Desde que as análises de resposta sísmica geralmente solicitem que o carregamento sísmico (sismo de entrada) seja aplicado na base do modelo, e, tipicamente o maciço rochoso (embasamento rochoso) não exibe uma distribuição horizontal (isto é, apresenta uma topografia bem irregular), uma modificação do registro sísmico é necessária para “levar” o sinal desde a rocha aflorante e poder capturá-lo de forma apropriada à profundidade requerida na base rochosa, tal como se mostra na Figura 5.3. Este processo, de interesse prático, é conhecido como Análise de Deconvolução.

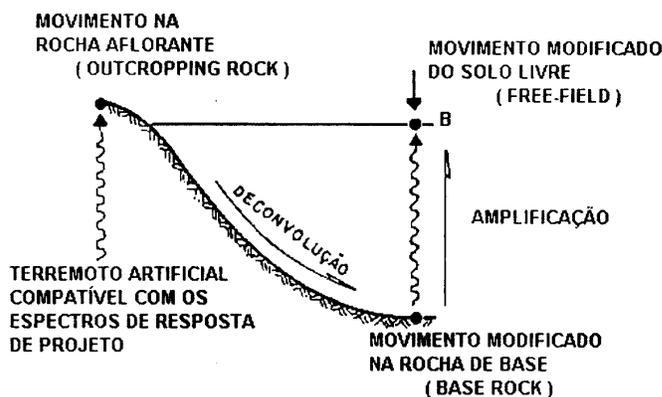


Figura 5.3 – Processo de deconvolução e amplificação (convolução) para registros de terremotos.

Adicionalmente, uma análise de *Amplificação* ou *Convolução* pode também ser realizada quando há solo acima do embasamento rochoso, para levar o sinal até uma profundidade requerida ou até a superfície do terreno, quando necessário (Figura 5.3), sendo que esta análise pode ser feita (a partir da base rochosa à superfície do terreno) desde que o registro sísmico na base rochosa seja *a priori* conhecido diretamente nessa profundidade. As análises de *amplificação* são frequentemente realizadas para análises dinâmicas *de campo livre* ou quando se apresentem problemas de limitações numéricas referentes ao tamanho da malha do modelo e/ou tempo de processamento para analisar

um evento sísmico, sendo neste caso necessário diminuir a profundidade do maciço de solo (na Figura 5.4, passar do ponto 2 para o ponto 3).

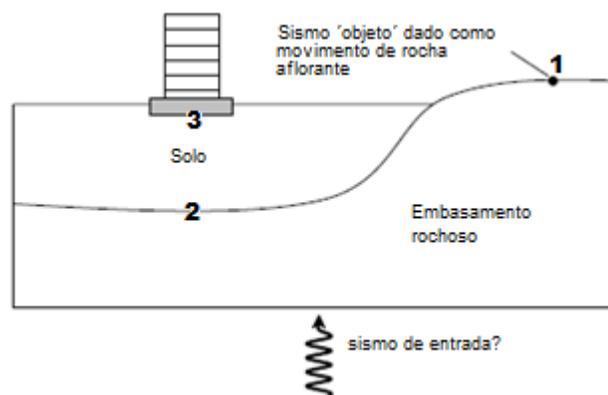


Figura 5.4 – Sismo de entrada para análises numéricas (Mejia & Dawson, 2006).

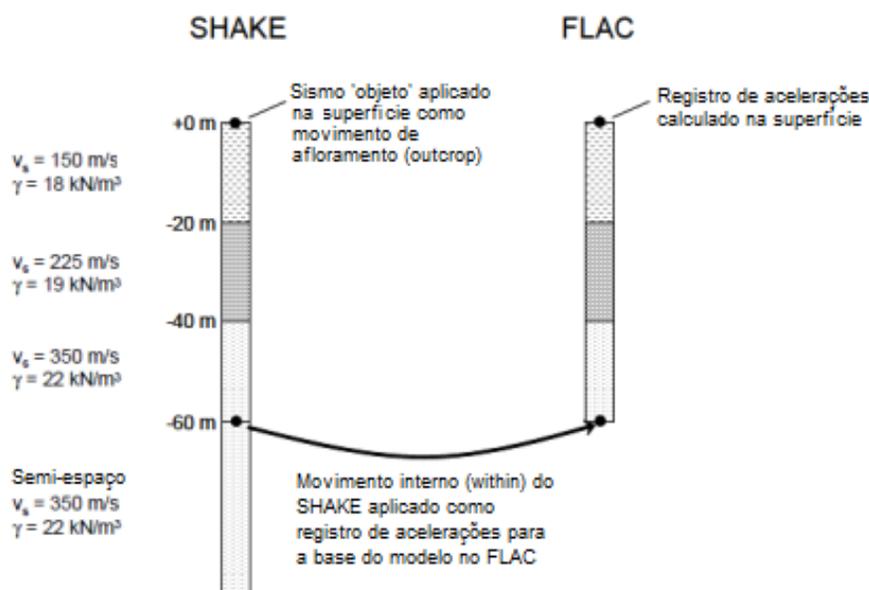
Análises de *Deconvolução* quanto de *Amplificação* podem ser feitas de forma satisfatória por cálculos numéricos, de solução analítica, ou pelo uso de alguma técnica numérica, por meio de análises não-lineares ou lineares equivalentes. Frequentemente, dependendo da estratificação dos materiais, estas análises usam códigos de propagação de onda 1-D de resposta sísmica “linear equivalente” para obter o registro sísmico na profundidade solicitada. Um dos programas mais usados é o SHAKE (Schnabel *et al.*, 1972), ou sua versão mais recente SHAKE 2000 (Ordoñez, 2011).

A análise de *Deconvolução*, que aparentemente é uma análise simples, é frequentemente sujeita a uma confusão considerável, sobretudo quando se tenta associar condições de contorno dinâmicas de programas de propagação de ondas 1-D com condições de contorno dinâmicas de programas para análise de deformação plana. Análises de deformação plana usam normalmente condições de contorno dinâmicas na base do modelo, conhecido como esquemas de *contornos silenciosos* ou *absorventes*, desenvolvidos por Lysmer & Kuhlemeyer (1969) para absorver a reflexão da propagação de ondas para dentro do modelo e radiá-lo ao longo da base. Programas comerciais e populares para análise de resposta sísmica como o Plaxis e/ou FLAC, consideram essas condições de contorno dinâmicas chamadas de contorno de base rígida ou de base flexível.

Mejia & Dawson (2006) revisaram a teoria e o desempenho do programa SHAKE (como ferramenta numérica para análise de *Deconvolução*) e os requerimentos de entrada

do programa FLAC, avaliando a aplicação do SHAKE em adaptar sismos de projeto a serem usados como sismos de entrada no FLAC (na base do modelo). A Figura 5.5 ilustra as duas condições de contorno dinâmicas antes mencionadas.

Embora a *Deconvolução* de um sistema linear teoricamente produz uma única solução, algumas dificuldades podem surgir desse processo. Kramer (1996) sugere que dois tipos de problemas deveriam ser considerados ao avaliar a resposta, um deles associado à natureza numérica do processo iterativo quando a iteração das propriedades do solo compatíveis com as deformações seja requerida para níveis de altas deformações; e o outro associado às limitações na aproximação das hipóteses que indica que todos os resultados de movimento sísmico resultam da propagação vertical das ondas de cisalhamento. O autor ainda adverte uma cuidadosa avaliação da *Deconvolução* do registro sísmico, recomendando a aplicação de um pré-filtro passa-baixa a partir de certo nível de frequências<sup>70</sup> que bloqueiem o desenvolvimento de amplitudes de acelerações irrealísticas a profundidades.



a) Base rígida

<sup>70</sup> Kramer (1996) indica que Silvia (1988) encontrou que só o 75% da potência do sismo (87% das amplitudes) em um movimento de superfície livre poderia ser atribuído à propagação vertical das ondas cisalhantes até 15Hz, e que o restante seria atribuído às ondas dispersas ou ondas de superfície; para o qual um processo de filtração é recomendado ainda no processo de deconvolução.

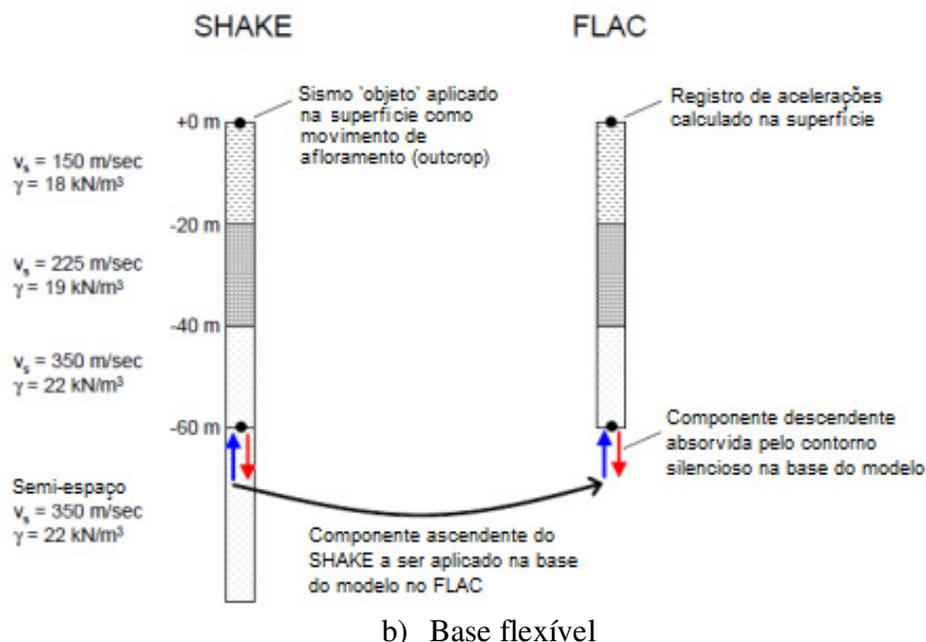


Figura 5.5 – Processo de deconvolução condições de contorno a) base rígida e, b) base flexível (Mejia & Dawson, 2006)

### 5.3 Análises simplificadas de resposta sísmica por deslocamento

O primeiro procedimento usado que tentasse obter uma resposta a um possível evento sísmico em geoestruturas foi atribuído a Terzaghi (1950), cuja precisão dos resultados depende da escolha apropriada do coeficiente sísmico. Hoje em dia ainda é usado e vem incorporado em muitos programas computacionais. Tratando-se de um método de equilíbrio limite, onde o solo é idealizado como material rígido perfeitamente plástico, calcula um fator de segurança pseudo-estático,  $FS_{\text{pseudo}}$  contra a ruptura, porém nenhuma informação a respeito do campo de deformações e de deslocamentos pode ser obtida (Morote, 2006).

De acordo com o *California's Seismic Hazards Mapping Act – Special Publication 117* (1997), taludes que apresentam um fator de segurança pseudo-estático superior a 1,1, determinado usando um *coeficiente sísmico apropriado*, podem ser considerados estáveis<sup>71</sup>. Se  $FS < 1,1$  o engenheiro projetista deve usar o método de Newmark, ou outro método baseado em análises tensão x deformação, para determinar a magnitude dos

<sup>71</sup> Para aterros de resíduos sólidos (*landfills*) ao menos um valor 1,2 (Bray et al., 1995).

deslocamentos do talude induzidos pelo terremoto ou então tomar providências para minimizar seus efeitos.

As condições de serviabilidade pós-sismo dependem dos deslocamentos permanentes ocorridos no talude e, em termos de engenharia, concluir se a “ruptura” do talude com base nos deslocamentos permanentes é aceitável ou não.

Devido a estas dificuldades, procedimentos alternativos têm sido empregados para análise da estabilidade de taludes que levem em conta a ocorrência de deslocamentos permanentes do talude, como o clássico método de Newmark (1965), representativo do segundo tipo de método referenciado na literatura. A terceira classe geral de métodos é baseada no trabalho de Makdisi & Seed (1978) que apresenta um procedimento simplificado para previsão dos deslocamentos permanentes com base em algumas hipóteses simplificadoras e análises dos resultados obtidos com o método dos elementos finitos e o modelo de vigas de cisalhamento. O quarto método para investigação do comportamento sísmico de taludes são os métodos numéricos, como o método dos elementos finitos ou diferenças finitas, que envolve análises tensão x deformação do problema dinâmico, considerados como métodos acoplados. O método das diferenças finitas, usado neste trabalho, é descrito no item 5.4.

A descrição dos métodos simplificados, de Newmark e de Makdisi & Seed, é descrita a detalhe em Morote (2006).

#### **5.4** **Análise sísmica não-linear**

A solução de problemas tensão x deformação requer que as condições iniciais e de contorno sejam satisfeitas em termos de equilíbrio e compatibilidade, usando uma apropriada relação tensão x deformação. Técnicas numéricas como o método dos elementos finitos (MEF) ou diferenças finitas (MDF) são normalmente usadas para satisfazer, razoavelmente, essas condições.

Neste estudo foram executadas análises numéricas usando o programa FLAC (*Fast Lagrangian Analysis of Continua*), versão 6.0 (Cundall, 2009). O programa usa o método das diferenças finitas e satisfaz o equilíbrio dinâmico usando um procedimento no domínio do tempo explícito passo-a-passo. O domínio geométrico é discretizado em uma

malha quadrilateral na qual cada zona<sup>72</sup> compreende quatro triângulos. A contribuição da rigidez de cada zona é essencialmente a mesma como se esta fosse representada por quatro elementos triangulares de deformação constantes. Este programa permite o usuário implementar modelos constitutivos tensão x deformação específicos. Grandes deformações e deslocamentos são mais bem aproximados pela constante atualização das coordenadas nodais da malha.

A abordagem dinâmica usada no FLAC tem a vantagem de alcançar uma solução estável numericamente mesmo quando o problema não é estaticamente estável, permitindo o exame de grandes deformações e deslocamentos antes da ruptura. O modelo tensão x deformação descrito no item 6.3 foi implementado no FLAC pelo professor Peter Byrne da *University of British Columbia* (UBC) do Canadá, a partir de Puebla (1999)<sup>73</sup>, que neste trabalho é usado como o modelo constitutivo não-linear cíclico para as análises sísmicas cujos resultados serão apresentados no capítulo 7.

#### **5.4.1 Método das diferenças finitas (FLAC)**

O procedimento numérico usado no FLAC é tal que, para cada elemento do domínio geométrico, forças e tensões são usadas nas equações do movimento para poder obter novas velocidades e deslocamentos. Com esses novos valores, a equação constitutiva ou relação tensão x deformação é então empregada para prever novas tensões e dessa maneira, o ciclo básico de cálculo explícito é completado. O procedimento é esquematizado na Figura 5.6. Enquanto um novo conjunto de tensões é calculado, as velocidades ingressadas são assumidas não serem afetadas pelo novo set de tensões. Um passo de tempo muito pequeno é usado com o intuito de respeitar com essa assunção, portanto, as informações não poderão, fisicamente, passar de um elemento a outro durante aquele período de tempo. Mantendo o processo computacional à frente do processo físico, as tensões poderão ser calculadas a partir das deformações em um elemento sem requerer de um processo de iteração mesmo para leis constitutivas não-lineares (Cundall, 2009). Após vários ciclos de cálculo numérico, as mudanças nas

---

<sup>72</sup> Equivalente ao “elemento” do método dos elementos finitos.

<sup>73</sup> Várias modificações foram feitas ao modelo UBCSand a partir de 1999, cujas implementações no FLAC foram também sendo aplicadas.

tensões e deformações propagam-se através do elemento de uma maneira similar como estas se propagariam fisicamente.

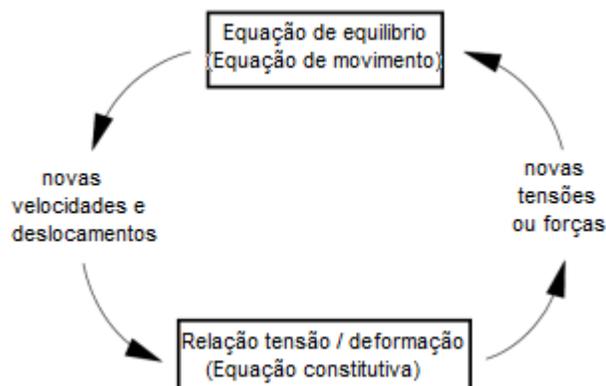


Figura 5.6 – Ciclo básico de cálculo explícito (Cundall, 2009).

A formulação pode ser usada em dois modos de deformação: “*Eulerian*”, chamado de **pequenas deformações** ou “*Lagrangian*”, chamado de **grandes deformações**. No modo de pequenas deformações, as deformações e movimentos são relativos a uma malha fixa. Em contraste, quando se usa o modo de grandes deformações, as coordenadas nodais dos elementos são atualizadas a cada passo de tempo, simplesmente adicionando os correspondentes incrementos de deslocamentos. Portanto, a malha se move e deforma com o material que esta representa.

Desde que o domínio geométrico é dividido em uma malha quadrangular na qual cada zona abrange quatro elementos triangulares (Figura 5.7), as equações de diferenças finitas usadas no FLAC são derivadas por elementos triangulares a partir do teorema de divergência de Gauss (Cundall, 2009), As equações de diferenças finitas são:

$$\frac{\partial \langle f \rangle}{\partial x_i} = \frac{1}{A} \sum_S \langle f \rangle \cdot n_i \cdot \Delta s \quad (5.2)$$

onde  $f$  representa um escalar, vetor ou tensor;  $n_i$ , o vetor unitário normal à superfície  $S$ ;  $x_i$ , os vetores posições;  $A$ , a área;  $\Delta s$ , o comprimento de um lado do triângulo; e a soma é feita abrangendo os três lados do elemento do triângulo. O valor de  $\langle f \rangle$  é considerado a média de um lado.

A lei de movimento de Newton aplicado a um corpo sólido contínuo pode ser reescrita como:

$$\rho \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (5.3)$$

onde  $\rho$  é a massa específica;  $t$ , o tempo;  $\dot{u}_i$ <sup>74</sup>, são as componentes de velocidade;  $x_j$ ; as componentes do vetor de coordenadas;  $g_i$ , as componentes da aceleração gravitacional;  $\sigma_{ij}$ , as componentes do tensor tensão.

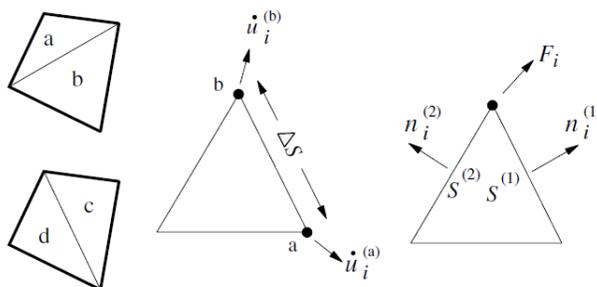


Figura 5.7 – Elemento básico da malha de diferenças finitas: (a) elementos quadrangulares sobrepostos; (b) elementos triangulares típicos com vetores de velocidade; e, (c) vetor de forças nodais (Cundall, 2009).

As velocidades nodais,  $\dot{u}_i$ , para um elemento são derivadas a partir da Equação (5.3). E fazendo  $\langle f \rangle$ , na Equação (5.2), igual ao vetor de velocidades médio em dois nós consecutivos, a velocidade nodal para um elemento (Cundall, 2009);

$$\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} = \frac{1}{2A} \sum_S \left( \dot{u}_i^{(a)} + \dot{u}_i^{(b)} \right) n_j \cdot \Delta S \quad (5.4)$$

onde o sobrescrito <sup>(a)</sup> e <sup>(b)</sup> indicam dois nós consecutivos do contorno do triângulo (Figura 5.7).

As taxas de deformação,  $\dot{\epsilon}_{ij}$  são então calculadas como:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right] \quad (5.5)$$

<sup>74</sup> O ponto no topo de uma variável indica sua derivada respeito ao tempo; e os índices  $i, j$  e  $k$  denotam as componentes de uma estrutura de coordenadas cartesianas.

No modo de grandes deformações, as componentes de tensão  $\sigma_{ij}$  do tensor de tensões são modificados devido à rotação finita de um elemento durante um passo de tempo, da seguinte forma:

$$\sigma_{ij} := \sigma_{ij} + (\omega_{ik} \sigma_{kj} - \sigma_{ik} \omega_{kj}) \Delta t \quad (5.6)$$

onde  $:=$  significa “substituir por”;  $\Delta t$  é o passo de tempo; e  $\omega_j$  vem dado por:

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\overset{\circ}{\partial} u_i}{\partial x_j} + \frac{\overset{\circ}{\partial} u_j}{\partial x_i} \right] \quad (5.7)$$

Em consequência, cada uma das componentes do tensor de tensões  $\sigma_{ij}$  permanece inalterada no modo de pequenas deformações, ou estes podem ser ajustados no modo de grandes deformações devido à rotação finita do elemento durante um passo de tempo. As componentes  $\sigma_{ij}$  envolvem os valores antigos (prévios) das componentes do tensor de tensões, chamado de  $\sigma_{ij}^{old}$ . As componentes de um incremento de tensões  $\Delta \sigma_{ij}$  são obtidas a partir das suas correspondentes taxas de deformação  $\overset{\circ}{\epsilon}_{ij}$  invocando a lei constitutiva. Um set de valores  $\sigma_{ij}^{new}$  de componente de tensor de tensões é calculado como segue:

$$\sigma_{ij}^{new} = \sigma_{ij}^{old} + \Delta \sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{old} + D_{ij} \overset{\circ}{\epsilon}_{ij} \Delta t \quad (5.8)$$

onde  $D_{ij}$  são os coeficientes da matriz de rigidez constitutiva. As novas componentes  $\sigma_{ij}^{new}$  do tensor de tensões são convertidas em forças nodais equivalentes atuando no final de seus correspondentes lados do triângulo. Desde que cada vértice do triângulo tenha dois lados adjacentes, as forças nodais equivalentes  $F_i$  (Figura 5.7c) são:

$$F_i = \frac{1}{2} \sigma_{ij} (n_j^{(1)} S^{(1)} + n_j^{(2)} S^{(2)}) \quad (5.9)$$

onde os superescritos  $(1)$  e  $(2)$  são usados para diferenciar os dois lados adjacentes do elemento triangular.

A Equação (5.9) não leva em consideração as forças de corpo devido à gravidade  $F^{(g)}$  ou forças devido às condições de contorno  $F^{(BC)}$ . Dessa forma, todas essas forças são somadas em cada nó para dar lugar à força nodal da malha  $\Sigma F_i$ :

$$\sum F_i = F_i + F_i^{(g)} + F_i^{(BC)} \quad (5.10)$$

Se o corpo estiver em equilíbrio estático ou em um estado de fluxo plástico,  $\sum F_i$  no nó  $i$  é zero. Todavia, sob condições diferentes, o nó  $i$  estará acelerado de acordo com a segunda lei de Newton de movimento, que na forma de diferenças finitas expressa-se:

$$u_i^{(t+\Delta t/2)} - u_i^{(t-\Delta t/2)} + \sum F_i^{(t)} \frac{\Delta t}{m} \quad (5.11)$$

onde o sobrescrito indica o tempo na qual a variável correspondente é avaliada, e  $m$  é a massa.

O ciclo de cálculo representado na Figura (5.6) é completado dessa forma e somente se o problema em análise é formulado no modo de grandes deformações, novas coordenadas nodais são então determinadas:

$$x_i^{(t+\Delta t)} = x_i^{(t)} + u_i^{(t+\Delta t/2)} \Delta t \quad (5.12)$$

Com o propósito de resolver problemas estático, soluções quase-estáticas ou estáticas são realizadas no FLAC introduzindo forças de amortecimento nas equações de movimento. Este requerimento é conseguido adicionando forças de amortecimento nodal que são proporcionais à magnitude forças não-equilibradas  $\sum F_i^{(t)}$ , e aqui, a Equação (5.11) é modificada como segue:

$$u_i^{(t+\Delta t/2)} - u_i^{(t-\Delta t/2)} + \left\{ \sum F_i^{(t)} - \alpha \left| \sum F_i^{(t)} \right| \operatorname{sgn} \left( u_i^{(t-\Delta t/2)} \right) \right\} \frac{\Delta t}{m_n} \quad (5.13)$$

onde  $\alpha$  é uma constante; “sgn” lhe dá o sinal à velocidade nodal  $u_i^{(t-\Delta t/2)}$  e é usado para ministrar que a direção da força de amortecimento nodal garanta a dissipação da energia; e  $m_n$  é uma massa nodal fictícia de forma que o passo de tempo  $\Delta t$  seja igual à unidade para simplificar e acelerar o processo computacional.

O FLAC é capaz simular processos de fluxo e de adensamento em um solo quando o programa é configurado para realizar esse tipo de análise. Dois efeitos mecânicos relacionados à poropressão são considerados: mudanças na poropressão induzidas pela mudança de volume, e mudanças nas tensões efetivas causadas pelas mudanças na poropressão. O primeiro efeito é capturado pela reação do fluido a variações de volume

dos elementos da malha. Cundall se refere a este processo como o efeito de mudanças de volume mecânicas. O segundo efeito reflete o fato de que as tensões efetivas mudam quando a poropressão é modificada por efeitos mecânicos ou por processos de fluxo.

A formulação de fluxo do programa segue o mesmo esquema geral das diferenças finitas e sua discretização da malha discutido anteriormente. O FLAC assume que os valores de pressão e de saturação são localizados nos nós da malha. Além disso, as equações de fluxo são expressas em termos de pressão em vez de cargas hidráulicas, e, por conseguinte, a lei de Darcy para meios porosos anisotrópicos é rescrito como:

$$V_i = K_{ij} \frac{\partial P}{\partial x_j} \quad (5.14)$$

onde  $V_i$  é o vetor de fluxo específico;  $P$  a pressão; e  $K_{ij}$  o tensor de permeabilidade definido por Cundall como:

$$K_{ij} = \frac{k_{ij}}{g \rho_w} \quad (5.15)$$

na qual  $k_{ij}$  é a condutividade hidráulica usada como uma constante de proporcionalidade, na forma usual da lei de Darcy ( $v=k \cdot dh/dx$ );  $g$  é a aceleração da gravidade; e  $\rho_w$  a massa específica do fluido.

Fazendo que  $\langle f \rangle$  da Equação (5.2) igual a  $P$ ,  $(\partial P / \partial x_j)$  pode ser avaliada e substituída na Equação (5.14), permitindo a avaliação do vetor de fluxo específico  $V_i$ :

$$V_i \cong \frac{K_{ij}}{A} \sum P \cdot n_j \cdot \Delta S \quad (5.16)$$

onde  $\Sigma$  é o somatório que abrange os três lados do triângulo.

$V_i$  é então convertida a taxas de fluxo volumétrico escalares,  $Q$ , nos nós executando os produtos com os vetores unitários normal nos três lados do elemento triangular, dando a seguinte expressão:

$$Q = V_i \cdot n_i \cdot \Delta S \quad (5.17)$$

Na forma matricial, a Equação (5.17) pode ser rescrita para todo o elemento quadrangular em termos de quatro pressões nodais  $P$  e quatro taxas de fluxo nodais  $Q$  como segue:

$$\{Q\} = [M] \{P\} \quad (5.18)$$

onde  $[M]$  é a matriz de rigidez da permeabilidade.

Em um nó saturado, as poropressões devido ao fluxo desbalanceado  $\Sigma Q$  são:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{B_f}{nV} \Sigma Q \quad (5.19)$$

no qual  $B_f$  é o módulo de rigidez do fluido;  $n$  é a porosidade do material; e  $V$  é o volume total. Na forma de diferenças finitas, a Equação (5.19) transforma-se em:

$$P^{new} = P^{old} - \frac{B_f (\Sigma Q \Delta t + \Delta V_{mech})}{nV} \quad (5.20)$$

onde  $P^{new}$  e  $P^{old}$  são os valores das poropressões atuais e prévias, respectivamente;  $\Delta t$  é o passo de tempo; e  $\Delta V_{mech}$  é o incremento de volume nodal equivalente induzido pelas deformações mecânicas da malha.

Na Equação (5.20), o primeiro termo dos parêntesis leva em conta as mudanças na poropressão induzidas pelo fluxo, enquanto que o segundo termo compreende as mudanças na poropressão induzidas pelas deformações volumétricas dos elementos da malha (“solo”). O FLAC permite que o usuário decida se as forças gravitacionais, efeitos de fluxo, ou ambos, seriam tomados em consideração. Um “instrutor” *on/off* é usado para esse propósito. “Acionar” a gravidade *on* implica que as forças do corpo serão incluídas na análise. A aceleração gravitacional  $g$  é tratada como um vetor na formulação, de modo que as componentes horizontais e verticais diferentes da  $g$  podem ser aplicadas à malha. Adicionalmente, a magnitude de  $g$  pode ser configurado para um valor diferente do real ( $9,81\text{m/s}^2$ ), tal como os simulados em ensaios de centrífuga.

“Acionar” o fluxo *on* implica que o fluido drena através dos elementos. Dependendo das condições de contorno de fluxo, o sistema estaria aberto ou fechado. Em um sistema aberto, o fluido entra ou sai da malha, enquanto que em um sistema fechado não haverá comunicação com o exterior. Em ambos os casos, o fluxo ocorrerá dentro do domínio geométrico do problema. “Tornar” o fluxo *off* implica que o fluido não entrará nem sairá de qualquer elemento da malha, e dessa forma, o fluido em geral não fluirá.

#### 5.4.2 Passo de tempo dinâmico

O cálculo do passo de tempo crítico envolve contribuições de massa e de rigidez de cada grau de liberdade, de modo que, os efeitos de malhas não uniformes, membros

estruturais, interfaces e fluidos possam ser acomodados. Para cada subzona triangular, a seguinte contribuição de rigidez (em unidades de força/distância) é feita a partir de cada um dos três nós da subzona.

$$k = \left( K + \frac{4}{3} G \right) \left\{ \frac{(L_{\max})^2}{6A_{\Delta}} \right\} T \quad (5.21)$$

onde  $L^{\max}$  é o comprimento máximo do aresta do triângulo;  $A_{\Delta}$  é a área do triângulo;  $T$  é a dimensão fora do plano, igual a 1 para análises de deformação plana. Dessa forma, para a zona quadrilateral total, a contribuição total para cada um dos quatro nós é o somatório daqueles referidos para os três triângulos reunidos no nó. Por exemplo, para o nó noroeste da Figura 5.7 (assumindo duas sobreposições):

$$k_{nw} = \frac{(K + \frac{4}{3} G)}{6} \left\{ \frac{(L_a^{\max})^2}{A_a} + \frac{(L_c^{\max})^2}{A_c} + \frac{(L_d^{\max})^2}{A_d} \right\} T \quad (5.22)$$

onde a  $A_n$  é a área do triangular  $n$ , e  $L_n^{\max}$  é o comprimento máximo do aresta do triângulo  $n$ . Para uma zona retangular completa, compreendendo as quatro subzonas do triângulo, o termo de rigidez reduz-se a:

$$k_z = \left( K + \frac{4}{3} G \right) \frac{L_d^2}{A_z} T \quad (5.23)$$

onde  $A_z$  é a área da zona retangular e  $L_d$  o comprimento da sua diagonal. Note que a Equação (5.23) somente aplica-se no caso específico de se ter uma zona totalmente retangular. A forma geral de contribuição da rigidez por expressões similares a Equação (5.22).

As massas são também acumuladas nos nós das zonas a partir de cada subzona triangular. Assim por exemplo, da Figura 5.7 para o nó noroeste (assumindo duas sobreposições):

$$M_{nw} = \frac{m_a + m_c + m_d}{6} \quad (5.24)$$

onde  $m_a$ ,  $m_c$  e  $m_d$  são as massas dos triângulos  $a$ ,  $c$  e  $d$ , respectivamente. Para o caso de uma zona totalmente retangular (contendo quatro subzonas triangulares), a massa contribuída para cada nó é:

$$M_{gp} = \frac{m_z}{4} \quad (5.25)$$

onde  $m_z$  é a massa de cada triângulo.

As contribuições de massa e rigidez, a partir de todas as zonas circundantes de cada nó, são feitas de acordo com as Equações (5.22) e (5.24), e somados, chegando aos termos de rigidez total  $K$  e massa total  $M$ , respectivamente. O passo de tempo crítico é então calculado como o mínimo (através de todos os nós) da seguinte expressão, o qual é o passo de tempo crítico para um único sistema de massa-mola:

$$\Delta t_{crit} = 2\sqrt{\frac{M}{k}} \quad (5.26)$$

Para o caso de uma zona retangular, pode-se substituir os valores de massa e rigidez a partir das Equações (5.23) e (5.25):

$$\Delta t_{crit} = 2\sqrt{\frac{m_z A_z}{4(K + 4/3G) L_d^2 T}} \quad (5.27)$$

e substituindo  $m_z = A_z \rho T$  (para problemas de deformação plana  $T=1$ )

$$\Delta t_{crit} = \frac{A_z}{L_d} \sqrt{\frac{\rho}{K + 4/3G}} = \frac{A_z}{L_d \cdot v_p} \quad (5.28)$$

onde  $v_p$  é o valor da onda longitudinal. Esta expressão é idêntica àquela requerida para o cálculo do passo de tempo mecânico (Cundall, 2009). Todavia uma forma mais geral baseada na Equação (5.26) é usada na derivação do passo de tempo dinâmico  $\Delta t_d$ , usando um fator de segurança de 0,5 (para permitir que o cálculo do passo de tempo seja apenas uma estimativa). Portanto,

$$\Delta t_d = \min \left\{ \sqrt{\frac{\sum M}{\sum k}} \right\} \cdot \frac{1}{2} \quad (5.29)$$

onde a função  $\min\{ \}$  é aplicado a todos os nós da malha e graus de liberdade estruturais; o  $\Sigma$  indica o somatório de todas as contribuições ao nó ou grau de liberdade estrutural.

No caso de malhas simples, de elementos apenas retangulares e uniformes, o cálculo do passo de tempo é verificado pela Equação (5.28), observando que  $\Delta t_d = \Delta t_{crit}/2$ . Todavia, para malhas mais complexas de elementos diferentes, diferentes materiais conectados ao mesmo nó, com interfaces, elementos estruturais e rigidezes adicionais de

fluidos acoplados; cada um desses objetos contribuirá ao somatório da Equação (5.29), de modo que o passo de tempo dinâmico final será uma função combinada de todos esses fatores. É importante ressaltar que zonas de pequenas ou altas rigidezes controlam a escolha do passo de tempo dinâmico escolhido pelo FLAC devido à função  $\min \{ \}$  e à divisão pela rigidez.

Na maioria dos projetos de análises sísmica, é recomendável aplicar um amortecimento proporcional à rigidez. Portanto, se este amortecimento for usado, o passo de tempo é ainda reduzido por requerimentos de estabilidade. Cundall (2009) indica que Belytschko (1983) elaborou uma expressão para o passo de tempo crítico que inclui os efeitos de amortecimento proporcional à rigidez  $\Delta t_\beta$ :

$$\Delta t_\beta = \left\{ \frac{2}{\omega_{\max}} \right\} \cdot \left( \sqrt{1 + \lambda^2} - \lambda \right) \quad (5.30)$$

onde  $\omega_{\max}$  é a frequência máxima do sistema, e  $\lambda$  é a fração do amortecimento crítico naquela frequência. Ambas  $\omega_{\max}$  e  $\lambda$  são estimados no FLAC, desde que uma solução de autovalor não seja executada. Estes parâmetros podem obter-se a partir das seguintes expressões:

$$\omega_{\max} = \frac{2}{\Delta t_d} \quad e \quad \lambda = \frac{0,4\beta}{\Delta t_d} \quad (5.31)$$

sendo que  $\beta$  foi especificado na Equação (4.45) para o amortecimento de Rayleigh. O valor de  $\Delta t_\beta$  é usado, portanto, como passo de tempo dinâmico quando o amortecimento proporcional à rigidez é colocado em operação.

Desde que o passo de tempo dinâmico é determinado pela maior rigidez do material e pelo menor tamanho dos elementos, que podem variar amplamente na malha, uma opção adicional e importante é oferecida pelo FLAC para diminuir tempos de processamento muito demorados em um cálculo dinâmico (fora do que implica incluir o amortecimento de Rayleigh na análise). A opção é chamada de *dynamic multistepping*, baseada em um algoritmo complexo no qual elementos e nós em um modelo são ordenados em classes de passos de tempos máximos similares. Cada classe é então rodada no seu passo de tempo e a informação é transferida entre elementos no tempo apropriado. Embora que esta opção *multistepping* não estar implementada dentro de

elementos estruturais, tempos de processamento substanciais poderão ser economizados, se usar essa opção quando o sistema conecta elementos estruturais rígidos a elementos contínuos bem menos rígidos.

Cundall (2009) recomenda ainda tentar uma **unificação** dos tempos de processamento nas diferentes configurações do projeto (mecânico, dinâmico e/ou fluxo) com o intuito de poder plotar respostas de diferentes estágios, isto é, resposta estática, dinâmica e pós-sismo, em num único gráfico que englobasse os três resultados.

### 5.4.3 Considerações da modelagem dinâmica

#### Discretização da malha para a transmissão de ondas

Kuhlemeyer & Lysmer (1973) concluíram que para uma representação exata da transmissão da onda através do modelo, o tamanho do elemento (ou zona, no FLAC)  $\Delta l$ , deveria ser menor que aproximadamente um décimo a um oitavo do comprimento de onda do carregamento dinâmico. Esta condição é expressa com a seguinte relação:

$$\Delta l \leq \frac{\lambda}{10} \text{ a } \frac{\lambda}{8} \quad (5.32)$$

onde  $\lambda$  é o comprimento de onda associado à frequência predominante que contém uma quantidade apreciável de energia.

A frequência de corte pode ser determinada com a seguinte relação:

$$f_c = \frac{v_s}{\lambda} \quad (5.33)$$

onde  $v_s$  é a velocidade de onda cisalhante sendo:

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (5.34)$$

onde  $G$  o módulo de cisalhamento e  $\rho$  a massa específica do material.

Conhecidos os valores de  $v_s$  e  $f_c$  e, pode-se calcular o  $\lambda$  e conseqüentemente o  $\Delta l$  (Equação 5.32) equivalente à dimensão máxima das zonas que compõem a malha.

#### Condições iniciais e de contorno estática e dinâmicas

As **condições iniciais** compreendem a aplicação de solicitações de carregamento estático ou de fluxo na geoestrutura para logo executar um primeiro equilíbrio do sistema. Pode se avaliar, inicialmente, a resposta estática somente da fundação (considerando assim como etapa inicial antes da construção), o processo construtivo através de camadas ou, diretamente uma única etapa de construção.

O programa FLAC permite diferentes opções para a obtenção das tensões iniciais da estrutura:

- Usando como dado de entrada somente a gravidade e deixando que o processamento do programa obtenha as tensões iniciais;
- Considerando como valores conhecidos as tensões iniciais nos eixos  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ ; os quais são calculados manualmente utilizando o coeficiente de empuxo em repouso ( $K_0$ ), definido como:

$$K_0 = \frac{\sigma'_x}{\sigma'_y} \quad (5.35)$$

onde  $\sigma'_x$  e  $\sigma'_y$  são as tensões efetivas nos eixos  $X$  e  $Y$ , respectivamente.

Se o solo for normalmente adensado, a expressão de Jaky (1948) pode ser usada (onde  $\phi'$  é o ângulo de atrito efetivo):

$$K_0 = 1 - \text{sen } \phi' \quad (5.36)$$

- Misturando os dois casos anteriores, em outras palavras, colocando como dados de entrada as tensões nos três eixos e a gravidade, e executando então o programa.

Se somente a tensão em uma única direção ( $X$ ,  $Y$  ou  $Z$ ) for um dado de entrada, o programa calcula as tensões restantes considerando o modelo elástico e, portanto, considera o valor de  $K_0$  definido por:

$$K_0 = \frac{\nu}{1 - \nu} \quad (5.37)$$

onde  $\nu$  é o coeficiente de Poisson.

As **condições de contorno estáticas** dependem das condições do problema. Normalmente a base e os extremos nos eixos  $X$  e  $Y$  do modelo são fixados. Adicionalmente, dependendo das condições do sítio, aplicam-se tensões ou pressões nos

pontos da malha onde são necessárias. Convém desde já salientar que a convenção de sinais no FLAC segue a notação tradicional de Resistência dos Materiais.

Na avaliação dinâmica, usar condições de contorno estáticas causa a reflexão das ondas de propagação externas para o interior do modelo e não permitem a radiação de energia necessária. A análise dinâmica requer a especificação de **condições de contorno dinâmicas**, isto é, a especificação do tipo de base ou contorno do modelo. A base do modelo pode ser do tipo rígida (contato solo-rocha) ou do tipo flexível (contato entre materiais flexíveis de mesma rigidez). Em qualquer desses dois casos condições de campo livre (*free field*) poderão também ser usadas.

As condições de contorno dinâmicas para base rígida requer a aplicação do carregamento sísmico colocado diretamente na base em termos de aceleração. Porém, esta opção resulta em problemas de reflexão das ondas de propagação externas para o interior do modelo, não permitindo a radiação de energia necessária, sendo esta condição, portanto, não muito recomendada no FLAC (Hart, 2011, comunicação pessoal), sobretudo, quando se trabalha com materiais com potencial de liquefação. Este problema pode ser minimizado com o uso contornos silenciosos (*quiet boundaries*), implementado no FLAC. O uso de contornos silenciosos é usado quando a base é do tipo flexível, mas é indicado para a grande maioria dos casos, tendo mostrado melhores resultados.

Os contornos silenciosos, viscosos ou absorventes, substituem a necessidade de utilização de grandes modelos para gerar contornos distantes, que conduzem a extensos processos computacionais, com o objetivo de evitar o problema da reflexão das ondas. De acordo com Cundall (2009), Lysmer & Kuhlemeyer (1969) projetaram este tipo de contorno composto por amortecedores independentes dispostos na direção normal e tangencial ao contorno do modelo. Os contornos silenciosos se ajustam melhor quando a solicitação dinâmica for interna (dentro da malha) tal como se ilustra na **Erro! Fonte de referência não encontrada**. Figura 5.8.

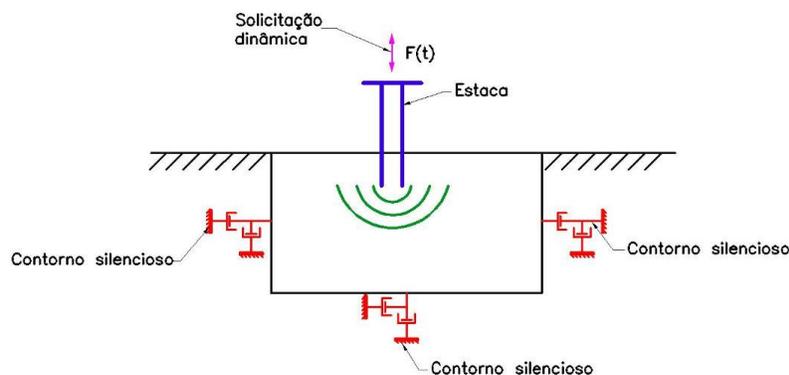


Figura 5.8 – Modelagem do contorno silencioso implementado no FLAC (adaptado por Loayza (2009) de Cundall (2009)).

A pesar de esta técnica ter a vantagem de trabalhar no domínio do tempo, ela pode ser efetiva somente para ângulos de incidência maiores de  $30^\circ$ , pois para ângulos menores ela ainda absorve energia, mas não é perfeita. No caso a solicitação for aplicada na base da malha, ela minimiza a reflexão das ondas de propagação e, portanto, a energia na direção vertical. É necessário ressaltar que no caso em que os contornos silenciosos sejam aplicados, não se pode induzir o sismo como aceleração ou velocidade, porque o efeito destes contornos se anularia. Neste caso se aplicaria o movimento sísmico de entrada como uma condição de contorno de tensão. Uma onda de velocidade pode ser transformada em uma onda de tensão através das seguintes fórmulas:

$$\sigma_n = 2(\rho v_p) v_n \quad (5.38)$$

$$\sigma_t = 2(\rho v_s) v_t \quad (5.39)$$

onde  $\sigma_n$  e  $\sigma_t$  são as tensões normal e cisalhante,  $\rho$  é a massa específica,  $v_p$  é a velocidade da onda  $P$ ,  $v_s$  é a velocidade da onda  $S$  e  $v_n$  e  $v_t$  são as velocidades normal e tangencial da partícula.

O fator 2 que acompanha as Equações (5.38) e (5.39) considera o fato de que as tensões aplicadas devem ser o dobro das observadas num meio infinito, já que a metade da energia é absorvida pelo contorno silencioso. Em certos casos, se o modelo for superficial, a superfície livre pode originar um incremento na velocidade da base. Assim, na execução de uma análise dinâmica, deve-se primeiramente avaliar a resposta na base da estrutura. Se a aceleração ou a velocidade na base (dependendo da condição de contorno) não forem similares à do sismo, então deve-se efetuar um ajuste, reduzindo o

fator de 2 até que a resposta da estrutura na base e o sismo de entrada coincidam (Cundall, 2009).

As condições de campo livre permitem modelar as condições de contorno para uma avaliação dinâmica e simular o meio que existiria sem a presença da estrutura (meio infinito) na direção horizontal, evitando inserir distâncias longas, que incrementam o número de zonas e, portanto o tempo de processamento. A técnica implementada no FLAC desenvolve a execução de um cálculo unidimensional de campo livre em paralelo com a discretização bidimensional principal. Ambos os contornos laterais da malha principal são acoplados à malha de campo livre através de amortecedores viscosos para simular os contornos silenciosos.

O modelo de campo livre consiste de uma coluna unidimensional com uma zona de largura que simule o comportamento do meio estendido. A altura da coluna é igual à dos contornos laterais, sendo discretizados em  $n$  elementos que correspondem ao número de zonas ao longo dos contornos laterais da malha principal, tal como indicado na Figura 5.9.

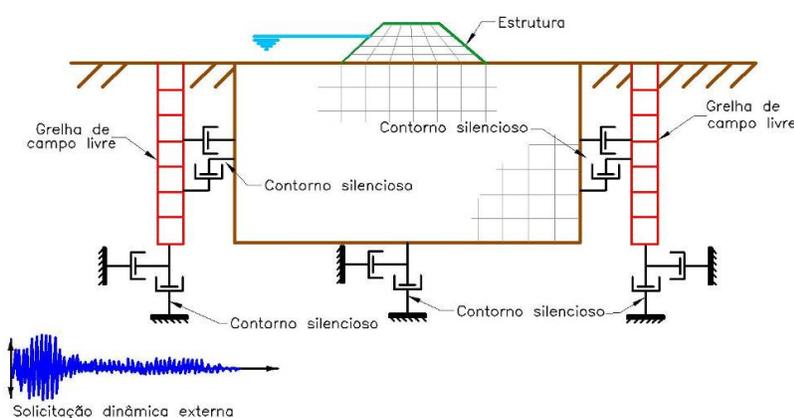


Figura 5.9 – Malha de campo livre (*free-field*) utilizada na avaliação dinâmica no FLAC (adaptado por Loayza (2009)).

As ondas planas que se propagam na direção ascendente não sofrem distorção porque o campo livre fornece condições idênticas às de um modelo infinito, já que as forças desbalanceadoras da malha de campo livre são aplicadas aos contornos da discretização principal. Se a malha principal for uniforme e não existir uma estrutura, os amortecedores laterais não serão ativados, porque a discretização do campo livre

executará o mesmo movimento que a malha principal. Porém, se o movimento da discretização principal se diferencia daquele da malha de campo livre (devido à superfície da estrutura que irradia ondas secundárias) então os amortecedores absorvem energia de uma forma similar à ação dos contornos silenciosos.

Na Figura 5.10 são ilustradas as diferentes condições de contorno que podem ser aplicadas em um projeto de geoestrutura.

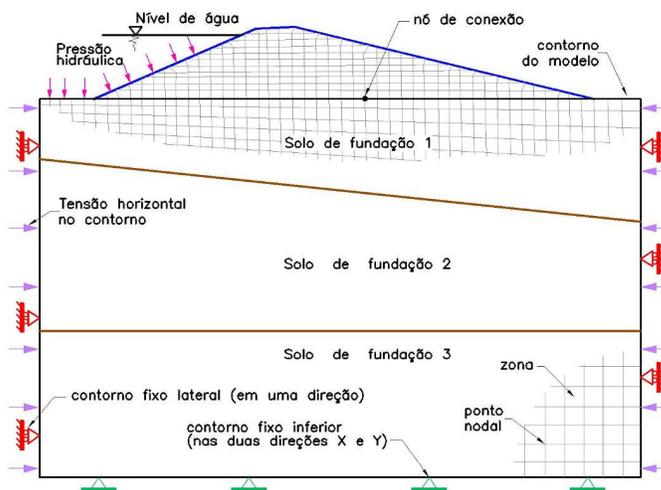


Figura 5.10 – Condições de contorno aplicadas à geoestruturas no *FLAC* (adaptado por Loayza (2009)).

#### 5.4.4 Aferição das propriedades dinâmicas

O processo de aferição permite determinar os parâmetros dinâmicos de entrada para a análise no *FLAC*. Estes parâmetros são o fator de redução do módulo de cisalhamento e o amortecimento que serão obtidos através da aferição com o programa *SHAKE*.

A aferição consiste em ajustar a resposta de uma análise dinâmica unidimensional no *FLAC* com os resultados de uma simulação similar no programa *SHAKE*, com o objetivo de determinar o amortecimento mais apropriado para o uso na análise dinâmica bidimensional da barragem que se executará no *FLAC*.

O programa *SHAKE* permite calcular a resposta de um depósito de solo composto por camadas horizontais semi-infinitas<sup>75</sup>, apoiado num espaço semi-uniforme submetido a ondas de cisalhamento propagadas verticalmente. A análise é feita por meio de um

<sup>75</sup> A altura da vai depender da frequência do sismo a ser aplicado.

processo iterativo no domínio da frequência e considerando um comportamento linear equivalente (item 5.2.2).

Inicialmente é preciso definir a seção da barragem a ser representada como uma coluna para a análise unidimensional e o tipo de amortecimento (histerético ou Rayleigh) a ser usado no programa, já que a aferição varia com o tipo de amortecimento.

Para cada material geológico são atribuídos curvas de degradação do módulo de cisalhamento e da razão de amortecimento desenvolvidas no laboratório, que representem adequadamente cada material. Estas curvas vem implementadas numericamente em ambos os programas, no SHAKE e no FLAC. Adicionalmente estes programas também permitem a implementação de diferentes curvas, no caso do FLAC por ajuste numérico baseado em parâmetros internos da sua própria formulação; e no caso do SHAKE permite ingressar os dados diretamente para poder arranjar as curvas.

A razão da deformação uniforme equivalente pela deformação máxima, dado de entrada no SHAKE, é obtida com a magnitude do sismo ( $M$ ) por meio da equação:

$$razão = \frac{(M - 1)}{10} \quad (5.40)$$

Com este valor se efetuam as iterações no programa SHAKE e se determinam os valores de tensões, deformações e acelerações máximas usadas para as comparações com a resposta do FLAC. Do mesmo jeito, no FLAC é gerada uma coluna, onde o número de zonas é igual ao número de camadas de solo modelado no SHAKE. Porém, no SHAKE deve ser adicionada mais uma camada que corresponde ao material de fundação (rocha ou solo) na qual se induz o sismo. No FLAC considera-se, como condição de contorno inferior, uma restrição de deslocamentos em ambas as componentes (X e Y) e, como condições de contorno laterais, uma restrição de deslocamentos horizontais, para assim simular um comportamento unidimensional.

Cada camada no SHAKE representa uma zona no FLAC e tem as mesmas propriedades (isto é, a massa específica  $\rho$ , o valor de  $G$ , etc). Das opções de razão de amortecimento que o FLAC fornece (inclusive por ajuste numérico), aquela que melhor se aproximar à resposta do SHAKE, será usada na análise sísmica.

Quando a aferição for feita com o amortecimento Rayleigh, calcula-se a máxima deformação cíclica (ou deformação equivalente) obtida no SHAKE para cada material e,

com esse valor, determina-se o fator de redução ( $G/G_{max}$ ) e o amortecimento. O fator de redução é usado para calcular o valor de  $G$ , logo, este será utilizado para determinar  $v_s$  por meio da relação (5.38) e, finalmente, com este dado se pode gerar a malha tal como descrito anteriormente.

Para determinar a frequência predominante do sistema, necessária como dado para a aplicação do amortecimento Rayleigh, executa-se uma análise dinâmica não amortecida elástica da geoestrutura.

Morote (2006) detalha que de acordo com Bray *et al.* (1995) o programa SHAKE, em virtude da incorporação do modelo linear equivalente, somente deve ser empregado para movimentos com  $PHA^{rocha} \leq 0,35$  g. Segundo informações da literatura, o modelo linear equivalente não produz resultados confiáveis para situações onde  $PHA^{solo} > 0,4$ g ou deformação cisalhante de pico exceder aproximadamente 2% (Kavazanjian *et al.*, 1997).

Han & Hart (2006) apresentam algumas aplicações práticas do uso do amortecimento hysterético, assim como também fornecem algumas recomendações para o ajuste adequado com os dados de laboratório representados no programa SHAKE.

#### 5.4.5 Fator de segurança pós-sismo

O fator de segurança utilizado na análise de estabilidade de taludes é um procedimento mais que necessário na avaliação estática e dinâmica de uma barragem.

O cálculo do fator de segurança implementado no FLAC aplica a técnica de simulação do colapso ou da redução da resistência (*strength reduction technique*) desenvolvida por Dawson *et al.* (1999).

A análise de estabilidade é realizada por meio de fatores de segurança experimentais (*trial factors of safety*,  $F^{trial}$ ), ajustando os valores de coesão ( $c$ ) e ângulo de atrito ( $\phi$ ) de acordo com as equações:

$$c^{trial} = \frac{1}{F^{trial}} c \quad (5.41)$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{1}{F^{trial}} \tan \phi\right) \quad (5.42)$$

O  $F^{trial}$  para o qual ocorre o colapso da estrutura pode ser determinado com mais eficiência utilizando o método de agrupamento e bisseção (*bracketing and bisection*). Primeiro definem-se os primeiros limites inferior e superior do agrupamento. O limite inferior inicial é um valor de  $F^{trial}$  qualquer para o qual a simulação converge, enquanto o limite superior inicial é qualquer valor de  $F^{trial}$  para a qual a modelagem não converge. Após este passo, é testado o valor médio dos limites. Se a simulação convergir, então o limite inferior é substituído pelo novo valor. Do contrário, o novo valor substituirá ao limite superior. Este processo é repetido até que a diferença entre os dois limites seja menor que uma tolerância especificada.

A principal vantagem desta técnica é que a superfície de ruptura crítica pode ser determinada automaticamente e a desvantagem consiste em um tempo de processamento muito elevado.

No caso de uma análise pós-sismo, os parâmetros de resistência devem ser trocados por valores dos parâmetros de resistência residuais, mantendo a geometria após o sismo ter finalizado. A análise deve ser feita em condições drenadas. Esta análise é recomendada quando a estrutura não apresentou deslocamentos permanentes muito grandes.

## 5.5 Comentários finais

Uma análise sísmica mais realística requer além do profundo conhecimento de todos os aspectos que a análise dinâmica envolve, um método numérico que inclua modelos constitutivos que representem, de forma mais próxima, o comportamento tensão-deformação dos materiais, sob carregamento estático ou dinâmico.

Várias classes de modelos constitutivos têm sido desenvolvidos, desde o mais básico, tal como o modelo linear equivalente, depois surgiram os modelos não-lineares cíclicos e por último os modelos constitutivos avançados. De todos esses modelos, o modelo Linear Equivalente é o mais simples e o mais comumente usado, mas tem algumas limitações que não lhe permitem representar muitos aspectos do comportamento do solo sob condições de carregamento cíclico. Já os modelos constitutivos avançados podem representar muitos detalhes do comportamento dinâmico do solo, e embora

mostrem certa complexidade e dificuldade de calibração, que podem torná-los pouco práticos para problemas comuns de engenharia geotécnica de terremotos em alguns casos, é recomendável estudá-los, avaliá-los e aplicá-los quando necessário, sobretudo quando estes materiais tendem a mostrar comportamentos específicos cujas repostas só poderiam ser bem capturadas por modelos mais avançados.

No próximo capítulo, uma descrição dos principais modelos constitutivos aplicados a análises sísmicas é feita, apresentando suas diferenças, limitações e vantagens.