3
Resultados

3.1.
Observações Iniciais

Conforme descrevemos no capítulo anterior, a metodologia adotada para resolvermos nosso modelo (9) aqui reescrito:

$$v(x_0, \omega_0) = \underset{x_{t+1}}{Max} \sum_{t=0}^{\infty} \int_{W^t} \beta^t F(x_t, x_{t+1}, \omega_t) Q^t(\omega_t, d\omega_t) \qquad (24)$$

sujeito a $(x_t, x_{t+1}, \omega_t) \in \Omega$ para todo $t \geq 0$, com $(x_0, \omega_0) \in X \times W$ dado, onde

$$F(x_t, x_{t+1}, \omega_t) = -\frac{k}{2}(x_{t+1} - x_t - \omega_t)^2 - \frac{\Delta}{2} x_{t+1}^2 \cdot \chi_{\{x_{t+1}<0\}} \qquad (6)$$

é a iteração da função valor via o operador de Bellman

$$TV(x, y) = \max_{\{y \in X; (x,y,\omega) \in \Omega\}} F(x, y, \omega) + \beta \int_W V(y, \omega') Q(\omega, d\omega') \qquad (25)$$

Este tipo de solução, para o nosso caso, não pode ser obtida analiticamente. Desta forma, fez-se necessária a construção de um algoritmo de resolução do nosso problema. Assim, contruímos um código em MatLab, que se encontra descrito em sua totalidade no Apêndice deste trabalho, que nos permite obter a solução do problema de maximização via iteração da função valor numericamente.

A construção de tal rotina para obtenção de uma solução numérica faz com que nos deparemos com algumas exigências. Primeiramente, a construção de um algoritmo de resolução numérica exige que se trabalhe com um problema discretizado, e não contínuo. Nosso modelo já apresenta como característica ser construído em uma dimensão temporal discreta. Contudo, o modelo original apresenta suas variáveis de estado na forma contínua: $x_t \in X \subseteq \mathbb{R}$ e $\omega_t \in W \subseteq \mathbb{R}, \forall t \geq 0$. Assim, faz-se necessário discretizar o espaço das variáveis de estado. Seguimos a indicação de Judd (1998) e elaboramos um *grid* de valores discretos para cada variável de estado. Para a variável de estado $\omega_t \in W \subseteq \mathbb{R}, \forall t \geq 0$, além da discretização dos possíveis valores que pode assumir, também foi necessário realizar a discretização de sua distribuição de probabilidade, igualmente seguindo a metodologia sugerida em Judd (1998).

Em segundo lugar, encontrar uma solução numérica para nosso problema exige que deixemos de trabalhar com expressões analíticas. Assim, se mostrou preciso escolher valores para (i) o *grid* de valores que as variáveis de estado $x_t \in X \subseteq \mathbb{R}$ e $\omega_t \in W \subseteq \mathbb{R}, \forall t \geq 0$ podem assumir; (ii) o formato da distribuição de probabilidade da variável de estado aleatória $\omega_t \in W \subseteq \mathbb{R}, \forall t \geq 0$ e os valores de seus parâmetros; e (iii) os valores dos parâmetros do modelo β, k, Δ.

Utilizaremos como valores para o *grid* das variáveis de estado dados referentes à economia brasileira. Assim, obteremos resultados quanto ao esforço fiscal ótimo para o Brasil como proporção do PIB, ainda que se permita considerar qualquer outra economia que tenha as características descritas pelo modelo.

3.1.1. Variáveis de Estado

Para a construção do *grid* da variável de estado $x_t \in X \subseteq \mathbb{R}$, que representa o estoque da dívida total como porcentagem do PIB da economia no período de tempo t, foi utilizada a série 4478 diponibilizada pelo Banco Central do Brasil, que fornece o saldo em reais do total da Dívida Líquida do Setor Público Consolidado, e a série 4382, que fornece o PIB em reais acumulado nos últimos 12 meses. Conforme explica o diagrama ilustrado pela figura 2 do Capítulo 2, neste trabalho é exigido que o valor da dívida/PIB seja transformado para que se possa obter o valor da variável $x_t \in X \subseteq \mathbb{R}$ relevante para nosso modelo. A fim de realizar um exercício inicial para conhecer o resultado de nosso modelo, assumiremos a seguinte hipótese: o limite para a sustentabilidade da dívida brasileira é uma relação dívida/PIB de 100%. Ou seja, enquanto o total da dívida/PIB da economia brasileira não ultrapassar o limite de 100%, esta se econtrará em condição sustentável. Cruzar este limite implica que a parte da dívida que excede o valor de 100% do PIB brasileiro se encontra em situação de repúdio ou *default*. Assim, a partir da série 4478 e da série 4382, é possível construir valores para $x_t \in X \subseteq \mathbb{R}$ assumindo-se a hipótese quanto ao limite de sustentabilidade da dívida brasileira. A tabela 1 descreve estes dados mês a mês a partir de janeiro de 2000 até dezembro de 2003. Ainda, se a dívida/PIB máxima que a economia brasileira pode suportar, sob a condição de sustentabilidade segundo nossa hipótese, é de 100%, devemos determinar os limites inferior e superior para o nosso *grid* de valores de $x_t \in X \subseteq \mathbb{R}$ estudando os dados que utilizamos. Lembramos que na determinação do *grid* para $x_t \in X \subseteq \mathbb{R}$ estamos interessados em estabelecer limites para a variável que representa a distância do estoque de dívida/PIB em relação ao seu limite de sustentabilidade; logo não estamos interessados no valor do estoque da dívida/PIB em si e nem no valor do limite de sustentabilidade desta dívida em si, mas na distância relativa entre eles. Para os dados que utilizamos, uma escolha razoável para o *grid* que possa acomodar os valores da variável $x_t \in X \subseteq \mathbb{R}$ seria -100 e +100, ou seja, $x_t \in [-100; +100]$. Desta forma, estaremos permitindo trabalhar com valores para o estoque de dívida/PIB entre 0% e 200%, sendo considerado aqui que uma relação que ultrapasse 100% se torna insustentável. Por fim, devemos lembrar que nosso modelo exige uma condição inicial $x_0 \in X \subseteq \mathbb{R}$, ou agora $x_0 \in [-100; +100]$. Assim, escolhendo uma data a partir da qual estaremos trabalhando em nosso modelo, a partir da tabela 1 abaixo teremos a condição inicial x_0 relevante para obtermos a solução desejada. Os demais valores para a variável de estado x_t, conforme nosso modelo, seriam obtidos através da equação de recursividade (4), aqui novamente descrita:

$$x_{t+1} = f(x_t, u_t, \omega_t) = x_t + u_t + \omega_t \ \ \forall t = 0,1,2,... \qquad (4)$$

Para a construção do *grid* da variável de estado estocástica $\omega_t \in W \subseteq \mathbb{R}$, que representa o serviço da dívida/PIB e o crescimento do PIB associados à taxa de juros em vigor em determinado período, foi utilizada a série 6046 disponibilizada pelo Banco Central do Brasil, que fornece o fluxo mensal corrente em reais de juros nominais que se inserem na Necessidade de Financiamento do Setor Público Consolidado, e a série 4649, que fornece o resultado primário corrente do Setor Público Consolidado. Novamente nosso modelo exige que estes valor seja transformado para obtermos as variáveis $\omega_t \in W \subseteq \mathbb{R}$ relevantes neste trabalho. Assim, a tabela 1 abaixo indica os valores já transformados em cada período. Obtemos os valores de $\omega_t \in W \subseteq \mathbb{R}$ subtraindo da dívida/PIB corrente o valor da dívida/PIB do período anterior e o valor do resultado primário/PIB corrente, de forma que este choque leve em conta tanto o crescimento da dívida/PIB que se relaciona ao serviço da dívida como aquele que se relaciona com a dinâmica do crescimento do PIB entre os períodos. Ainda, da série obtida, podemos definir o *grid* de valores para ω_t; neste caso faremos $\omega_t \in [-5;+5]$ como um *grid* possível (os valores para ω_t após a transformação dos dados brasileiros estão neste intervalo).

Em relação à distribuição de probabilidade de nossa variável estocástica, assumiremos que ω_t segue uma distribuição normal com média zero e variância de 3,4, que são as estatísticas encontradas para a série construída utilizando-se dados de janeiro de 1997 até dezembro de 2003. Ou seja, temos $\omega_t \sim N(0;3,4)$, onde assumimos que cada variável é independente e identicamente distribuída $\forall t \geq 0$.

Data	PIB acumulado dos últimos 12 meses (R$ milhões)	Dívida Líquida Total do Setor Público Consolidado (R$ milhões)	Fluxo mensal corrente de juros nominais - NFSP Consolidado (R$ milhões)	Fluxo mensal corrente do resultado primário do Setor Público Consolidado (R$ milhões)	X0	Ut realizado	Wt
jan/00	984.315,10	523.214,91	6.783,04	-4.093,57	47	0,4	-0,3
fev/00	995.847,00	529.616,62	6.973,02	-3.827,14	47	0,4	-0,4
mar/00	1.003.123,80	527.182,79	4.490,74	-5.659,57	47	0,6	-1,2
abr/00	1.008.509,80	536.152,89	8.865,77	-3.694,83	47	0,4	0,2
mai/00	1.017.906,20	541.079,71	8.299,43	-4.652,63	47	0,5	-0,5
jun/00	1.027.161,60	542.325,24	4.537,34	-1.786,16	47	0,2	-0,5
jul/00	1.039.642,40	544.933,50	5.170,15	-1.021,67	48	0,1	-0,5
ago/00	1.055.494,30	544.172,98	10.923,76	-6.485,71	48	0,6	-1,5
set/00	1.070.875,70	547.947,29	7.436,96	-4.055,46	49	0,4	-0,8
out/00	1.085.288,50	557.324,05	10.642,93	-853,03	49	0,1	0,1
nov/00	1.094.923,90	555.989,99	8.350,16	-5.402,55	49	0,5	-1,1
dez/00	1.101.255,10	563.162,94	4.968,94	3.375,38	49	-0,3	0,7
jan/01	1.110.266,10	564.447,16	9.254,54	-5.627,89	49	0,5	-0,8
fev/01	1.118.143,80	575.334,83	9.524,59	-3.231,25	49	0,3	0,3
mar/01	1.130.097,50	588.717,84	11.159,92	-6.156,03	48	0,5	0,1
abr/01	1.142.736,70	596.721,63	10.505,40	-8.243,84	48	0,7	-0,6
mai/01	1.152.666,60	618.513,86	15.773,18	-3.705,59	46	0,3	1,1
jun/01	1.153.852,40	619.441,26	2.991,36	-3.452,77	46	0,3	-0,3
jul/01	1.159.676,60	641.292,29	17.051,26	-2.713,89	45	0,2	1,4
ago/01	1.165.631,10	658.284,09	16.752,69	-3.679,17	44	0,3	0,9
set/01	1.171.768,60	671.931,10	14.048,85	-4.395,38	43	0,4	0,5
out/01	1.179.647,80	674.955,07	11.710,36	-3.028,46	43	0,3	-0,4
nov/01	1.189.897,70	660.397,75	-6.068,76	-2.368,39	44	0,2	-1,9
dez/01	1.198.736,20	660.867,01	-7.078,36	2.946,62	45	-0,2	-0,1
jan/02	1.207.357,60	685.286,28	15.375,03	-5.439,90	43	0,5	1,2
fev/02	1.214.446,10	679.997,16	2.911,81	-3.092,13	44	0,3	-1,0
mar/02	1.220.067,40	680.709,74	5.234,63	-3.014,69	44	0,2	-0,4
abr/02	1.228.688,10	684.637,14	9.863,94	-8.973,27	44	0,7	-0,8
mai/02	1.238.546,40	708.454,38	20.506,29	-2.981,37	43	0,2	1,2
jun/02	1.255.350,10	750.258,30	30.262,34	-5.398,99	40	0,4	2,1
jul/02	1.269.532,10	819.375,50	39.542,12	-3.981,69	35	0,3	4,5
ago/02	1.282.213,30	784.056,35	-13.100,77	-4.480,48	39	0,3	-3,7
set/02	1.296.069,20	885.190,71	55.099,62	-10.257,78	32	0,8	6,4
out/02	1.311.259,00	866.212,30	2.771,71	-6.283,34	34	0,5	-2,7
nov/02	1.328.260,70	869.472,91	8.894,26	-3.166,59	35	0,2	-0,8
dez/02	1.346.027,60	881.108,07	13.308,20	4.680,14	35	-0,3	0,3
jan/03	1.363.081,10	888.894,77	17.230,23	-8.462,76	**35**	0,6	**-0,9**
fev/03	1.379.117,10	904.365,31	15.984,61	-7.620,98	34	0,6	**-0,2**
mar/03	1.393.695,80	888.139,66	4.993,35	-6.750,93	36	0,5	**-2,3**
abr/03	1.407.230,40	839.755,61	-9.845,90	-9.848,60	40	0,7	**-4,8**
mai/03	1.422.898,30	858.369,05	16.604,48	-4.296,57	40	0,3	**0,3**
jun/03	1.437.794,90	856.353,26	5.952,77	-3.029,25	40	0,2	**-1,0**
jul/03	1.450.921,40	877.156,75	17.808,98	-4.319,41	40	0,3	**0,6**
ago/03	1.463.559,80	891.334,90	13.213,02	-4.964,07	39	0,3	**0,1**
set/03	1.480.585,30	891.093,20	10.191,16	-7.784,09	40	0,5	**-1,2**
out/03	1.501.088,10	890.036,09	7.940,56	-6.958,38	41	0,5	**-1,4**
nov/03	1.517.016,30	905.292,75	15.151,24	-6.258,66	40	0,4	**0,0**
dez/03	1.530.518,10	913.145,48	7.263,49	4.120,74	40	-0,3	**0,3**
Fonte:	BCB-DEPEC	BCB-DEPEC	BCB-DEPEC	BCB-DEPEC	Autor	Autor	Autor

Tabela 1 – Dados Fiscais e de PIB Brasileiros – Fonte: Banco Central do Brasil, Autor

3.1.2. Parâmetros do Modelo

No que se refere aos parâmetros do modelo β, k e Δ, realizamos uma série de exercícios para conhecer a sensibilidade dos resultados do modelo em relação a estes parâmetros. Vale notar, antes de passarmos à seção que trata dos resultados em si, que para os parâmetros k e Δ, o interesse reside na relação k/Δ, já que podemos multiplicar ou dividir a função valor do problema sem alterar a função política resultante. Desta forma, decidiu-se fixar $\Delta = 1$ e mudar o valor de k entre 0 e 1. Para k = 0, estariamos diante da situação em que não há custo nenhum associado à realização de superávit primário como proporção do PIB para a Autoridade Fiscal nesta economia, e assim apenas associa-se uma penalidade por ter uma relação dívida/PIB insustentável. Na situação em que k = 1, estamos no extremo oposto. A realização de 1% do PIB em superávit primário seria tão custoso quanto ter 1% na relação dívida/PIB acima do limite de sustentabilidade (em *default*). Assim, experimentando valores para k entre 0 e 1, estaríamos fixando k respondendo à seguinte pergunta: "o custo associado a se realizar esforço fiscal como proporção do PIB unitário em t representa que porcentagem relativa do custo associado a se ter uma unidade na relação dívida/PIB não sustentável em t+1"? Julgamos muito mais razoável termos valores de k próximos a 0 do que próximos a 1, e estudaremos como a solução do modelo se comporta diante de variações em k.

3.2. Resultados Obtidos

Trabalhamos inicialmente com os dados mensais do ano de 2003. Assim, partindo-se de $x_0 = 35$ em janeiro de 2003, conforme os dados brasileiros e a transformação descrita na tabela 1, e para um período de 12 meses a frente com uma trajetória evidenciada para a variável ω_t:

$$\{\omega_t\}_{t\in[1,12]} = \{-0,9;-0,2;-2,3;-4,8;0,3;-1,0;0,6;0,1;-1,2;-1,4;0,0;0,3\} \tag{27}$$

também seguindo os dados brasileiros e a transformação conforme explicado e descritos na tabela 1, executamos o algoritmo de iteração da função valor para os seguintes valores para os parâmetros do modelo (em seguida analisaremos a sensibilidade do resultado do modelo para variações destes parâmetros): $\beta = 0,9;\ k = 0,1;\ \Delta = 1$. Esta parametrização inicial será considerada como *base-line* de nosso modelo (é aquela que utiliza valores razoáveis e em acordo com os dados para o Brasil).

Ainda, é importante ressaltar que a solução do modelo que apresentaremos inicialmente se baseia em duas suposições: (i) o limite para que a dívida se encontre em condição de sustentabilidade (não-*default*) corresponde ao valor de 100% do valor do PIB da economia, e (ii) o serviço da dívida acrescido da consideração quanto ao crescimento do PIB (determinado pela taxa de juros que vigora na economia e tida como um elemento estocástico aos olhos do agente de nosso modelo) segue uma distribuição de probabilidade normal de média zero e variância 3,4, onde cada variável é independente e identicamente distribuída.

A solução obtida se encontra no formato dos cinco gráficos expostos a seguir:

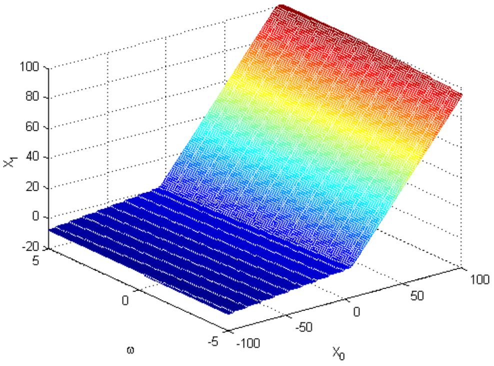


Figura 3 - Gráfico G1 – Solução (1)

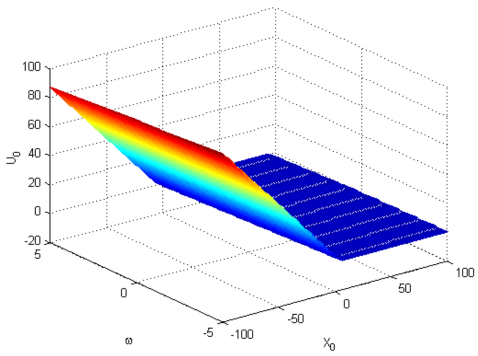


Figura 4 - Gráfico G2 – Solução (2)

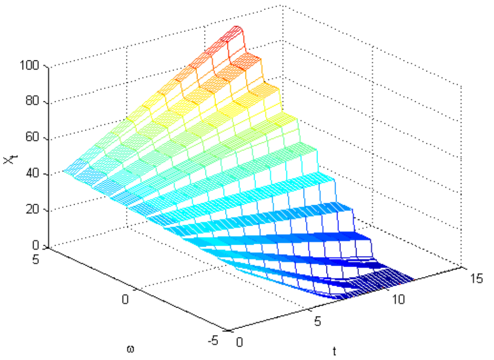


Figura 5 - Gráfico G3 – Solução (3)

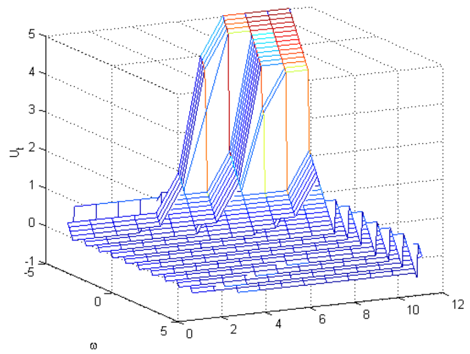


Figura 6 - Gráfico G4 – Solução (4)

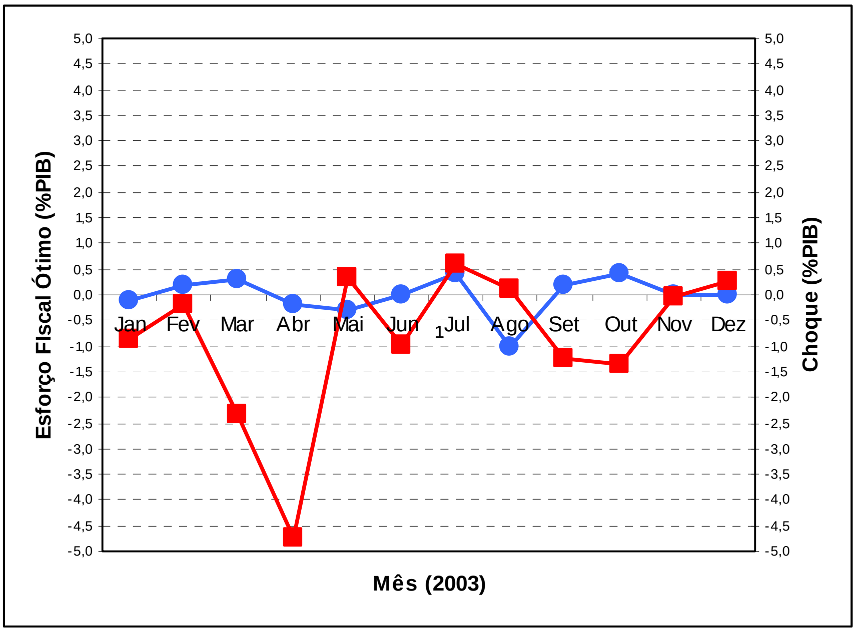


Figura 7 - Gráfico G5 – Solução (5)

O primeiro gráfico (G1) ilustra a função política obtida como solução do nosso problema. Conforme descrevemos no Capítulo 2, a função política ótima obtida é uma boa aproximação da função política verdadeira; além disso, é uma função invariante no tempo. Assim, o primeiro gráfico apresenta qual x_1 é o estoque de dívida (em %PIB) ótimo a ser mantido no periodo de tempo $t=1$ dado que em $t=0$ tenha sido dado determinado x_0 e determinado ω_0. Ou seja, o primeiro gráfico (G1) descreve

$$x_1 = h(x_0, \omega_0), \ \forall x_0 \in [-100;+100] \text{ e } \forall \omega_0 \in [-5;+5] \quad (28)$$

O segundo gráfico (G2) apenas apresenta esta mesma solução em termos de nossa variável de interesse u_t, ou seja, em termos do esforço fiscal ótimo como proporção do PIB a ser exercido em t, em substituição ao estoque de dívida (em %PIB) ótimo a ser mantido em t+1. Assim, o segundo gráfico (G2) descreve

$$u_0 = g(x_0, \omega_0), \ \forall x_0 \in [-100;+100] \text{ e } \forall \omega_0 \in [-5;+5] \quad (29)$$

Ainda, a partir da função política ótima obtida (28), é possível obter uma solução com dimensão temporal da seguinte forma: fixando-se uma condição inicial $x_0 \in [-100;+100]$, para qualquer valor de ω_0, a função política permite obter o valor ótimo de x_1. Tomando-se agora o valor fornecido para x_1 como nossa nova condição inicial, a partir da função política (28) podemos obter o valor ótimo para x_2, e assim por diante. Desta maneira, nosso terceiro gráfico (G3) indica este tipo de solução: partindo de um determinado $x_0 \in [-100;+100]$, obtemos a trajetória ótima para o estoque de dívida no tempo $\{x_t\}_{t>0}$ para qualquer realização da variável estocástica $\{\omega_t\}_{t\geq 0}$ dada. O gráfico ilustra a trajetória de x_t patindo-se de um determinado $x_0 \in [-100;+100]$ para um mesmo valor de $\{\omega_t\}_{t\geq 0}$ sempre repetindo-se no tempo. Podemos, assim, através deste gráfico observar a trajetória de x_t ao longo do tempo a partir de certo $x_0 \in [-100;+100]$ se o choque for sempre -5 para todo t, sempre -4,9, e assim por diante até o valor máximo para o choque de +5. Lembramos ainda que *ex-ante* (em relação à realização do choque), a Autoridade Fiscal não sabe que sempre o mesmo valor para o choque será repetido no tempo.

O quarto gráfico (G4) apenas apresenta este mesmo formato de solução em termos da trajetória para o esforço fiscal ótimo $\{u_t\}_{t\geq 0}$.

Por fim, podemos redefinir uma dimensão de nosso último gráfico (G4) se, por exemplo, já conhecemos uma determinada trajetória para o serviço da dívida $\{\omega_t\}_{t=0,1,\ldots,T}$ e desejamos apenas encontrar qual seria o esforço fiscal ótimo que correspondesse a tal trajetória, e não mais observar o gráfico em três dimensões de qual seria o esforço ótimo para qualquer trajétoria possivel para $\{\omega_t\}_{t\geq 0}$, sendo sempre o mesmo valor de choque repetido no tempo. O quinto gráfico (G5) apresenta a solução de nosso modelo neste formato (neste caso é fixada uma trajetória para $\{\omega_t\}_{t\in[1;12]}$ conforme (27)); seria o gráfico a partir do qual mais intuição econômica pode ser obtida.

Algumas características da solução obtida merecem ser observadas com interesse. Em relação ao primeiro gráfico (G1), podemos observar que a função política ótima apresenta uma mudança de inclinação quando x_0 tem valor zero. Ou seja, para $x_0 < 0$ temos uma função política que apresenta uma determinada derivada, e para $x_0 > 0$ temos uma função política com derivada maior. Esta característica está intrinsicamente relacionada ao formato de nossa função objetivo no problema de maximização (9). De fato, na construção de nosso modelo impusemos que a transição entre a condição de sustentabilidade e a condição de *default* da dívida não se desse de forma suave, conforme (5), indicando uma mudança no estado desta economia no que se refere ao objeto de preocupação do agente de nosso modelo. Indicamos que, desta forma, a Autoridade Fiscal se depara com um problema de maximização quando sua dívida/PIB é sustentável diferente do problema de maximização com que se depara quando está em condição de não sustentabilidade de parte ou do total da dívida/PIB (neste caso, há um custo excedente para ser minimizado que justamente se relaciona com o fato de se ultrapassar o limite de sustentabilidade da dívida/PIB). Claramente, por ser uma transformação do gráfico (G1), o segundo gráfico (G2) apresenta a mesma característica. Pelo primeiro gráfico (G1), é possível notar que quando se está em condição de *default*, a função política apresenta derivada menor. No segundo gráfico (G2), esta característica se traduz na exigência de um esforço fiscal maior (maior derivada da função política nesta porção do gráfico). Esta evidência nos sugere que, partindo-se de uma condição inicial desfavorável de *default*, o modelo indica que a solução ótima é a realização de grandes esforços fiscais. Esta indicação está em linha com o que pode ser observado na realidade: estando-se em condição de não sustentabilidade da relação dívida/PIB, uma Autoridade Fiscal que leva em conta custos associados a esta condição bem como custos associados a realização de superávits fiscais deverá realizar grandes esforços fiscais na forma de superávit na tentativa de passar à condição de sustentabilidade de sua dívida/PIB. Ou seja, o Governo tentará reverter um ciclo de déficit fiscal com maior vigor para evitar que a situação de não sustentabilidade da dívida se prolongue.

Vamos agora atentar para o quarto gráfico (G4) (que associa-se ao terceiro gráfico (G3) por meio de uma transformação deste, como já explicado). Este gráfico nos mostra que partindo-se de uma condição de sustentabilidade da dívida ($x_0 = 35$), uma Autoridade Fiscal com grau de impaciencia tal que desconta o futuro a uma taxa intertemporal de $\beta = 0,9$[6], gostaria apenas de realizar esforço fiscal em momentos futuros do tempo, quando a sustentabilidade de sua dívida estiver mais eminentemente ameaçada. Além disto, como seria de se esperar, esta ameaça para a sustentabilidade da dívida ocorreria no caso de sucessivas realizações negativas da variável que mede o serviço da dívida como proporção do PIB e o crescimento do PIB entre os períodos. Desta forma, observamos que esforços fiscais mais vigorosos são exigidos otimamente na região do gráfico que indica concretização de serviços da dívida mais negativos e mais longe na escala do tempo. Estas características de nossa solução novamente remetem a fatos

[6] Utilizamos a expressão “paciente” ou “impaciente” referindo-se ao ajuste fiscal (realização de esforço fiscal para se afastar do limite de sustentabilidade da dívida/PIB) que o Governo deseja realizar. Assim, neste caso, um Governo “paciente” postergaria esforços fiscais, e não se incomodaria de estar mais próximo no futuro de uma situação mais perigosa em termos da sustentabilidade de sua dívida.

econômicos que estão em linha com o que se poderia esperar baseados na intuição econômica.

É o quinto gráfico (G5) que nos mostra a relação mais interessante que nossa solução apresenta. Este gráfico nos mostra que, mesmo para uma Autoridade Fiscal que desconta o futuro a uma taxa de $\beta = 0,9$, o *trade-off* intertemporal proposto pelo modelo influencia de forma relevante a solução obtida. Com este gráfico, podemos observar que o esforço fiscal ótimo não apresenta uma relação linear e pontual com o "choque" representado pelo serviço da dívida (ou a taxa de juros em vigor na economia) e o crescimento do PIB apenas para o período em questão, mas, sim, o esforço fiscal ótimo como proporção do PIB leva em consideração expectativas quanto à sustentabilidade e ao serviço da dívida (em %PIB) em momentos futuros do tempo. Assim, vemos que partindo-se de uma condição inicial que indica uma distância relativamente segura em relação ao limite de sustentabilidade da dívida/PIB nesta economia, o esforço fiscal ótimo não varia de forma linear com o serviço da dívida (em %PIB) e o crescimento do PIB, mas considera todo o horizonte temporal em questão para encontrar o ponto ótimo sob o *trade-off* de custos proposto. Para este caso, a solução obtida indica que o esforço fiscal ótimo correspondente à trajetória de "choques" do serviço da dívida é relativamente pequeno (não ultrapassa 0,5% do PIB em qualquer mês) e apresenta pouca variação.

Chamaremos o conjunto dos gráficos (G1), (G2), (G3), (G4) e (G5), que representa esta solução, de "solução inicial".

3.3. Sensibilidade do Modelo em Relação aos Parâmetros

3.3.1. Variações em β

Nesta etapa deixamos fixados $k = 0,1$ e $\Delta = 1$ como na solução inicial, além dos já mencionados valores para x_0 ($x_0 = 35$) e a sequência $\{\omega_t\}_{t\in[1;12]}$ (como descrito em (27)), enquanto permitimos variar a taxa de desconto intertemporal β.

Como a solução do modelo é gerada a partir de dados de periodicidade mensal, não seria razoável considerar taxas de desconto intertemporais muito baixas. Assim, estudaremos como a solução se comporta diante de variações para β passando na solução inicial de 0,9 para o valor de 0,99 (mais paciente, conforme nota de rodapé 6), e estudaremos o caso de um β valendo 0,5, apenas para compreender se uma taxa intertemporal de desconto muito mais baixa afetaria de forma considerável a solução inicialmente obtida.

O modelo mostra que ocorrem pequenas variações na função política ótima invariante no tempo (percebidas através dos gráficos (G6) e (G7) ou (G11) e (G12)) quando variamos β , assim como alguma variação nos gráficos que descrevem a solução levando em conta a dimensão temporal para choques de mesmo valor ocorrendo a cada período do tempo (conforme indicam os gráficos (G8) e (G9) ou (G13) e (G14)). Contudo, a solução que indica o superávit primário ótimo como proporção do PIB para a trajetória fixada (27), seguindo os dados brasileiros realizados, não muda. Isso se deve ao fato de a variação em β alterar a solução pouco o suficiente para que, na escolha dos superávits ótimos como proporção do PIB em um modelo em que foi preciso discretizar tanto os dados como também os possíveis valores para a solução, não haja mudança significativa o suficiente para alterar os valor ótimos escolhidos de forma discreta.

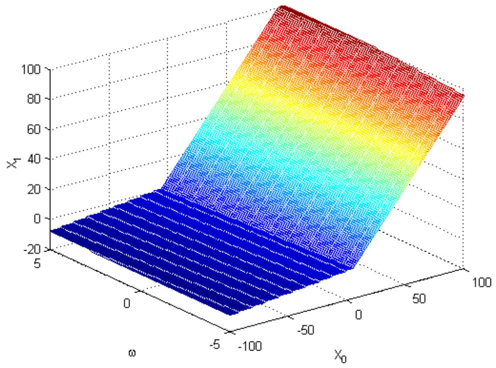


Figura 8 - Gráfico G6 – β = 0,5 (1)

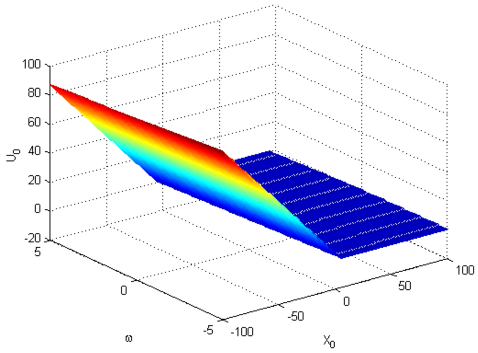


Figura 9 - Gráfico G7 – β =0,5 (2)

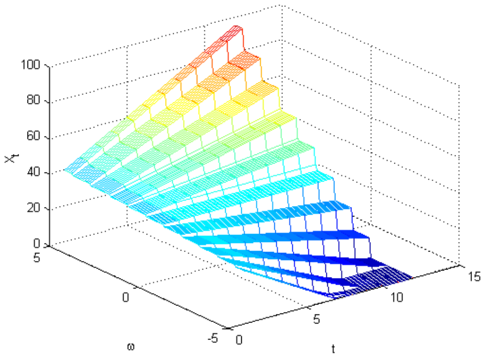


Figura 10 - Gráfico G8 – β = 0,5 (3)

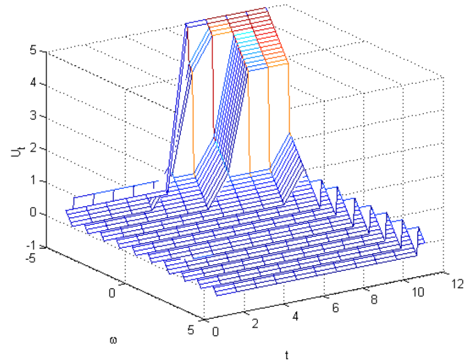


Figura 11 - Gráfico G9 – β =0,5 (4)

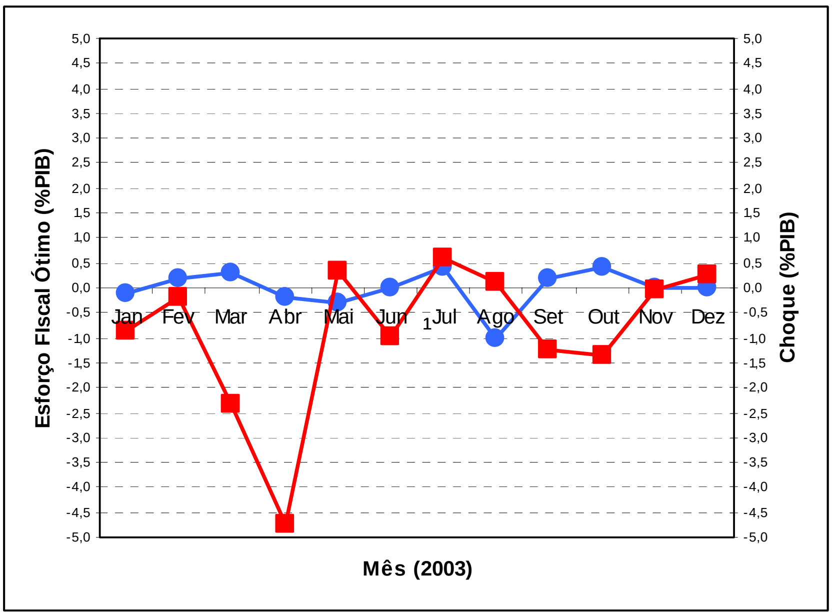


Figura 12 - Gráfico G10 – β = 0,5 (5)

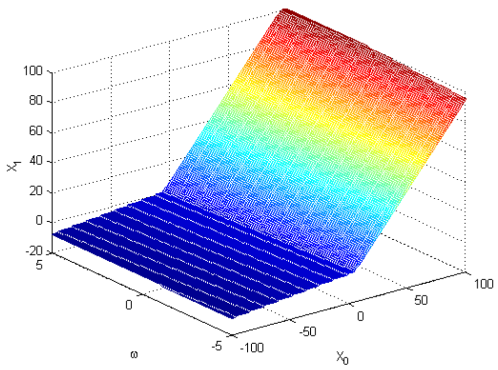


Figura 13 - Gráfico G11 – β = 0,99 (1)

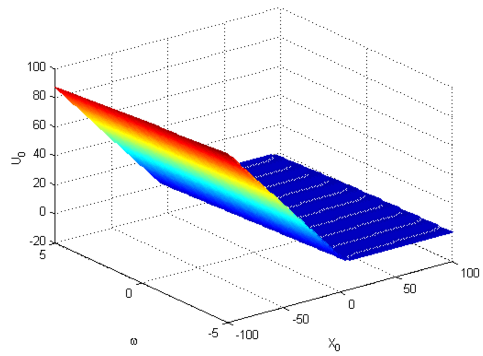


Figura 14 - Gráfico G12 – β =0,99 (2)

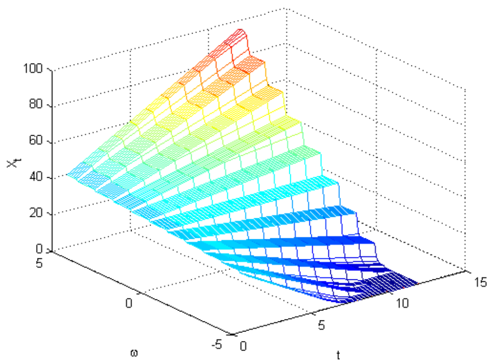


Figura 15 - Gráfico G13 – β = 0,99 (3)

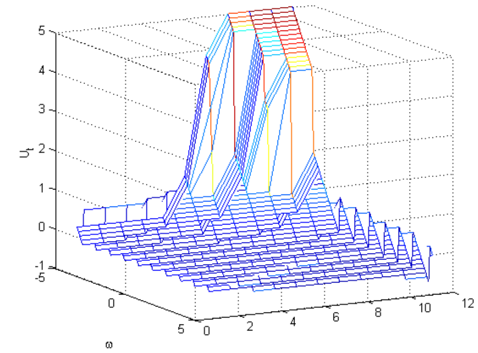


Figura 16 - Gráfico G14 – β =0,99 (4)

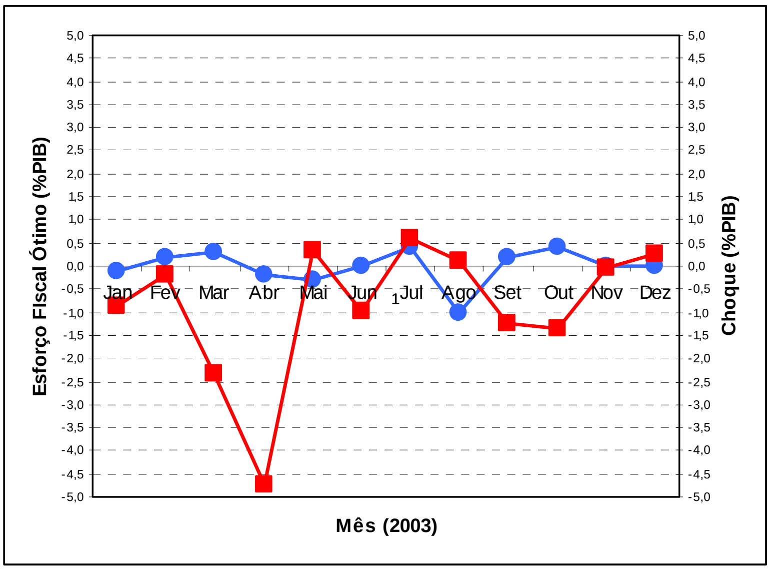


Figura 17 - Gráfico G15 – β = 0,99 (5)

O principal efeito a se notar, que distingue a solução inicial em relação em relação ao caso de uma Autoridade Fiscal impaciente como aquela que utiliza taxa de desconto de $\beta = 0,5$, pode ser observada no gráfico (G9). Notamos aí que a região em que o Governo realiza esforço fiscal positivo mais intensamente, de maneira ótima, ocorre antes no tempo (este Governo é mais impaciente em relação ao desejo de realizar o ajuste fiscal, ou seja, cumpre superávits fiscais mais vigorosos mais cedo). Assim, quando β é menor, a dívida/PIB cai em situação pior mais cedo, o que acaba por exigir esforços fiscais mais cedo por parte do Governo.

3.3.2. Variações em k *versus* Δ

Nesta etapa fixamos os já mencionados valores para x_0 ($x_0 = 35$) e a sequência $\{\omega_t\}_{t\in[1;12]}$ (como descrito em (27)), enquanto permitimos variar k entre 0,001 e 0,9 em relação ao valor fixado para Δ em 1. Assim, estamos verificando como muda a solução em comparação com nossa solução inicial ($k = 0,1$ e $\Delta = 1$) se consideramos que o custo unitário de realizar esforço fiscal representa relativamente 0,1%, 1%, 50% e 90% do custo unitário de ter a dívida/PIB em *default* em cada etapa.

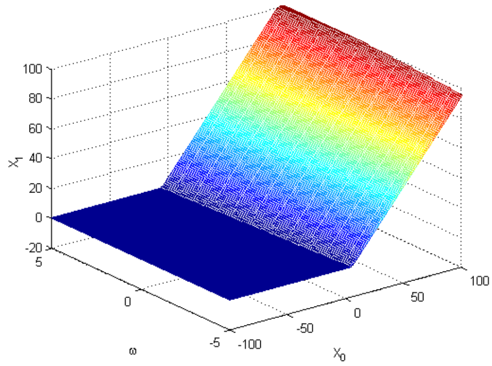


Figura 18 - Gráfico G16 – *k* = 0,001 (1)

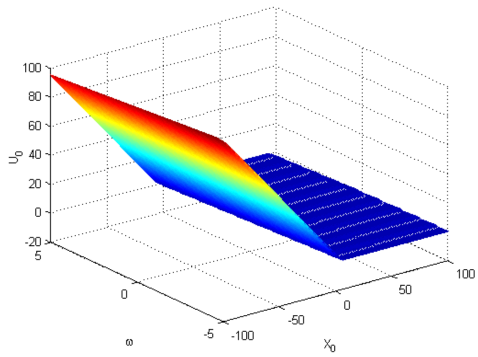


Figura 19 - Gráfico G17 – *k* =0,001 (2)

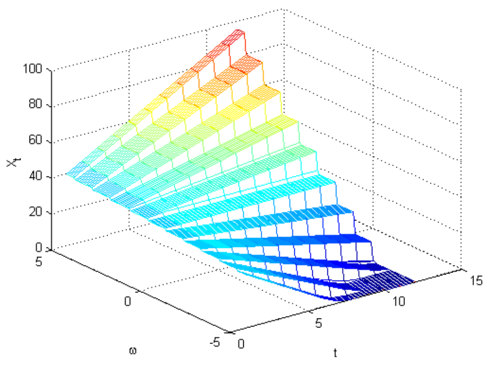


Figura 20 - Gráfico G18 – *k* = 0,001 (3)

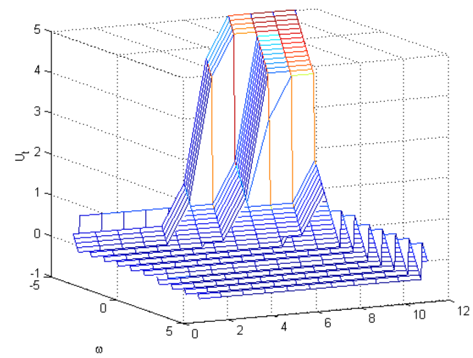


Figura 21 - Gráfico G19 – *k* =0,001 (4)

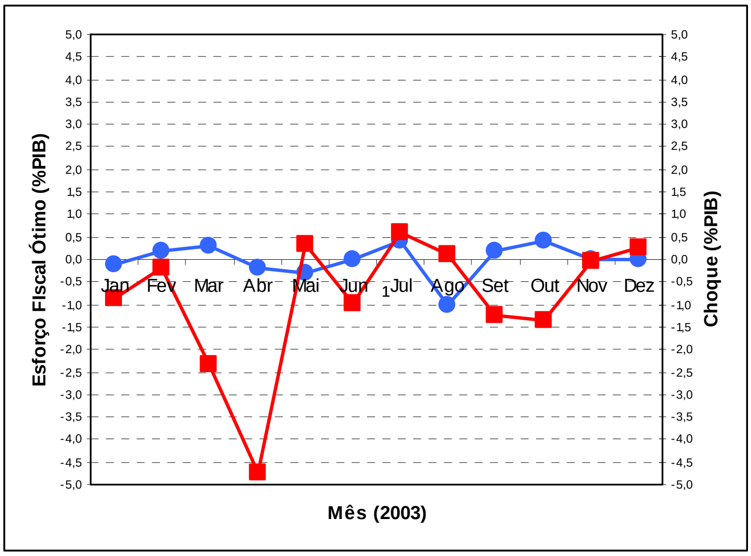


Figura 22 - Gráfico G20 – *k* = 0,001 (5)

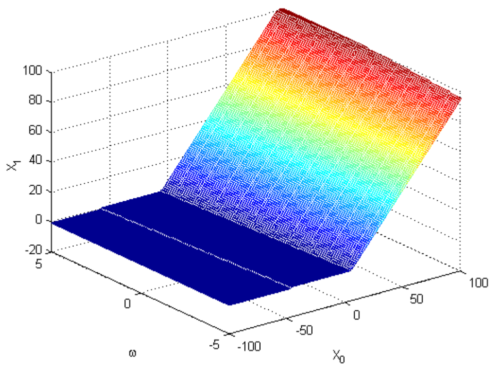


Figura 23 - Gráfico G21 – *k* = 0,01 (1)

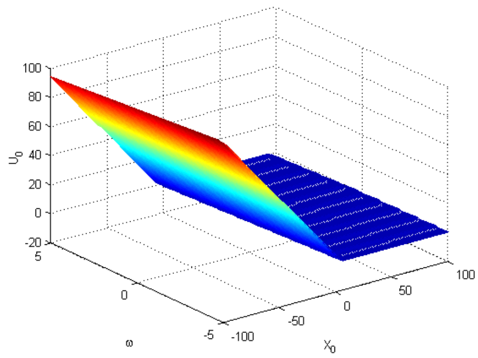


Figura 24 - Gráfico G22 – *k* =0,01 (2)

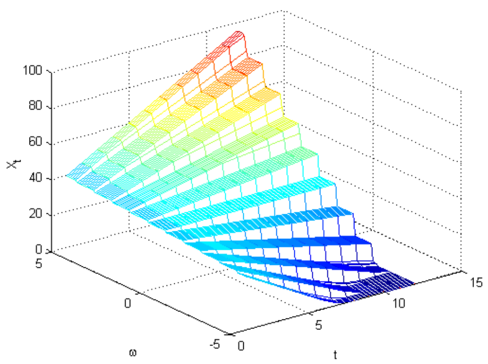


Figura 25 - Gráfico G23 – *k* = 0,01 (3)

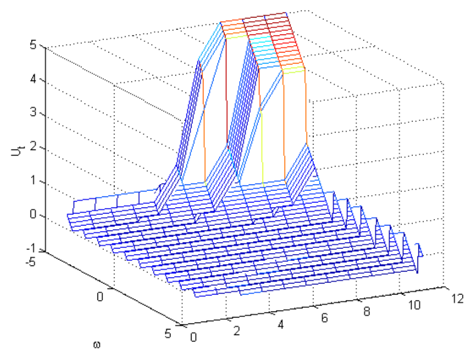


Figura 26 - Gráfico G24 – *k* =0,01 (4)

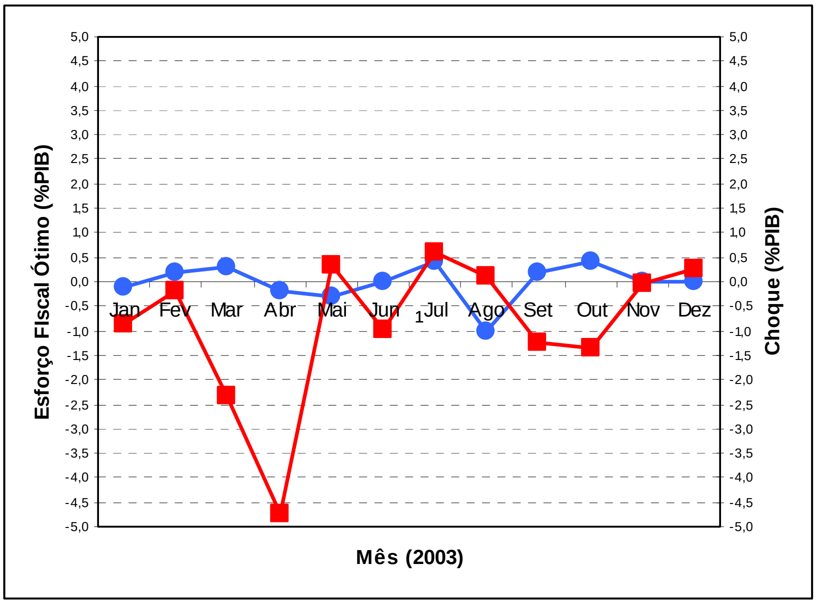


Figura 27 - Gráfico G25 – *k* = 0,01 (5)

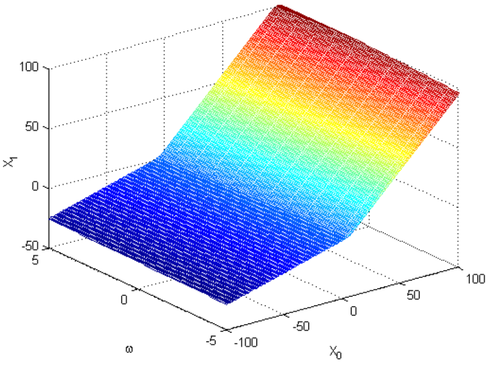


Figura 28 - Gráfico G26 – k = 0,5 (1)

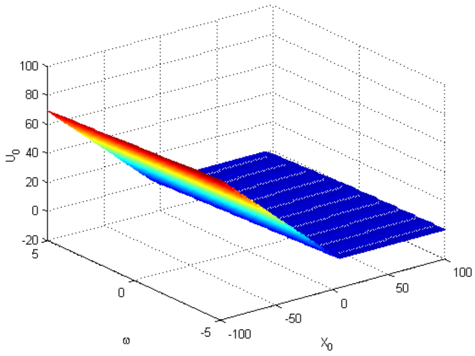


Figura 29 - Gráfico G27 – k =0,5 (2)

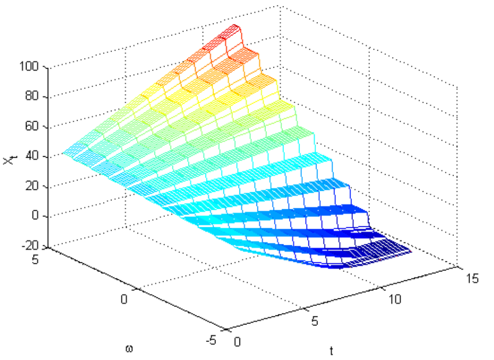


Figura 30 - Gráfico G28 – k = 0,5 (3)

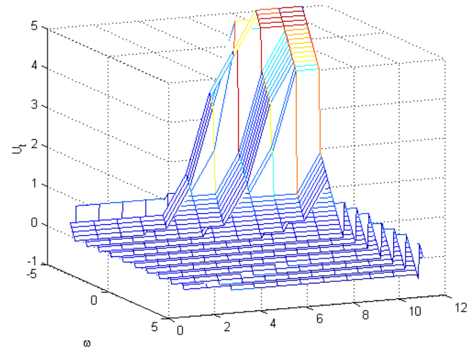


Figura 31 - Gráfico G29 – k =0,5 (4)

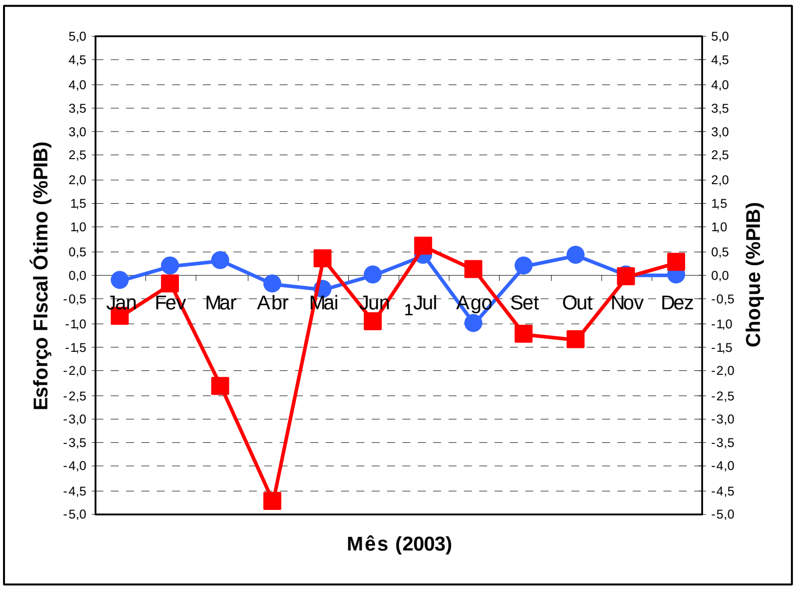


Figura 32 - Gráfico G30 – k = 0,5 (5)

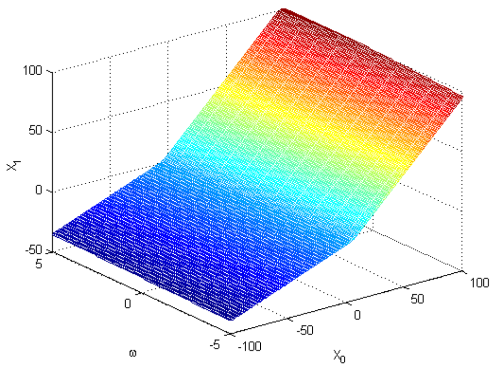


Figura 33 - Gráfico G31 – *k* = 0,9 (1)

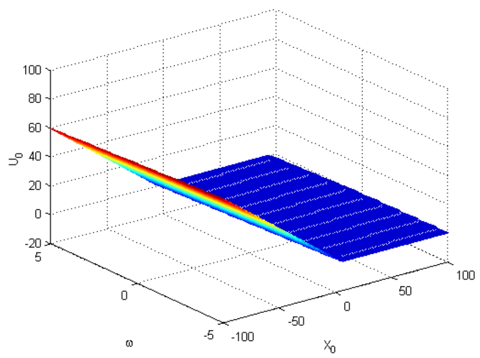


Figura 34 - Gráfico G32 – *k* =0,9 (2)

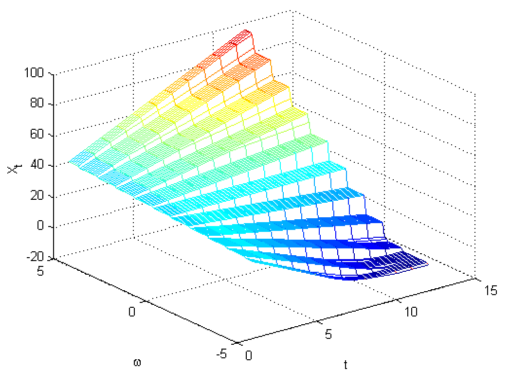


Figura 35 - Gráfico G33 – *k* = 0,9 (3)

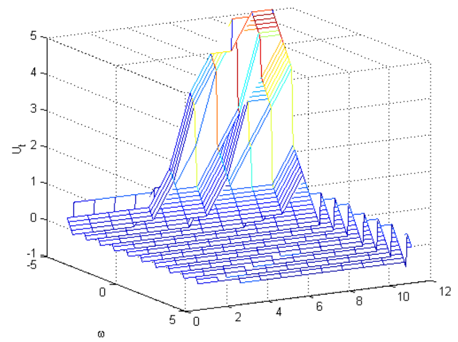


Figura 36 - Gráfico G34 – *k* =0,9 (4)

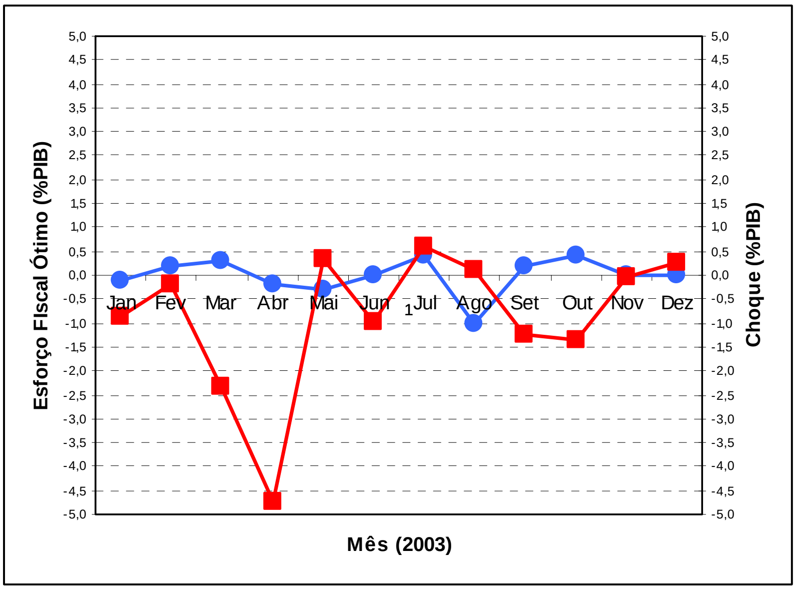


Figura 37 - Gráfico G35 – *k* = 0,9 (5)

Podemos notar, através dos dois primeiros gráficos que descrevem a solução para cada valor de *k*, que quanto mais *k* se aproxima de 1, enquanto mantemos Δ constante em 1, mais a derivada da função política quando $x_0 < 0$ cresce. Este comportamento pode ser interpretado da seguinte forma: quando *k* se aproxima de 1 (fixado Δ=1), mais custoso fica realizar um esforço fiscal unitário como percentual do PIB em relação a ter uma unidade de dívida/PIB em *default*. Logo, aumentando-se *k*, a Autoridade Fiscal escolhe otimamente realizar mais raramente e em menor intensidade esforços fiscais. Este efeito também pode ser observado através dos gráficos (G19), (G24), (G29) e (G34), em que a região onde se realiza esforço fiscal diminui em volume conforme *k* aumenta.

Estas características do comportamento da solução do nosso modelo podem ser interpretadas da seguinte maneira: quando *k* é menor, estamos atribuindo um custo relativo muito maior ao agente do nosso modelo quando este tiver a relação dívida/PIB não sustentável, sendo o custo relativo de realizar esforço fiscal muito mais ameno. Assim, a Autoridade Fiscal, neste caso, não se incomodará, tanto quanto no caso em que *k* é mais alto, em realizar fortes esforços fiscais na forma de superávit como proporção do PIB quando se ver diante desta necessidade. A Autoridade Fiscal sempre preferirá tentar abandonar a situação em que tem a dívida em *default* através da realização de esforço fiscal, no lugar de permanecer sob esta situação por mais tempo.

Os gráficos (G20), (G25), (G30) e (G35), por sua vez, nos mostram que temos a mesma solução em termos do superávit fiscal/PIB ótimo que a Autoridade Fiscal deve realizar para a trajetória de choques fixada (27) em relação ao encontrado na solução inicial. Isto ocorre novamente pelo fato de as variações em *k* não serem suficientes para alterar a escolha da solução ótima, dado que se trabalha com valores discretizados neste modelo.

3.4.
Modificando a Distribuição da Variável Estocástica

É importante relembrar que a solução inicialmente obtida para nosso modelo se baseava em duas importantes hipóteses. Uma delas diz respeito a distribuição de probabilidade de nossa variável estocástica: o serviço da dívida (determinado pela taxa de juros que vigora na economia e tida como um elemento estocástico aos olhos do agente de nosso modelo) e o crescimento do PIB seguem uma distribuição de probabilidade normal de média zero e variância 3,4, onde cada variável é independente e identicamente distribuída. A segunda importante hipótese sobre a qual trabalhamos até este momento diz respeito a como fixamos o limite de sustentabilidade da dívida em nossa economia. Aqui, admitimos que o limite para que a dívida se encontre em condição de sustentabilidade (não-*default*) corresponde ao valor de 100% do valor do PIB da economia.

Realizadas as análises de como a solução de nosso modelo se comporta diante de alterações nos parâmetros "estruturais" do problema (β, k e Δ), passaremos à etapa em que analisaremos possíveis alterações na solução diante de modificações nestas duas hipóteses. Iniciaremos analisando como mudanças na distribuição de probabilidade dos "choques" de serviço da dívida e crescimento do PIB podem influenciar a solução, deixando modificações na outra hipótese para serem enfocadas na seção seguinte.

Para estudarmos como uma diferente parametrização para a distribuição de probabilidade das variáveis estocásticas de nosso modelo pode alterar a solução, fizemos o seguinte exercício: consideramos uma variância três vezes menor e uma variância três vezes maior no algoritmo de iteração da função valor quando caracterizamos os "choques" de serviço de dívida e crescimento do PIB. Assim, uma solução é obtida para ω_t seguindo uma distribuição normal com média zero e variância de 1, ou seja, $\omega_t \sim$ N(0;1), onde cada variável é independente e identicamente distribuída $\forall t \geq 0$. A seguir, obtemos a solução para ω_t seguindo uma distribuição normal com média zero e variância de 10, ou seja, $\omega_t \sim$ N(0;10) onde cada variável é independente e identicamente distribuída $\forall t \geq 0$. Alterar a variância da variável estocástica altera o valor da probabilidade

$$Q^t(\omega_t, d\omega_t) = \Pr(d\omega_t = \omega_1 | \omega_t = \omega_0) \quad (30)$$

necessário para o cálculo de (24) e (25). Sugere-se assim que no primeiro caso, em que a variância é pequena, os serviços da dívida estão muito mais concentrados, próximos à média (zero); serviços da dívida que diferem muito de zero têm probabilidade baixa de ocorrer. O segundo caso trata da consideração justamente oposta: serviços da dívida podem ser bastante diferentes de zero e ainda assim teriam uma probabilidade razoável de ocorrer.

Este exercíco mostrou que alterar o desvio padrão conforme sugerido não altera de forma significativa a solução inicial do modelo, tanto em termos dos gráficos (G1), (G2), (G3) e (G4) como também para a trajetória fixada de serviços da dívida e crescimento do PIB (33), descrito pelo gráfico (G5). Descrevemos abaixo as soluções obtidas. Assim, tanto para choques com distribuição ω_t ~ N(0;1) como para choques com distribuição ω_t ~ N(0;10), continuamos a ter uma solução muito semelhante à solução inicial, quando considerávamos ω_t ~ N(0;3,4) (mantidas as demais parametrizações idênticas àquelas da solução inicial).

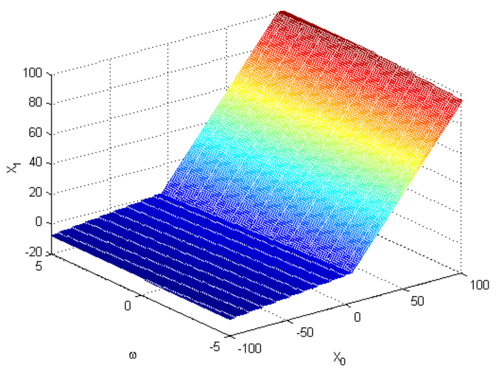


Figura 38 - Gráfico G36 – ω_t ~ N(0;1) (1)

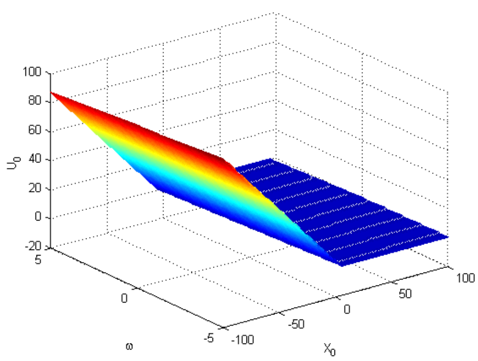
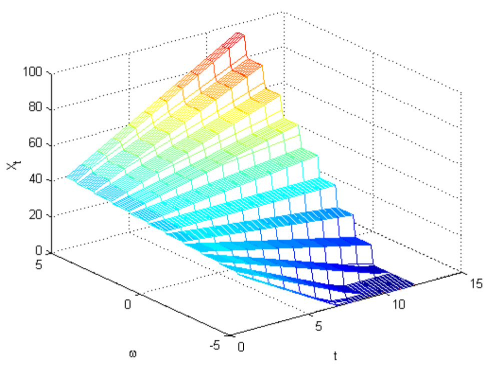


Figura 39 - Gráfico G37 – ω_t ~ N(0;1) (2)



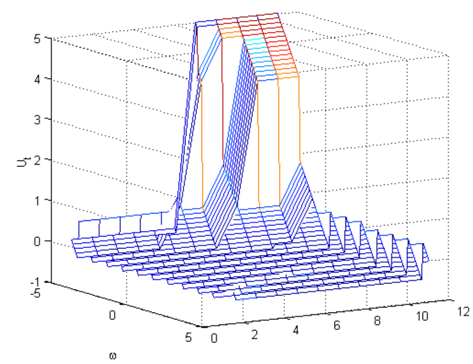


Figura 40 - Gráfico G38 – ω_t ~ N(0;1) (3)

Figura 41 - Gráfico G39 – ω_t ~ N(0;1) (4)

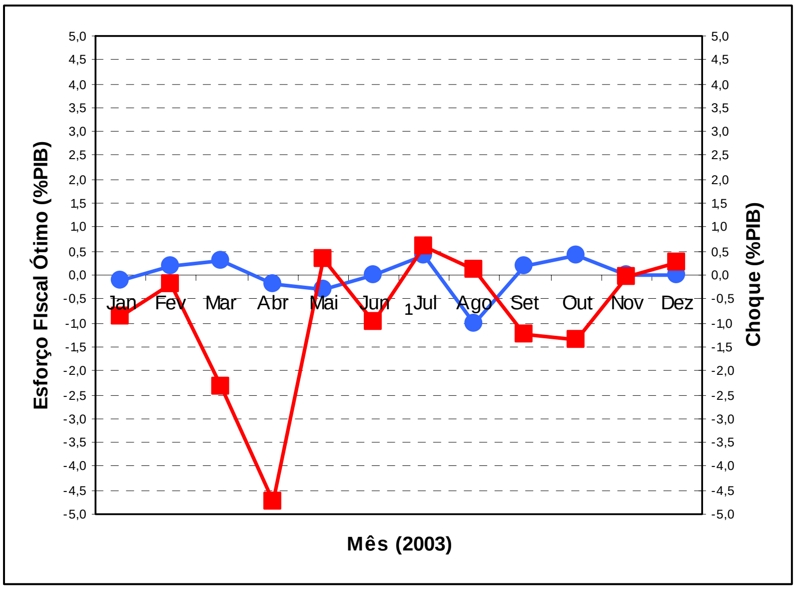
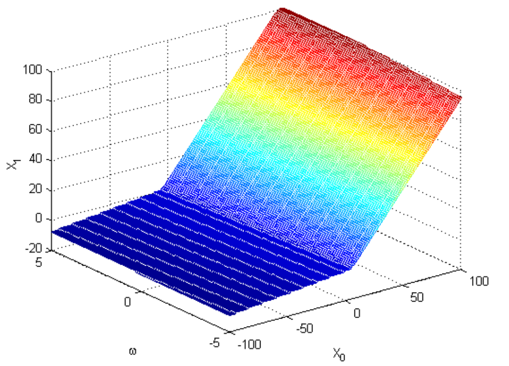


Figura 42 - Gráfico G40 – ω_t ~ N(0;1) (5)



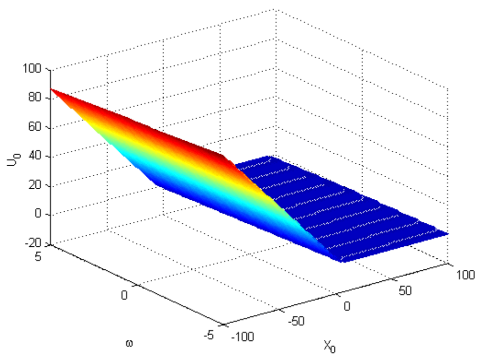
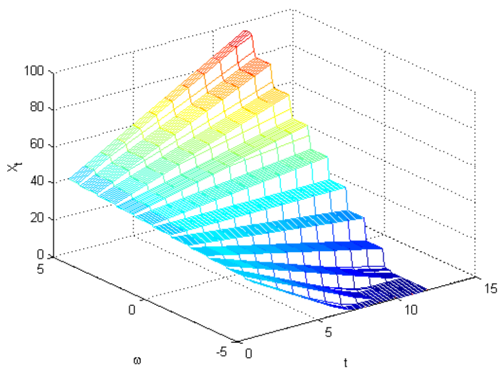


Figura 43 - Gráfico G41 – ω_t ~ N(0;10) (1)

Figura 44 - Gráfico G42 – ω_t ~ N(0;10) (2)



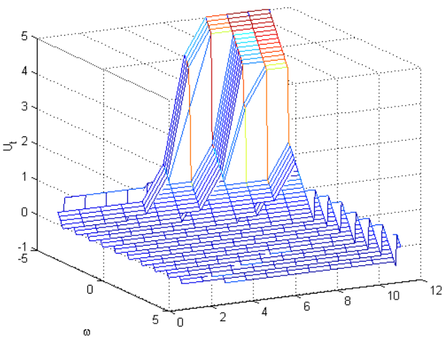


Figura 45 - Gráfico G43 – ω_t ~ N(0;10) (3)

Figura 46 - Gráfico G46 – ω_t ~ N(0;10) (5)

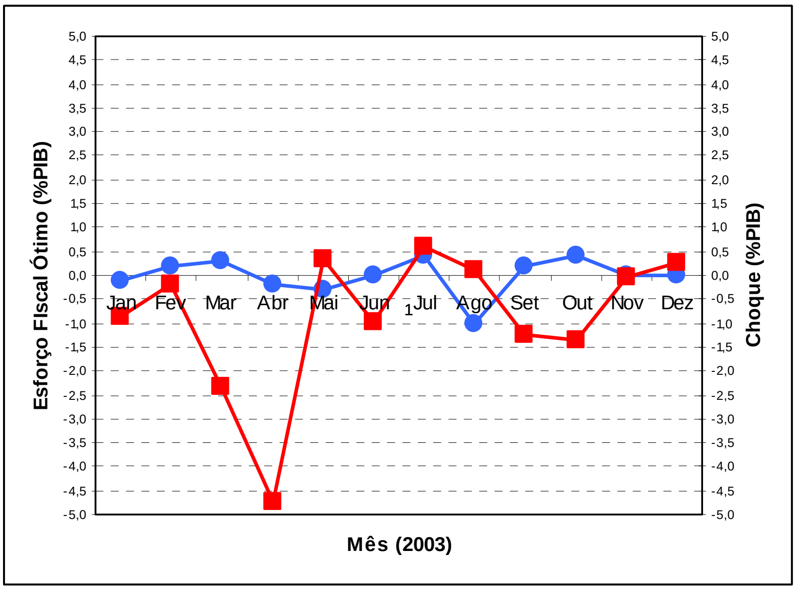


Figura 47 - Gráfico G45 – $\omega_t \sim$ N(0;10) (5)

3.5. Modificando o Limite de Sustentabilidade da Dívida

Até este momento, obtivemos uma solução inicial para nosso modelo e analisamos seu comportamento diante de variações nos parâmetros estruturais do modelo, como também diante de modificações nos parâmetros da distribuição de probabilidade da variável estocástica presente no modelo.

Vamos agora estudar como a solução inicialmente obtida é afetada quando modificamos a hipótese de que o limite para que a dívida se encontre em condição de sustentabilidade (não-*default*) corresponda ao valor de 100% do valor do PIB da economia.

Fixado o *grid* de possíveis valores para a variável de estado determinística *x* (que representa o estoque de dívida/PIB na economia) em $x_t \in [-100;+100]$, a partir dos dados brasileiros representados na tabela 1 vimos que obtivemos $x_0 = 35$ quando assumimos que o valor máximo que pode ser acumulado na relação dívida/PIB nesta economia sem que esta esteja em *default* por ultrapassar o limite de sustentabilidade é de 100%. Quando alteramos a suposição acerca do valor máximo que pode ser acumulado em dívida sem que esta ultrapasse o limite de sustentabilidade, mantendo o *grid* para a variável x em $x_t \in [-100;+100]$, estamos basicamente alterando a transformação dos dados da economia brasileira a partir do qual trabalhamos; ou seja, estaremos normalizando os dados sob o *grid* [-100;+100] para que valores negativos representem o acúmulo de dívida em mais de n por cento do PIB desta economia, para diferentes valores de n.

Basicamente, se nossa variável $x_t \in [-100;+100]$ representa a distância em que o valor da relação dívida/PIB se encontra de seu limite de sustentabilidade, temos que alterar a suposição acerca de qual seria este limite é análogo a alterar o ponto de partida (condição inicial) x_0 a partir do qual o horizonte de nosso problema se prolonga. Como apenas nos importa a distância da dívida/PIB em relação ao seu limite de sustentabilidade, podemos interpretar este exercício tanto como uma variação do limite de sustentabilidade da relação dívida/PIB mantendo-se a condição inicial dívida/PIB da economia constante, ou, da mesma forma, interpretar o exercício como aquele em que se está variando a condição inicial da relação dívida/PIB na economia mantendo-se constante o limite de sustentabilidade de tal relação.

A tabela 2 abaixo nos mostra quais valores de $x_0 \in [-100;+100]$ são obtidos se assumimos, respectivamente, que o valor máximo que o estoque de dívida pode atingir e se manter sustentável for de 70%, 80%, 85%, 90%, 100% e 150% do valor do PIB nesta economia.

Valor do estoque de dívida líquida do setor público consolidado (R$ milhões)	888.894,77	888.894,77	888.894,77	888.894,77	888.894,77	888.894,77
Valor do PIB acumulado nos útlimos 12 meses (R$ milhões)	1.363.081,10	1.363.081,10	1.363.081,10	1.363.081,10	1.363.081,10	1.363.081,10
Valor máximo que o estoque de dívida pode assumir a ainda assim ser sustentável (%PIB)	70%	80%	85%	90%	100%	150%
Valor do estoque de dívida transformado se x varia entre [-100;+100]	5	15	20	25	35	85

Tabela 2 – Modificações no Limite de Sustentabilidade – Fonte: Autor

A solução inicialmente obtida supõe que o estoque da dívida pode atingir um valor máximo de 100% do PIB sem se tornar insustentável. Assim, a seguinte parametrização foi utilizada: $x_0 = 35$, β = 0,9, k = 0,1, $\Delta = 1$ e “choques” do serviço da dívida (em %PIB) e crescimento do PIB que seguem uma distribuição normal com $\omega_t \sim$ N(0;3,4) independente e identicamente distribuídos para $\forall t \geq 0$, sendo fixada uma trajetória

$$\{\omega_t\}_{t\in[1,12]} = \{-0,9;-0,2;-2,3;-4,8;0,3;-1,0;0,6;0,1;-1,2;-1,4;0,0;0,3\}$$

(33)

Nesta etapa do trabalho, vamos modificar a suposição a respeito do valor máximo que o estoque de dívida pode assumir sem ultrapassar o limite de sustentabilidade, alterando portanto o valor de x_0 conforme a tabela 2 acima (mantendo as demais parametrizações que foram utilizadas na obtenção da solução inicial) e estudar como o comportamento da solução inicial se altera.

Uma observação deve ser feita em relação ao comportamento da solução sob o exercício aqui proposto. Os gráficos (G1) e (G2), que retratam a função política ótima invariante no tempo, são representados em função da escolha de x_0, conforme ilustrado pelas equações (28) e (29). Estas representações da solução são alteradas, portanto, apenas diante de variações em β, k, Δ ou dos parâmentros da distribuição de ω_t. Desta forma, diferentes escolhas de x_0, como nos propomos aqui estudar, não alteram os gráficos (G1) ou (G2) em relação àqueles obtidos na solução inicial.

Dada a observação feita acima, vamos apenas analisar aqui modificações no comportamento da solução que ocorrem quando a dimensão temporal é estudada. Este aspecto é representado sob variações dos gráficos nos formatos (G3), (G4) e (G5).

Quando assumimos que o valor do estoque de dívida que ultrapassa 70% do valor do PIB deixa de ser sustentável, temos $x_0 = 5$, e a solução do nosso modelo é a seguinte:

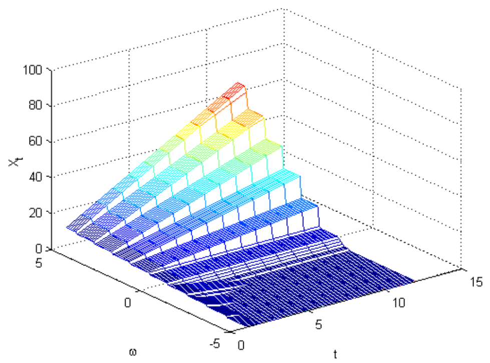


Figura 48 - Gráfico G46 – $x_0 = 5$ (3)

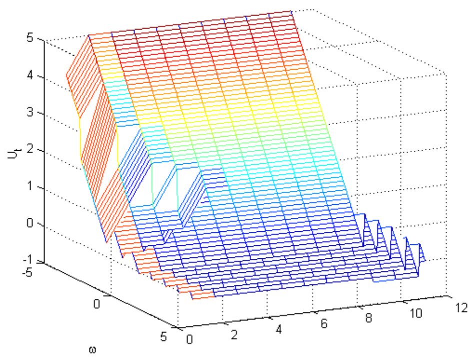


Figura 49 - Gráfico G47 – $x_0 = 5$ (4)

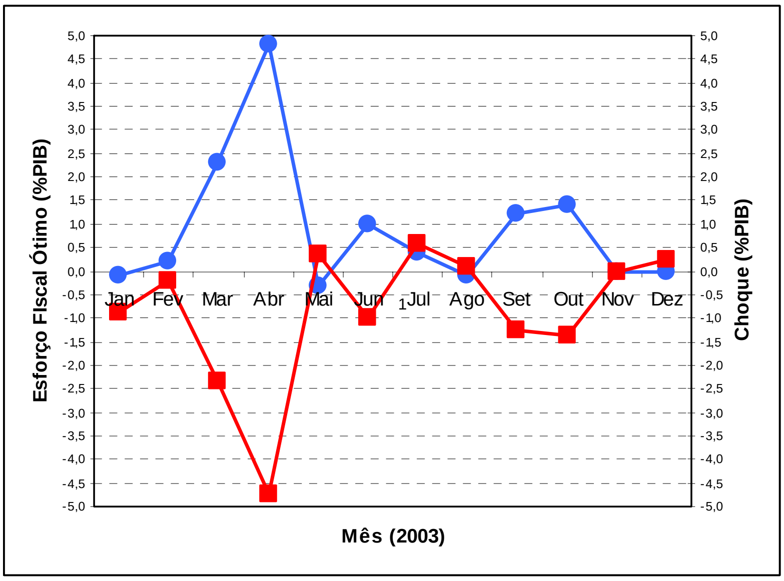


Figura 50 - Gráfico G48 – $x_0 = 5$ (5)

Quando assumimos que o valor do estoque de dívida que ultrapassa 80% do valor do PIB deixa de ser sustentável, temos $x_0 = 15$, e a solução do nosso modelo é a seguinte:

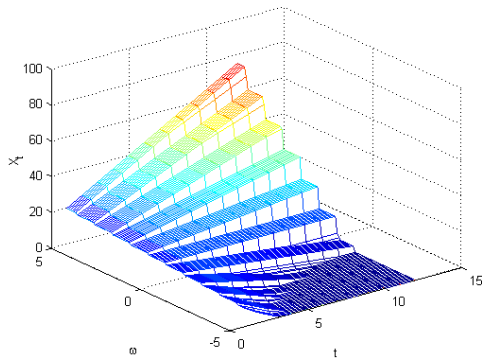


Figura 51 - Gráfico G49 – $x_0 = 15$ (3)

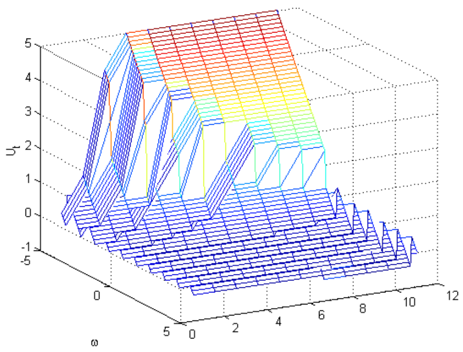


Figura 52 - Gráfico G50 – $x_0 = 15$ (4)

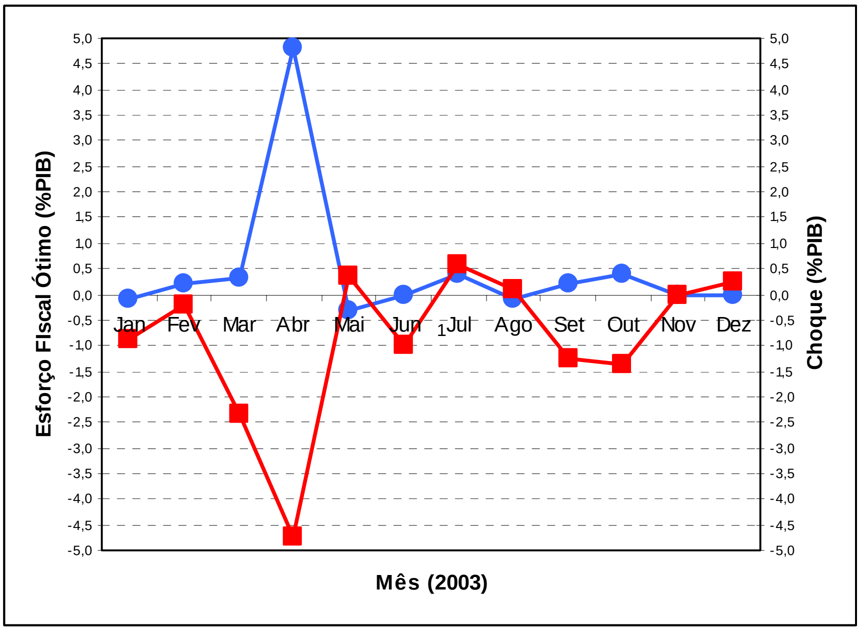


Figura 53 - Gráfico G51 – $x_0 = 15$ (5)

Quando assumimos que o valor do estoque de dívida que ultrapassa 85% do valor do PIB deixa de ser sustentável, temos $x_0 = 20$, e a solução do nosso modelo é a seguinte:

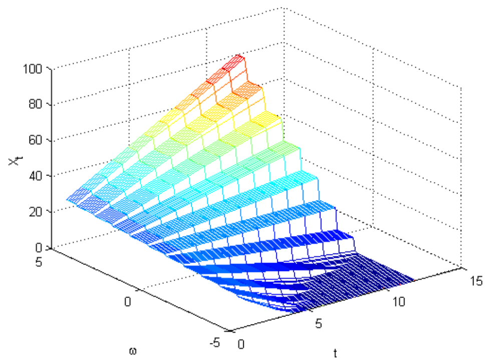


Figura 54 - Gráfico G52 – $x_0 = 20$ (3)

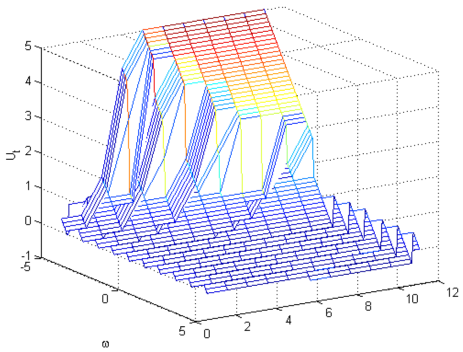


Figura 55 - Gráfico G53 – $x_0 = 20$ (4)

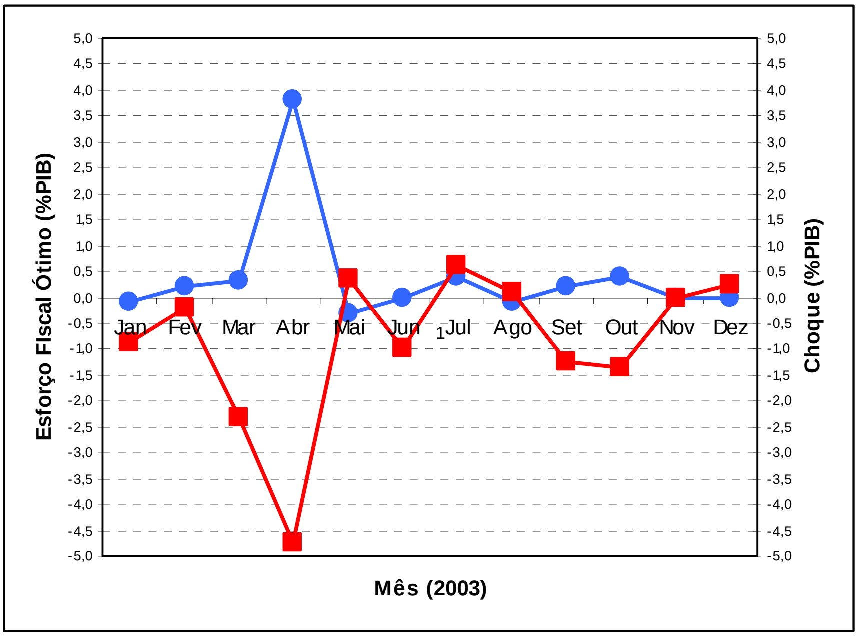


Figura 56 - Gráfico G54 – $x_0 = 20$ (5)

Quando assumimos que o valor do estoque de dívida que ultrapassa 90% do valor do PIB deixa de ser sustentável, temos $x_0 = 25$, e a solução do nosso modelo é a seguinte:

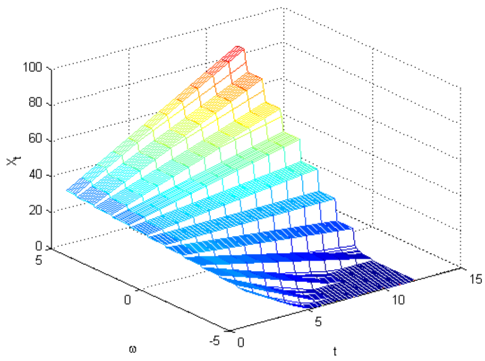


Figura 57 - Gráfico G55 – $x_0 = 25$ (3)

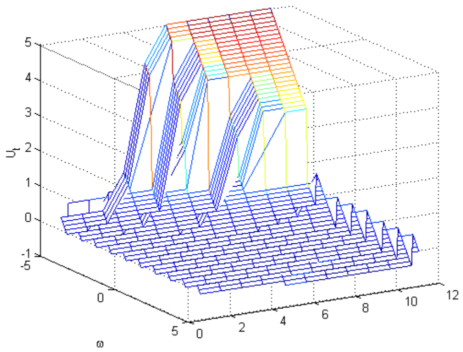


Figura 58 - Gráfico G56 – $x_0 = 25$ (4)

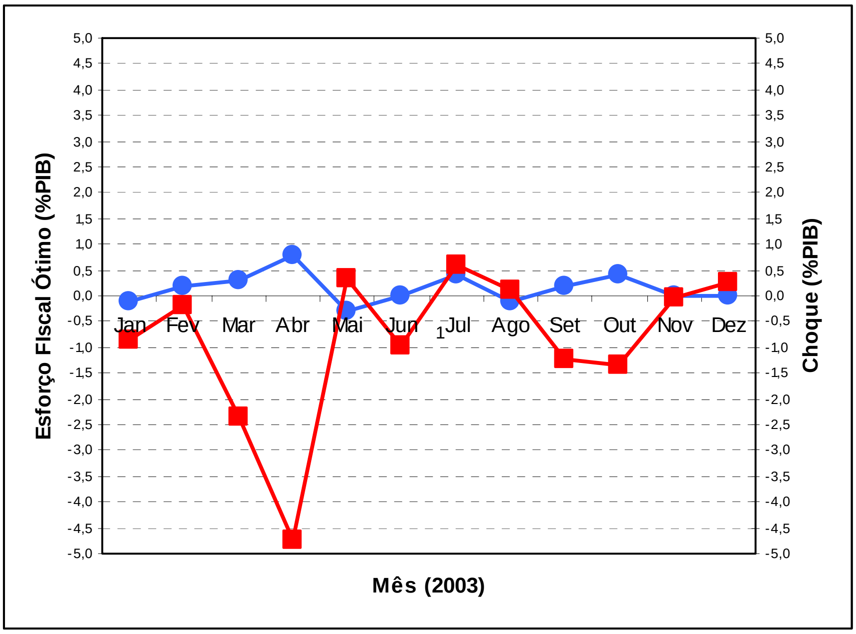


Figura 59 - Gráfico G57 – $x_0 = 25$ (5)

Quando assumimos que o valor do estoque de dívida que ultrapassa 100% do valor do PIB deixa de ser sustentável, temos $x_0 = 35$ (esta é nossa solução inicialmente obtida, novamente representada aqui), e a solução do nosso modelo é a seguinte:

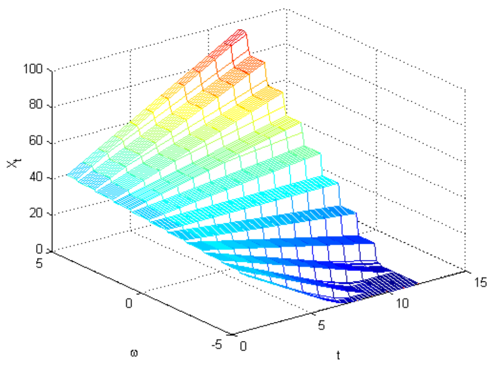


Figura 5 - Gráfico G3 – Solução (3)

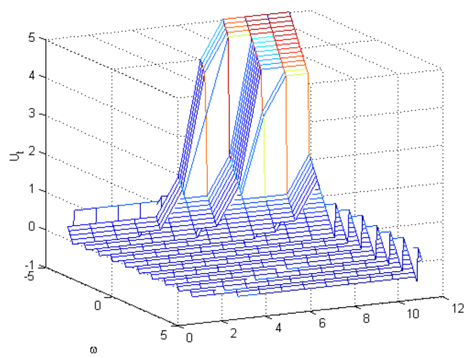


Figura 6 - Gráfico G4 – Solução (4)

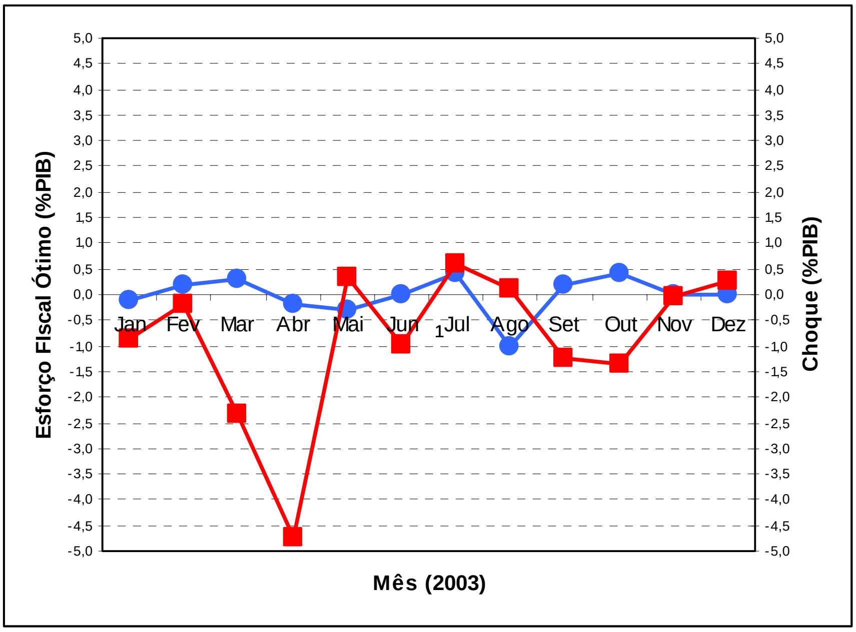


Figura 7 - Gráfico G5 – Solução (5)

Quando assumimos que o valor do estoque de dívida que ultrapassa 150% do valor do PIB deixa de ser sustentável, temos $x_0 = 85$, e a solução do nosso modelo é a seguinte:

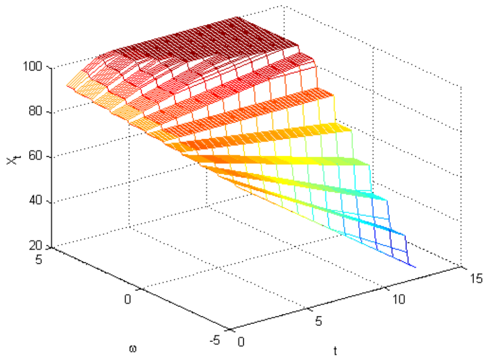


Figura 60 - Gráfico G58 – $x_0 = 85$ (3)

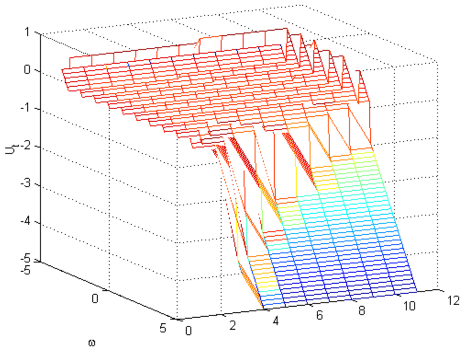


Figura 61 - Gráfico G59 – $x_0 = 85$ (4)

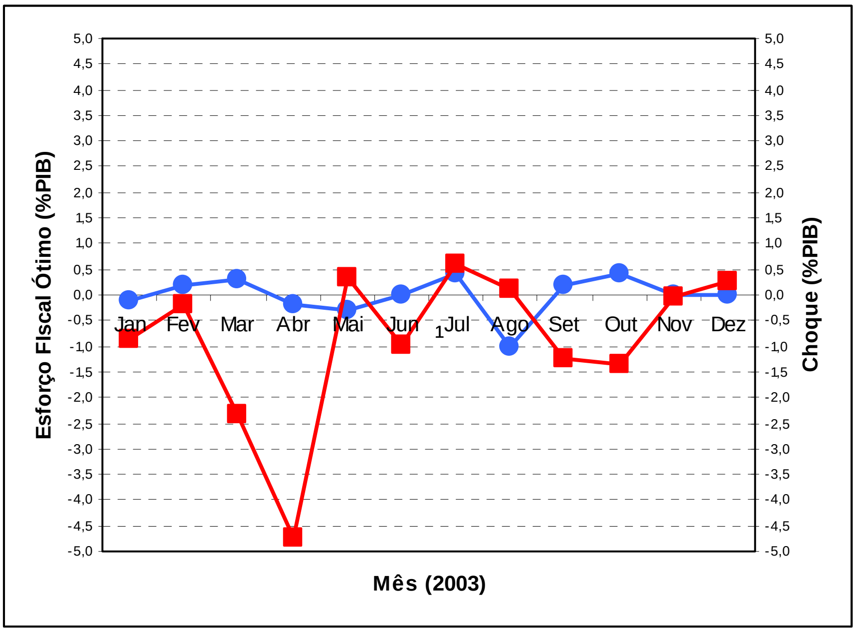


Figura 62 - Gráfico G60 – $x_0 = 85$ (5)

Como podemos ver, as modificações na hipótese que trata do limite de sustentabilidade da dívida são aquelas que mais influenciam a solução de nosso modelo quando desejamos analisar seu aspecto temporal (não mudam a função política ótima invariante no tempo).

Vemos que quanto mais próximo o estoque de dívida/PIB inicial se encontrar do seu limite de sustentabilidade, maior será o esforço fiscal como proporção do PIB que a Autoridade Fiscal deverá realizar otimamente em termos de superávit fiscal durante o horizonte de tempo proposto.

É interessante ainda notar que, no caso em que temos $x_0 = 5$, ou uma proximidade eminentemente perigosa de uma situação de insustentabilidade da dívida/PIB, exige-se otimamente que esforços fiscais mais vigorosos sejam realizados em períodos de tempo mais imediatos. Esta característica nos indica que ao se aproximar do limite de sustentabilidade da dívida, uma situação de "urgência" se impõe sobre a necessidade de realização de esforço (superávit) fiscal como proporção do PIB.

Ainda uma nova observação deve ser feita. No caso em que $x_0 = 85$, observamos a partir do gráfico (G59) que na parte final do horizonte de tempo, para "choques" do serviço de dívida muito positivos, a solução ótima indica realização de esforço fiscal negativo, ou déficit fiscal, por parte da Autoridade Fiscal nesta economia. Esta região, contudo, deve ser desconsiderada, já que este formato para a solução é imposto devido ao fato de o *grid* para a variável de estado x estar definido entre -100 e +100. O que queremos dizer é que a solução se apresenta na forma de esforço fiscal negativo nesta região do gráfico para que a váriavel x não ultrapasse o *grid* definido (teria-se $x > +100$ fora do *grid*).

3.6.
Considerações Finais

Foram realizadas simulações adcionais que não descrevemos aqui neste trabalho para evitar repetições. Os exercícios descritos nas seções 3.3., 3.4. e 3.5. representam os principais casos analisados e aqueles que refletem as principais conclusões a respeito de como a solução inicial pode mudar quando os parâmetros, distribuição da variável estocástica e limite de sustentabilidade da dívida são alterados. Representamos aqui as análises para mudanças em cada um destes elementos a partir da soluçào inicial. Adicionalmente, é de in teresse analisar que efeitos teriam mudanças combinadas nestes elementos. Uma questão, por exemplo, de relevância é verificar a sensibilidade da solução a variações nos parâmetros quando se está em diferentes condições iniciais. Estes exercícios foram realizados, e evitam aqui sua representação pois as conclusões a quel levam não são significativamente diferente daquelas que obtemos realizando as variações nos elementos em separado. Por exemplo, variar os parâmentros tem os mesmo efeitos independentemente da condiçào inicial de que se parte.

Assim, os exercícios aqui descritos podem ser julgados como suficientes para avaliar a sensibilidade da solução para o período e base de dados em questão.

3.7.
O Caso da Economia Brasileira

O modelo apresentado e sua solução nos permite realizar algumas considerações acerca do esforço fiscal que foi realizado no Brasil pelo Governo durante o ano de 2003. Segundo dados fornecidos pelo Banco Central do Brasil, o esforço fiscal na forma de superávit realizado pelo Governo durante o ano de 2003 na economia brasileira se encontra representado na tabela 1. A tabela 3 abaixo apresenta estes dados transformados para um *grid* do estoque da relação dívida/PIB x entre -100 e +100. Supondo que a Autoridade Fiscal na economia brasileira utilize taxa intertemporal de desconto de $\beta = 0,9$ e que o custo unitário de realizar esforço fiscal represente 10% relativamente ao custo unitário de ter a dívida em default (k = 0,1 e Δ=1), também é apresentado na tabela o esforço fiscal ótimo que o modelo fornece em sua solução para o período de 2003 (solução do modelo), para diferentes suposições sobre o limite de sustentabilidade da dívida (lembrando que diferentes suposições para o limite de sustentabilidade da dívida correspondem a diferentes posições iniciais para o estoque da relação dívida/PIB x_0 conforme indica a tabela 2).

	Wt	Ut observado	X0 = 5 Ut teórico	X0 = 15 Ut teórico	X0 = 20 Ut teórico	X0 = 25 Ut teórico	X0 = 35 Ut teórico	X0 = 85 Ut teórico
2003.1	-0,9	0,6	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1
2003.2	-0,2	0,6	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
2003.3	-2,3	0,5	2,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
2003.4	-4,8	0,7	4,8	4,8	3,8	0,8	-0,2	-0,2
2003.5	0,3	0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3
2003.6	-1,0	0,2	1	0	0	0	0	0
2003.7	0,6	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
2003.8	0,1	0,3	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-1	-1
2003.9	-1,2	0,5	1,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
2003.10	-1,4	0,5	1,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
2003.11	0,0	0,4	0	0	0	0	0	0
2003.12	0,3	-0,3	0	0	0	0	0	0
Total 2003	**-10,4**	**4,6**	**10,8**	**5,8**	**4,8**	**1,8**	**-0,1**	**-0,1**

Tabela 3 – Resultados para Diferentes Limites de Sustentabilidade – Fonte: Autor

Podemos, desta maneira, comparar o esforço fiscal na forma de superávit como proporção do PIB que foi de fato realizado na economia brasileira com o esforço fiscal ótimo que obtivemos teoricamente através de nosso modelo.

Comparando o valor total de superávit fiscal como proporção do PIB realizado durante o ano de 2003, observamos através da tabela 3 que se o limite de sustentabilidade da dívida brasileira for superior a 85% do PIB, ou seja, se pode-se acumular um estoque de dívida de 90% do PIB da economia brasileira ou mais sem colocar em risco sua sustentabilidade, o Governo brasileiro realizou ao longo de 2003 um valor total de superávit fiscal acima do ótimo indicado pelo nosso modelo (ótimo teórico). Contudo, se supomos que um estoque de dívida no Brasil maior que 80% do PIB deixa de ser sustentável, observamos que o modelo indica que ao longo de 2003 o superávit que o Governo brasileiro deveria ter realizado de maneira ótima é superior ao montante que foi realizado na prática.

Esta análise nos permite concluir que o Governo brasileiro estaria realizando um nível de esforço fiscal na forma de superávit ao longo de 2003 ótimo, segundo nosso modelo, no caso em que o limite de sustentabilidade da dívida brasileira estivesse em torno de 85% do PIB da economia. Embora o modelo apresentado neste trabalho seja estilizado e relativamente simplista e, desta forma, propõe um arcabouço pouco rigoroso para se realizar inferências sobre a realidade, este tipo de exercício ilustra como podemos buscar conhecer qual seria o montante de esforço fiscal ótimo como proporção do PIB que deve ser realizado em uma economia como a brasileira. Ou ainda, visto de outro ângulo, permite buscar conhecer qual seria o limite de sustentabilidade da relação dívida/PIB no Brasil que justificasse os esforços fiscais em termos de superávit primário que foram realizados ao longo de 2003.