

3 Séries e Estimação

Neste capítulo se procederá para a estimação das versões log-linearizadas da equação de Euler, as curvas (I) e (II) apresentadas no capítulo 2. A seção 3.1 apresenta as séries a serem usadas e uma análise sobre as mesmas. Na seção 3.2, será explorada a formação de expectativas através de um processo de previsão. Também serão testadas as hipóteses de presença de defasagens ou expectativas futuras da taxa de juros na curva (ou seja, a estimação das equações I' e II') e a inserção de uma constante em cada uma das curvas (seção 3.2.2). A seção 3.3 traz a validação dos resultados a partir do uso de bootstrap e validação cruzada.

3.1. Séries

As séries a serem usadas neste trabalho são as seguintes: o desvio padrão divulgado pelo Focus será a nossa proxy para o desvio padrão das expectativas; para a demanda Agregada será usado o índice de Produção Física Industrial (índice de base fixa mensal sem ajuste sazonal), referente à indústria geral. Foi escolhida a série com sazonalidade para que a dessazonalização pudesse ser controlada. Não foi usada uma série de PIB devido à maneira como é calculada a série mensal do mesmo: uma interpolação dos valores trimestrais calculados pelo IBGE. Foi descartada a idéia de se usar a série de serviços, que responde por cerca de 50% do PIB, conjuntamente com uma série de produção industrial, que é de 35% do PIB, porque a série de serviços coletada pelo IBGE também tem frequência trimestral. Desta maneira, para que pudessem ser estimadas regressões com dados mensais, optou-se por tomar somente o índice de produção industrial como proxy para o produto mensal. Como representante da taxa de retorno do ativo sem risco considerado no modelo será usada a taxa Selic (meta) acumulada em cada mês.

A série que irá representar as expectativas pontuais da inflação futura neste trabalho será a série de expectativas proveniente do relatório semanal do Banco Central, o Focus. As justificativas para o uso desta série são: para se ter

expectativas condizentes com o modelo, seria necessário trabalhar com o modelo estrutural completo, o que foge ao escopo deste trabalho; e a alternativa ao modelo completo, bastante explorada, que é a imputação de uma fórmula mecânica à formação das expectativas é ruim por supor que os agentes seguem a fórmula independente de mudanças no ambiente econômico. Outra justificativa para a escolha é o reconhecimento formal existente no relatório, que reporta a cada semana as previsões dos “Top 5”, ou seja, os cinco analistas que mais acertam em suas expectativas, induz nos analistas entrevistados um estímulo para o acerto, de modo a figurar sempre na lista dos melhores. Além disso, apresenta efetivamente um conjunto de expectativas de inflação geradas no mercado, o que é condizente com a proposta do trabalho de formar uma curva independente da política monetária, à medida que não estaremos forçando uma equação para a geração das expectativas de inflação, e sim usando expectativas formadas independentemente pelos agentes. Desta maneira, não será imputada uma fórmula à geração das expectativas de inflação, mas sim esta será tomada como uma variável exógena. A amostra começa em março de 2000, pois as previsões para o IPCA do Focus só começam nesta data.

Após a obtenção das séries explicitadas acima, com exceção da expectativa inflacionária, estimou-se um regressão da variável $\ln(Y_t)$ (logaritmo natural do índice de produção industrial) em uma tendência linear e em 11 variáveis binárias para retirar a sazonalidade presente na série:

$$\ln(y_t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \sum_{k=1}^{11} \alpha_k \text{dummy}_k + \varepsilon_t$$

Os resíduos ε_t desta regressão portanto representam a nossa variável \hat{y}_t , o hiato do produto. A tabela 1 apresenta as principais estatísticas descritivas das séries a serem utilizadas, que vão de Março de 2000 até Agosto de 2003.

É necessário observar mais atentamente a série da taxa Selic, testando a possível existência de uma raiz unitária no processo da mesma. Os testes utilizados para tal verificação serão o de Dickey-Fuller (DF)⁵ e de Phillips-Perron (PP)⁶. Dada a hipótese nula de que existe raiz unitária, uma estatística de teste menor que o valor crítico rejeita tal hipótese. Os testes apontam que há evidência de uma raiz

⁵ Dickey e Fuller (1979)

⁶ Phillips e Perron (1988)

unitária na série (a hipótese nula para a primeira diferença da série é rejeitada). Entretanto, ao extrair uma tendência linear da série, o que se obtém é uma outra sem indícios de raiz unitária (Gráfico 2), desde que o teste inclua pelo menos a constante: para o teste PP, a estatística de teste é $-7,875$, enquanto que o valor crítico a 10% é $-3,189$; para o teste DF, a estatística de teste é $-2,934$ enquanto que o valor crítico é $-2,890$.

O que se pode depreender dos resultados encontrados é que a série da taxa Selic é não estacionária, mas que, retirada uma tendência linear positiva, ela deixa de apresentar indícios de não estacionariedade.

	Média	Desvio Padrão	Assimetria	Curtose
\hat{y}_t	0,00	0,0244	-0,3298	3,111
$E_t[\hat{R}_t]$	0,0148	0,0023	0,9979	2,866
$E_t[\hat{\pi}_{t+1}]$	0,0057	0,0030	1,1324	3,701
σ_t^2	0,1737	0,0744	1,8181	6,489

Tabela 1 – Principais estatísticas das séries

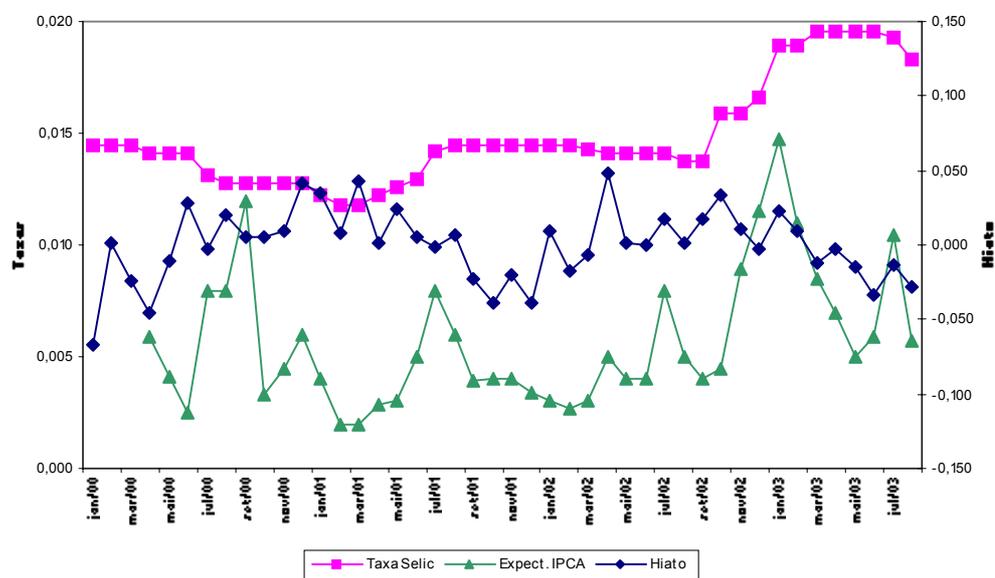


Figura 2 – Hiato do produto, Expectativas do IPCA (Focus) e Taxa Selic

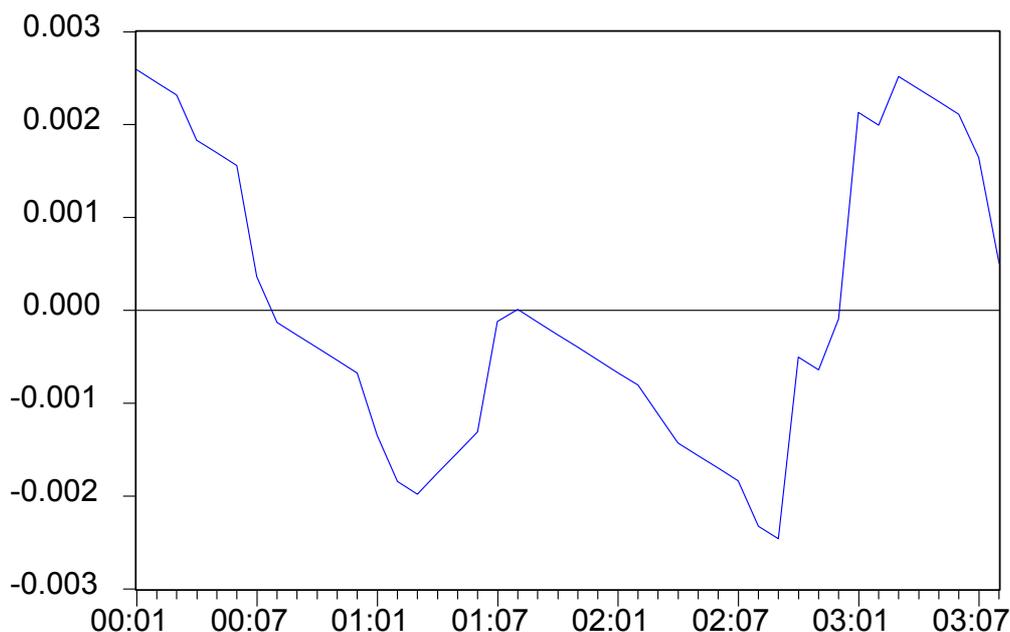


Figura 3 - Série resultante da extração de tendência linear da Selic

3.2.

Método de Previsão e Formação de Expectativas

Nesta seção será imputado um método de formação de expectativas aos agentes, ao invés de supor que os mesmos possuem previsão perfeita. A hipótese de previsão perfeita é bastante utilizada em trabalhos que estimam algum tipo de Curva de Demanda, apesar de pouco crível, pois na economia real os consumidores não conseguem prever perfeitamente o produto. Desta maneira, os agentes se comportarão próximo do que acontece na realidade com a formação de expectativas sobre o produto total na economia: recorrendo a uma previsão k períodos a frente baseada na informação disponível em cada momento, o que inclui os valores passados de todas as variáveis. O método considerado será o Holt-Winters não sazonal (HW)⁷, por estarmos trabalhando com uma série (hiato do produto) cuja tendência e sazonalidades já foram expurgadas. Tornou-se necessário imputar um método de formação de expectativas porque as expectativas do FOCUS para Produto Industrial, que será a proxy usada para produto neste trabalho, só começaram a ser divulgadas a partir de novembro de 2001. Desta maneira, torna-se impossível estimar uma regressão crível, à medida que o número de observações seria bastante reduzido.

⁷ Brown (1962)

A equação do Método de Amortecimento de Holt-Winters é dada por:

$$a_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)[a_{t-1} + b_{t-1}]$$

$$b_t = \beta [a_t - a_{t-1}] + (1 - \beta)b_{t-1}$$

$$\hat{y}_{t+k/t} = a_t + b_t(t+k)$$

onde $\hat{y}_{t+k/t}$ é a previsão k passos à frente em t , α e β são constantes entre zero e um que são calibradas de maneira a gerar o melhor ajuste das previsões.

Observe que o método HW usa a realização da variável em t para a previsão um passo a frente, $t+1$, da variável. Desta maneira, é preciso cuidado na hora da definição de previsão para a nossa estimação. Caso fosse usada a simples previsão um passo a frente, como a variável dependente é usada no cálculo da previsão se criaria um problema de endogeneidade na regressão, pois a variável dependente apareceria dos dois lados da equação. Desta maneira, as previsões a serem usadas nos cálculos a seguir são a expectativa de y_{t+1} em y_{t-1} , de maneira que y_t não entra no cálculo destas expectativas. Esta metodologia, na verdade, está mais de acordo com o que acontece na realidade, pelo menos com a relação ao índice de produção industrial, já que o índice só é divulgado pelo menos dois meses depois do mês de referência.

O gráfico apresenta tanto a série de previsões para a série de produção industrial estimadas pelo método HW (descrito acima) como a série de previsões do Relatório Focus, que só começam em Novembro de 2001. Fica claro que as previsões geradas pelo método HW são menos conservadoras que as previsões do Focus, podendo portanto trazer mais variação para as regressões a serem feitas.

Todas as equações serão estimadas através do método de mínimos quadrados ordinários (MQO). As estimações estão divididas em duas seções: a primeira fará as estimações sob a hipótese de inflação de longo prazo igual a zero, enquanto na segunda as regressões virão acrescidas de uma constante, cuja presença será derivada em modelo dentro da própria seção.

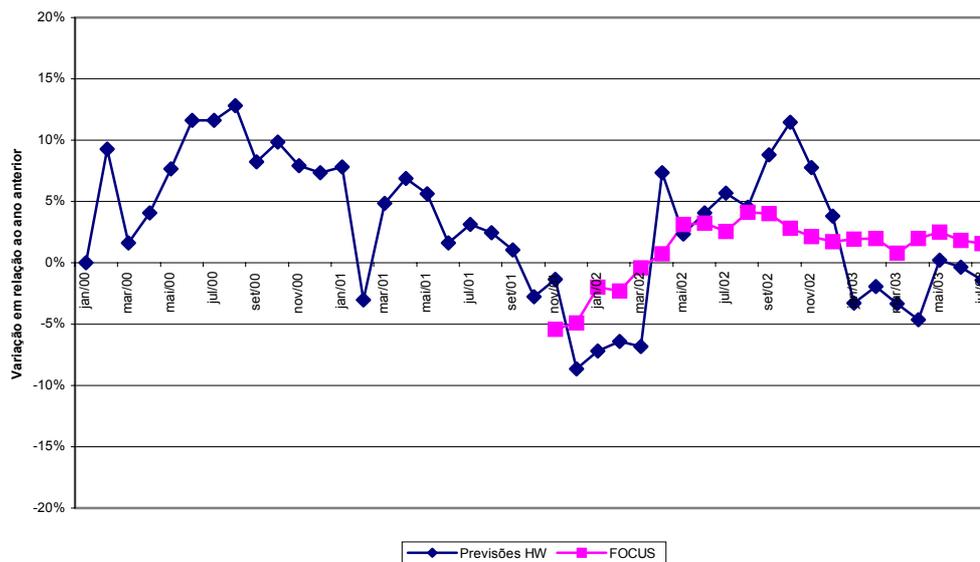


Figura 4 – Previsões HW e Focus

3.2.1. Inflação Zero

As regressões desta seção serão feitas com a hipótese de inflação de equilíbrio igual a zero, que é a hipótese padrão usada na log-linearização da Equação de Euler nos trabalhos que envolvem as equações estruturais⁸. As tabelas apresentam, além dos coeficientes estimados, o R^2 ajustado de cada equação e os p-valores de cada teste (LM, para detectar correlação serial nos resíduos, e ARCH, para testar heterocedasticidade nos resíduos).

Para o caso da equação (I) os resultados podem ser vistos na tabela 2. Os valores entre parênteses são o desvio-padrão dos coeficientes. Os sinais dos coeficientes da inflação e da taxa de juros estão de acordo com o previsto pela teoria. Observe que nenhum dos regressores é significativo a 10%, que será o nível de significância usado nas análises em diante. Vale ressaltar que as variáveis que tem as estatísticas t mais baixas e que portanto indicam ser não significantes para a regressão são as variáveis cujos coeficientes possuem maior variância (principalmente na regressão c/ lags da taxa de juros e I'), o que pode ser uma explicação para tal, devido à baixa precisão na estimação. Os coeficientes apresentam pouca variação entre uma regressão e outra, exceto pelo coeficiente da taxa de juros, que aumenta com a introdução de defasagens e mais ainda com a

curva contendo a curva de juros. Dos sinais previstos pela teoria (ver Apêndice), surgem contradições: o coeficiente da previsão dois passos a frente do hiato do produto não possui nem o sinal contrário e nem é menor em módulo que o coeficiente da primeira defasagem do mesmo e os coeficientes para a inflação e a taxa de juros não são próximos. O único coeficiente que apresenta alguma consistência teórica é o da expectativa do hiato um passo à frente, que é sistematicamente positivo e maior que 1, indicando que há formação de hábito. A introdução das defasagens da taxa de juros na equação gera coeficientes não significantes para todas as variáveis exceto o primeiro lag da taxa de juros. Vale notar que a soma dos coeficientes que dizem respeito à taxa de juros é de -0,031.

Já a equação com a curva de juros tem como único coeficiente significativo o da taxa de juros contemporânea. A formulação teórica prevê que é a curva de juros real que deve aparecer na equação. Entretanto, a inclusão das expectativas de inflação de períodos futuros não gera coeficientes significantes em nenhuma das equações estudadas, nem para as expectativas incluídas e nem para as outras variáveis explicativas. Por esta razão os resultados para tais regressões não serão discutidos, mas sim os resultados das regressões que incluem somente a curva de juros nominais, que apresentaram, como será apresentado adiante, resultados interessantes.

Observe que em todas as regressões da Tabela 2 os teste LM detectaram autocorrelação nos resíduos, principalmente para a primeira defasagem do mesmo. Tal resultado poderá ser minimizado com a introdução da segunda defasagem do hiato, na equação II.

Para o caso da equação (II) foi necessário retirar da estimação as previsões 2 períodos à frente. Como a tentativa de estimar a regressão com as previsões 2 e 3 passos a frente se mostrava impossível, pois tornava a matriz de observações quase singular devido à multicolinearidade existente entre estas previsões, estimou-se a equação com cada um dos regressores separadamente. Os coeficientes e a significância para as duas previsões eram basicamente a mesma (natural, devido a quase igualdade das duas). Os resultados para as regressões com cada uma das previsões separadamente são apresentados na tabela 3. Para as regressões que incluem defasagens da taxa de juros ou previsões das taxas futuras, os

⁸ Ver Rudebusch (2002), Rotemberg e Woodford (1998), Bonomo e Brito (2001)

resultados apresentados são aqueles que foram calculados excluindo a previsão do hiato 2 passos à frente, por economia de espaço, dado que os resultados são iguais para os dois casos.

Como afirmado acima, os coeficientes de todas as variáveis são iguais nas regressões que usam ou a previsão 2 passos a frente do hiato ou a previsão 3 passos a frente, exceção feita somente para os coeficientes destas variáveis.

Na regressão II temos que todas as variáveis exceto as taxas de juros contemporâneas, a taxa de inflação e a variância das expectativas de inflação são significantes ao nível de 10%. A introdução da defasagem de 2 períodos do hiato na regressão teve como consequência coeficientes sensivelmente maiores em módulo para tanto a primeira defasagem do hiato quanto as previsões 1 ou 2 períodos a frente do mesmo. A soma dos coeficientes das previsões do hiato é de 17,16 para os dois casos da equação (com $E_t[\hat{y}_{t+2}]$ ou $E_t[\hat{y}_{t+3}]$). Novamente não se observam relações previstas na teoria entre os coeficientes: em nenhuma das regressões apresentadas o coeficiente da segunda defasagem do hiato possui sinal contrário, apesar de ser maior, ao coeficiente da previsão 3 períodos à frente; entretanto, a previsão do hiato 1 passo à frente é consistentemente maior que 1 e positiva, o que indica que τ é positivo e portanto o consumo do período anterior a t está ligado ao fenômeno da formação de hábito.

Os resultados da regressão que incluem defasagens da taxa de juros corroboram os resultados da regressão II, e enquanto no caso da equação I a inclusão destas variáveis gerou um coeficiente significativo para a primeira defasagem da taxa, no presente caso isto não acontece, permanecendo todas as variáveis de juros (além das expectativas da taxa de inflação e a variância das mesmas), como não significantes. A soma dos coeficientes da taxa de juros contemporânea e suas defasagens é de 0,123.

Quando a regressão em questão é a que possui a curva de juros nominal, os resultados são diferentes dos apresentados até então. As variáveis com coeficientes não significantes são a expectativa da taxa de inflação, sua variância e as expectativas de juros 2 e 3 períodos a frente. Os coeficientes referentes às variáveis de taxas de juros, se somadas, dão o valor de 0,2.

Como esperado, a introdução da segunda defasagem do hiato na equação II acabou com a correlação serial dos resíduos. O teste LM não encontra nenhuma defasagem do resíduo estatisticamente significativa até 6 defasagens.

Da análise acima se conclui que: a expectativa da taxa de inflação não é significativa, assim como sua variância, em nenhuma das regressões apresentadas nas tabelas 1 e 2; a equação II possui um melhor ajuste aos dados do que a equação I e mais variáveis estimadas com coeficientes significantes; a taxa de juros passa a ser significativa quando a curva de juros é incorporada à equação, e portanto as equações I' e II' não são equivalentes às equações I e II. Percebe-se também que os parâmetros são bastante sensíveis à incorporação de uma defasagem na equação (os coeficientes das defasagens do hiato e suas previsões aumentam bastante entre a equação I e a II). A análise dos coeficientes encontrados é seriamente prejudicada pelo fato de a amostra ser muito pequena, e portanto todos os testes de hipótese são bastante suspeitos. O fato de a taxa de juros não ser significativa na maioria das regressões poderia ser explicado por diferentes razões, dentre as quais as principais são a não estacionariedade da série encontrada na análise da seção 3.1 (já que as regressões das tabelas 2 e 3 usam a série de Selic sem o expurgo da tendência) e o período da amostra, que não capta a reversão à média da variável (outra consequência de se ter pequena amostra). A possibilidade de endogeneidade na regressão é excluída porque no momento da decisão, por parte do BC, da taxa Selic, o índice de produção industrial do próprio mês não é conhecido.

O mesmo argumento valeria para as séries das taxas de *swap*, que são as *proxys* utilizadas para a curva de juros. Observe no gráfico 5 que as taxas para swaps de 1, 2 e 3 meses segue basicamente a mesma trajetória da taxa Selic (meta) mensal. Entretanto, como demonstrado nas tabelas 2 e 3, a inclusão da curva de juros nas regressões faz com que a taxa de juros contemporânea apareça como uma variável significativa (assim como a expectativa um passo a frente dos juros no caso da equação II), apesar de ter um sinal positivo. Somando os coeficientes de todas as variáveis que envolvem juros, obtém-se o valor de 0,2.

Analisando-se porém os resultados da tabela 4, que reporta os coeficientes para as equações I e II quando é retirada a tendência linear da taxa de juros, percebe-se que esta nova variável de juros (taxa Selic menos tendência) passa a ter coeficiente significativo, o que não ocorria quando a variável utilizada era somente a taxa de juros. Os coeficientes apresentam sinal negativo e são bastante próximos

para as duas equações, o que também não se verificava no caso inicial. No caso específico da equação I subtraindo a tendência dos juros, a única variável que possui coeficiente significativamente diferente de zero é exatamente a variável de juros. No caso da equação II, todas as variáveis exceto pela expectativa de inflação e sua variância têm coeficientes significantes.

Novamente a equação I apresenta alguma correlação nos resíduos até seis defasagens, que é eliminada com a introdução da segunda defasagem do hiato, na forma da equação II, cujo R^2 ajustado é também maior. Entretanto, quando se adiciona às equações as defasagens da taxa Selic subtraída sua tendência, os coeficientes relacionados às variáveis de juros voltam a ser não significantes, assim como o coeficiente da expectativa da taxa de inflação e sua variância.

O que se conclui da retirada da tendência da série da taxa Selic é que a nova variável de juros resultante deste procedimento passa a ter coeficiente significativo (no caso da equação I, a única variável com esta propriedade) e negativo, até que suas defasagens sejam inseridas na equação. Ou seja, passa a haver evidência a favor do impacto da taxa de juros nominal contemporânea (subtraída a tendência linear) no hiato do produto. Evidência que não existia quando as regressões eram estimadas usando apenas a taxa Selic pura, e que portanto ia de encontro não só ao modelo como à intuição econômica de que a política monetária afeta o produto.

Quando se introduz o EMBI+ Brasil nas regressões (ver Tabela 5), o que se observa é a taxa Selic sendo a única variável com coeficiente significativo para a equação I, que continua apresentando correlação serial nos resíduos. Entretanto, quando a segunda defasagem do hiato do produto aparece na equação, volta-se ao caso da equação II sem o EMBI+ Brasil, ou seja, somente as defasagens e expectativas do hiato do produto possuem coeficientes significativamente diferentes de zero. Este é o mesmo resultado para os casos que incluem defasagens da taxa de juros (inclusive se as defasagens do próprio EMBI+ Brasil são incluídas) ou expectativas da mesma. Portanto, a introdução do EMBI+ não altera de maneira significativa as conclusões das regressões anteriores.

Tabela 2 – Equação I

$\hat{y}_t = \rho_1 \hat{y}_{t-1} + \rho_2 E_t[\hat{y}_{t+1}] + \rho_3 E_t[\hat{y}_{t+2}] + \rho_4 E_t[\hat{R}_t - \hat{\pi}_{t+1}] + \xi_t$			
	(I)	(I) c/ lags de \hat{R}_t	(I')
\hat{y}_{t-1}	-1,164 (0,994)	-0,818 (0,987)	-1,129 (1,008)
$E_t[\hat{y}_{t+1}]$	3,832 (3,470)	3,188 (3,558)	3,535 (3,623)
$E_t[\hat{y}_{t+2}]$	-2,257 (2,476)	-1,932 (2,599)	-2,022 (2,598)
$E_t[\hat{R}_t]$	-0,061 (0,581)	7,842 (6,469)	14,21 (8,193)
$E_t[\hat{\pi}_{t+1}]$	-0,529 (1,948)	-0,301 (1,906)	-0,883 (1,976)
σ_t^2	0,077 (0,149)	0,067 (0,162)	0,096 (0,151)
\hat{R}_{t-1}	-	-13,958 (7,407)	-
\hat{R}_{t-3}	-	6,085 (4,576)	-
$E_t[\hat{R}_{t+1}]$	-	-	-35,81 (26,976)
$E_t[\hat{R}_{t+2}]$	-	-	29,997 (43,674)
$E_t[\hat{R}_{t+3}]$	-	-	-8,49 (24,115)
R^2 ajust.	0,10	0,15	0,10
LM(1)	0,001	0,001	0,014
LM(2)	0,004	0,006	0,051
LM(6)	0,066	0,055	0,217
ARCH(1)	0,175	0,313	0,237
ARCH(2)	0,461	0,677	0,596

Tabela 3 – Equação II

$\hat{y}_t = \gamma_1 \hat{y}_{t-1} + \gamma_2 \hat{y}_{t-2} + \gamma_3 E_t[\hat{y}_{t+1}] + \gamma_4 E_t[\hat{y}_{t+2}] + \gamma_5 E_t[\hat{y}_{t+3}] + \gamma_6 E_t[\hat{R}_t] - \gamma_7 E_t[\hat{\pi}_{t+1}] + \gamma_8 \sigma_t^2$				
	(II)	(II)	(II) c/ lags de \hat{R}_t	(II')
\hat{y}_{t-1}	-14,281 (5,118)	-14,281 (5,118)	-13,173 (5,460)	-15,106 (5,311)
\hat{y}_{t-2}	-2,436 (0,935)	-2,436 (0,935)	-2,240 (0,989)	-2,577 (0,964)
$E_t[\hat{y}_{t+1}]$	34,719 (12,465)	52,280 (18,872)	31,702 (13,338)	36,836 (13,018)
$E_t[\hat{y}_{t+2}]$	-	-35,120 (12,821)	-	-
$E_t[\hat{y}_{t+3}]$	-17,560 (6,410)	-	-15,914 (6,879)	-18,662 (6,711)
$E_t[\hat{R}_t]$	0,110 (0,542)	0,110 (0,542)	5,285 (6,415)	14,961 (8,059)
$E_t[\hat{\pi}_{t+1}]$	-1,555 (1,847)	-1,555 (1,847)	-1,454 (1,949)	-2,023 (1,859)
σ_t^2	0,115 (0,139)	0,115 (0,139)	0,069 (0,152)	0,147 (0,139)
\hat{R}_{t-1}	-	-	-3,867 (9,058)	-
\hat{R}_{t-2}	-	-	-1,295 (6,183)	-
$E_t[\hat{R}_{t+1}]$	-	-	-	-37,677 (24,719)
$E_t[\hat{R}_{t+2}]$	-	-	-	40,580 (40,200)
$E_t[\hat{R}_{t+3}]$	-	-	-	-17,664 (22,354)
R ² ajust.	0,23	0,23	0,20	0,24
LM(1)	0,869	0,896	0,899	0,708
LM(2)	0,934	0,934	0,856	0,914
LM(6)	0,374	0,375	0,242	0,544
ARCH(1)	0,450	0,451	0,604	0,509
ARCH(2)	0,317	0,317	0,448	0,518

Tabela 4 – Equações com Selic sem tendência

	(I) sem tendência	(II) sem tendência	(II) sem tendência com defasagens de juros
\hat{y}_{t-1}	-0,860 (0,963)	-13,006 (4,798)	-11,604 (5,039)
\hat{y}_{t-2}	-	-2,256 (0,875)	-2,012 (0,914)
$E_t[\hat{y}_{t+1}]$	1,973 (3,470)	31,185 (11,707)	27,364 (2,235)
$E_t[\hat{y}_{t+2}]$	-0,932 (2,484)	-	-
$E_t[\hat{y}_{t+3}]$	-	-15,709 (6,028)	-13,614 (6,307)
$E_t[\hat{R}_t]$	-5,525 (2,839)	-5,552 (2,635)	2,966 (5,650)
$E_t[\hat{\pi}_{t+1}]$	0,000 (0,0009)	0,001 (0,0008)	0,000 (0,0006)
σ_t^2	0,109 (0,097)	0,090 (0,090)	-
\hat{R}_{t-1}	-	-	-7,802 (7,061)
\hat{R}_{t-3}	-	-	-0,642 (4,534)
R ² ajust.	0,18	0,30	0,30
LM(1)	0,001	0,504	0,582
LM(2)	0,006	0,786	0,815
LM(6)	0,042	0,380	0,228
ARCH(1)	0,168	0,240	0,674
ARCH(2)	0,354	0,415	0,868

Tabela 5 – Equações com EMBI+ Brasil

	(I)	(II)	(II) com defasagens de juros	(II) com curva de juros
\hat{y}_{t-1}	-0,713 (1,007)	-12,020 (5,047)	-10,403 (5,352)	-13,966 (4,877)
\hat{y}_{t-2}	-	-2,090 (0,916)	-1,812 (0,967)	-2,473 (0,883)
$E_t[\hat{y}_{t+1}]$	2,925 (3,441)	29,625 (12,302)	25,744 (13,036)	35,434 (11,973)
$E_t[\hat{y}_{t+2}]$	-1,878 (2,450)	-	-	-
$E_t[\hat{y}_{t+3}]$	-	-15,130 (6,329)	-13,158 (6,712)	-18,436 (6,188)
$E_t[\hat{R}_t]$	-2,823 (1,579)	-2,429 (1,499)	2,568 (6,851)	11,791 (10,143)
$E_t[\hat{\pi}_{t+1}]$	-0,004 (0,004)	-0,003 (0,004)	-0,003 (0,004)	-0,007 (0,005)
σ_t^2	0,124 (0,121)	0,099 (0,114)	0,088 (0,126)	0,202 (0,113)
$\log(EMBI)$	0,007 (0,010)	0,005 (0,010)	0,004 (0,010)	0,014 (0,019)
\hat{R}_{t-1}	-	-	-7,772 (7,591)	-
\hat{R}_{t-3}	-	-	3,210 (4,707)	-
$E_t[\hat{R}_{t+1}]$	-	-	-	-41,121 (29,941)
$E_t[\hat{R}_{t+2}]$	-	-	-	65,408 (39,774)
$E_t[\hat{R}_{t+3}]$	-	-	-	-41,114 (23,040)
R^2 ajust.	0,15	0,24	0,22	0,35
LM(1)	0,002	0,851	0,452	0,458
LM(2)	0,011	0,952	0,735	0,480
LM(6)	0,110	0,398	0,296	0,067
ARCH(1)	0,263	0,563	0,533	0,222
ARCH(2)	0,650	0,685	0,696	0,501

3.2.2. Introdução da Constante

Até este ponto, considerou-se que a taxa de juros real de equilíbrio, β , e igual a um. Entretanto, tal hipótese pode não se verificar na estrutura da economia brasileira. Por causa disso, torna-se necessário testar o valor da taxa de juros de equilíbrio no formato das equações linearizadas derivadas acima.

Da linearização da equação (I) obtemos:

$$\hat{y}_t = \rho_1 \hat{y}_{t-1} + \rho_2 E_t [\hat{y}_{t+1}] + \rho_3 E_t [\hat{y}_{t+2}] + \rho_4 E_t [\hat{R}_t - \hat{\pi}_{t+1}] + \xi_t$$

onde $\hat{R}_t = \log(R_t) - \log(\bar{R})$ e $\hat{\pi}_{t+1} = \log(\pi_{t+1}) - \log(\bar{\pi})$, e que no equilíbrio

$$\frac{\bar{R}}{\bar{\pi}} = \frac{1}{\beta}, \text{ analogamente ao que acontece na equação II. Como não é possível}$$

haver na economia real taxas de juros nominais negativas, \bar{R} possui um limite inferior igual a 1. Substituindo as definições de \hat{R}_t e $\hat{\pi}_{t+1}$ na equação acima,

obtem-se:

$$\hat{y}_t = \rho_1 \hat{y}_{t-1} + \rho_2 E_t [\hat{y}_{t+1}] + \rho_3 E_t [\hat{y}_{t+2}] + \rho_4 E_t [\log(R_t) - \log(\bar{R}) - \log(\pi_{t+1}) + \log(\bar{\pi})] + \xi_t$$

Porém,

$$\frac{\bar{R}}{\bar{\pi}} = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \log(\bar{R}) - \log(\bar{\pi}) = -\log(\beta)$$

Logo:

$$\begin{aligned} \hat{y}_t &= \rho_1 \hat{y}_{t-1} + \rho_2 E_t [\hat{y}_{t+1}] + \rho_3 E_t [\hat{y}_{t+2}] + \rho_4 E_t [\log(R_t) - \log(\pi_{t+1}) + \log(\beta)] + \xi_t \\ \Rightarrow \hat{y}_t &= C + \rho_1 \hat{y}_{t-1} + \rho_2 E_t [\hat{y}_{t+1}] + \rho_3 E_t [\hat{y}_{t+2}] + \rho_4 E_t [\log(R_t) - \log(\pi_{t+1})] + \xi_t \end{aligned}$$

Onde:

$$C = \rho_4 \cdot \log(\beta)$$

O resultado é o mesmo para a equação II. No caso em que as equações incluem a curva de juros, a constante é:

$$C = \left(\sum_{i=0}^n \gamma_i \right) \cdot \log(\beta)$$

onde γ_i são os coeficientes das n taxas de juros presentes na curva de juros real.

Deste modo, surge na IS intertemporal uma constante que está ligada à taxa de juros real de equilíbrio da economia. A formulação usada para introduzir a constante na equação mais simples é usada de maneira análoga nas equações I e II, uma vez que a única alteração acontece na taxa de juros real.

Dos resultados apresentados na Tabela 6 (onde novamente os valores entre parênteses são o desvio-padrão dos coeficientes), obtemos que a constante c está entre 0,029 e 0,094. Perante o fato de que o coeficiente das expectativas de inflação não é significativo em nenhuma das regressões, e que é necessário dividir o valor da constante pelo coeficiente da taxa de juros real, tomou-se o coeficiente da taxa Selic como o valor referente ao coeficiente da taxa real (nos casos em que é a curva nominal de juros presentes, será usada a soma dos coeficientes das taxas de swap e da Selic). Entretanto, como tais coeficientes são significantes somente no caso da equação II', apenas para esta regressão pode-se confiar na estimativa de β . Levando-se em consideração, apesar da não significância dos coeficientes, todas as estimativas, β varia entre 0,985 e 0,987, o que implica em taxas anuais de desconto entre 19,6% (equação II') e 17,1%. Uma possível explicação para a obtenção de taxas tão elevadas vem das da alta taxa de juros média do período (19,5% a.a.).

Nas equações I e I' a constante é significativa somente na segunda, e seu valor aumenta entre as duas equações (fenômeno que se repete para as equações II e II'), o que é explicado teoricamente pelo fato de ser a soma das variáveis de juros, não somente o coeficiente da taxa Selic, que multiplica $\log(\beta)$ nas regressões com a curva de juros. Nessas equações a primeira defasagem do hiato não é significativa, assim como as previsões 1 e 2 períodos à frente do hiato, a variável de inflação e sua variância. Como nas regressões da seção anterior, a introdução da curva de juros nominal implica na taxa de juros contemporânea sendo significativa, além das expectativas da mesma para o próximo período e 2 períodos à frente. Os resultados se mantêm quando a curva de juros introduzida é a real, mas a regressão perde poder de explicação e a constante deixa de ser significativa.

No caso da regressão II com constante, a constante não é significativa, assim como a taxa de juros contemporânea, a expectativa de inflação e sua variância. Deste modo, temos praticamente a mesma equação sem constante. Já a equação II' tem constante significativa, assim como todas as outras variáveis explicativas,

exceto a expectativa de inflação. Dentre todas as equações testadas esta é a melhor em termos de ajuste aos dados e significância dos coeficientes das variáveis, mas está sujeita às mesmas críticas das equações I e II sem constante: amostras pequenas e variável não estacionária que não é significativa quando está sozinha mas é significativa quando estão presentes expectativas sobre seu futuro. É importante ressaltar que a alteração da amostra (aumento ou diminuição) produz coeficientes significativamente diferentes para todas as equações, e portanto, aliado ao fato das equações serem estimadas com amostras pequenas (e portanto os resultados da teoria assintótica não se aplicam), tem-se que os coeficientes são muito sensíveis à amostra.

É interessante observar que, enquanto as equações I e I' com constante apresentam, como no caso onde não possuem constante, correlação com a primeira defasagem do resíduo, e a equação II com constante não possui tal correlação, a equação II' com constante apresenta correlação com até 6 defasagens dos resíduos, especificamente com a terceira e quarta defasagem.

Note, entretanto, que a o formato das equações I' e II' passam a incluir expectativas sobre o hiato para um futuro cada vez mais distante, substituindo paulatinamente as expectativas 1 e 2 passos a frente. Desta maneira, supondo que os choques que se abatem sobre a economia não são estimáveis com mais de três períodos de antecedência, pode-se considerar que a expectativa de hiato três passos à frente e em diante é zero, ou seja, os agentes esperam que a economia esteja igual ao seu nível potencial. Desta maneira, o hiato contemporâneo passaria a ser uma função somente da curva de juros e de suas defasagens. Na tabela 7 abaixo foi testada esta possibilidade. Os resultados são diferentes principalmente para a equação II', pois enquanto na tabela 6 a maioria dos coeficientes é significativa, quando as expectativas futuras do hiato são retiradas as únicas variáveis com coeficientes estatisticamente diferentes de zero são a constante, a taxa de juros contemporânea e sua expectativa um período à frente, assim como para a equação I'. Logo, no caso da equação I' os resultados são os mesmos, em termos da significância das variáveis, enquanto que na equação II' os resultados pioram. Note que os valores dos coeficientes para as duas equações são bastante próximos, apesar da introdução da segunda defasagem na equação II'.

É difícil fazer interpretações sobre os valores dos coeficientes, pois são funções dos coeficientes da equação I (no caso da equação I') ou da equação II

(no caso da equação II), de modo que análises à maneira da feita no Apêndice se tornam difíceis.

As regressões com a retirada da tendência da taxa de juros e inserção do índice EMBI+ não se alteram com a introdução da constante, que não é significativa em nenhuma das regressões. Como os valores dos coeficientes praticamente não mudam, assim como a significância dos mesmos, a apresentação dos resultados destas regressões serão suprimidos.

Tabela 6 – Equações I e II

	(I)	(I) c/ curva	(II)	(II) c/ curva
C	0,044 (0,028)	0,094 (2,696)	0,029 (0,028)	0,084 (0,032)
y_{t-1}	-0,606 (1,036)	-0,225 (-0,230)	-12,547 (5,366)	-12,748 (4,965)
\hat{y}_{t-2}	-	-	-2,182 (0,964)	-2,291 (0,893)
$E_t[\hat{y}_{t+1}]$	3,277 (3,415)	4,160 (1,252)	31,003 (12,930)	32,957 (2,057)
$E_t[\hat{y}_{t+2}]$	-2,288 (2,424)	-3,421 (-1,406)	-	-
$E_t[y_{t+3}]$	-	-	-15,853 (6,600)	-17,323 (6,189)
$E_t[\hat{R}_t]$	-3,295 (2,121)	16,789 (2,073)	-2,015 (2,082)	17,175 (7,456)
$E_t[\hat{\pi}_{t+1}]$	0,179 (1,960)	0,245 (0,133)	-0,986 (1,921)	-0,891 (1,764)
σ_t^2	0,105 (0,147)	0,193 (1,351)	0,129 (0,139)	0,227 (0,132)
$E_t[\hat{R}_{t+1}]$	-	-60,022 (-2,286)	-	-59,036 (24,169)
$E_t[R_{t+2}]$	-	74,816 (1,729)	-	79,325 (39,861)
$E_t[\hat{R}_{t+3}]$	-	-38,086 (-1,546)	-	-43,006 (22,757)
R^2 ajust.	0,14	0,25	0,23	0,36
LM(1)	0,008	0,055	0,833	0,346
LM(2)	0,032	0,123	0,922	0,551
LM(6)	0,144	0,161	0,333	0,07
ARCH(1)	0,211	0,111	0,457	0,155
ARCH(2)	0,573	0,139	0,532	0,389

Tabela 7 – Equações I e II sem expectativas de hiato

	(I')	(II') até 4 meses	(II') até 3 meses
C	0,066 (0,024)	0,063 (0,025)	0,066 (0,024)
\hat{y}_{t-1}	0,245 (0,158)	0,224 (0,164)	0,215 (0,160)
\hat{y}_{t-2}	-	0,096 (0,162)	0,089 (0,159)
$E_t[\hat{R}_t]$	15,935 (8,230)	15,932 (8,314)	15,954 (8,202)
$E_t[\hat{\pi}_{t+1}]$	-0,452 (1,869)	-0,470 (1,888)	-0,303 (1,812)
σ_t^2	0,220 (0,157)	0,209 (0,159)	0,186 (0,145)
$E_t[\hat{R}_{t+1}]$	-53,400 (26,122)	-52,483 (8,314)	-53,368 (25,977)
$E_t[R_{t+2}]$	67,884 (49,676)	69,603 (50,267)	59,510 (42,070)
$E_t[\hat{R}_{t+3}]$	-44,435 (62,509)	-49,151 (63,644)	-26,739 (23,308)
$E_t[\hat{R}_{t+4}]$	9,301 (30,024)	11,595 (30,575)	-
R^2 ajust.	0,22	0,20	0,22
LM(1)	0,020	0,010	0,007
LM(2)	0,035	0,021	0,016
LM(6)	0,125	0,090	0,068
ARCH(1)	0,131	0,165	0,166
ARCH(2)	0,301	0,306	0,269

3.3. Verificação dos Resultados

Nesta seção a importância das críticas descritas acima será avaliada. Inicialmente será testada a importância da micronumerosidade nos resultados encontrados através de Bootstrap, e em seguida será avaliada a robustez dos coeficientes com uma análise de validação cruzada.

3.3.1. Bootstrap

O bootstrap permite fazer testes de hipótese mais confiáveis, uma vez que pequenas amostras como a deste trabalho podem gerar resultados viesados⁹. Os histogramas resultantes do Bootstrap para os coeficientes das equações I, II, I e II com coeficiente e II' com e sem coeficiente se encontram no final do trabalho. A partir da distribuição estimada foram calculados o 10º e o 90º percentis, de modo a estabelecer o intervalo de confiança de 90%. Se o zero se encontrasse dentro do intervalo calculado, então o coeficiente em questão não é considerado estatisticamente diferente de zero (não significativo), e caso contrário, o coeficiente é considerado significativamente diferente de zero.

A primeira observação relevante é a de que a maioria dos coeficientes apresenta distribuições que se parecem bastante com uma normal, fato não trivial e não necessariamente esperado. Os resultados para as equações I e II (tanto para a versão com $E_t[\hat{y}_{t+2}]$ quanto para a versão com $E_t[\hat{y}_{t+3}]$) corroboram os resultados obtidos nas regressões apresentadas acima. A equação I não apresenta nenhum coeficiente significativo, e os valores das regressões da seção 4.3.1 são ligeiramente diferentes das médias das distribuições encontradas. Para a equação II em suas duas versões, as variáveis que apresentam coeficientes significantes são as mesmas, e os valores são bastantes próximos para todas, exceto para as previsões do hiato na equação com $E_t[\hat{y}_{t+2}]$, onde as médias do bootstrap são sistematicamente menores que as estimativas por MQO.

Quando ambas as equações possuem constante, os resultados do bootstrap são praticamente os mesmos, tanto para os valores dos coeficientes (com

⁹ Efron e Tibshirani (1993); Hamilton (1994), capítulo 11.

diferenças pequenas em algumas variáveis), quanto em relação à significância dos parâmetros. Os resultados para as equações I' e II' confirmaram as conclusões já obtidas nas regressões anteriores, ou seja, a introdução das expectativas futuras da taxa de juros faz com que a taxa Selic para o mês seja considerada estatisticamente diferente de zero, assim como as defasagens e as previsões do hiato, mesmo que a curva de juros não seja significativa (o que ocorre quando as regressões não possuem constante). Quando há a presença de constante, todas as variáveis, exceto a expectativa da taxa de inflação, têm coeficientes considerados significantes.

A conclusão desta seção é que o fato de as regressões estarem sendo feitas com uma amostra pequena não invalida as conclusões a respeito da significância das variáveis obtidas a partir das estimações por MQO. Entretanto, ficam mantidas as críticas em relação à amostra que dizem respeito à dificuldade de se regredir uma variável estacionária em uma variável como a taxa de juros que é controlada e que tem uma raiz unitária, quando a tendência não é excluída da série da taxa Selic.

3.3.2. Validação Cruzada

Nesta seção será testada a sensibilidade das estimativas à amostra. Isto será feito a partir de uma técnica chamada validação cruzada, que se resume à retirada de n períodos (ou seja, dos regressores e da variável dependente de cada período n escolhido) da amostra e a consequente estimação dos coeficientes por MQO. Se os coeficientes são robustos, a retirada de algumas observações da amostra não deveria alterar significativamente o valor das estimativas. Inicialmente a análise será feita com a retirada de uma observação, e em seguida com a escolha aleatória (e sem reposição) de quaisquer duas observações.

O que se encontra nos histogramas é alguma dispersão para o resto dos coeficientes e uma grande dispersão para os coeficientes da taxa Selic e da expectativa de inflação. Nas equações I e II, o coeficiente para a variância das expectativas de inflação é o que parece ter valores sempre muito próximos, mesmo com a presença da constante. Na equação I, sem e com constante, como os valores dos coeficientes das variáveis que envolvem ou defasagens ou expectativas do hiato são grandes em relação aos valores para a taxa de juros e

expectativas de inflação, pode ser que a dispersão pareça maior. Entretanto, os coeficientes para estas duas variáveis apresentam valores extremos em maior quantidade que as outras variáveis. Quando a constante é inserida, este problema permanece, e a mesma demonstra também ser pouco sensível a alterações na amostra. Na equação II, os valores dos coeficientes das expectativas do hiato são muito maiores que na equação I, e portanto a dispersão absoluta também é. Note que na equação que inclui a constante a dispersão dos valores para a primeira defasagem do hiato também aumenta bastante. Novamente a constante não tem seu valor tão alterado quando a amostra muda (mas vale lembrar que nestas regressões a constante não é significativa).

Quando se avalia a equação II', observa-se que a dispersão para a primeira defasagem e as expectativas de hiatos futuros é grande em termos de valor absoluto. Já as expectativas de taxa de juros futuras apresentam grande dispersão (com uma banda de variação de tamanho igual a 20), apesar de seus coeficientes serem grandes, em relação, por exemplo, ao coeficiente da variância da expectativa de inflação (que tem a maioria de seu valor em uma banda de tamanho 0,06). Se a constante está presente, nota-se que sua dispersão é pequena, dada a escala (todos os valores entre 0,065 e 0,105). As variáveis que apresentam maior dispersão dos valores de seus coeficientes são a expectativa do hiato três períodos a frente, a primeira defasagem do hiato e as expectativas de taxas de juros futuras (que têm bandas de variação de tamanhos que variam entre 6 e 20, para as últimas). Já a taxa de juros contemporânea e a expectativa da taxa de inflação têm banda de variação em torno de 1, o que é uma variação pequena em comparação com as variáveis já citadas.

Da análise acima se conclui que, primeiramente, em termos dos tamanhos absolutos das bandas de variação, as defasagens do hiato, as expectativas de hiato e taxas de juros futuras parecem ser mais sensíveis à mudanças na amostra do que a taxa de juros contemporânea, a expectativa de inflação (que não é significativa em nenhuma regressão), sua variância e a constante. Desta maneira, pode-se concluir que estas últimas variáveis são mais robustas à amostra que as anteriores, e que portanto a não significância das mesmas não pode ser explicada pelo fato de haver uma ou duas observações anormais.