

2. Referencial Teórico

2.1.A Regra Clássica ou Teoria Ortodoxa

A economia define investimento como ato de incorrer em custos na expectativa de recompensas futuras. Como, por exemplo, firmas que constroem fábricas e instalam equipamentos, comerciantes que investem em estoque de bens para revenda e, empresas que compram terrenos urbanos para construir e vender apartamentos.

A decisão de investimento em empresas segue, segundo Copeland & Antikarov (2001), o “princípio da separação” que revela que os acionistas de uma empresa concordarão, independente de suas taxas de preferência temporal, que os executivos da empresa devem maximizar a riqueza dos acionistas, fazendo investimentos que retornem pelo menos o custo de oportunidade do capital. Assim sendo, a decisão de investimento nas empresas diz que o gerente deve investir sempre que os benefícios esperados do projeto sejam maiores do que os custos envolvidos na sua implantação remunerados pelo custo de oportunidade. Esses custos e benefícios futuros devem ser expressos em termos de caixa e a preços correntes, isto é, devem ser descontados da data em que efetivamente irão ocorrer até a presente data, mediante uma taxa que reflita o custo de capital da empresa e o risco do empreendimento. De forma matemática, investe-se se $VPL > 0$ e temos:

$$VPL = \frac{\sum FC_t}{(1+k)^t} - \frac{\sum I_t}{(1+k)^t} \quad (\text{eq. 1})$$

Essa regra, conhecida como método do Fluxo de Caixa Descontado (FCD) ou método do Valor Presente Líquido (VPL), tem sido a base teórica das decisões de investimento dos últimos 50, 60 anos. Esta norma é utilizada na maioria dos negócios (Graham & Harvey 2001) e largamente ensinada no meio

acadêmico, em cursos de finanças, e se baseia em algumas premissas implícitas:

- O investimento no projeto é reversível, o que significa que de alguma forma pode ser desfeito e as despesas incorridas poderão ser recuperadas no futuro, caso a empresa desista do projeto devido a condições de mercado piores do que as antecipadas ou projetadas.
- O investimento no projeto é irreversível, no entanto, a oportunidade de investimento é inadiável, ou seja, ou se realiza o projeto agora ou nunca será realizado.

O problema é que essas premissas implícitas têm um efeito importante na decisão de investimento, mas raramente se verificam na prática. Essa teoria, conforme atestam Dixit & Pindyck (1994), não reconhece a importância combinada dos efeitos de interação entre irreversibilidade, incerteza e *timing*, capazes de aumentar o valor de um projeto. Ainda segundo os autores, a maioria das decisões de investimento partilha de três importantes características em diversos graus:

- O investimento é parcialmente ou completamente irreversível. Em outras palavras, o custo inicial do investimento é pelo menos parcialmente perdido, e não se pode recuperá-lo totalmente caso ocorra uma mudança de planos.
- Existem incertezas acerca das futuras recompensas pelo investimento. O melhor que pode ser feito é avaliar as probabilidades de diferentes resultados, os quais significam maiores ou menores retornos e até mesmo a perda parcial ou total do investimento.
- Existe alguma flexibilidade em relação ao *timing* do investimento. Pode-se adiar a ação até se obter mais informações (cabe observar que a informação nunca será completa de modo a eliminar toda a incerteza).

Em termos da irreversibilidade dos investimentos, pode-se verificar que estes contemplam sempre algum custo “afundado”, ou seja, a maioria dos investimentos em projetos é total ou parcialmente irreversível. Isso pode ser mais bem entendido em investimentos em marketing e propaganda, que não podem ser recuperados uma vez que tenham sido empreendidos. Outro exemplo é o caso dos investimentos na compra de terrenos urbanos. Apesar de parecer a priori que a empresa poderia revender o terreno sem perdas, caso mudasse de idéia, isto não é verdade, já que numa indústria competitiva, uma vez que o valor do bem produzido (apartamentos) se deprecie ou percam liquidez, por exemplo, num cenário de retração econômica, o terreno se mostrará como um mau investimento não só para a empresa que o comprou como também para todos seus concorrentes, tornando o terreno sem grande valor para revenda.

Sobre a irreversibilidade, Dixit & Pindyck (1994) observam que se as condições de mercado se tornarem desfavoráveis para um agente do mercado, também se tornará desfavorável para os outros agentes, e as firmas tenderão a sair da indústria e se desfazer de ativos até que a demanda e oferta se equilibrem. No processo de ajuste é improvável que os ativos que forem vendidos atinjam seu valor integral ou seu valor não depreciado. Por isso, Dixit & Pindyck e muitos outros autores consideram os investimentos irreversíveis.

Quanto à incerteza, o VPL subestima o valor do projeto. Normalmente, gerentes preferirão tomar decisões com base em informações mais certas do que informações altamente incertas. Com isso há uma sub-avaliação de projetos em que grande parte do valor resida em oportunidades de investimento subseqüentes.

Com relação à questão do *timing*, a priori todo investimento pode ser adiado, desde que seu custo de adiamento (por exemplo, risco de novos entrantes) seja suplantado pelos benefícios gerados por adia-lo como será visto no item 4.3.1. Para muitos projetos há outras saídas para cenários desfavoráveis, como adiar o investimento para uma data futura, quando as condições estiverem mais propícias, como, por exemplo, adiar o aproveitamento de um terreno urbano para a construção de um prédio de apartamentos, ou a exploração de um campo de petróleo.

O método do FCD também assume erroneamente que após a decisão ter sido tomada os executivos recostarão em suas cadeiras, relaxarão e de braços cruzados assistirão passivamente o desenrolar do projeto. Na realidade a situação é bem diferente, pois à medida que surgem novas informações, novas decisões precisam ser tomadas.

Outra falha do FCD é que ele pode ser facilmente viesado, pois normalmente os executivos que estimam os fluxos de caixa futuros e preparam o orçamento, normalmente são os mesmos que terão os maiores benefícios com a aprovação do projeto (Aggarwal 1980). Os incentivos para estes executivos não estarão alinhados com o objetivo de geração de riqueza para o acionista.

Os problemas do FCD citados acima se agravam enormemente quando o FCD é utilizado em situação onde existam opções operacionais ou estratégicas de crescimento. Nessas situações as premissas por trás do FCD se tornam criticamente violadas e é quando os gerentes são obrigados a empregar regras de decisão aleatórias ou ad hoc ou intuitivas diante da insuficiência do método do FCD, e onde a única maneira confiável de se avaliar um projeto é através da metodologia das opções reais.

2.2.A Teoria de Opções

Como visto no capítulo anterior segundo a definição de Hull (1989) uma opção é um contrato que dá ao titular, comprador da opção, o direito, e não obrigação, de comprar ou vender um determinado ativo a um preço predeterminado durante um período de tempo pré-especificado. Existem as opções de compra (*calls*) e as opções de venda (*puts*). Numa opção de compra (numa opção de venda) o titular adquire a opção comprando-a do lançador, vendedor da opção, mediante o pagamento de um prêmio e o titular passa a ter o direito de comprar (vender) determinado ativo por um preço estabelecido em ou até um determinado momento no futuro.

As empresas que podem investir em projetos têm uma opção semelhante à opção de compra de um investidor do mercado financeiro. Suponha que este investidor adquira uma opção de compra de uma ação na BOVESPA. Se existe

a opção de comprar uma ação por R\$ 30,00 e o preço dessa ação subir para R\$ 38,00, certamente a opção de compra será exercida, e se embolsa a diferença. Se o preço ficar abaixo de R\$ 30,00, deixar-se-á a opção expirar sem ser exercida, e neste caso não se terá ganho algum. Durante a vigência da opção, o investidor tem o direito de comprar aquela ação por um preço preestabelecido. O mesmo ocorre com a empresa: ao criar a oportunidade de investimento, seja pela criação de um novo produto, serviço ou negócio, a companhia adquire uma opção de investir e realizar esse projeto.

De onde vem as oportunidades de investimento de uma empresa?

- Patentes, recursos naturais, jazidas, terrenos e terras.
- Recursos gerenciais, know-how, reputação, marca.
- Pesquisa e desenvolvimento, vantagens competitivas.

Estas opções são valiosas, e para a maioria das empresas, grande parte do seu valor de mercado é derivada das suas opções de investir e crescer no futuro, e não da sua base de capital atual. O método das opções reais considera as oportunidades de investimento incluindo as oportunidades que podem ser geradas por ativos intangíveis.

Da prática do mercado e da teoria de Fisher Black e Myron Scholes (anos 70) sobre opções financeiras sabemos que existe valor numa opção e que este valor deriva do fato de que os possíveis ganhos com uma opção não são simétricos: se o futuro for favorável, o resultado será positivo, e se for desfavorável, na pior das hipóteses o resultado será zero, pois a opção não será exercida. É como possuir bilhete de loteria: pode valer algo se for premiado, zero se não for, mas não há hipótese de se perder dinheiro. Por isso os bilhetes de loteria, assim como opções financeiras, não são distribuídos gratuitamente. As pessoas desembolsam dinheiro para comprá-los, pois têm valor.

Portanto, o real valor de um projeto é dado por:

$$\text{Valor do projeto} = \text{VPL} + \text{VP das opções}$$

Uma vez que “opções reais” é um termo coletivo para um conjunto de diversos direitos e oportunidades, muitos fatores afetam seu valor. Segundo Copeland (2002), o valor de uma opção real é influenciado por seis variáveis:

- Valor do ativo subjacente (S): É o valor do projeto sem flexibilidade. Uma das diferenças importantes entre opções financeiras e opções reais é que o detentor de uma opção financeira não pode afetar o valor do ativo subjacente enquanto que os executivos que operam um ativo real podem influenciar seu valor. Quanto maior o valor do projeto sem flexibilidade maior o valor da opção de compra.
- Preço do exercício (X): É o investimento necessário para exercer a opção. Quanto maior o custo do investimento, menor o valor da opção de compra.
- Prazo de vencimento (t): Opções reais tipicamente só se mantêm vivas por um período de tempo. O valor da flexibilidade aumenta à medida que o prazo de vencimento se alonga, pois há uma chance maior da opção se tornar *in the money*. Diferentemente das opções financeiras as opções reais não têm seu tempo de maturidade definido contratualmente e por isso deve-se considerar se o ambiente competitivo é muito intenso e se as barreiras de entrada são baixas. Caso exista risco de entrada de um competidor então o exercício da opção deverá ser antecipado.
- Volatilidade do projeto (σ): É o desvio padrão do valor do ativo subjacente sujeito a risco. Quanto maior a volatilidade, maior a probabilidade da opção se tornar *in the money*, pois quanto maior a incerteza, mais amplo o conjunto de possíveis resultados futuros e mais valiosa é a possibilidade de reagir a eles. Isso pode parecer contra intuitivo para quem só lida com a abordagem tradicional de análise de projetos. À medida que a volatilidade aumenta, também aumenta a gama de resultados possíveis. Uma vez que o detentor de uma opção tem uma perda limitada e um potencial de ganho ilimitado então quanto maior a volatilidade, maior o valor da opção. Isto caracteriza a estrutura assimétrica do *payoff* das opções.
- Taxa de juros livre de risco (r_f): À medida que esta taxa aumenta, o valor presente da opção também aumenta, pois o preço do exercício é pago no futuro e quando a taxa de desconto aumenta o valor presente do preço de exercício cai. Entretanto uma taxa livre de risco maior aumenta o custo de capital do projeto que diminui o valor do projeto sem flexibilidade. Qual desses efeitos predominará depende do fluxo de caixa no tempo.

- Dividendos (δ): Entradas e saídas de caixa durante a vida do projeto. Se as ações tomadas pela firma ou seus competidores resultam numa perda de fluxo de caixa, então o valor da opção diminuirá. Em opções reais os dividendos são vistos como o custo da espera. Uma vez que a opção real estiver *in the money*, e a opção não for exercida, devido ao valor de mantê-la viva através da espera, então as receitas que poderiam estar sendo geradas se a opção tivesse sido exercida são o custo da espera.

As opções reais surgiram do método de avaliar contratos de opções financeiras introduzidos por Black & Scholes (1973) e Merton (1973), que estendeu a fórmula de Black & Scholes para incluir os dividendos resultando nas seis variáveis de entrada descritas acima. Myers (1977) percebeu que investimentos em recursos organizacionais, apesar de não baseados em contratos formais, tinham características semelhantes às opções financeiras. Mais tarde, Cox, Ross & Rubinstein (1979) desenvolveram o modelo binomial que permite uma análise intuitiva dos contratos de opções. Um outro avanço importante para a teoria de opções reais foi feito por Geske (1979) que pesquisou opções compostas.

O termo opções reais só apareceu quando Myers (1984) propôs a avaliação por opções na orçamentação de capital como forma de unir o planejamento estratégico e teoria financeira. Mason & Merton (1985) mostraram que as mesmas ferramentas de avaliação de opções financeiras poderiam ser usadas para avaliar opções reais. Trigeorgis & Mason (1987) mostraram que as opções reais podem ser vistas como uma árvore de decisões melhorada e economicamente mais correta.

2.3.A Teoria de Black & Scholes

Em 1973, Black & Scholes (e também Merton, no mesmo ano) estabeleceram as bases da moderna teoria das opções financeiras, ao desenvolverem um modelo de equilíbrio que não precisa fazer nenhuma premissa restritiva sobre as preferências individuais em relação ao risco ou sobre a formação dos preços de mercado em equilíbrio. Isso se conseguiu

através da montagem de uma carteira “livre de risco”, cuja precificação advém de condições de não-arbitragem. Conforme assinala Merton (1973), o conjunto de restrições do modelo origina-se da premissa de que os investidores preferem mais a menos (maximizador de riqueza).

O modelo de Black & Scholes envolve conceitos de cálculo estocástico e equações diferenciais parciais. Uma equação diferencial parcial (essencialmente uma equação matemática) baseada num processo estocástico de tempo contínuo (ex: movimento geométrico browniano) descreve as variações contínuas do valor da opção em relação às variações do ativo subjacente sujeito a determinadas condições de contorno. A mais famosa solução analítica para essa equação foi desenvolvida por Black & Scholes, e na literatura existem inúmeras soluções que refinam a fórmula base de maneira a adaptá-la a todo tipo de situação.

Apesar de matematicamente sofisticado, o modelo de Black & Scholes ganhou uma rápida popularidade, sendo hoje largamente usado no mercado (através de tabelas, no início, e de softwares, mais recentemente) mesmo por operadores de nível médio de escolaridade. Aprimoramentos e extensões do modelo de Black & Scholes não tardaram, assim como as extensões dos conceitos de opções para investimentos em projetos empresariais.

Black & Scholes assume que a distribuição de probabilidades do ativo básico é log-normal, que é completamente descrito pelo seu valor esperado (média) e pela volatilidade (desvio padrão da taxa de variação do ativo, por unidade de tempo, em % aa., por exemplo). No entanto a sua fórmula não depende da média dessa distribuição, apenas da volatilidade e de parâmetros que seriam usados se não houvesse incerteza, isto é, se a função lucro fosse linear. Assim, a precificação de opções sob incerteza independe das atitudes dos indivíduos em relação ao risco.

2.3.1.O Comportamento dos Preços do Ativo Subjacente

De acordo com Hull (1989), uma variável cujo valor muda ao longo do tempo de maneira incerta segue um processo estocástico. O modelo de Black &

Scholes considera que os preços das ações se movem de acordo com um processo estocástico de tempo contínuo, mudanças de valor ocorrem a qualquer tempo, e a variável é contínua podendo assumir qualquer valor dentro de um intervalo.

Um processo de Markov é um tipo particular de processo estocástico onde somente o valor da variável é importante para prever o futuro. A história passada da variável e a maneira como o presente emergiu do passado é irrelevante. Assume-se que as ações seguem um processo de Markov, o que implica que a distribuição de probabilidades do preço da ação em qualquer momento futuro independe da trajetória de preços percorrida no passado. Esta característica é consistente com a forma fraca da eficiência de mercado, que diz que o preço atual da ação considera toda informação do seu histórico de preços, se isso não fosse verdade retornos acima da média seriam possíveis através da interpretação de gráficos de históricos de preços.

Se uma variável segue um processo estocástico de Markov e admitindo que sua mudança de valor em um ano seja uma $N(\mu, \sigma)$, então a distribuição de probabilidades da variação de valor em T anos é $N(T\mu, \sigma T^{1/2})$. Isso decorre da propriedade que a distribuição de probabilidades resultante da soma de duas distribuições normais independentes tem média igual a soma das médias e tem variância igual a soma das variâncias.

Um processo de Wiener é um caso particular de um processo de Markov onde se admite que a mudança de valor da variável em um ano seja uma distribuição normal padrão, $N(0, 1)$. Assim, a distribuição de probabilidades da variação de valor em T anos é $N(0, T^{1/2})$. Portanto uma variável z que sofre uma variação infinitesimal dz num período infinitesimal de tempo dt , segue uma distribuição $N(0, dt^{1/2})$. Esse processo foi utilizado em física para descrever o movimento de uma partícula submetida a um grande número de pequenos choques moleculares e é também referido como movimento Browniano.

Segundo Black & Scholes, a variação do preço de uma ação pode ser modelada pela seguinte equação: $dS = a dt + b dz$, onde o primeiro termo é uma taxa de variação esperada a no decorrer do tempo e o segundo termo introduz ruído ou variabilidade no caminho seguido por S , preço da ação, no tempo. A constante a é igual a μS , onde μ é taxa esperada de retorno da ação expressa

na forma decimal. A constante **b** é igual a σS , onde σ é a volatilidade do preço da ação. Portanto, $dS/S = \mu dt + \sigma dz$ e segue uma distribuição $N(\mu dt, \sigma dt^{1/2})$.

Quando as variáveis **a** e **b** são funções de **S** e **t**, ou seja, **a(S,t)** e **b(S,t)**, pode-se dizer que a variação do preço de uma ação **dS** segue um processo de Itô, que é um caso específico de um processo de Wiener generalizado.

2.3.2.O Lema de Itô

Em cálculo é comum o uso de séries infinitas para aproximações de funções cuja forma é desconhecida. O teorema de Taylor atesta que toda função que seja repetidamente diferenciável num determinado intervalo que contenha o 0, pode ser aproximada por uma série da forma:

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{d^k f(x)}{dx^k} \times \frac{x^k}{k!} \quad (\text{eq. 2})$$

Assim, considerando uma função **C(S,t)** que descreve o valor de uma opção de compra cuja forma é desconhecida, pode-se aproximá-la por:

$$C = \frac{\partial C}{\partial S} S + \frac{\partial C}{\partial t} t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} S^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial t^2} t^2 + \frac{\partial^2 C}{\partial S \partial t} St + \dots \quad (\text{eq. 3})$$

Uma variação infinitesimal **dC** é resultante de uma variação infinitesimal **dS** e **dt**, logo:

$$dC = \frac{\partial C}{\partial S} dS + \frac{\partial C}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} dS^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial t^2} dt^2 + \frac{\partial^2 C}{\partial S \partial t} dSdt + \dots \quad (\text{eq. 4})$$

Substituindo **dS = $\mu S dt + \sigma S dz$** , que é um processo de Itô, e desprezando os termos **dt** de segunda ordem:

$$dC = \left(\frac{\partial C}{\partial S} \mu S + \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial C}{\partial S} \sigma S dz \quad (\text{eq. 5})$$

Pode-se concluir que variação do preço de uma opção segue um processo de Itô, assim como a variação do preço da ação e segue uma distribuição:

$$N \left(\frac{\partial C}{\partial S} \mu S + \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 dt, \frac{\partial C}{\partial S} \sigma S dt^{1/2} \right)$$

2.3.3. Hipótese de Não Arbitragem

Assumindo que não existem oportunidades de arbitragem, pode-se montar um portfólio com ações e opções sobre essas ações de modo que, ao final de um dado período, o valor do portfólio seja conhecido com certeza. Como não há risco nesse portfólio, portanto, seu retorno deve ser igual à taxa livre de risco.

Considerando um portfólio com uma posição comprada em n ações e uma opção vendida em uma opção de compra. O preço da ação hoje é S_0 , e esse preço pode subir para S_u , ou cair para S_d . A opção de compra é européia e estipula que o preço a ser pago pela ação ao final do período t , se exercida a opção, será X . Calcula-se n que tornará o portfólio sem risco:

$$\begin{aligned} S_u n - (S_u - X) &= S_d n; \\ (S_u - S_d) n &= (S_u - X); \\ n &= \frac{(S_u - X)}{(S_u - S_d)} \end{aligned} \quad (\text{eq. 6})$$

Nota-se que o valor do portfólio ao final do período será o mesmo independente de S_0 se mover para S_u ou S_d . Trazendo o valor do portfólio a valor presente, tem-se:

$$S_d n e^{-r_f t}$$

Na data presente o portfólio tem o valor:

$S_0n - C$, onde C é o valor da opção, portanto:

$$C = S_0n - S_d n e^{-r_f t} \quad (\text{eq. 7})$$

A razão que torna possível a criação de um portfólio livre de risco é que tanto o preço da ação quanto o preço da opção são afetados pela mesma fonte de incerteza: o movimento dos preços das ações. Num curto período de tempo o preço de uma opção de compra é perfeitamente correlacionado positivamente com o preço da ação subjacente, e o preço de uma opção de venda é perfeitamente correlacionado negativamente com o preço da ação subjacente. Em ambos os casos, o ganho ou a perda causado pela posição em ações é equilibrado pelo ganho ou perda causado pela posição em opções, de maneira que o valor do portfólio ao final de um período é conhecido com certeza.

2.3.4.A Equação Diferencial Parcial de Black & Scholes

A Equação desenvolvida por Black & Scholes considera a premissa de não arbitragem vista no item anterior, entretanto os preços do ativo no futuro S_u e S_d são desconhecidos. Faz-se necessária a utilização dos processos estocásticos para prever a variação do valor da opção dC e a variação do valor do ativo subjacente dS .

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \quad (\text{eq. 8})$$

$$dC = \left(\frac{\partial C}{\partial S} \mu S + \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial C}{\partial S} \sigma S dz \quad (\text{eq. 9})$$

Considera-se o portfólio Π formado por uma posição vendida em uma opção de compra e uma posição comprada em determinada quantidade de ações. Essa quantidade é dada por:

$$\frac{\partial C}{\partial S}$$

O valor do portfólio por definição é:

$$\Pi = \frac{\partial C}{\partial S} S - C \quad (\text{eq. 10})$$

Uma variação infinitesimal do valor do portfólio num intervalo infinitesimal de tempo dt , é dada por:

$$d\Pi = \frac{\partial C}{\partial S} dS - dC \quad (\text{eq. 11})$$

Substituindo dS e dC :

$$d\Pi = \left(-\frac{\partial C}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt \quad (\text{eq. 12})$$

Como o portfólio é livre de risco e, por isso, deve ser remunerado pela taxa livre de risco neste espaço de tempo dt :

$$d\Pi = r_f \Pi dt \quad (\text{eq. 13})$$

Igualando as duas expressões anteriores:

$$\left(-\frac{\partial C}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt = r_f \left(\frac{\partial C}{\partial S} S - C \right) dt \quad (\text{eq. 14})$$

e re-arranjando tem-se a equação de Black & Scholes:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + r_f S \frac{\partial C}{\partial S} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 = r_f C \quad (\text{eq. 15})$$

2.3.5.A Solução de Black & Scholes

A solução da equação de Black & Scholes considera as seguintes condições de contorno:

$C = \max(S - X, 0)$ quando $t = T$ (opção de compra), e

$P = \max(X - S, 0)$ quando $t = T$ (opção de venda), que levam as soluções:

O preço de uma opção de compra européia é dado por:

$$c = S_0 N(d_1) - Xe^{-r_f t} N(d_2) \quad (\text{eq. 16})$$

O preço de uma opção de venda européia é dado por:

$$p = Xe^{-r_f t} N(-d_2) - S_0 N(-d_1) \quad (\text{eq. 17})$$

onde:

$$d_1 = \frac{\ln(S_0 / X) + (r_f + \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} \quad (\text{eq. 18})$$

$$d_2 = \frac{\ln(S_0 / X) + (r_f - \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T} \quad (\text{eq. 19})$$

$N(x)$ é a função de distribuição de probabilidade cumulativa de uma variável normalmente distribuída.

2.3.6.Avaliação Neutra ao Risco

Observando-se tanto a equação de Black & Scholes quanto sua solução, pode-se notar que o termo μ não aparece nem numa nem na outra. O valor de μ depende da preferência dos investidores em relação ao risco, quanto maior a aversão ao risco dos investidores, maior será o retorno esperado da ação, μ .

As variáveis que aparecem na equação e solução de Black & Scholes são todas independentes de preferências ao risco. Isso torna possível a premissa que todos os investidores são neutros ao risco e que o retorno esperado em qualquer investimento é a taxa livre de risco, pela simples razão que estes investidores não requerem nenhum prêmio para induzi-los a correr risco. Nesse

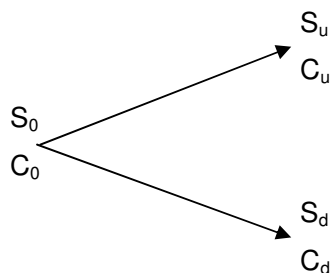
cenário o valor presente de qualquer fluxo de caixa é o fluxo de caixa descontado à taxa livre de risco. A premissa de neutralidade ao risco simplifica consideravelmente a análise de derivativos.

Essa premissa é apenas um artifício para se obter soluções para a equação de Black & Scholes. No entanto, as soluções obtidas são válidas também em situação onde existe aversão ao risco, pois quando a taxa de crescimento do preço das ações muda, muda também a taxa de desconto, de maneira que essas duas mudanças se equilibram.

2.4.O Método Binomial

Uma técnica útil e muito popular para a precificação de opções envolve a construção de árvores binomiais. Essa abordagem foi desenvolvida por Cox, Ross & Rubinstein em seu *paper* de 1979. A premissa adotada é que não existem oportunidades de arbitragem (ver item 2.3.3) e se monta um portfólio comprado em n ações e vendido em uma opção de compra de modo que seu valor seja conhecido com certeza. Como o portfólio não tem risco seu retorno deverá ser igual à taxa livre de risco.

Inicialmente o preço da ação é S_0 e o preço da opção é C_0 , após o período T os preços poderão ter subido para S_u e C_u ou descido para S_d e C_d . Por definição $S_u = S_0u$, onde $u > 1$ e $S_d = S_0d$, onde $d < 1$. Graficamente:



O valor do portfólio se o preço do ativo subir será: $S_0un - C_u$; e se o preço do ativo cair o valor do portfólio será: $S_0dn - C_d$. Como o retorno do portfólio é conhecido com certeza:

$$S_0un - C_u = S_0dn - C_d$$

$$n = \frac{C_u - C_d}{S_0u - S_0d} \quad (\text{eq. 20})$$

Como o portfólio rendeu a taxa livre de risco, então seu valor presente deverá ser:

$$(S_0un - C_u)e^{-r_fT}, \text{ que será igual ao valor inicial do portfólio: } S_0n - C_0.$$

$$(S_0un - C_u)e^{-r_fT} = S_0n - C_0; \text{ ou}$$

$$C_0 = S_0n - (S_0un - C_u)e^{-r_fT} \quad (\text{eq. 21})$$

Substituindo **n** e simplificando:

$$C_0 = e^{-r_fT} [pC_u + (1-p)C_d]; \text{ onde } p = \frac{e^{r_fT} - d}{u - d} \quad (\text{eq. 22})$$

É natural interpretar a variável **p** como a probabilidade do preço da ação subir e **1-p** como a probabilidade do preço da ação cair e é comum assumir que quanto maior a probabilidade de um movimento de subida na ação, maior o preço da opção de compra. Apesar de contra-intuitivo, esse não é o caso, pois não se está avaliando a opção em termos absolutos e sim em termos do preço do ativo subjacente e as probabilidades de subida ou descida deste preço já estão incorporadas no preço atual da ação e não precisam ser consideradas novamente ao se avaliar a opção.

Com a interpretação de **p** sugerida no parágrafo anterior, a parte entre colchetes da expressão acima se torna o valor esperado da opção em **T**, e a expressão acima afirma que o valor da opção é seu valor futuro esperado descontado a valor presente pela taxa livre de risco. Pode-se dizer que, **p** ser a probabilidade de um movimento de subida no preço da ação é equivalente a assumir que o retorno da ação é igual à taxa livre de risco.

Num mundo neutro ao risco, todos os indivíduos são indiferentes ao risco, não requerem compensação pelo risco e o retorno de qualquer investimento é a

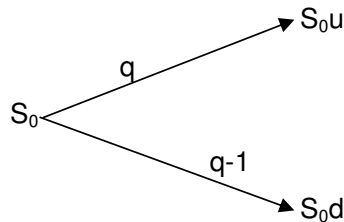
taxa livre de risco. Portanto, p é a probabilidade de um movimento de subida no preço da ação assumindo-se um mundo neutro ao risco. Entretanto, os preços resultantes das opções são corretos não só num mundo neutro ao risco, como também no mundo real, avesso ao risco.

Para determinar o valor das variáveis u e d , supõem-se que o retorno esperado da ação no mundo real (avesso ao risco) é μ e sua volatilidade é σ , e a probabilidade de um movimento de subida no preço de ação no mundo real (avesso ao risco) é q . O valor esperado do preço da ação após um período de tempo T é dado por:

$$qS_0u + (1-q)S_0d = S_0e^{\mu T}; \text{ e} \quad (\text{eq. 23})$$

$$q = \frac{e^{\mu T} - d}{u - d} \quad (\text{eq. 24})$$

A volatilidade do preço da ação, σ , é definida de maneira que $\sigma dt^{1/2}$ é o desvio padrão do retorno do preço ação num intervalo de tempo infinitesimal dt . Conseqüentemente a variância do retorno é $\sigma^2 dt$. Graficamente:



Podemos obter a variância através da expressão $E(Q^2) - [E(Q)]^2$:

$$qu^2 + (1-q)d^2 - [qu + (1-q)d]^2 = \sigma^2 dt \quad (\text{eq. 25})$$

Substituindo q :

$$e^{\mu dt}(u + d) - ud - e^{2\mu dt} = \sigma^2 dt \quad (\text{eq. 26})$$

Ignorando termos de dt^2 temos a solução:

$$u = e^{\sigma\sqrt{dt}} \quad \text{e} \quad d = e^{-\sigma\sqrt{dt}} \quad (\text{eqs. 27 e 28})$$

Substituindo u e d acima e trocando a probabilidade q (probabilidade de um movimento de subida da ação num mundo avesso ao risco) pela p (probabilidade de um movimento de subida da ação num mundo neutro ao risco) e trocando o retorno esperado μ por r_f , ainda assim a variância é dada por $\sigma^2 dt$. Essa análise atesta o teorema de Girsanov que diz que quando mudamos do mundo real (avesso ao risco) para o mundo neutro ao risco, o retorno esperado muda, porém sua volatilidade continua a mesma.

Cabe observar que as demonstrações feitas nesta seção utilizaram uma árvore binomial de um passo que representa uma aproximação grosseira do valor da opção. A aproximação será de maior qualidade quanto maior o número de passos do modelo binomial.

2.5. Limitações do Método

2.5.1. Neutralidade ao risco

Na abordagem neutra ao risco da avaliação por opções é assumido que um investidor pode adotar uma posição de *hedge* sem risco através da criação de um portfólio replicado que imita o movimento do portfólio do investidor. Essa posição será sem risco num instante de tempo (até que o preço do ativo subjacente mude e o portfólio de *hedge* deve ser rebalanceado). Isso permite que se invoque o conceito de neutralidade ao risco, que significa que as preferências de risco do investidor são irrelevantes no processo de avaliação. Esse foi o *insight* chave do famoso modelo de Black & Scholes (1973) e do modelo binomial de Cox, Ross & Rubinstein (Cox et al 1979).

No entanto, quando se utilizam os modelos de opções para avaliar ativos reais é virtualmente impossível formar um portfólio replicado, pois em sua maioria os ativos reais são, na melhor das hipóteses, negociados não freqüentemente. Isso faz com que a avaliação neutra ao risco não seja aplicável. Caso seja assumido, que os investidores são totalmente diversificados (elimina-se o risco não sistemático) e que os movimentos no valor do ativo subjacente

são não correlacionados com a economia e o mercado de ações em geral (elimina-se o risco sistemático) pode-se invocar o conceito de neutralidade ao risco mesmo sem a existência de um portfólio replicado. Entretanto, dificilmente essas premissas existem fora do mundo teórico.

Se não se pode identificar um produto comparável que seja negociado no mercado e as premissas do parágrafo acima sejam tidas como não realistas, então não se pode usar a taxa livre de risco como fator de desconto, o que de alguma maneira elimina a base da avaliação por opções. Neste caso a taxa de desconto apropriada é a determinada pelo CAPM.

2.5.2. Horizonte de Tempo

Em opções reais o período de validade da opção não é claro, pois não é formalmente especificado em contratos e até mesmo, às vezes, é arbitrado. Thurner (2003) mostra que um pequeno erro na interpretação do horizonte de tempo de uma opção altera enormemente seu valor, o que trás consideráveis implicações para a aplicação de opções reais.

2.5.3. Opções Compartilhadas e Competição

Opções reais são compartilhadas entre competidores. Kester (1984) conclui que em geral uma empresa paga para exercer uma opção mais cedo quando: competidores têm acesso à mesma opção, o valor do projeto desconsiderando as flexibilidades é alto, o nível de risco e as taxas de juros são baixos, e a rivalidade na indústria é intensa.

Na maioria dos casos o momento do investimento é altamente incerto e muito influenciado por fatores exógenos, tais como competição, barreiras de entrada, etc, o que torna ainda mais complexa a avaliação da opção.

2.5.4. Inter-relação de Opções

Freqüentemente existem mais de uma opção real relativa a um projeto, e essas opções se inter-relacionam. Schwartz & Trigeorgis (2001) observam que a avaliação fica bastante mais complicada quando envolve múltiplas opções reais e seus valores interagem.

2.5.5. O Poder da Gerência

Numa opção financeira o agente que a emite ou o agente que a compra não exercem nenhuma influência sobre o preço do ativo financeiro. Já no caso de opções reais os gerentes podem influenciar diretamente no valor do projeto, pois controlam o ativo subjacente em que as opções se alicerçam. Além disso, as atividades exercidas por uma empresa que detém uma opção real podem afetar seus concorrentes e, em consequência, a natureza da incerteza com que a empresa se depara.

2.5.6. Restrições do Modelo de Black & Scholes

- As opções só podem ser exercidas no vencimento, ou seja, são opções européias. Freqüentemente este não é o caso das opções reais.
- Só uma fonte de incerteza agindo sobre o preço do ativo subjacente. Em opções reais, às vezes, existe outra fonte de incerteza agindo, por exemplo, no preço de exercício.
- A opção está embasada em um único ativo sujeito a risco. Em opções reais, é comum mais de uma opção referente a mais de um ativo, que interagem e também existem opções de opções.
- O ativo subjacente não paga dividendos. Embora não explicitado nesta dissertação existe uma variação de fórmula de Black & Scholes que considera o efeito dos dividendos.

- O preço atual do ativo e o processo estocástico seguido pelo preço do ativo são observáveis. Raramente, isso ocorre quando se trata de opções reais.
- A volatilidade dos retornos e a taxa de juros são constantes ao longo do tempo. Pode não ser este o caso.

2.6. Hipótese de Negação do Ativo Negociado

Como mencionado no item 2.5.1 para se validar as formulações matemáticas desenvolvidas para o cálculo de opções financeiras para calcular opções reais é necessária a criação de um portfólio de títulos que tenha exatamente o mesmo retorno do que o projeto avaliado. Nestas condições é possível aplicar a lei do preço único que considera a inexistência de oportunidades de arbitragem e diz que dois ativos que têm o mesmo retorno em qualquer situação são substitutos perfeitos e devem, assim, ter o mesmo preço.

Chama-se o ativo perfeitamente correlacionado ao projeto de ativo gêmeo. Entretanto, na prática é quase impossível encontrar um ativo com preço de conhecimento público e perfeitamente correlacionado com o do projeto a ser avaliado (Ver item 2.5.1). As primeiras aplicações de opções reais utilizavam o preço de *commodities* como ativos subjacentes sujeitos a risco, mas pressupunham arbitrariamente que a volatilidade do projeto sem flexibilidade considerado seria igual à volatilidade observada na *commodity* em pauta. A volatilidade do preço do ouro, por exemplo, era considerada igual à volatilidade do projeto de implantação de uma mina, ou a volatilidade do preço de apartamentos era considerada igual à volatilidade de um projeto de incorporação imobiliária. Infelizmente a volatilidade de uma *commodity* não é igual à volatilidade do projeto de desenvolvimento que a fabricará.

Ao se tentar avaliar o valor de opções reais para um programa de pesquisa e desenvolvimento, ou o direito de fechar uma fábrica de automóveis, onde se encontra o ativo gêmeo? Copeland & Antikarov (2001) recomendam que ao invés se procurar alternativas nos mercados financeiros, se use o valor presente do próprio projeto, sem flexibilidade, como ativo subjacente sujeito a risco – o ativo gêmeo. O que estará mais bem correlacionado com o projeto do que o

próprio projeto? Desta forma, considera-se a hipótese que o valor presente dos fluxos de caixa do projeto (VPL) é a melhor estimativa não tendenciosa do valor de mercado do projeto, se este fosse um ativo negociado. Chama-se esta hipótese de hipótese de negação do ativo negociado e ela é chave para a aplicação da teoria de opções reais e valida a teoria de opções reais contra as observações do item 2.5.1.

2.7.Preços Antecipados Flutuam Aleatoriamente

Segundo Copeland & Antikarov (2001), Paul Samuelson, primeiro economista agraciado com o prêmio Nobel, provou que a taxa de retorno de qualquer título seguirá um caminho aleatório seja qual for o padrão do fluxo de caixa que se espera que venha a ser gerado no futuro, desde que investidores tenham informações completas sobre estes fluxos. Pode-se intuir que toda a informação sobre os fluxos de caixa futuros esperados já está incorporada ao preço corrente, de tal maneira que se as expectativas se confirmarem os investidores auferirão exatamente seu custo de capital esperado. Apenas desvios da trajetória farão com que os preços não se comportem como esperado. Esses desvios são causados por eventos de natureza aleatória e em consequência os desvios da taxa de retorno esperada também são aleatórios.

A Prova de Samuelson é útil para opções reais, uma vez que fontes de incerteza múltiplas, correlacionadas, algumas das quais com reversão à média, podem ser combinadas em um único processo binomial multiplicativo. Assim até o mais complexo conjunto de incertezas que possa afetar os fluxos de caixa das opções reais de um projeto pode ser reduzido a uma única incerteza, a variabilidade do valor do projeto ao longo do tempo. Não importa quão irregular seja o padrão estocástico dos fluxos de caixa futuros, o valor do projeto seguirá um caminho aleatório normal ao longo do tempo.

2.8.Pensamento Estratégico e as Opções Reais

O significado da palavra estratégia se tornou um tanto nebuloso com a proliferação da literatura em administração. Na presente dissertação, a estratégia de uma empresa é definida muito amplamente como a alocação de recursos escassos através de investimento. O método de avaliação através de opções reais é simplesmente uma ferramenta para assistir as empresas a identificar essas oportunidades de investimento que maximizam valor para o acionista, o que deve ser objetivo da estratégia (Copeland et al 2000, Rappaport 1997). Amram & Kulatilaka (1999) atestam que o uso de opções reais na avaliação de investimentos e na tomada de decisões operacionais alinha a estratégia corporativa com o mercado financeiro, o que deve levar a um incremento no valor do acionista.

Gerentes parecem ser intuitivamente cientes da presença de opções, especialmente em investimentos de natureza “estratégica”. De fato, o termo estratégia praticamente se tornou sinônimo de VPL negativo, pois estratégia freqüentemente é o termo utilizado quando não se tem presente o rigor analítico das ciências (Pettit 1999). Para Myers (1984), a teoria financeira e o planejamento estratégico são dois lados da mesma moeda, mas cada uma dessas atividades é praticada por duas culturas distintas que têm enorme dificuldade de se entenderem. A teoria de opções reais vem facilitar esse entendimento, fechando o hiato entre essas duas culturas.

2.8.1.Opções Reais e as Escolas Posicionamento e *Resource Based*

As mudanças que estão se processando na natureza da competição e a pressão crescente da globalização fazem do investimento o fator mais importante da vantagem competitiva, segundo Porter (1992). Porter (1992) argumenta que muitas firmas americanas investem muito pouco em ativos intangíveis e em capacidades requeridas para a competitividade, tais como em P&D, treinamento e desenvolvimento de habilidades de funcionários, sistemas de informações, desenvolvimento organizacional, e relações com clientes e fornecedores. Ao mesmo tempo, muitas empresas desperdiçam capital em

investimentos que têm limitados benefícios financeiros ou sociais, como por exemplo, em aquisições de empresas de outros ramos de negócios.

Se o objetivo é criar um sistema no qual os gerentes irão fazer investimentos que maximizem o valor a longo prazo de suas companhias. Porter (1991) ensina que a obtenção de uma desejada posição competitiva depende de dois fatores: (a) as condições iniciais, isto é, a sua atual reputação, habilidades e atividades existentes (resultados da história da firma); e (b) as decisões gerenciais, as quais são feitas sob incerteza, suportando investimentos em ativos e em habilidades. As preocupações de Porter podem, em parte, ser equacionadas com a teoria das opções reais.

Kogut e Kulatilaka (2001) propõem que a literatura de opções reais fornece a fundamentação teórica adequada para identificar e avaliar capacidades. Uma vez que capacidades são plataformas que criam um conjunto genérico de recursos, estas representam investimentos em oportunidades futuras. A atratividade do pensamento em opções reais é somente superficialmente a característica óbvia de forçar gerentes a pensar sobre o valor da flexibilidade em resposta a eventos incertos. A contribuição mais fundamental é requerer que a avaliação estratégica seja derivada da dinâmica de equilíbrio de preços do mercado. Com efeito, a avaliação de opções reais casa a visão baseada em recursos (*Resource Based View*) com o posicionamento na indústria através da disciplinada análise do valor das capacidades por meio de um teste de mercado.

A Teoria das Opções Reais liga o posicionamento e as competências essenciais através do valor das capacidades simultâneas de dois estados operacionais discretos: (a) seu valor como “é” e (b) seu valor como “pode ser”. O valor “como é” é a avaliação pelo VPL baseado no cenário atual. O valor das opções decorre da possibilidade de alterar as operações para tirar vantagem de oportunidades futuras. Segundo Barney (1986), da perspectiva da teoria da decisão, a moldura das competências essenciais leva à interpretação das opções reais.

2.8.2. Gerenciamento Baseado em Valor

Nos anos recentes as firmas viram uma proliferação de métodos de avaliação que de maneira muito efetiva utilizam o estado da arte da teoria de finanças. Em particular, a abordagem do EVA[®] pode aperfeiçoar enormemente as regras de decisão e a contabilidade do acionista. Entretanto, apesar de sofisticado, o EVA[®] não consegue avaliar opções e flexibilidades gerenciais, e opções reais devem ser consideradas através do uso de um ferramental próprio. Enquanto o EVA[®] pode ser considerado um grande passo adiante em relação ao lucro por ação e outras medidas baseadas na contabilidade e alvos facilmente manipulados, as opções reais deverão ser consideradas um gigantesco avanço para uma avaliação mais precisa, pois deixa de considerar o valor das opções como residual o que era dúbio e podia inclusive destruir valor para os acionistas.

2.9.A Literatura de Opções Reais no Mercado Imobiliário

Existem algumas aplicações de opções reais no mercado imobiliário, entre elas Titman(1985), Williams(1991), Quigg (1993), Cappelletti & Li (1994) e Granadier(1995, 1999). Nestes modelos possuir um terreno vago é semelhante a uma opção de compra onde o valor do terreno é explicado pelo direito de obter um ativo subjacente, um prédio construído através do pagamento do preço de exercício representado pelo custo de construção. Estes modelos pressupõem que quando a opção é exercida o fluxo de caixa gerado pelo projeto construído seria imediato, assim como o custo de construção seria totalmente pago *upfront*.

Titman (1985) explicita as incertezas relativas ao preço de mercado das unidades construídas e mostra que as incertezas relativas a que produto deve ser ofertado, ou seja, que tipo de prédio deve ser construído é um dos determinantes essenciais que levam proprietários de terreno a manterem seus terrenos vagos ou sub-utilizados por períodos prolongados intuindo que o mesmo é mais valioso como um terreno potencial para desenvolvimento no futuro do que um terreno para a construção imediata. Titman conclui que quanto maior a incerteza maior o valor do terreno vago.

Williams (1991) utilizou um modelo estocástico em tempo contínuo para analisar o mercado imobiliário através de opções reais. O proprietário de um terreno vago determina o tempo ótimo e a densidade de construção ótima sujeitos a restrições legais. O valor depende da evolução estocásticas das receitas advindas do aluguel da propriedade e dos custos de construção. O modelo incorpora ainda uma receita da utilização do terreno como estacionamento antes da incorporação e a opção de abandono quando o custo de manter o terreno excede essa receita. Entretanto, a construção é considerada instantânea. Williams (1991) incorpora a influência de políticas governamentais de redução ou ampliação de gabarito de uma determinada área no momento de construir e na densidade ótima.

Quigg (1993) estudou 2.700 transações de terrenos em Seattle e encontrou apoio empírico para um modelo que incorpora a opção de espera para construir no terreno. O proprietário de um terreno não construído tem a opção de construir um imóvel ótimo na época ótima. Quigg (1993) construiu um modelo com duas fontes de incerteza o custo de construção (preço do exercício) e o preço do imóvel construído (ativo subjacente). Quigg (1993) empregou regressões para estimar os preços das propriedades como função da construção e do tamanho dos lotes, altura da construção e idade, e usou variáveis mudas (*dummy*) para localização e estação do ano. Os erros padrão das regressões foram utilizados para estimar as variâncias necessárias para o modelo de opções, pressupondo que o prédio seria construído quando a razão de seu preço para o custo de construção fosse maior que a taxa de juros do mercado.

Cappoza & Li (1994) não consideram que uma vez incorporado o terreno não existam mais opções. Cappoza & Li (1994) notam uma opção de conversão após a conclusão da construção, como por exemplo, uma mudança de uso de um prédio residencial para comercial.

Granadier (1995) mostra que o mercado imobiliário é cíclico tendo períodos de alta taxa de vacância nas locações e períodos de taxas baixas. Granadier (1995) demonstra a incerteza relativa às receitas caso o empreendimento seja concluído, ou seja, a construção terminada num período de baixa demanda. Granadier (1995) também ressalta que a decisão ótima do proprietário de um terreno quanto ao momento da construção leva em conta o fato da construção levar tempo. Granadier (1999) inclui o raciocínio estratégico

presente nas opções de incorporação através da utilização de um modelo de teoria dos jogos e da presença de mais de um *player* no mercado. Assim o momento da atuação de determinado *player* pode indicar aos demais a informação valiosa de qual foi o valor percebido por aquele *player*.

No Brasil, Medeiros (2001) estendeu o modelo de Williams (1991) de modo a incluir impostos e um desconto no fluxo de caixa devido ao tempo gasto na construção. Medeiros (2001) verifica a compatibilidade de seu modelo com a realidade através de uma análise empírica realizada no mercado do Rio de Janeiro.