Pontifícia Universidade Católica
do Rio de Janeiro

Renan Stroligo Bessa de Lima

Modelagem Computacional de Bandas de Cisalhamento em Escala de Plugue

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

Orientadora: Profª. Deane de Mesquita Roehl

Coorientador: Dr. Roberto Juan Quevedo Quispe

Rio de Janeiro

Agosto de 2021

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Renan Stroligo Bessa de Lima

Modelagem Computacional de Bandas de Cisalhamento em Escala de Plugue

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

Profª. Deane de Mesquita Roehl
Orientadora
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Dr. Roberto Juan Quevedo Quispe
Coorientador
Instituto Tecgraf – PUC-Rio

Prof. Luiz Carlos Wrobel
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Profª. Maria Fernanda Figueiredo de Oliveira
Departamento de Estruturas e Fundações – UERJ

Dr. Anderson Moraes
Petrobras

Rio de Janeiro, 05 de agosto de 2021.

Renan Stroligo Bessa de Lima

Graduou-se em Engenharia Civil pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) em 2018. Ingressou na pós-graduação em Engenharia Civil da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio) em 2019. Desde 2019 atua no Instituto Tecgraf como pesquisador do Grupo de Modelagem e Simulação Multifísica.

Ficha Catalográfica

Lima, Renan Stroligo Bessa de

Modelagem computacional de bandas de cisalhamento em escala de plugue / Renan Stroligo Bessa de Lima ; orientadora: Deane de Mesquita Roehl ; coorientador: Roberto Juan Quevedo Quispe – 2021.
179 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2021.
Inclui bibliografia.

1. Engenharia Civil e Ambiental - Teses. 2. Bandas de cisalhamento. 3. Materiais elastoplásticos. 4. Amolecimento. 5. Técnicas de regularização. I. Roehl, Deane de Mesquita. II. Quevedo Quispe, Roberto Juan. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. IV. Título.

CDD: 624

Agradecimentos

Em meio a tempos caóticos, por conta da pandemia de Covid-19, tenho a agradecer primeiramente a minha família por todo o suporte e apoio. Registro minha gratidão a meus pais Dirney e Sônia, assim como meu irmão Dirney Jr.

Também agradeço aos meus amigos que tornaram esses tempos difíceis mais divertidos e leves. Entre eles gostaria de citar especialmente Carolina Stellet, Matheus Medeiros, Pedro Henrique e Thales Barreira.

Aos amigos e companheiros de pesquisa Augusto Rosental, Ismael Ribeiro, Ilames Jordan e Thiago Juvêncio, que percorreram ao meu lado essa árdua e gratificante estrada que é o mestrado. Sem a ajuda deles nas disciplinas e no dia-a-dia esta caminhada seria muito mais difícil e tediosa.

Agradeço imensamente a todos os professores que contribuíram para minha formação como mestre, em especial a Profª Deane Roehl pela orientação e confiança no desenvolvimento da pesquisa. Também sou extremamente grato ao meu coorientador Roberto Quevedo que esteve sempre presente para me auxiliar desde os meus primeiros passos como pesquisador científico.

A todos os companheiros de trabalho do Instituto Tecgraf meu muito obrigado. Graças a paciência e transferência de conhecimento de todos, principalmente do projeto GEOBAND, que fez possível a conclusão deste trabalho.

A PUC-Rio e ao Instituto Tecgraf por fornecerem todos os recursos e meios para realização desta pesquisa. É uma honra me tornar mestre por esta Universidade de excelência.

Por fim, agradeço a Petrobras pela parceria no projeto GEOBAND (no qual esta pesquisa está inserida) e a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Resumo

Lima, Renan Stroligo Bessa de; Roehl, Deane de Mesquita (Orientadora); Quevedo Quispe, Roberto Juan (Coorientador). **Modelagem Computacional de Bandas de Cisalhamento em Escala de Plugue**. Rio de Janeiro, 2021. 179p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Bandas de cisalhamento ocorrem quando há a localização de deformações inelásticas provenientes de esforços cisalhantes em regiões estreitas de um material. Estas estruturas podem influenciar diretamente nas propriedades dos materiais, além de afetar sua integridade e contribuir para o início de falhas estruturais. Este trabalho apresenta uma metodologia para a caracterização das bandas de cisalhamento na rocha carbonática Indiana Limestone por meio de modelagens numéricas utilizando o método dos elementos finitos (MEF). Ao modelar o fenômeno de localização de deformações, o MEF apresenta algumas limitações como perda da elipticidade das equações governantes, produzindo problemas de convergência e resultados dependentes da discretização de malha. Algumas alternativas para superar estes inconvenientes são apresentadas e discutidas, com especial enfase dada à técnica de regularização viscosa utilizada nas modelagens numericas de ensaios biaxiais e triaxiais. Estudos parametricos e de sensibilidade foram conduzidos para identificar o impacto das propriedades mecânicas na ocorrencia das bandas de cisalhamento. Os resultados mostraram que as propriedades de resistência, o uso de leis de fluxo não associadas e o amolecimento por deformação são os fatores que mais influenciam na iniciação e desenvolvimento das bandas de cisalhamento.

Palavras-chave

Bandas de cisalhamento; Materiais elastoplásticos; Amolecimento; Técnicas de regularização.

Abstract

Lima, Renan Stroligo Bessa de; Roehl, Deane de Mesquita (Advisor); Quevedo Quispe, Roberto Juan (Co-advisor). **Computational Modeling of Shear Bands in Plug Scale.** Rio de Janeiro, 2021 179p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Shear bands occur when inelastic shear deformation localize in narrow regions of the material. These structures can directly influence the properties of materials, in addition to affecting their integrity and contributing to the initiation of structural failures. This study presents a methodology for the characterization of shear bands in Indiana Limestone carbonate rock through numerical modeling using the finite element method (FEM). As it is known, the numerical modeling of strain localization phenomena using FEM has some drawbacks, such as loss of ellipticity of the governing equations, triggering convergence problems and results dependent on the mesh discretization. Some alternatives to overcome these problems are presented and discussed, giving a special emphasis to the viscous regularization technique used in the numerical modeling of biaxial and triaxial tests. Parametric and sensitivity studies were performed to identify the impact of the mechanical properties on the occurrence of shear bands. The results showed that strength properties, non associative flow rules and strain-softening are the factors with larger influence on the initiation and development of shear bands.

Keywords

Shear bands; Elastoplastic materials; Strain softening; Regularization techniques.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas

SIGLA UTILIZADA	NOME COMPLETO
2D	Duas Dimensões
3D	Três Dimensões
CAP	Superfície de Plastificação por Compactação
CDP	Concrete Damaged Plasticity
CP	Corpo de Prova
CPU	Unidade Central de Processamento
D	Rejeito (deslocamento vertical)
DP	Desvio Padrão
EDP	Equação Diferencial Parcial
kPa	Quilopascal
LB	Largura da Banda de Cisalhamento
LEM-DEC	Laboratório de Engenharia e Materiais do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio
MED	Método dos Elementos Discretos
MEF	Método dos Elementos Finitos
MFLE	Mecânica da Fratura Linear Elástica
mm	Milímetro
MPa	Megapascal
NLG OFF	Não Linearidade Geométrica Desligada
NLG ON	Não Linearidade Geométrica Ligada
PEEQ	Deformações Plásticas Equivalentes
PEMAG	Magnitude das Deformações Plásticas
RSM	Metodologia da Superfície de Resposta
s	Segundos
T.A.	Taxa de Amolecimento
UCS	Ensaio Uniaxial

Lista de Símbolos e Variáveis

σ	Tensor de tensões
σ_1	Tensão principal na direção 1
σ_2	Tensão principal na direção 2
σ_3	Tensão principal na direção 3
σ_y	Componente de tensão em y
σ_n	Tensão normal
σ_{max}	Tensão máxima
σ_{min}	Tensão mínima
σ_c	Tensão de confinamento inicial
σ_d	Tensão desviadora
ε_a	Deformação axial
E_d^p	Deformação plástica desviadora ou deformação de von Mises
ε^p	Tensor de deformações plásticas
$\dot{\varepsilon}^p$	Taxa de deformação plástica
$d\varepsilon^p$	Tensor de deformações plásticas incrementais
ε_y	Componente de deformação em y
$\dot{\varepsilon}^{vp}$	Taxa de deformação viscoplástica
ε^{vp}	Deformação viscoplástica
$\tilde{\varepsilon}_p$	Medida inelástica da deformação
$d\varepsilon_v^p$	Incremento de deformação plástica volumétrica
$d\varepsilon_v^p$	Incremento de deformação plástica axial
$d\varepsilon_v$	Incremento de deformação total volumétrica
$d\varepsilon_a$	Incremento de deformação total axial
a	Coeficiente que controla a taxa de amolecimento
F	Função de plastificação
h	Parâmetros de estado
$\dot{\lambda}$	Multiplicador plástico
P	Função potencial plástico
I_1	Primeiro invariante do tensor hidrostático

J_2	Segundo invariante do tensor desviador
Θ	Ângulo de Lode
$g(\Theta)$	Função do ângulo de Lode utilizada nos modelos de Mohr Coulomb e Drucker-Prager
τ	Tensão cisalhante
D	Parâmetro utilizado no critério de Drucker-Prager
σ_0	Parâmetro utilizado no critério de Drucker-Prager
β'	Ângulo de atrito no plano p-q
d	Coesão no plano p-q
α	Constante adimensional do material no modelo CDP
γ	Constante adimensional do material no modelo CDP
p	Pressão hidrostática
q	Tensão de Mises
$\bar{p}$	Pressão hidrostática efetiva
$\bar{q}$	Tensão de Mises efetiva
μ	Tempo de relaxação
β	Função do modelo CDP
K_c	Constante do modelo CDP
$\bar{\sigma}$	Tensor de tensões efetivas
$\hat{\bar{\sigma}}_{max}$	Autovalor algebricamente máximo do tensor de tensões
$\bar{\sigma}_c$	Tensão efetiva coesiva de compressão
$\bar{\sigma}_t$	Tensão efetiva coesiva de tração
σ_{b0}	Tensão de escoamento inicial equibiaxial de compressão
σ_{c0}	Tensão de escoamento inicial uniaxial de compressão
β_{SR3}	Ângulo de atrito no modelo SR3
n_{SR3}	Constante do material do modelo SR3
$g(\Theta, p)$	Função que controla a forma da superfície de plastificação no plano desviador do modelo SR3
p_t	Intercepto de tração da superfície de plastificação com o eixo Hidrostático

p_c	Intercepto de compressão da superfície de plastificação com o eixo hidrostático
$l_c^{(m)}$	Espessura da banda de fratura
$l_c^{(e)}$	Tamanho característico do elemento
G_f	Energia de fratura
n'	Constante do material
(m)	Referência ao material
(e)	Referência ao elemento
E	Módulo de Young
K	Coeficiente lateral
ν	Coeficiente de Poisson
φ	Ângulo de atrito
φ_p	Ângulo de atrito mobilizado
φ_i	Ângulo de atrito inicial
φ_r	Ângulo de atrito residual
ψ	Ângulo de dilatância
ψ_i	Ângulo de dilatância inicial
ψ_r	Ângulo de dilatância residual
c	Coesão
c_i	Coesão inicial
c_r	Coesão residual
a	Coeficiente que controla a taxa de amolecimento exponencial
θ	Ângulo de inclinação da banda de cisalhamento
$U2$	Deslocamento vertical prescrito na direção 2
Δ	Diferença entre dois resultados
σ_{v_ef}	Tensão vertical efetiva
σ_{h_ef}	Tensão horizontal mínima efetiva
σ_{v_ef}	Tensão horizontal máxima efetiva

1.
Introdução

1.1.
Panorama geral

A localização de deformações é um fenômeno que pode ocorrer em todos geomateriais. Como as deformações se localizam em domínios que se assemelham a bandas, essas zonas de dano também são denominadas bandas de deformação. Elas são faixas estreitas que contém altos gradientes de deformação e ocorrem em uma vasta gama de escalas, desde o nível de microescala de grãos até estruturas quilométricas. As bandas surgem em uma variedade de formas: concentração ou coalescência de trincas, superfície friccional plana, zona de "gouge" de material bastante cominuído, ou simplesmente em uma região de maior deformação cisalhante (Bésuelle e Rudnicki, 2004). Em rochas reservatórios elas afetam localmente as propriedades mecânicas e petrofísicas (porosidade e permeabilidade) (De Araújo Netto, Da Silva and De Sá, 2012 e Faulkner *et al.*, 2010). As bandas de deformação também influenciam na integridade estrutural. Elas são muitas vezes precursoras de fratura dúctil ou frágil, já que as grandes deformações são acumuladas em bandas de localização estreitas levando à ruptura (Pamin, 1994).

Essas estruturas subsísmicas são de grande importância na geoengenharia de reservatórios. As bandas de deformação sozinhas podem influenciar a migração de fluidos (água, óleo ou gás) nas bacias sedimentares (De Araújo Netto, Da Silva e De Sá, 2012 e Fossen *et al.*, 2007). Elas podem agir em conjunto com o núcleo de falha como condutos, barreiras ou uma combinação conduto-barreira que aumenta ou impede o fluxo de fluidos (Caine, Evans e Forster, 1996). Dessa forma, as bandas contribuem para a compartimentalização de reservatórios, o que impacta diretamente nos volumes mobilizado de óleo ou gás que podem estar conectados a um poço perfurado em um campo (Jolley, Fisher e Ainsworth, 2010).

Devido a essas questões, diversas pesquisas vêm sendo realizadas nessa área. Muitos autores optam pelos ensaios geomecânicos convencionais em amostras de rochas. Essa abordagem experimental padrão apresenta algumas desvantagens, tais como quantidade de amostras insuficiente, restrição de tempo e os custos associados. Uma alternativa para evitar essas questões é o estudo dessas estruturas através da modelagem numérica de plugues. A modelagem em escala plugues é uma parte importante da modelagem multiescala, pois muitas das propriedades utilizadas em modelos macro são obtidas a partir do “upscaling” de propriedades obtidas em ensaios realizados em plugues. Um exemplo clássico é a obtenção das propriedades elásticas através de ensaios uniaxiais e triaxiais em plugues de rochas (Kong *et al.*, 2019).

O foco desta dissertação é a modelagem de bandas de deformação em escala de plugue. Mais precisamente estudam-se as bandas de deformação que são geradas em rochas submetidas a esforços cisalhantes, as denominadas bandas de cisalhamento. Através da modelagem de ensaios biaxiais nos quais existe formação das bandas de cisalhamento, busca-se entender a influência dos parâmetros elásticos, de resistência e tensão confinante na resposta mecânica e largura de bandas em modelos numéricos de material com propriedades da rocha carbonática Indiana Limestone. A rocha carbonática foi escolhida por ser uma rocha amplamente encontrada nos reservatórios de petróleo do pré-sal brasileiro e pelo fato deste estudo ter acesso a resultados de ensaios experimentais (uniaxiais e triaxiais) em plugues da rocha carbonática Indiana Limestone.

As simulações numéricas foram feitas através do Método dos Elementos Finitos, o qual é uma ferramenta poderosa que fornece soluções aproximadas a diversos tipos de problemas de valor de contorno. Por outro lado, quando se trata de localização de deformações, este método apresenta problemas relacionados à dependência de malha. A causa desses problemas é a perda de elipticidade das equações governantes devido à concentração de deformações em pequenas regiões. Consequentemente, a largura e orientação das bandas de cisalhamento resultantes se tornam dependentes da discretização da malha (Needleman, 1988). À medida que se refina a malha, as deformações plásticas se concentram em regiões cada vez menores gerando problemas de convergência e tempos de processamento significativamente superiores. Para superar estes problemas algumas técnicas de regularização têm sido propostas na literatura, sendo algumas delas discutidas na revisão bibliográfica desta dissertação. Dentre todas, a técnica de regularização viscosa foi a adotada nas simulações numéricas apresentadas neste trabalho. Estudos de sensibilidade foram realizados para avaliar esta técnica e sua versatilidade para simular a localização de deformações preservando a elipticidade das equações.

Modelos de elementos finitos em três dimensões também foram construidos. Simulações numéricas de ensaios uniaxiais e triaxiais foram realizadas na tentativa de replicar o comportamento mecânico dos ensaios realizados em rocha carbonática Indiana Limestone em laboratório. A partir das modelagens criou-se um método de previsão da resposta mecânica desta rocha em função da tensão de confinamento inicial. Finalmente, em um último conjunto de modelagens, foi analisada a influência da inclusão de um volume de material menos resistente no comportamento mecânico e na configuração de deformações do modelo 3D de ensaio triaxial.

O tema desta pesquisa está inserido no contexto do projeto de pesquisa colaborativa entre a PUC-Rio e a Petrobras com o título GEOBAND – Geomodelagem de zona de dano em falhas geológicas. O projeto tem como objetivo principal estudar a evolução geológica de zonas de dano utilizando uma abordagem baseada na modelagem em elementos finitos e sua incorporação em modelos geomecânicos e geológicos. Estas simulações numéricas contribuem para compreender como diversos parâmetros influenciam diretamente na evolução desta região mais deformada que envolve as falhas sísmicas e subsísmicas.

1.2. Motivação e justificativa

As bandas de cisalhamento são estruturas da ordem de milímetros a centímetros de largura que apesar de não serem captadas na sísmica podem influenciar diretamente nas propriedades mecânicas e hidráulicas das rochass. Busca-se a partir das modelagens numéricas realizadas neste estudo entender em um primeiro momento a influência dessas estruturas no comportamento mecânico das rochas em que estão inseridas. É também avaliada a largura desses domínios de deformações localizadas para que em estudos futuros seja analisado o fluxo através dessas bandas. Com isso será possível prever a influência das bandas de cisalhamento no fluxo de água, óleo ou gás, que impactam diretamente na exploração de óleo e perfuração de poços em rochas reservatórios.

1.3. Objetivos

Superar as dificuldades na modelagem de localização de deformações pelo método dos elementos finitos para análise das bandas de cisalhamento. As simulações numéricas deste trabalho contribuem para compreender como diversos parâmetros influenciam diretamente na evolução da banda de cisalhamento originadas em rochas carbonáticas.

1.4. Organização da dissertação

Este trabalho está organizado em seis capítulos, além da Introdução, conforme descrito a seguir.

O Capítulo 2 trata do embasamento teórico acerca das bandas de deformações. Iniciando pela definição geológica, passando por revisões de trabalhos publicados que estudam experimentalmente essas bandas, e finalizando com um levantamento sobre quais fatores exercem maior influência na formação, largura e inclinação dessas estruturas.

No Capítulo 3 são discutidos assuntos relacionados à modelagem numérica de deformações localizadas, a qual será realizada neste trabalho. É feita uma revisão a respeito da teoria da plasticidade e são mostrados alguns modelos constitutivos utilizados em mecânica das rochas. O método dos elementos finitos é definido como método de solução e suas limitações na modelagem de bandas de cisalhamento são estudadas. Técnicas de regularização são apresentadas como alternativas para contornar estas limitações.

No Capítulo 4 é apresentado o modelo numérico de ensaio biaxial que tem por objetivo estudar as bandas de cisalhamento. São mostrados todos os requisitos para realização da modelagem: definição do modelo constitutivo; condições de contorno; propriedades do material; e para a análise dos resultados: critério para caracterização da banda de cisalhamento. Ainda neste capítulo são realizadas simulações sem e com regularização viscosa que confirmam a necessidade da utilização de uma técnica de regularização, e servem para definir um parâmetro de viscosidade ideal a ser utilizado nas modelagens do estudo paramétrico, respectivamente. A análise paramétrica gera entendimento sobre a influência dos parâmetros de modelagem na iniciação e largura da banda de cisalhamento. Por fim, a partir de uma análise de sensibilidade são determinados estatisticamente os parâmetros de modelagem mais influentes na largura final da banda de cisalhamento.

O Capítulo 5 apresenta a modelagem numérica de ensaios triaxiais. Primeiramente é feito um modelo homogêneo que tem por objetivo representar de forma satisfatória a resposta mecânica de ensaios experimentais realizados em laboratório e fornecer um método de predição da resposta mecânica da rocha Indiana Limestone em função da tensão confinante. Em uma segunda modelagem de ensaio triaxial é realizado um estudo sobre a influência da inclusão de diferentes volumes de material menos resistente na amostra.

Finalmente, o Capítulo 6 exibe as conclusões das modelagens realizadas nos Capítulos 4 e 5. Neste Capítulo também se encontram sugestões de tópicos para trabalhos futuros.

2.
Localização de deformações

2.1.
Ponto de vista da geologia

De modo a entender o fenômeno da localização de deformações em rochas, deve-se primeiramente estudar suas origens e sua evolução estrutural. Em rochas rígidas e de baixa porosidade, como granitos ou carbonatos compactados, o comportamento geomecânico é basicamente rúptil e a localização de deformações se inicia com a ocorrência de microfraturas. Um conjunto de tais microfraturas pode gerar descontinuidades mesoscópicas, cuja ligação pode resultar em falhas extensionais (juntas e veios) ou falhas por cisalhamento (superfícies deslizantes) (Fossen *et al.*, 2007). Por outro lado, em rochas mais porosas, como os arenitos, por exemplo, as deformações não são inicialmente acomodadas por fraturas ou superfícies deslizantes, mas pela sua concentração ou localização em bandas de deformação individuais que posteriormente podem ser agrupadas (Fossen *et al.*, 2007). Neste sentido, zonas de falha podem surgir a partir da ocorrência de microfraturas, em materiais frágeis, ou pela ocorrência de bandas de deformação, em materiais dúcteis (Pollard e Fletcher, 2005; Fossen *et al.*, 2007). Isto pode ser apreciado na Figura 2-1 que apresenta registros fotográficos comparando zonas de falha em rochas de baixa porosidade (granito) e rochas altamente porosas (arenito). Pode-se observar que no granito (Figura 2-1 (a)), a zona de falha é formada pela propagação de fraturas abertas ligando juntas adjacentes. Já no arenito (Figura 2-1 (b)), a zona de falha é formada pela clusterização de bandas de deformação (Pollard e Fletcher, 2005).

(a) (b)

Figura 2-1 – (a) zona de falha composta por cerca de 100 m de deslocamento sinistral; (b) zona de bandas de deformação com superfície deslizante na margem esquerda que desloca o acamamento do arenito de Entrada em aproximadamente 7m (Pollard e Fletcher, 2005).

A Figura 2-2 mostra a classificação cinemática de alguns mecanismos de deformação em rochas. Nas imagens superiores observa-se o comportamento frágil de rochas rígidas e de baixa porosidade através da formação de fraturas por tração ou cisalhamento e, da formação de grietas por processos de compactação. Já nas imagens inferiores, observa-se a ocorrência de diferentes tipos de bandas de deformação em função do tipo de solicitação, da porosidade inicial da rocha e da reorganização dos grãos.

Quando a porosidade é elevada e a rocha é submetida a tração, podem ocorrer bandas de dilatação por microfraturamento induzido, as quais contribuem para um aumento da porosidade e da permeabilidade da rocha. Por outro lado, quando a rocha porosa é submetida ao cisalhamento, pode ocorrer um deslizamento e rolamento efetivo dos grãos, com ocorrência de bandas de cisalhamento. Após esse rearranjo, e sob compactação, os grãos podem ser esmagados, gerando fragmentos que novamente são organizados e preenchidos nos espaços dos poros da vizinhança, reduzindo a porosidade da rocha (Fossen, 2010). Assim, as bandas de deformação podem ser classificadas em bandas de compactação, cisalhamento ou dilatação.

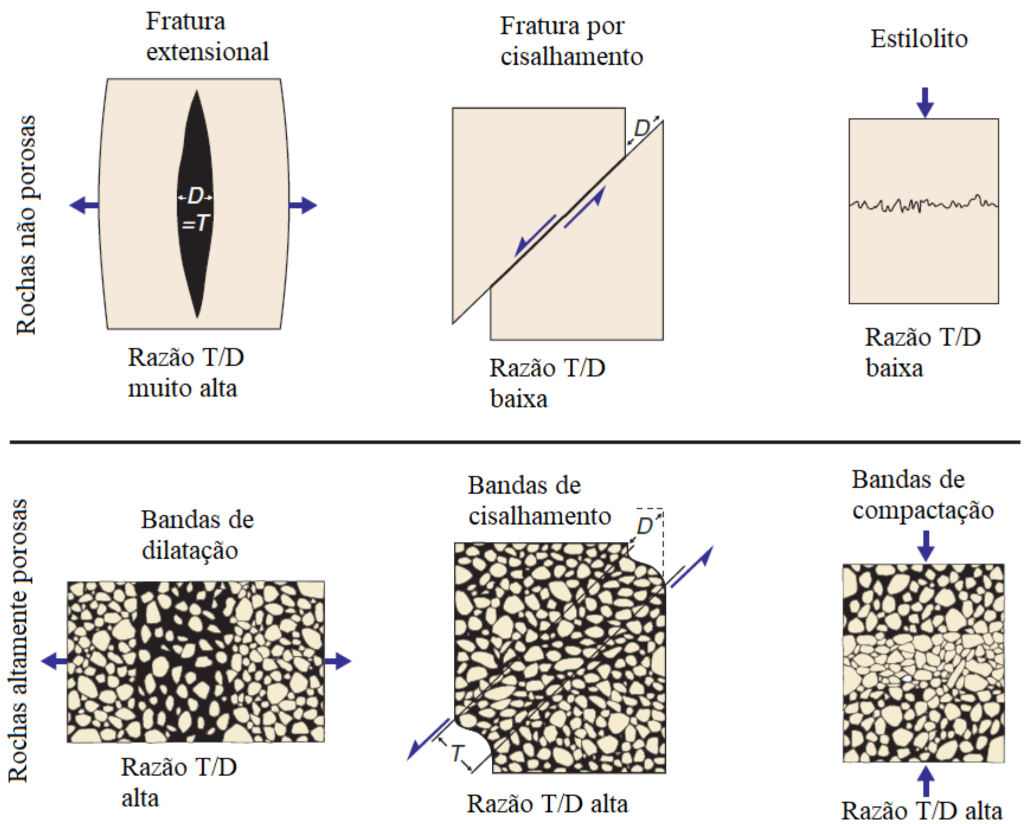


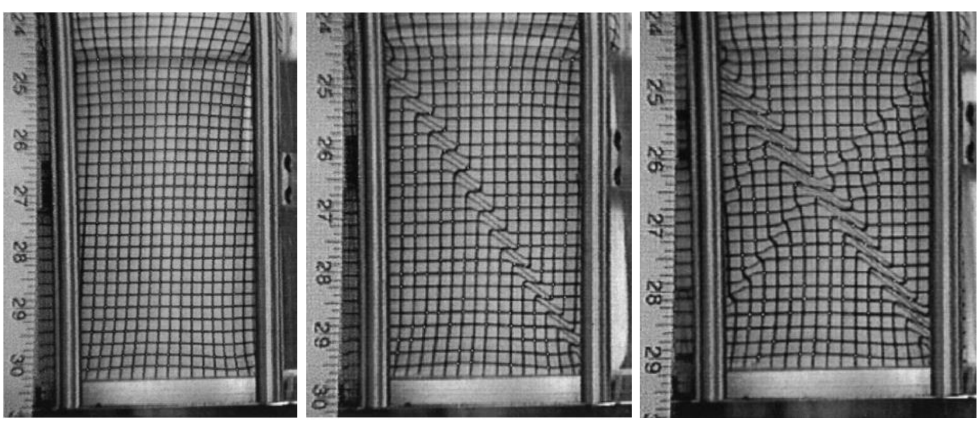
Figura 2-2 – Classificação cinemática das bandas de deformação e a sua relação com as fraturas em rochas não porosas e altamente porosas. T, espessura; D, deslocamento. (adaptado de Fossen, 2010).

Em geral, a espessura dessas estruturas geológicas é bem pequena (da ordem de milímetros) e, em comparação com fraturas ou veias, possuem menor deslocamento por cisalhamento. As bandas de deformação também mantêm ou aumentam a coesão, enquanto que as fraturas regulares apresentam uma redução desse parâmetro. Além disso, e como os principais mecanismos de deformação são associados a processos de compactação e cisalhamento, as bandas de deformação apresentam porosidades reduzidas em comparação com a rocha hospedeira (protólito). Consequentemente, estas regiões apresentam baixa permeabilidade e podem formar zonas com potencial selante ou barreiras para o fluxo em rochas altamente permeáveis. Observe que esse impacto é contrário ao de fraturas regulares, que aumentam a permeabilidade de rochas com baixa permeabilidade (Fossen, 2010).

2.2.
Ensaios de laboratório

Desde meados da década de sessenta já se tem registros de pesquisadores realizando estudos experimentais em laboratório sobre a localização de deformações em rochas (Brace, 1964, apud Rudnicki e Rice, 1975) e areias (Roscoe *et al*., 1963, apud Hall *et al.*, 2010). Existem alguns tipos de ensaios laboratoriais que podem reproduzir a localização de deformações em corpos de prova. Entre eles, pode-se citar o ensaio de cisalhamento direto, de cisalhamento simples, de cilindro vazado, triaxial e biaxial (Liu, 2018). Dentre todos esses ensaios, os mais utilizados por sua versatilidade são os ensaios biaxiais e triaxiais.

Na Figura 2-3 pode-se observar a formação de bandas de cisalhamento em amostras de areia densa através de um ensaio biaxial (Alshibli e Sture, 2000). A amostra inicialmente foi submetida a uma tensão confinante de 100 kPa. Em seguida, uma tensão desviadora é aplicada gerando deformações axiais no corpo de prova. Na Figura 2-3 (b), observa-se que após a aplicação de uma deformação axial de 9,6% ocorre a formação de uma única banda de cisalhamento. No entanto, com o incremento da deformação axial, ocorre a geração de uma segunda banda, levando a uma configuração deformada de bandas conjugadas em formato de “X” Figura 2-3 (c)).



(a) (b) (c)

Figura 2-3 – Ensaio biaxial em areia densa (a) amostra confinada a 100kPa (deformação axial = 0); (b) tensão axial sobreposta com deformação axial de 9,6%; (c) configuração final com deformação axial = 19% (Alshibli e Sture, 2000).

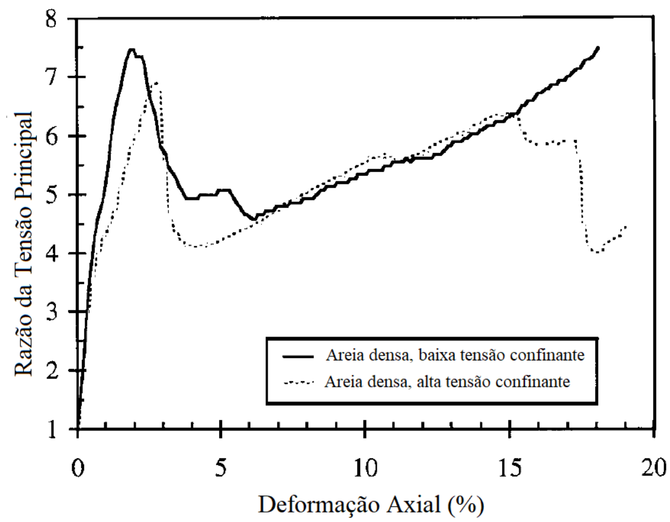
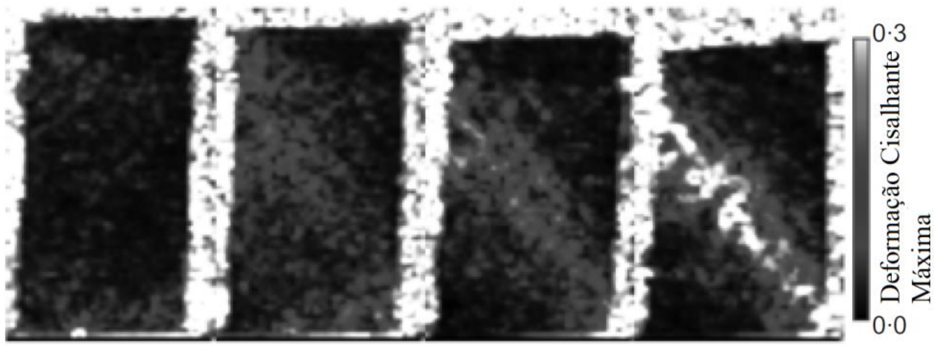


Figura 2-4 – Ensaio biaxial em areia densa: curva tensão principal normalizada-deformação axial (adaptado de Alshibli e Sture, 2000).

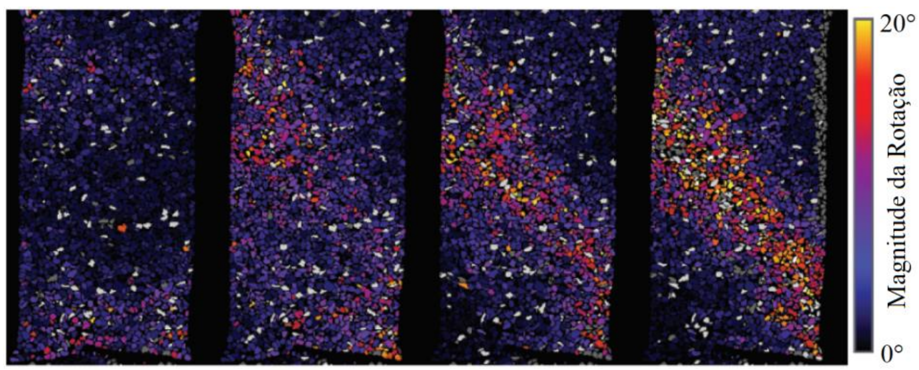
A Figura 2-4 mostra a curva tensão principal normalizada em relação à tensão confinante versus a deformação axial. Esses autores atribuíram o amolecimento observado à instabilidade do material antes de atingir o pico. Essa instabilidade causa a localização de deformações em zonas de cisalhamento estreitas e permite que a cinemática do mecanismo de falha se desenvolva. Como consequência, o comportamento de amolecimento ocorre após o carregamento de pico. Em outras palavras, o amolecimento observado é uma resposta global ao mecanismo de deslizamento no início do cisalhamento. No mesmo trabalho, Alshibli e Sture (2000) concluíram que a resposta tensão x deformação é fortemente dependente da densidade da amostra, tensão confinante e textura do grão. Em ensaios biaxiais com areia grossa e seca, Han e Drescher (1993) notaram que a deformação cisalhante na banda de cisalhamento e a orientação da banda são dependentes da magnitude da tensão confinante. Ao se aumentar a tensão confinante a deformação cisalhante aumentou, enquanto o ângulo de inclinação da banda reduziu.

Desrues e Viggiani (2004) em sua pesquisa, que reuniu programas experimentais realizados ao longo de 20 anos, afirmam que o padrão da localização de deformação não é único. As condições de contorno e esbeltez da amostra podem influenciar diversos modos de localização, como bandas paralelas, cruzadas, assim como modos temporários, ou não persistentes. Os autores notaram que o desenvolvimento de uma banda de cisalhamento sempre ocorre próximo ao pico de tensão, seja ligeiramente antes ou nele, mas nunca após. Além disso, dependendo da geometria, a localização de deformações pode se iniciar no interior da amostra, isto é, a banda de cisalhamento não se inicia necessariamente no contorno. Outro resultado importante foi obtido no experimento com a inserção de imperfeições através de inclusões artificiais fracas (amolecimento) e duras (endurecimento). Em ambos os casos, a inclusão definiu a localização da banda de cisalhamento na amostra, mas não afetou o nível de tensão ou deformação em que a localização ocorreu. Portanto, foi comprovado que as imperfeições desempenham papel importante na localização de deformações.

Hall *et al.* (2010) realizou ensaios triaxiais compressionais em corpos de prova de areia seca sob tensão confinante de 100 kPa. Com o advento da técnica de correlação digital de imagens volumétricas 3D, o autor conseguiu captar a localização de deformações. Figura 2-5 (a) mostra a banda de cisalhamento através do campo 3D de máxima deformação cisalhante em diferentes instantes, enquanto a Figura 2-5 (b) mostra a magnitude da rotação de cada grão para os mesmos instantes. Assim como apontado no ensaio biaxial realizado por Desrues e Viggiani (2004), o autor percebeu que a localização de deformações ocorria antes do pico da curva tensão x deformação. Também foi confirmada a importância da rotação dos grãos na localização de deformações.



(a)



(b)

Figura 2-5 – Cortes verticais no meio da amostra em instantes equivalentes: (a) deformação cisalhante máxima; (b) magnitude da rotação dos grãos (adaptado de Hall *et al.*, 2010).

Batiste *et al*. (2004) analisou uma série de resultados de ensaios triaxiais compressionais em areias. Ele identificou dois tipos de bandas de cisalhamento nas amostras através da técnica de tomografia computadorizada, mostradas na Figura 2-6, as quais denominou de “axial cônica” e “radial planar”. O autor credita a formação de um grande número de bandas de cisalhamento à complexidade cinemática da configuração triaxial axissimétrica. Nesses ensaios, parecem ser a combinação dos efeitos das bandas de cisalhamento e bifurcação difusa fora das bandas de cisalhamento que governam o comportamento global da amostra.

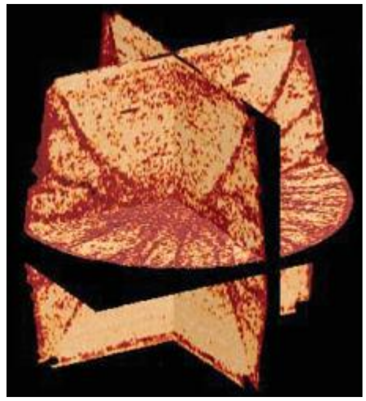
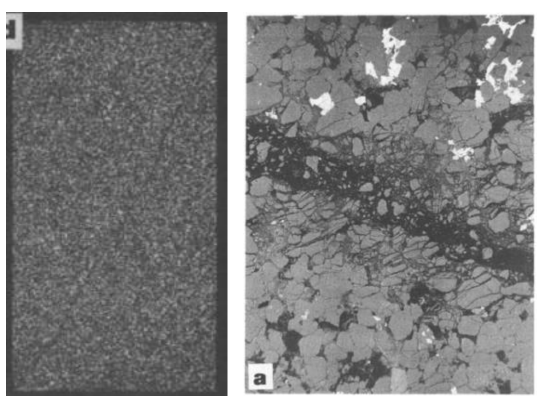


Figura 2-6 – Imagem de tomografia computadorizada de ensaio triaxial compressional em areia (Batiste *et al.*, 2004).

Os mesmos ensaios foram feitos para rochas. Ord, Vardoulakis e Kajewski (1991) realizaram ensaios biaxiais para estudar a formação de bandas de cisalhamento em arenitos (Figura 2-7). Todas as amostras levadas à ruptura apresentaram banda de cisalhamento. Pouco antes do pico, no início da localização de deformações, a deformação é acomodada por deslocamentos de corpo rígido e rotações de grãos contendo pouca quebra de grãos. Com a evolução de deformações, é gerada uma fratura discreta devido à alteração gradual da microestrutura. Neste ponto, com a ruptura da amostra, a banda de cisalhamento apresenta grãos altamente cominuídos ou até mesmo uma brecha de fragmentos quebrados.



(a) (b)

Figura 2-7 – Banda de cisalhamento em rocha arenítica: (a) Microtomografia de uma seção fina do arenito quando carregado até a falha; (b) micrografia eletrônica de varredura da zona de cisalhamento (Ord, Vardoulakis e Kajewski, 1991).

Por sua vez, Sulem e Ouffroukh (2006) analisaram a formação da banda de cisalhamento e sua microestrutura em ensaios triaxiais em arenito. As amostras de todos os ensaios apresentaram uma ou mais bandas de cisalhamento. Analisando a microestrutura da banda em ensaios drenados, foi verificado que para tensões confinantes relativamente baixas (7 e 14 MPa) os grãos dentro da banda se encontram quebrados com pouco esmagamento localizado. Em amostras testadas sob tensão confinante mais alta (28, 40 e 50 MPa) a banda de cisalhamento pode ser notada a olho nu e é caracterizada por cominuição intensa dos grãos e pulverização. Quanto à variação de porosidade, os autores perceberam que amostras submetidas a tensões confinantes baixas apresentam aumento de porosidade na banda, o que pode ser interpretado como banda de cisalhamento de dilatação sob tensões confinantes baixas. Em corpos de prova testados sob altas tensões confinantes foi observada uma zona de compactação com grande cominuição de grãos e redução de porosidade no centro da banda. Em ambos os casos houve uma redução de permeabilidade dentro da banda de cisalhamento. Isso se deve ao aumento da tortuosidade e superfície específica.

2.3. Fatores influentes

Para entender os fatores que influenciam a formação de bandas de cisalhamento podemos citar o seguinte paragrafo retirado de Liu (2018) e traduzido aqui: "*Como uma amostra composta de partículas granulares sempre tem heterogeneidade intrínseca e diferentes restrições de contorno em suas bordas, a distribuição de tensões não será uniforme e a distribuição de deformações também não será homogênea. Quando a amostra é carregada, algumas regiões locais serão as primeiras a atingir seu limite de resistência e começar a romper; a resistência local, que se reduz com a deformação, não é suficiente para resistir aos carregamentos. Ao mesmo tempo, imperfeições locais resultam em uma redução da capacidade de resistência global. Então, para manter a força equilibrada, a carga adicional será transferida e compartilhada pelas regiões de solo vizinhas. Isso continuará até que a resistência interna possa equilibrar a carga externa. Se isso não acontecer, as regiões localizadas de deformação se espalharão continuamente e se desenvolverão em uma determinada* *direção até a formação de bandas de cisalhamento completas, que dividirão a amostra em um certo número de partes independentes antes do colapso final da estrutura. Durante esse processo, a falha ocorre em certas regiões e se espalha para o seu entorno, o que também é um processo de balanceamento progressivo. Com a redução da capacidade de carga global, as partes fora das regiões localizadas de deformação descarregam por uma questão de equilíbrio.*"

No item anterior foram mostrados alguns fatores que influenciam na geração da localização de deformações em bandas de cisalhamento como condições de contorno, dimensões da amostra, imperfeições do material e instabilidade da bifurcação nas vizinhanças do pico da curva tensão x deformação. Outros fatores também exercem influência na formação da banda, como a tensão confinante e a densidade da amostra, que quanto mais alta, menore é a deformação axial de formação da banda (Alshibli, Batiste e Sture, 2003). Além desses, como observado em experimentos (Alsaleh, 2004), o tamanho, a forma e a rugosidade da superfície do grão são variáveis que possuem papel importante na determinação da deformação dos materiais.

Ao longo de décadas pesquisadores vêm tentando desenvolver uma correlação entre a espessura da banda de cisalhamento e o tamanho médio dos grãos. Roscoe (1970) estabeleceu a hipótese de que a espessura da banda de cisalhamento é proporcional ao diâmetro médio dos grãos. Essa hipótese foi confirmada por Mühlhaus e Vardoulakis (1987) acrescentando que a espessura da banda de cisalhamento não é afetada por qualquer outra dimensão geométrica do corpo de solo a não ser o tamanho do grão. Viggiani, Küntz e Desrues (2001) e Desrues (1984, apud Liu, 2018) ao estudarem a influência do tamanho do grão em bandas de cisalhamento em areias também confirmaram essa dependência. A Tabela 2-1 exibida a seguir mostra os resultados das correlações obtidas por diferentes autores. O valor da coluna da espessura quer dizer quantas vezes deve ser multiplicado o diâmetro médio dos grãos para se ter a espessura da banda de cisalhamento.

Tabela 2-1 – Correlação entre tamanho do grão e espessura da banda de cisalhamento (apud Alsaleh[1], 2004; apud Liu, 2018[2]).

Autor	Espessura (vezes o grão médio)	Material
(Roscoe, 1970)	10	Areia
(Mühlhaus e Vardoulakis, 1987)	16	Areia
Mokni e Desrues (1999)[1]	7.5 - 9.6	Areia
Yoshida *et al*. (1994)[2]	8 - 22	Areia
Tatsuoka *et al*. (1997)[2]	10	Areia densa
(Alshibli e Sture, 2000)	13 - 14	Areia fina
(Alshibli e Sture, 2000)	11 - 12	Areia média
(Alshibli e Sture, 2000)	10 - 11	Areia grossa
(Mühlhaus e Vardoulakis, 1987)	10 - 15	Areia
(Alshibli e Sture, 1999)	10.63 - 13.86	Areia
(Sulem e Ouffroukh, 2006)	1 - 2	Arenito
(Bésuelle, Desrues e Raynaud, 2000)	1 - 4	Arenito

Observa-se uma notável diferença na espessura de banda entre areias e rochas. Enquanto as areias apresentam larguras de banda da ordem de 8 a 22 vezes o diâmetro dos grãos, os arenitos apresentam larguras da ordem de 1 a 4 vezes esse parâmetro. Credita-se essa diferença ao fato de as rochas possuírem maior coesão. Dessa forma, os grãos possuem menor capacidade de se rearranjar, seja por movimento de corpo livre ou por rotação. Por conta disso, as bandas de cisalhamento em rochas apresentam microfraturas inter e intragranulares. Por conta da intensidade dessas microfraturas, os grãos podem chegar a serem esmagados, indicando uma deformação cataclástica (Bésuelle, Desrues e Raynaud, 2000).

Alshibli e Sture (1999) identificaram que a largura da banda de cisalhamento aumenta com a densidade da rocha. A largura da banda de cisalhamento também é influenciada pela tensão confinante, quanto maior esta última, menor a espessura da banda (DeJong e Frost, 2020, apud Alsaleh, 2004). Viggiani, Küntz e Desrues (2001) afirmam que a orientação da banda de cisalhamento não está relacionada ao tamanho médio das partículas em materiais granulares. Esse resultado contradiz estudos experimentais prévios realizados por Alshibli e Sture (2000), que mostram que o ângulo de inclinação da banda diminui conforme o tamanho médio dos grãos aumenta tanto em pressões confinantes baixas como altas. Estes últimos autores entenderam que o ângulo de inclinação da banda aumenta com o aumento da densidade da amostra. Além disso, eles concluíram que a influência da pressão confinante no aumento ou redução do ângulo de inclinação da banda depende da areia ser fina ou grossa. Outros estudos, como de Vardoulakis, Goldscheider e Gudehus (1978), também apontam a influência das condições de contorno e esbeltez da amostra no ângulo de inclinação da banda de cisalhamento.

Existem três fórmulas principais utilizadas para se estimar o ângulo de inclinação da banda de cisalhamento (θ). Este é o ângulo de inclinação do domínio de deformações localizadas em relação à tensão principal horizontal. A solução de Mohr-Coulomb é representada na Equação 2.1. Ela depende do ângulo de atrito mobilizado (φ_p), não leva em conta os efeitos das mudanças volumétricas e representa um limite superior da inclinação da banda. A segunda formulação foi proposta por Roscoe (1970) e está apresentada na Equação 2.2. Ela é uma função do ângulo de dilatância (ψ) que leva em conta a dilatação volumétrica. Esta formulação é considerada como um limite inferior da inclinação da banda. Observe que na adoção de uma lei de fluxo associada, as soluções de Mohr-Coulomb e Roscoe coincidem. Arthur *et al.* (1978) propôs a Equação 2.3 baseada em observações experimentais da inclinação da banda de cisalhamento como uma função dos ângulos de dilatância e atrito. Novamente, para fluxo associado essa equação coincide com as anteriores.

$$\theta = 45 + \frac{\varphi_p}{2} \tag{2.1}$$

$$\theta = 45 + \frac{\psi}{2} \tag{2.2}$$

$$\theta = 45 + \frac{\varphi_p + \psi}{4} \tag{2.3}$$

3.
Modelagem numérica

Este capítulo se dedica aos assuntos relacionados à modelagem da banda de deformação. Os assuntos abordados serão os métodos numéricos, as técnicas de regularização, além dos modelos constitutivos.

3.1.
Teoria da plasticidade

A teoria elastoplástica fornece um dos melhores arcabouços para formulação de modelos constitutivos que simulem realisticamente o comportamento de geomateriais. Em problemas de localização de deformações, é comum se utilizar uma medida da deformação plástica para identificação da banda de localização. Outros aspectos importantes na modelagem de rochas é a utilização de uma lei de fluxo não associada e a adoção de um comportamento plástico de amolecimento ou endurecimento. A seguir serão definidos alguns fundamentos básicos da plasticidade. Ao fim serão apresentados alguns modelos constitutivos utilizados na modelagem desse tipo de material.

3.1.1.
Função de plastificação

O comportamento elastoplástico é dividido em uma fase puramente elástica, na qual havendo descarregamento o material retorna ao seu estado indeformado, e uma fase elastoplástica, caracterizada pela presença de deformação residual do material descarregado. A função de plastificação define essa transição de comportamento elástico para plástico. Ela é uma função escalar do estado de tensão ($\boldsymbol{\sigma}$) e o seu tamanho muda em função dos parâmetros de estado (h), que estão relacionados ao amolecimento e endurecimento

$$F(\boldsymbol{\sigma}, h) = 0 \qquad 3.1$$

Essa função define uma superfície de plastificação no espaço das tensões, que identifica em qual regime o material se encontra. Ele se encontra em regime puramente elástico se F < 0 e plástico (elastoplástico) se F = 0. A teoria da plasticidade não admite que a função de plastificação assuma valores maiores que zero.

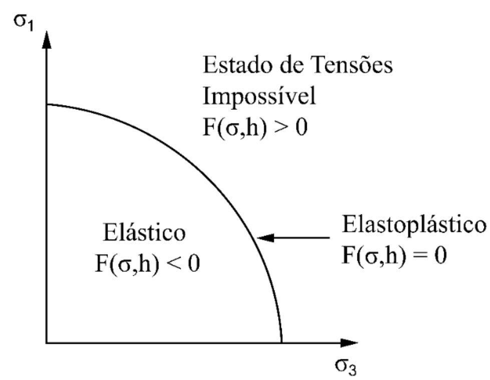


Figura 3-1 – Superfície de plastificação e comportamento do material.

3.1.2.
Função potencial plástico e lei de fluxo

A lei de fluxo (Equação 3.2) determina a direção da variação da deformação plástica para um estado de tensão sobre a superfície de plastificação.

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{p}} = \lambda \frac{\partial P}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \qquad 3.2$$

onde, $d\varepsilon^p$ representa o tensor de deformação plástica incremental, P é a função potencial plástico e λ é um multiplicador escalar denominado multiplicado plástico. Por simplicidade, será analisado o caso em que $\sigma_2 = 0$ e a função potencial plástico é plotada no espaço 2D σ_1-σ_3 (Figura 3-2).

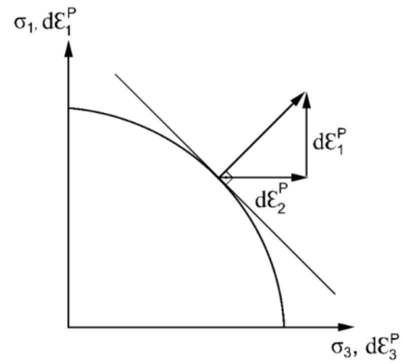


Figura 3-2 – Curva potencial plástico no espaço 2D.

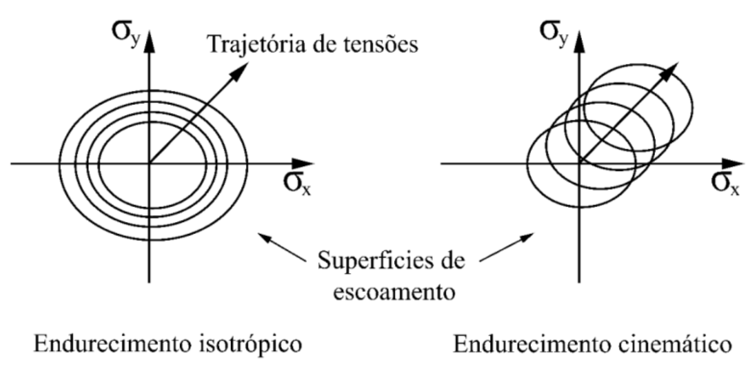
O vetor normal à superfície potencial plástica no estado de tensões atual tem componentes que fornecem uma indicação do tamanho relativo dos componentes de deformação, enquanto o valor do multiplicador plástico controla a magnitude dos componentes de incremento de deformação plástica. A relação $\partial P/\partial \boldsymbol{\sigma}$ controla a direção da variação das deformações plásticas. O caso particular no qual a função potencial plástico é igual a função de plastificação, a lei de fluxo é dita associada. Neste caso o vetor de incremento de deformação plástica é normal à superfície de plastificação. Na lei de fluxo associada as matrizes constitutivas e de rigidez global são simétricas. Caso essas duas funções sejam diferentes, a lei de fluxo é denominada não associada. É justamente a lei de fluxo que governa os efeitos de dilatação no material, os quais possuem grande influência em mudanças de volume e resistência. Portanto, o ângulo de dilatância é uma medida do incremento de volume sofrido pelo material durante o carregamento. Este ângulo pode ser maior, igual ou menor que zero, dependendo se as deformações causam aumento (fluxo dilatante), consistência de volume (fluxo incompressível) ou redução (fluxo de contração) (Kiewiet, 2015).

Ao se adotar lei de fluxo associada, a função potencial plástico se torna igual à função de plastificação, porém isso resulta em magnitudes de deformações volumétricas plásticas (dilatação) muito superiores ao observado em geomateriais. Para corrigir esse comportamento adota-se uma lei de fluxo não associada, a qual tem função potencial plástico com forma semelhante à função de plastificação, porém com o ângulo de atrito substituído pelo ângulo de dilatância. A lei de fluxo não associada fornece mais flexibilidade para se capturar a alteração inelástica do volume, seja de compactação ou dilatação. No entanto, a adoção de uma lei de fluxo não associada torna a matriz constitutiva e, consequentemente, a matriz de rigidez global assimétricas. Em problemas de localização de deformações isso pode gerar instabilidade numérica, prejudicando o andamento da análise.

3.1.3. Leis de endurecimento e amolecimento

Como visto no Item 3.1.1 a função de plastificação é função também de um parâmetro de estado *h*. Quando há amolecimento ou endurecimento durante a deformação plástica, leis são necessárias para especificar como a função de plastificação deve variar. Nestes casos *h* varia com a deformação plástica e representa como a magnitude do estado de tensão no escoamento se altera. Na plasticidade perfeita não ocorre endurecimento ou amolecimento, então h é constante. O parâmetro h, neste caso, representa a magnitude da tensão no escoamento.

Existem dois tipos de amolecimento/endurecimento, os chamados cinemático e isotrópico. No isotrópico a superfície de plastificação muda de tamanho, mas permanece centrada no mesmo ponto. No cinemático a superfície de plastificação não sofre alteração de tamanho, porém muda de posição no espaço das tensões. O amolecimento/endurecimento também pode ser modelado por uma combinação dos dois tipos citados anteriormente. A Figura 3-3 ilustra esses tipos de endurecimento.



(a) **(b)**

Figura 3-3 – Tipos de endurecimento: (a) isotrópico; (b) cinemático (adaptado de Potts e Zdravkovic, 1999).

3.2.
Modelos constitutivos

Serão apresentados a seguir modelos constitutivos plásticos que são considerados adequados à representação do comportamento constitutivo de rochas. Neste trabalho foi utilizada a convenção da mecânica do contínuo com tensões de tração positivas e deformações positivas em dilatação.

3.2.1.
Mohr-Coulomb

O critério de Mohr-Coulomb é baseado na hipótese de que o fenômeno macroscópico da plastificação é essencialmente resultado de deslizamento friccional entre as partículas do material. Este critério é sensível à plastificação apenas devido ao cisalhamento. Ele é muito utilizado em solos, rochas e concreto, pois esses materiais muitas vezes apresentam falha devido a tensões cisalhantes, visto que são materiais granulares ou compostos por agregados. Como o critério de Mohr-Coulomb não possui uma superfície de plastificação por compactação pura, este não é capaz de modelar o colapso de poros e/ou o esmagamento de grãos por compactação. Isso quer dizer, por exemplo, que se apenas a pressão hidrostática for aumentada indefinidamente o material nunca irá plastificar. Esta característica é um fator limitante do critério e deve ser lavada em consideração na hora de se modelar o fenômeno de plastificação nos materiais. Geomateriais apresentam forte dependência da pressão hidrostática na plastificação. Como o modelo de Mohr-Coulomb é dependente da pressão hidrostática, ou seja, do primeiro invariante do tensor hidrostático, ele se torna uma boa alternativa para modelagem desses materiais. A partir de resultados de ensaios triaxiais em diferentes amostras com diferentes tensões confinantes podem ser plotados os círculos de Mohr no instante da falha. Assume-se que a tangente a todos os círculos é uma linha reta que também é chamada de critério de ruptura de Coulomb (Figura 3-4) e é representada pela Equação 3.3.

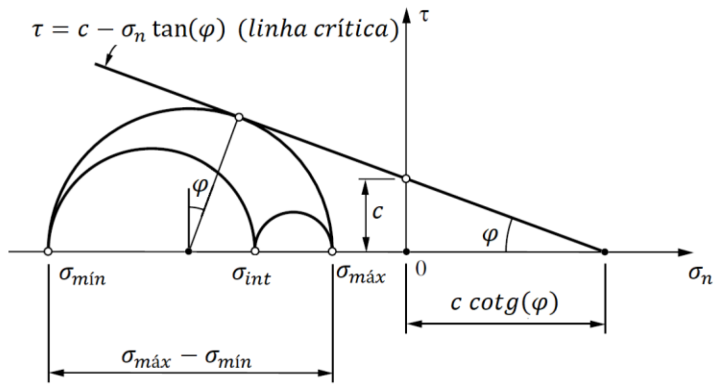


Figura 3-4 – Círculos de Mohr e o critério de Mohr-Coulomb (adaptado de de Souza Neto, Peri e Owen, 2008).

$$\tau = c - \sigma_n\, tan\varphi \tag{3.3}$$

τ é a tensão cisalhante, σ_n é a tensão normal, c é a coesão e φ é o ângulo de atrito, sendo estes dois últimos parâmetros do material. Utilizando as equações do círculo de Mohr e sabendo que $|\sigma_1| = |\sigma_{max}|$ e $|\sigma_3| = |\sigma_{min}|$, a Equação 3.3 pode ser reescrita:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) + (\sigma_1 + \sigma_3)sen\varphi = 2c\ cos\varphi \tag{3.4}$$

A Equação 3.4 é denominada critério de falha de Mohr-Coulomb e é adotada como a seguinte função de plastificação:

$$F = (\sigma_1 - \sigma_3) + (\sigma_1 + \sigma_3)sen\varphi - 2c\ cos\varphi \tag{3.5}$$

Essa é a representação em duas dimensões, porém esse critério possui um total de seis funções, visto que ele é representado por uma pirâmide de base hexagonal irregular, como pode ser visto no espaço das tensões efetivas principais (Figura 3-5). As outras 5 funções serão mostradas a seguir:

$$F = \sigma_2 - \sigma_3 + (\sigma_2 + \sigma_3)sen\varphi - 2c\ cos\varphi \tag{3.6}$$

$$F = \sigma_2 - \sigma_1 + (\sigma_2 + \sigma_1)sen\varphi - 2c\ cos\varphi \tag{3.7}$$

$$F = \sigma_3 - \sigma_1 + (\sigma_3 + \sigma_1)sen\varphi - 2c\ cos\varphi \tag{3.8}$$

$$F = \sigma_3 - \sigma_2 + (\sigma_3 + \sigma_2)sen\varphi - 2c\ cos\varphi \tag{3.9}$$

$$F = \sigma_1 - \sigma_2 + (\sigma_1 + \sigma_2)sen\varphi - 2c\ cos\varphi \tag{3.10}$$

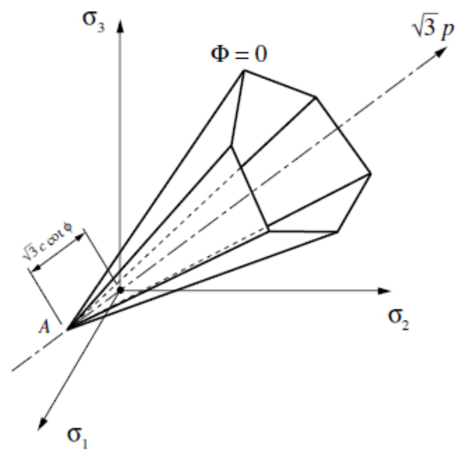


Figura 3-5 – Superfície de plastificação de Mohr-Coulomb no espaço das tensões principais (de Souza Neto, Peri e Owen, 2008).

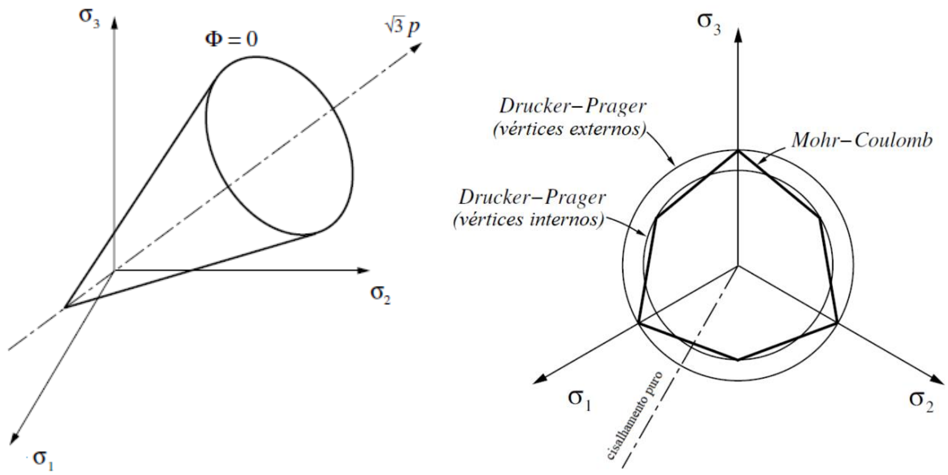
A Equação 3.5 também pode ser escrita através de invariantes, pois muitas vezes essa representação se torna interessante na análise de elementos finitos.

$$F = \left(cos\Theta - \frac{1}{\sqrt{3}}\, sen\theta\ sen\varphi\right)\sqrt{J_2} + I_1\, sen\varphi - c\ cos\varphi \qquad 3.11$$

Sendo I_1 o invariante do tensor hidrostático, J_2 o segundo invariante do tensor desviador e Θ o ângulo de Lode.

3.2.2. Drucker-Prager

O modelo constitutivo de Drucker-Prager foi idealizado como uma aproximação suavizada do modelo de Mohr-Coulomb. A função de plastificação do modelo de Mohr-Coulomb possui vértices no espaço de tensões principais (Figura 3-5), os quais implicam singularidades na função de plastificação. A consequência disso é que nesses vértices as derivadas parciais da função de plastificação em respeito aos componentes de tensão, que são necessárias para definição da matriz constitutiva elastoplástica, não são únicas. O modelo de Drucker-Prager nada mais é que uma aproximação suavizada do modelo de Mohr-Coulomb através da modificação da função de plastificação. A função de plastificação em Drucker-Prager no espaço de tensões principais é um cone (Figura 3-6 (a)) de base circular (Figura 3-6 (b)).



(a) **(b)**

Figura 3-6 – Superfície de plastificação de Drucker-Prager: (a)no espaço de tensões principais; (b) no plano desviador em comparação com o modelo de Mohr-Coulomb (adaptado de de Souza Neto, Peri e Owen, 2008).

Ele também pode ser visto como uma extensão do critério de von Mises no qual foi incluído um termo dependente da pressão hidrostática, ou seja, o primeiro invariante do tensor hidrostático. Neste modelo a plastificação ocorre quando o primeiro invariante do tensor hidrostático e o segundo invariante do tensor desviador alcançam uma combinação crítica. A função de plastificação na representação invariante pode ser vista na equação a seguir:

$$F = \left(DI_1 + \sqrt{J_2}\right) - \sigma_0 \qquad 3.12$$

São utilizados os parâmetros D e σ_0 para fazer o critério de Drucker-Prager coincidir com o de Mohr-Coulomb nos vértices internos ou externos, como pode ser visto na Figura 3-6 (b). O cone interno é denominado cone de extensão e corresponde ao critério de Mohr-Coulomb em tração uniaxial e compressão biaxial, enquanto o cone externo é conhecido como cone de compressão e corresponde à superfície de Mohr-Coulomb em compressão uniaxial e tração biaxial.

As duas equações que serão mostradas a seguir são aproximações muito utilizadas na correspondência desses critérios. O sinal de mais é utilizado para coincidir o cone de extensão (vértices internos), enquanto o sinal de menos é utilizado quando a superfície de Drucker-Prager coincide com os vértices externos (cone de compressão).

$$D = \frac{2\,sen\varphi}{\sqrt{3}(3 \pm sen\varphi)} \tag{3.13}$$

$$\sigma_0 = \frac{6C\,cos\varphi}{\sqrt{3}(3 \pm sen\varphi)} \tag{3.14}$$

3.2.3. "Concrete damaged plasticity"

Este modelo constitutivo está presente na biblioteca do software Abaqus® e é baseado nos modelos propostos por Lubliner *et al.* (1989) e Jeeho e Gregory L. (1998). Ele é muito utilizado em análises de carregamento cíclico e/ou dinâmico em estruturas de concreto, porém também é adequado na análise de outros materiais quase-frágeis como rocha, argamassa e cerâmica. O mesmo não deve ser utilizado em modelagens as quais o material esteja submetido a altas pressões hidrostáticas, pois nessa situação o comportamento do material passa a ser dúctil. A sua utilização é recomendada para materiais quase-frágeis sob relativamente baixa tensão confinante, no valor de quatro a cinco vezes a tensão de ruptura de compressão no ensaio uniaxial de compressão (Dassault Systèmes, 2017). O também chamado de modelo CDP consegue representar o comportamento não linear do material na tração e compressão e é adequado para a modelagem de carregamento cíclico. Ele pressupõe que a resposta de compressão e tração uniaxial do material é caracterizada por plasticidade danificada, onde a degradação da rigidez é definida por uma variável de dano na zona de compressão e outra variável de dano na zona de tração (Medeiros, 2018). O dano sofrido pelo material na fase de descarregamento resulta em uma rigidez inferior à inicial no início do segundo ciclo de carga. A função de plastificação é escrita em termo das tensões efetivas como mostrado a seguir,

$$F = \frac{1}{1-\alpha}\left(\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta\langle\hat{\bar{\sigma}}_{max}\rangle - \gamma\langle-\hat{\bar{\sigma}}_{max}\rangle\right) - \bar{\sigma}_c \tag{3.15}$$

onde $\hat{\bar{\sigma}}_{max}$ é o autovalor algebricamente máximo do tensor de tensões ($\bar{\sigma}$), α e γ são constantes adimensionais do material, $\bar{p}$ é a pressão hidrostática efetiva, $\bar{q}$ é a tensão de Mises efetiva e β é uma função definida por:

$$\beta = \frac{\bar{\sigma}_c}{\bar{\sigma}_t}(1-\alpha) - (1+\alpha) \qquad 3.16$$

$\bar{\sigma}_c$ e $\bar{\sigma}_t$ são as tensões efetivas coesivas de compressão e tração, respectivamente. São elas que determinan o tamanho da superfície de plastificação. O coeficiente α pode ser determinado a partir das tensões de escoamento iniciais equibiaxial (σ_{b0}) e uniaxial de compressão (σ_{c0}):

$$\alpha = \frac{\sigma_{b0} - \sigma_{c0}}{2\sigma_{b0} - \sigma_{c0}} \qquad 3.17$$

O coeficiente γ (Equação 3.18) é função de uma constante K_c que controla o formato da superfície de plastificação no plano desviador (Figura 3-7).

$$\gamma = \frac{3(1-K_c)}{2K_c - 1} \qquad 3.18$$

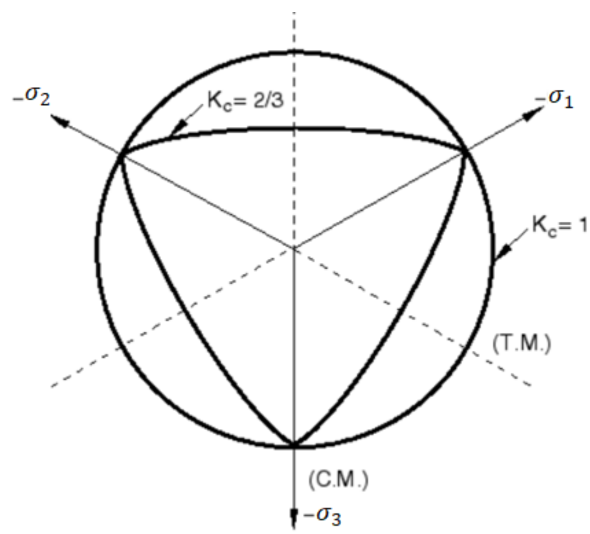


Figura 3-7 – Superfície de plastificação no plano desviador para diferentes valores de K_c (adaptado de Dassault Systèmes, 2017).

Em compressão biaxial, $\hat{\bar{\sigma}}_{max}$ é igual a zero transformando a Equação 3.15 na clássica equação de Drucker-Prager no plano meridional. Se adotado $K_c = 1$, a superfície no plano desviador se transforma em um círculo resultando na mesma superfície obtida no modelo clássico de Drucker-Prager. Quando a variável de dano não é definida, o modelo se transforma em um modelo de plasticidade clássico e o tensor de tensão efetiva se iguala ao tensor de tensões de Cauchy. Uma característica interessante desse modelo é que ele conta com uma regularização viscoplástica do tipo "overstress" através de uma generalização da regularização de Duvaut-Lions (Duvaut e Lions, 1972). Com ela é possível melhorar a convergência dos resultados e minimizar a dependência espúria de malha. Esta regularização deriva uma atualização viscosa do tensor de deformação plástica usando um parâmetro de viscosidade adicional, chamado de tempo de relaxação (μ). A taxa de deformação viscoplástica ($\dot{\varepsilon}^{vp}$) a qual substitui a taxa de deformação plástica ($\dot{\varepsilon}^{p}$) é computada com base no estado não viscoso e é mostrada na Equação 3.19, onde ε^{p} é a deformação plástica calculada para superfície de plastificação independente da viscosidade (Wosatko, Pamin e Polak, 2015). O que é regularização, os tipos e quando devem ser utilizadas serão abordados no Item 3.4 mais à frente.

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = \frac{1}{\mu}(\varepsilon^{p} - \varepsilon^{vp}) \qquad 3.19$$

3.2.4. SR3

Os modelos apresentados anteriormente levam em conta o caráter friccional dos geomateriais, mas falham na modelagem de outros comportamentos de solos e rochas. Esses modelos não conseguem levar em consideração a plastificação devido ao colapso de poros por compactação do material. Para levar em conta esse comportamento, modelos constitutivos mais avançados possuem além de uma superfície de plastificação cisalhante, outra superfície de plastificação de compactação. Essa superfície de plastificação que captura a plastificação devido a compactação é uma envoltória localizada a direita também denominada de "CAP".

Uma alternativa interessante é o modelo SR3, também chamado de "Soft Rock Plasticity", que é um modelo de estado crítico proposto por Crook *et al.* (2006) com o objetivo de modelar a resposta mecânica de rochas moles e arenitos pouco consolidados. O modelo é definido por uma única superfície de plastificação, mas consegue capturar a ruptura tanto por cisalhamento quanto por compactação. Na mesma superfície ele conta com um trecho que inicialmente se aproxima do critério de Mohr-Coulomb (ruptura por cisalhamento), que depois se transforma em um "CAP" (ruptura por compactação), como pode ser visto no plano p-q apresentado na Figura 3-8. Além disso, o SR3 permite a adoção de uma lei de fluxo não associada.

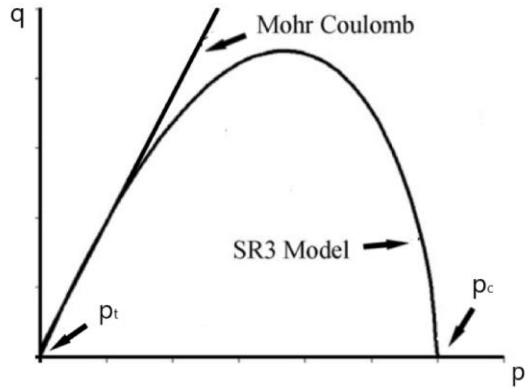


Figura 3-8 – Superfície de plastificação do modelo SR3 no plano desviador em comparação com a de Mohr-Coulomb (adaptado de Crook *et al.* (2006).

A função de plastificação é apresentada na Equação 3.20 a qual define uma superfície suave em função dos três invariantes.

$$F = g(\Theta,p)q + (p - p_t)tan\beta_{SR3} \left(\frac{p - p_c}{p_t - p_c}\right)^{\frac{1}{n_{SR3}}} \quad 3.20$$

Onde p é a pressão hidrostática, q é a tensão de Mises, Θ é o ângulo de Lode, p_t é o intercepto de tração da superfície de plastificação com o eixo hidrostático, p_c é o intercepto de compressão da superfície de plastificação com o eixo hidrostático (também chamado de pressão de pré consolidação), β_{SR3} e n_{SR3} são constantes do material que definem a forma da superfície de plastificação no plano p-q, e $g(\Theta, p)$ é uma função que controla a forma da superfície de plastificação no plano desviador.

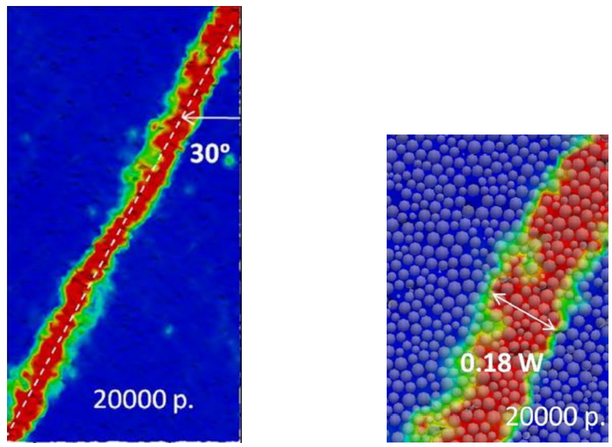
3.3. Método de solução

Atualmente existem diversos métodos numéricos que auxiliam na predição do fenômeno de localização de deformações. Entre os principais, destacam-se o método dos elementos discretos (MED) e o método dos elementos finitos (MEF). Esses dois métodos numéricos são apresentados a seguir.

3.3.1. Método dos elementos discretos

Materiais granulares possuem natureza discreta, portanto muitas vezes uma representação através de um meio contínuo não consegue captar toda complexidade da cinemática, incluindo deslocamentos e rotações, e dos mecanismos de transferências de forças granulares. Neste sentido, o MED é uma ferramenta que representa de forma realista o comportamento mecânico de geomateriais. Primeiramente proposto por Burman, Cundall e Strack (1979), essa abordagem numérica leva em consideração as partículas individuais, assim como suas interações. Chama-se de MED os métodos que permitem deslocamentos e rotações de corpos discretos (incluindo separação total) e que reconhecem novos contatos automaticamente à medida que os cálculos são executados (Sampaio, 2017). Este é um método muito adequado para o estudo do comportamento mecânico de materiais granulares de um ponto de vista microscópico (Wu *et al.*, 2020), representando fisicamente muito bem o problema a ser estudado. A modelagem com MED envolve a especificação de equações de movimento para um sistema de corpos discretos e a resolução das equações resultantes. A resposta mecânica do material granular é governada pelo contato entre as partículas e entre as partículas e o contorno envolvente. Dessa forma, as quantidades físicas na microescala, como rotação de partículas, orientação de contato e forças de contato podem ser mensuradas (Liu, 2018). A Figura 3-9 mostra a modelagem da localização de deformações com o uso do MED.

O MED é muito utilizado em estudos de fluxo granular por possibilitar a simulação de grandes deslocamentos e grandes deformações. Com a utilização de um modelo de contato coesivo é possível ainda representar o surgimento e a propagação de fraturas. É importante também citar que a principal desvantagem do método é o seu alto custo computacional. Outro inconveniente do método é o fato das propriedades mecânicas macroscópicas serem provenientes da calibração dos parâmetros das partículas (mesoscópicos) e dos contatos (microscópicos), o que gera uma problemática na prescrição dos parâmetros macroscópicos. Como essa técnica resolve equações proporcionalmente ao número de contatos e partículas, a simulação de uma estrutura em escala real, ou composta por um grande número de partículas se torna inviável. No entanto, apesar desta dificuldade, vários autores utilizam este método para a simulação do comportamento de rochas e para o estudo de formação de bandas de cisalhamento já que descreve a rotação e deslocamento relativo entre partículas.



(a) (b)

Figura 3-9 – Banda de cisalhamento obtida através do MED em ensaios biaxial compressional: (a) modelo com 20000 partículas; (b) Aproximação da imagem com foco na banda de cisalhamento (W = largura da amostra, p = partículas) (Dinç e Scholtès, 2018).

3.3.2.
Método dos elementos finitos

O MEF é o método mais amplamente utilizado na mecânica dos sólidos e dos meios porosos. Ele é baseado na subdivisão do domínio estudado em elementos menores e propõe a construção de aproximações para as variáveis de interesse do problema por interpolação de valores nodais (Torres, 2003). Arteaga (2007) define esta técnica como uma aproximação discreta de um problema contínuo, onde cada subdivisão (elemento finito) é considerada um campo contínuo no qual as variáveis da Equação Diferencial Parcial (EDP) são definidas. Ele é modelado por uma aproximação polinomial controlada por uma pequena quantidade de coeficientes. A conexão dos elementos finitos através dos valores desses coeficientes em posições nodais compartilhadas resulta em um conjunto de equações algébricas que pode ser resolvido numericamente por meio de métodos de otimização e de algoritmos matriciais.

Este método é muito versátil, tendo um campo de aplicação bem variado. Pode ser utilizado em projeto e análise de estruturas, análises geomecânicas, distribuição de temperatura, análise de escoamento de fluido, eletromagnetismo etc. Outra vantagem é que a técnica permite análises dinâmica e estática de estruturas de diversas geometrias, diferentes tipos de materiais (lineares e não lineares), diferentes tipos de carregamentos e condições de contorno complexas. O MEF é mais eficiente e econômico computacionalmente que o MED por conta de seu custo computacional estar ligado à quantidade de nós utilizados. O usuário pode escolher quais regiões de interesse necessitam de uma malha mais refinada e quais podem ter uma malha mais grosseira.

3.3.3. Dependência de malha no MEF

Apesar do fenômeno de localização de deformações ser visualizado na macroescala, ele tem suas origens na microescala do material. Geomateriais são materiais especialmente descontínuos e não homogêneos pelo fato de serem compostos por grãos e poros. As contribuições da microescala se tornam efetivas quando a escala de deformação característica e o tamanho da microestrutura se tornam comparáveis. Na presença de grandes gradientes de deformação os movimentos relativos das microestruturas contribuem significantemente na deformação do corpo (Pamin, 1994).

Mesmo sendo uma ferramenta computacional robusta, o MEF apresenta desvantagens na modelagem do problema de localização de deformações. Isto ocorre porque a maioria dos pacotes comerciais de análise de elementos finitos é baseado na mecânica do contínuo. A utilização do contínuo convencional não introduz um comprimento característico (também chamado de parâmetro com escala de comprimento) nos modelos constitutivos para refletir a microestrutura do material (Tejchman e Wu, 1993). Teorias de plasticidade clássicas falham em relacionar a microestrutura com o comportamento macroscópico do material, não conseguindo prever um comportamento realístico do material (Gulib, 2018).

Sharbati e Naghdabadi (2006) apontam que um dos problemas relacionados à aplicação do MEF convencional na descrição de bandas de deformação é que o resultado obtido falha em prever o tamanho correto do domínio local onde as deformações plásticas estão confinadas. À medida que se reduz o tamanho dos elementos utilizados, o tamanho do domínio com deformações localizadas também diminui. Em outras palavras, a utilização das teorias clássicas gera resultados dependentes da malha. Essa dependência tada pode ser facilmente visualizada através da largura do domínio de deformações localizadas e também através da resposta mecânica ao analisar a curva tensão-deformação. Nesta última, é facilmente notada a diferença de inclinação do trecho pós-pico em cada modelo com diferente discretização.

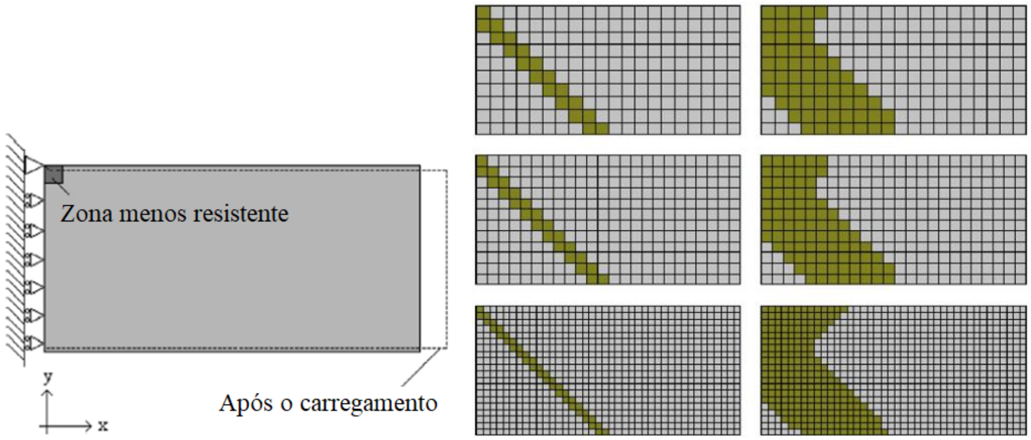
O fenômeno de localização de deformações em geomateriais pode estar associado a efeitos geométricos (condições de contorno e forma) ou a efeitos dos materiais (heterogeneidades e defeitos locais). Muitas das vezes, após a geração do domínio localizado de deformações, o material sofre uma redução de capacidade de carga (amolecimento). Quando o amolecimento é incorporado ao modelo constitutivo, a matriz constitutiva do material deixa de ser positiva definida localmente. Essa instabilidade local pode levar à perda de elipticidade das equações globais de equilíbrio (De Borst *et al.*, 1993). Uma vez perdida a elipticidade, o problema matemático se torna mal posto e surgem soluções espúrias com dependência de malha. A elipticidade é uma condição necessária para o bom posto do problema de valor de contorno, no sentido de que se admite um número finito de soluções linearmente independentes, dependendo continuamente dos dados e não envolvendo descontinuidades. É importante notar que a elipticidade das equações governantes é apenas uma das condições necessárias para o bom posto dos problemas de valor de contorno na análise estática (Liu, 2018).

O amolecimento é conhecido por ser uma característica que muitas vezes está presente no fenômeno de localização de deformações, porém não é um fator necessário para tal. A lei de fluxo também pode resultar em instabilidade do material. Rudnicki e Rice (1975) mostraram que a localização de deformações pode ocorrer em modelos com endurecimento quando adotada a lei de fluxo não associada. Liu (2018) conclui então que mesmo sem amolecimento, quando a matriz constitutiva do material for assimétrica, materiais se tronam instáveis, permitindo que o fenômeno de localização de deformações cisalhantes ocorra no corpo de prova ou estrutura.

3.4. Técnicas de regularização

A não ser que um modelo de plasticidade conte com um comprimento característico, ele perderá elipticidade e consequentemente sofrerá dependência de malha em algum estágio do carregamento ao simular a localização de deformações (Duretz, de Borst e Le Pourhiet, 2019). Então, para simular a ocorrência de intensa localização de deformação em bandas estreitas é necessária a introdução de algum mecanismo de regularização no modelo de contínuo clássico de forma a preservar o posto do sistema de equações que descreve o problema (Li e Tang, 2005). Qualquer técnica capaz de remover ou reduzir a dependência de malha que ocorre durante a simulação do fenômeno de localização de deformações pode ser chamada de técnica de regularização (Liu, 2018). A Figura 3-10 (b) apresenta a dependência de malha na modelagem do fenômeno de localização de deformações em uma placa (Figura 3-10 (a)) utilizando o MEF. Por outro lado, ao utilizar uma técnica de regularização (Teoria de Cosserat) a Figura 3-10 (c) mostra que a largura região plastificada se mantêm constante independente da discretização de malha adotada.

As técnicas de regularização introduzem ao menos um parâmetro com escala de comprimento, implícito ou explícito, nas relações constitutivas que definem o tamanho da região com deformações localizadas. Este parâmetro está relacionado ao tamanho médio dos grãos do material quando é definido explicitamente. A seguir serão analisadas as principais técnicas de regularização apontando suas diferenças, vantagens, desvantagens e também qual situação é apropriada para cada técnica.



(a) (b) (c)

Figura 3-10 – Zona plástica de placa submetida a deslocamento horizontal de 4,2 mm no bordo direito: (a) condições de contorno (b) contínuo convencional; (c) Cosserat (adaptado de Sharbati e Naghdabadi, 2006).

3.4.1. Regularização viscosa

Esta técnica consiste na introdução do comportamento dependente do tempo no material e permite a regularização de qualquer material elastoplástico (Cardoso e Varum, 2006). A técnica é baseada no fato da localização causar altas taxas de deformação, as quais são reduzidas e distribuídas na malha de elementos finitos por meio da viscosidade (da Silva, 2004). Needleman (1988), por meio de uma modelagem unidimensional constatou que quando a dependência do tempo é considerada, não há perda de elipticidade das equações de equilíbrio incrementais em problemas quase-estáticos e a dependência patológica da malha não ocorre porque o problema de valor de contorno permanece bem posto. A dependência do tempo consegue contornar a dependência de malha para modelos materiais que não dependem do tempo através da introdução de uma escala de comprimento no problema de valor de contorno. Essa escala de comprimento não é definida por meio de um parâmetro nas relações constitutivas do material, ou seja, o comprimento característico é definido de forma implícita quando se leva em conta o comportamento do material ao longo do tempo.

Por outro lado, nem todas as reologias visco-elasto-plásticas possuem a capacidade de resolver o problema de dependência de malha por não conseguirem introduzir no modelo a escala de comprimento (Duretz, de Borst e Le Pourhiet, 2019). Segundo a literarura, o modelo reológico capaz de aliviar a dependência de malha é o que possui um deslizador plástico em paralelo com um amortecedor. Então, um modelo visco-elasto-plástico de Maxwell (Figura 3-11) não é capaz de promover regularização, enquanto o modelo elasto-visco-plástico do tipo Kelvin utilizados por Perzyna (1966) e Duvaut e Lions (1972) (Figura 3-12) e o modelo "overlay" utilizado por Silva (2003) (Figura 3-13) conseguem preservar a elipticidade e o posto do problema.

Figura 3-11 – Modelo visco-elasto-plástico de Maxwell (Duretz, de Borst e Le Pourhiet, 2019).

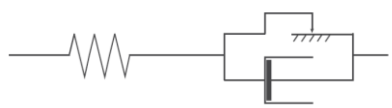


Figura 3-12 – Modelo elástico acoplado com um elemento viscoplástico de Kelvin (Duretz, de Borst e Le Pourhiet, 2019).

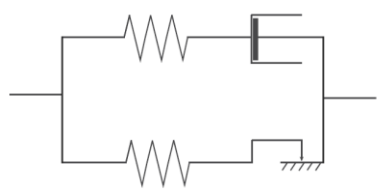


Figura 3-13 – Modelo overlay composto por um elemento elastoplástico em paralelo com um elemento viscoelástico de Maxwell (adaptado de da Silva (2004).

Os modelos viscoplásticos do tipo "overstress" de Perzyna (1966) e Duvaut e Lions (1972) são implementados de forma a permitir que o estado de tensões extrapole a superfície de plastificação e depois retorne a essa superfície através da relaxação, ou seja, a função de plastificação pode ser maior que zero. Esses modelos definem diretamente as equações de relaxação plástica no espaço de tensões. Uma alternativa a esses modelos foi proposta por Wang, Sluys e De Borst (1997), o denominado método de consistência. Os autores introduziram uma superfície de plastificação dependente do tempo para realizar a regularização viscosa. Com isso, as condições de Kuhn-Tucker para plasticidade independente do tempo ainda se aplicam. Neste modelo a função de plastificação pode expandir e contrair não apenas pelo efeito de endurecimento ou amolecimento, mas também pelo endurecimento ou amolecimento devido à viscosidade. O modelo apresentado por da Silva (2004) da Figura 3-13 é baseado nos modelos “overstress”, mas o autor propõe um arranjo de modelo reológico mais simplificado e fácil de se implementar. Ele também resolve algumas limitações dos modelos de Perzyna (1966) e Duvaut e Lions (1972), tais quais a convergência para a solução não viscosa quando a viscosidade é zero e a compatibilidade com qualquer esquema de integração para as equações não viscosas.

A principal vantagem desse método de regularização é que ele não precisa de qualquer discretização global adicional, apenas requer operações suplementares a nível local do material, cuja implementação em pacotes de elementos finitos é mais simples. Além disso, ele funciona bem para os modos I e II de falha. Sua principal desvantagem é a necessidade da adição de um termo de viscosidade artificial no comportamento de materiais que não exibem dependência do tempo (da Silva, 2004).

3.4.2. Teoria de Cosserat

Geomateriais são submetidos a grandes deformações rotacionais e translacionais no momento de falha. O contínuo convencional falha em capturar a cinemática completa do problema, como as micro-rotações dos grãos e agregados do material. A teoria de Cosserat introduz novos graus de liberdade em cada ponto material do contínuo, também chamados de micro-rotações, que separam a rotação do grão de sua translação e ajudam a representar melhor fisicamente o comportamento do material granular na falha (Alsaleh, 2004; Liu, 2018).

A teoria de Cosserat é capaz de relaxar as premissas locais e levar em conta a escala de comprimento relativa à microestrutura dos modelos plásticos (Gulib, 2018). A escala de comprimento é introduzida através de um comprimento característico explícito nas equações constitutivas. Diversos pesquisadores utilizaram esta teoria para resolver o problema de dependência de malhar e preservar a elipticidade das equações governantes do problema de valor de contorno. Tejchman, Herle e Wehr (1999) afirmam que a teoria micropolar é mais adequada sob um ponto de vista físico para modelar bandas de cisalhamento em materiais granulares do que outros modelos presentes na literatura. Além da rotação dos grãos, esta teoria leva em consideração tensões acopladas durante o cisalhamento. Sharbati e Naghdabadi (2006) apontam o acoplamento das tensões (Figura 3-14) como outra importante característica da teoria do contínuo de Cosserat. Consequentemente, em adição às forças de corpo, a teoria de Cosserat é capaz de incluir "body couples", os quais são ignorados na teoria clássica.

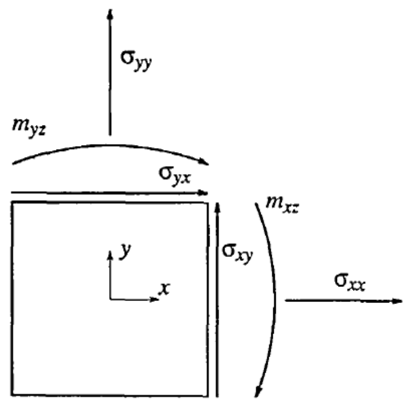


Figura 3-14 - Tensão e tensão acoplada no contínuo de Cosserat 2D (De Borst, 1991).

Em análises 2D, há um grau de liberdade de rotação e dois graus de liberdade de translação. Já em análises 3D, existem três graus de liberdade de rotação e três graus de liberdade de translação. Do ponto de vista material, estes novos graus de liberdade permitem uma micro-rotação independente do corpo que, por sua vez, pode apresentar uma macro-rotação como mostra Figura 3-15. Esses graus de liberdade de rotação são independentes do campo de deslocamentos e são conectados somente em nível constitutivo por equações de equilíbrio (Liu, 2018).

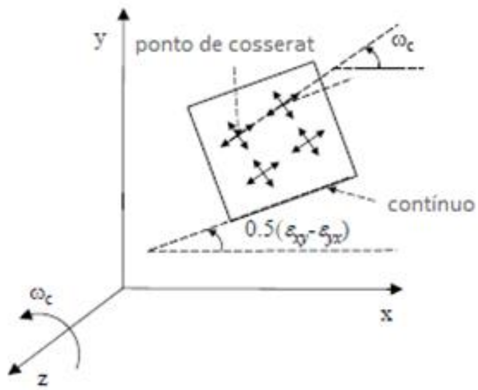


Figura 3-15 - Separação entre microrrotação e macrorrotação no espaço 2D e seus efeitos na cinemática (adaptado de Liu 2018).

A teoria de Cosserat consegue representar a microestrutura do material permitindo que a modelagem de bandas de cisalhamento seja realizada com espessura especificada através do comprimento característico. Além disso, os termos de ordem superior garantem a elipticidade das equações diferenciais parciais governantes resolvendo o problema de dependência de malha. Contudo, a teoria de Cosserat apresenta algumas dificuldades adicionais em comparação com a teoria clássica. Os tensores de deformação e de tensão, por exemplo, tornam-se assimétricos por conta da inclusão das rotações e momentos, respectivamente, o que pode gerar dificuldades durante os processos de integração local. Outra dificuldade é a necessidade de incluir um parâmetro adicional para o comprimento interno, o qual é difícil de mensurar em campo e mesmo em laboratório. Entre as principais desvantagens dessa técnica está a programação de um complexo procedimento de elementos finitos, já que essa metodologia promove um enriquecimento do contínuo convencional pelo aumento das variáveis cinemáticas convencionais com as micro-rotações adicionais e o fato da mesma obter resultados ruins para o modo I de falha, já que os graus de liberdade adicionais de rotação só são ativados sob carregamento cisalhante (Crook *et al.*, 2003; Liu, 2018).

3.4.3. Teoria da regularização não local

Uma outra alternativa ao contínuo convencional é o enriquecimento do contínuo considerando a teoria de regularização não local. Esta teoria foi criada nos anos 1960 e posteriormente, nos anos 1980, os modelos plásticos não locais foram propostos (Eringen, 1981, 1983). Bažant (1984) propôs pela primeira vez a utilização da teoria não local em aplicações com amolecimento. Posteriormente, modificações foram feitas de modo a criar uma nova versão da teoria não local que poderia ser utilizada em problemas de localização de deformações com amolecimento (Bažant e Lin, 1988). Logo, diversas contribuições à teoria foram realizadas, mas ela ficou conhecida como teoria não local de Eringen-Bazant. Basicamente, esta teoria leva em consideração o comportamento da microestrutura dos materiais e as interações de longo alcance entre as partículas de material por meio da média estatística de quantidades constitutivas (Wu e Wang, 2011). Nesta teoria é admitido que o tensor de tensões em um ponto material não depende apenas do histórico de deformações desse ponto material, mas de todos os pontos na vizinhança desse ponto material (Pamin, 1994).

O modelo de plasticidade não local é alcançado quando é dado um tratamento não local às deformações plásticas, enquanto as outras quantidades recebem um tratamento local. Na técnica de regularização não local, uma variável de campo em um ponto material, por exemplo a deformação, é expressa como a média ponderada da variável local sobre uma vizinhança espacial desse ponto. Este modelo não local do tipo integral introduz nas equações constitutivas um elemento volumétrico representativo material que pode ser tratado como homogêneo e com escala de comprimento (Wu e Wang, 2011). Justamente essa escala de comprimento que determina o tamanho da vizinhança que afeta a função não local.

A teoria não local é uma boa alternativa para preservar a elipticidade das equações governantes e regularizar a dependência de malha. Ela funciona bem para os modos I e II de falha. Problemas com amolecimento não local são eficientes quando se tem comportamento dilatante ($\psi > 0$), enquanto em simulações sem dilatação ($\psi = 0$) sua utilização se torna ineficiente pois a análise tende a se tornar instável (Galavi e Schweiger, 2010). Além disso, para relações tensão-deformação totais (sem decomposição em partes elástica e plástica) a abordagem não local é computacionalmente mais eficiente que os modelos gradientes (Liu, 2018). É necessária uma discretização mais refinada para garantir pontos materiais suficientes dentro do volume representativo usado para o cálculo das variáveis não locais. Sendo assim esse método pode ser computacionalmente caro em aplicações de campo (Crook *et al.*, 2003).

3.4.4. Teoria do gradiente de ordem superior

A necessidade de se descrever o comportamento da microestrutura do material sem modelá-la em detalhes deu origem a diversos modelos de enriquecimento do contínuo. A teoria do gradiente da elasticidade de Toupin-Mindlin utiliza gradientes de primeira, segunda e ordens superiores da deformação e tensão no modelo constitutivo para descrever o efeito da microestrutura (Toupin, 1962; Mindlin, 1965, apud Peerlings *et al.*, 2001). Passados alguns anos de sua proposição, essas ideias foram estendidas à plasticidade com Aifantis (1984). Assim como o modelo não local, a teoria do gradiente de ordem superior é utilizada para evitar a localização patológica de dano e deformação presente no contínuo convencional (Peerlings *et al.*, 2001). Na verdade, o modelo do gradiente de ordem superior pode ser considerado como a forma diferencial do modelo não local do tipo integral. Se a variável local for substituída pela sua série de Taylor truncada, o modelo não local do tipo integral se torna o modelo gradiente de ordem superior (Wu e Wang, 2011). Por isso, costuma-se dizer que o modelo gradiente é uma forma particular do modelo não local.

A dependência do gradiente na plasticidade foi primeiramente utilizada na análise de bandas de cisalhamento persistentes e bandas de cisalhamento em metais (Aifantis, 1984; 1987; Coleman e Hodfdon, 1985 apud Pamin, 1994). Vardoulakis e Aifantis (1991) incorporaram gradientes de segunda ordem na lei de fluxo e função de plastificação e com uma escala de comprimento apropriada conseguiram obter a largura da banda de cisalhamento. Desde então, diversas aplicações dessa teoria foram realizadas. A partir dos anos 1990, os modelos gradientes passaram a ser utilizados também na mecânica do dano (Frémond e Nedjar, 1996; Pijaudier-Cabot e Burlion, 1996; Comi e Driemeier, 1997; Comi, 1998; Geers *et al*., 1998 apud Peerlings *et al*., 2001).

O leitor pode encontrar maiores informações quanto à formulação da teoria do gradiente superior em De Borst e Pamin (1996). Na formulação indicada anteriormente, a função de plastificação depende da derivada espacial de segunda ordem de uma medida invariante da deformação plástica. Essa dependência introduz uma escala de comprimento interno no modelo contínuo, a qual define a largura da banda de localização e preserva a elipticidade.

Alsaleh (2004) afirma que a teoria gradiente vem sendo utilizada como uma ferramenta muito eficiente na homogeneização dos campos de deformação e tensão com o objetivo de estudar os problemas de localização de deformações em geomateriais. Essa abordagem é eficiente tanto para o modo I, quanto para o modo II de falha. Por outro lado, sua extensão para deformações finitas e modelos de materiais complexos não é trivial (Crook *et al*., 2003). Essa teoria possui condições de contorno não convencionais que requerem a existência de derivadas de λ como graus de liberdade nodais. Dessa forma, elementos finitos com funções de interpolação C^1 são necessários para interpolação de λ, enquanto elementos finitos C^0 são suficientes para a interpolação dos graus de liberdade de deslocamento (De Borst e Muhlhaus, 1992; De Borst e Pamin, 1996). A utilização mista de elementos finitos com diferentes propriedades de continuidade resulta em um aumento substancial do número de graus de liberdade e complexidade computacional (Wu e Wang, 2011).

3.4.5. Energia da fratura

O método da energia da fratura consiste na regularização do contínuo convencional através da incorporação de conceitos da mecânica da fratura na descrição do material. Este método é proveniente da mecânica da fratura linear elástica (MFLE) e foi amplamente adotado por pesquisadores na modelagem de materiais quase-frágeis pelo modo I de fratura (Crook, Yu e Willson, 2002). Ele promove a regularização do contínuo convencional através da incorporação da energia da fratura como uma constante do material nas equações que governam a evolução das variáveis de estado (Crook *et al.*, 2003).

Esta técnica introduz uma modificação dos parâmetros de amolecimento de acordo com o tamanho da malha, de forma a impor a mesma dissipação de energia por unidade de área para diferentes malhas. O método é baseado na suposição de que a dissipação sempre ocorre em bandas de um elemento de espessura, qualquer que seja o tamanho do elemento (Colombo e Comi, 2021). A localização da deformação inelástica é considerada como ocorrendo no volume finito do comprimento característico (Figura 3-16), o que garante dissipação finita de energia (Crook, Willson, *et al.*, 2006).

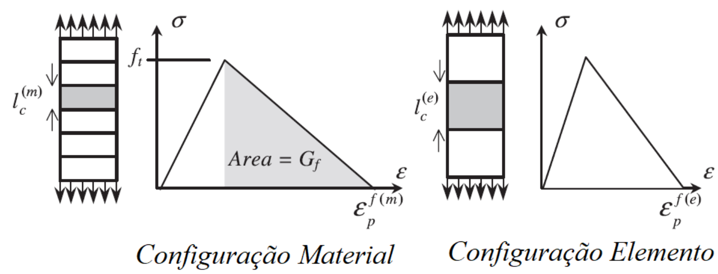


Figura 3-16 – Dissipação objetiva por meio do método da energia da fratura (adaptado de Crook *et al.*, 2003).

Nota-se que quando o tamanho do elemento for maior que o comprimento característico, o tamanho da banda de localização será igual ao tamanho do elemento, independentemente do valor adotado de comprimento característico. Dessa forma, para que a espessura da banda seja condizente com a realidade, deve-se adotar um tamanho de elemento igual ao comprimento característico do material. Quando o tamanho do elemento escolhido é igual à espessura da banda, a energia da fratura, que é a energia consumida na formação e abertura de todas as microfraturas por unidade de área será estimada com uma maior precisão (Nouri, Kuru e Vaziri, 2009).

A essa altura está claro que mesmo utilizando a regularização por energia da fratura em uma série de análises variando apenas a discretização da malha (tamanho do elemento), a espessura da banda de localização irá variar. Por outro lado, essas análises que resultaram em espessuras de banda diferentes, apresentam diagramas tensão-deformação com comportamentos semelhantes. Mesmo utilizando elementos com tamanho superior à largura da banda, pode ser mostrado que a energia da fratura permanece constante se a intensidade de deformação plástica cisalhante é modificada de acordo com a Equação 3.21 (Nouri, Kuru e Vaziri, 2009).

Crook *et al*. (2003) afirma que apesar do método da energia da fratura funcionar bem para o modo I de falha de rochas, a resposta característica de algumas rochas apresenta distanciamento das suposições da MFLE. Para solucionar este problema, o autor assumiu que a taxa de liberação de energia para o crescimento de uma fratura é variável e definida por uma curva de resistência não linear ao invés da constante G_f. Dessa forma, a medida escalar da deformação inelástica $\tilde{\varepsilon}_p$ que identifica a evolução das variáveis de estado é definida como:

$$\tilde{\varepsilon}_p^{(e)} = \tilde{\varepsilon}_p^{(m)} \left[\frac{l_c^{(m)}}{l_c^{(e)}} \right]^{n'} \qquad 3.21$$

onde $l_c^{(m)}$ é o comprimento característico do material, definido como espessura da banda em relação ao tamanho do grão médio e $l_c^{(e)}$ é o tamanho característico do elemento, definido como o diâmetro da esfera ou círculo de igual volume ou área que o elemento utilizado. Os sobrescritos (m) e (e) se referem ao material e ao elemento, respectivamente. O expoente n' é uma constante do material.

Entre as vantagens deste método estão a invariância da dissipação da energia global com relação à malha e a possibilidade de uso tanto para o modo I quanto para o modo II de falha. A energia da fratura é considerada a técnica de regularização mais pragmática porque pode ser implementada no arcabouço de análise numérica sem a necessidade de modificação das técnicas numéricas convencionais (Nouri, Kuru e Vaziri, 2009). Por outro lado, o método também possui limitações. Ele requer que $l_c^{(e)} \geq l_c^{(m)}$, ou seja, o comprimento característico do elemento deve ser igual ou superior à largura da banda de localização, garantindo que a localização ocorra em uma banda de um único elemento (Crook, Owen, *et al*., 2006).

3.4.6.
Discussão sobre as técnicas de regularização

As técnicas de regularização podem ser classificadas de acordo com o tamanho relativo do elemento (h) e a largura da banda de localização. Essa classificação sugere qual técnica é mais adequada para o tipo de localização a ser modelado e foi sugerida por Belytschko, Fish e Engelmann (1988). Os autores categorizaram os métodos de regularização de acordo com a seguinte nomenclatura: sub-h, iso-h e super-h. Nos procedimentos sub-h a largura da banda é inferior ao tamanho do elemento, entre os métodos sub-h pode-se citar a energia da fratura. Na categoria iso-h além da regularização por energia da fratura, podem ser utilizadas técnicas de remalhamento adaptativo. Os métodos super-h requerem uma formulação na qual a largura da banda é determinada unicamente pelas equações de campo e demandam uma discretização mais refinada; entre eles estão o método não local, contínuo de Cosserat, gradiente de ordem superior (Crook, Owen, *et al.*, 2006) e regularização viscosa. Ao utilizar a regularização viscosa deve ser feito um estudo sobre o efeito da inclusão da viscosidade artificial para que a modelagem não resulte em um comportamento irreal do material.

Os métodos de regularização, como visto nas sessões anteriores, possuem vantagens e limitações. Em determinadas situações dois ou mais métodos podem ser combinados para atingir um resultado de melhor qualidade que seria impossível com um único método. Uma combinação muito difundida é a utilização da regularização viscosa com uma outra técnica de regularização. Outra opção é o acoplamento da teoria do gradiente superior com o contínuo de Cosserat, que resulta em uma solução extremamente precisa do problema de localização de deformações. Um ponto em comum entre as técnicas discutidas é que todas elas têm por objetivo a inclusão de um parâmetro com escala de comprimento, seja de forma implícita ou explícita, no modelo constitutivo. Essa escala de comprimento consegue representar a microestrutura do material o que resulta na preservação da elipticidade das equações governantes e reduz a dependência da discretização em problemas de localização de deformações.

4.
Modelagem numérica de ensaios biaxiais

A modelagem numérica das bandas de cisalhamento foi realizada com o software comercial Abaqus®. Este software foi utilizado por sua versatilidade para representar o comportamento dos materiais empregando diversos modelos constitutivos assim como diversas condições de carregamento.

O modelo numérico em estado plano de deformações que representa um ensaio biaxial realizado em laboratório é apresentado da Figura 4-1. A simulação numérica foi feita com base em uma amostra com largura de 42 mm, altura de 84 mm e espessura unitária. Seguindo o procedimento de ensaios em laboratório, a amostra é submetida a uma pressão hidrostática inicial (σ_c) de 10 MPa, seguida pela imposição de um deslocamento vertical descendente ($U2$) aplicado no topo da amostra de forma incremental até atingir 4 mm, o que equivale a uma deformação axial de 4,76%. Para facilitar a iniciação da banda de cisalhamento foram adotadas condições de contorno similares àquelas impostas por Liu (2018), em que os deslocamentos da base são restritos em todas as direções, enquanto que no topo, apenas são restritos os deslocamentos horizontais. Essas condições de contorno essenciais promovem uma configuração deformada em forma de barril, que facilita a geração das bandas de cisalhamento.

A malha de elementos finitos é composta de elementos quadrilaterais de oito nós (quadráticos) com nove pontos de integração de Gauss, também conhecido como Q8 de integração completa. Tentativas de usar integração reduzida conduziram à instabilidade numérica das simulações. Os testes de sensibilidade de malha foram realizados para cinco diferentes discretizações, ou seja, para cinco diferentes tamanhos de elementos. Foram escolhidos elementos com lados de 1,0 mm, 1,5 mm, 2,0 mm, 3,0 mm e 4,0 mm. Vale ressaltar que na malha de 4,0 mm o elemento possui uma pequena distorção em sua largura. Isto ocorre devido a largura do modelo (42 mm) não ser divisível por 4.

A não linearidade geométrica deve ser levada em conta quando a magnitude dos deslocamentos afeta a resposta da estrutura. Grandes deslocamentos podem estar associados a grandes deformações e vice-versa. Como o modelo apresenta deformações axiais relativamente altas, da ordem de 5%, optou-se por considerar a não linearidade geométrica no processo de solução. Apesar de um acréscimo no custo computacional, a consideração da não linearidade geométrica fornece uma solução mais aproximada do comportamento do modelo.

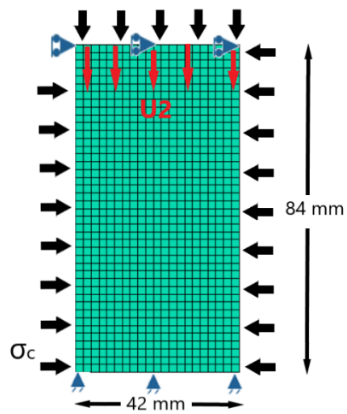


Figura 4-1 – Geometria e condições de contorno do modelo de elementos finitos.

4.1. Determinação de parâmetros do material

As propriedades utilizadas no modelo numérico são compatíveis com a rocha carbonática do tipo Indiana Limestone. A rocha carbonática é um tipo de rocha reservatório encontrada nos campos de exploração do pré-sal brasileiro e é objeto do estudo atual. As propriedades adotadas na modelagem do ensaio biaxial foram obtidas através de ensaios laboratoriais realizados no Laboratório de Engenharia e Materiais do Departamento de Engenharia Civil (LEM-DEC) da PUC-Rio. Os ensaios foram realizados por pesquisadores do Grupo de Modelagem e Simulação Multifísica do Instituto Tecgraf/ PUC-Rio sendo analisados e tratados por mim.

Os corpos de prova cilíndricos têm altura de 84 mm e diâmetro de 42 mm e foram submetidos a ensaios de compressão uniaxial (UCS) e triaxial. Ao todo foram realizados sete ensaios: três de compressão uniaxial, dois triaxiais com tensão de confinamento de 2 MPa e dois triaxiais com tensão de confinamento de 5 MPa. As curvas tensão desviadora-deformação axial são apresentadas na Figura 4-2. As tensões principais máximas (σ_1) e mínimas (σ_3) foram utilizadas no cálculo dos círculos de Mohr. Essas tensões são obtidas através da média dos resultados encontrados para cada corpo de prova submetido a uma tensão de confinamento específica (Tabela 4-1). O carregamento desviador é aplicado aumentando a compressão na direção axial, a tensão mínima equivale à tensão de confinamento. A linha tangente a todos os círculos de Mohr resulta no traçado do critério de falha de Mohr-Coulomb (Figura 4-3). Outro dado coletado do ensaio foi a deformação radial. Como a deformação volumétrica é a deformação axial somada de duas vezes a deformação radial, foi possível plotar o gráfico deformação volumétrica-deformação axial apresentado na Figura 4-4.

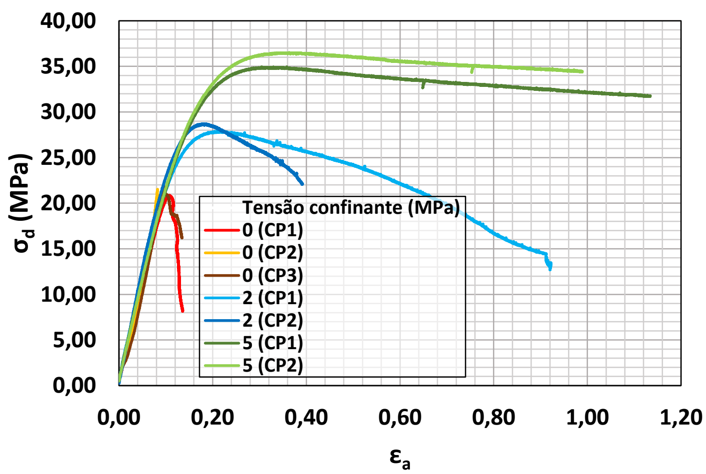


Figura 4-2 – Curvas tensão-deformação obtidas através de ensaios experimentais para diferentes tensões de confinamento.

Tabela 4-1 – Tensões principais máximas em relação à tensão confinante.

Tensão Confinante (MPa)	CP	σ_1 (MPa)	σ_1 médio (MPa)	σ_3 (MPa)
0	1	20,84	21,42	0
	2	21,52		
	3	21,91		
2	1	29,88	30,22	2
	2	30,56		
5	1	39,81	40,66	5
	2	41,51		

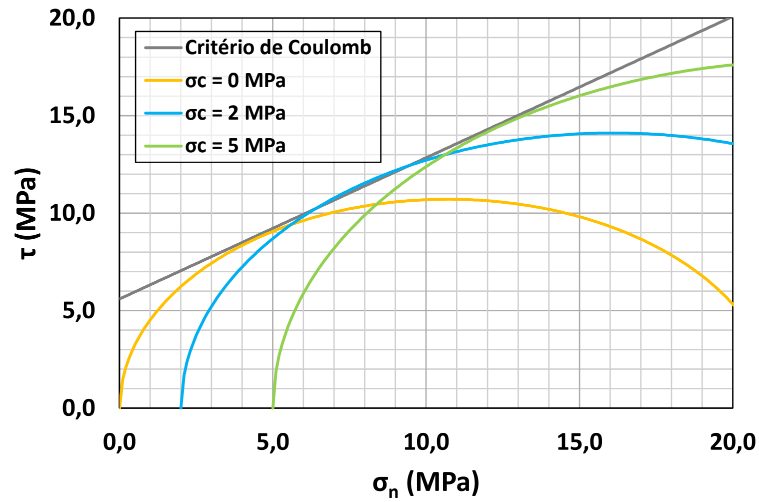


Figura 4-3 – Círculos de Mohr e critério de Coulomb.

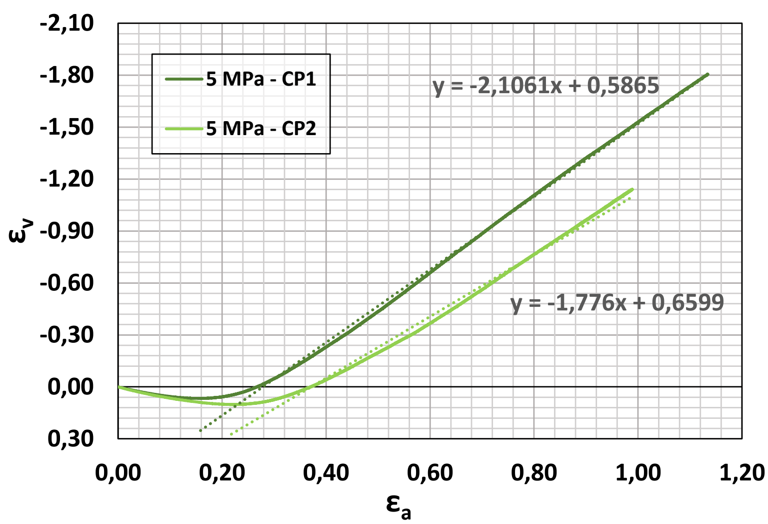


Figura 4-4 – Gráfico deformação volumétrica-deformação axial para o caso com 5 MPa de tensão confinante.

O coeficiente de Poisson foi determinado pela razão entre a variação da deformação radial e a deformação axial dos ensaios de compressão uniaxial (UCS). Para cada corpo de prova foi escolhido a partir dos gráficos tensão desviadora-deformação axial e tensão desviadora-deformação radial um intervalo de tensão desviadora que resultasse em resposta linear das curvas tensão desviadora-deformação axial e tensão desviadora-deformação radial simultaneamente. No CP1 foi utilizado os valores de deformação axial e radial compatíveis com 48% e 24% da tensão desviadora, no CP2 70% e 33% e no CP3 41% e 23%.

O cálculo do módulo de elasticidade foi realizado a partir da medida da inclinação de um trecho da curva tensão desviadora-deformação axial (Figura 4-2), limitado pelas mesmas porcentagens de tensão desviadora citadas anteriormente (utilizadas no cálculo do coeficiente de Poisson) para cada corpo de prova do ensaio UCS. Portanto, o módulo de elasticidade é a razão entre a variação da tensão desviadora e a deformação axial. O ângulo de atrito de pico foi obtido através do ângulo de inclinação da reta tangente aos diferentes círculos de Mohr (Figura 4-3), enquanto a coesão no pico é determinada pelo valor no qual está reta intercepta o eixo das ordenadas.

No cálculo do ângulo de dilatância foi utilizada a Equação 4.1, proposta por Vermeer e De Borst (1984), com o advento do gráfico deformação volumétrica-deformação axial. Foi feita uma estimativa das deformações volumétricas plásticas e das deformações axiais plásticas e notou-se que as deformações elásticas são tão pequenas que podem ser negligenciadas (estimativa das deformações volumétricas plásticas e deformações axiais plásticas, assim como os gráficos podem ser vistos no Apêndice A). Dessa forma, a Equação 4.1 pode ser adaptada para a Equação 4.2. A razão entre a variação da deformação volumétrica e a variação da deformação axial equivale ao coeficiente angular de uma aproximação linear da curva deformação volumétrica-deformação axial. A aproximação linear é feita a partir do ponto de mudança do sinal da derivada da curva deformação volumétrica-deformação axial (Figura 4-4). É a partir desse ponto que as deformações de aumento de volume se sobrepõem às deformações de contração (Kiewiet, 2015). Esse procedimento foi realizado para os corpos de prova com diferentes tensões confinantes, com exceção do CP2 no ensaio UCS cuja curva deformação volumétrica-deformação axial apresentou problemas. A Tabela 4-2 mostra o resumo desses resultados.

$$\psi = arcsen\left(\frac{d\varepsilon_v^p/d\varepsilon_a^p}{d\varepsilon_v^p/d\varepsilon_a^p - 2}\right) \tag{4.1}$$

$$\psi = arcsen\left(\frac{d\varepsilon_v/d\varepsilon_a}{d\varepsilon_v/d\varepsilon_a - 2}\right) \tag{4.2}$$

Tabela 4-2 – Resumo dos ângulos de dilatância dos corpos de prova para diferentes tensões confinantes.

Tensão Confinante (MPa)	CP	ψ (°)	ψ médio(°)
0	1	66,41	57,94
	2	49,48	
2	1	37,09	39,82
	2	42,55	
5	1	30,86	29,46
	2	28,06	

De outra forma, optou-se por submeter o modelo numérico a tensões confinantes mais elevadas. Chegou-se ao valor de 10 MPa de tensão confinante através da estimativa do ângulo de dilatância a partir de uma curva de tendência exponencial baseada nos resultados dos ensaios laboratoriais (Figura 4-5). O valor do ângulo de dilatância encontrado nessa estimativa (16.20°) está próximo do sugerido em referências encontradas na literatura. Vermeer e De Borst (1984) concluíram que o ângulo de dilatância é pelo menos 20° menor que o ângulo de atrito e que diminuem conforme a tensão confinante é aumentada. O mesmo resultado foi obtido por (Ribacchi, 2000). Nas modelagem decidiu-se utilizar o ângulo de dilatância de acordo com a regra criada por Vermeer e De Borst (1984). Os valores de propriedades obtidos nesta seção são relativos ao pico e a Tabela 4-3 resume as propriedades utilizadas no modelo biaxial.

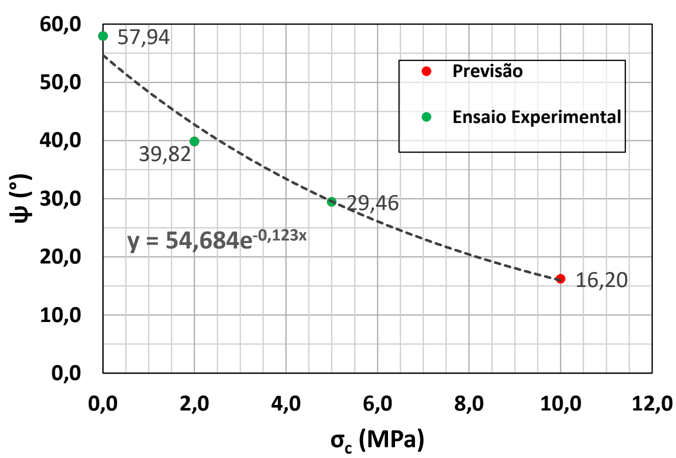


Figura 4-5 – Curva de tendência exponencial utilizada para estimar o ângulo de dilatância na tensão confinante de 10 MPa (ponto vermelho).

Tabela 4-3 – Propriedades do material obtidas de ensaios experimentais e utilizadas nas modelagens.

Propriedade	Nomenclatura	Valor
Módulo de Young (GPa)	E	23,46
Coeficiente de Poisson	ν	0,24
Coesão (MPa)	c	5,60
Ângulo de Atrito (°)	φ	35,91
Ângulo de Dilatância (°)	ψ	15,91°

4.2.
Modelo constitutivo

Nesta sessão serão abordadas a superfície de plastificação e lei de amolecimento utilizadas. Também é feito um estudo para entender se a superfície de plastificação por cisalhamento adotada representa bem o comportamento constitutivo do material em comparação a uma superfície de plastificação mais sofisticada, que conta com plastificação por cisalhamento e compactação.

4.2.1.
Superfícies de plastificação

O modelo constitutivo utilizado nas análises numéricas do modelo biaxial foi o *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), introduzido no Item 3.2.3. Esse modelo foi escolhido por ser o único modelo plástico disponível na biblioteca do Abaqus® que conta com a técnica de regularização viscosa já implementada, portanto, é um modelo capaz de lidar com a dependência de malha que ocorre nas simulações numéricas de localização de deformações com o uso do MEF. O CDP é um modelo robusto, que conta com uma série de recursos, mas que aqui seu uso foi simplificado tornando-se um modelo de plasticidade clássica. A regularização viscosa do CDP é uma generalização da regularização de Duvaut-Lions, permitindo que o estado de tensões esteja fora da superfície de plastificação e retorne à ela através da relaxação.

Também é interessante o fato deste modelo utilizar uma generalização da função de plastificação de Drucker-Prager em sua formulação. Por meio de uma manipulação dos parâmetros do modelo, foi possível transformar a função de plastificação do CDP

(Equação 4.3) na função de plastificação clássica de Drucker-Prager (Equação 4.4). Como dito anteriormente, o dano não foi definido. Portanto, o tensor de tensões efetiva equivale ao tensor de Cauchy, isto é, a área que resiste ao carregamento externo é a área inicial.

$$F = \frac{1}{1-\alpha}(\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta\langle\hat{\bar{\sigma}}_{max}\rangle - \gamma\langle-\hat{\bar{\sigma}}_{max}\rangle) - \bar{\sigma}_c \tag{4.3}$$

$$F = \frac{1}{1-\alpha}(\bar{q} - 3\alpha\bar{p}) - \bar{\sigma}_c \tag{4.4}$$

Na função de plastificação de Drucker-Prager linear (Equação 4.5) o ângulo de atrito (β') e coesão (d) não são os mesmos ângulo de atrito (φ) e coesão (c) da função de plastificação de Mohr-Coulomb (Equação 4.6). Para converter os parâmetros de resistência de Mohr-Coulomb obtidos nos ensaios experimentais, fez-se a superfície de plastificação circular de Drucker-Prager coincidir com os vértices internos da superfície de plastificação hexagonal irregular de Mohr-Coulomb no plano desviador. Esse cone de Drucker-Prager interno corresponde ao critério de Mohr-Coulomb em compressão biaxial.

$$F = q - p\ tan\beta' - d \tag{4.5}$$

$$F = \frac{q}{\sqrt{3}} - \left(\frac{c}{\tan\varphi} + p\right) g(\Theta) \tag{4.6}$$

onde Θ é o ângulo de Lode:

$$g(\Theta) = \frac{sen\varphi}{cos\Theta + \frac{sen\Theta\ sen\varphi}{\sqrt{3}}} \tag{4.7}$$

Além disso, a função de plastificação manipulada do CDP (Equação 4.4) está em função de outros parâmetros, os quais são diferentes dos encontrados na função de plastificação de Drucker-Prager linear (Equação 4.5). As etapas do procedimento de manipulação da função de plastificação do modelo CDP para se tornar a função de plastificação clássica de Drucker-Prager e de conversão de parâmetros entre os modelos citados são mostradas a seguir:

1. Manipulação da função de plastificação da Equação 4.3 zerando β e γ, resultando na função de plastificação 4.4 que é idêntica a função de Drucker-Prager linear (mas em termo de outros parâmetros);

2. Conversão dos parâmetros de resistência relativos ao modelo de Mohr-Coulomb (c, φ) para o modelo de Drucker-Prager linear (d, β');
3. Conversão dos parâmetros de Drucker-Prager linear (d, β') para o modelo CDP ($\bar{\sigma}_c$, $\bar{\sigma}_t$, α) com função de plastificação da Equação 4.4.

A explicação detalhada do procedimento descrito anteriormente e análises comprovando a compatibilidade entre os modelos CDP e Drucker-Prager são mostradas no Apêndice B. A compatibilização consiste em analisar os resultados de um mesmo modelo numérico utilizando os dois modelos constitutivos. Como os resultados das simulações utilizando os dois modelos constitutivos foram idênticos, é considerado que a envoltória de plastificação do modelo CDP nos planos meridional e desviador é idêntica à envoltória de plastificação do modelo clássico de Drucker-Prager. Em outras palavras, o modelo CDP foi adaptado para utilizar o critério de plastificação de Drucker-Prager clássico.

4.2.2.
Lei de amolecimento

A lei de amolecimento adotada permite a variação dos parâmetros de resistência (coesão e ângulo de atrito) e do ângulo de dilatância em função da deformação plástica desviadora (E_d^p) acumulada, que é mostrada na Equação 4.8 e também conhecida por deformação equivalente de von Mises. O amolecimento dos parâmetros de resistência ocorre de forma exponencial (Equações 4.9 e 4.10), partindo de um valor inicial de pico (C_i, φ_i), até um valor final residual (C_r, φ_r). O ângulo de dilatância é reduzido do valor inicial de pico (ψ_i) ao valor residual (ψ_r) utilizando a Equação 4.11,

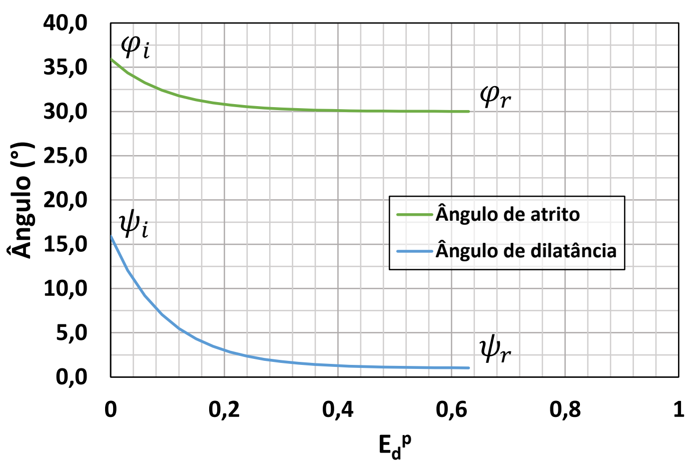
$$E_d^p = \sqrt{\frac{3\left(\left(\varepsilon_{xx}^p\right)^2 + \left(\varepsilon_{yy}^p\right)^2 + \left(\varepsilon_{zz}^p\right)^2\right)}{2} + \frac{3\left(\left(\gamma_{xy}^p\right)^2 + \left(\gamma_{yz}^p\right)^2 + \left(\gamma_{zx}^p\right)^2\right)}{4}} \qquad 4.8$$

$$\varphi = \varphi_i - (\varphi_i - \varphi_r)\left[1 - e^{-a\left(E_d^p\right)}\right] \qquad 4.9$$

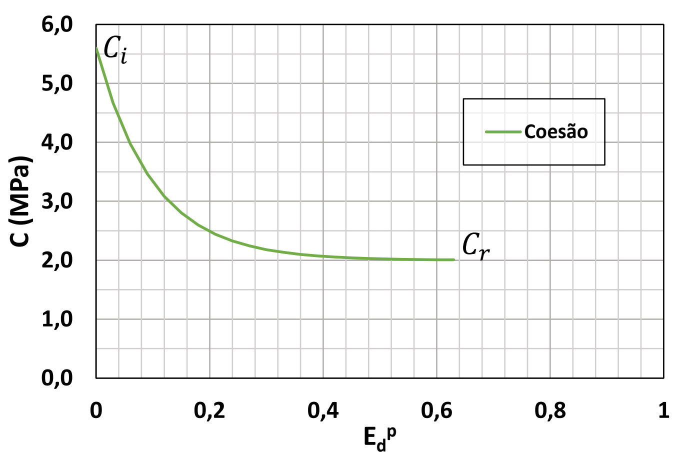
$$C = C_i - (C_i - C_r)\left[1 - e^{-a\left(E_d^p\right)}\right] \qquad 4.10$$

$$\psi = \psi_i - (\psi_i - \psi_r)\left[1 - e^{-a\left(E_d^p\right)}\right] \qquad 4.11$$

onde a é um coeficiente que controla a taxa de amolecimento. Essa lei de amolecimento é interessante pois é utilizada com entrada tabular de dados, ou seja, são definidos os valores dos parâmetros para cada incremento de deformação plástica desviadora. Como uma rocha não pode se dilatar infinitamente, (Alejano *et al.*, 2009) foi definido o valor residual do ângulo de dilatância como 1°. Este é um valor baixo capaz de minimizar os efeitos de variação de volume plástico em deformações elevadas. A Figura 4-6 apresenta os gráficos com as funções de amolecimento e a Tabela 4-4 apresenta o resumo dos valores dos parâmetros da lei de amolecimento utilizados na modelagem.



(a)



(b)

Figura 4-6 – Gráficos das leis de amolecimento: (a) dos ângulos de atrito e dilatância; (b) da coesão

Tabela 4-4 – Resumo dos valores dos parâmetros utilizados nas leis de endurecimento/ amolecimento

Parâmetro	Valor
φ_i (°)	35,91
φ_r (°)	30,00
ψ_i (°)	15,91
ψ_r (°)	1,00
c_i (MPa)	5,60
c_r (MPa)	2,00
a	10

A lei de amolecimento foi inserida no modelo constitutivo de forma tabular e a dependência da deformação plástica desviadora foi introduzida por meio da sub-rotina USDFLD. Essa sub-rotina permite que o usuário defina variáveis de campo em um ponto material como função do tempo ou de qualquer outra quantidade disponível no ponto material (Dassault Systèmes, 2017). Dentro da sub-rotina foi calculada a deformação plástica desviadora no início de cada incremento e foi definido que a ela seria a quantidade controladora da evolução das variáveis de campo. Com isso, procedeu-se com o amolecimento dos parâmetros do modelo em função da deformação plástica desviadora. A sub-rotina USDFLD utilizada e a tabela com a evolução das variáveis de campo em função da deformação de von Mises podem ser visualizadas ao fim do Apêndice B.

4.2.3. Trajetória de tensão

Uma desvantagem dos modelos CDP e Drucker-Prager clássico, é que ambos não possuem um “CAP” de plastificação e, portanto, não plastificam devido a processos de compactação. Alguns tipos de rochas carbonáticas possuem tensão de escoamento em compressão hidrostática alta. Isto significa que o “CAP” de plastificação por compactação (quando o modelo constitutivo conta com ele) se encontra afastado da reta p=0 do diagrama p-q (no qual é plotada a trajetória de tensões), resultando muitas vezes na plastificação do material pela envoltória de cisalhamento. Por outro lado, o

"CAP" pode ser importante em rochas carbonáticas quando elas se encontram fraturadas ou são muito porosas.

A Figura 4-7 mostra este efeito da alta tensão de escoamento em compressão hidrostática na envoltória de plastificação de uma rocha carbonática em comparação com o efeito de uma tensão de escoamento em compressão hidrostática menor, tipicamente encontrada em arenitos para a envoltória de plastificação do modelo SR3. Nessa figura foi plotada a envoltória de plastificação da rocha carbonática com parâmetros de resistência (ângulo de atrito e coesão) definidos na Tabela 4-3 e tensão de plastificação em compressão hidrostática de 140 MPa (Coelho *et al.*, 2002). Para plotar a envoltória de plastificação do arenito foi adotado ângulo de atrito de 37.2°, coesão de 8.0 MPa ("Bartlesville sandstone" – Goodman, 1989) e a tensão de plastificação em compressão hidrostática foi estimada em 60 MPa, que é um valor relativo ao estado de tensões da Tabela 4-5 (com coeficiente lateral igual a 0,7).

Tabela 4-5 – Estado de tensões do arenito.

Estado de Tensões	Valor (MPa)
σ_{v_ef}	13,0
σ_{H_ef}	9,1
σ_{h_ef}	9,1

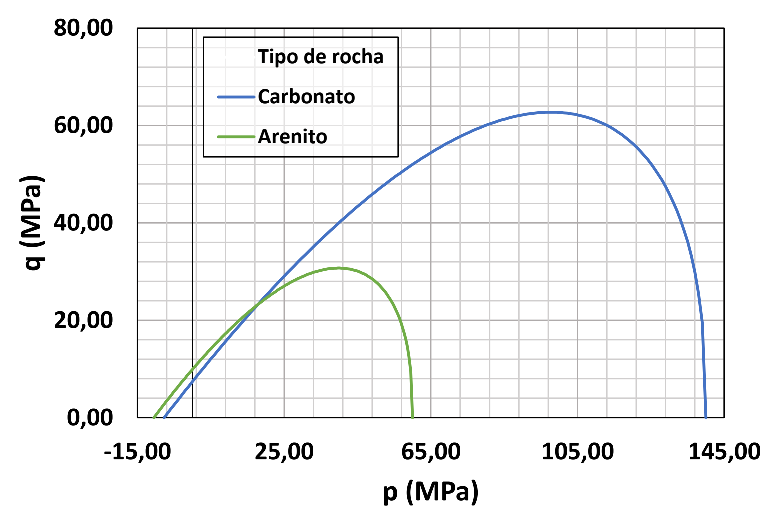


Figura 4-7 – Comparação entre as envoltórias de plastificação de uma rocha arenítica e carbonáticas.

Também foi realizado um estudo da influência do “CAP” de plastificação no modelo biaxial. Para isso, plotou-se a trajetória de tensões no espaço p-q com as envoltórias do modelo CDP e do modelo SR3, que conta com o “CAP”. A partir da Figura 4-8 pode-se verificar que a trajetória de tensões atinge a envoltória de plastificação do modelo SR3 no trecho de cisalhamento, ou seja, a plastificação do material não é por compactação. As tensões as quais a trajetória toca as envoltórias de plastificação também são próximas umas das outras. A trajetória de tensões toca a envoltória do CDP em p=24 MPa e q=31 MPa, enquanto na envoltória do SR3 ela toca em p=22,5 MPa e q=27 MPa. Conclui-se que para a rocha com as propriedades e estado de tensões adotados no modelo biaxial, um modelo constitutivo que conte apenas com a plastificação devido ao cisalhamento representa bem o comportamento constitutivo do material.

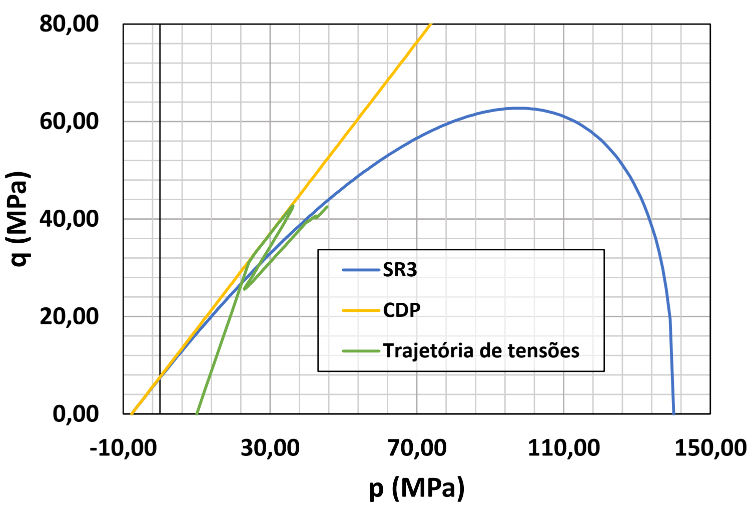


Figura 4-8 – Trajetória de tensões obtida na simulação com o modelo CDP e envoltórias de plastificação do CDP e SR3.

4.3. Critérios para caracterização da banda de cisalhamento

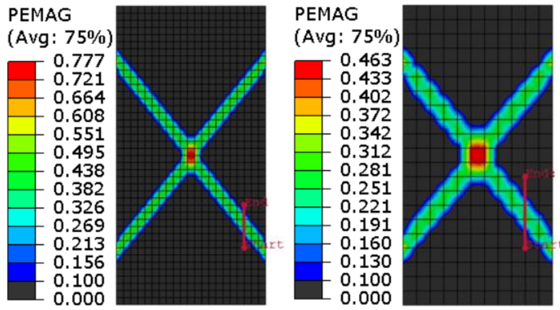
As bandas de cisalhamento foram identificadas através da variável de campo escalar que representa a deformação plástica acumulada, PEMAG, que corresponde ao valor da deformação plástica uniaxial equivalente (Ghanemnia, 2012). A variável

PEMAG é calculada nos pontos de integração de cada elemento de acordo com a Equação 4.12, onde ε^p é o tensor de deformações plásticas acumulada.

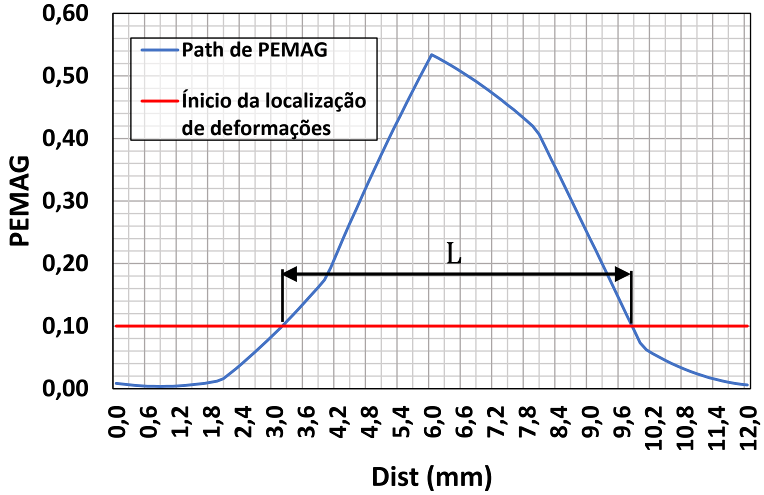
$$PEMAG = \sqrt{\frac{2}{3}\varepsilon^p : \varepsilon^p} \tag{4.12}$$

Propõe-se aqui que o domínio da banda de cisalhamento seja definido pela região na qual a variável PEMAG é maior ou igual a 0,1. Ainda que estejam presentes deformações plásticas no modelo antes de PEMAG alcançar 0,1, considera-se que a banda de cisalhamento se inicia apenas para uma magnitude de deformação plástica superior a este limite. Este critério foi escolhido porque define um valor fixo de início da banda de cisalhamento. Isto permite comparar resultados de iniciação e evolução de largura das bandas de cisalhamento em modelos com diferentes materiais e discretizações. Chegou-se ao valor limite PEMAG ≥ 0,1 por meio de análises visuais do contorno das bandas de cisalhamento, pois para valores de PEMAG inferiores a 0,1 a fronteira da banda de cisalhamento não fica bem definida.

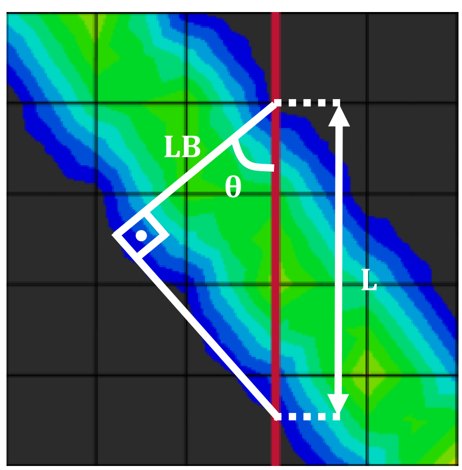
A medição da largura da banda de cisalhamento é realizada com o auxílio de um segmento vertical. Os pontos inicial e final do segmento estão localizados fora do domínio de deformações localizadas (PEMAG < 0,1). Nas malhas com elementos de tamanho 1,0, 1,5, 2,0 e 3,0 mm o segmento está localizado a 6 mm do bordo direito do modelo, enquanto na malha com elementos de 4,0 mm, está a 8,0 mm do mesmo bordo, como mostra a Na Figura 4-9 (a) . Os valores de PEMAG em respeito à distância vertical (distância em milímetros entre o ponto analisado até o ponto inicial do segmento) são coletados e é avaliada qual a distância entre os dois pontos que possuem valor de PEMAG igual a 0,1. A distância vertical entre esses dois pontos da trajetória é identificado por L. Então, a partir de relações trigonométricas, define-se a largura da banda de cisalhamento (LB) como LB = L cos(θ), onde θ é o ângulo de inclinação da banda de cisalhamento. Observe que nessas imagens a região de cor preta possui PEMAG inferior a 0,1. Na Figura 4-9 (c) são mostrados os valores de PEMAG em respeito à distância vertical e o corte em PEMAG igual a 0,1 que resulta na distância vertical (L). A Figura 4-9 (d) apresenta as relações trigonométricas utilizadas no cálculo da largura da banda de cisalhamento. É válido ressaltar que a PEMAG é calculada nos pontos de Gauss, porém o segmento vertical captura os valores suavizados desta variável observados na visualização gráfica.



(a) (b)



(c)



(d)

Figura 4-9 – (a) e (b) Localização do segmento vertical; (c) visualização da distância vertical; (d) visualização da largura da banda de cisalhamento.

A inclinação da banda de cisalhamento é definida como a média dos ângulos formados pelas aproximações de linhas retas formadas pelos limites inferior e superior do domínio de localização de deformações com o eixo das abscissas. Os limites inferior e superior da banda de cisalhamento foram aproximados por uma linha reta através de dois pontos situados na fronteira do domínio que concentra as deformações. A Figura 4-10 exibe os ângulos de inclinação e os pontos utilizados nos segmentos limitantes inferior e superior da banda de cisalhamento. Neste caso, para a malha de elemento de 2 mm sem regularização viscosa, θ é igual a 51°. As medições da largura e do ângulo de inclinação foram realizadas na configuração original (indeformada).

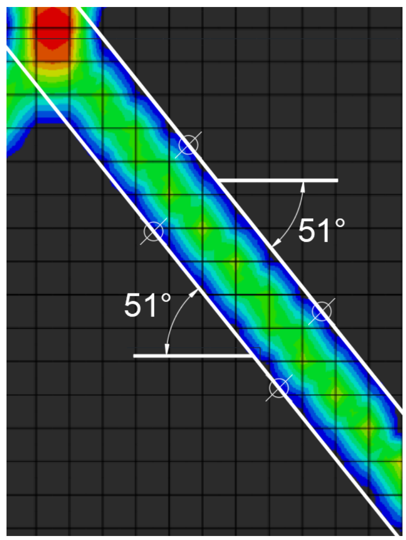


Figura 4-10 – Medição da inclinação da banda de cisalhamento.

4.4. Simulação numérica da banda de cisalhamento

O teste de sensibilidade de malha foi realizado no modelo de ensaio biaxial para avaliar a dependência de malha e problemas de convergência do MEF em simulações de localização de deformações. Para tal, simulações numéricas foram realizadas com e sem regularização viscosa. Dessa forma, a influência da utilização da regularização viscosa em comparação ao contínuo convencional se torna evidente. As malhas testadas possuem tamanho de elementos iguais a 1,0 mm, 1,5 mm, 2,0 mm, 3,0 mm, 4,0 mm. Nas análises que contam com a regularização viscosa, também se estudou a influência do parâmetro de viscosidade (tempo de relaxação) na resposta do modelo.

Nestas análises variou-se o tempo de relaxação entre os valores de 0,005 s, 0,01 s, 0,02 s, 0,03 s, 0,04 s e 0,05 s. Por fim, é determinado um tempo de relaxação (μ) ideal que será utilizado no estudo paramétrico do modelo de ensaio biaxial.

4.4.1. Resposta mecânica

Primeiramente é discutido o caso sem regularização. A partir do gráfico tensão desviadora-deformação axial (σ_d-ε_a) da Figura 4-11 fica evidente que após o pico as diferentes discretizações possuem diferentes curvas σ_d-ε_a. Isso quer dizer que a capacidade de carga depende da discretização da malha. Quanto mais refinada a malha, mais intensa é a redução da tensão desviadora em relação à deformação axial e menor é a tensão desviadora residual. As malhas mais grosseiras apresentam resposta mais rígida. As curvas σ_d-ε_a são um bom indicador da dependência de malha e comprovam que o modelo numérico deste trabalho resolvido através do MEF apresenta dependência da discretização de malha.

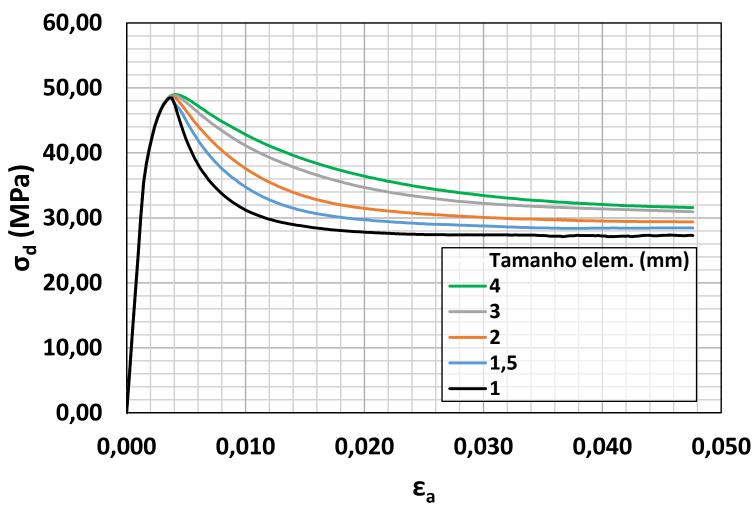


Figura 4-11 – Curvas tensão desviadora-defomação axial das cinco discretizações utilizando o contínuo convencional.

As simulações utilizando a regularização viscosa mostraram que quanto maior o valor de μ, maior é a aproximação entre as curvas e mais próximas são as tensões desviadoras residuais entre as diferentes discretizações de malha (Figura 4-12 à Figura 4-17). Apesar das curvas de malha mais grossa apresentarem respostas um pouco mais rígidas que as de malha refinada, fica evidente que a inclusão da regularização viscosa nas análises é capaz de aliviar o problema de dependência de malha.

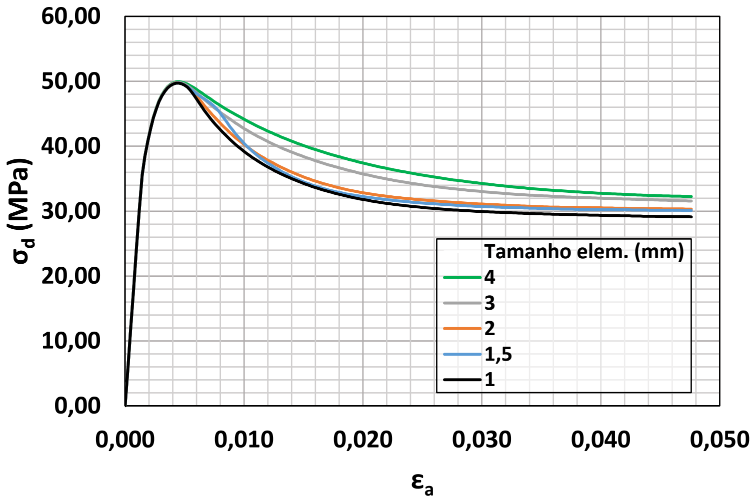


Figura 4-12 – Curva tensão desviadora-defomação axial com μ = 0,005 s.

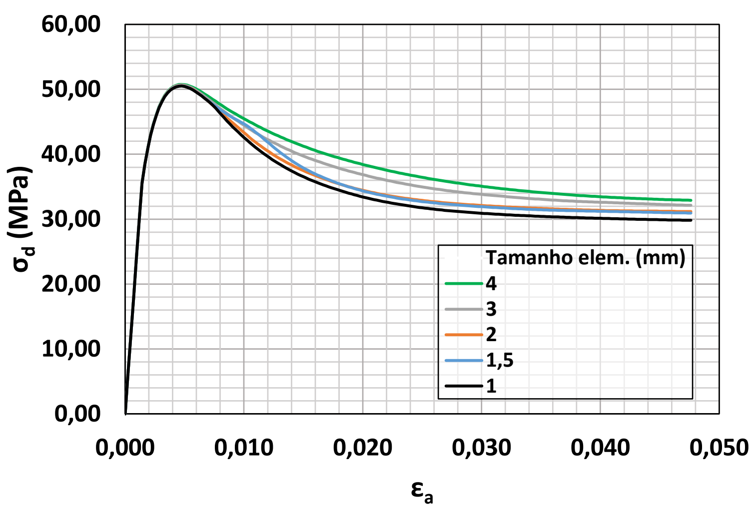


Figura 4-13 – Curvas tensão desviadora-defomação axial com μ = 0,01 s.

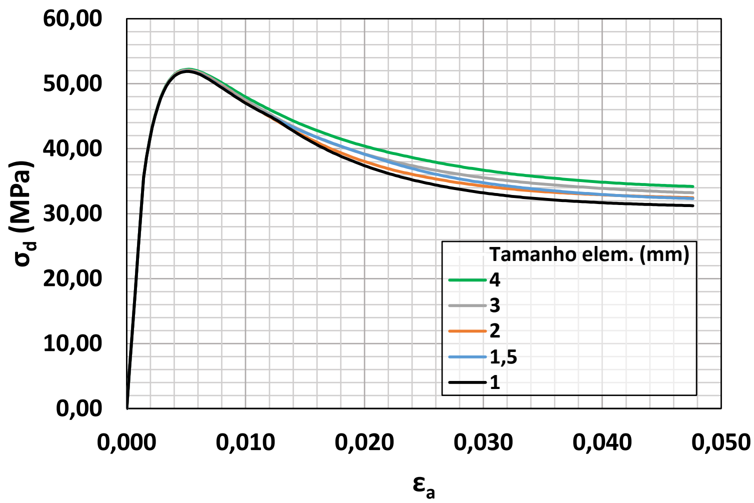


Figura 4-14 – Curvas tensão desviadora-defomação axial com μ = 0,02 s.

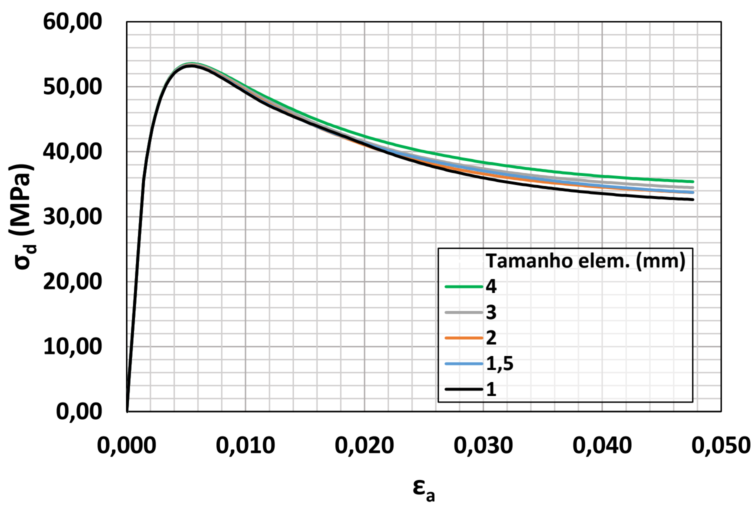


Figura 4-15 – Curvas tensão desviadora-defomação axial com μ = 0,03 s.

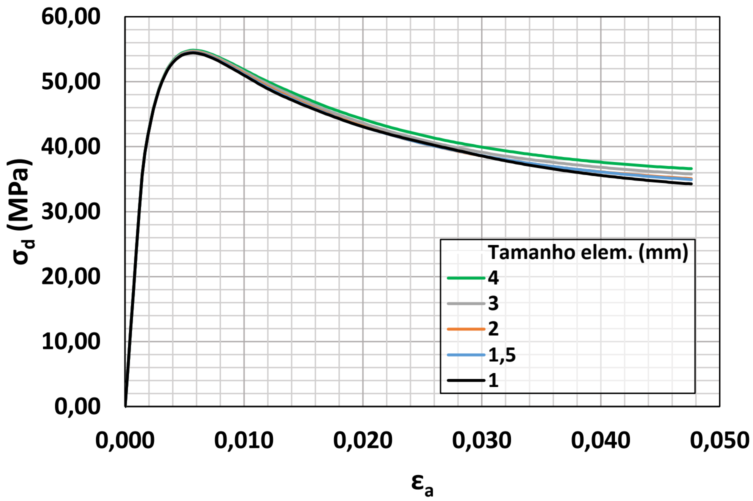


Figura 4-16 – Curvas tensão desviadora-defomação axial com μ = 0,04 s.

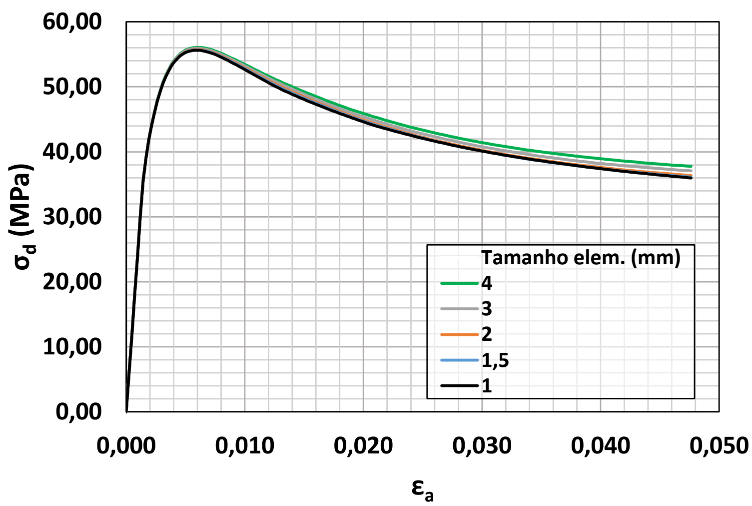


Figura 4-17 – Curvas tensão desviadora-defomação axial com μ = 0,05 s.

A Figura 4-18 mostra as curvas σ_d-ε_a para as malhas com elementos de 2 mm de tamanho, variando o tempo de relaxação. A partir dela percebe-se que as simulações que utilizam a regularização viscosa exibem aumento das tensões desviadoras de pico, das deformações axiais de pico e das tensões desviadoras residuais. É constatado que as simulações com regularização viscosa apresentam aumento da rigidez durante o amolecimento.

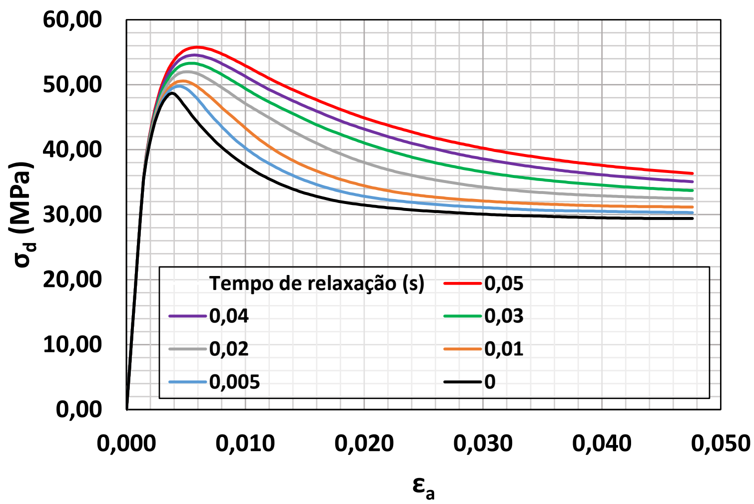


Figura 4-18 – Curvas tensão desviadora-defomação axial para discretização com elemento de 2 mm variando μ.

4.4.2. Largura da banda de cisalhamento

Outro indicativo do problema de dependência de malha é a largura do domínio de localização de deformações, isto é, a largura da banda de cisalhamento (LB). Inicia-se o estudo da largura da banda de cisalhamento pelo caso sem regularização. A Figura 4-19 mostra a largura da banda em respeito ao deslocamento vertical imposto (D), permitindo analisar a iniciação e largura da banda de cisalhamento. Malhas mais refinadas apresentam iniciação da banda para menores deslocamentos e menor variação entre largura de banda final e inicial. O mesmo gráfico mostra que não há convergência na largura final da banda de cisalhamento; quanto mais grosseira a discretização, maior será a largura da banda. Em outras palavras, a largura da banda de cisalhamento é dependente da malha. Esse comportamento também é mostrado visualmente através da representação gráfica de PEMAG na Figura 4-20.

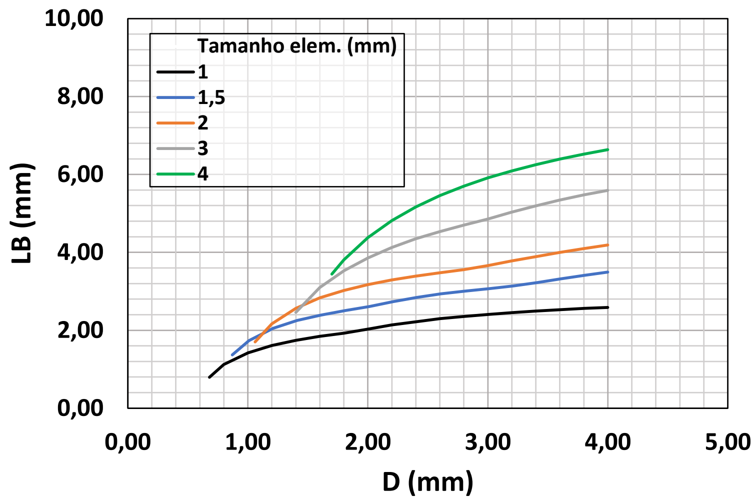


Figura 4-19 – Curvas largura da banda de cisalhamento-deslocamento vertical das cinco discretizações utilizando o contínuo convencional.

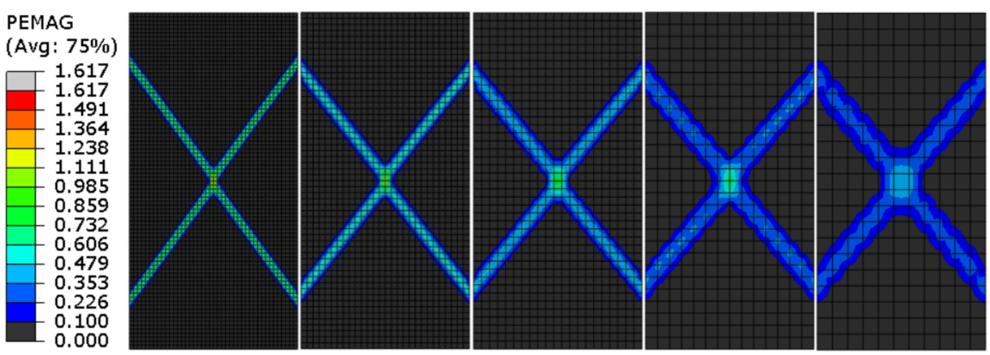


Figura 4-20 – Bandas de cisalhamento das cinco discretizações sem regularização: (a) elemento de 1,0 mm; (b) 1,5 mm; (c) 2,0 mm; (d) 3 mm; (e) 4 mm.

A seguir são exibidas imagens que mostram os gráficos LB-D (Figura 4-21, Figura 4-22, Figura 4-23, Figura 4-24, Figura 4-25, Figura 4-26) e distribuição da variável PEMAG (Figura 4-27, Figura 4-28, Figura 4-29, Figura 4-30, Figura 4-31, Figura 4-32) para os testes de sensibilidade de malha com diferentes valores de μ, isto é, testes que utilizam a regularização viscosa. Ao analisar a visualização gráfica de PEMAG das simulações regularizadas com elemento de 1 mm, observa-se que em quase todos os casos a deformação se localiza em bandas duplas. Essa configuração é decorrente da incapacidade do método de regularização escolhido tratar o modelo com esse nível de discretização. Isto indica que o tamanho do elemento influencia na eficácia da regularização viscosa. Por este motivo excluiu-se a discretização com elementos de 1 mm dos gráficos LB-D.

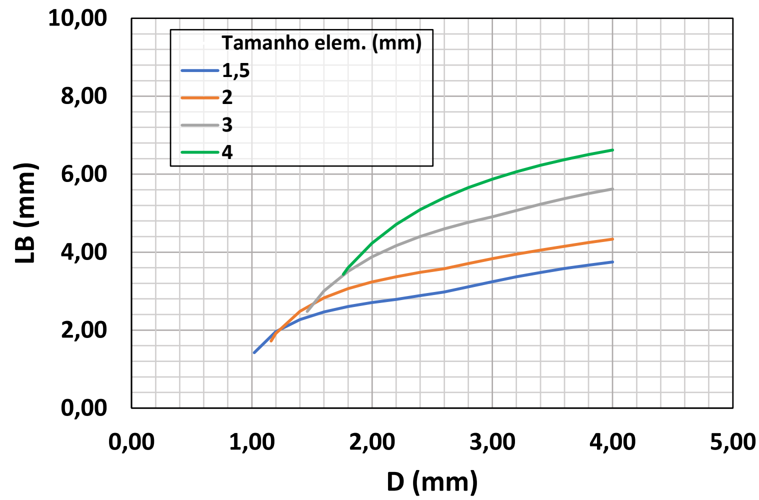


Figura 4-21 – Curvas largura da banda de cisalhamento-deslocamento vertical das cinco discretizações utilizando μ = 0,005 s.

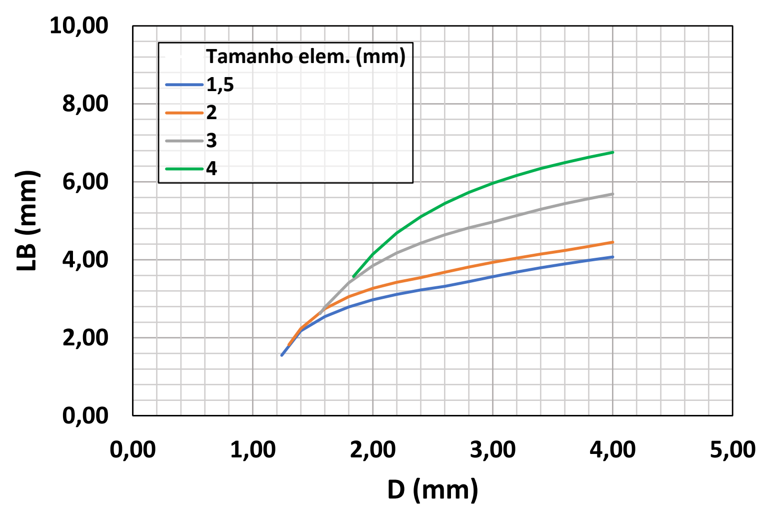


Figura 4-22 – Curvas largura da banda de cisalhamento-deslocamento vertical das cinco discretizações utilizando μ = 0,01 s.

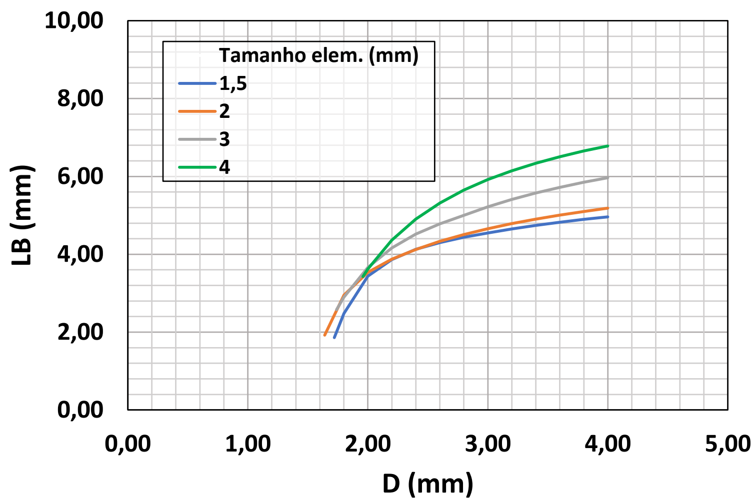


Figura 4-23 – Curvas largura da banda de cisalhamento-deslocamento vertical das cinco discretizações utilizando μ = 0,02 s.

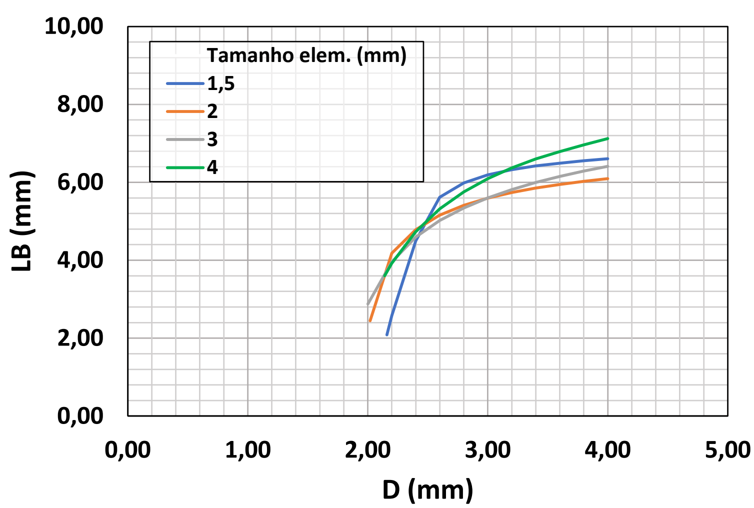


Figura 4-24 – Curvas largura da banda de cisalhamento-deslocamento vertical das cinco discretizações utilizando μ = 0,03 s.

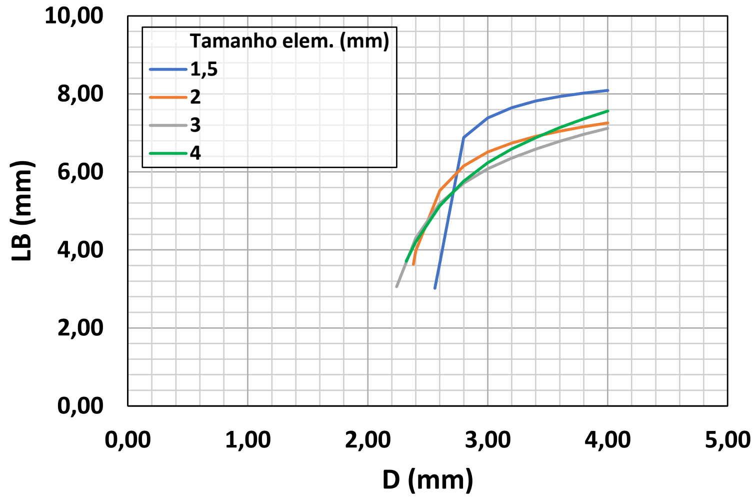


Figura 4-25 – Curvas largura da banda de cisalhamento-deslocamento vertical das cinco discretizações utilizando μ = 0,04 s.

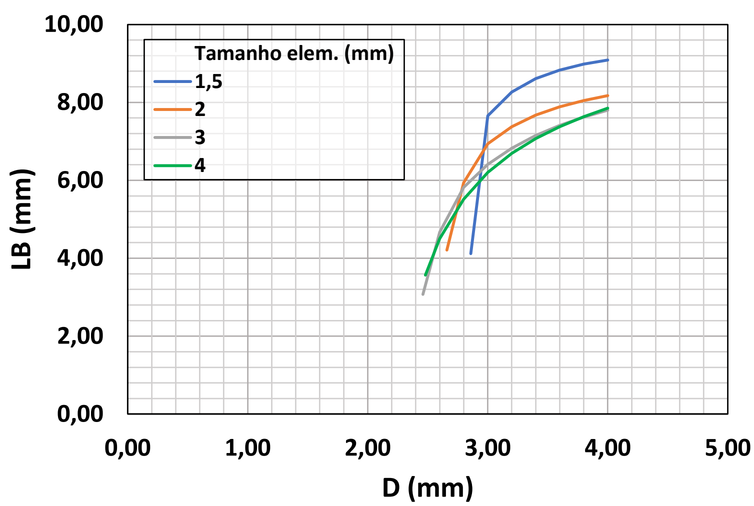


Figura 4-26 – Curvas largura da banda de cisalhamento-deslocamento vertical das cinco discretizações utilizando μ = 0,05 s.

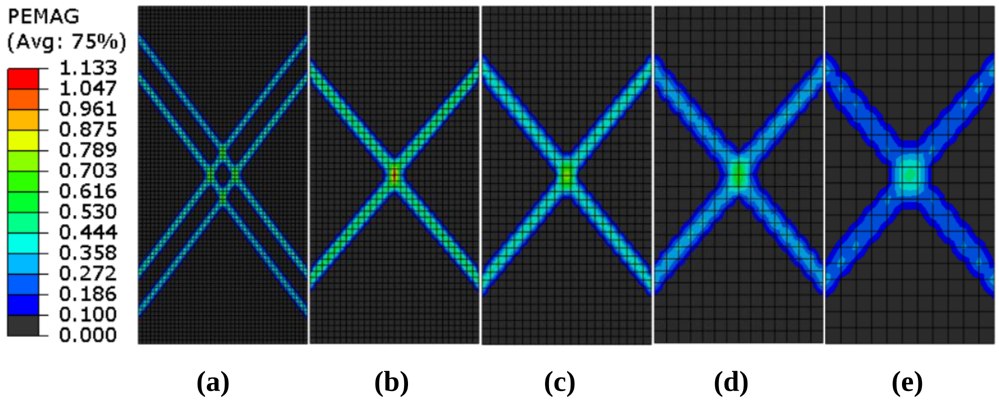


Figura 4-27 – Bandas de cisalhamento das cinco discretizações com μ = 0,005 s: (a) elemento de 1,0 mm; (b) 1,5 mm; (c) 2,0 mm; (d) 3 mm; (e) 4 mm.

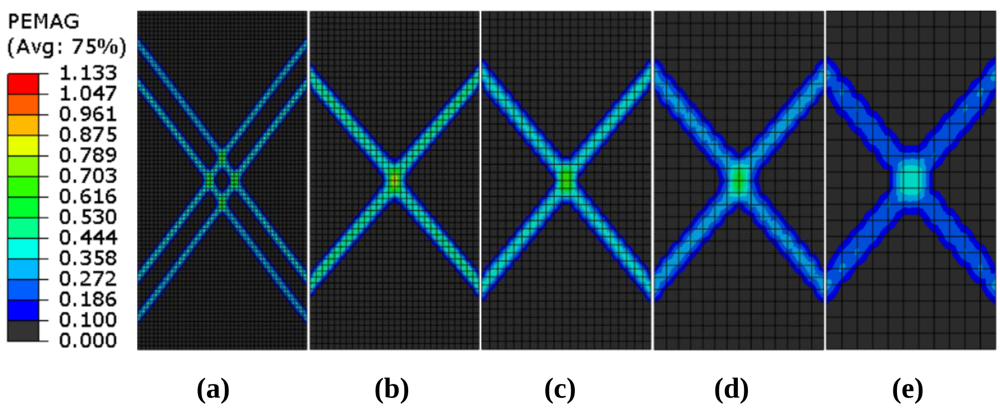


Figura 4-28 – Bandas de cisalhamento das cinco discretizações com μ = 0,01 s: (a) elemento de 1,0 mm; (b) 1,5 mm; (c) 2,0 mm; (d) 3 mm; (e) 4 mm.

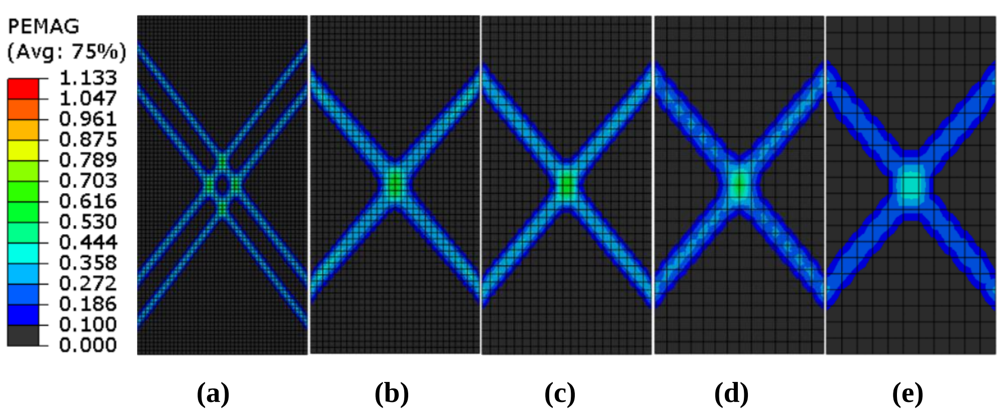
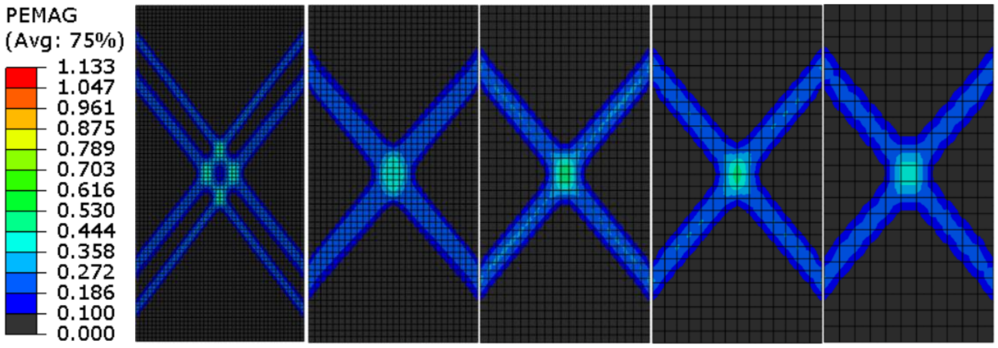
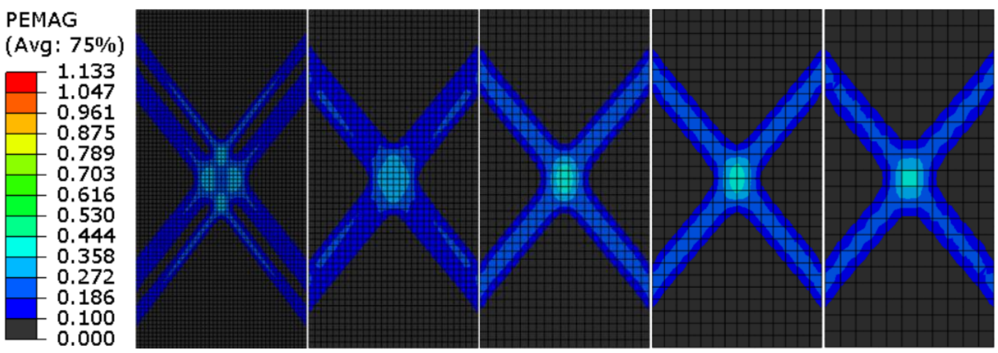


Figura 4-29 – Bandas de cisalhamento das cinco discretizações com μ = 0,02 s: (a) elemento de 1,0 mm; (b) 1,5 mm; (c) 2,0 mm; (d) 3 mm; (e) 4 mm.



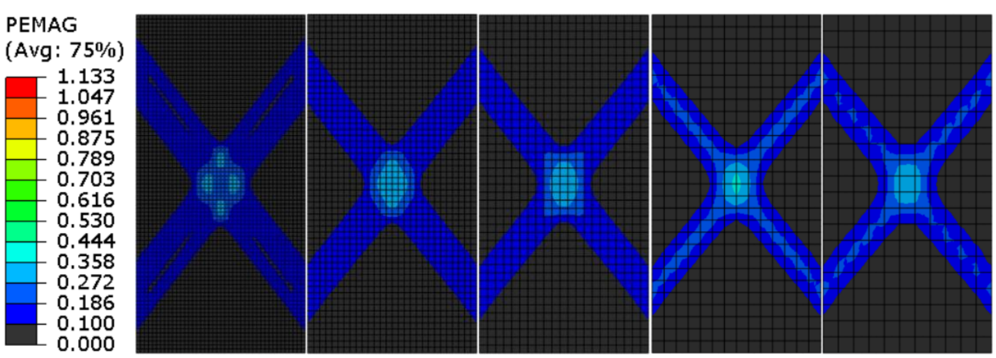
(a) (b) (c) (d) (e)

Figura 4-30 – Bandas de cisalhamento das cinco discretizações com μ = 0,03 s: (a) elemento de 1,0 mm; (b) 1,5 mm; (c) 2,0 mm; (d) 3 mm; (e) 4 mm.



(a) (b) (c) (d) (e)

Figura 4-31 – Bandas de cisalhamento das cinco discretizações com μ = 0,04 s: (a) elemento de 1,0 mm; (b) 1,5 mm; (c) 2,0 mm; (d) 3 mm; (e) 4 mm.



(a) (b) (c) (d) (e)

Figura 4-32 – Bandas de cisalhamento das cinco discretizações com μ = 0,05 s: (a) elemento de 1,0 mm; (b) 1,5 mm; (c) 2,0 mm; (d) 3 mm; (e) 4 mm.

Como são muitas informações a serem analisadas nas diversas imagens, criou-se tabelas que possuem dados importantes extraídos dos gráficos LB-D. A Tabela 4-6 mostra que modelos regularizados apresentam iniciação da banda de cisalhamento para valores de deslocamento vertical mais próximos, chegando a diferença de apenas 0,16 mm entre as discretizações, enquanto o modelo sem regularização apresenta diferença de 0,83 mm. Da Tabela 4-7 entende-se que o parâmetro de viscosidade pode influenciar tanto positivamente no sentido de aproximar as larguras iniciais da banda de cisalhamento entre as discretizações refinada e grosseira, quanto negativamente aumentando a diferença entre as larguras iniciais e finais das discretizações mais e menos refinadas (para valores altos de tempo de relaxação).

Tabela 4-6 – Deslocamento vertical em milímetros (D) na iniciação da banda de cisalhamento de todas as malhas variando μ.

μ (s)	D_i(mm) em função do tamanho do elemento				Δ (mm)
	1,5 mm	2,0 mm	3,0 mm	4,0 mm	
0,00	0,87	1,06	1,40	1,70	0,83
0,005	1,02	1,16	1,46	1,76	0,74
0,01	1,24	1,30	1,56	1,84	0,60
0,02	1,72	1,64	1,74	1,96	0,24
0,03	2,16	2,02	2,00	2,14	0,16
0,04	2,56	2,38	2,24	2,32	0,32
0,05	2,86	2,66	2,46	2,48	0,40

Tabela 4-7 – Larguras iniciais das bandas de cisalhamento em milímetros (LB_i) de todas as malhas variando μ.

μ (s)	LB_i (mm) em função do tamanho do elemento				Δ (mm)
	1,5 mm	2,0 mm	3,0 mm	4,0 mm	
0,00	1,37	1,70	2,46	2,46	1,09
0,005	1,42	1,72	2,48	2,48	1,06
0,01	1,55	1,82	2,62	2,62	1,07
0,02	1,86	1,93	2,58	2,58	0,72
0,03	2,09	2,45	2,88	2,88	0,79
0,04	3,02	3,63	3,06	3,06	0,61
0,05	4,12	4,21	3,07	3,07	1,14

Atenção especial deve ser dedicada à análise da largura final das bandas de cisalhamento. Dados da Tabela 4-8 mostram que, até certo ponto, o aumento do tempo de relaxação contribui para uma redução da diferença de largura final da banda entre as malhas. Por exemplo, a diferença entre a largura final da banda entre as malhas grosseira (4,0 mm) e refinada (1,5 mm) sem regularização é de 3,14 mm; quando o tempo de relaxação vale 0,04 s ela cai para 0,97 mm. Por outro lado, para uma mesma discretização de malha (mesmo tamanho de elemento), quanto maior o valor do tempo de relaxação, maior será a largura final da banda.

Tabela 4-8 – Larguras finais das bandas de cisalhamento em milímetros (LB_f) de todas as malhas variando μ.

μ (s)	**LB_f (mm) em função do elemento**				**Δ (mm)**
	1,5 mm	**2,0 mm**	**3,0 mm**	**4,0 mm**	
0,00	3,49	4,19	5,59	6,63	3,14
0,005	3,75	4,33	5,62	6,62	2,87
0,01	4,07	4,45	5,69	6,75	2,68
0,02	4,96	5,19	5,97	6,78	1,82
0,03	6,60	6,10	6,41	7,12	1,02
0,04	8,09	7,25	7,12	7,56	0,97
0,05	9,09	8,17	7,80	7,85	1,29

Em simulações utilizando o parâmetro de viscosidade a partir de 0,03 s a largura final da banda de cisalhamento da discretização mais refinada (elemento de 1,5 mm) passa a ser superior à largura de bandas com discretizações menos refinadas. Este é um comportamento que não deve ocorrer, pois à medida em que a malha do modelo é refinada os resultados devem convergir. De outra forma, para valores não muito altos de tempo de relaxação fica comprovada a capacidade da regularização viscosa em suavizar a dependência de malha (Figura 4-21, Figura 4-22, Figura 4-23).

A suavização da dependência de malha está diretamente ligada ao aumento da largura da banda de cisalhamento em discretizações refinadas de modo que se aproxime das discretizações menos refinadas. Este fenômeno pode ser visto na Figura 4-33. Ela mostra a evolução das larguras das bandas de cisalhamento para as malhas com elementos de 2 mm de tamanho variando o tempo de relaxação. Nela pode ser visto que as simulações com regularização apresentam uma evolução da largura da banda de cisalhamento superior à simulação sem regularização. Esse comportamento é observado especialmente a partir do tempo de relaxação de 0,02 s.

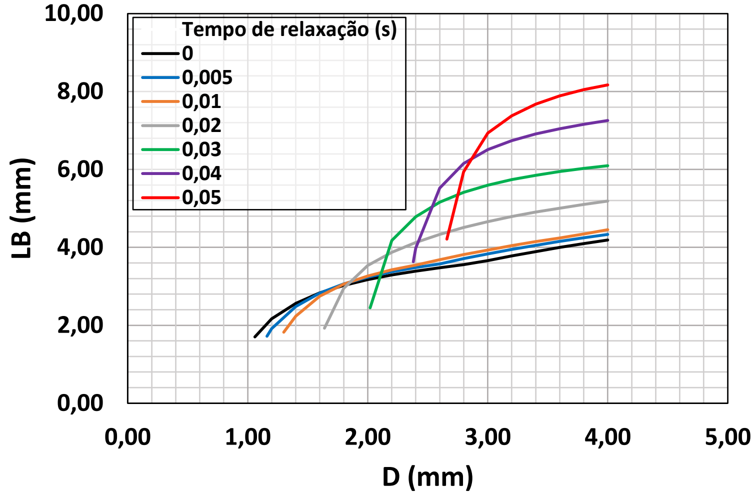


Figura 4-33 – Curvas largura da banda de cisalhamento-deslocamento vertical para discretização com elemento de 2 mm variando μ.

4.4.3. Inclinação da banda de cisalhamento

Como a medição do ângulo de inclinação é feita definindo visualmente dois pontos na fronteira do domínio da banda de cisalhamento, esta medida apresenta uma imprecisão inerente ao processo de avaliação. Dessa forma, adota-se para os ângulos aferidos precisão de números inteiros. Os ângulos da Tabela 4-9 que possuem precisão decimal são resultados da média dos ângulos inteiros da banda inferior e superior. Apesar disso, as medições ajudam a entender o fenômeno de dependência de malha.

Tabela 4-9 – Ângulos de inclinação variando μ.

μ (s)	θ (°) em função do elemento				Δ (°)	DP
	1,5 mm	2,0 mm	3,0 mm	4,0 mm		
0,00	52,0	51,0	49,0	49,0	3,0	1,50
0,005	50,0	50,5	49,5	49,5	1,0	0,48
0,01	49,5	51,0	50,0	49,0	2,0	0,85
0,02	49,0	50,5	50,5	50,0	1,5	0,71
0,03	50,0	50,0	50,5	49,5	1,0	0,41
0,04	50,5	50,5	50,0	49,5	1,0	0,48
0,05	51,0	51,0	50	50,5	1,0	0,48

O modelo sem regularização apresenta redução do ângulo de inclinação com o aumento do tamanho do elemento. Além disso, como a diferença entre o maior e menor ângulo é de 3,0°, entende-se que a inclinação da banda de cisalhamento também é dependente da discretização da malha no modelo utilizando o contínuo convencional. Os modelos regularizados não apresentam esse comportamento de dependência de ângulo em relação ao refinamento da malha, isto é, não há uma um padrão que relacione o valor do ângulo de inclinação com a discretização da malha. A variação máxima do maior para o menor ângulo de inclinação nos modelos regularizados é de 2,0°, enquanto a menor variação vale 1,0°. O desvio padrão (DP) indica uma maior uniformidade dos ângulos de inclinação das bandas de cisalhamento em modelos regularizados em comparação ao modelo sem regularização. Considera-se, portanto, que a regularização viscosa também é capaz de reduzir a dependência de malha em relação à inclinação da banda de cisalhamento.

4.4.4. Tempo de análise e convergência

Como pode ser visto na Tabela 4-10, modelos que utilizam a regularização viscosa reduzem em até três vezes o tempo de análise em comparação com o modelo sem regularização para a malha mais refinada.

Tabela 4-10 – Tempo de CPU gasto nas análises.

	Tempo total de CPU (s)				
μ (s)	**1,0 mm**	**1,5 mm**	**2,0 mm**	**3,0 mm**	**4,0 mm**
0,00	1526,40	280,90	140,60	65,90	42,80
0,005	611,90	285,30	151,30	66,30	44,40
0,01	558,40	252,60	146,20	66,90	40,10
0,02	541,70	234,30	136,70	67,10	42,20
0,03	508,70	229,70	136,00	66,80	42,90
0,04	518,70	232,70	136,00	66,80	43,50
0,05	528,40	234,00	133,30	66,80	42,70

O deslocamento total prescrito (4,0 mm) foi aplicado em 200 incrementos. Cada incremento pode ser sub-incrementado de acordo com os requerimentos da análise. Para isso foi definido um sub-incremento mínimo de 10^{-6} mm. Todas as simulações que utilizaram a regularização viscosa foram completadas em 200 incrementos. De outro modo, as simulações sem regularização das malhas de 1,0 mm e 1,5 mm precisaram de 327 e 204 incrementos para serem finalizadas. A partir desses dados, conclui-se que a regularização viscosa melhora a convergência da análise.

4.4.5.
Definição do tempo de relaxação ideal

Com os resultados dos testes de sensibilidade de malha realizados é possível definir o parâmetro de viscosidade ideal a ser utilizado no estudo paramétrico variando os parâmetros de modelagem. Tomou-se cuidado para o valor escolhido não ser alto a ponto de elevar demasiadamente a tensão e deformação axial de pico, mas que seja o suficiente para aproximar as larguras das bandas de cisalhamento e as curvas tensão desviadora-deformação axial de diferentes discretizações. Entende-se que para valores de tempo de relaxação maiores que 0,03 s as larguras de banda de cisalhamento não convergem. Nestes casos, o valor de largura da banda para uma discretização mais refinada passa a ser maior que aquelas obtidas com discretizações menos refinadas (como pode ser visto nas Figura 4-24, Figura 4-25 e Figura 4-26). Por outro lado, os parâmetros de viscosidade de 0,005 s e 0,01 s não são grandes o suficiente para promover aproximação significante entre as larguras das bandas de cisalhamento de discretizações refinada e grosseira.

Quando $\mu = 0{,}02$, é notável numérica e visualmente uma aproximação entre as larguras de banda de cisalhamento das malhas com 1,5 mm e 4,0 mm. Com esta regularização as malhas de 1,5 mm e 2,0 mm também possuem evolução de largura de banda muito semelhante entre si. Esse comportamento indica que há uma convergência de resultados entre essas duas discretizações. No MEF, à medida que a malha é refinada há a convergência de resultados. Portanto, parte da diferença entre a largura final da banda de cisalhamento com malha de 1,5 mm e malha de 4 mm (utilizando tempo de relaxação igual a 0,02) é atribuída a convergência dos resultados proveniente do refinamento da malha. Com essas informações definiu-se o tempo de relaxação ideal como 0,02 s.

As figuras a seguir apresentam uma comparação entre os resultados dos testes de sensibilidade de malha dos modelos com o tempo de relaxação definido como ideal e o modelo sem regularização. A Figura 4-34 apresenta a comparação entre as respostas mecânicas, enquanto a Figura 4-35 mostra a comparação entre as evoluções de larguras das bandas de cisalhamento.

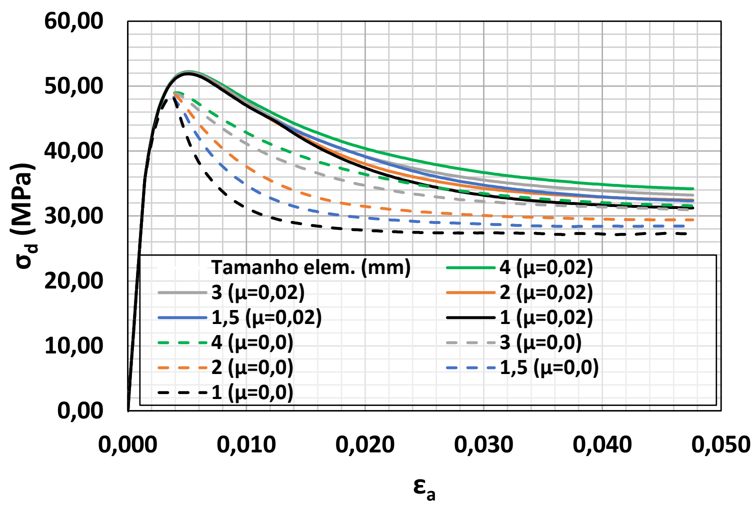


Figura 4-34 – Comparação entre as curvas tensão desviadora-defomação axial das cinco discretizações com $\mu = 0.0$ s e $\mu = 0.02$ s.

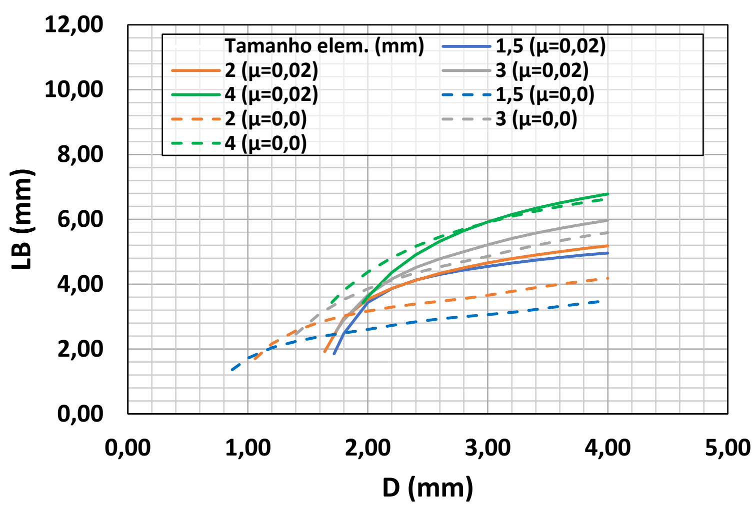


Figura 4-35 – Comparação entre as curvas largura da banda de cisalhamento-deslocamento vertical das cinco discretizações com $\mu = 0.0$ s e $\mu = 0.02$ s.

Na Figura 4-34 é possível ver o resultado da suavização da dependência de malha através da aproximação das curvas σ_d-ε_a. As tensões residuais obtidas para as curvas com discretizações de 1,5 mm e 2 mm utilizando regularização (32,33 MPa e 32,45 MPa, respectivamente) são próximas às tensões residuais das malhas de 3 mm e 4 mm do modelo sem regularização (28,44 MPa e 29,40 MPa, respectivamente). A partir da Figura 4-35 percebe-se que as bandas se iniciam com larguras e deslocamentos verticais próximos entre si ao utilizar a regularização, o que não ocorre na simulação sem regularização. A diferença entre a largura final da banda de cisalhamento com discretização mais e menos refinada passa de 3,14 mm (modelo sem regularização) para 1,82 mm (modelo com regularização). As evoluções das larguras das bandas de cisalhamento do modelo regularizado estão mais próximas entre si. Há um aumento da largura de banda nas discretizações mais refinadas com o uso da regularização, enquanto a largura de banda da discretização com elementos de 4 mm permanece similar entre os modelos regularizado e convencional.

Os ângulos de inclinação das bandas de cisalhamento para todas as discretizações com tempo de relaxação 0,02 s foram comparados às equações de predição de Mohr-Coulomb, Roscoe (1970) e Arthur (1977) (Equações 2.1 a 2.3). Nessas equações foram utilizados os valores dos ângulos de atrito e dilatância iniciais (de pico). Os resultados das equações e a comparação com o modelo regularizado podem ser checados na Tabela 4-11. A equação de predição que mais se aproxima dos resultados obtidos nas modelagens é a de Roscoe (1970). Isto indica que o ângulo de dilatância deve exercer influência significativa na inclinação da banda de cisalhamento.

Tabela 4-11 – Comparação entre os ângulos de inclinação da modelagem com μ = 0.02 s e as equações de Mohr-Coulomb, Roscoe (1970) e Arthur (1977).

	θ (°)			
Tamanho do elemento (mm)	**μ=0.02 s**	**Mohr-Coulomb**	**Roscoe (1970)**	**Arthur (1977)**
1,5	49,0	62.3	53	58
2,0	50,5			
3,0	50,5			
4,0	50,0			

4.5. Análise paramétrica

Neste item é realizado o estudo paramétrico por meio da variação individual de parâmetros da modelagem. É definido um modelo padrão com os parâmetros sublinhados da Tabela 4-12. O único parâmetro do material que não foi variado nas análises é o ângulo de dilatância residual, que foi definido sempre como 1,0° para limitar as deformações volumétricas plásticas da rocha. Em cada conjunto de parâmetros de simulação é variado um desses parâmetros enquanto os outros permanecem inalterados, isto é, idênticos ao modelo padrão. Na Tabela 4-12 cada conjunto de simulação equivale a uma coluna. Os conjuntos são divididos em módulo de Young (E), coeficiente de Poisson (ν), tensão confinante isotrópica (σ_c), coeficiente lateral (K), coesão inicial (c_i), coesão residual (c_r), ângulo de atrito inicial (φ_i), ângulo de atrito residual (φ_r) e ângulo de dilatância inicial (ψ_i). Ao todo foram realizados 9 conjuntos de simulações resultando em um total de 30 simulações numéricas. No conjunto de simulações variando a coesão inicial, por exemplo, existem cinco simulações. Este raciocínio é seguindo no estudo de todos os parâmetros.

Tabela 4-12 – Parâmetros variados e seus valores.

E (GPa)	**ν**	**σ_c (MPa)**	**K**	**c_i (MPa)**	**c_r (MPa)**	**φ_i (°)**	**φ_r (°)**	**ψ_i (°)**
15,00	0,15	0	0,50	3,00	-	-	-	5,00
20,00	0,20	5	0,75	5,00	0,50	33,00	33,00	10,00
<u>23,46</u>	<u>0,24</u>	<u>10</u>	<u>1,00</u>	<u>5,60</u>	<u>2,00</u>	<u>35,91</u>	<u>30,00</u>	<u>15,91</u>
25,00	0,30	15	-	6,00	3,50	39,00	27,00	20,00
30,00	0,35	20	-	8,00	-	-	24,00	25,00

O parâmetro de viscosidade definido como ideal (0,02 s) e a malha com elementos de lado de 2 mm foram utilizadas em todas as simulações do estudo paramétrico. Diferentemente do adotado nas análises de sensibilidade de malha, que utilizaram a configuração indeformada, aqui a medição da largura e inclinação da banda é realizada com a configuração deformada em escala 1. Isto quer dizer que a medida da largura de banda do modelo coincide com a realidade. Para auxiliar nas análises, além da curva σ_d-ε_a e LB-D, também foram plotadas a evolução da deformação plástica desviadora (E_d^p) de acordo com a deformação axial (curva E_d^p-ε_a) e as trajetórias de tensões no diagrama p-q. Avaliar a evolução de E_d^p é importante por esta ser a variável que determina o amolecimento do material e as trajetórias de tensões fornecem informações valiosas na análise dos resultados. O histórico de E_d^p, a tensão de Mises (q) e a pressão hidrostática (p) foram extraídos do ponto de integração 9 do elemento central. Este elemento identificado na Figura 4-36 pelo retângulo de lados pretos (elemento 431) foi escolhido por estar na região onde se inicia a localização de deformações e o ponto de integração foi escolhido aleatoriamente.

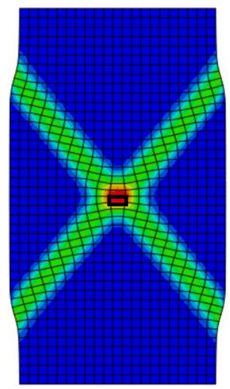


Figura 4-36 – Elemento escolhido para extrair a evolução da deformação plástica desviadora.

Como o número de simulações feitas é consideravelmente extenso, serão mostrados a seguir apenas os resultados relativos aos parâmetros que exercem mais influência na largura da banda de cisalhamento ou sua inclinação. São eles: tensão de confinamento inicial, coesão inicial, módulo de elasticidade, ângulo de atrito inicial e ângulo de dilatância. O resultado dos outros conjuntos de simulações (coesão residual, ângulo de atrito residual, coeficiente lateral e coeficiente de Poisson) podem ser checados com o mesmo nível de detalhamento no Apêndice C.

4.5.1. Variação do módulo de Young

A Figura 4-37 apresenta as curvas tensão-deformação resultantes da variação do módulo de Young com a fixação de todos os outros parâmetros da modelagem. Pode-se observar que com o incremento no módulo de Young, mais íngreme se torna a curva tensão-deformação do material durante a fase elástica. Esse aumento de rigidez resulta em maiores mudanças de tensão para uma mesma deformação, levando a uma antecipação da plastificação. Em ordem crescente do módulo de Young os modelos plastificaram respectivamente nas seguintes deformações axiais: 0,0019, 0,0014, 0,0012, 0,0012 e 0,0009. Estas deformações foram determinadas através da variável "AC yield" que identifica se o material está em regime plástico ou não. As deformações axiais na plastificação das simulações com módulos de 23,46 GPa e 25,00 GPa foram idênticas pois estes valores são muito próximos.

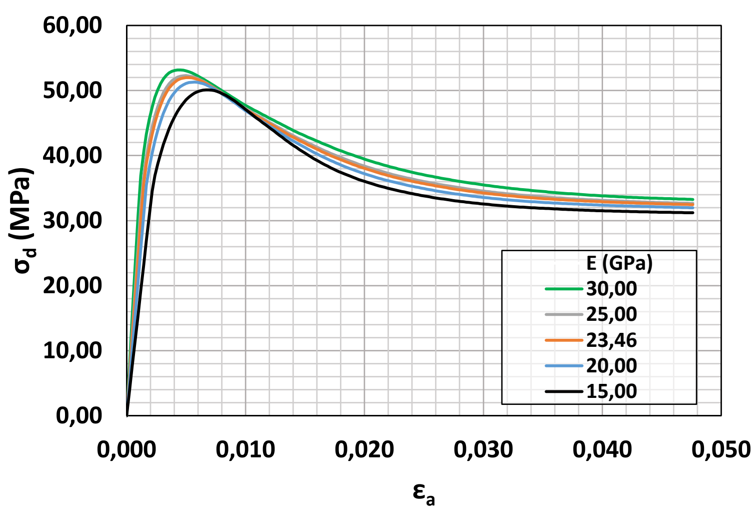


Figura 4-37 – Curva tensão-deformação variando o módulo de Young (E).

Apesar da simulação com módulo de Young de 30 GPa ter plastificado antes das demais, observa-se na Figura 4-38 que ele apresenta iniciação de banda para deformações axiais mais avançadas. Entre todas as simulações deste conjunto, as que apresentaram maior intensidade de amolecimento resultaram em menores larguras finais da banda de cisalhamento.

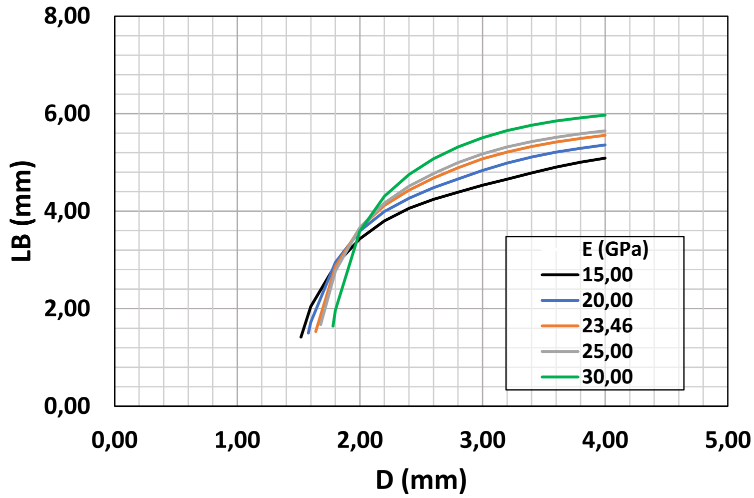


Figura 4-38 – Curva Largura da banda-deslocamento vertical variando o módulo de Young (E).

Existem algumas formas de se identificar a intensidade do amoelecimento: através da rigidez pós-pico das curvas tensão-deformação (Figura 4-37), na qual a menor rigidez pós-pico significa maior intensidade de amolecimento; pela curva de E_d^p em função da deformação axial (Figura 4-39), na qual o maior valor de E_d^p para uma mesma deformação axial corresponde a maior intensidade de amolecimento; através das trajetórias de tensões (Figura 4-40), cuja maior diferença do estado máximo de tensões ao estado mínimo diz respeito a maior intensidade de amolecimento. A Tabela 4-13 mostra que quanto menor o módulo de Young, menores são as deformações axiais de iniciação da banda de cisalhamento e menores são as larguras finais dessa banda.

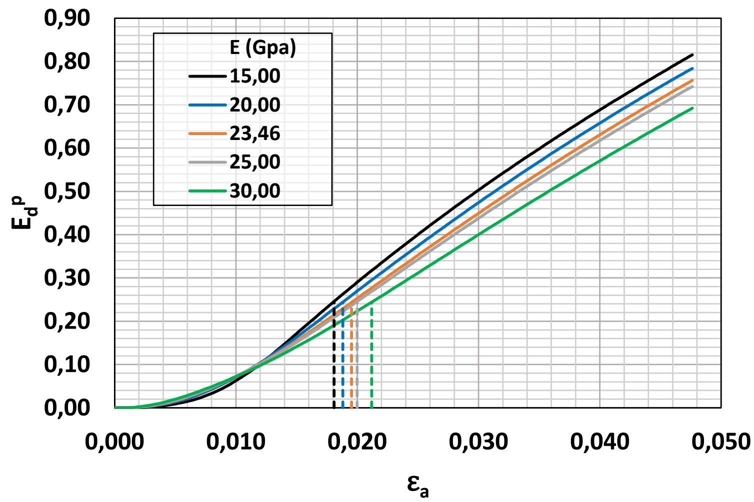


Figura 4-39 – Curvas deformação plástica desviadora acumulada x deformação axial para o ponto de integração 9 do elemento 431 (linha cheia) e deformação axial de iniciação da banda (linha tracejada) variando o módulo de Young (E).

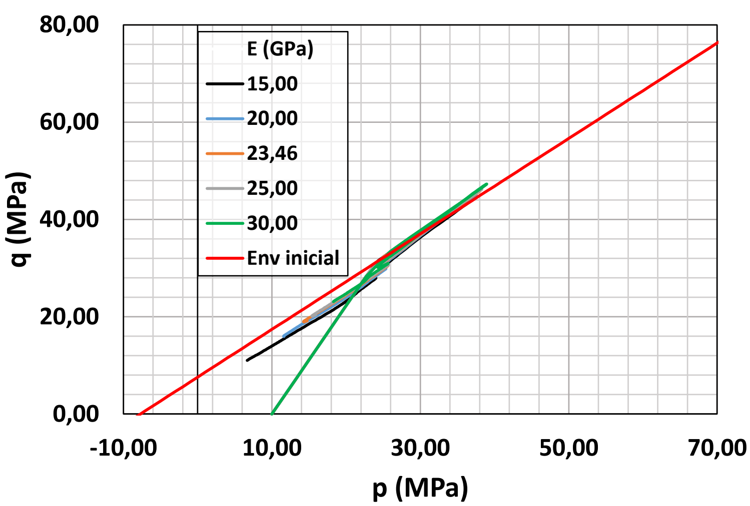


Figura 4-40 – Trajetória de tensões no diagrama p-q variando o módulo de Young (E) com a envoltória inicial de plastificação em vermelho.

Tabela 4-13 – Deformações axiais de iniciação e larguras finais da banda de cisalhamento para as diferentes simulações variando o módulo de Young (E).

E (GPa)	ε_a	LB_f
15,00	0,0181	5,0865
20,00	0,0188	5,3584
23,46	0,0195	5,5558
25,00	0,0200	5,6479
30,00	0,0212	5,9701

4.5.2.
Variação da tensão de confinamento inicial

Os resultados variando a tensão isotrópica inicial com os outros parâmetros fixos são apresentados a seguir. Em ordem crescente de tensão isotrópica inicial os modelos plastificaram respectivamente nas seguintes deformações axiais: 0.0007, 0,0009, 0,0012, 0,0014 e 0,0019. Este é um comportamento esperado, visto que para tensões de confinamento maiores, o estado de tensões se encontra mais afastado da envoltória de plastificação no plano p-q. Consequentemente, o estado de tensões de modelos com maiores tensões isotrópicas iniciais encosta na envoltória de plastificação em deformações axiais mais avançadas (Figura 4-41).

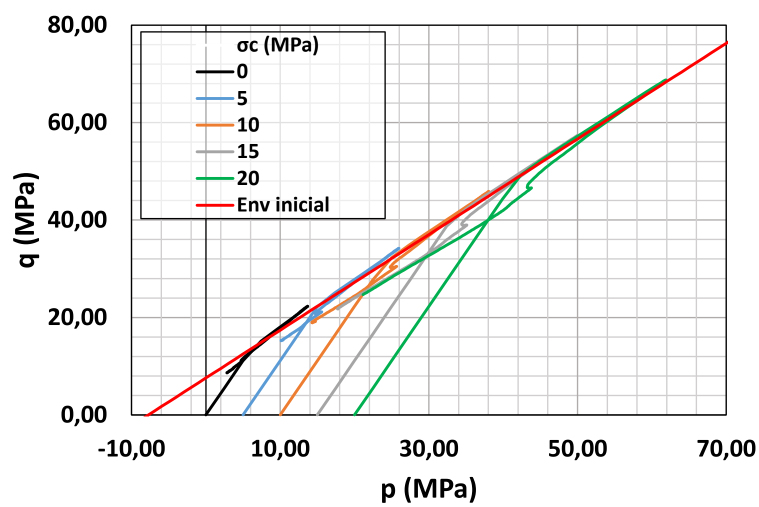


Figura 4-41 – Trajetória de tensões no diagrama p-q variando a tensão isotrópica inicial (σ_c) com a envoltória inicial de plastificação em vermelho.

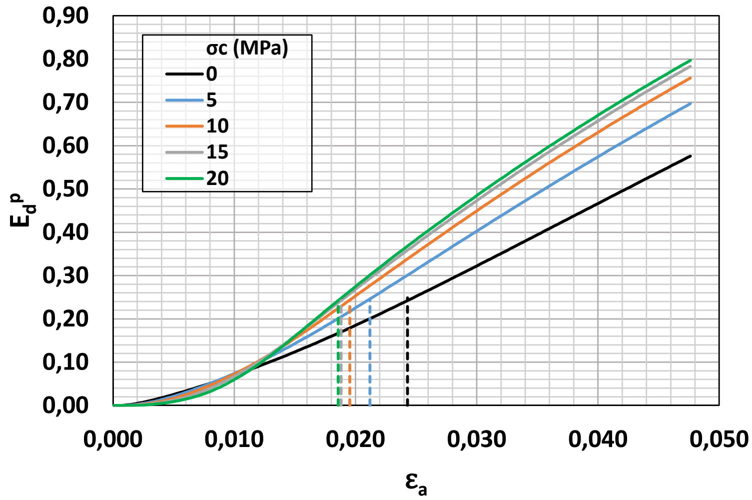


Figura 4-42 – Curvas deformação plástica desviadora acumulada x deformação axial para o ponto de integração 9 do elemento 431 (linha cheia) e deformação axial de iniciação da banda (linha tracejada) variando a tensão isotrópica inicial (σ_c).

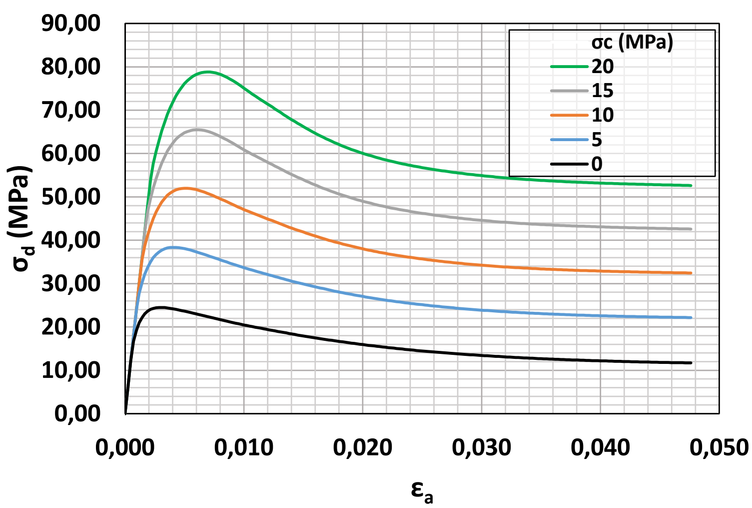


Figura 4-43 – Curva tensão-deformação variando a tensão isotrópica inicial (σ_c).

Percebe-se que quanto maior é a tensão confinante, maior será E_d^p (Figura 4-42) e menos rígida será a curva tensão-deformação pós-pico (Figura 4-43). Justamente as simulações com maiores intensidades de amolecimento são as que apresentam menor largura final da banda de cisalhamento (Figura 4-44).

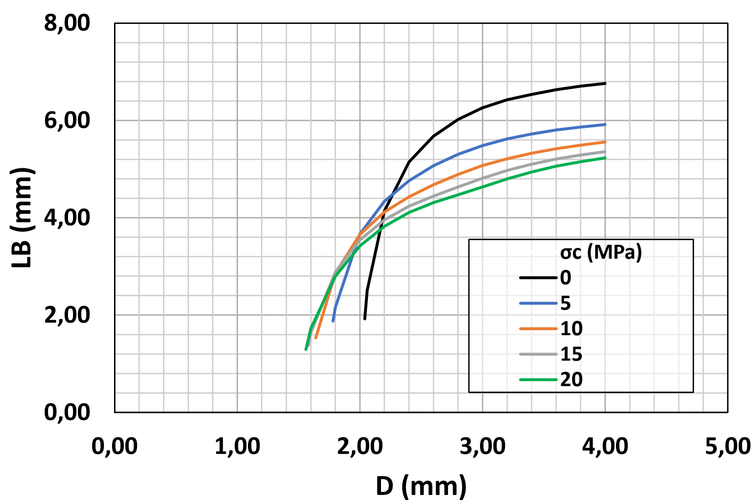


Figura 4-44 – Curva Largura da banda-deslocamento vertical variando a tensão isotrópica inicial (σ_c).

Há uma tendência de convergência na evolução da banda de cisalhamento (Figura 4-44) e evolução da deformação plástica desviadora (Figura 4-42) conforme a tensão de confinamento é aumentada. Espera-se que a partir de uma determinada tensão de confinamento, a tensão confinante não influencia mais na evolução da largura da banda de cisalhamento. Quanto maior a tensão confinante, menor é a deformação axial de iniciação da banda de cisalhamento e menor será a largura final dessa banda (Tabela 4-14).

Tabela 4-14 – Deformações axiais de iniciação e larguras finais da banda de cisalhamento para as diferentes simulações variando a tensão isotrópica inicial (σ_c).

σ_c (MPa)	ε_a	LB_f
20	0,0186	5,2318
15	0,0188	5,3592
10	0,0195	5,5558
5	0,0212	5,9155
0	0,0243	6,7589

4.5.3.
Variação da coesão inicial

A coesão inicial influencia na altura em que a envoltória inicial de plastificação corta o eixo q no plano p-q. Ao variar a coesão inicial pode-se transladar a superfície de plastificação para cima ou para baixo. Com o aumento da coesão inicial espera-se que a envoltória se afaste do estado inicial de tensões e dessa forma o material plastifique em maiores deformações axiais (Figura 4-45). Em ordem crescente de coesão inicial os modelos plastificaram respectivamente nas seguintes deformações axiais: 0.0009, 0.0012, 0.0012, 0.0012 e 0.0014. A deformação axial de plastificação das simulações com coesões iniciais de 5.0 MPa, 5.6 MPa e 6.0 MPa foram as mesmas por conta da pequena diferença entre os valores de coesão das respectivas simulações. O incremento de deformação fornecido não é suficientemente pequeno para captar a diferença de comportamento.

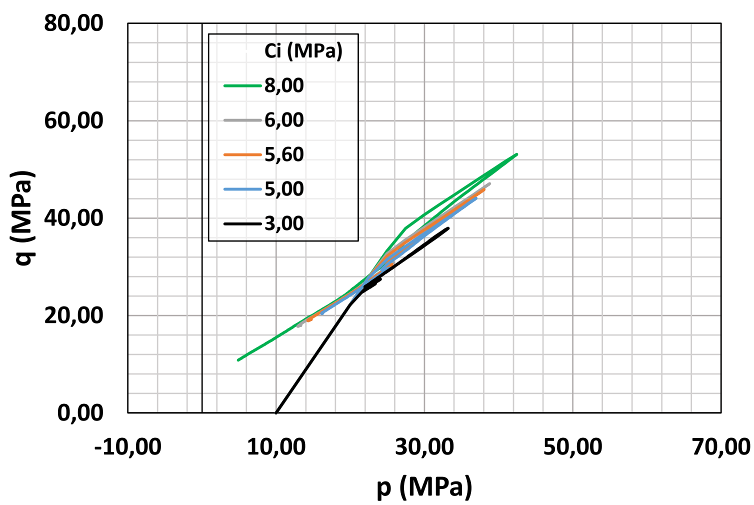


Figura 4-45 – Trajetória de tensões no diagrama p-q variando a coesão inicial (c_i).

As trajetórias de tensões (Figura 4-45) e as curvas tensão-deformação (Figura 4-46) apontam que quanto maior o valor da coesão inicial, maior será a intensidade do amolecimento. Observa-se no gráfico de evolução de E_d^p (Figura 4-47) que maiores coesões iniciais resultam em maiores valores de E_d^p.

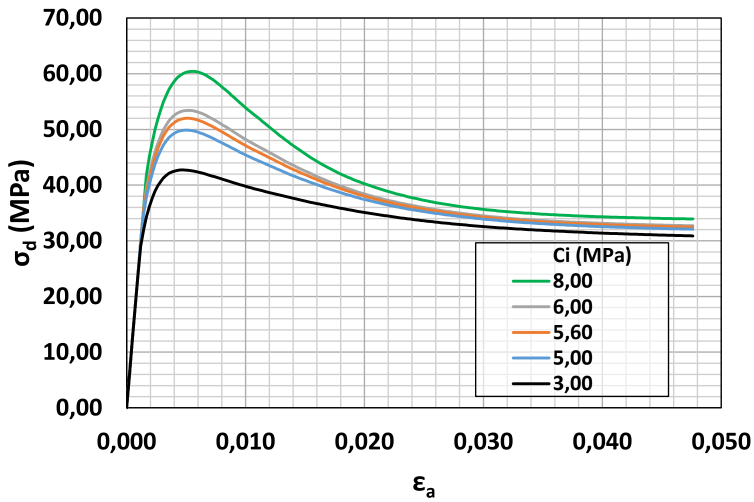


Figura 4-46 - – Curva tensão-deformação variando a coesão inicial (c_i).

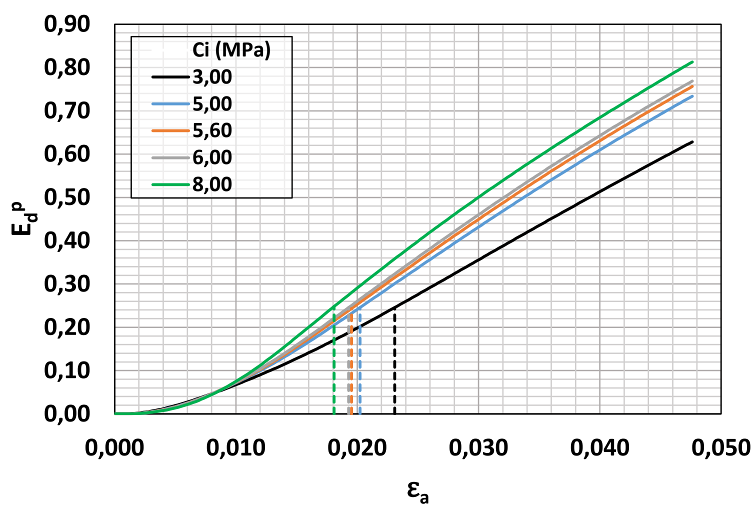


Figura 4-47 – Curvas deformação plástica desviadora acumulada x deformação axial para o ponto de integração 9 do elemento 431 (linha cheia) e deformação axial de iniciação da banda (linha tracejada) variando a coesão inicial (c_i).

Como a simulação com coesão inicial de 8 MPa teve maior intensidade de amolecimento, ela produz a menor largura final e teve iniciação da banda de cisalhamento para deformações axiais menores que as outras simulações (Figura 4-48). A Tabela 4-15 aponta que quanto maior o valor da coesão inicial, menor será a deformação axial de iniciação e a largura final da banda de cisalhamento.

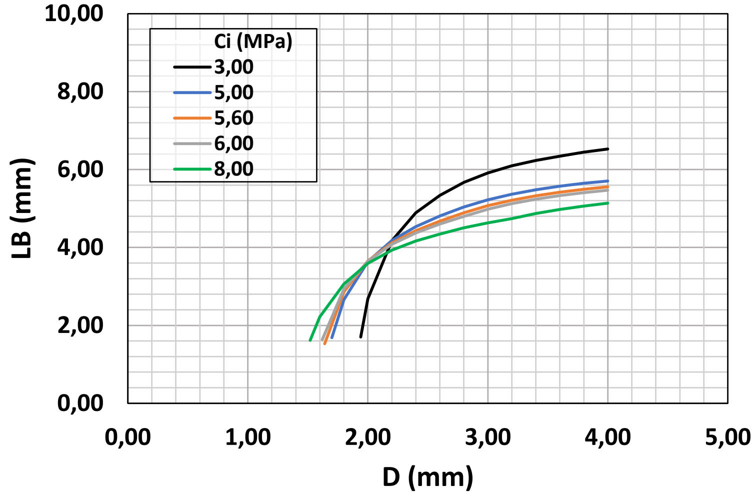


Figura 4-48 - – Curva Largura da banda-deslocamento vertical variando a coesão inicial (c_i).

Tabela 4-15 – Deformações axiais de iniciação e larguras finais da banda de cisalhamento para as diferentes simulações variando a coesão inicial (c_i).

c_i (MPa)	ε_a	LB_f
3,00	0,0231	6,5287
5,00	0,0202	5,7037
5,60	0,0195	5,5558
6,00	0,0193	5,4693
8,00	0,0181	5,1365

4.5.4. Variação do ângulo de atrito inicial

O ângulo de atrito interno altera a inclinação da envoltória de plastificação no espaço p-q. Ângulos de atrito maiores resultam em envoltórias mais inclinadas. Dessa forma, a deformação axial na qual o estado de tensões toca a envoltória de plastificação é maior que em casos de ângulos de atrito menores. Todas as simulações variando o ângulo de atrito inicial apresentaram plastificação na deformação axial de 0.0012. Apesar do mesmo valor de deformação axial de plastificação, pode ser visto na Figura 4-49 que quanto menor o ângulo de atrito inicial, para menores deformações axiais a trajetória de tensões toca a envoltória de plastificação. Isto constata que o modelo com menor ângulo de atrito inicial plastifica para menores deformações axiais, mas o passo de tempo da análise é demasiadamente elevado para detectar a diferença entre as deformações axiais de início de plastificação dos modelos.

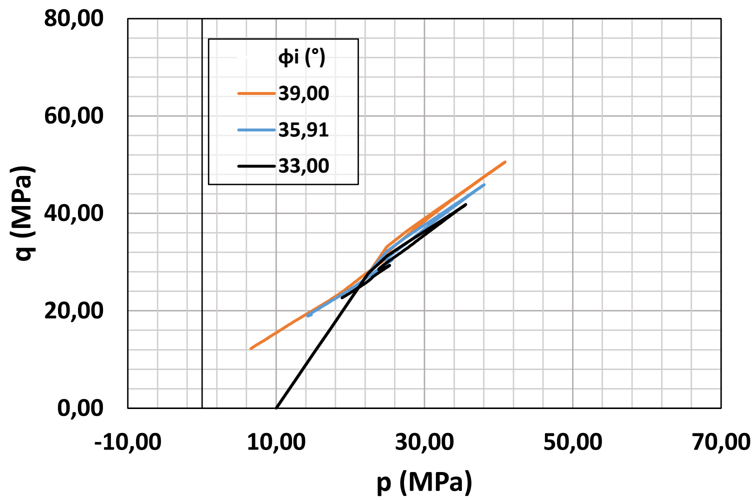


Figura 4-49 – Trajetória de tensões no diagrama p-q variando o ângulo de atrito inicial (φ_i).

Seguindo o raciocínio apresentado nas análises anteriores, as Figura 4-49, Figura 4-50 e Figura 4-51 apontam que ângulos de atrito iniciais maiores resultam em amolecimento mais intenso do material. Por consequência, quanto maior o valor deste ângulo, menores são as deformações axiais no surgimento da banda de cisalhamento e menor será a sua largura final (Figura 4-52 e Tabela 4-16).

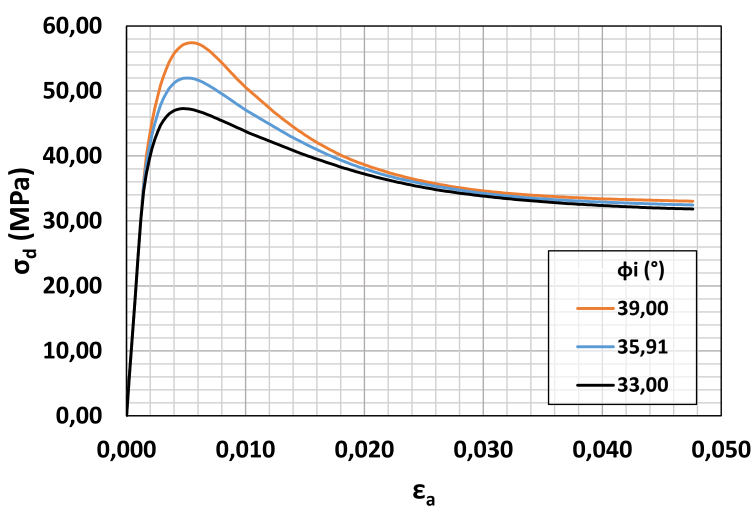


Figura 4-50 – Curva tensão-deformação variando o ângulo de atrito inicial (φ_i).

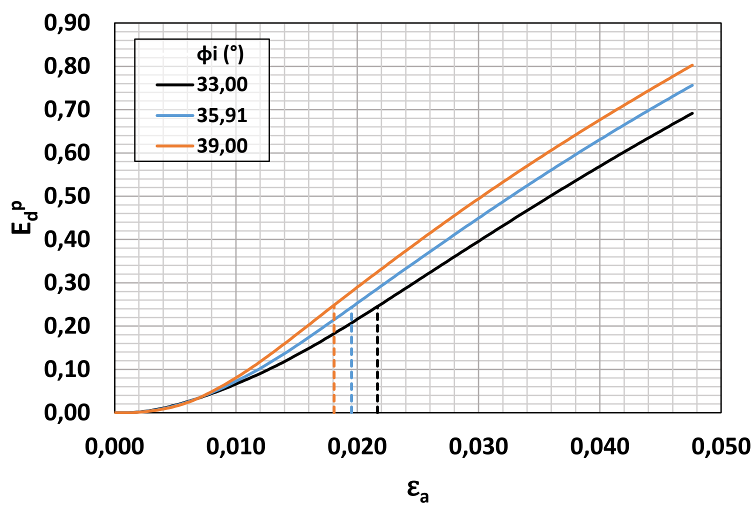


Figura 4-51 – Curvas deformação plástica desviadora acumulada x deformação axial para o ponto de integração 9 do elemento 431 (linha cheia) e deformação axial de iniciação da banda (linha tracejada) variando o ângulo de atrito inicial (φ_i).

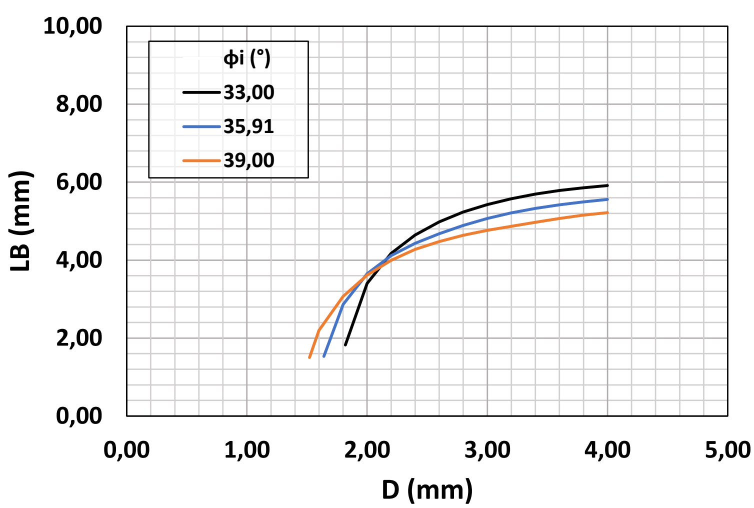


Figura 4-52 – Curva Largura da banda-deslocamento vertical variando o ângulo de atrito inicial (φ_i).

Tabela 4-16 – Deformações axiais de iniciação e larguras finais da banda de cisalhamento para as diferentes simulações variando o ângulo de atrito inicial (φ_i).

φ_i (°)	ε_a	LB_f
33,00	0,0217	5,9141
35,91	0,0195	5,5558
39,00	0,0181	5,2209

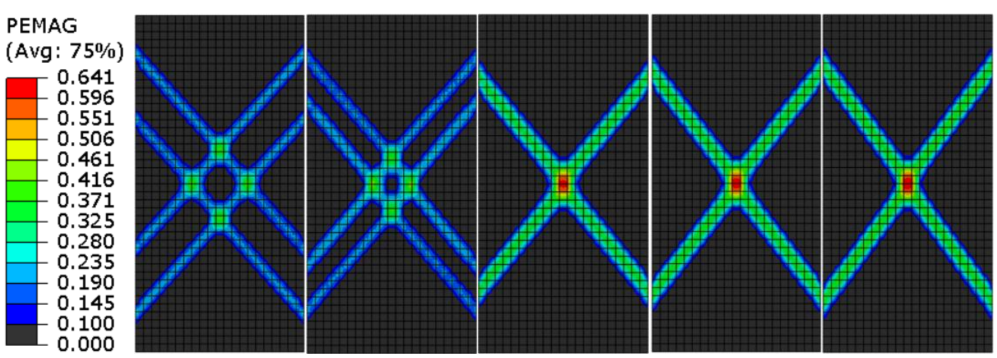
A utilização de ângulo de atrito alto, valendo 39°, alterou em 0,5° a inclinação da banda de cisalhamento. As inclinações de banda das simulações variando o ângulo de atrito são mostradas na Tabela 4-17.

Tabela 4-17 – Inclinação da banda de cisalhamento variando o ângulo de atrito inicial (φ_i).

φ_i (°)	θ (°)
33,00	50,5
35,91	50,5
39	51,0

4.5.5. Variação do ângulo de dilatância inicial

Todos as simulações deste conjunto plastificaram para a deformação axial de 0,0012. Modelos que apresentam grande diferença entre ângulo de atrito inicial e ângulo de dilatância inicial (modelos com ângulos de dilatância iniciais de 5° e 10°) exibem o domínio de localização de deformações com padrão de banda dupla (Figura 4-53). Nestas situações, a regularização viscosa não é capaz de regularizar o contínuo e o resultado se torna dependente da discretização de malha adotada. Por conta disso, para esses dois casos, não foram plotadas as curvas de evolução da largura da banda-deslocamento vertical, evolução da deformação plástica desviadora-deformação axial, tampouco as trajetórias de tensão.



(a) (b) (c) (d) (e)

Figura 4-53 – Bandas de cisalhamento variando o ângulo de dilatância inicial (ψ_i): (a) 5.00°; (b) 10.00°; (c) 15.91°; (d) 20.00°; (e) 25.00°.

Apesar do modelo com maior ângulo de dilatância apresentar um amolecimento ligeiramente mais intenso (Figura 4-54, Figura 4-55 e Figura 4-56), todos os modelos com banda única em forma de X apresentaram valores de largura de banda final muito próximas entre si (Figura 4-57).

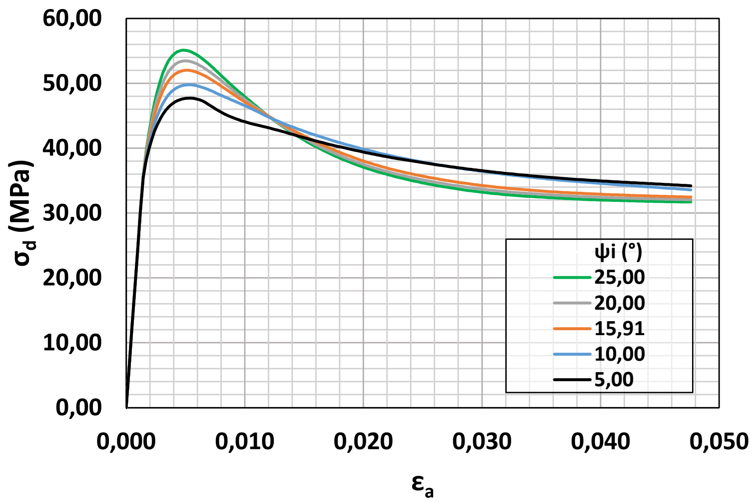


Figura 4-54 – Curva tensão-deformação variando o ângulo de dilatância inicial (ψ_i).

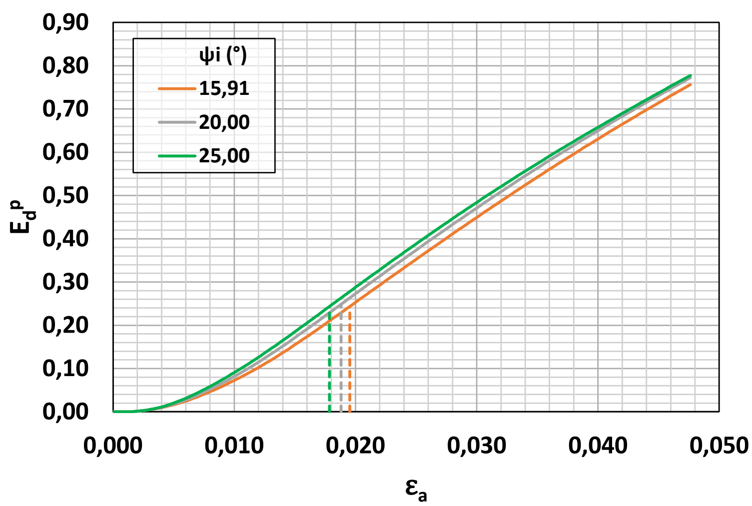


Figura 4-55 – Curvas deformação plástica desviadora acumulada x deformação axial para o ponto de integração 9 do elemento 431 (linha cheia) e deformação axial de iniciação da banda (linha tracejada) variando o ângulo de dilatância inicial (ψ_i).

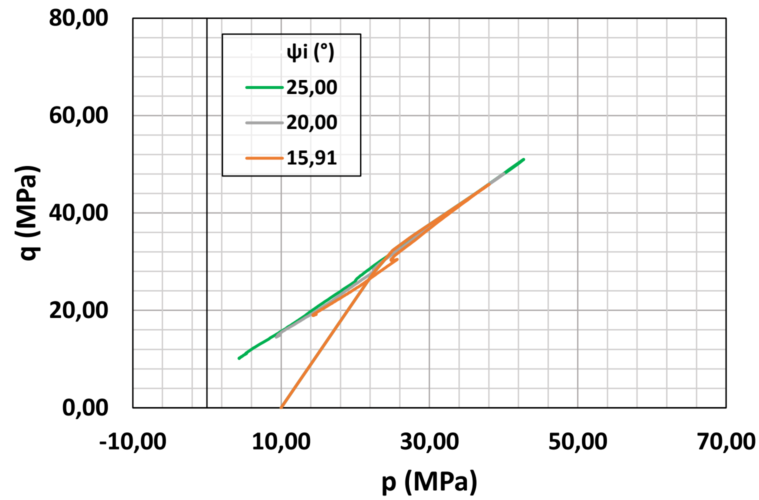


Figura 4-56 – Trajetória de tensões no diagrama p-q variando o ângulo de dilatância inicial (ψ_i).

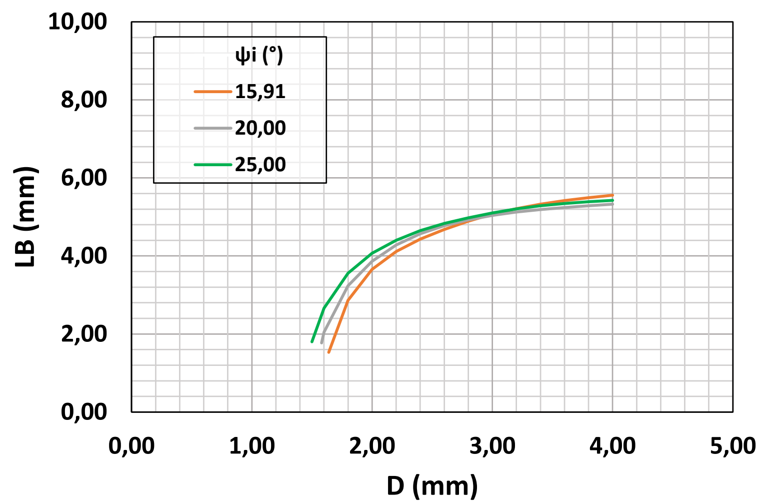


Figura 4-57 – Curva Largura da banda-deslocamento vertical variando o ângulo de dilatância inicial (ψ_i).

Ângulos de dilatância iniciais superiores apresentam maiores valores de E_d^p para uma mesma deformação axial. Por conta disso, eles possuem iniciação da banda de cisalhamento para menores deformações axiais (Tabela 4-18).

Tabela 4-18 – Deformações axiais de iniciação e larguras finais da banda de cisalhamento para as diferentes simulações variando o ângulo de dilatância inicial (ψ_i).

ψ_i (°)	ε_a	LB_f
25,00	0,0179	5,4242
20,00	0,0188	5,3265
15,91	0,0195	5,5558

A variação do ângulo de dilatância inicial também influencia diretamente o ângulo de inclinação da banda de cisalhamento. A Tabela 4-19 mostra o valor do ângulo de inclinação da banda e seu crescimento de acordo com o ângulo de dilatância inicial. Portanto, faz sentido que a equação de predição de Roscoe (1970), que leva em conta exclusivamente o ângulo de dilatância, ser a que produz valores de ângulo de inclinação da banda de cisalhamento mais próximos dos obtidos nas modelagens.

Tabela 4-19 – Inclinação da banda de cisalhamento variando o ângulo de dilatância inicial (ψ_i).

ψ_i (°)	θ (°)
15,91	50,5
20,00	52,0
25,00	54,0

4.5.6. Análise de sensibilidade

Para avaliar a influência dos parâmetros de modelagem na largura final da banda utilizou-se a metodologia da superfície de resposta (RSM) a partir de simulações numéricas previamente realizadas (simulações de estudo paramétrico). A metodologia da superfície de resposta é frequentemente utilizada para refinar modelos após a determinação dos fatores mais importantes utilizando experimentos fatoriais; ou especialmente se há uma suspeita de curvatura na superfície de resposta. Na maioria dos casos de engenharia, as saídas devem ser projetadas considerando os efeitos de curvatura para permitir os efeitos quadráticos de cada variável independente (Congro, 2020).

Os dados de entrada são as variáveis independentes que, neste caso, são os parâmetros de modelagem (E, ν, σ_c, K, c_i, c_r, φ_i, φ_r, ψ_i) utilizados nas 28 simulações numéricas que resultaram em larguras de bandas finais mensuráveis, e a resposta é justamente a largura final da banda de cisalhamento. É recomendada a utilização de uma extensa base de dados para que a resposta seja mais precisa. A base de dados utilizada neste estudo é limitada por conta da restrição do número de simulações que resultam em uma medida final da largura da banda de cisalhamento. De outra forma, considera-se que o resultado está de acordo com o comportamento observado através das curvas de evolução da largura de banda.

Neste trabalho foi utilizada a metodologia RSM a partir do software comercial Minitab®. As configurações padrão das análises estatísticas consideram um intervalo de confiança de 95% para as simulações. Foram geradas as superfícies de resposta que permitem a visualização gráfica da influência ou não de cada parâmetro da modelagem na largura final da banda de cisalhamento. Adicionalmente, gráficos de Pareto são apresentados com o objetivo de demonstrar a importância dos efeitos e a partir de uma linha de referência conseguem verificar quais efeitos são estatisticamente significativos. As variáveis independentes que cruzam a linha de referência são consideradas estatisticamente significativas.

Ao longo do estudo paramétrico foi exaustivamente apontada a relação entre o amolecimento e a largura final da banda de cisalhamento. Os resultados indicam uma dominância do amolecimento na largura final desta banda. Uma forma de comprovar tal relação é o estudo de dois gráficos de Pareto que utilizam os parâmetros de modelagem como variáveis independentes: um gráfico com a largura final de banda como resposta (Figura 4-58) e outro com a deformação plástica desviadora final como resposta (Figura 4-59).

Nota-se que, em ambos gráficos, as variáveis independentes possuem a mesma tendência de influência na resposta. Por exemplo, a tensão de confinamento inicial é a variável mais influente nos dois gráficos, enquanto o módulo de Young é o terceiro fator mais influente em ambos os gráficos. Esta tendência é válida para todas as variáveis independentes. Este comportamento é um indicativo de que a largura final da banda de cisalhamento acompanha a tendência da deformação plástica desviadora final, que por sua vez é a quantidade que define a evolução dos parâmetros que sofrem redução.

Ao estudar o gráfico de Pareto no qual a resposta é a largura final da banda de cisalhamento (Figura 4-58), percebe-se que todos os parâmetros de modelagem influenciam na largura final da banda de cisalhamento com exceção do coeficiente de Poisson. Destaca-se a tensão de confinamento inicial e a coesão inicial como os parâmetros de modelagem que mais influenciam na largura da banda de cisalhamento.

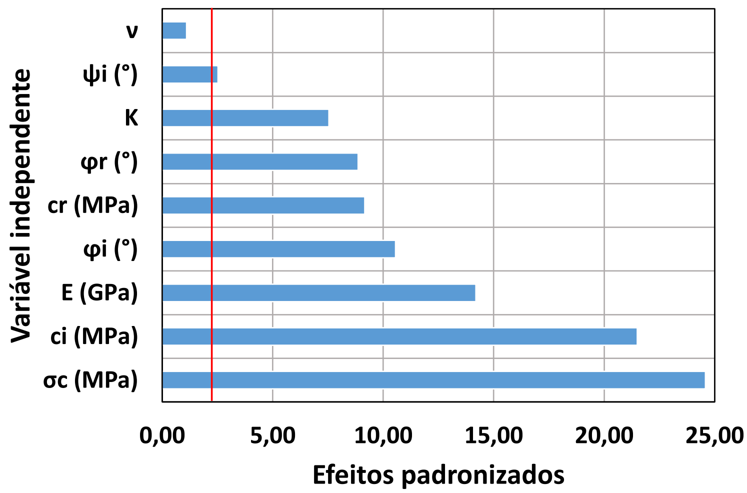


Figura 4-58 – Gráficos de Pareto com a resposta sendo a largura final da banda de cisalhamento.

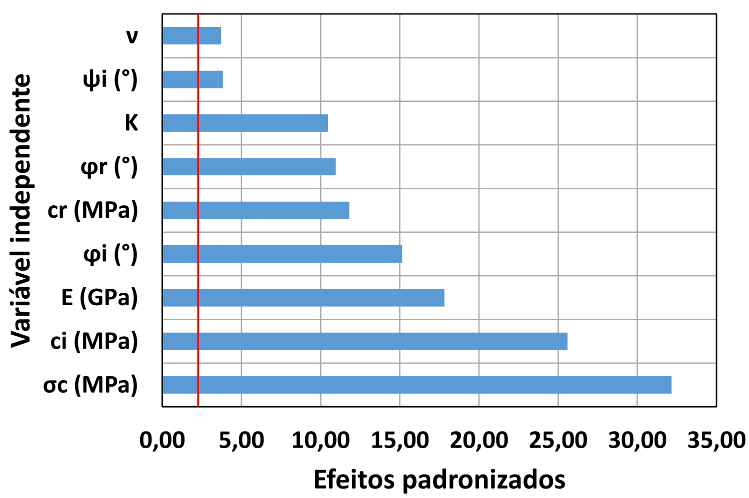


Figura 4-59 – Gráficos de Pareto com a resposta sendo a deformação plástica desviadora final.

A seguir serão apresentadas as superfícies de resposta considerando a largura final da banda de cisalhamento como resposta. Da Figura 4-60 à Figura 4-64 são exibidos os seguintes pares como variáveis independentes: módulo de Young – coeficiente de Poisson, tensão confinante isotrópica – coeficiente lateral, coesão inicial – ângulo de atrito inicial, coesão residual – ângulo de atrito residual e ângulo de atrito inicial – ângulo de dilatância inicial. A partir das superfícies de resposta é possível avaliar a influência do par de parâmetros de modelagem selecionado na largura final de banda.

Alguns parâmetros influenciam na resposta de forma quadrática, como a tensão confinante, a coesão inicial, o ângulo de dilatância inicial e o coeficiente de Poisson (este mesmo que pouco). Outros influenciam de forma linear, como o módulo de elasticidade, coeficiente lateral, ângulo de atrito inicial, coesão residual e ângulo de atrito residual. Nestas figuras, quando as relações entre a largura final de banda e os parâmetros de entrada são constantes, tem-se que os estes parâmetros de entrada são irrelevantes para a variável de saída do sistema. Assim como observado no gráfico de Pareto para o resultado da largura final de banda (Figura 4-58),vemos que o coeficiente de Poisson não é significante para o resultado da largura final da banda de cisalhamento, enquanto os outros parâmetros de entrada não são constantes, exercendo influência na largura final da banda de cisalhamento.

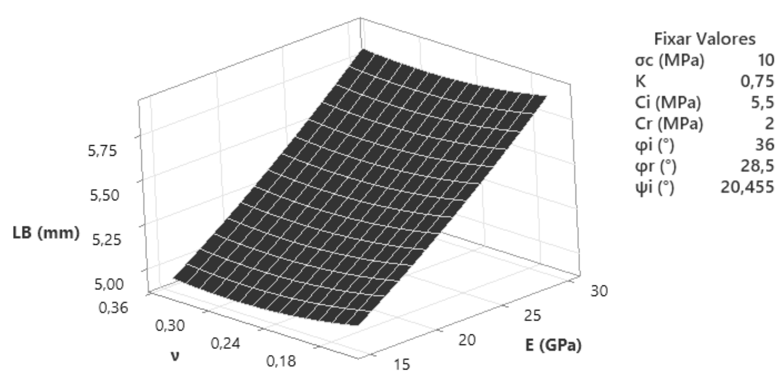


Figura 4-60 – Superfície de resposta para a largura final da banda de cisalhamento (mm) considerando o coeficiente de Poisson (ν) e o módulo de Young (E) como variáveis independentes.

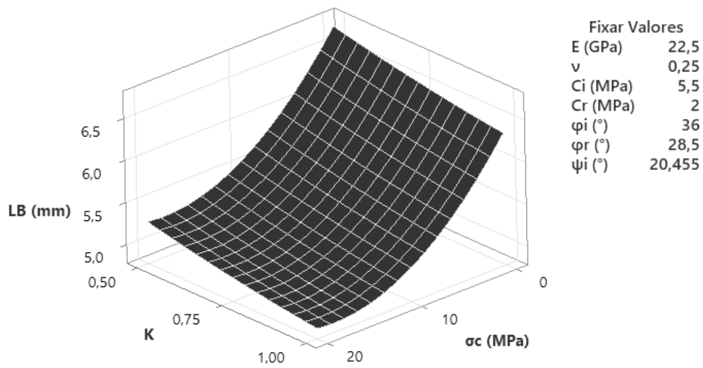


Figura 4-61 – Superfície de resposta para a largura final da banda de cisalhamento (mm) considerando a tensão confinante isotrópica (σ_c) e o coeficiente lateral (K) como variáveis independentes.

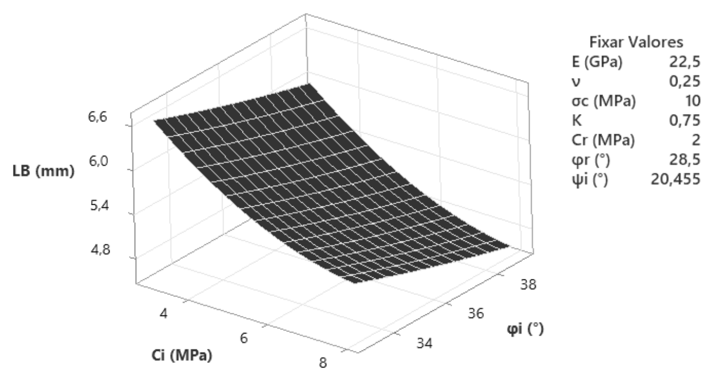


Figura 4-62 – Superfície de resposta para a largura final da banda de cisalhamento (mm) considerando a coesão inicial (c_i) e o ângulo de atrito inicial (φ_i) como variáveis independentes.

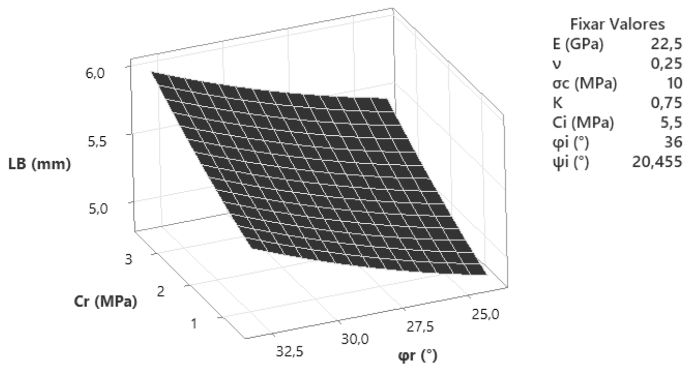


Figura 4-63 – Superfície de resposta para a largura final da banda de cisalhamento (mm) considerando a coesão residual (c_r) e o ângulo de atrito residual (φ_r) como variáveis independentes.

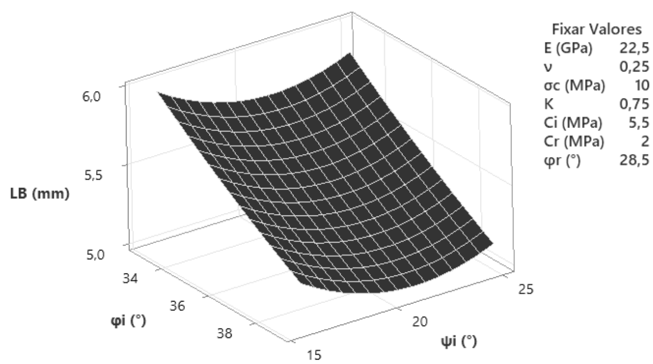


Figura 4-64 – Superfície de resposta para a largura final da banda de cisalhamento (mm) considerando o ângulo de dilatância inicial (c_i) e o ângulo de atrito inicial (ψ_i) como variáveis independentes.

4.5.7. Resumo do estudo paramétrico

A partir das análises do estudo paramétrico e dos parâmetros que mais influenciam na largura final da banda fica evidente que o fator que mais influencia na iniciação e largura da banda de cisalhamento é o amolecimento. Por sua vez, o amolecimento é função da deformação plástica desviadora. Modelos que experimentam valores maiores de E_d^p acumulada, ou seja, maior redução dos parâmetros que sofrem amolecimento para a mesma deformação axial, apresentam iniciação da banda para menores deformações axiais e menor largura final da banda de cisalhamento. Considera-se que os parâmetros de modelagem variados possuem uma influência indireta na iniciação e largura da banda de cisalhamento. Eles influenciam essas características a partir de como alteram a evolução das deformações plásticas desviadoras e, consequentemente, o amolecimento.

A banda de cisalhamento se inicia na deformação axial correspondente à deformação plástica desviadora média de 0,2451 independentemente do parâmetro que está sendo variado. Isto ocorre porque o critério de definição da banda de cisalhamento é função de PEMAG, que é uma medida da magnitude das deformações plásticas, enquanto a deformação plástica desviadora também é uma medida equivalente da deformação plástica.

Tratando da largura final da banda de cisalhamento, o coeficiente de Poisson e o ângulo de dilatância são os que menos influenciam na largura da banda de cisalhamento. Diferentemente do coeficiente de Poisson, o parâmetro elástico módulo de Young é capaz de influenciar na largura final da banda de cisalhamento. A tensão de confinamento inicial também se mostrou um fator capaz de influenciar diretamente na largura da banda de cisalhamento. A diferença de largura de banda final entre os casos com máxima tensão confinante (20 MPa) e sem tensão confinante foi de 1,53 mm. Adicionalmente, percebeu-se que há uma tendência das curvas de evolução da largura de banda convergirem para valores altos de tensão confinante. Os parâmetros de resistência também foram capazes de influenciar na largura da banda de cisalhamento. Destaca-se a coesão inicial e o ângulo de atrito inicial que geraram diferenças entre a largura de banda final dos modelos de seus próprios conjuntos de simulações nos valores de 1,39 mm e 0,69 mm, respectivamente. A Tabela 4-20 apresenta todos os valores de larguras finais de banda de acordo com o conjunto de simulações. Nela também é mostrada a diferença de cada simulação em relação ao modelo adotado como padrão.

Mais uma vez é evidenciado que em determinadas situações a regularização viscosa não é capaz de promover independência de malha. Esta técnica não foi capaz de regularizar simulações nas quais a diferença entre o ângulo de atrito e de dilatância é muito alta. O aumento de 3° no ângulo de atrito foi capaz de alterar em 0,5° a inclinação da banda de cisalhamento. Por outro lado, é o ângulo de dilatância inicial o principal parâmetro que influencia o ângulo de inclinação da banda de cisalhamento. Ângulos de dilatância superiores geram bandas de cisalhamento com maiores ângulos de inclinação.

Tabela 4-20 – Resumo dos resultados de largura final da banda de cisalhamento e diferença da largura de cada simulação para o modelo padrão.

Conjunto	Valor	Largura final da banda (mm)	Diferença para o modelo padrão
Modelo Padrão	Padrão	5,5558	0,0000
E (GPa)	15,00	5,0865	-0,4693
	20,00	5,3584	-0,1974
	25,00	5,6479	0,0921
	30,00	5,9701	0,4143
ν	0,15	5,6183	0,0625
	0,20	5,5791	0,0233
	0,30	5,5406	-0,0152
	0,35	5,5567	0,0009
σ_c (MPa)	0	6,7589	1,2031
	5	5,9155	0,3597
	15	5,3592	-0,1966
	20	5,2318	-0,3240
K	0,50	5,7062	0,1504
	0,75	5,9220	0,3662
c_i (MPa)	3,00	6,5287	0,9729
	5,00	5,7037	0,1479
	6,00	5,4693	-0,0865
	8,00	5,1365	-0,4193
c_r (MPa)	0,50	5,2823	-0,2735
	3,50	5,8841	0,3283
φ_i (°)	33,00	5,9141	0,3583
	39,00	5,2209	-0,3349
φ_r (°)	24,00	5,2290	-0,3268
	27,00	5,3793	-0,1765
	33,00	5,7677	0,2119
ψ_i (°)	20,00	5,3265	-0,2293
	25,00	5,4242	-0,1316

5.
Modelagem numérica de ensaios triaxiais

Os modelos de ensaios triaxiais tem por objetivo reproduzir os resultados obtidos no ensaio experimental triaxial e uniaxial a partir de modelos numéricos em três dimensões utilizando o método dos elementos finitos. A modelagem foi realizada novamente no software Abaqus®. Um último estudo foi realizado acerca da influência da inserção de um volume de material menos resistente (com propriedades inferiores às obtidas experimentalmente), o qual gera uma heterogeneidade no modelo numérico de ensaio triaxial.

5.1.
Modelo constitutivo

Nas análises numéricas dos ensaios uniaxial e triaxial foi utilizado o modelo constitutivo de Drucker-Prager linear (clássico), o qual foi descrito no Item 3.2.2. Assim como no modelo biaxial, a função de plastificação adotada é linear no plano meridional e circular no plano desviador. Como o modelo simula um ensaio uniaxial e triaxial compressionais, utiliza-se o círculo de Drucker-Prager circunscrito ao hexágono irregular de Mohr-Coulomb. Dessa forma, as superfícies de plastificação de Drucker-Prager e Mohr-Coulomb coincidem em um valor de ângulo de Lode correspondente a -30° (Potts e Zdravkovic, 1999). Optou-se pela utilização do modelo de Drucker-Prager e não do CDP porque nas simulações dos ensaios uniaxial e triaxial não ocorreu o fenômeno de dependência de malha. Não é necessária a utilização de qualquer método de regularização nas modelagens do modelo de ensaio triaxial. Este comportamento será comprovado por meio de testes de sensibilidade de malha.

5.2. Modelos de material homogêneo

Os modelos de ensaio triaxial e uniaxial homogêneos são tentativas de reproduzir o comportamento dos corpos de prova CP1 testados em laboratório apresentados na Figura 4-2. A resposta mecânica desses corpos de prova é reexibida aqui por conveniência na Figura 5-1. As dimensões dos modelos são as mesmas dos corpos de prova experimentais, isto é, 42 mm de diâmetro e 84 mm de altura. As condições de contorno geométricas são similares às adotadas no modelo biaxial: todos os deslocamentos da base são restringidos, enquanto os deslocamentos no plano horizontal são restringidos no topo. É aplicado um deslocamento vertical prescrito para baixo no topo do modelo ($U2$) de acordo com o deslocamento vertical aplicado em cada plugue em laboratório. Assim como os ensaios triaxiais realizados em laboratório, os modelos possuem tensões confinantes de 0 MPa, 2 MPa e 5 MPa. A Tabela 5-1 apresenta os valores de deslocamentos prescritos e deformações axiais finais de cada plugue em relação à tensão de confinamento.

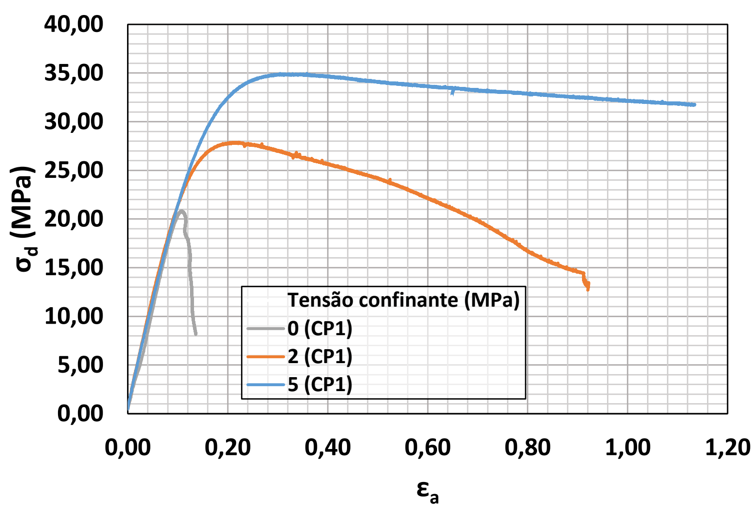


Figura 5-1 – Resposta mecânica dos ensaios triaxiais nos corpos de prova CP1.

Tabela 5-1 – Deslocamento prescrito (U2) e deformação axial final

σ_c (MPa)	U2 (mm)	ε_a (%)
0	0,114	0,136
2	0,774	0,921
5	0,953	1,134

Os valores iniciais das propriedades do material são os mesmos utilizados no modelo biaxial. Essas propriedades foram obtidas através dos ensaios triaxiais e uniaxial experimentais e são mostradas na Tabela 5-2. Optou-se por utilizar a regra de Vermeer e De Borst (1984) na qual o ângulo de dilatância equivale ao ângulo de atrito menos 20°. A malha de elementos finitos é composta por elementos tetraédricos quadráticos de 10 nós com 4 pontos de Gauss e lado medindo aproximadamente 3 mm.

Tabela 5-2 – Valores iniciais das propriedades do material dos modelos numéricos.

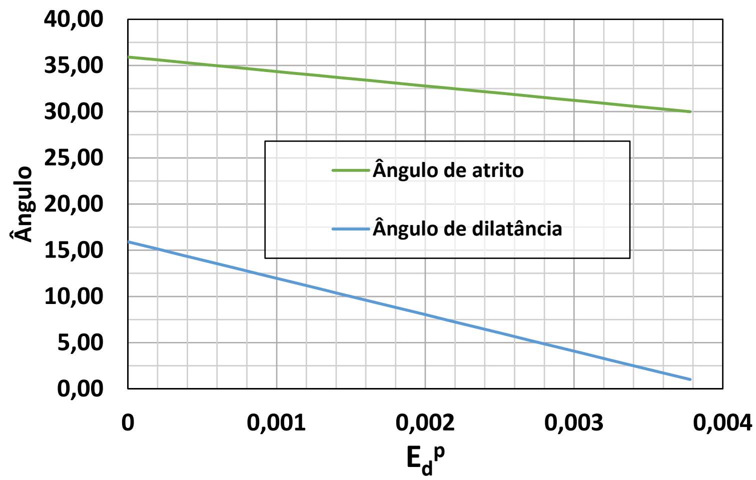
Propriedade	Nomenclatura	Valor
Módulo de Young (GPa)	E	23,46
Coeficiente de Poisson	ν	0,24
Coesão (MPa)	c	5,60
Ângulo de Atrito (°)	φ	35,91
Ângulo de Dilatância (°)	ψ	15,91

5.2.1. Lei de amolecimento para o material homogêneo

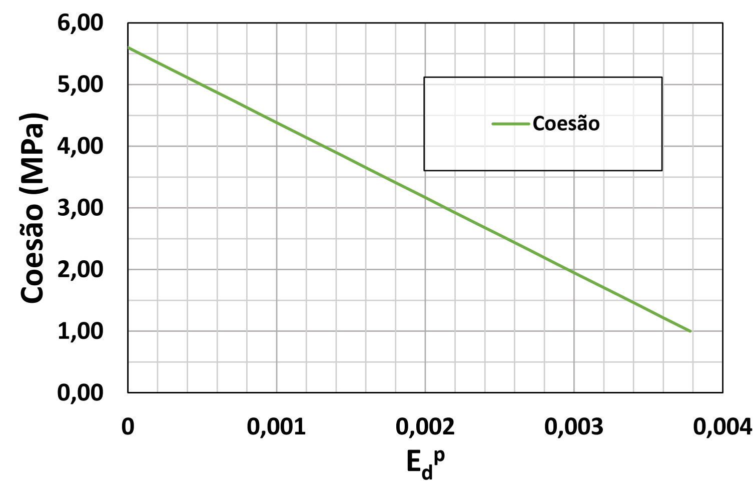
A lei de amolecimento foi definida a partir do ajuste da curva tensão-deformação obtida da modelagem do ensaio uniaxial ($\sigma_c = 0$ MPa) com a mesma curva obtida experimentalmente. O ângulo de dilatância tem seu valor residual definido como 1,0° para controlar a deformação plástica volumétrica em deformações axiais avançadas. Os outros valores residuais dos parâmetros que sofrem redução (ângulo de atrito e coesão) foram definidos com base no ajuste da curva tensão-deformação do modelo e do experimento. Os valores residuais dos parâmetros que sofrem redução são mostrados na Tabela 5-3. Foi utilizada uma lei de amolecimento linear que é função da deformação plástica desviadora. A Figura 5-2 mostra a evolução dos parâmetros que sofrem redução em relação a essa deformação do modelo uniaxial.

Tabela 5-3 – Valores residuais dos parâmetros que sofrem redução do ensaio uniaxial.

Parâmetro	Valor
φ_r (°)	30,00
ψ_r (°)	1,00
c_r (MPa)	1,00



(a)



(b)

Figura 5-2 – Gráficos das leis de endurecimento/ amolecimento do modelo uniaxial: (a) ângulos de atrito e dilatância; (b) coesão.

Com os valores residuais dos parâmetros que sofrem redução que foram obtidos através do ajuste das curvas tensão-deformação é possível realizar o cálculo da taxa de amolecimento do modelo uniaxial. A taxa de amolecimento consiste na razão entre a variação do parâmetro que sofre redução e a variação da deformação plástica desviadora. O ajuste das curvas tensão-deformação dos modelos com tensões confinantes de 2 MPa e 5 MPa foi realizado por meio da redução da taxa de amolecimento calculada para o caso uniaxial até que as curvas experimentais e do modelo numérico para as respectivas tensões confinantes estivessem satisfatoriamente próximas entre si. A Tabela 5-4 apresenta as taxas de amolecimento dos modelos com 2 MPa e 5 MPa de tensão confinante ajustadas de acordo com a curva tensão-deformação do experimento em laboratório.

Tabela 5-4 – Taxas de amolecimento (T.A.) dos modelos com diferentes tensões confinantes.

σ_c (MPa)	T.A. φ	T.A. ψ	T.A. c
0	1563,49	3944,44	1216,93
2	216,48	546,15	168,50
5	93,81	236,67	73,02

5.2.2. Resultados de ensaios em modelos homogêneos

Os comportamentos mecânicos dos modelos numéricos e dos ensaios experimentais são mostrados na Figura 5-3. As curvas tensão-deformação experimentais e numéricas se encontram próximas para as respectivas tensões confinantes. Considera-se que o modelo numérico consegue representar satisfatoriamente o comportamento mecânico rocha Indiana Limestone.

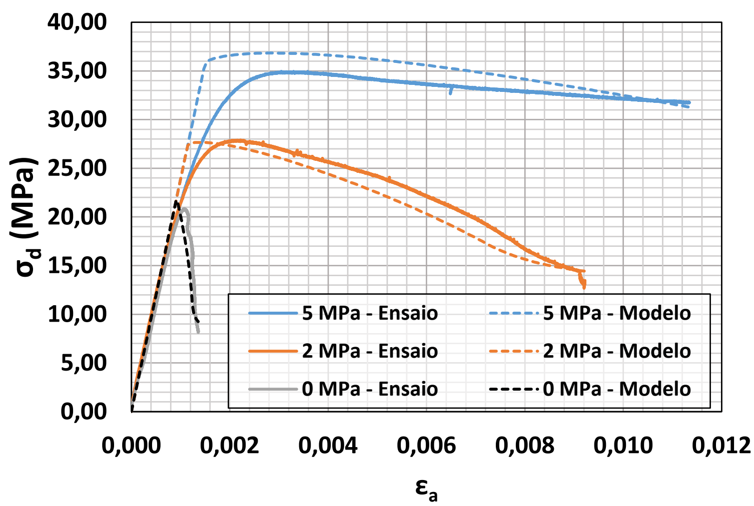
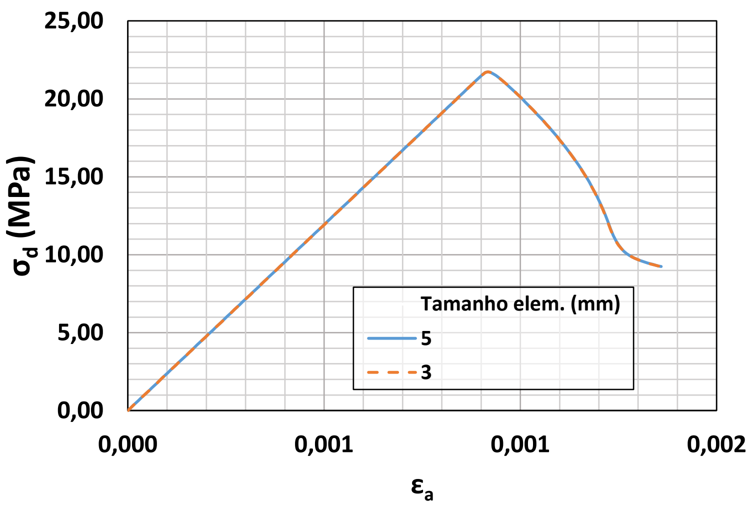
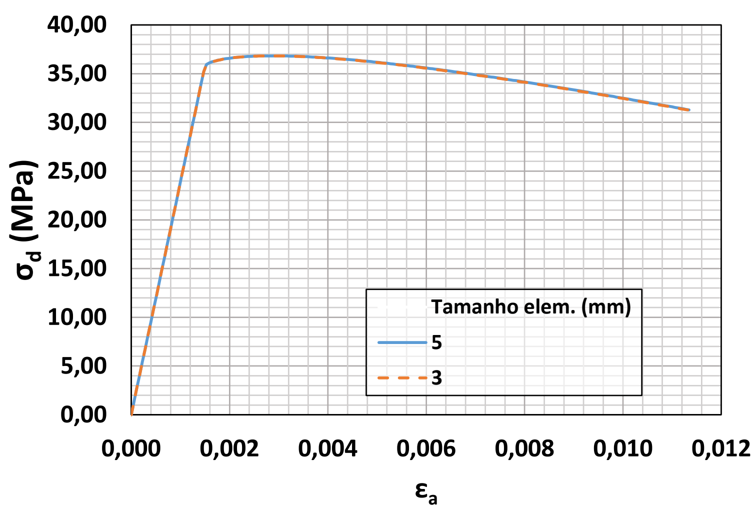


Figura 5-3 – Comportamento mecâncio do modelo numérico e do ensaio experimental.

Foram realizados testes de sensibilidade de malha para os modelos sem tensão confinante e com tensão confinante de 5 MPa, conforme mostra a Figura 5-4 (a) e (b), respectivamente. Nas análises foram utilizados elementos com aproximadamente 3 mm e 5 mm de tamanho de lado. Nota-se que ao variar o tamanho de elemento da malha, a resposta da curva tensão-deformação permaneceu inalterada em ambos os casos. Isto indica que o resultado é independente da discretização da malha, portanto não há a necessidade da utilização de uma técnica de regularização.



(b)



(a)

Figura 5-4 – Testes de sensibilidade de malha nas modelagens: (a) sem tensão confinante e (b) com tensão confinante de 5 MPa.

A independência da malha também pode ser justificada através da representação de PEMAG. Pode ser visto na Figura 5-5 que, apesar de existirem regiões que não plastificaram (localizadas nas extremidades superior e inferior), as deformações plásticas não se localizam em uma faixa estreita do modelo. Dessa forma, não há dependência de discretização de malha. O modelo sugere que estruturas similares a bandas de compactação estão se formando.

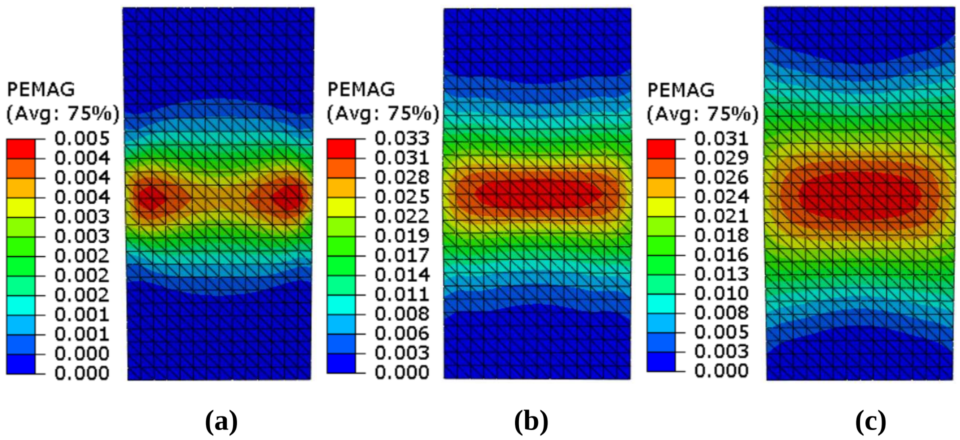


Figura 5-5 – Visualização gráfica de PEMAG para os casos: (a) sem tensão confinante; (b) com tensão confinante de 2 MPa; (c) com tensão confinante de 5 MPa.

Como os ajustes das curvas com tensões confinantes de 2 MPa e 5 MPa são realizados a partir da redução da taxa de amolecimento do modelo uniaxial, espera-se que haja uma relação entre a taxa de amolecimento e a tensão confinante. Para investigar este comportamento, plotou-se em um gráfico os pontos que possuem as respectivas taxas de amolecimento e tensões confinantes. Com o advento dos pontos foi gerada uma curva de tendência a partir de uma lei de potência. As visualizações gráficas dos pontos e das curvas de tendência, assim como as equações das leis de potência, podem ser vistas na Figura 5-6. O valor de R^2 próximo a 1 indica que os pontos estão próximos da curva de tendência. No eixo x é utilizado o valor de tensão confinante mais 1 porque a variável x na lei de potência não pode ser nula.

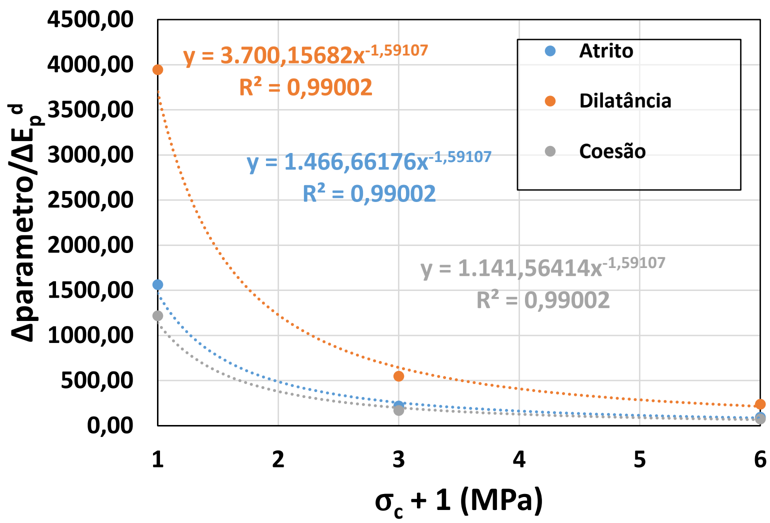


Figura 5-6 – Gráficotaxa de amolecimento-tensão confinante, curvas de tendência e equações da lei de potência.

É esperado que seja possível realizar uma previsão do comportamento mecânico da rocha Indiana Limestone com as curvas de tendência definidas anteriormente. Os valores iniciais dos parâmetros que sofrem redução serão sempre os mesmos. Os valores residuais desses parâmetros podem ser definidos extraindo a taxa de amolecimento que está relacionada a uma tensão confinante pré-definida a partir das curvas de tendência. Para testar se a lei de potência representa bem a relação entre tensão confinante e taxa de amolecimento foram feitas simulações numéricas para os casos sem tensão confinante e com tensões confinantes de 2 MPa e 5 MPa. Estes resultados são exibidos na Figura 5-7. Os modelos numéricos com leis de amolecimento extraídas da curva de tendência (utilizando a previsão das taxas de amolecimento) sem tensão confinante e com tensão confinante de 5 MPa apresentaram comportamentos mecânicos quase idênticos aos respectivos modelos numéricos com leis de amolecimento provenientes do ajuste com o resultado experimental. O modelo numérico realizado a partir da previsão da taxa de amolecimento com tensão confinante de 2 MPa não obteve comportamento idêntico ao modelo numérico realizado com o ajuste com o modelo experimental, mas ainda sim funcionou como uma boa previsão do comportamento mecânico para esta tensão confinante.

Como ficou comprovada a capacidade da curva de tendência representar bem a relação entre taxa de amolecimento e tensão confinante, foram feitas previsões do comportamento mecânico para tensões confinantes de 7 MPa e 10 MPa. Os resultados também são exibidos na Figura 5-7 e mostram uma tendência de redução do amolecimento da rocha com o aumento da tensão confinante. Esta tendência da rocha se comportar como plástico perfeito em tensões confinantes elevadas também foi observada por diversos autores, entre eles Crook *et al.* (2003) em ensaios experimentais triaxiais.

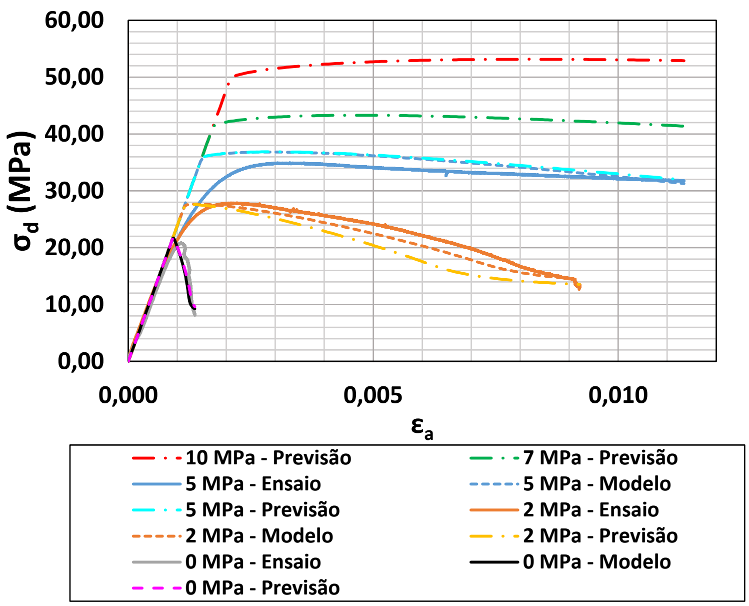


Figura 5-7 – Verificação e previsão dos comportamentos mecânicos obtidos através das curvas de tendência.

5.3.
Modelos de material heterogêneo

A heterogeneidade foi incluída no modelo numérico de ensaio triaxial com tensão confinante de 5 MPa. Ela tem por objetivo induzir a localização de deformações em uma faixa estreita de material, o que não foi alcançado com a modelagem do ensaio triaxial com o material homogêneo. A heterogeneidade no modelo consiste na inclusão de um volume no qual os elementos possuem propriedades de resistência e elásticas reduzidas em comparação as propriedades da rocha intacta ao redor dessa zona. A rocha intacta possui as mesmas propriedades iniciais do material utilizado na modelagem do ensaio triaxial homogêneo com tensão confinante de 5 MPa e são mostradas na Tabela 5-5. O material contido na região com propriedades reduzidas também é denominado rocha danificada e possui propriedades iniciais conforme a Tabela 5-6.

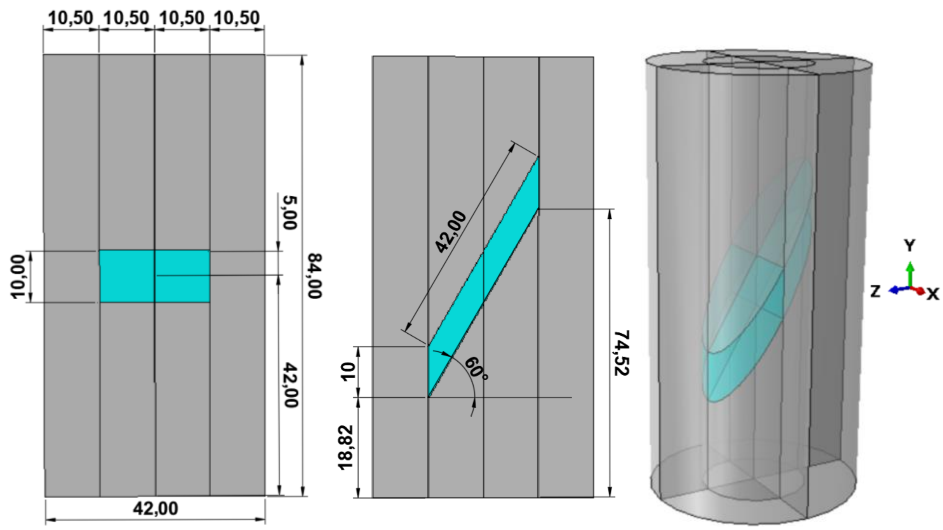
Tabela 5-5 – Propriedades da rocha intacta.

Parâmetro	**Valor**
E (GPa)	23,46
ν	0,24
φ_i (°)	35,91
ψ_i (°)	15,91
c_i (MPa)	5,60

Tabela 5-6 – Propriedades da rocha danificada.

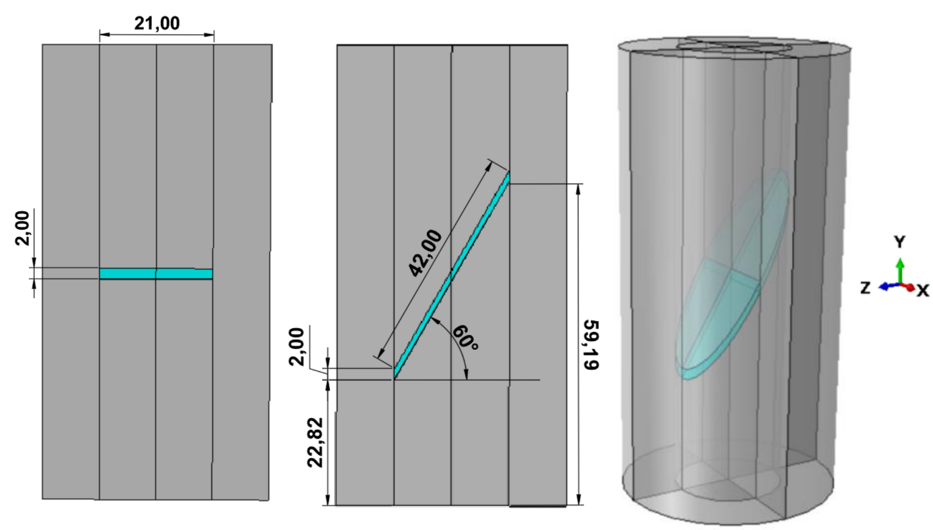
Parâmetro	**Valor**
E (GPa)	15,00
ν	0,15
φ_i (°)	30,00
ψ_i (°)	10,00
c_i (MPa)	2,00

Foram elaborados três modelos numéricos com diferentes configurações de volumes de material danificado inseridos na rocha intacta. Eles podem ser verificados nas figuras a seguir que mostram dois planos de corte ortogonais entre si passando pelo centro do modelo (plano z-y e plano x-y) e uma visualização em três dimensões do volume de material danificado incluído em cada modelo numérico. Para facilitar a análise dos resultados denominou-se o modelo da Figura 5-8 como L42_h10, o da Figura 5-9 como L42_h2 e o da Figura 5-10 como L5_h2. Nestas imagens as cotas estão em milímetros. O número após a letra "L" é a maior distância da região danificada no plano z-y (a hipotenusa do triângulo retângulo formando pelo limite da região danificada neste plano), enquanto o número após a letra "h" significa a distância vertical da região danificada. Os volumes de material com propriedades de rocha danificada possuem a mesma inclinação de 60°, independentemente do modelo.



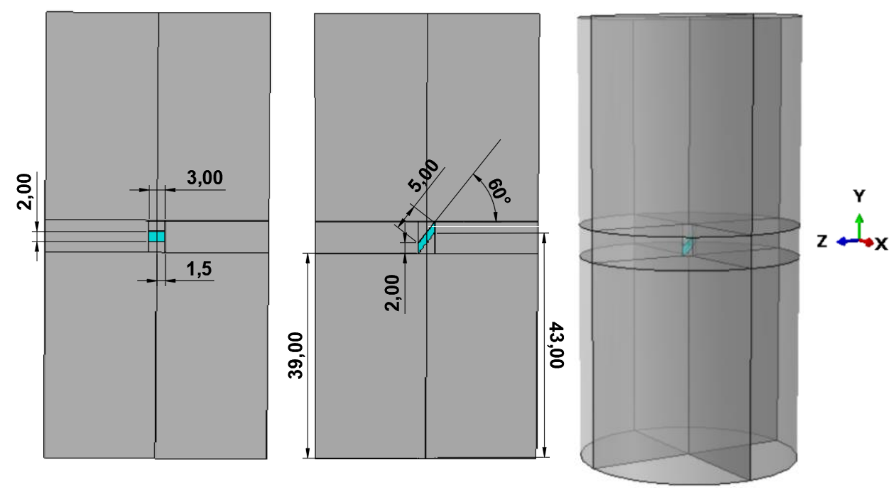
(a) (b) (c)

Figura 5-8 – Modelo L42_h10 com dimensões em milímetros: (a) plano x-y; (b) plano z-y; (c) 3D



(a) (b) (c)

Figura 5-9 – Modelo L42_h2 com dimensões em milímetros: (a) plano x-y; (b) plano z-y; (c) 3D



(a) (b) (c)

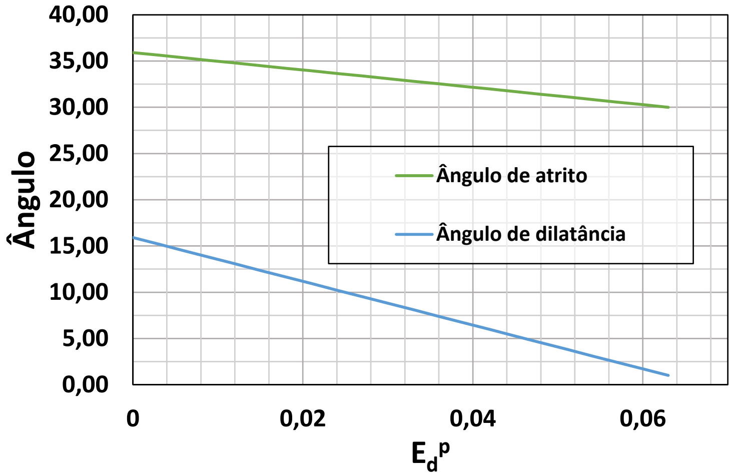
Figura 5-10 – Modelo L5_h2 com dimensões em milímetros: (a) plano x-y; (b) plano z-y; (c) 3D

5.3.1. Lei de amolecimento para o material heterogêneo

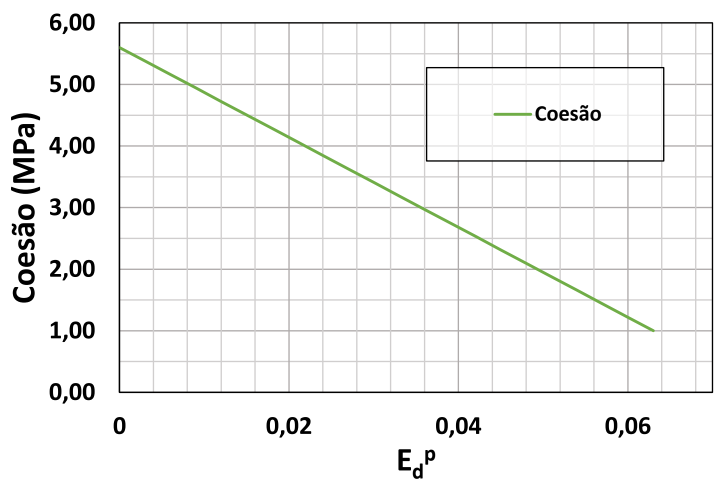
Em ambos os materiais (intacto e danificado) foram utilizadas leis de amolecimento lineares. A lei de amolecimento para o material intacto é a mesma utilizada no modelo triaxial homogêneo com tensão confinante de 5 MPa. O material intacto possui a mesma taxa de amolecimento dos parâmetros que sofrem redução que o modelo triaxial homogêneo com tensão confinante de 5 MPa. Em relação ao material danificado, as taxas de amolecimento da coesão, ângulo de atrito e do ângulo de dilatância são reduzidas por conta das variações desses parâmetros serem menores que as da rocha intacta. A Tabela 5-7 apresenta as taxas de amolecimento dos parâmetros que sofrem redução das rochas intacta e danificada, enquanto a Figura 5-11 e a Figura 5-12 mostram, respectivamente, os gráficos de evolução dos parâmetros que sofrem redução em função da deformação plástica desviadora das rochas intacta e danificada.

Tabela 5-7 – Taxas de amolecimento (T.A.) dos materiais intacto e danificado.

Rocha	T.A. φ	T.A. ψ	T.A. c
Intacta	93,81	236,67	73,02
Danificada	79,37	142,86	23,81

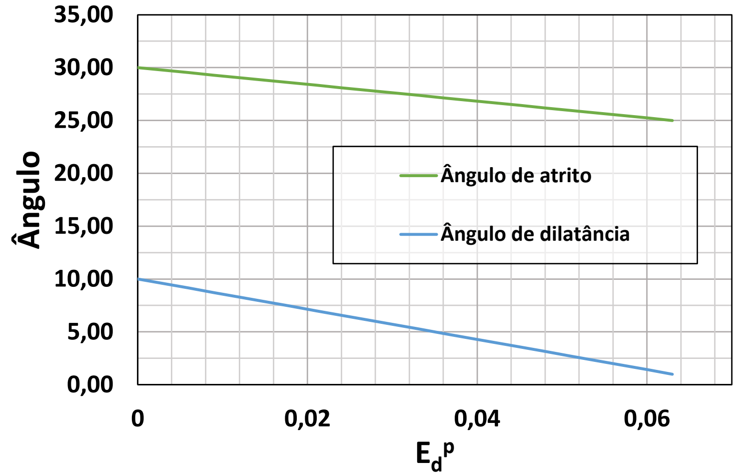


(a)

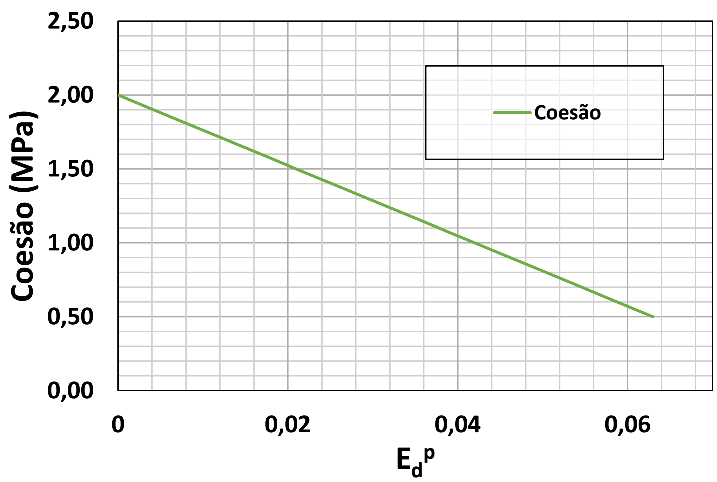


(b)

Figura 5-11 – Gráficos das leis de endurecimento/ amolecimento da rocha intacta: (a) ângulos de atrito e dilatância; (b) coesão da rocha intacta.



(a)



(b)

Figura 5-12 – Gráficos das leis de endurecimento/ amolecimento da rocha danificada: (a) ângulos de atrito e dilatância; (b) coesão.

5.3.2.
Resultados de ensaios em modelos heterogêneos

O comportamento mecânico é representado pela curva tensão-deformação da Figura 5-13. Quanto maior o volume de material danificado no modelo, menores são as tensões de pico e residuais. Esse comportamento é esperado, visto que nesses modelos há uma maior quantidade de elementos com material de resistência inferior à rocha intacta. O modelo L5_h2 obteve o mesmo comportamento mecânico que o modelo homogêneo.

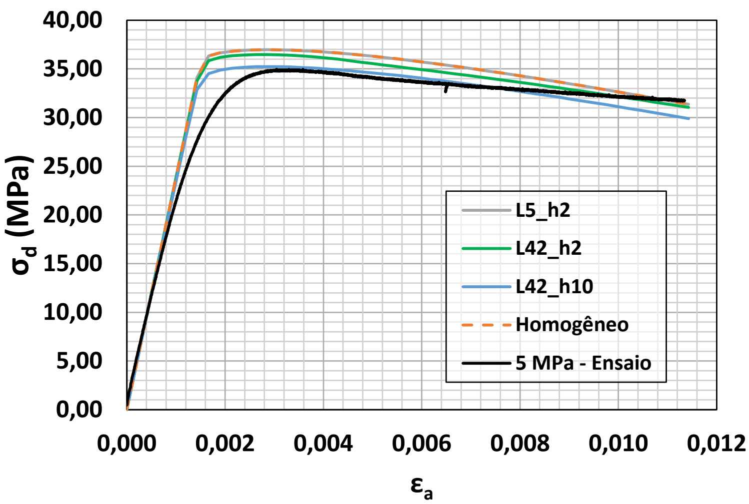
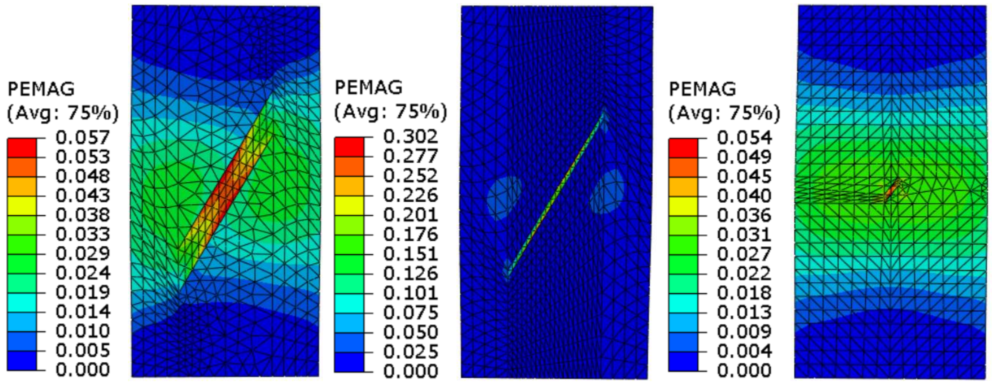


Figura 5-13 – Comportamento mecânico dos modelos de ensaios triaxiais com heterogeneidade.

A representação gráfica da distribuição de PEMAG no plano z-y que passa pelo centro do modelo indica quais regiões apresentam deformações plásticas. A Figura 5-14 apresenta a visualização gráfica de PEMAG de todos os modelos triaxiais com heterogeneidade. A inclusão de volume de material menos resistente (rocha danificada) não foi capaz de gerar localização de deformações nos modelos. No modelo L42_h2 as deformações concentradas não são causadas pelo amolecimento ou lei de fluxo não associada, as deformações plásticas estão apenas concentradas na faixa de elementos que possuem propriedades de rocha danificada. Portanto, este modelo também não apresenta perda de elipticidade das equações governantes, tampouco dependência de malha.



(a) (b) (c)

Figura 5-14 – Representação gráfica da distribuição de PEMAG para os modelos: (a) L42_h10; (b) L42_h2; (c) L5_h2.

6. Conclusões e sugestões para trabalhos futuros

6.1. Conclusões

Este trabalho propôs uma metodologia para caracterização das bandas de cisalhamento baseada nas deformações inelásticas (plásticas) a partir de simulações numéricas utilizando o método dos elementos finitos. Os resultados numéricos demonstraram que a regularização viscosa reduz a dependência de malha em relação a largura e inclinação da banda de cisalhamento, assim como em relação a resposta mecânica. No entanto, uma limitação desta técnica é observada ao se utilizar malhas extremamente refinadas. Nestas simulações, as deformações plásticas se concentram em um domínio de dupla banda de cisalhamento. Isso indica que a regularização viscosa não elimina a sensibilidade da resposta à malha. Um limite inferior para o tamanho de elemento deve ser estabelecido para aumentar sua eficácia. A inclusão de uma viscosidade artificial afeta o comportamento do material; portanto foi necessário a realização de um estudo para definição do parâmetro de viscosidade ideal. O valor ideal deste parâmetro foi considerado como 0,02 s.

Através do estudo paramétrico notou-se que a característica que mais influencia na iniciação da banda, assim como sua largura final, é o amolecimento do material. Modelos que apresentam maiores valores de E_d^p acumulada (amolecimento mais intenso) apresentam iniciação da banda para menores deformações axiais e menor largura final da banda de cisalhamento. Conclui-se que os parâmetros de modelagem influenciam indiretamente na iniciação e na largura da banda de cisalhamento através de como eles alteram a deformação plástica desviadora, isto é, o amolecimento.

O coeficiente de Poisson não exerce influência significativa na largura final da banda de cisalhamento, enquanto que todos os outros parâmetros testados sim. Em ordem crescente de importância na largura da banda de cisalhamento estão: ângulo de dilatância, coeficiente lateral, ângulo de atrito residual, coesão residual, ângulo de atrito inicial, módulo de elasticidade, coesão inicial, tensão de confinamento inicial. Constatou-se que o ângulo de dilatância inicial afeta diretamente a inclinação da banda de cisalhamento. Ângulos de dilatância iniciais superiores geram bandas de cisalhamento com maiores ângulos de inclinação.

Em relação à modelagem dos ensaios triaxiais com material homogêneo, considera-se que o comportamento mecânico foi representado adequadamente pelo modelo numérico sem o uso da técnica de regularização viscosa, visto que as curvas tensão-deformação dos modelos numéricos e dos ensaios experimentais ficaram satisfatoriamente próximas. Os modelos numéricos em três dimensões não apresentaram faixas estreitas de deformações localizadas. Consequentemente, os mesmos não experimentaram o fenômeno de dependência de malha. Notou-se uma relação entre a taxa de amolecimento e a tensão confinante, com isso desenvolveu-se um método capaz de prever o comportamento mecânico da rocha Indiana Limestone estudada em função da tensão de confinamento. Com o intuito de induzir à localização de deformações na modelagem do ensaio triaxial foram feitos três modelos numéricos com inclusões de volumes contendo materiais menos resistentes. Estes modelos também não apresentaram faixas estreitas de deformações localizadas.

6.2.
Sugestões para trabalhos futuros

Este trabalho teve por objetivo a análise exclusiva do comportamento mecânico da rocha Indiana Limestone variando importantes parâmetros da modelagem do material. No entanto, a metodologia apresentada pode ser utilizada em outros tipos de rocha, incluindo outros modelos constitutivos elastoplásticos. Sugere-se realizar as mesmas análises com a utilização de outras técnicas de regularização, como a Teoria de Cosserat. Há também a necessidade de estudos mais aprofundados, levando em consideração o acoplamento hidromecânico. Isto será de extrema importância no estudo da influência das bandas de cisalhamento no fluxo das rochas que são reservatórios de óleo e gás.

7.
Referências bibliográficas

AIFANTIS, E. C. **On the microstructural origin of certain inelastic models**. Journal of Engineering Materials and Technology, Transactions of the ASME, 106(4), p. 326–330, 1984.

ALEJANO, L. R. et al. **Ground reaction curves for tunnels excavated in different quality rock masses showing several types of post-failure behaviour**. Tunnelling and Underground Space Technology. Elsevier Ltd, 24(6), p. 689–705, 2009.

ALSALEH, M. I. **Numerical modeling of strain localization in granular materials using Cosserat Theory enhaced with microfabric properties**. Tese de doutorado, Louisiana State University, 2004.

ALSHIBLI, K. A.; BATISTE, S. N.; STURE, S. **Strain Localization in Sand: Plane Strain versus Triaxial Compression**. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 129(6), p. 483–494, 2003.

ALSHIBLI, K. A.; STURE, S. **Sand shear band thickness measurements by digital imaging techniques**. Journal of Computing in Civil Engineering, p. 103–109, 1999.

ALSHIBLI, K. A.; STURE, S. **Shear band formation in plane strain experiments of sand**. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, p. 495–503, 2000.

DE ARAÚJO NETTO, J. M.; DA SILVA, F. C. A.; DE SÁ, E. F. J. **Caracterização meso e microscópica de bandas de deformação em arenitos porosos: um exemplo nas tectonossequências Paleozoica, Pré- e Sin-rifte da Bacia do Araripe, Nordeste do Brasil**. Geologia USP - Serie Cientifica, 12(1), p. 83–98, 2012.

ARTEAGA, J. C. S. **Aplicação de método de elementos finitos na análise de variações de campo em estruturas coaxiais devido a perturbações nas condições de contorno**. Dissertação de mestrado. Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.Rio de Janeiro, Brasil, 2007.

ARTHUR, J. R. F. et al. **Plastic Deformation and Failure in Granular Media**. Geotechnique, 28(1), p. 125–128, 1978.

BATISTE, S. N. et al. **Shear band characterization of triaxial sand specimens using computed tomography**. Geotechnical Testing Journal, 27(6), p. 568–579, 2004.

BAŽANT, Z. P. **Size Effect in Blunt Fracture: Concrete, Rock, Metal**. Journal of Engineering Mechanics, 110(4), p. 518–535, 1984.

BAŽANT, Z. P.; LIN, F. B. **Non-local yield limit degradation**. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 26(8), p. 1805–1823, 1988.

BELYTSCHKO, T.; FISH, J.; ENGELMANN, B. E. **A finite element with embedded localization zones**. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 70(1), p. 59–89, 1988.

BÉSUELLE, P.; DESRUES, J.; RAYNAUD, S. **Experimental characterisation of the localisation phenomenon inside a Vosges sandstone in a triaxial cell**. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 37(8), p. 1223–1237, 2000.

BÉSUELLE, P.; RUDNICKI, J. W. Chapter 5 **Localization: Shear bands and compaction bands**. International Geophysics, 89(C), p. 219–321, 2004.

DE BORST, R. **Simulation of strain localization: A reappraisal of the cosserat continuum**. Engineering Computations, 8(4), p. 317–332, 1991.

DE BORST, R. et al. **Fundamental issues in finite element analyses of localization of deformation**. Engineering Computations, 10(2), p. 99–121, 1993.

DE BORST, R.; MUHLHAUS, H. **Gradient-dependent plasticity: formulation and algorithmic aspects**., International Journal for Numerical methods in engineering, 35, p. 521–539, 1992.

DE BORST, R.; PAMIN, J. **Some novel developments in finite element procedures for gradient-dependent plasticity**. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 39(14), p. 2477–2505, 1996.

BURMAN, B. C.; CUNDALL, P. A.; STRACK, O. D. L. **A discrete numerical model for granular assemblies**. Geotechnique, 30(3), p. 331–336, 1979.

CAINE, J. S.; EVANS, J. P.; FORSTER, C. B. **Fault zone architecture and permeability structure**. Geology, 24(11), p. 1025–1028, 1996.

CARDOSO, R. S.; VARUM, H. **Visco-elastic regularization and strain softening**. III European Conference on Computational Mechanics, 2006.

COELHO, L. C. et al. **Modelagem numérica do colapso de poros em rochas carbonáticas**. 2° Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo & Gás, 2002.

COLOMBO, M.; COMI, C. **A regularized damage model for structural analyses of concrete dams in the presence of alkali-silica reaction**. 8th International Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering, p. 789–800, 2021.

CONGRO, M. D. da S. **Modelagem Numérica do Comportamento Mecânico de Materiais Compósitos Cimentícios em uma Abordagem Multiescala**. Dissertação de mestrado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, Brasil, 2020.

CROOK, A. J. L.; OWEN, D. R. J. et al. **Benchmarks for the evolution of shear localisation with large relative sliding in frictional materials**. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 195(37–40), p. 4991–5010, 2006.

CROOK, A. J. L.; WILLSON, S. M.; et al. **Predictive modelling of structure evolution in sandbox experiments**. Journal of Structural Geology, 28(5), p. 729–744, 2006.

CROOK, A. J. L.; YU, J. G.; WILLSON, S. M. **Development of an Orthotropic 3D Elastoplastic Material Model for Shale**. Proceedings of the SPE/ISRM Rock Mechanics in Petroleum Engineering Conference, p. 635–644, 2002.

CROOK, T. ET AL. **Computational modelling of the localized deformation associated with borehole breakout in quasi-brittle materials**. Journal of Petroleum Science and Engineering, 38(3–4), p. 177–186, 2003.

DASSAULT SYSTÈMES. **Abaqus - Documentation Collection**. Johnston: SIMULIA, 2017.

DESRUES, J.; VIGGIANI, G. **Strain localization in sand: An overview of the experimental results obtained in Grenoble using stereophotogrammetry**. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 28(4), p. 279–321, 2004.

Dinç, Ö.; Scholtès, L. **Discrete Analysis of Damage and Shear Banding in Argillaceous Rocks**. Rock Mechanics and Rock Engineering. Springer Vienna, 51(5), p. 1521–1538, 2018.

DURETZ, T.; DE BORST, R.; LE POURHIET, L. **Finite Thickness of Shear Bands in Frictional Viscoplasticity and Implications for Lithosphere Dynamics**. Geochemistry, Geophysics, Geosystems, 20(11), p. 5598–5616, 2019.

DUVAUT, G.; LIONS, J. L. **Les Inequations en Mecanique et en Physique**. Dunod: Paris, 1972.

ERINGEN, A. C.. **On nonlocal plasticity**. International Journal of Engineering Science, 19(12), p. 1461–1474, 1981

ERINGEN, A. C. **Theories of nonlocal plasticity**. International Journal of Engineering Science, 21(7), p. 741–751, 1983.

FAULKNER, D. R. et al. **A review of recent developments concerning the structure, mechanics and fluid flow properties of fault zones**. Journal of Structural Geology. Elsevier Ltd, 32(11), p. 1557–1575, 2010.

FOSSEN, H. et al. **Deformation bands in sandstone: A review**. Journal of the Geological Society, 164(4), p. 755–769, 2007.

FOSSEN, H. **Structural Geology**. Cambridge University Press, 2010.

GALAVI, V.; SCHWEIGER, H. F. **Nonlocal Multilaminate Model for Strain Softening Analysis**. International Journal of Geomechanics, 10(1), pp. 30–44, 2010.

GHANEMNIA, N. **Non-Linear Finite Element Analysis of tubular X joint with selected geometry**. Dissertação de mestrado. University of Stavanger. Stavanger, Norway, 2012.

GOODMAN, R. E. **Introduction to rock mechanics**. John Wiley & Sons, 1989.

GULIB, F. **Constitutive models and finite elements for plasticity in generalised continuum theories**. Tese de doutorado. Institute for Infrastructure and Enviroment, The University of Edinburgh. Edinburgh, Scotland, 2018.

HALL, S. A. et al. **Discrete and continuum analysis of localised deformation in sand using X-ray µCT and volumetric digital image correlation**. Geotechnique, 60(5), p. 315–322, 2010.

HAN, C.; DRESCHER, A. **Shear bands in biaxial tests on dry coarse sand**. Soils and Foundations, 33, p. 118–132, 1993.

JEEHO, L.; GREGORY L., F. **Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures**. Journal of Engineering Mechanics, 124(8), p. 892–900, 1998.

JOLLEY, S. J.; FISHER, Q. J.; AINSWORTH, R. B. **Reservoir compartmentalization: An introduction**. Geological Society Special Publication, 347, p. 1–8, 2010.

KIEWIET, M. C. D. **Comportamento hidromecanico de zonas de falha em travertino: Estudo Experimental e Numérico sobre o Impacto da Reativação Estrutural na Produção de Reservatórios**. Tese de doutorado. Instituto de Geociências, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, Brasil,2015.

KONG, L. et al. **Geomechanical upscaling methods: Comparison and verification via 3D printing**. Energies, 12(3), p. 1–20, 2019.

LI, X.; TANG, H. **A consistent return mapping algorithm for pressure-dependent elastoplastic Cosserat continua and modelling of strain localisation**. Computers and Structures, 83(1), p. 1–10, 2005.

LIU, J. **Numerical investigations of the strain localization in geotechnical engineering within the framework of micropolar theory**. Tese de doutorado, École centrale de Nantes. Nantes, France, 2018.

LUBLINER, J. et al. **A plastic-damage model for concrete**. J. Solids Structures, 25, p. 299–326, 1989.

MEDEIROS, W. A. **Pórticos em concreto pré-moldado preenchidos com alvenaria participante**. Dissertação de mestrado. Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, Brasil, 2018.

MÜHLHAUS, H. B.; VARDOULAKIS, I. **The thickness of shear bands in granular materials**. Geotechnique, 37(3), p. 271–283, 1987.

NEEDLEMAN, A. **Material rate dependence and mesh sensitivity in localization problems**. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 67(1), p. 69–85, 1988.

NOURI, A.; KURU, E.; VAZIRI, H. **Elastoplastic modelling of sand production using fracture energy regularization method**. Journal of Canadian Petroleum Technology, 48(4), p. 64–71, 2009.

ORD, A.; VARDOULAKIS, I.; KAJEWSKI, R. **Shear band formation in Gosford Sandstone**. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 28(5), p. 397–409, 1991.

PAMIN, J. K. **Gradient-plasticity in numerical simulation of localization phenomena**. Tese de doutorado, Delft University of Technology. Delft, Holanda, 1994.

PEERLINGS, R. H. J. et al. **A critical comparison of nonlocal and gradient-enhanced softening continua**. International Journal of Solids and Structures, 38(44–45), p. 7723–7746, 2001.

PERZYNA, P. **Fundamental Problems in Viscoplasticity**. Advances in Applied Mechanics, 9(C), p. 243–377, 1966.

POLLARD, D. D.; FLETCHER, R. C. **Fundamentals of Structural Geology**. Cambridge University Press, 2005.

Potts, D. M.; Zdravkovic, L. **Finite element analysis in geotechnical engineering**. Thomas Telford Publishing, 1999.

RIBACCHI, R. **Mechanical tests on pervasively jointed rock material: insight into rock mass behaviour**. Rock Mechanics and Rock Engineering, 33(4), p. 243–266, 2000.

ROSCOE, K. H. **The influence of strains in soil mechanics**. Geotechnique, 20(2), p. 129–170, 1970.

RUDNICKI, J. W.; RICE, J. R. **Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials**. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 23(6), p. 371–394, 1975.

SAMPAIO, M. A. B. **O método dos elementos discretos com superelipsóides usando a parametrização das rotações de rodrigues**. Tese de doutorado. Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, Brasil, 2017.

SHARBATI, E.; NAGHDABADI, R.. **Computational aspects of the Cosserat finite element analysis of localization phenomena**. Computational Materials Science, 38(2), p. 303–315, 2006

DA SILVA, V. D. **A simple model for viscous regularization of elasto-plastic constitutive laws with softening**. Communications in Numerical Methods in Engineering, 20(7), p. 547–568, 2004.

DE SOUZA NETO, E. A.; PERI, D.; OWEN, D. R. J. **Computational Methods for Plasticity, Computational Methods for Plasticity**. John Wiley & Sons, 2008.

SULEM, J.; OUFFROUKH, H. **Shear banding in drained and undrained triaxial tests on a saturated sandstone: Porosity and permeability evolution**. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 43(2), p. 292–310, 2006.

TEJCHMAN, J.; HERLE, I. V. O., WEHR, J. **FE-studies on the influence of initial void ratio, pressure level and mean grain diameter on shear localization**. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 23, p. 2045–2074, 1999.

TEJCHMAN, J.; WU, W. **Numerical study on patterning of shear bands in a Cosserat continuum**. Acta Mechanica, 99, p. 61–74, 1993.

TORRES, I. F. R. **Desenvolvimento e aplicação do método dos elementos finitos generalizados em análise tridimensional não-linear de sólidos**. Tese de doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Paulo, Brasil, 2003.

VARDOULAKIS, I.; AIFANTIS, E. C. **A gradient flow theory of plasticity for granular materials**. Acta Mechanica, 87(3–4), p. 197–217, 1991.

VARDOULAKIS, I.; GOLDSCHEIDER, M.; GUDEHUS, G. **Formation of shear bands in sand bodies as a bifurcation problem**. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2(2), p. 99–128, 1978.

VERMEER, P. A.; DE BORST, R. **Non-associated plasticity for soils, concrete and rock**. Heron, 29, 1984.

VIGGIANI, G.; KÜNTZ, M.; DESRUES, J. **An experimental investigation of the relationships between grain size distribution and shear banding in sand**. LNP, 568, p. 111–127, 2001.

WANG, W. M.; SLUYS, L. J.; DE BORST, R. **Viscoplasticity for instabilities due to strain softening and strain-rate softening**. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 40(20), p. 3839–3864, 1997.

WOSATKO, A.; PAMIN, J.; POLAK, M. A. **Application of damage-plasticity models in finite element analysis of punching shear**. Computers and Structures. Elsevier Ltd, 151, p. 73–85. , 2015.

WU, K. et al. **DEM study of the shear behavior and formation of shear band in biaxial test**. Advanced Powder Technology. Society of Powder Technology Japan, 31(4), p. 1431–1440, 2020.

WU, S.; WANG, X. **Numerical simulation of shear band localization in geotechnical materials based on a nonlocal plasticity model**. Journal of Modern Transportation, 19(3), p. 186–198, 2011.

Apêndice A – Estimativa das deformações plásticas

O cálculo da estimativa das deformações volumétricas plásticas e deformações axiais plásticas foi feito conforme as etapas listadas a seguir:

1. Cálculo do módulo Bulk de cada corpo de prova utilizando os módulos de Young e coeficiente de Poisson calculados experimentalmente conforme mostrado a seguir:

$$K_{lab}^{CP} = \frac{E^{CP}}{3\left(1-(2\,\nu^{CP})\right)} \qquad \text{A.1}$$

2. Cálculo da tensão média acumulada:

$$\sigma_m^{CP} = \frac{\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3}{3} \qquad \text{A.2}$$

Onde, σ_1 é a tensão axial desviadora e $\sigma_2 = \sigma_3$ são a tensão confinante.

3. Cálculo da deformação volumétrica elástica acumulada:

$$\varepsilon_{vol,e}^{CP} = \frac{\sigma_m^{CP}}{K_{lab}^{CP}} \qquad \text{A.3}$$

4. Cálculo da deformação volumétrica plástica acumulada:

$$\varepsilon_{vol,p}^{CP} = \varepsilon_{vol}^{CP} - \varepsilon_{vol,e}^{CP} \qquad \text{A.4}$$

Onde, ε_{vol}^{CP} é um dos resultados obtidos do ensaio experimental.

5. Cálculo da deformação axial elástica acumulada:

$$\varepsilon_{axial,e}^{CP} = \frac{\sigma_m^{CP}}{E^{CP}} \qquad \text{A.5}$$

6. Cálculo da deformação axial plástica acumulada:

$$\varepsilon_{axial,p}^{CP} = \varepsilon_{axial}^{CP} - \varepsilon_{axial,e}^{CP} \qquad \text{A.6}$$

Onde, ε_{axial}^{CP} é um dos resultados obtidos do ensaio experimental.

A seguir serão mostradas as curvas deformação volumétrica total-deformação axial e deformação volumétrica plástica-deformação axial plástica para cada corpo de prova. Os corpos de prova submetidos a mesma tensão confinante estão no mesmo gráfico.

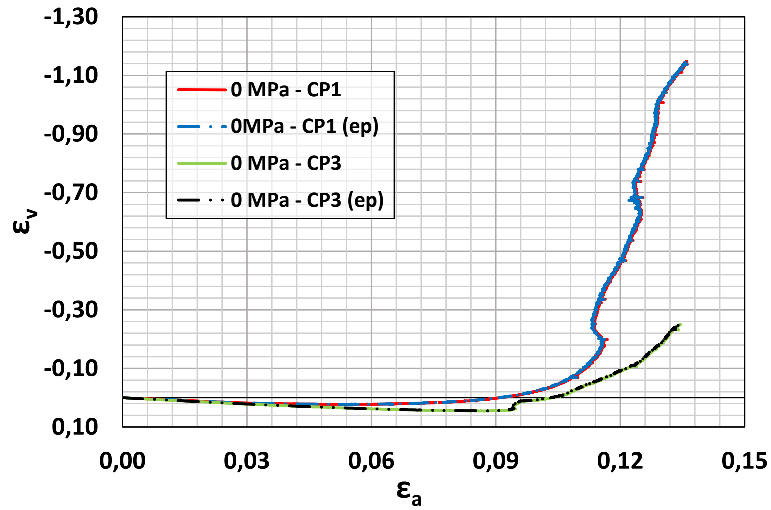


Figura A-1 – Curvas defomação volumétrica-deformação axial para os corpos de prova submetidos a 0 MPa, onde "ep" é a curva deformação volumétrica plástica-deformação axial plástica e a ausência de "ep" é a curva deformação volumétrica total-deformação axial.

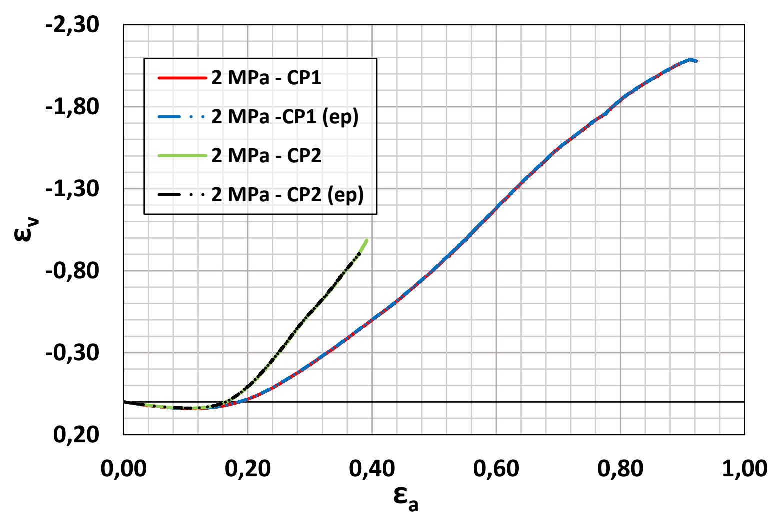


Figura A-2 – Curvas defomação volumétrica-deformação axial para os corpos de prova submetidos a 2 MPa, onde "ep" é a curva deformação volumétrica plástica-deformação axial plástica e a ausência de "ep" é a curva deformação volumétrica total-deformação axial.

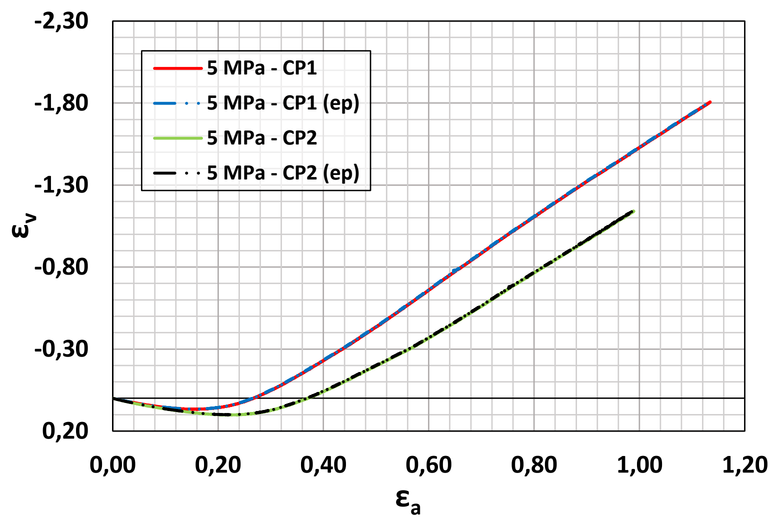


Figura A-3 – Curvas defomação volumétrica-deformação axial para os corpos de prova submetidos a 5 MPa, onde "ep" é a curva deformação volumétrica plástica-deformação axial plástica e a ausência de "ep" é a curva deformação volumétrica total-deformação axial.

Como pode ser visto, as curvas que levam em conta apenas as deformações plásticas (tracejadas) praticamente coincidem com as curvas que utilizam deformações totais. Considera-se que as deformações elásticas não exercem grande influência, podendo ser negligenciadas.

Apêndice B – Manipulação das funções de plastificação e subrotina

Agora serão detalhados os procedimentos descritos no Item 4.2.1. Como todos os parâmetros das equações abordadas aqui já foram descritos ao longo do texto, eles não serão especificados novamente. Primeiramente, procedeu-se com a manipulação da Equação B.1 resultando na Equação B.2 que equivale a função de plastificação do modelo de Drucker-Prager linear (Equação B.3). Para tal, β e γ que acompanham o termo $\langle\hat{\bar{\sigma}}_{max}\rangle$ devem ser nulos. γ vale zero (Equação B.4) quando K_c igual a 1 (superfície circular no plano desviador). O modelo CDP permite que a função de plastificação dependa da tensão efetiva coesiva na compressão e na tração, por outro lado não estamos interessados no comportamento a tração, queremos reestabelecer a equação de Drucker-Prager linear. Este recurso é interessante de ser utilizado no estudo de fissuras dos materiais. Então, para zerar β calculou-se para cada incremento a tensão efetiva coesiva de tração que anula essa função, conforme as Equações B.5 e B.6.

$$F = \frac{1}{1-\alpha}(\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta\langle\hat{\bar{\sigma}}_{max}\rangle - \gamma\langle-\hat{\bar{\sigma}}_{max}\rangle) - \bar{\sigma}_c \qquad \text{B.1}$$

$$F = \frac{1}{1-\alpha}(\bar{q} - 3\alpha\bar{p}) - \bar{\sigma}_c \qquad \text{B.2}$$

$$F = q - p\ tan\beta' - d \qquad \text{B.3}$$

$$\gamma = \frac{3(1-K_c)}{2K_c - 1} \qquad \text{B.4}$$

$$\beta = 0 = \frac{\bar{\sigma}_c}{\bar{\sigma}_t}(1-\alpha) - (1+\alpha) \qquad \text{B.5}$$

$$\bar{\sigma}_t = \frac{\bar{\sigma}_c(1-\alpha)}{1+\alpha} \qquad \text{B.6}$$

Rearrumando a Equação B.2 chegamos a Equação B.7, pela qual consegue-se identificar os parâmetros do modelo CDP que são compatíveis com os parâmetros do modelo de Drucker-Prager (Equação B.3).

$$F = q - 3\alpha\,\bar{p} - (\bar{\sigma}_c - \alpha\bar{\sigma}_c) \qquad \text{B.7}$$

Temos então que:

$$\alpha = \frac{tan\beta'}{3} \qquad \text{B.8}$$

$$d = (\bar{\sigma}_c - \alpha\bar{\sigma}_c) \qquad \text{B.9}$$

Porém, não existe a variável de entrada α no software Abaqus®. Na verdade, o usuário define um parâmetro denominado σ_b/σ_c que é uma função de α. Com o valor de α em mãos (Equação B.8), a partir da Equação B.10 consegue-se extrair o valor de σ_b/σ_c (Equação B.11)

$$\alpha = \frac{\sigma_{b0} - \sigma_{c0}}{2\sigma_{b0} - \sigma_{c0}} \qquad \text{B.10}$$

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_c} = \frac{\alpha - 1}{2\alpha - 1} \qquad \text{B.11}$$

Resta agora realizar a conversão de Parâmetros de Mohr Coulomb (C, φ) para o Drucker-Prager linear $(d,\ \beta')$. Ela também é feita comparando-se as funções de plastificação dos dois modelos. Escolheu-se coincidir o cone de Drucker-Prager (circular) com os vértices internos do hexágono irregular de Mohr-Coulomb. Nesta situação, a função de plastificação de Mohr-Coulomb é representada pela Equação B.12, onde o ângulo de Lode vale 30°.

$$F = \frac{q}{\sqrt{3}} - \left(\frac{C}{\tan\varphi} + p\right) M_{JP} \qquad \text{B.12}$$

Onde,

$$M_{JP} = \frac{2\sqrt{3}\,sen\varphi}{3 + sen\varphi} \qquad \text{B.13}$$

Reorganizando a Equação B.12 encontra-se a Equação B.14, da qual podemos identificar os parâmetros de Mohr-Coulomb que são compatíveis com os parâmetros do modelo de Drucker-Prager (Equação B.3)

$$F = q - \frac{C\,\sqrt{3}}{\tan\varphi} M_{JP} - p\,\sqrt{3}\,M_{JP} \qquad \text{B.14}$$

Temos então que:

$$\beta' = \arctan(\sqrt{3}\, M_{JP}) \qquad \text{B.15}$$

$$d = \frac{C\sqrt{3}}{\tan\varphi} M_{JP} \qquad \text{B.16}$$

Feito isso, todos os parâmetros foram devidamente convertidos e os modelos constitutivos foram compatibilizados. Para verificar se a manipulação da função de plastificação do modelo CDP e as conversões de parâmetros realizadas estão corretas foram realizadas duas simulações: uma com o modelo constitutivo de Drucker-Prager linear e outra com o modelo CDP. Se os procedimentos descritos anteriormente estiverem corretos, os resultados obtidos com o modelo CDP deverão coincidir com os resultados do modelo de Drucker-Prager linear. A malha de elementos finitos dessas simulações é composta por elementos com 2 mm de lado.

Primeiramente serão analisadas as trajetórias de tensões no espaço p-q para elementos de mesma posição nos diferentes modelos. Nessa comparação escolheu-se dois elementos aleatórios que se encontravam plastificados. No primeiro elemento (elemento 735) analisou-se o primeiro ponto de integração, enquanto no segundo elemento (elemento 300) analisou-se o sexto ponto de integração. A posição dos elementos é identificada por um quadrado vermelho e mostrada na Figura B-1. Nessa mesma figura, o gráfico de PEMAG à esquerda é proveniente do modelo de Drucker-Prager, enquanto o gráfico à direita é do modelo que utiliza o CDP. Fica evidente a semelhança visual entre os resultados dos dois modelos. As trajetórias de tensões são mostradas na Figura B-2 e Figura B-3. Esta última mostra que as trajetórias de tensões coincidem para os dois modelos analisados.

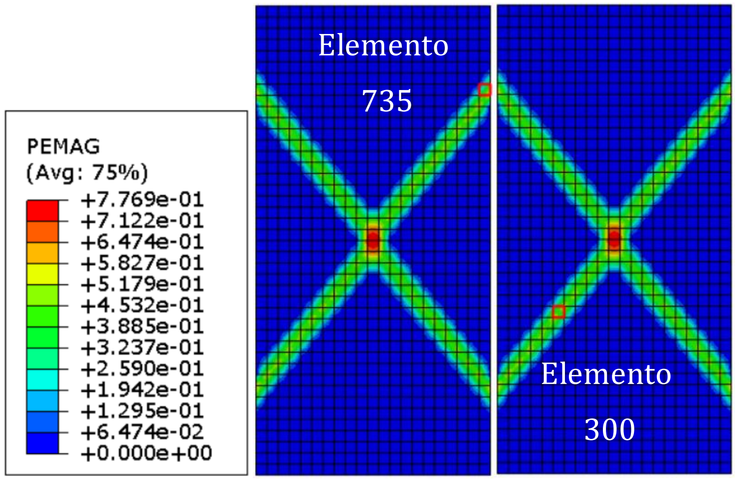


Figura B-1 – Identificação dos elementos analisados e comparação da visualização gráfica de PEMAG entre o modelo que utiliza Drucker-Prager linear (esquerda) e o que utiliza CDP (direita)

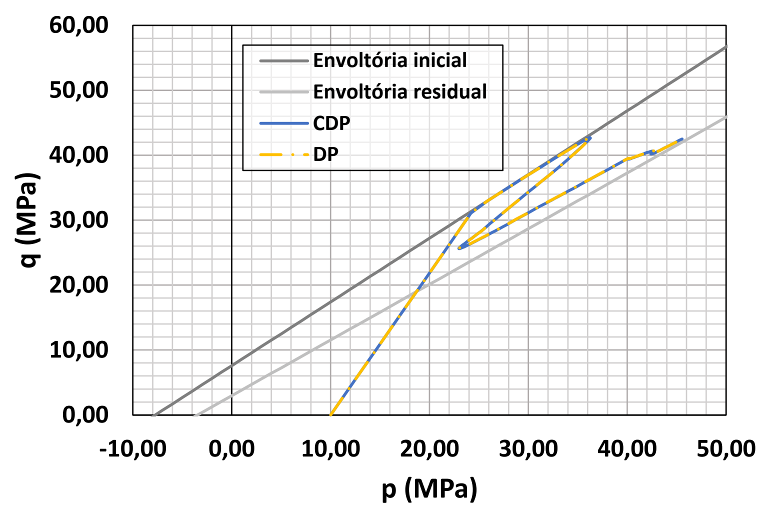


Figura B-2 – Trajetórias de tensões no espaço p-q do elemento 735.

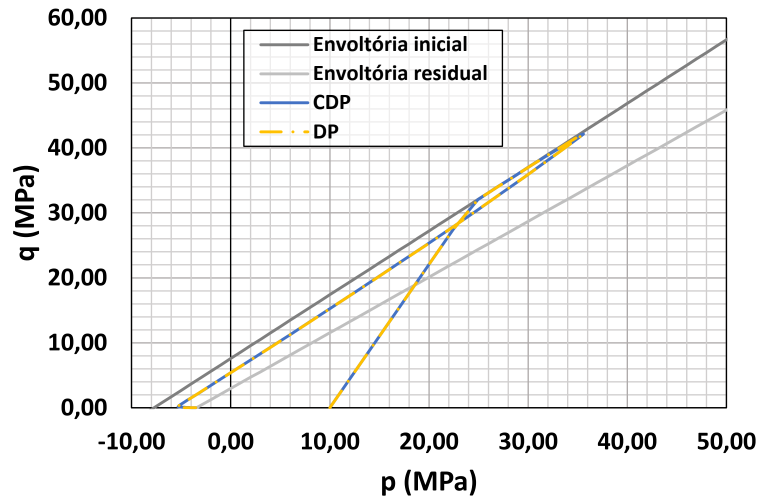


Figura B-3 – Trajetórias de tensões no espaço p-q (a) elemento 735; (b) elemento 300.

A seguir estudou-se as curvas tensão desviadora-deformação axial dos dois modelos. A tensão é obtida pela razão entre o somatório das reações verticais dos nós do topo e a área, que é a largura da amostra vezes a espessura unitária. A deformação axial consiste na razão do deslocamento vertical imposto e comprimento inicial. Ao analisar a Figura B-4, percebe-se que as curvas tensão-deformação dos dois modelos estão sobrepostas.

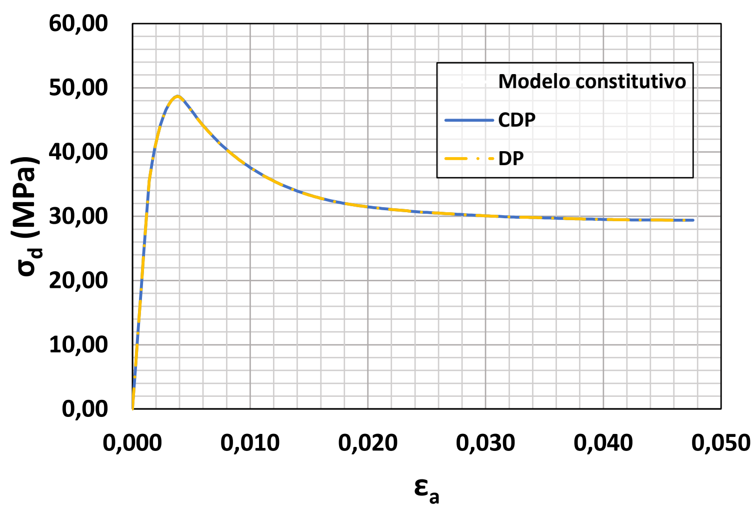


Figura B-4 – Curvas tensão-deformação dos modelos utilizando Drucker-Prager e CDP.

Também foram verificadas as variáveis de campo disponíveis no ponto material que o Abaqus® retorna para o usuário no pós processamento, com exceção da deformação plástica desviadora que foi obtida através de uma sub-rotina UVARM (que pode ser checada ao fim deste Apêndice). Entre elas estão as componentes de tensão (S11, S22, S33, S12), as componentes de deformação plástica (PE11, PE22, PE33, PE12), a magnitude das deformações plásticas (PEMAG) e a deformação plástica desviadora (E_d^p). Criou-se um "path" vertical a 6 mm do bordo direito do modelo (Figura B-5) e nele foram extraídos os valores das quantidades no instante final das simulações. As figuras a seguir (Figura B-6 à Figura B-15) apresentam os resultados para essas quantidades de saída. Analisando todos os gráficos, percebe-se que as curvas dos modelos que utilizam Drucker-Prager e CDP se sobrepõem ao longo de todo o segmento. Portanto, considera-se que o modelo CDP utilizado nas análises deste trabalho é compatível com o modelo constitutivo de Drucker-Prager linear com superfície circular no plano desviador.

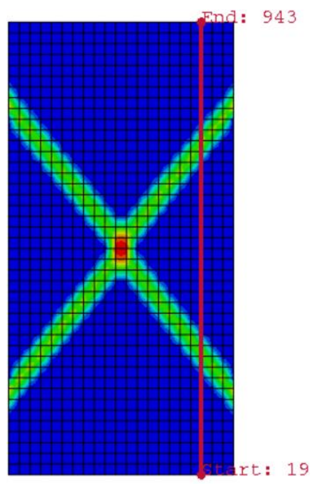


Figura B-5 – Posição do segmento utilizado para medir as quantidades nos modelos utilizando Drucker-Prager e CDP.

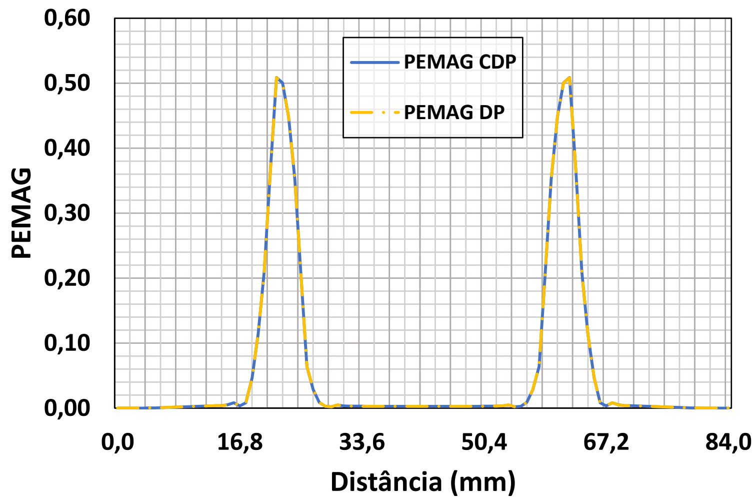


Figura B-6 – Resultado de PEMAG ao longo do segmento de referência para o modelo que utiliza Drucker-Praguer e CDP.

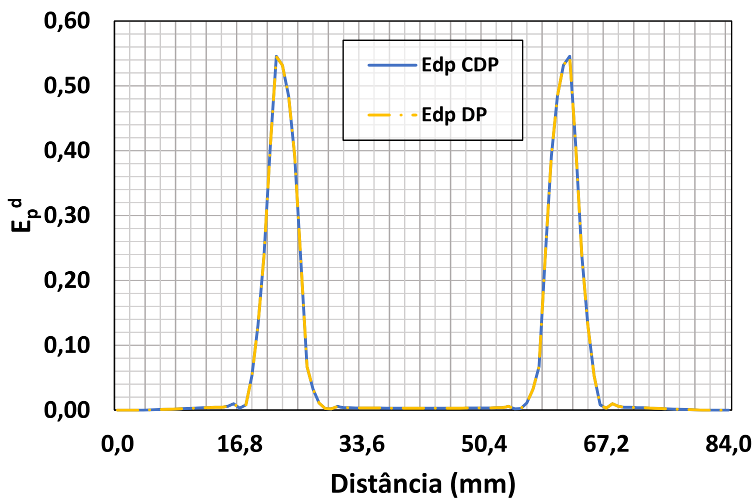


Figura B-7 – Resultado da deformação plástica deviadora ao longo do “path” para o modelo que utiliza Drucker-Praguer e CDP.

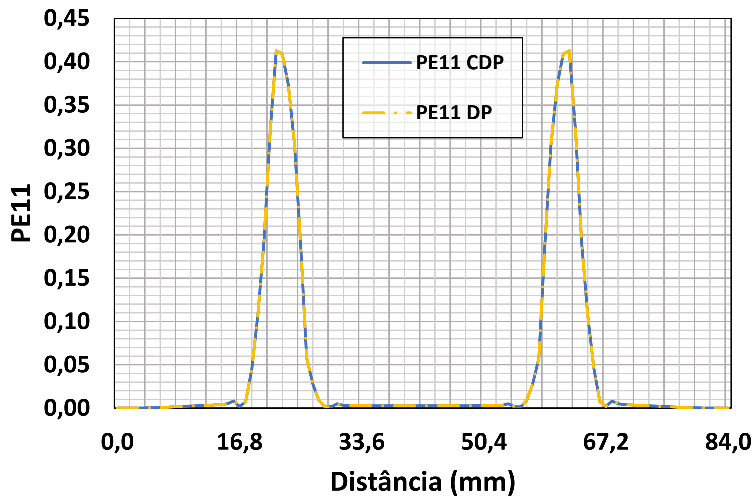


Figura B-8 – Resultado da componente de deformação plástica PE11 ao longo do "path" para o modelo que utiliza Drucker-Prager e CDP.

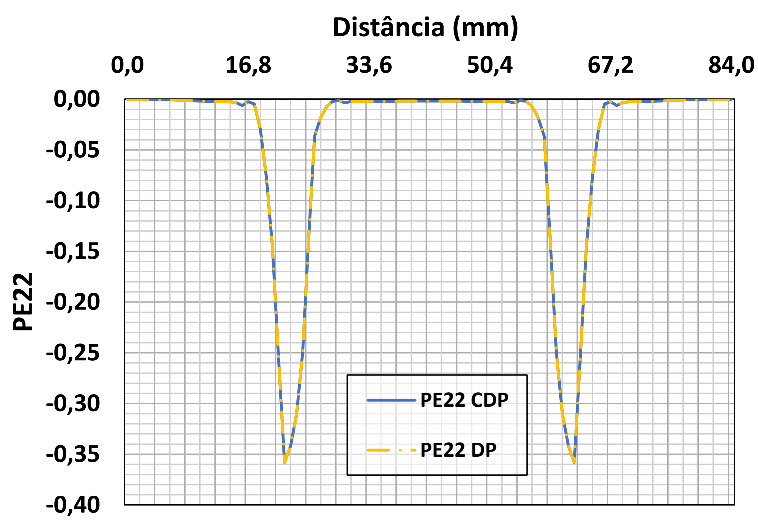


Figura B-9 – Resultado da componente de deformação plástica PE22 ao longo do "path" para o modelo que utiliza Drucker-Prager e CDP.

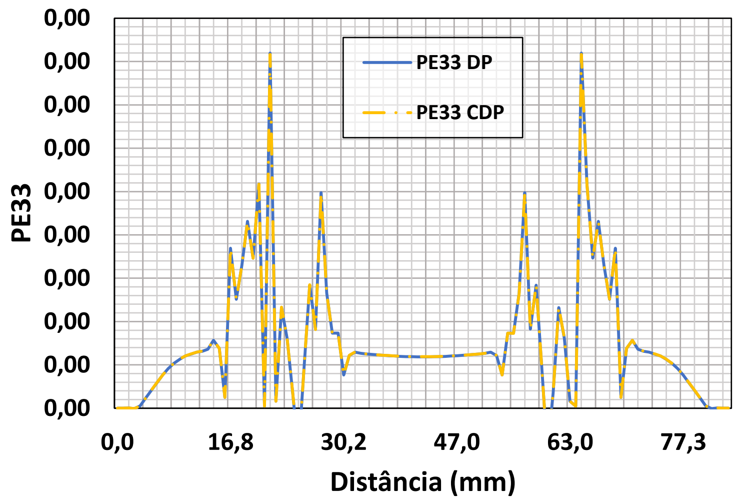


Figura B-10 – Resultado da componente de deformação plástica PE33 ao longo do "path" para o modelo que utiliza Drucker-Prager e CDP.

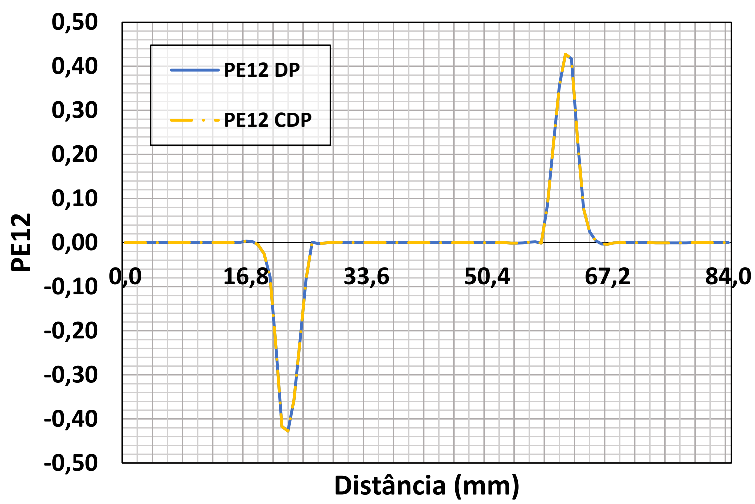


Figura B-11 – Resultado da componente de deformação plástica PE12 ao longo do "path" para o modelo que utiliza Drucker-Prager e CDP.

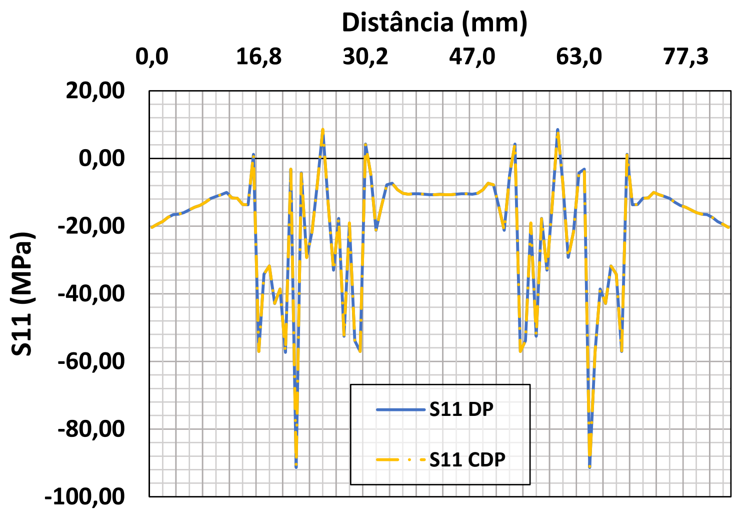


Figura B-12 – Resultado da componente de tensão S11 ao longo do "path" para o modelo que utiliza Drucker-Prager e CDP.

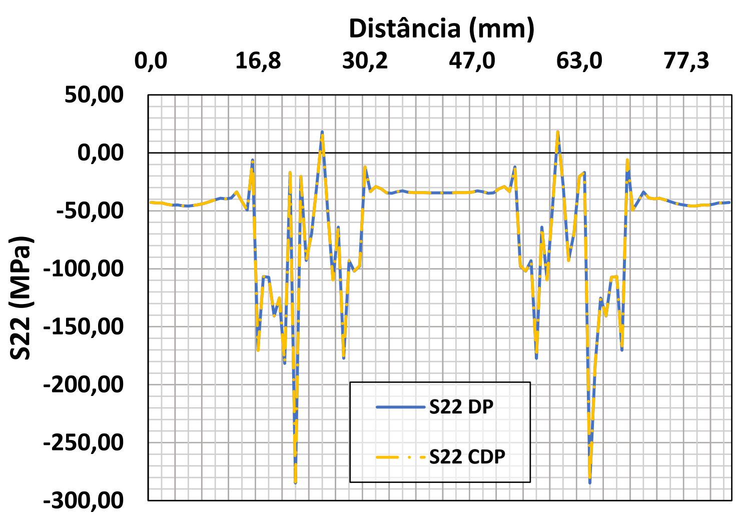


Figura B-13 – Resultado da componente de tensão S22 ao longo do "path" para o modelo que utiliza Drucker-Prager e CDP.

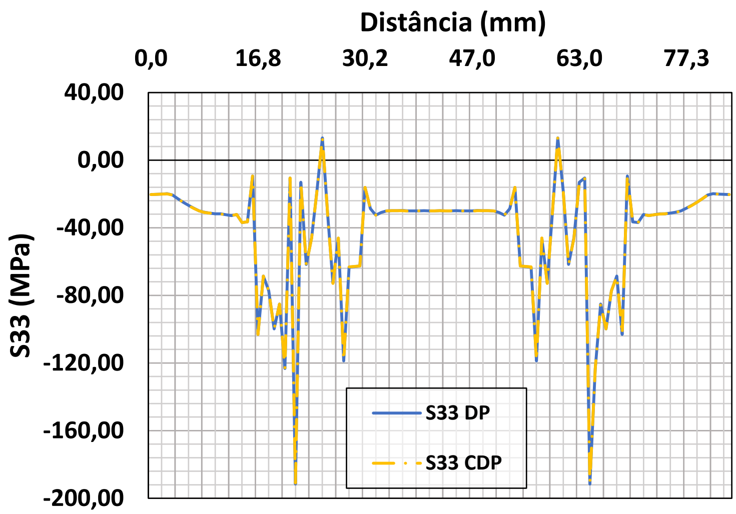


Figura B-14 – Resultado da componente de tensão S33 ao longo do "path" para o modelo que utiliza Drucker-Prager e CDP.

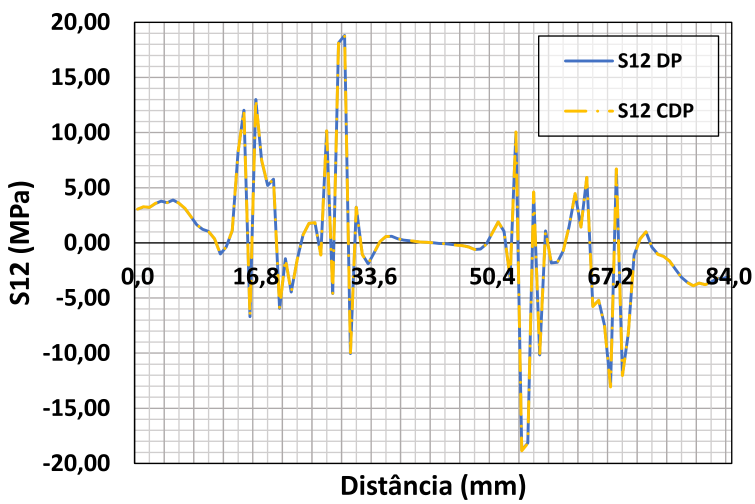


Figura B-15 – Resultado da componente de tensão S12 ao longo do "path" para o modelo que utiliza Drucker-Prager e CDP.

A seguir são apresentadas as sub-rotinas USDFLD e UVARM. Elas são utilizadas respectivamente para definir o amolecimento das variáveis de campo como função da deformação plástica desviadora (deformação de von Mises) e para que o usuário defina quantidades de saída que não são fornecidas diretamente pelo Abaqus®, mas são funções de qualquer uma das quantidades disponíveis no ponto de integração.

```
      subroutine usdfld(field,statev,pnewdt,direct,t,celent,
       time,dtime,cmname,orname,nfield,nstatv,noel,npt,layer,
       kspt,kstep,kinc,ndi,nshr,coord,jmac,jmatyp,matlayo,
       laccfla)
c
      include 'ABA_PARAM.INC'
c
      character*80 cmname,orname
      character*3  flgray(15)
      dimension field(nfield),statev(nstatv),direct(3,3),
       t(3,3),time(2)
      dimension array(15),jarray(15),jmac(*),jmatyp(*),
       coord(*)

c     -----------------------------------------------------------------------
-
c     USER CODE START
      call getvrm('PE',array,jarray,flgray,jrcd,jmac,jmatyp,
                    matlayo,laccfla)

      DPV = (array(1)+array(2)+array(3))/3
         EXX = array(1)-DPV
         EYY = array(2)-DPV
         EZZ = array(3)-DPV
         EXY = array(4)
         EYZ = array(5)
         EZX = array(6)
      VM = sqrt(3/2*(EXX**2+EYY**2+EZZ**2)+3/4*(EXY**2+EYZ**2+EZX**2))

c     assign strain value to field variable
      field(1) = VM

         END SUBROUTINE usdfld
c     -----------------------------------------------------------------------
-
      SUBROUTINE UVARM(UVAR,DIRECT,T,TIME,DTIME,CMNAME,ORNAME,
       NUVARM,NOEL,NPT,LAYER,KSPT,KSTEP,KINC,NDI,NSHR,COORD,
       JMAC,JMATYP,MATLAYO,LACCFLA)
C
      INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
C
      CHARACTER*80 CMNAME,ORNAME
      CHARACTER*3 FLGRAY(15)
      DIMENSION UVAR(NUVARM),DIRECT(3,3),T(3,3),TIME(2)
      DIMENSION ARRAY(15),JARRAY(15),JMAC(*),JMATYP(*),COORD(*)
C
C
```

```
      call getvrm('PE',array,jarray,flgray,jrcd,jmac,jmatyp,
     &             matlayo,laccfla)
      VM = sqrt(3/2*(EXX**2+EYY**2+EZZ**2)+3/4*(EXY**2+EYZ**2+EZX**2))
         UVAR(1) = VM
C
      RETURN
      END SUBROUTINE
```

A Tabela B-1 apresenta a evolução das variáveis de campo que geram o amolecimento utilizado nas modelagens das análises do modelo biaxial. Esta tabela é válida para o modelo padrão, no qual os parâmetros de resistência iniciais e residuais, além dos parâmetros elásticos são idênticos aos apresentados na Tabela 4-3 e na Tabela 4-4.

Tabela B-1 – Evolução das variáveis de campo amolecidas do modelo biaxial.

	Mohr-Coulomb			Drucker-Prager linear		CDP			DP/ CDP
E_d^p	φ	ψ	c	β	d	fb/fc	$\bar{\sigma}_c$	$\bar{\sigma}_t$	ψ
0	35,91	15,91	5,60	44,46	7,59	1,95	11,28	5,72	26,67
0,03	34,38	12,05	4,67	43,54	6,48	1,86	9,49	4,92	21,32
0,06	33,24	9,18	3,98	42,83	5,62	1,81	8,14	4,30	16,86
0,09	32,40	7,06	3,46	42,28	4,96	1,77	7,12	3,81	13,29
0,12	31,78	5,49	3,08	41,86	4,46	1,74	6,36	3,43	10,51
0,15	31,32	4,33	2,80	41,54	4,08	1,72	5,79	3,15	8,37
0,18	30,98	3,46	2,60	41,30	3,80	1,71	5,37	2,94	6,76
0,21	30,72	2,83	2,44	41,12	3,59	1,70	5,06	2,78	5,54
0,24	30,54	2,35	2,33	40,99	3,43	1,69	4,82	2,66	4,63
0,27	30,40	2,00	2,24	40,89	3,31	1,68	4,65	2,57	3,95
0,3	30,29	1,74	2,18	40,82	3,22	1,68	4,52	2,50	3,44
0,33	30,22	1,55	2,13	40,76	3,16	1,68	4,43	2,45	3,07
0,36	30,16	1,41	2,10	40,72	3,11	1,67	4,36	2,42	2,79
0,39	30,12	1,30	2,07	40,69	3,07	1,67	4,31	2,39	2,58
0,42	30,09	1,22	2,05	40,67	3,05	1,67	4,27	2,37	2,43
0,45	30,07	1,17	2,04	40,65	3,03	1,67	4,24	2,35	2,31
0,48	30,05	1,12	2,03	40,64	3,01	1,67	4,22	2,34	2,23
0,51	30,04	1,09	2,02	40,63	3,00	1,67	4,20	2,33	2,17
0,54	30,03	1,07	2,02	40,62	2,99	1,67	4,19	2,33	2,12
0,57	30,02	1,05	2,01	40,62	2,99	1,67	4,18	2,32	2,09
0,6	30,01	1,04	2,01	40,61	2,98	1,67	4,18	2,32	2,06
0,63	30,01	1,03	2,01	40,61	2,98	1,67	4,17	2,32	2,04

Apêndice C – Resultados menos influentes do estudo paramétrico

Agora serão exibidos os conjuntos de simulações que foram omitidos ao longo do texto. Começando pelas simulações variando o coeficiente de Poisson e fixando todos os outros parâmetros. A partir da Figura C-1, apesar da pouca diferença entre as curvas, nota-se que quanto maior o valor do coeficiente de Poisson, mais rígida é a fase elástica do material. Como as diferenças entre as respostas mecânicas dessas simulações são pequenas, todos os modelos plastificaram na mesma deformação axial. Ao observar a variável "AC yield", percebe-se que em todas as simulações a plastificação ocorreu a deformação axial de 0,0012.

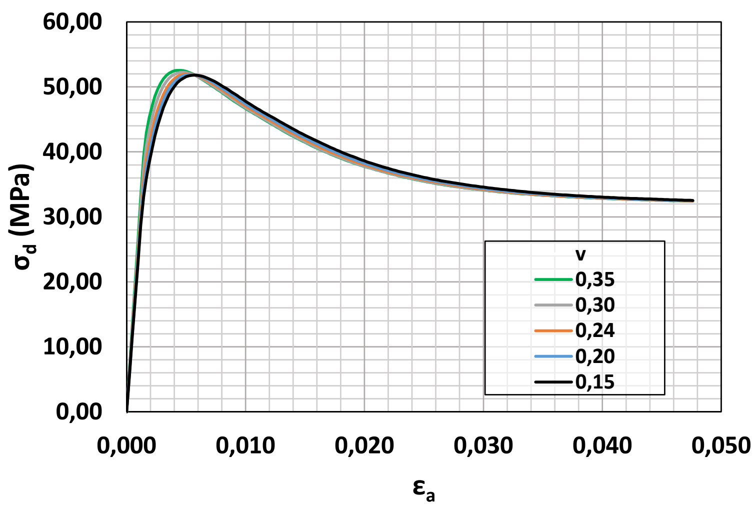


Figura C-1 – Curva tensão-deformação variando o coeficiente de Poisson (ν).

Todas as simulações deste conjunto apresentam intensidades de amolecimento similares entre si (Figura C-1, Figura C-2, Figura C-3). Portanto, as diferentes simulações deste conjunto obtiveram respostas semelhantes entre si, tanto em termos das tensões (Figura C-1) quanto de largura da banda (Figura C-4).

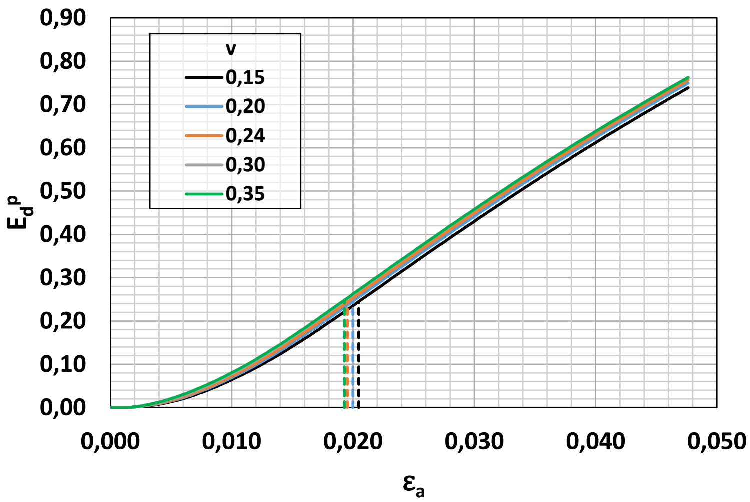


Figura C-2 – Curvas deformação plástica desviadora acumulada x deformação axial para o ponto de integração 9 do elemento 431 (linha cheia) e deformação axial de iniciação da banda (linha tracejada) variando o coeficiente de Poisson (ν).

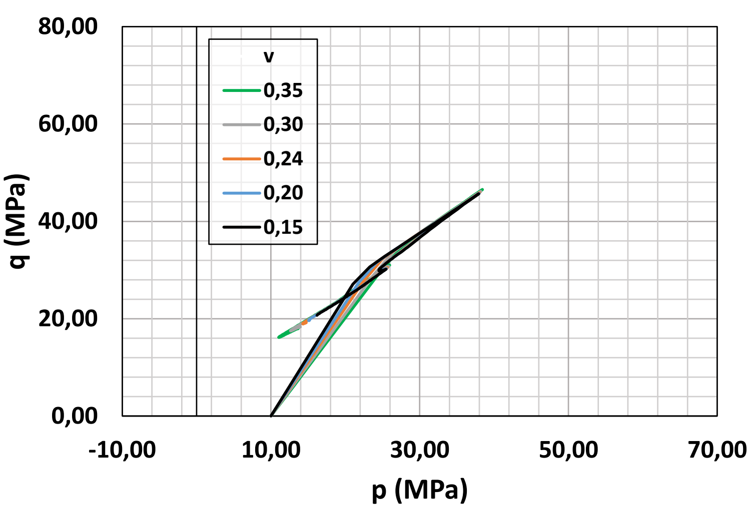


Figura C-3 – Trajetória de tensões no diagrama p-q variando o coeficiente de Poisson (ν).

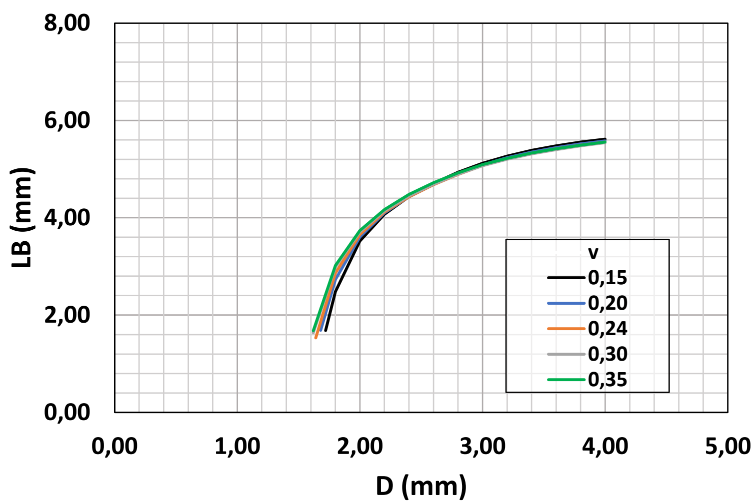


Figura C-4 – Curva Largura da banda-deslocamento vertical variando o coeficiente de Poisson (ν).

As deformações axiais de iniciação da banda também são próximas entre as diferentes simulações. Quanto maior o valor do coeficiente de Poisson, menor é a deformação axial de iniciação da banda (Tabela C-1).

Tabela C-1 – Deformações axiais de iniciação e larguras finais da banda de cisalhamento para as diferentes simulações variando o coeficiente de Poisson (ν).

ν	ε_a	LB_f
0,35	0,0193	5,5567
0,30	0,0193	5,5406
0,24	0,0195	5,5558
0,20	0,0200	5,5791
0,15	0,0205	5,6183

A tensão de confinamento lateral é o produto entre o coeficiente lateral e a tensão de confinamento vertical. Quanto menor o valor do coeficiente lateral, menor será o valor da pressão hidrostática ($p=I_1/3$). Nas análises apresentadas a seguir variou-se o valor do coeficiente lateral. Um estado de tensões com menor pressão hidrostática está mais próximo da envoltória de plastificação no plano p-q e consequentemente para menores deformações axiais ocorrerá a plastificação (Figura C-5). Em ordem crescente de coeficiente lateral os modelos plastificaram respectivamente nas seguintes deformações axiais: 0,0007, 0,0009 e 0,0012.

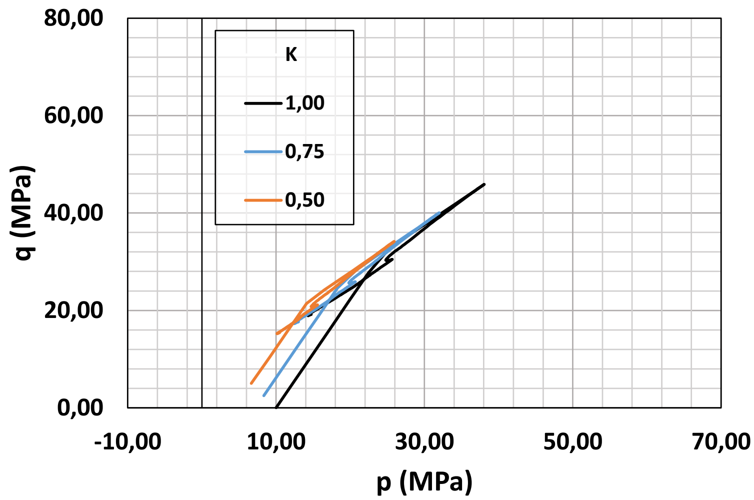


Figura C-5 – Trajetória de tensões no diagrama p-q variando o coeficiente lateral (K).

Quanto maior o valor de K, maior será a tensão de pico e residual do modelo (Figura C-6). Apesar da evolução das deformações plásticas desviadoras serem próximas, valores de K superiores geram amolecimento mais intenso (Figura C-7).

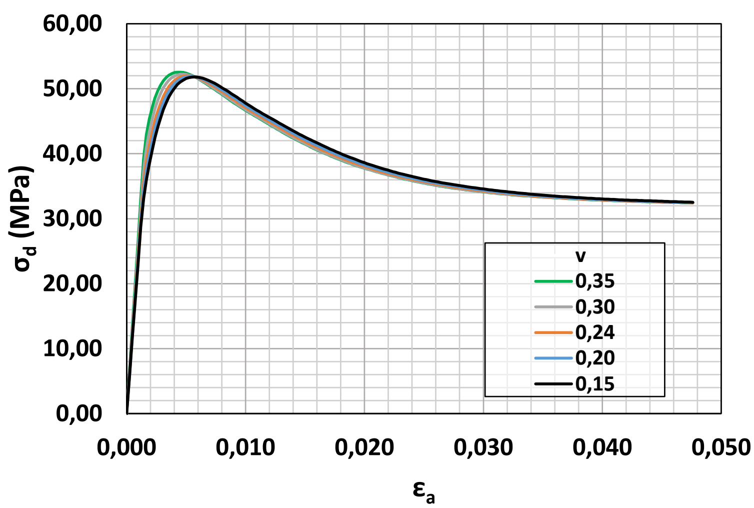


Figura C-6 – Curva tensão-deformação variando o coeficiente lateral (K).

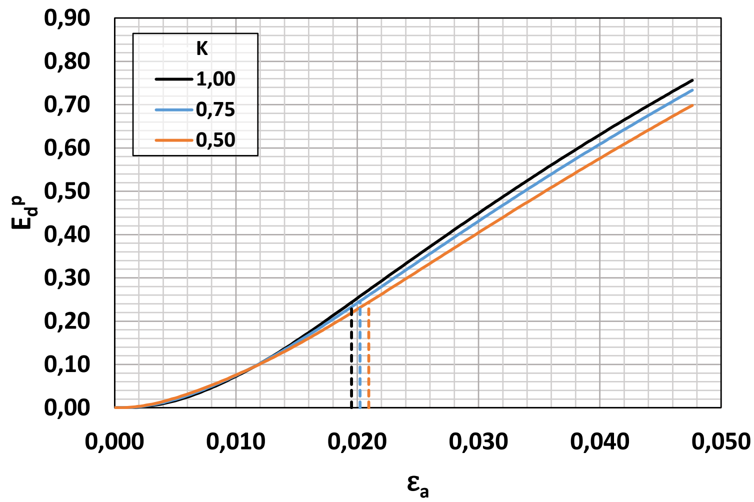


Figura C-7 – Curvas deformação plástica desviadora acumulada x deformação axial para o ponto de integração 9 do elemento 431 (linha cheia) e deformação axial de iniciação da banda (linha tracejada) variando o coeficiente lateral (K).

A partir da Figura C-8 é visto que o coeficiente lateral não exerce grande influência na largura final da banda de cisalhamento. O modelo que possui maior coeficiente lateral obteve a menor deformação axial na iniciação da banda e a menor largura final de banda de cisalhamento em relação aos outros modelos do mesmo conjunto de simulações (Tabela C-2).

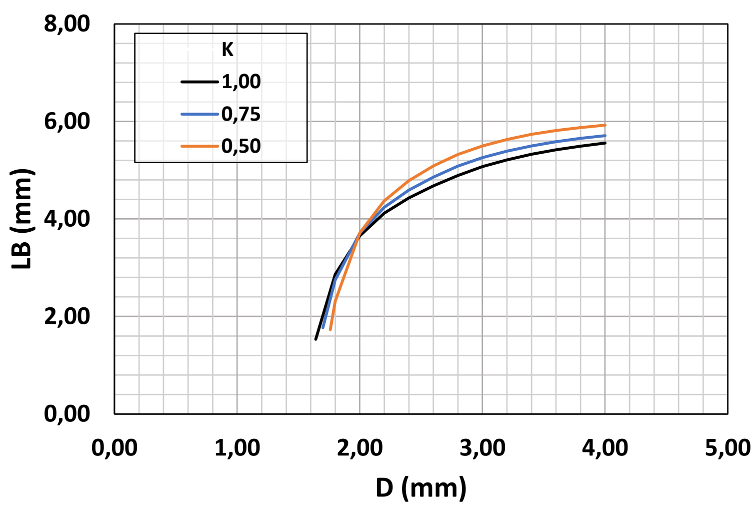


Figura C-8 – Curva Largura da banda-deslocamento vertical variando o coeficiente lateral (K).

Tabela C-2 – Deformações axiais de iniciação e larguras finais da banda de cisalhamento para as diferentes simulações variando o coeficiente lateral (K).

K	ε_a	LB_f
1,00	0,0195	5,5558
0,75	0,0202	5,9220
0,50	0,0210	5,7062

A variação da coesão residual não influencia na deformação axial de plastificação dos modelos. Este comportamento pode ser visto no gráfico tensão-deformação da Figura C-9 e através das trajetórias de tensões na Figura C-10.

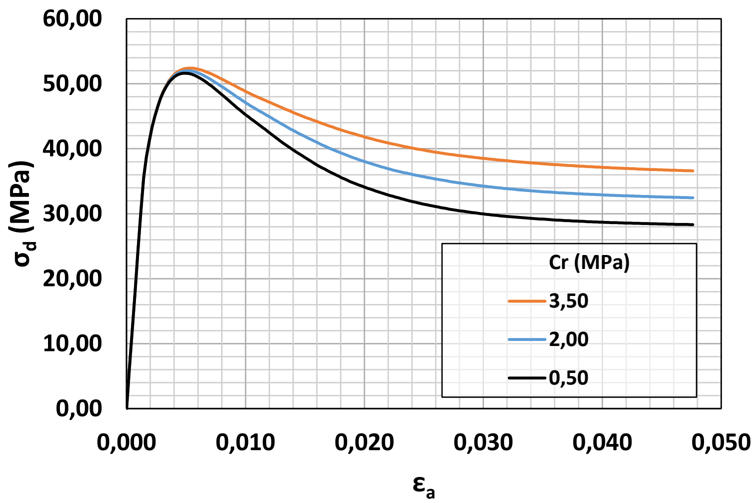


Figura C-9 – Curva tensão-deformação variando a coesão residual (c_r).

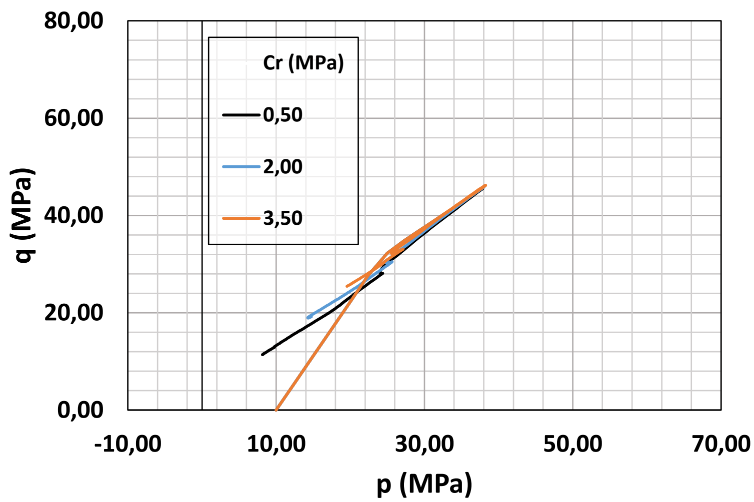


Figura C-10 – Trajetória de tensões no diagrama p-q variando a coesão residual (c_r).

Observando as Figura C-9, Figura C-10 e Figura C-11 percebe-se que o modelo com coesão residual de 0,50 MPa possui amolecimento mais intenso. Quanto menor for a coesão residual, para uma menor deformação axial ocorrerá a iniciação da banda e menor será sua largura final (Figura C-12). Este comportamento também pode ser verificado na Tabela C-3.

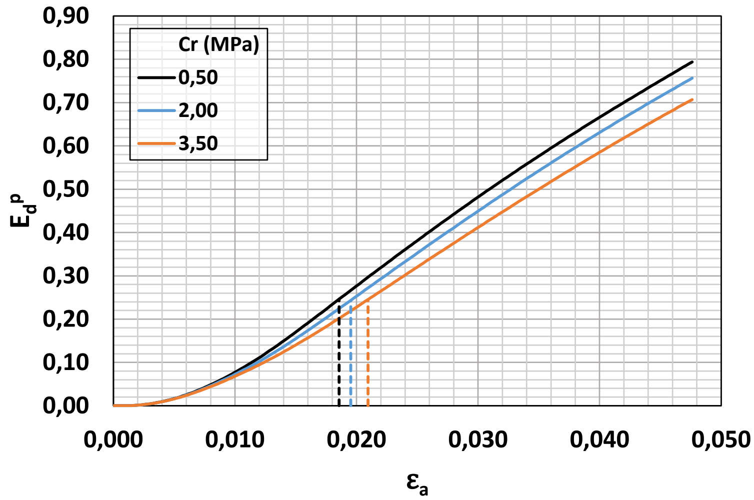


Figura C-11 – Curvas deformação plástica desviadora acumulada x deformação axial para o ponto de integração 9 do elemento 431 (linha cheia) e deformação axial de iniciação da banda (linha tracejada) variando a coesão inicial (c_r).

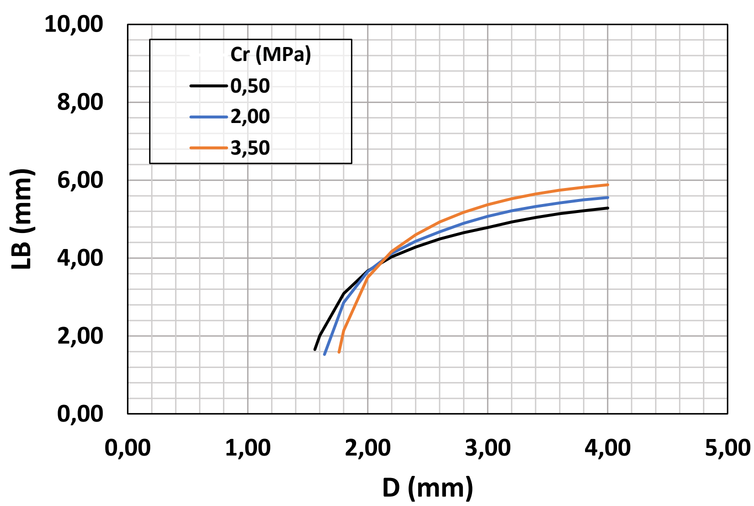


Figura C-12 – Curva Largura da banda-deslocamento vertical variando a coesão residual (c_r).

Tabela C-3 – Deformações axiais de iniciação e larguras finais da banda de cisalhamento para as diferentes simulações variando a coesão residual (c_r).

c_r (MPa)	ε_a	LB_f
0,50	0,0186	5,2823
2,00	0,0195	5,5558
3,50	0,0210	5,8841

Assim como na variação da coesão residual, a variação do ângulo de atrito residual não influencia a deformação axial em que ocorre a plastificação das simulações. A envoltória de plastificação inicial é a mesma em todos os casos. Isto pode ser observado através da trajetória de tensões (Figura C-13).

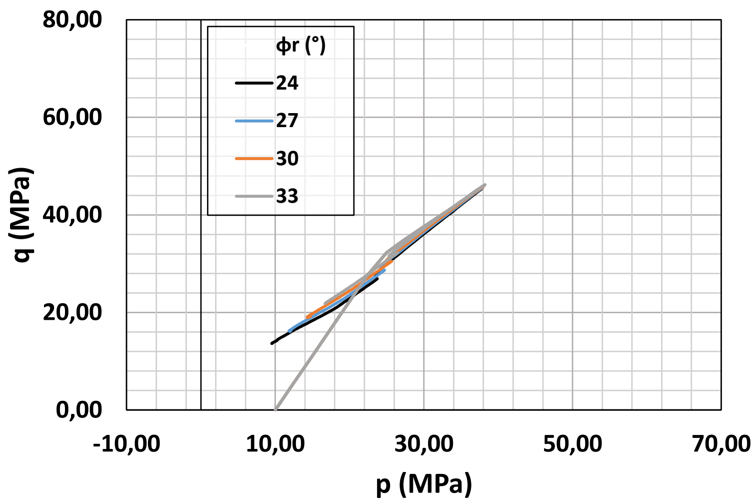


Figura C-13 – Trajetória de tensões no diagrama p-q variando o ângulo de atrito residual (φ_r).

As simulações que apresentam maiores intensidades de amolecimento são as que possuem menores ângulos de atrito residuais (Figura C-13, Figura C-14 e Figura C-15). Pode ser visto na Figura C-16 que as simulações com menores ângulos de atrito residuais têm iniciação da banda para menores deformações axiais e possuem menor largura final de banda. A Tabela C-4 resume esse comportamento.

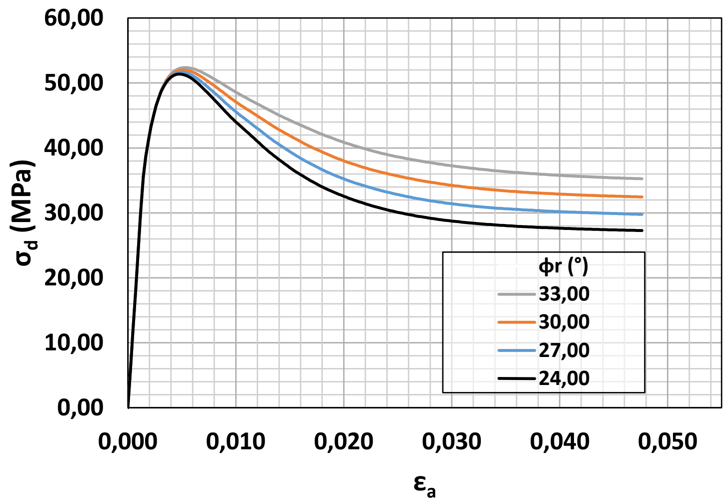


Figura C-14 – Curva tensão-deformação variando o ângulo de atrito residual (φ_r).

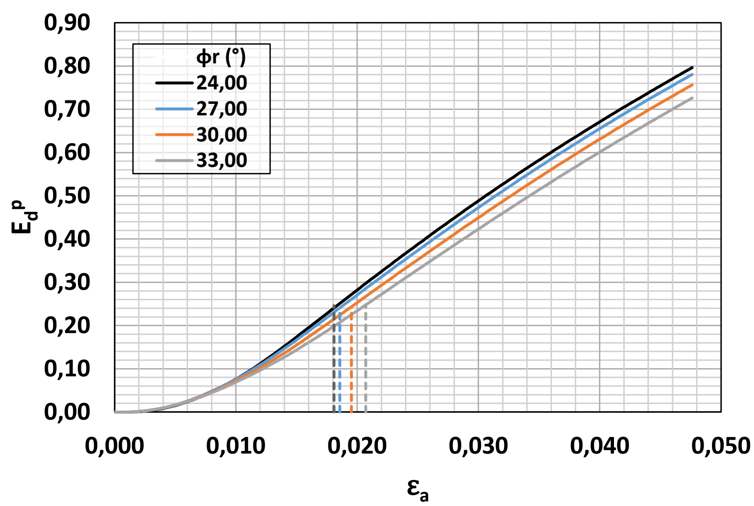


Figura C-15 – Curvas deformação plástica desviadora acumulada x deformação axial para o ponto de integração 9 do elemento 431 (linha cheia) e deformação axial de iniciação da banda (linha tracejada) variando o ângulo de atrito residual (φ_r).

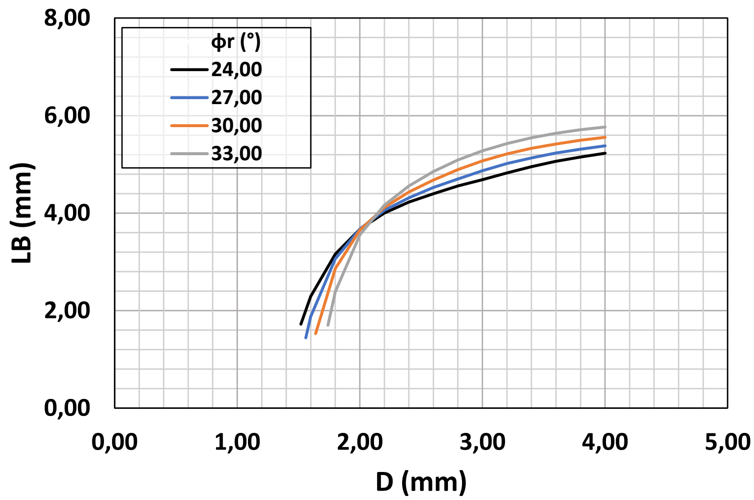


Figura C-16 – Curva Largura da banda-deslocamento vertical variando o ângulo de atrito residual (φ_r).

Tabela C-4 – Deformações axiais de iniciação e larguras finais da banda de cisalhamento para as diferentes simulações variando o ângulo de atrito residual (φ_r).

φ_r (°)	ε_a	LB_f
24,00	0,0181	5,2290
27,00	0,0186	5,3793
30,00	0,0195	5,5558
33,00	0,0207	5,7677