



**Luiz Eduardo Fernandes Sequeira**

**Influência de ruptura de cabos e plasticidade na dinâmica  
não linear de torres de telecomunicações estaiadas**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Paulo Batista Gonçalves  
Coorientadora: Profa. Deane de Mesquita Roehl

Rio de Janeiro  
Junho de 2021



**Luiz Eduardo Fernandes Sequeira**

**Influência de ruptura de cabos e plasticidade na dinâmica  
não linear de torres de telecomunicações estaiadas**

Dissertação apresentada como requisito parcial para  
obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio.  
Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

**Prof. Paulo Batista Gonçalves**

Orientador

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

**Profa. Deane de Mesquita Roehl**

Coorientador

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

**Prof. Raul Rosas e Silva**

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

**Prof. Diego Orlando**

UERJ

**Prof. Luis Fernando Paullo Muñoz**

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 25 de junho de 2021

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

**Luiz Eduardo Fernandes Sequeira**

Graduado em Engenharia Civil pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC RIO.

Ficha Catalográfica

Sequeira, Luiz Eduardo Fernandes

Influência de ruptura de cabos e plasticidade na dinâmica não linear de torres de telecomunicações estaiadas / Luiz Eduardo Fernandes Sequeira ; orientador: Paulo Batista Gonçalves ; coorientadora: Deane de Mesquita Roehl. – 2021.

195 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2021.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Civil e Ambiental - Teses. 2. Torre estaiada. 3. Instabilidade e não linearidade. 4. Dinâmica não linear. 5. Material elastoplástico. 6. Método dos elementos finitos. I. Gonçalves, Paulo Batista. II. Roehl, Deane de Mesquita. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. IV. Título.

CDD: 624

## Agradecimentos

Agradeço à Deus e a Nossa Senhora pela oportunidade de realizar o Mestrado Acadêmico e finalizar este trabalho.

Aos meus pais, Deisilucy e Sérgio, e minha irmã, Flávia, pelo apoio e suporte ao longo de toda minha vida e, especialmente, durante o tempo na universidade, incentivando no meu desenvolvimento profissional e pessoal.

Ao professor Paulo Batista pela orientação deste trabalho e à professora Deane Roehl pela co-orientação. Agradeço pela disponibilidade e ensinamentos, me conduzindo e incentivando nesta jornada que é a Instabilidade e Dinâmica das Estruturas.

Aos professores que participaram da comissão examinadora.

Aos meus colegas de mestrado, em especial Ícaro Rodrigues e Osmar Alexandre, pelo apoio e auxílio.

À Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro e ao Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio pelo convívio e aprendizado.

Aos demais professores do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.



## Resumo

Sequeira, Luiz Eduardo Fernandes; Gonçalves, Paulo Batista; Roehl, Deane de Mesquita. **Influência de ruptura de cabos e plasticidade na dinâmica não linear de torres de telecomunicações estaiadas.** Rio de Janeiro. 195 p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O crescente uso de antenas para a transmissão de dados tem demandado a instalação de um número crescente de torres, com destaque para as torres estaiadas. Essas estruturas são compostas por um mastro central e diversos níveis de estais. As torres são estruturas esbeltas e apresentam um comportamento altamente não linear sob cargas estáticas e dinâmicas, devido à interação mastro-cabos e altura elevada da torre. O objetivo deste trabalho é estudar a influência da não linearidade no comportamento estático e dinâmico de uma torre estaiada. Para isto, desenvolvem-se modelos de torre estaiada em elementos finitos, com dois níveis de cabos pré-tensionados. Consideram-se dois tipos de geometria para a disposição dos cabos: em leque e em paralelo. Em particular, investiga-se o efeito da ruptura de um ou mais cabos e do comportamento elastoplástico dos materiais que compõem a torre estaiada na estabilidade e vibrações não lineares da estrutura. Inicialmente, avalia-se o comportamento linear da estrutura, obtendo-se as frequências naturais e cargas críticas. A seguir, obtêm-se os caminhos não lineares de equilíbrio de cada modelo, aplicando o conceito de imperfeição modal. Finalmente, realiza-se a análise da vibração livres e forçada amortecida. Para isto utilizam-se as respostas no tempo e plano de fase, transformadas de Fourier e espectrográficos. Em todos os casos analisa-se em detalhe o efeito da perda de cabos e da plastificação dos elementos na capacidade de carga, estabilidade e deslocamentos da estrutura. Os resultados demonstram que a perda de cabos e plastificação dos elementos têm grande influência nas frequências naturais e cargas críticas. Finalmente, nessas condições observa-se um comportamento não linear com perda de capacidade de carga e aumento significativo de deslocamentos,

velocidades e acelerações, evidenciando a necessidade de investigação do comportamento não linear desse tipo de estrutura.

## **Palavras-chave**

Torre estaiada; não linearidade; instabilidade; dinâmica não linear; material elastoplástico; elementos finitos.

## Abstract

Sequeira, Luiz Eduardo Fernandes; Gonçalves, Paulo Batista (Advisor); Roehl, Deane de Mesquita (Co-Advisor). **Influence of cable rupture and plasticity on the nonlinear dynamics of cable-stayed telecommunication towers.** Rio de Janeiro. 195 p. Master Thesis – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro.

The growing use of antennas for data transmission calls for the installation of growing number of high towers, with the cable-stayed towers standing out. These structures are composed of a central mast and several levels of stays. These towers are slender structures and exhibit a highly non-linear behavior under static and dynamic loads, due to the mast-cable interaction and the tower height. The objective of this work is to study the influence of the nonlinearity on the static and dynamic behavior of a cable-stayed tower. For this, finite element models of cable-stayed towers with two levels of pre-tensioned cables are developed. Two cable disposition geometries are considered: fan and parallel. In particular, the effect of the rupture of one or more cables and the elastoplastic behavior of the cable-stayed tower materials on the stability and non-linear vibrations of the structure is investigated. Initially, the linear behavior of the structure is evaluated through the natural frequencies and critical loads. Next, the non-linear equilibrium paths of each model are obtained, applying the concept of modal imperfection. Finally, free and forced damped vibration analysis is performed. For this purpose, responses in time and phase plane, Fourier transforms and spectrographs are used. In all cases, the effect of the loss of cables and the plastification of the elements on the load capacity, stability and displacements of the structure is analyzed in detail. The results demonstrate that the loss of cables and plastification of elements have a great influence on natural frequencies and critical loads. Under such conditions, non-linear behavior with loss of load capacity and significant increase in displacements, velocities and accelerations stand out, and highlight the need for investigation of the nonlinear behavior of this type of structure.

## Keywords

Guyed tower; nonlinearity; instability; nonlinear dynamics; elastic-plastic material; finite elements.

## Sumário

1.Introdução	36
1.1. Apresentação	36
1.2. Motivação	38
1.3. Objetivos	39
1.4.Organização do trabalho	40
2. Fundamentação Teórica	42
2.1. Caracterização de torre estaiada	42
2.2. Revisão Bibliográfica	44
2.3. Modelos simplificados de torre estaiada	46
3. Modelagem Numérica	48
3.1. Aspectos Gerais	48
3.2. Tipos de Modelos	48
3.2.1. Modelo do Mastro Isolado	49
3.2.2. Modelo da Torre Estaiada	50
3.2.3. Modelo Sem Um Cabo	51
3.2.4. Modelo Sem Dois Cabos	52
3.3. Análises por Elementos Finitos	53
3.3.1. Análise Global	54
3.3.2. Análise Linear	54
3.3.3. Caminhos Não-Lineares de Equilíbrio	54
3.3.4. Dinâmica Não-Linear	55
3.3.5. Material Elasto-Plástico	56
3.3.6. Fluxograma	57
4. Análise Linear	59
4.1. Considerações	59
4.2. Validação da modelagem – carga crítica e frequência fundamental da torre	59
4.3. Análise da torre estaiada	62

4.3.1. Carga crítica do Modelo Original	62
4.3.2. Influência do peso próprio dos cabos	66
4.3.3. Frequências naturais do Modelo original	66
4.3.4. Influência da perda de cabos	70
5. Análise do Comportamento Pós-Crítico	73
5.1. Considerações	73
5.2. Validação do modelo	73
5.2.1. Material Elástico	73
5.2.2. Material Elasto-Plástico	74
5.3. Caminhos de Equilíbrio da Torre Estaiada - Material elástico	75
5.3.1. Torre Estaiada com Todos os Cabos	75
5.3.2. Modelo sem um cabo	79
5.3.3. Modelo sem dois cabos mesmo plano	81
5.3.4. Modelo sem dois cabos planos distintos	82
5.4. Material Elasto-plástico	86
5.4.1. Modelo da torre estaiada	87
5.4.2. Modelo sem um cabo	88
5.4.3. Modelo sem dois cabos mesmo plano	91
5.4.4. Modelo sem dois cabos planos diferentes	93
5.5. Influência da lei constitutiva	97
5.5.1. Torre estaiada com todos os cabos	97
5.5.2. Modelo sem um cabo	98
5.5.3. Modelo sem dois cabos no mesmo plano	99
5.5.4. Modelo sem dois cabos planos diferentes	99
6. Dinâmica Não-Linear	101
6.1. Considerações	101
6.2. Material Elástico	101
6.2.1. Vibração livre amortecida	102
6.2.1.1. Torre estaiada com todos os cabos	102
6.2.1.2. Modelo sem um cabo inferior	104
6.2.1.3. Modelo sem um cabo superior	108
6.2.1.4. Modelo sem dois cabos mesmo plano	110

6.2.1.5. Modelo sem dois cabos inferiores	112
6.2.1.6. Modelo sem dois cabos superiores	115
6.2.2. Vibração forçada amortecida	118
6.2.2.1. Torre estaiada com todos os cabos	119
6.2.2.2. Modelo sem um cabo Inferior	123
6.2.2.3. Modelo sem um cabo superior	127
6.2.2.4. Modelo sem dois cabos mesmo plano	130
6.2.2.5. Modelo sem dois cabos inferiores	133
6.2.2.6. Modelo sem dois cabos superiores	136
6.3. Material elasto-plástico	141
6.3.1. Vibração livre amortecida	141
6.3.1.1. Torre estaiada com todos os cabos	141
6.3.1.2. Modelo sem um cabo inferior	143
6.3.1.3. Modelo sem um cabo superior	143
6.3.1.4. Modelo sem dois cabos no mesmo plano	144
6.3.1.5. Modelo sem dois cabos inferiores	144
6.3.1.6. Modelo sem dois cabos superiores	145
6.3.2. Vibração forçada amortecida	145
6.3.2.1. Modelo com todos os cabos	146
6.3.2.2. Modelo Sem um cabo inferior	149
6.3.2.3. Modelo sem um cabo superior	152
6.3.2.4. Modelo sem dois cabos mesmo plano	157
6.3.2.5. Modelo sem dois cabos inferiores	160
6.3.2.6. Modelo sem dois cabos superiores	163
7. Conclusões e Sugestões	167
7.1. Conclusões	167
7.2. Sugestões	169
8. Referências Bibliográficas	170
APÊNDICE	178
APÊNDICE I: DINÂMICA NÃO LINEAR – INCREMENTO DE TEMPO E AMORTECIMENTO	178

APÊNDICE II: DINÂMICA NÃO LINEAR, MATERIAL ELÁSTICO, VIBRAÇÃO LIVRE AMORTECIDA	180
APÊNDICE III: DINÂMICA NÃO LINEAR, MATERIAL ELÁSTICO, VIBRAÇÃO FORÇADA AMORTECIDA	183
APÊNDICE IV: DINÂMICA NÃO LINEAR, MATERIAL ELASTO- PLÁSTICO, VIBRAÇÃO LIVRE AMORTECIDA	190
APÊNDICE V: DINÂMICA NÃO LINEAR, MATERIAL ELASTO- PLÁSTICO, VIBRAÇÃO FORÇADA AMORTECIDA	193



## Lista de figuras

Figura 1.1 – Exemplo de torre estaiada (I), [1], torre autoportante (II), [2], e torre anemométrica (III), [3].	37
Figura 1.2 – Torre KVLV localizada na cidade de Blanchard, Estado da Dakota do Norte, EUA, [4].	37
Figura 1.3 – Colapso de Torre de Rádio em Selma, Alabama – EUA, (I), [7], e torre de telecomunicações em Terra Santa, Pará – Brasil, (II), [8].	39
Figura 2.1 – Modelo esquemático de torre estaiada, composto por dois níveis de estais em cada plano vertical, geometrias tipo leque (I) e paralelo (II).	42
Figura 2.2 – Vista superior de modelo esquemático de torre estaiada.	43
Figura 2.3 – Modelo esquemático de Augusti (I), [32], e pêndulo estaiado (II), [28].	47
Figura 3.1 – Modelo esquemático do mastro.	49
Figura 3.2 – Modelo esquemático Original, tipo leque (I) e paralelo (II).	50
Figura 3.3 – Modelo esquemático sem 1 cabo inferior, tipo leque (I) e paralelo (III), e modelo sem 1 cabo superior, tipo leque (II) e paralelo (IV).	52
Figura 3.4 – Modelo esquemático sem 2 cabos num mesmo plano, tipo leque (I) e paralelo (II).	52
Figura 3.5 – Modelo esquemático sem 2 cabos inferiores, tipo leque (III) e paralelo (V), e modelo sem 2 cabos superiores, tipo leque (IV) e paralelo (VI).	53
Figura 3.6 – Diagrama Tensão x Deformação dos materiais do mastro e estais.	57
Figura 3.7 – Fluxograma dos procedimentos de análise.	58

Figura 4.1 – Teste de convergência para obtenção da carga crítica no modelo original, adotando cabos de diâmetro 48 mm.	63
Figura 4.2 – Configurações de seis modos de flambagem do modelo somente mastro.	64
Figura 4.3 – Configurações de seis modos de flambagem do modelo original, tipo leque (A) e paralelo (B, adotando a bitola do cabo em 48mm.	65
Figura 4.4 - Teste de convergência para obtenção das frequências naturais no modelo original, tipos leque e paralelo, adotando nos cabos a bitola de diâmetro 48 mm.	67
Figura 4.5 – Configurações de dez modos normais de vibração do modelo somente mastro.	69
Figura 4.6 – Configurações de dez modos normais de vibração do modelo original, tipo leque(A) e paralelo(B), adotando a bitola do cabo em 48mm.	69
Figura 4.7 – Configurações do primeiro modo de flambagem do modelo sem um cabo (I,II,III e IV), sem dois cabos mesmo plano (V e VI) e sem dois cabos em planos diferentes (VII, VIII, IX e X). Cabo de 48mm.	72
Figura 4.8 – Configurações do primeiro modo normal de vibração do modelo sem 1 cabo (I,II,III e IV), sem 2 cabos mesmo plano (V e VI) e sem 2 cabos em planos diferentes (VII, VIII, IX e X), adotando a bitola do cabo em 48mm.	72
Figura 5.1 – Modelo de validação – material elástico - Trajetória de equilíbrio do modelo mastro, adotando imperfeição modal de 0,1%.	73
Figura 5.2 – Modelo esquemático para validação da metodologia para material elastoplástico.	74
Figura 5.3 – Modelo de validação – material elastoplástico - Carga x Deslocamento, em unidade inglesa.	75

Figura 5.4 - Trajetória de equilíbrio da torre estaiada de material elástico linear – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 50% e 100%.	76
Figura 5.5 – Curva de sensibilidade a imperfeições da torre estaiada, tipo leque e paralelo, material elástico linear – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 10%,20%, 50% e 100%.	77
Figura 5.6 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico original – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%	78
Figura 5.7 – Deformadas do modelo original, tipo leque, ao longo da trajetória de equilíbrio.	78
Figura 5.8 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico sem 1 cabo inferior – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%	79
Figura 5.9 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico sem 1 cabo superior – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%	79
Figura 5.10 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico sem 1 cabo – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%	80
Figura 5.11 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico original e sem 1 cabo – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%	81
Figura 5.12 - Trajetória de equilíbrio do modelo sem 2 cabos mesmo plano, adotando imperfeição modal de 0,1%, Visão Geral (a) e Visão Ampliada (b).	81
Figura 5.13 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico original, sem 1 cabo e sem 2 cabos mesmo plano – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%	82
Figura 5.14 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico sem 2 cabos inferiores planos diferentes – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%	83
Figura 5.15 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico sem 2 cabos superiores planos diferentes – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%	83

Figura 5.16 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico sem 1 cabo inferior e superior planos diferentes – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%	84
Figura 5.17 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico sem 2 cabos em planos diferentes – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%	84
Figura 5.18 - Trajetória de equilíbrio dos modelos elásticos – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%	85
Figura 5.19 - Trajetória de equilíbrio do modelo elastoplástico original ( $\alpha \times U1/L$ ) e Relação M1/Momento elástico máximo ( $M1/Me \times U1/L$ ) - Imperfeição Modal 100% - Tipo Leque (a) e Paralelo (b).	87
Figura 5.20 - Trajetória de equilíbrio do modelo elastoplástico original ( $\alpha \times U1/L$ ) e Relação M1/Momento elástico máximo ( $M1/Me \times U1/L$ ) - Imperfeição Modal 100% - Tipo Leque (a) e Paralelo (b).	87
Figura 5.21 – Deformadas do modelo original elastoplástico, tipo leque (I e III) e paralelo (II e IV), contendo grandes deslocamentos.	88
Figura 5.22 - Trajetória de equilíbrio do modelo elastoplástico sem 1 cabo inferior ( $\alpha \times U1/L$ ) e Relação M1/Momento elástico máximo ( $M1/Me \times U1/L$ ) - Imperfeição Modal 100% - Tipo Leque (a) e Paralelo (b).	89
Figura 5.23 - Trajetória de equilíbrio do modelo sem um cabo inferior (consolidado), tipo leque (a) e paralelo (b) – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%	89
Figura 5.24 - Trajetória de equilíbrio do modelo sem um cabo superior, tipo leque (a) e paralelo (b) – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%	90
Figura 5.25 - Trajetória de equilíbrio do modelo elastoplástico sem um cabo superior (consolidado) – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%.	90
Figura 5.26 – Deformadas do modelo sem 1 cabo elastoplástico tipo paralelo, sem 1 cabo inferior (I e III) e sem 1 cabo superior (II e IV), contendo grandes deslocamentos.	91

Figura 5.27 - Trajetória de equilíbrio do modelo elastoplástico sem 2 cabos mesmo plano – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%.	92
Figura 5.28 – - Trajetória de equilíbrio do modelo sem 2 cabos mesmo plano(consolidado), tipo leque (a) e paralelo (b) – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%.	92
Figura 5.29 - Deformadas do modelo sem 2 cabos mesmo plano elastoplástico, tipo leque, contendo grandes deslocamentos.	93
Figura 5.30 - Trajetória de equilíbrio do modelo elastoplástico sem 2 cabos inferiores ( $\alpha \times U1/L$ ) e Relação $M1/\text{Momento elástico máximo}$ ( $M1/Me \times U1/L$ ) - Imperfeição Modal 100% - Tipo Leque (a) e Paralelo (b).	93
Figura 5.31 - Trajetória de equilíbrio do modelo sem 2 cabos inferiores (consolidado), tipo leque (a) e paralelo (b) – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%	93
Figura 5.32 - Trajetória de equilíbrio do modelo elastoplástico sem 2 cabos superiores – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%.	94
Figura 5.33 - Trajetória de equilíbrio do modelo sem 2 cabos superiores (consolidado), tipo leque (a) e paralelo (b) – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%	94
Figura 5.34 - Trajetória de equilíbrio do modelo elastoplástico sem 1 cabo inferior e superior ( $\alpha \times U1/L$ ) e Relação $M1/\text{Momento elástico máximo}$ ( $M1/Me \times U1/L$ ) - Imperfeição Modal 100% - Tipo Leque (a) e Paralelo (b).	95
Figura 5.35 – Trajetória de equilíbrio do modelo sem 1 cabo inferior e superior (consolidado), tipo leque (a) e paralelo (b) – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%	96
Figura 5.36 - Deformadas do modelo sem 2 cabos planos diferentes elastoplástico, tipo paralelo, contendo grandes deslocamentos.	96
Figura 5.37 - Trajetória de equilíbrio do modelo original (consolidado) – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%	98

Figura 5.38 - Trajetória de equilíbrio do modelo sem 1 cabo (consolidado) – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%	98
Figura 5.39 - Trajetória de equilíbrio do modelo sem 2 cabos no mesmo plano (consolidado) – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%.	99
Figura 5.40 - Trajetória de equilíbrio do modelo sem 2 cabos mesmo plano (consolidado) – $\alpha \times U1/L$ – Imperfeição Modal 100%	99
Figura 6.1 – Fluxograma das análises realizadas na dinâmica não-linear.	101
Figura 6.2 – Modelo Original – Elástico – Carga de Pulso: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI).	103
Figura 6.3 – Modelo Original – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)	104
Figura 6.4 – Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda do cabo inferior.	105
Figura 6.5 - Modelo sem um cabo inferior – Elástico – Carga de Pulso: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI).	106
Figura 6.6 - Modelo sem um cabo inferior – Elástico – Carga de Pulso: Resposta da velocidade na direção Z no tempo.	107
Figura 6.7 – Modelo Original e sem um cabo inferior – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)	107
Figura 6.8 – Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda do cabo superior.	108
Figura 6.9 - Modelo sem um cabo superior – Elástico – Carga de Pulso: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI).	109

Figura 6.10 – Modelo Original e Sem 1 cabo superior – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)	110
Figura 6.11 – Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda dos dois cabos no mesmo plano.	110
Figura 6.12 - Modelo sem dois cabos mesmo plano – Elástico – Carga de Pulso: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI).	101
Figura 6.13 – Modelo Original e Sem dois cabos no mesmo plano – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)	112
Figura 6.14 - Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda dos dois cabos inferiores.	113
Figura 6.15 – Modelo sem dois cabos inferiores – Elástico – Carga de Pulso: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI)	113
Figura 6.16 – Modelo Original e Sem 2 cabos inferiores – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)	114
Figura 6.17 – Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda dos dois superiores.	115
Figura 6.18 - Modelo sem dois cabos superiores – Elástico – Carga de Pulso: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e velocidade máxima na direção X (II, IV e VI).	116
Figura 6.19 – Modelo Original e Sem 2 cabos superiores – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)	117
Figura 6.20 – Modelo esquemático de aplicação do carregamento harmônico do tipo senoidal.	118

Figura 6.21 - Modelo Original – Elástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI). $\Omega = 6,0$ rad/s (leque) e $5,7$ rad/s (paralelo)	119
Figura 6.22 - Modelo Original – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)	121
Figura 6.23 --- Modelo Original – Elástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo (II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente.	122
Figura 6.24 - Modelo Original – Elástico – Carga Senoidal: Espectrograma dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo (II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente.	123
Figura 6.25 – Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda do cabo inferior.	123
Figura 6.26 - Modelo Sem um cabo inferior – Elástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI). $\Omega = 5,1$ rad/s (leque) e $4,4$ rad/s (paralelo)	124
Figura 6.27 - Modelo Original e Sem 1 cabo inferior – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X).	125
Figura 6.28 – Modelo Sem um cabo inferior – Elástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo (II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN, respectivamente	126
Figura 6.29 – Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda do cabo superior.	127
Figura 6.30 - Modelo Sem um cabo superior – Elástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V)	



e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI). $\Omega = 4,6 \text{ rad/s}$ (leque) e $4,5 \text{ rad/s}$ (paralelo)	128
Figura 6.31 – Modelo Sem um cabo superior – Elástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo (II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente	129
Figura 6.32 - Modelo Original e Sem 1 cabo superior – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X).	129
Figura 6.33 – Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda dos dois cabos no mesmo plano.	130
Figura 6.34 - Modelo Sem dois cabos mesmo plano – Elástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI). $\Omega = 1,2 \text{ rad/s}$ .	131
Figura 6.35 - Modelo Sem dois cabos mesmo plano – Elástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo (II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente	132
Figura 6.36 – Modelo Original e Sem 2 cabos mesmo plano – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)	132
Figura 6.37 – Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda dos dois inferiores.	133
Figura 6.38 - Modelo Sem dois cabos inferiores - Elástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI). $\Omega = 2,4 \text{ rad/s}$ .	134
Figura 6.39 – Modelo Original e Sem 2 cabos inferiores – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)	135

Figura 6.40 - Modelo Sem dois cabos inferiores – Elástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo (II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente.	136
Figura 6.41 – Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda dos dois cabos superiores.	136
Figura 6.42 - Modelo Sem dois cabos superiores - Elástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI). $\Omega = 1,5 \text{ rad/s}$ .	137
Figura 6.43 – Modelo Original e Sem 2 cabos superiores – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)	138
Figura 6.44 - Modelo sem dois cabos superiores – Elástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo (II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m,	139
Figura 6.45 - Modelo Original – Elastoplástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro (I, III e V) e Tensão de von Mises na seção da base do mastro (II, IV e VI).	142
Figura 6.46 - Modelo original e sem um cabo inferior – Elastoplástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro.	143
Figura 6.47 - Modelo Original e sem um cabo superior – Elastoplástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro.	143
Figura 6.48 - Modelo Original e sem dois cabos no mesmo plano – Elastoplástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro.	144

Figura 6.49 - Modelo original e sem dois cabos inferiores – Elastoplástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro.	144
Figura 6.50 - Modelo Original e Sem 2 cabos superiores – Elastoplástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro.	145
Figura 6.51 – Modelo Original: Tensão de von Mises na seção da base da torre	146
Figura 6.52 - Modelo Original – Elastoplástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I e III) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II e VI).	147
Figura 6.53 - Modelo Original – Elastoplástico – Carga Senoidal: Plano de Fase - Velocidade x Deslocamento (Direção X)	147
Figura 6.54 - Modelo Original – Elastoplástico – Carga Senoidal: Momento na direção Z na seção da base da torre (I e III) e Tensão de von Mises na seção da base da torre (II e IV)	148
Figura 6.55 - Modelo Original – Elastoplástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (I e III) e Paralelo (II e IV) para o carregamento no valor de 10 e 20 kN/m, respectivamente.	148
Figura 6.56 - Modelo Original – Elastoplástico – Carga Senoidal: Espectograma dos modelos Leque (I e III) e Paralelo (II e IV) para o carregamento no valor de 10 e 20 kN/m, respectivamente.	149
Figura 6.57 – Modelo sem um cabo inferior: Tensão de Von Mises na seção da base da torre.	150
Figura 6.58 – Modelo sem um cabo inferior – Elastoplástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I e III) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II e VI).	150
Figura 6.59 - Modelo sem um cabo inferior – Elastoplástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos	

Leque (II) e Paralelo (I e III) para o carregamento no valor de 10 e 20 kN/m, respectivamente.	152
Figura 6.60 – Modelo sem um cabo inferior – Elastoplástico – Carga Senoidal: Momento na direção Z na seção da base da torre (I e III) e Tensão de von Mises na seção da base da torre (II e IV).	152
Figura 6.61 - Modelo sem um cabo superior: Tensão de von Mises na seção da base da torre.	153
Figura 6.62 – Modelo sem um cabo superior– Elastoplástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, VI e VI).	153
Figura 6.63 - Modelo sem um cabo superior – Elastoplástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X).	155
Figura 6.64 – Modelo sem um cabo superior – Elastoplástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (I, II e IV) e Paralelo (III e V) para o carregamento no valor de 10 e 20 kN/m, respectivamente.	156
Figura 6.65 - Modelo sem um cabo superior – Elastoplástico – Carga Senoidal: Momento na direção Z na seção da base da torre (I,III e V) e Tensão de von Mises na seção da base da torre (II, IV e VI).	156
Figura 6.66– Modelo sem dois cabos mesmo plano: Tensão de von Mises na seção da base da torre.	157
Figura 6.67 - Modelo sem dois cabos mesmo plano – Elastoplástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I), Resposta da velocidade na direção X no tempo (II) e plano de fase velocidade x deslocamento na direção X (III).	157
Figura 6.68 - Modelo sem dois cabos mesmo plano – Elastoplástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de	

Fourier (FFT) dos modelos Leque (I) e Paralelo (II) para o carregamento no valor de 20 kN/m, e seus respectivos Espectrogramas.	159
Figura 6.69 – Modelo sem dois cabos mesmo plano – Elastoplástico – Carga Senoidal: Momento na direção Z na seção da base da torre (I) e Tensão de von Mises na seção da base da torre (II).	159
Figura 6.70 - Modelo sem dois cabos inferiores: Tensão de von Mises na seção da base da torre.	160
Figura 6.71 – Modelo sem dois cabos inferiores– Elastoplástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I e III) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II e VI).	160
Figura 6.72 - Modelo sem dois cabos inferiores – Elastoplástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (II) e Paralelo (I e III) para o carregamento no valor de 10 e 20 kN/m, respectivamente	162
Figura 6.73 – Modelo sem dois inferiores – Elastoplástico – Carga Senoidal: Momento na direção Z na seção da base da torre (I e III) e Tensão de von Mises na seção da base da torre (II e IV).	162
Figura 6.74 – Modelo sem dois cabos superiores: Tensão de Von Mises na seção da base da torre.	163
Figura 6.75 – Modelo sem dois cabos superiores – Elastoplástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II).	163
Figura 6.76 - Modelo sem dois cabos superiores – Elastoplástico – Carga Senoidal: plano de fase velocidade x deslocamento na direção X.	164
Figura 6.77 – Modelo sem 2 superiores – Elastoplástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (I) e Paralelo (II) para o carregamento no valor de 20 kN/m, e seus respectivos Espectrogramas.	165

Figura 6.78 - Modelo sem dois cabos superiores – Elastoplástico – Carga Senoidal: Momento na direção Z na seção da base da torre (I) e Tensão de von Mises na seção da base da torre (II).	165
Figura A.1 - Modelo sem 1 cabo inferior – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)	180
Figura A.2 - Modelo sem 1 cabo superior – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)	181
Figura A.3 - Modelo sem 2 cabos mesmo plano – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)	181
Figura A.4 - Modelo sem 2 cabos inferiores – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X).	182
Figura A.5 - Modelo sem 2 cabos superiores – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X).	182
Figura A.6 - Modelo Sem 1 cabo inferior – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X).	183
Figura A.7 - Modelo sem 1 cabo inferior – Elástico – Carga Senoidal: Espectograma dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo (II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente.	183
Figura A.8 - Modelo Sem 1 cabo superior – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)	184
Figura A.9 - Modelo sem 1 cabo superior – Elástico – Carga Senoidal: Espectograma dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo (II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente.	185
Figura A.10- Modelo Sem 2 cabos mesmo plano – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X).	186
Figura A.11 - Modelo sem 2 cabos mesmo plano – Elástico – Carga Senoidal: Espectograma dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo	

(II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente	186
Figura A.12 - Modelo Sem 2 cabos inferiores – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)	187
Figura A.13 - Modelo sem 2 cabos inferiores – Elástico – Carga Senoidal: Espectograma dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo (II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente.	187
Figura A.14 - Modelo Sem 2 cabos superiores – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)	188
Figura A.15 - Modelo sem 2 cabos superiores – Elástico – Carga Senoidal: Espectograma dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo (II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente.	189
Figura A.16 - Modelo Sem 1 cabo inferior – Elastoplástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro (I, III e V) e Tensão de Von Mises na seção da base do mastro (II, IV e VI).	190
Figura A.17 - Modelo Sem 1 cabo superior – Elastoplástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro (I, III e V) e Tensão de Von Mises na seção da base do mastro (II, IV e VI).	191
Figura A.18 - Modelo Sem 2 cabos mesmo plano – Elastoplástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro (I, III e V) e Tensão de Von Mises na seção da base do mastro (II, IV e VI)	191
Figura A.19 - Modelo Sem 2 cabos inferiores – Elastoplástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro (I, III e V) e Tensão de Von Mises na seção da base do mastro (II, IV e VI).	192

Figura A.20 - Modelo Sem 2 cabos superiores – Elastoplástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro (I, III e V) e Tensão de Von Mises na seção da base do mastro (II, IV e VI).	192
Figura A.21 - Modelo sem 1 cabo inferior – Elastoplástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)	193
Figura A.22 - Modelo sem 1 cabo inferior – Elastoplástico – Carga Senoidal: Espectograma dos modelos Leque (II) e Paralelo (I e III) para o carregamento no valor de 10 e 20 kN/m, respectivamente.	193
Figura A.23 - Modelo sem 1 cabo superior – Elastoplástico – Carga Senoidal: Espectograma dos modelos Leque (II) e Paralelo (I e III) para o carregamento no valor de 10 e 20 kN/m, respectivamente.	194
Figura A.24 - Modelo sem 2 cabos inferiores – Elastoplástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)	194
Figura A. 25 - Modelo sem 2 cabos inferiores – Elastoplástico – Carga Senoidal: Espectograma dos modelos Leque (I e II) e Paralelo (III) para o carregamento no valor de 10 e 20 kN/m, respectivamente.	195



## Lista de tabelas

Tabela 3.1 – Propriedades dos cabos [38].	51
Tabela 4.1 – Carga Crítica da torre, método analítico e ABAQUS, considerando ou não o peso próprio.	60
Tabela 4.2 – Frequência fundamental da torre, resultado analítico e numérico, sem e com a consideração de peso próprio.	61
Tabela 4.3 - Carga Crítica de Flambagem Elástica em kN para o Modelo Original (Leque e Paralelo), utilizando 5 exemplos de bitolas de cabos.	64
Tabela 4.4 - Carga Crítica de Flambagem Elástica em kN para o Modelo Original (Leque e Paralelo), bitola de cabos em 48mm, considerando ou não o peso dos cabos.	666
Tabela 4.5 - Frequências naturais em Hz para o Modelo Original (Leque e Paralelo), utilizando 5 exemplos de bitolas de cabos.	68
Tabela 4.6 – Cargas críticas de Flambagem Elástica em kN e Frequências naturais em Hz para o Modelo sem 1 cabo (Leque e Paralelo), adotando bitola de cabo em 48mm.	71
Tabela 4.7 – Cargas críticas de Flambagem Elástica em kN e Frequências naturais em Hz para o Modelo sem 2 cabos mesmo plano (Leque e Paralelo), adotando bitola de cabo em 48mm.	71
Tabela 4.8 – Cargas críticas de Flambagem Elástica em kN e Frequências naturais em Hz para o Modelo sem 2 cabos em planos diferentes (Leque e Paralelo), adotando bitola de cabo em 48mm.	71
Tabela 5.1 – Propriedades do modelo elastoplástico analisado por Kondoh e Atluri [50].	74
Tabela 5.2 - Carga crítica em kN para o modelo de mastro isolado e modelo original (torre em leque e paralelo), em regime linear e não linear com imperfeição modal (10, 20, 50 e 100%).	77

Tabela 5.3 – Material Elástico – Cargas críticas adotando a imperfeição modal de 100%.	85
Tabela 5.4 – Material Elastoplástico – Cargas críticas – Imperfeição Modal 100%	97
Tabela 6.1 - Modelo Original – Elástico – Carga de Pulso: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e velocidade máxima na direção X.	103
Tabela 6.2 - Modelo sem um cabo inferior – Elástico – Carga de Pulso: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e velocidade máxima na direção X.	106
Tabela 6.3 - Modelo sem um cabo superior – Elástico – Carga de Pulso: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e velocidade máxima na direção X.	108
Tabela 6.4 - Modelo sem dois cabos no mesmo plano – Elástico – Carga de Pulso: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e velocidade máxima na direção X.	111
Tabela 6.5 - Modelo sem dois cabos inferiores – Elástico – Carga de Pulso: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e velocidade máxima na direção X.	114
Tabela 6.6 - Modelo sem dois cabos superiores – Elástico – Carga de Pulso: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e resposta da velocidade na direção X no tempo.	116
Tabela 6.7 – Modelo Elástico – Carga de Pulso: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e resposta da velocidade na direção X no tempo.	117
Tabela 6.8 – Modelo Original – Elástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e velocidade máxima na direção X.	120

Tabela 6.9 – Modelo sem um cabo inferior – Elástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e velocidade máxima na direção X.	124
Tabela 6.10 – Modelo sem um cabo superior – Elástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e a velocidade máxima na direção X.	128
Tabela 6.11 - Modelo sem dois cabos mesmo plano – Elástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e a velocidade máxima na direção X.	131
Tabela 6.12 - Modelo sem dois cabos inferiores – Elástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e a velocidade máxima na direção X.	134
Tabela 6.13 - Modelo sem dois cabos superiores – Elástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e a velocidade máxima na direção X.	138
Tabela 6.14 – Modelo Elástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e a velocidade máxima na direção X.	140
Tabela 6.15 - Modelo Original – Elastoplástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z atuante na seção da base do mastro no início da plastificação do mesmo, e no início da plastificação de um dos cabos.	142
Tabela 6.16 – Modelo Original – Elastoplástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, resposta da velocidade na direção X no tempo e Momento na direção Z na seção da base da torre no início da plastificação .	146
Tabela 6.17 – Modelo sem um cabo inferior – Elastoplástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, resposta da velocidade na direção	

X no tempo e Momento na direção Z na seção da base da torre no início da plastificação .	151
Tabela 6.18 – Modelo sem um cabo superior – Elastoplástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, resposta da velocidade na direção X no tempo e Momento na direção Z na seção da base da torre no início da plastificação.	154
Tabela 6.19 – Modelo sem dois cabos mesmo plano – Elastoplástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, resposta da velocidade na direção X no tempo e Momento na direção Z na seção da base da torre no início da plastificação .	158
Tabela 6.20 – Modelo sem dois cabos inferiores – Elastoplástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, resposta da velocidade na direção X no tempo e Momento na direção Z na seção da base da torre no início da plastificação .	161
Tabela 6.21 – Modelo sem 2 superiores – Elastoplástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, resposta da velocidade na direção X no tempo e Momento na direção Z na seção da base da torre no início da plastificação .	164
Tabela 6.22 – Modelo Elastoplástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, resposta da velocidade na direção X no tempo e Momento na direção Z na seção da base da torre no início da plastificação.	166
Tabela A.1 – Cálculo dos parâmetros de amortecimento A e B, incluindo a frequência $\Omega$ adotada na carga harmônica senoidal	179

## Lista de Abreviaturas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ASCE	American Society of Civil Engineers
FFT	Transformada Rápida de Fourier
LPF	Load Proportional Factor
MEF	Método dos Elementos Finitos
NBR	Associação Brasileira de Normas Técnicas
UHF	Ultra High Frequency
VHF	Very High Frequency

## Lista de Símbolos

$A$ ,	Parâmetro da taxa de amortecimento da estrutura;
$A_{seção}$ ,	Área da seção transversal;
$M_{pl}$ ,	Momento de plastificação total;
$B$ ,	Parâmetro da taxa de amortecimento da estrutura;
$E$ ,	Módulo de Elasticidade;
$F(t)$ ,	Carga periódica;
$F_o$ ,	Magnitude da força harmônica aplicada;
$I$ ,	Momento de inércia;
$K_i$ ,	Coefficiente de rigidez de mola;
$L$ ,	Comprimento do elemento;
$m$ ,	Massa distribuída por unidade de comprimento;
$M$ ,	Massa concentrada na extremidade no topo da coluna;
$M_1$ ,	Momento atuante na direção X;
$M_3$ ,	Momento atuante na direção Z;
$M_e$ ,	Momento elástico máximo;
$N$ ,	Esforço Normal;
$P$ ,	Carga aplicada;
$P_{cr}$ ,	Carga crítica;
$P_{lim}$ ,	Carga crítica limite;
$q$ ,	Carga distribuída por unidade de comprimento;
$R$ ,	Raio externo;
$R_i$ ,	Raio externo;

$t$ ,	Tempo;
$U1$ ,	Deslocamento na direção do eixo X;
$U3$ ,	Deslocamento na direção do eixo Z;
$V1$ ,	Velocidade na direção do eixo X;
$V3$ ,	Velocidade na direção do eixo Z;
$y$ ,	Distância do eixo da seção até a extremidade;
$Z$ ,	Momento resistente plástico da seção;
$N_{\text{incrementos}}$ ,	Número de incrementos de tempo;
$\sigma_e$ ,	Tensão de escoamento do material;
$\omega_i$ ,	Frequência natural do sistema no modo i;
$\Delta t$ ,	Incremento de tempo;
$\alpha$ ,	Parâmetro alpha para o método de integração Newmark- $\beta$ ;
$\beta$ ,	Parâmetro beta para o método de integração Newmark- $\beta$ ;
$f_i$ ,	Frequências naturais;
$\gamma$ ,	Parâmetro gama para o método de integração Newmark- $\beta$ ;
$\alpha$ ,	Parâmetro adimensional de carga;
$\lambda_i$ ,	Parâmetro da equação característica obtida por problema de autovalor;
$\nu$ ,	Coefficiente de Poisson;
$\rho$ ,	Densidade;
$\sigma$ ,	Tensão atuante na estrutura;
$\phi$ ,	Diâmetro de uma seção do cabo;
$\Omega$ ,	Frequência de excitação da carga harmônica;

# 1

## Introdução

### 1.1.

#### Apresentação

Na história mundial, a sociedade vivenciou diversos acontecimentos e mudanças, muitas vezes abruptas, que tiveram impactos sociais, políticos e econômicos. Em meados do século XX, aconteceu a terceira revolução industrial, com o desenvolvimento constante da eletrônica, da tecnologia da informação e das telecomunicações. Atualmente, diversos pesquisadores afirmam que estamos vivenciando a quarta revolução industrial, também chamada de Indústria 4.0, que é impulsionada, entre diversos assuntos, pela inteligência artificial, big data, mineração de dados e internet das coisas, tornando os aparelhos eletrônicos mais conectados à internet ao passar dos anos.

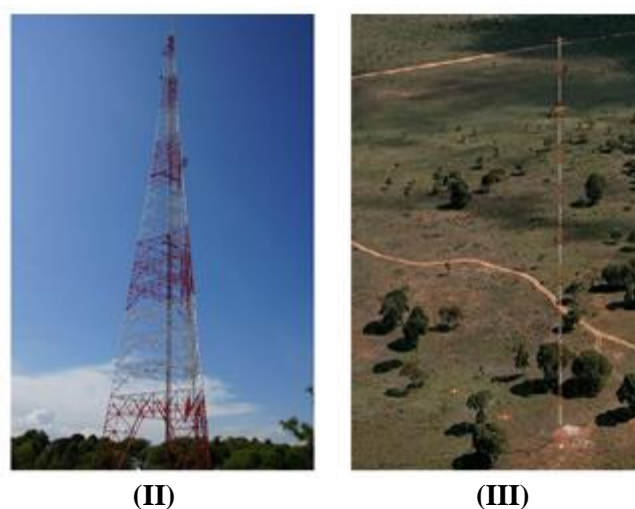
Ambas as terceiras e quartas revoluções industriais possuem em comum o fato de fazerem uso de transmissões de dados. Assim, necessita-se, dentre outros, o uso de antenas para atingir determinado fim. As antenas necessitam estar em cotas elevadas, afastadas de obstruções. A instalação das mesmas em torres se tornou uma solução.

Em relação aos tipos de torre, existem diversos tipos, como, por exemplo as torres estaiadas, autoportantes e anemométricas, Figura 1.1. Dentre esses, as torres estaiadas são usualmente utilizadas na área de telecomunicações, sendo o escopo principal do presente trabalho. Dentre diversas vantagens, as torres estaiadas são estruturas de construção fácil e peso reduzido, o que pode proporcionar menor consumo de aço e custos de construção.



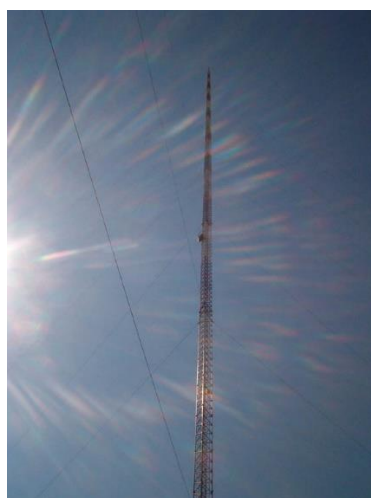
(I)





*Figura 1.1 – Exemplo de torre estaiada (I), [1], torre autoportante (II), [2], e torre anemométrica (III), [3].*

A partir da perspectiva estrutural, as torres estaiadas são estruturas altas e esbeltas, compostas por um mastro e cabos pré-tensionados. Usualmente são estruturas com o mastro apresentando comprimento acima dos 70 m e seus cabos localizados espaçados por ângulos iguais na base da estrutura para gerar uma simetria na distribuição de esforços. O mastro resiste ao seu peso próprio e dos equipamentos, mas na atuação de carregamentos laterais, como carga de vento e terremotos, necessita-se dos cabos para a sua estabilidade. A pré-tensão nos cabos é utilizada a fim de se evitar o afrouxamento dos mesmos. Na Figura 1.2, apresentamos a torre KVLV, localizada na cidade de Blanchard, Estado da Dakota do Norte, Estados Unidos. A mesma é utilizada para transmissão UHF/VHF e possui 628,80 m de altura. Já foi considerada a estrutura mais alta construída pelo homem e exemplifica o conceito de torre estaiada.



*Figura 1.2 – Torre KVLV localizada na cidade de Blanchard, Estado da Dakota do Norte, EUA, [4].*

Devido às características desse tipo de estrutura esbelta, como observamos na Figura 1.2, a mesma apresenta comportamento, estático e dinâmico, não linear, estando suscetível a diversas imperfeições que interferem no seu comportamento. Diversos tipos de carregamento podem atuar na torre, como, por exemplo, vento, cargas sísmicas, gelo, ruptura de cabos, entre outros, ocasionando deslocamento ou rotação das antenas. Esse fato provoca preocupação, pois pode ocasionar a perda de sinal e transmissão de dados, prejudicando a cadeia produtiva. Dessa forma, na elaboração do projeto de torres estaiadas, é recomendável o estudo mais aprofundado do comportamento não linear desse tipo de estrutura. Torres estaiadas são também usadas em outras estruturas como pontes estaiadas, torres de linhas de transmissão de energia e torres eólicas, dentre outras.

## **1.2. Motivação**

Nos tempos atuais, observa-se o uso crescente de torres estaiadas no ramo das telecomunicações para transmissão de dados. Em consequência, na medida que ocorre o aumento na quantidade de construções desse tipo de torre, verificamos o crescimento do número de falhas de ruptura nas mesmas.

Nielsen [5] comenta que a ruptura de cabos é uma das causas mais frequentes do colapso destas estruturas, além de outras, como o efeito de carregamento de gelo, corrosão em componentes e problemas ocasionados pela execução e montagem da estrutura. Laiho [6] apresenta uma lista de colapso em torres estaiadas ocorridas no século passado, separadas por tipo de falha e altura.

Como exemplo, apresenta-se na Figura 1.3 (I) o colapso de uma torre estaiada, utilizada para transmissão de rádio, em Selma, no Estado do Alabama, Estados Unidos. Neste acidente, um trabalhador morreu e outro ficou gravemente ferido. Na Figura 1.3 (II), verificamos o colapso de torre de telecomunicação na cidade de Terra Santa, Estado do Pará, Brasil. A mesma atingiu uma residência, nos quais seus integrantes tiveram ferimentos leves. Neste caso, os serviços de telefonia e internet ficaram indisponíveis.



Figura 1.3 – Colapso de Torre de Rádio em Selma, Alabama – EUA, (I), [7], e torre de telecomunicações em Terra Santa, Pará – Brasil, (II), [8].

Devido à altura e esbeltez de torres estaiadas, além do caráter não linear das forças exercidas pelos cabos, as mesmas estão sujeitas a diversos fenômenos não lineares, tanto estáticos quanto dinâmicos, que interferem em seu comportamento e podem ocasionar seu colapso. Além do prejuízo material e das consequências da paralisação de serviços de telecomunicações, o colapso de torres pode levar a perdas humanas. A prevenção do colapso de torres estaiadas é a motivação desse trabalho.

### 1.3. Objetivos

Essa dissertação está inserida na linha de pesquisa de Instabilidade e Dinâmica das Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio, no qual analisa-se a perda de estabilidade estática e dinâmica e as vibrações não lineares de estruturas. Este trabalho possui como objetivo principal aperfeiçoar o conhecimento a respeito da influência de não linearidade no comportamento, tanto estático quanto dinâmico, de modelo simplificado de torre estaiada. Em particular, deseja-se investigar e quantificar o efeito da perda de um ou mais cabos na resposta da estrutura.

Inicialmente, avaliam-se as frequências naturais e cargas críticas. A seguir, avalia-se o comportamento pós-crítico e sensibilidade a imperfeições do modelo original e com perda de cabos bem como o efeito da plastificação dos elementos na capacidade de carga. Finalmente, desenvolve-se um estudo sobre o comportamento não linear da estrutura quando submetida a carregamento dinâmico, analisando suas vibrações livres e forçadas

usando respostas no tempo e plano de fase, transformadas de Fourier e espectrogramas. Um estudo paramétrico detalhado mostra o efeito da ruptura de cabos e da plastificação nas vibrações não lineares.

#### **1.4. Organização do trabalho**

O presente trabalho constitui-se de sete capítulos, incluindo este de introdução, e cinco apêndices.

O Capítulo 2 apresenta a caracterização de um modelo estrutural de torre estaiada, introduzindo tópicos como as geometrias usuais, disposição dos estais e pré-tensão aplicada nos cabos. Em seguida, apresenta-se uma breve revisão bibliográfica abordando a estática e dinâmica não linear desse tipo de estrutura, incluindo modelos simplificados de torre estaiadas estudadas na literatura.

O Capítulo 3 descreve a modelagem por elementos finitos das torres estaiadas estudadas no trabalho, usando o programa Abaqus. Detalham-se os passos necessários à análise linear através da resolução de problemas de autovalor, obtenção de caminhos não lineares de equilíbrio e imperfeições e dinâmica não linear. Aborda-se também o modelo constitutivo adotado para o comportamento elastoplástico dos materiais.

O Capítulo 4 apresenta os resultados das análises estática e dinâmica lineares dos modelos estruturais propostos, obtendo-se as cargas críticas e modos de flambagem e as frequências naturais e modos de vibração. Esses parâmetros permitem uma melhor compreensão da estrutura e são utilizados como referência nas análises não lineares posteriores.

O Capítulo 5 aborda a resposta estática não linear dos modelos estruturais desenvolvidos. Obtêm-se os caminhos não lineares de equilíbrio e avaliam-se os valores de carga crítica da torre estaiada. Estuda-se o efeito das imperfeições iniciais, ruptura de cabos e plastificação na perda de capacidade de carga da estrutura.

O Capítulo 6 investiga o comportamento dinâmico não linear dos modelos estruturais propostos, analisando a influência da ruptura de cabos na vibração livre e na vibração forçada amortecida. Em seguida, investiga-se o efeito da presença de

deformações plásticas na resposta dinâmica da torre e comparam-se as respostas elástica e elasto-plástica.

O Capítulo 7 traz as conclusões provenientes deste trabalho e sugestões para futuras pesquisas.

No final do trabalho apresentam-se os apêndices. O Apêndice I aborda os dados necessários sobre os incrementos de tempo e amortecimento utilizados nas análises de dinâmica não linear. Os Apêndices II a V fornecem resultados complementares das análises de dinâmica não linear.

## 2 Fundamentação Teórica

Neste capítulo, apresenta-se a torre estaiada adotada neste trabalho. Em adição, apresentam-se alguns trabalhos presentes na literatura relacionados ao comportamento estática e dinâmica não linear desse tipo de estrutura, assim como a adoção de material elasto-plástico.

### 2.1. Caracterização de torre estaiada

O modelo estrutural de uma torre estaiada é composto por um mastro central e seus cabos, tendo estes uma extremidade ancorada no solo e outra fixada no mastro. O mastro pode ser construído com seção tubular cilíndrica ou treliçado. Em relação à disposição dos cabos no espaço, o usual é haver três planos verticais, contendo em cada um deles diversos níveis de estais, Figura 2.1. Neste caso, os planos distam entre si de um ângulo de  $120^\circ$ , gerando uma estrutura com três planos de simetria, Figura 2.2. Em relação à disposição dos cabos, diversas configurações são encontradas, sendo as mais comuns em leque, onde todos os cabos em um plano têm o mesmo ponto de ancoragem no solo, ou paralelo, com distintos pontos de ancoragem. Para torres altas com diversos níveis de estais pode haver diversos tipos de distribuição como, por exemplo, diversos conjuntos em leque. É usual o cabo ligado ao topo da torre ter um ângulo de aproximadamente  $60^\circ$  em relação à base da estrutura, tendo em vista, por um lado, o espaço ocupado pela torre e, por outro lado, o enrijecimento lateral da torre.

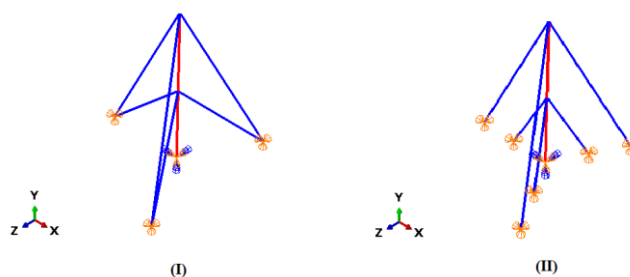


Figura 2.1 – Modelo esquemático de torre estaiada, composto por dois níveis de estais em cada plano vertical, geometrias tipo leque (I) e paralelo (II).

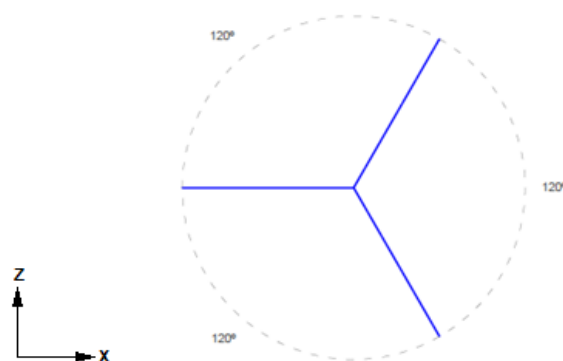


Figura 2.2 – Vista superior de modelo esquemático de torre estaiada.

Na execução de uma torre estaiada, adota-se usualmente uma pré-tensão nos cabos com o intuito de evitar o afrouxamento dos mesmos [9]. A norma canadense recomenda entre 8 e 15% da tensão de ruptura dos cabos [10]. Neste trabalho, adota-se um valor intermediário de 10% da carga de ruptura do cabo. O material usual é aço e é interessante comentar que, já foi relatado o uso do material Kevlar para os cabos, como na Torre de Collserola, na cidade de Barcelona, Espanha [9]. Esse material é uma fibra sintética para-aramida com diversas aplicações, devido a sua alta relação resistência/peso [11].

Em relação às condições de contorno da estrutura, os cabos possuem restrição ao deslocamento nas três direções em seu ponto de ancoragem, e o mastro é engastado em sua base. É importante ressaltar que, em alguns trabalhos da literatura, as torres são rotuladas na base do mastro, tendo somente restrição aos deslocamentos, com o intuito de evitar o surgimento de momento na base. No entanto, o modelo engastado é mais usual em aplicações práticas.

Numa torre estaiada, o peso próprio da estrutura é majoritariamente devido ao mastro central e suportado pelo mesmo. Os carregamentos laterais atuantes na torre, como força de vento, são resistidos em grande parte pelos estais. Os cabos funcionam como espécie de contraventamento ou apoios intermediários, limitando os deslocamentos na estrutura e aumentando sua rigidez. Consequentemente há um aumento na carga crítica e nas frequências naturais.

## 2.2. Revisão Bibliográfica

Torres estaiadas apresentam comportamento eminentemente não linear, não permitindo que o desenvolvimento de uma formulação analítica para o comportamento da mesma seja de fácil obtenção. Diversos trabalhos na literatura buscaram a compreensão desses efeitos não lineares aos quais a torre estaiada está submetida, tanto no campo estático quanto dinâmico. Shi e Salim [12] desenvolveram um estudo das respostas não lineares de torres estaiadas sob carregamentos estáticos e dinâmicos, utilizando o método dos elementos finitos (MEF). Para as análises, os autores utilizaram algoritmos iterativos como o método de Crisfield e método de Newmark Beta. Dois estudos de caso são apresentados, sendo o primeiro uma torre com altura de 50 pés, com aplicação de uma carga pontual no topo do mastro, e o segundo caso uma torre de 328 pés, sob o efeito do terremoto El Centro.

Wahba et al. [13] apresentaram dois modelos de elementos finitos diferentes para analisar torres estaiadas. No primeiro modelo, o mastro é modelado como elemento de treliça tridimensional e os estais com elemento não linear de cabo, apresentando um grande número de graus de liberdade. No segundo modelo, adotou-se um modelo simplificado, sendo o mastro discretizado com elementos de viga-coluna e os estais com elemento não linear de cabo. Os dois modelos foram avaliados usando seis torres existentes sujeitas a uma variedade de combinações de carga envolvendo cargas permanentes, de vento e de gelo. Os resultados são comparados a um modelo simples, mas amplamente utilizado, no qual a torre é modelada como uma viga em suportes elásticos não lineares. As comparações de resposta estrutural incluem tensões nos cabos e mastro.

Pan et al. [14] realizaram uma análise da flambagem elástica de torres estaiadas considerando efeitos de segunda ordem, com o intuito de estabelecer um procedimento de projeto mais rigoroso para torres com um nível de estais. Avaliou-se a influência da força e rigidez dos cabos como um reforço lateral. A torre estaiada é modelada como uma coluna reforçada lateralmente usando um modelo de mola equivalente para a ação dos cabos.

Mirshafiel et al. [15] realizaram uma análise numérica da resposta dinâmica em linhas de transmissão quando sujeitas ao rompimento de cabo e efeito do gelo na estrutura.



Ghafari Oskoei e McClure [16] apresentaram um novo modelo de análise sísmico de torres de telecomunicação estaiadas, que são modeladas como uma viga-coluna contínua com suportes elásticos lineares representando o efeito dos cabos. O objetivo foi que este modelo funcionasse como alternativa a procedimentos de modelagem mais elaborados, além de poder ser usado como rápido monitoramento de vulnerabilidade sísmica em torres existentes. A abordagem foi testada com nove estudos de caso de mastros de telecomunicações reais submetidos a cinco excitações sísmicas. A metodologia foi posteriormente validada com a análise de dois mastros sob os efeitos de 81 terremotos registrados na Califórnia. Abordando também o efeito de sismos em torres, Ismail [17] fornece medições de campo da resposta dinâmica de uma torre estaiada de 138 m localizada na cidade de Qussia, Egito. As medições in situ das vibrações do ambiente da torre são usadas para determinar as frequências naturais dominantes da torre e estas são comparadas com os obtidos por elementos finitos. As medições de campo foram usadas para atualizar o modelo de elementos finitos. São apresentadas avaliações sísmicas e comparação entre os modelos original e atualizado levando em consideração a deterioração dos elementos.

Kahla [18] estudou os efeitos da ruptura de um cabo de uma torre estaiada no deslocamento do mastro, nas tensões dos corpos intactos e nas forças axiais nos membros do mastro sem a pressão do vento. A vibração da estrutura é iniciada por um desequilíbrio de carga no nó do cabo rompido, que se traduz em uma aceleração inicial. A análise é ilustrada com um exemplo de torre estaiada, cujas frequências naturais foram determinadas tanto para a estrutura intacta quanto para as danificadas. Foram determinadas as variações temporais dos deslocamentos do mastro, as tensões das extremidades dos cabos e as forças axiais das barras.

Em relação a estudos sobre a não linearidade do material, Xiang et al. [19] estudaram a resposta elástico-plástica e sua influência na falha dos cabos de aço. Para isto desenvolveram um modelo analítico para caracterização da resposta elasto-plástica para cabos de aço. Lee e McClure [20] realizou uma modelagem numérica para estudar a deformação elasto-plástica de uma torre treliçada e comparou seus resultados com modelo de escala real.

Rao et al. [21] investigaram diferentes tipos de falhas prematuras observadas durante um teste em escala real das torres da linha de transmissão em Chennai. As falhas que foram observadas durante o teste são estudadas e os motivos são discutidos em

detalhes. Os membros da torre são modelados usando viga-coluna e elementos de placa. Diferentes tipos de falhas são modelados usando software de elementos finitos e os resultados analíticos e os resultados do teste são comparados com várias normas. Com base nos resultados dos testes, destaca-se a importância do estudo das falhas e a necessidade de testes de torres de linhas de transmissão é enfatizada. Ushio et al. [22] criaram um modelo de elemento híbrido, utilizando elemento de viga, placa e sólido, para modelar as ligações dos membros em guindastes para melhor compreensão do comportamento dinâmico das mesmas durante um terremoto.

Diversas normas de projeto como ASCE [23], Eurocode [24], norma Britânica [25] e norma Canadense [10] tratam do projeto de torres estaiadas e diversos parâmetros, como, por exemplo, o efeito do vento.

Madugula [26], em seu livro, busca reunir diversos tópicos sobre torres estaiadas, abordando assuntos como a dinâmica dos cabos e mastro, efeitos dinâmicos não lineares dos cabos, catenária, modelagem da análise dinâmica linear e não linear, carregamentos de vento, além de efeitos sísmicos, sendo este um dos raros livros específico de torres estaiadas. Smith [27] apresenta a história das torres estaiadas, suas geometrias, tipos de carregamentos, normas de projeto, detalhes de construção, entre outros tópicos. É importante ressaltar que não existe na literatura muitos livros que abordem o tema específico de torres estaiadas.

### **2.3. Modelos simplificados de torre estaiada**

Existem na literatura alguns trabalhos que buscaram desenvolver modelos simplificados para analisar o comportamento não linear de estruturas semelhantes à torre estaiada. Thompson e Gaspar [28] utilizam um modelo de pêndulo estaiado, composto por uma coluna rígida, contida por três molas lineares. As molas fazem um ângulo de  $45^\circ$  com a coluna e formam um ângulo com horizontal. Aplica-se uma carga vertical no topo da coluna. Este modelo simples consegue ilustrar uma gama de catástrofes umbilicais seguindo os trabalhos de Thom [29] e Zeeman [30], e pode ser usado para ilustrar o comportamento pós-crítico e sensibilidade a imperfeições de torres estaiadas.

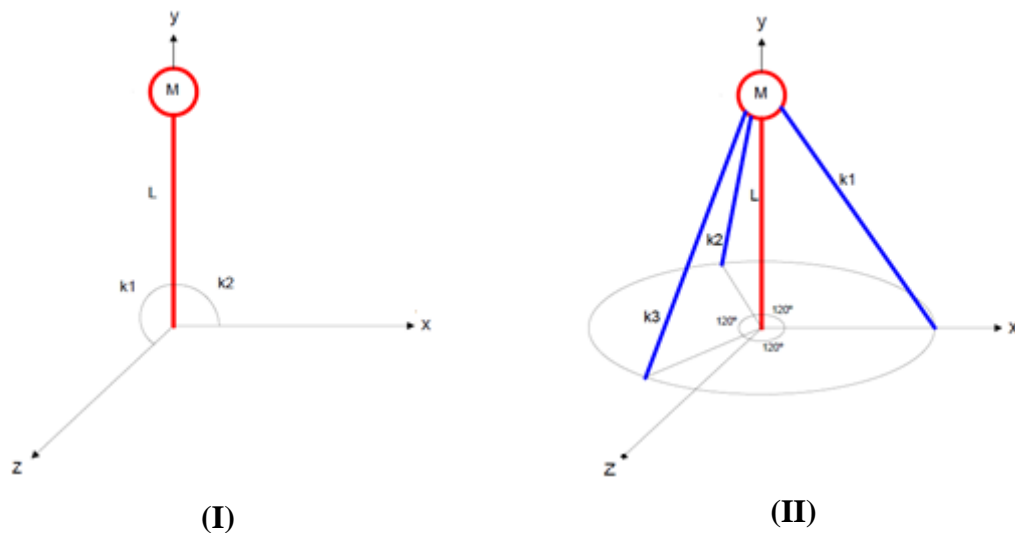


Figura 2.3 – Modelo esquemático de Augusti (I), [32], e pêndulo estaiado (II), [28].

Orlando [31] apresenta um estudo detalhado do comportamento do modelo do pêndulo estaiado [28] e o modelo de Augusti [32], ilustrados na Figura 2.3, com ênfase na dinâmica não linear, instabilidade e controle de vibrações. Ele destaca a influência da interação modal resultante das simetrias do modelo na instabilidade estática e dinâmica da torre estaiada. Os fenômenos não lineares observados no modelo simplificado foram observados nos estudos de Marques [33] e de Pezo et al. [34] no estudo de torres estaiada usando o método de elementos finitos.

Orlando et al. [35] investigam como simetrias e imperfeições geométricas iniciais influenciam a estabilidade dos modos não lineares e a existência de soluções multimodais relacionadas a flambagem instável. Lenci et al. [36] utilizam o modelo do pêndulo estaiado [28] e o modelo de Augusti [32] para ilustrar seu complexo comportamento, em virtude de acoplamentos modais, na presença de cargas estáticas e dinâmicas e propõem mecanismos de controle de vibrações baseada na dinâmica global do sistema.

### **3**

## **Modelagem Numérica**

### **3.1.**

#### **Aspectos Gerais**

Neste capítulo, apresentam-se as informações referentes ao desenvolvimento dos modelos de torre estaiada, assim como os tipos de análises estáticas e dinâmicas executadas, tanto no regime linear quanto no não linear. O método utilizado para as análises é o Método dos Elementos Finitos, sendo aplicado o software comercial ABAQUS, desenvolvido pela empresa Dassault Systèmes [37]. Apresentam-se no final do trabalho apêndices contendo os procedimentos detalhados sobre dados de entrada para os modelos numéricos e execução das análises usando o software ABAQUS.

### **3.2.**

#### **Tipos de Modelos**

Um dos objetivos do trabalho é avaliar a perda de cabos nos resultados. Para isto são estudados quatro modelos de estruturas reticuladas espaciais, a saber: somente o mastro, a estrutura estaiada com todos os cabos, a estrutura estaiada sem um cabo e a estrutura estaiada sem dois cabos. O modelo considerando somente o mastro, sem a presença de cabos, é utilizado para validar do modelo numérico. Os outros três tipos são compostos pelo mastro central e dois níveis de estais (cabos), espaçados por um ângulo de  $120^\circ$  na base da estrutura. Nos modelos sem um cabo ou dois cabos, são excluídos cabos inferiores ou superiores e, no caso de perda de dois cabos, estais no mesmo plano e em dois planos distintos. Para os cabos são adotadas, com base na literatura, dois tipos de distribuição: leque e paralelo.

Madugula [26] comenta que diversos fatores, como, por exemplo, o processo de ruptura do cabo, amortecimento dos estais e mastro, vibração dos estais e mastro, influenciam no comportamento do mastro imediatamente após a ruptura dos cabos e esses são incertos. Dessa forma, uma análise com alto nível de acurácia de uma torre estaiada

após a ruptura de um ou mais cabos não é factível. Madugula [26] propõe uma abordagem simplificada na qual a ruptura do cabo é assumida pela simples eliminação do cabo. Esta proposta é adotada no presente estudo.

### 3.2.1. Modelo do Mastro Isolado

Este modelo é composto somente pelo mastro, sem a utilização de cabos e utilizado com o propósito de validação do modelo. Em relação às propriedades geométricas, o mastro apresenta uma altura de 100 m, seção transversal circular vazada com raio externo  $R$  igual a 0,5 m e espessura de 0,025 m. A torre é feita de aço de densidade  $\rho$  igual a 7.850 kg/m<sup>3</sup>, módulo de elasticidade  $E$  igual  $2,1 \cdot 10^{11}$  N/m<sup>2</sup> e coeficiente de Poisson  $\nu$  igual a 0,3. Em relação às condições de contorno, o mastro é engastado na base, apresentando restrições aos deslocamentos e rotações nas três direções, e livre no topo. O mastro é discretizado com elementos de viga-coluna tridimensionais com três nós, na formulação quadrática, sendo seis graus de liberdade por nó, denominados B32 no software ABAQUS [37]. A Figura 3.1 apresenta uma representação do modelo do mastro, indicando o sistema de coordenadas utilizadas no software ABAQUS.

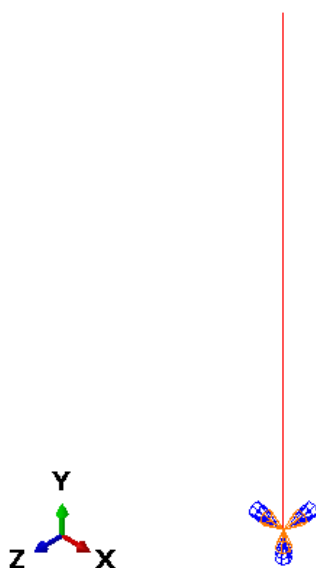


Figura 3.1 – Modelo esquemático do mastro.

### 3.2.2. Modelo de Torre Estaiada

Este modelo é composto pelo mastro, sendo os cabos localizados em três planos simetricamente distribuídos, tendo-se dois níveis de estais (cabos) por plano. Em cada plano os cabos são dispostos em leque ou paralelo. No modelo em leque, os dois cabos, pertencentes ao mesmo plano, possuem a mesma origem na ancoragem, mas apresentam sua outra extremidade fixada em pontos distintos do mastro, tendo assim inclinações distintas. Diferentemente do modelo leque, na distribuição em paralelo os cabos possuem origem em pontos de ancoragem distintos, tendo todos os cabos a mesma inclinação. Nos dois modelos, em cada plano um dos cabos é fixado no topo do mastro, com um ângulo de  $60^\circ$  em relação ao plano horizontal, sendo o outro cabo preso a meia altura do mastro. Os cabos possuem seção transversal circular, sendo diversos diâmetros de cabos considerados na análise com base nos dados disponíveis na literatura e catálogos industriais. A Tabela 3.1 apresenta os diâmetros de cabos utilizados nesse estudo. Os estais são também de aço com densidade  $\rho$  igual a  $7.850 \text{ kg/m}^3$ , módulo de elasticidade  $E$  igual  $1,3 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$  e coeficiente de Poisson  $\nu$  igual a  $0,3$ . Em relação às condições de contorno, o cabo possui em seu ponto de ancoragem restrições aos deslocamentos nas três direções. O cabo é discretizado com elementos de treliça tridimensionais com dois nós, sendo três graus de liberdade cada nó, na formulação linear, denominado T3D2 no software ABAQUS [37], reagindo somente sob a atuação de esforços axiais de tração. Outra possibilidade encontrada na literatura é modelar o cabo como catenária incompleta, curva naturalmente assumida pelo próprio cabo quando submetido ao seu peso próprio. Entretanto, o emprego de elementos de treliça para o cabo protendido é usual na literatura técnica com o módulo de elasticidade levando em conta a curvatura do cabo [26].

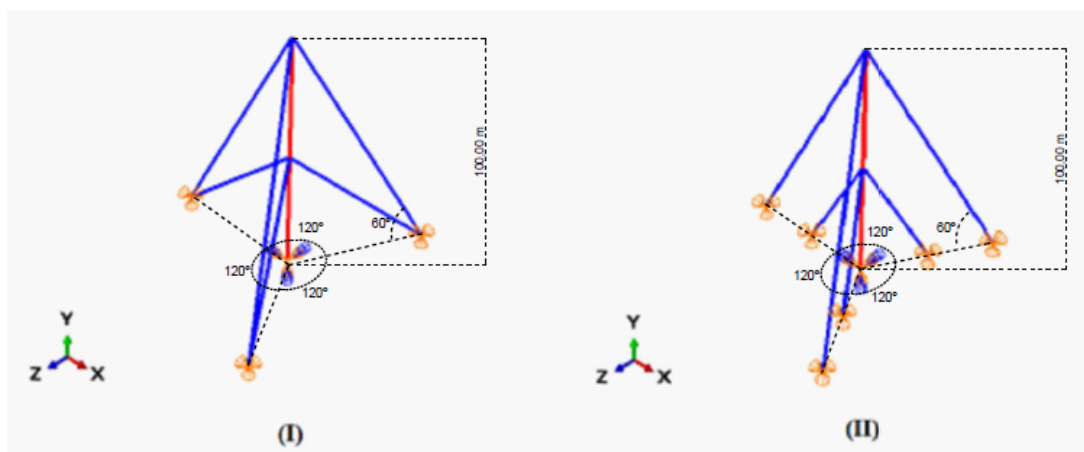


Figura 3.2 – Modelo esquemático Original, tipo leque (I) e paralelo (II).

Segundo a norma canadense [10], recomenda-se como carga de protensão dos cabos um valor entre 8 e 15% da carga de ruptura dos cabos. Nos modelos desenvolvidos, utiliza-se como pré-tensão o valor de 10% da carga de ruptura do cabo, como apresentado na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Propriedades dos cabos [38].

Diâmetro ( $\phi$ )		Carga de Ruptura		Pré-tensão
(in)	(mm)	(lbf)	(kN)	(kN)
5/16	8	8520	37,9	3,8
5/8	16	33400	149,0	14,9
1	26	83600	372,0	37,2
1 1/2	38	184000	818,0	81,8
1 7/8	48	282000	1250,0	125,0

### 3.2.3. Modelo Sem Um Cabo

A diferença entre este modelo e o modelo original é a perda de um cabo inferior ou superior. A Figura 3.3 ilustra os modelos propostos. Em relação às propriedades geométricas, leis constitutivas do material, condições de contorno e tipo de elemento finito, o mastro e os cabos apresentam as mesmas características que o modelo original citado. É importante ressaltar a presença da força de pré-tensão atuante nos cabos, gerando uma perda de simetria na estrutura.

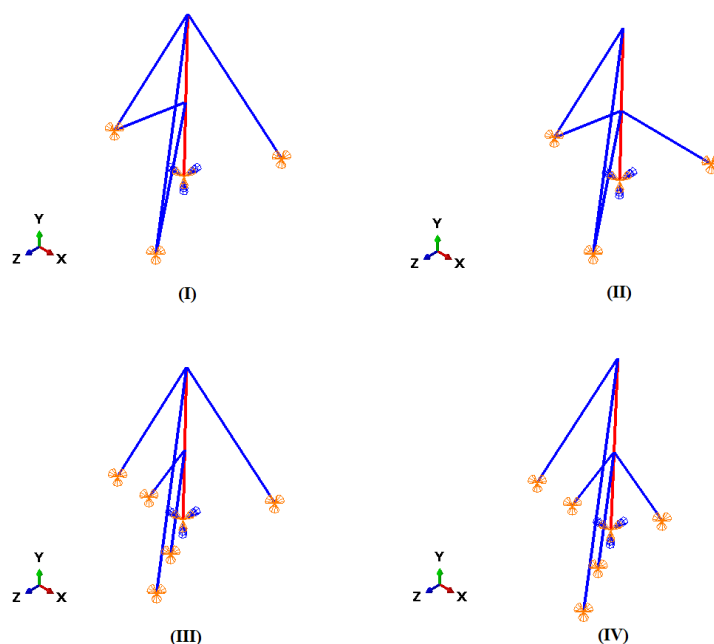


Figura 3.3 – Modelo esquemático sem 1 cabo inferior, tipo leque (I) e paralelo (III), e modelo sem 1 cabo superior, tipo leque (II) e paralelo (IV).

### 3.2.4. Modelo Sem Dois Cabos

Neste caso, podem-se obter diversos tipos de configurações, como a perda dos dois cabos num mesmo plano ou em planos diferentes. Quando ocorre a perda de cabos em planos diferentes, existe a possibilidade de perda dos dois cabos inferiores, dois cabos superiores ou um inferior e outro superior. As Figuras 3.4 e 3.5 ilustram os modelos propostos. Novamente, é importante ressaltar a presença da força de pré-tensão atuante nos cabos.

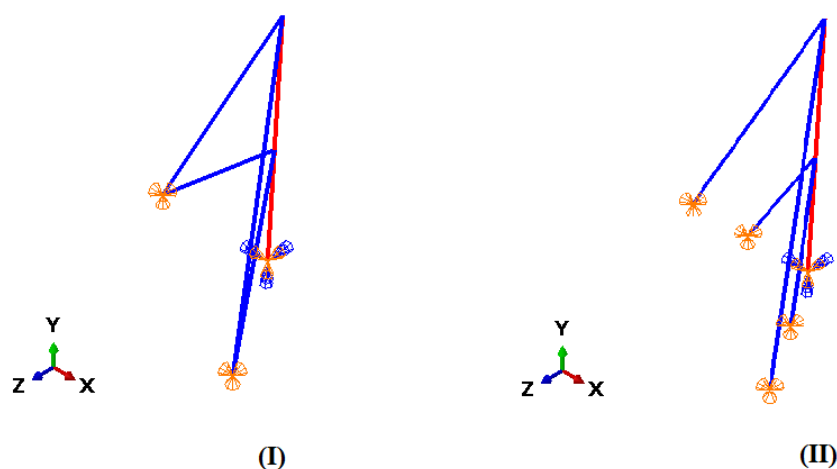


Figura 3.4 – Modelo esquemático sem 2 cabos num mesmo plano, tipo leque (I) e paralelo (II).



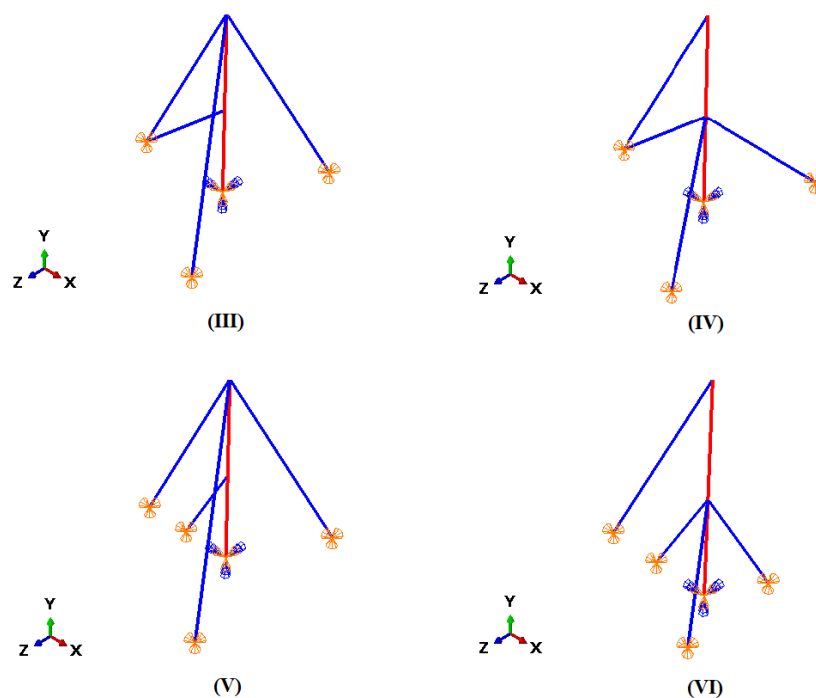


Figura 3.5 – Modelo esquemático sem 2 cabos inferiores, tipo leque (III) e paralelo (V), e modelo sem 2 cabos superiores, tipo leque (IV) e paralelo (VI).

### 3.3. Análises por Elementos Finitos

Nesta seção, descrevem-se os tipos de análises realizados nos modelos estruturais propostos, usando o método de elementos finitos, cujos resultados são apresentados nos capítulos seguintes. Primeiramente, realiza-se para cada modelo uma análise do equilíbrio global, no qual somente atuam o peso próprio da estrutura e a força de pré-tensão nos cabos, a fim de se determinar a posição de equilíbrio inicial a ser usada nas próximas etapas. Na segunda etapa, realiza-se uma análise linear, estática e dinâmica, obtendo as cargas críticas e frequências naturais dos modelos. Na terceira etapa, realiza-se o estudo do comportamento pós-crítico dos modelos e na quarta-etapa, avalia-se o comportamento dinâmico não linear da estrutura, obtendo sua resposta transiente e permanente. Inicialmente consideram-se apenas os efeitos da não linearidade geométrica dos modelos. Numa segunda parte, avaliam-se os efeitos da não linearidade física dos materiais. Dessa forma, reaplicam-se as etapas anteriores, adotando-se um material elasto-plástico.

### **3.3.1. Análise Global**

O primeiro na análise da torre estaiada é determinar a posição de equilíbrio inicial da estrutura, levando em conta o peso próprio do mastro e cabos, além das forças de pré-tensão nos estais. Assim, são captados os efeitos da não linearidade geométrica para as etapas seguintes.

### **3.3.2. Análise Linear**

Após a realização da análise global, determinando a posição de equilíbrio inicial da estrutura, executa-se a análise linear, cujo objetivo é obter as cargas críticas de flambagem elástica e frequências naturais dos modelos. Esses parâmetros são essenciais no desenvolvimento de projetos para o entendimento do comportamento da estrutura, além de serem utilizados nas análises não lineares, como os caminhos pós-críticos e análise dinâmica não linear.

O procedimento para a obtenção das cargas críticas de flambagem elástica é através do módulo Buckle, no software ABAQUS. Inicialmente, aplica-se uma carga vertical unitária para baixo no topo da estrutura. Após a solução do problema de autovalor, o software fornece os autovalores que correspondem às cargas críticas e seus respectivos autovetores, que correspondem aos modos de flambagem. Como a carga de referência é unitária, esses autovalores correspondem aos valores das cargas críticas.

O procedimento para a obtenção das frequências naturais da estrutura é usando o módulo Frequency do software ABAQUS. Após o processamento, o software fornece os autovalores que correspondem às frequências naturais e seus respectivos autovetores, que correspondem aos modos de vibração.

### **3.3.3. Caminhos Não-Lineares de Equilíbrio**

Nesta etapa, o objetivo é a obtenção do caminho pós-crítico da estrutura. O software ABAQUS utiliza o Método de Riks [39], um algoritmo de continuação, para atingir tal fim. É comum, neste tipo de análise, a aplicação de imperfeições geométricas ou de carregamento de modo que o algoritmo possa obter o caminho não linear de

equilíbrio da estrutura levemente imperfeita, já que o programa não faz análise de bifurcação. Se a imperfeição inicial é muito pequena, o caminho obtido se aproxima assintoticamente do caminho da estrutura perfeita, permitindo a identificação do tipo de bifurcação e do comportamento pós-crítico.

A norma ABNT NBR 8800/2008 [40] afirma que as imperfeições geométricas iniciais devem ser tomadas como imperfeição equivalente global igual a  $L/500$  ou local igual a  $L/1000$ , sendo  $L$  o comprimento destravado do membro estrutural [41]. Assim, introduz-se no software a imperfeição modal nos valores de  $L/200$  e  $L/100$ , onde  $L$  é o comprimento do mastro.

O procedimento para a obtenção dos caminhos não lineares de equilíbrio é dividido em duas etapas. Primeiramente, o software executa o comando Buckle, como mencionado na análise linear. Os autovetores são normalizados de forma que o deslocamento horizontal máximo da estrutura é igual a um. Num segundo momento, o programa ABAQUS executa a análise Static Riks (Método de Riks) tendo por base a imperfeição modal escolhida. Assim, o valor desse deslocamento horizontal máximo se torna o valor da imperfeição.

Após o processamento do software, o mesmo apresenta os resultados na forma *LPF* (em inglês: *Load Proportional Factor*), ou seja, um fator de carga. A fim de facilitar a visualização dos gráficos obtidos, adota-se como eixo das ordenadas um parâmetro adimensional de carga vertical  $\alpha$ , com base na carga crítica de Euler, dado por:

$$\alpha = \frac{PL^2}{EI} \quad (3.1)$$

Onde:  $P$  é a carga aplicada,  $L$  é o comprimento do mastro,  $E$  é o módulo de elasticidade do material e  $I$  é o momento de Inércia.

### **3.3.4. Dinâmica Não-Linear**

Nesta etapa, o objetivo é compreender o comportamento dinâmico não linear dos modelos propostos. Para a realização desse tipo de análise no software ABAQUS, é necessário usar o módulo Dynamic, Implicit. Neste item, informa-se o tempo total de integração e o tamanho do incremento de tempo, sendo este definido em função da

frequência natural da estrutura. Dados mais detalhados dessa etapa encontram-se no Apêndice I.

Adota-se como método de integração o método de Newmark- $\beta$ . Para uso do método devem ser fornecidos os valores dos parâmetros alpha, beta e gamma a fim de minimizar o amortecimento numérico, evitando a propagação de erros. Os valores adotados são  $\alpha=0$ ,  $\beta=0,03025$  e  $\gamma=0,6$ , recomendados por Hilber et al. [42].

Esta etapa é dividida em duas partes: vibração livre amortecida e vibração forçada amortecida. Na vibração livre amortecida, é aplicada uma carga de pulso uniformemente distribuída ao longo do mastro, na direção X, com duração de 0,05 segundos, para criar uma excitação inicial compatível com a estrutura. Na vibração forçada amortecida, é aplicado ao longo do mastro um carregamento uniformemente distribuído com variação harmônica no tempo dado por:

$$F(t) = F_0 * \sin(\Omega t) \quad (8)$$

Onde  $F_0$  (kN/m) é a magnitude da força e  $\Omega$ , a frequência de excitação.

Um passo relevante é a definição do amortecimento referente ao material do mastro e estais. É utilizado o amortecimento proporcional de Rayleigh  $\xi$ , no valor de 1%. No software ABAQUS, a taxa de amortecimento é introduzida através dos parâmetros A e B, os quais multiplicam, respectivamente, as matrizes de massa e rigidez e são calculados em função das frequências naturais da estrutura [43].

Após o processamento, pode-se obter a variação dos deslocamentos e velocidades no tempo e os respectivos planos de fase. Além desses resultados, é possível realizar a partir do arquivo obtido da integração numérica a Transformada Rápida de Fourier e o Espectrograma, com o auxílio do software Matlab, desenvolvido pela empresa MathWorks [44].

### **3.3.5. Material Elasto-Plástico**

Após a realização da análise linear, caminho pós-crítico e dinâmica não linear nos modelos original e com perda de cabos, considerando o material elástico linear, busca-se avaliar o efeito da plastificação do mastro e estais na resposta da estrutura.

O material é considerado elástico-perfeitamente plástico, que é uma lei constitutiva apropriada para os aços empregados em torres estaiadas. Em relação ao material do mastro, este apresenta tensão de escoamento de 250 MPa e o material dos estais possuem tensão de escoamento de 690 MPa, [45]. A Figura 3.6 apresenta a relação tensão-deformação dos materiais do mastro e cabos.

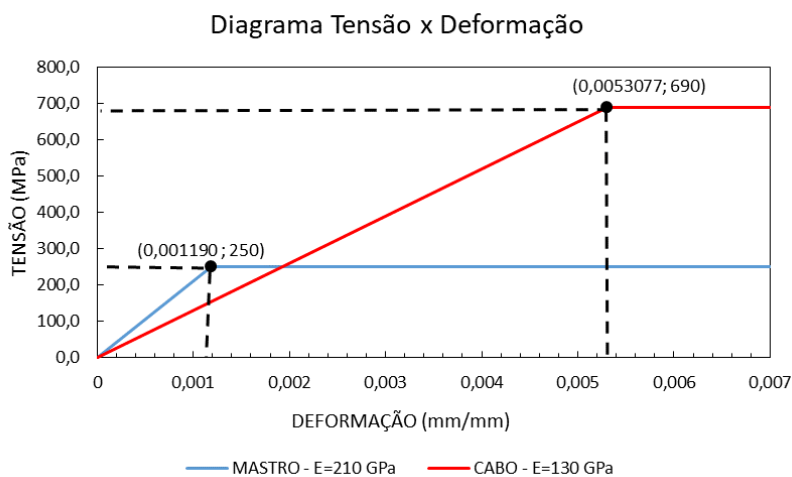


Figura 3.6 – Diagrama Tensão x Deformação dos materiais do mastro e estais.

### 3.3.6 Fluxograma

A Figura 3.7 apresenta o fluxograma com os procedimentos de análise realizados neste trabalho.

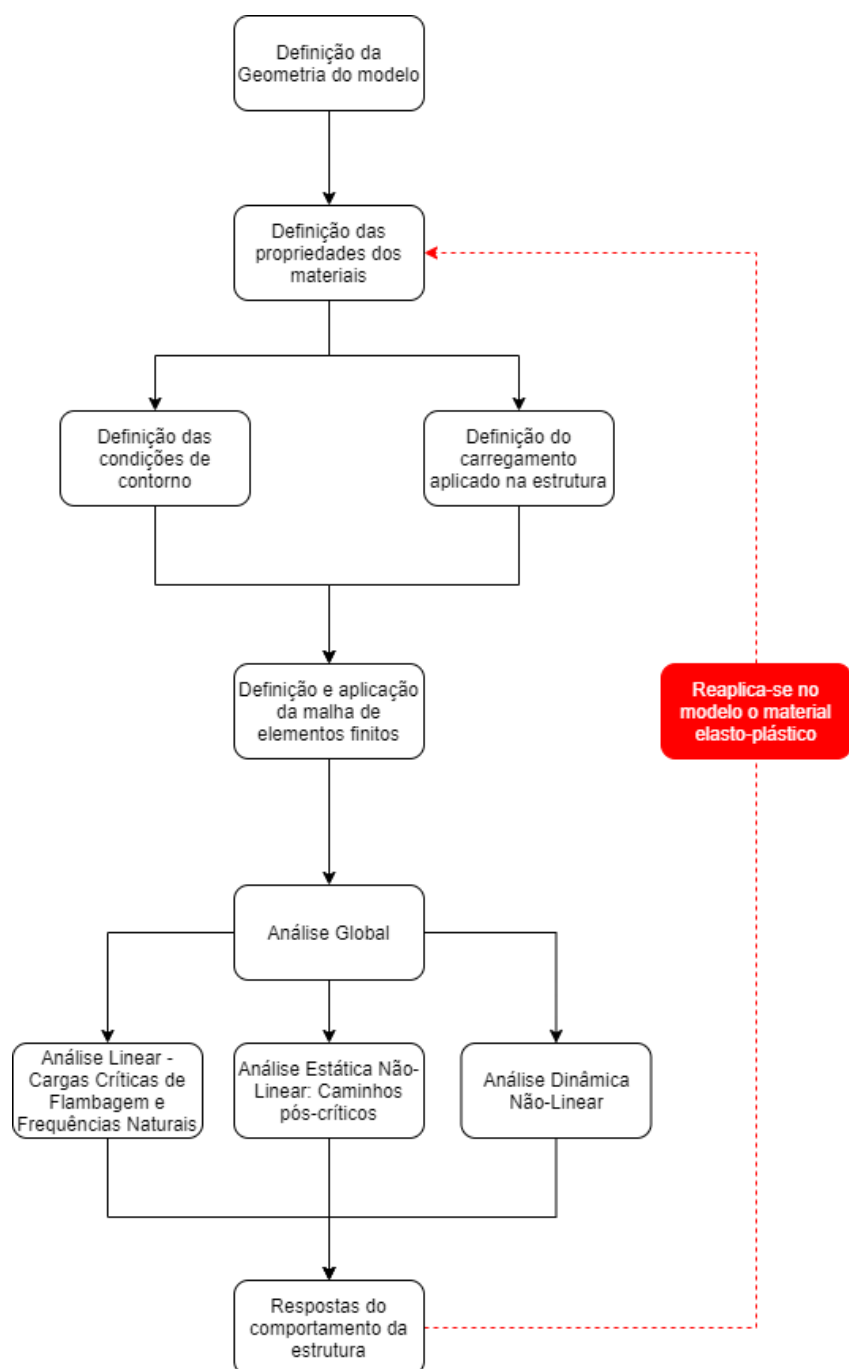


Figura 3.7 – Fluxograma dos procedimentos de análise.

## **4**

### **Análise Linear**

#### **4.1.**

##### **Considerações**

Neste capítulo, apresentam-se os resultados da análise linear, estática e dinâmica, cujo objetivo é a obtenção das cargas críticas de flambagem elástica e frequências naturais dos modelos estruturais. Esses parâmetros, além de permitirem a avaliação do comportamento da estrutura, serão usados como referência nas análises não lineares desenvolvidas nos capítulos seguintes.

Primeiramente, este capítulo inicia-se pela validação da metodologia de análise, utilizando-se o mastro modelado como uma coluna engastada e livre. Posteriormente, analisa-se a influência do tipo de distribuição adotada para os cabos (leque ou paralelo) no modelo original da torre estaiada. Verifica-se também o comportamento para diferentes bitolas de cabos e a influência da consideração ou não do seu peso próprio. A seguir, analisa-se o efeito da perda de cabos no comportamento da torre estaiada, adotando para efeito de comparação uma bitola de 48mm para os estais.

#### **4.2.**

##### **Validação da modelagem – carga crítica e frequência fundamental da torre**

O objetivo desse item é a obtenção das cargas críticas de flambagem elástica e frequências naturais da torre pelo software ABAQUS e compará-los com valores analíticos encontrados na literatura. O mastro é modelado como uma coluna engastada na base e livre em sua outra extremidade. As propriedades do modelo já foram citadas no item 3.2.1.

Em relação à carga crítica de flambagem elástica, na literatura, Timoshenko e Gere [46] apresentam que, o valor analítico da carga crítica de uma coluna engastada na base e livre na sua outra extremidade, sob efeito unicamente de uma carga compressiva  $P$  aplicada no topo da coluna, sem considerar o peso próprio, é dada por:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2} \quad (4.1)$$

Timoshenko e Gere [46] indicam que, quando se acrescenta a essa coluna prismática uma carga distribuída  $q$  ao longo de seu comprimento  $L$ , representando seu peso próprio, a carga crítica pode ser obtida de forma aproximada assumindo que o efeito da carga do peso é equivalente ao de um carregamento igual a  $0,3qL$  aplicado no topo da coluna. Assim a carga crítica, considerando o peso próprio, é dada por

$$P_{cr} \approx \frac{\pi^2 EI}{4L^2} - 0,3qL \quad (4.2)$$

Os valores obtidos pelo software ABAQUS para a carga crítica do modelo sem e com peso próprio, são apresentados na Tabela 4.1 e comparados com os resultados analíticos. Observa-se a importância do peso próprio na capacidade de carga deste tipo de estrutura, em função da grande altura da torre ( $L=100$  m), provocando um decréscimo de 38% no valor da carga crítica de flambagem, o que resulta em um decréscimo significativo na rigidez efetiva da estrutura. Assim, conclui-se que a consideração do efeito do peso próprio é imprescindível na análise destas estruturas.

Tabela 4.1 – Carga Crítica da torre, método analítico e ABAQUS, considerando ou não o peso próprio.

	Carga Crítica (kN)		
	Analítico	ABAQUS	Variação
<b>SEM PESO PRÓPRIO</b>	471,80	471,61	0,04%
<b>COM PESO PRÓPRIO</b>	294,89	292,45	0,83%

Em relação às frequências naturais, Blevins [47] deduz uma expressão analítica para obtenção das frequências naturais de vigas engastadas e livres, sendo estas dadas por:

$$f_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \left( \frac{EI}{m} \right)^{\frac{1}{2}}; i = 1, 2, 3, \dots \quad (4.3)$$

Sendo:  $f_i$  a  $i$ -ésima frequência de vibração em Hz;  $m$  a massa por unidade de comprimento ( $m = \rho * A_{seção}$ , sendo  $A_{seção}$ , a área da seção transversal) e  $\lambda_i$  é a  $i$ -ésima



raiz da equação característica obtido do problema de autovalor. A primeira raiz, relativa à frequência fundamental, é igual 1,87510407 [47].

Jurjo [48] desenvolve uma fórmula para obter a frequência fundamental da estrutura quando considerado o peso próprio de forma distribuída ao longo da coluna, que é dada por:

$$f_1 = \frac{0,0009755256162}{2\pi mL^2 \times 10^{11}EI} \left( \sqrt{m(0,522398204 \times 10^9 qL^3 + 0,3088478529 - 1\sqrt{0,1276350973 \times 10^{18} q^2 L^6 + 0,2106761186 \times 10^{20} EI qL^3 + 0,8750008982 \times 10^{21} EI^2})} \right) \quad (4.4)$$

Os valores obtidos pelo software ABAQUS para a frequência fundamental da torre, sem e com peso próprio, são apresentados na Tabela 4.2 e comparados com os resultados analíticos. Observa-se mais uma vez o efeito significativo do peso próprio levando a um decréscimo de 28% na frequência fundamental. Cabe observar o valor extremamente baixo da frequência fundamental, levando a um período fundamental de 12.87s, o que pode causar problemas graves de transmissão de sinais e vibrações excessivas sob cargas ambientais. Os cabos têm por objetivo minorar estes problemas, enrijecendo a estrutura.

Tabela 4.2 – Frequência fundamental da torre, resultado analítico e numérico, sem e com a consideração de peso próprio.

	Frequência Fundamental (Hz)		
	Analítico	ABAQUS	Variação
<b>SEM PESO PRÓPRIO</b>	0,0998	0,0996	0,20%
<b>COM PESO PRÓPRIO</b>	0,0745	0,0777	-4,30%

A partir dos dados nas Tabelas 4.1 e 4.2, verifica-se que os valores obtidos pela metodologia de modelagem do software ABAQUS concordam com os valores analíticos presentes na literatura, com diferenças aceitáveis. Esses dados validam a metodologia da modelagem para obtenção das cargas críticas de flambagem elástica e frequências naturais. Em adição, notamos que, quando aplicamos o peso próprio na estrutura, tanto a carga crítica quanto a frequência fundamental possuem valor consideravelmente inferior quando comparado no caso de ausência do peso próprio. Isso demonstra a importância do peso próprio na determinação da carga crítica de flambagem elástica de torres de grande

altura e suas frequências naturais. Assim nos próximos itens considera-se sempre o efeito do peso próprio da estrutura.

### 4.3.

### Análise da torre estaiada

#### 4.3.1.

#### Carga crítica do Modelo Original

Inicialmente realiza-se um estudo de convergência a fim de verificar o número adequado de elementos a serem adotados na discretização do mastro. Na Figura 4.1 apresenta-se este estudo, adotando como exemplo uma bitola de estais de 48mm. Observa-se na Figura 4.1 que, a partir da discretização em 20 elementos, atinge-se a convergência. Assim, esse número foi adotado nos modelos estudados, diminuindo o esforço computacional.

Na Tabela 4.3, apresentam-se as seis primeiras cargas de bifurcação da torre estaiada, utilizando as distribuições de cabos em leque e paralelo. Adotaram-se cinco valores para a bitola dos estais. Verifica-se que, em virtude das simetrias da estrutura, como demonstrado por Orlando et al. [35] para o modelo de Augusti, as cargas de bifurcação ocorrem em pares. Assim existem dois modos com a mesma carga crítica ( $P_{cr1} = P_{cr2}$ ). Isto pode levar a problemas devidos ao acoplamento não linear entre os dois primeiros modos [31,35], como se observará no capítulo seguinte. Observa-se o crescimento acentuado da carga crítica com o aumento do diâmetro dos cabos, demonstrando sua importância na estabilização da torre. Cabe ressaltar que os cabos funcionam como restrições laterais, o que aumenta a carga crítica da estrutura. Comparando por exemplo a carga crítica da torre ( $P_{cr} = 292,45kN$ , Tabela 4.1) com os valores apresentados na Tabela 4.3, observa-se um aumento de 575% para  $\phi=8mm$  e cabos em leque ( $P_{cr} = 1975,90kN$ ) e de 3050% para  $\phi=48mm$  e cabos em leque ( $P_{cr} = 9214,75kN$ ).

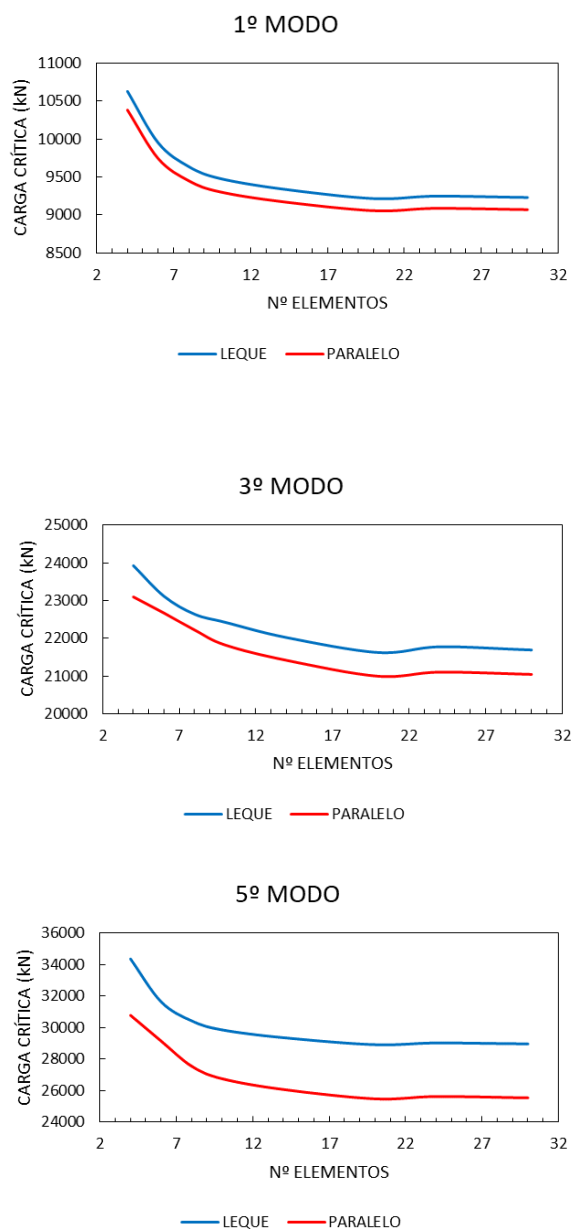


Figura 4.1 – Teste de convergência para obtenção da carga crítica no modelo original, adotando cabos de diâmetro 48 mm.

Tabela 4.3 - Carga Crítica de Flambagem Elástica em kN para o Modelo Original (Leque e Paralelo), utilizando 5 exemplos de bitolas de cabos.

Modelo Original - Carga Crítica (kN)							
$\phi$ (mm)	Modelo	Modo					
		1	2	3	4	5	6
8	Leque	1975,90	1975,90	6240,23	6240,23	12588,80	12588,80
	Paralelo	1956,93	1956,93	5464,34	5464,34	12083,90	12083,90
16	Leque	4439,41	4439,41	9410,01	9410,01	20851,30	20851,30
	Paralelo	4246,76	4246,76	9137,95	9137,95	17036,30	17036,30
26	Leque	7709,17	7709,17	11382,00	11382,00	22817,30	22817,30
	Paralelo	6975,44	6975,44	11196,10	11196,10	22582,30	22582,30
38	Leque	9009,16	9009,16	17805,50	17805,50	23776,70	23776,70
	Paralelo	8680,16	8680,16	16018,50	16018,50	23241,60	23241,60
48	Leque	9214,75	9214,75	21622,90	21622,90	28903,40	28903,40
	Paralelo	9055,48	9055,48	20994,90	20994,90	25463,50	25463,50

Na Figura 4.2 apresentam-se os seis primeiros modos de bifurcação do mastro, enquanto a Figura 4.3 ilustra os seis primeiros modos de bifurcação da torre estaiada com cabos em leque e paralelo. Adota-se como bitola padrão dos cabos o diâmetro de 48mm. Comparando-se as duas figuras, observa-se a grande influência dos cabos no modo de flambagem, com os cabos agindo como apoios intermediários, o que leva ao aumento da carga crítica.

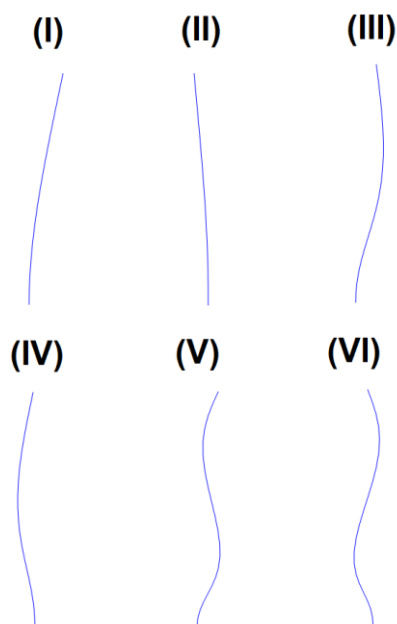


Figura 4.2 – Configurações de seis modos de flambagem do modelo somente mastro.

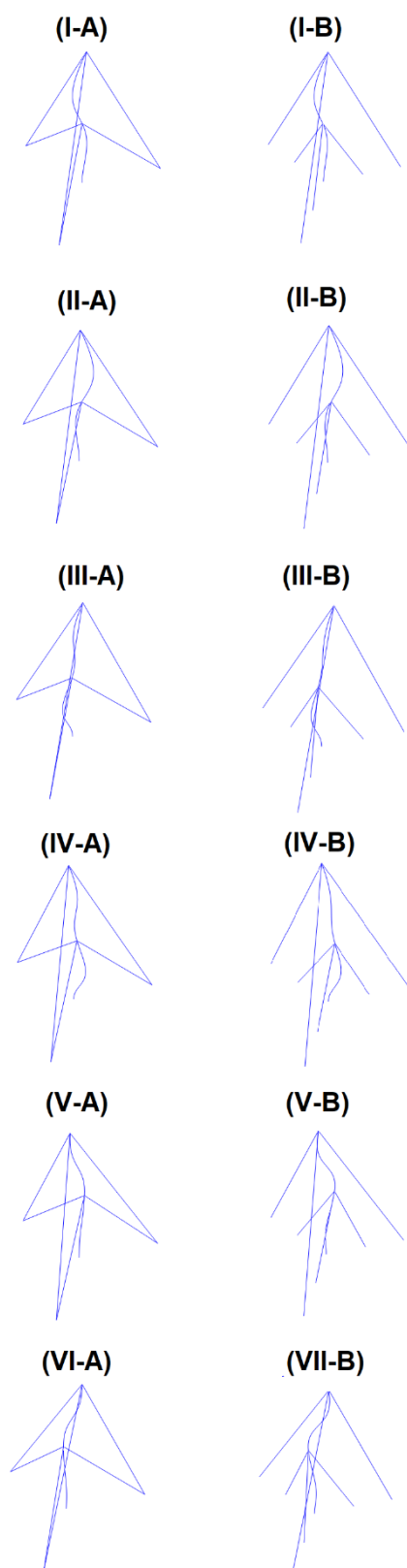


Figura 4.3 – Configurações de seis modos de flambagem do modelo original, tipo leque (A) e paralelo (B, adotando a bitola do cabo em 48mm).

### 4.3.2. Influência do peso próprio dos cabos

A fim de avaliar se o peso próprio dos cabos influencia os valores de carga crítica de flambagem elástica, apresenta-se na Tabela 4.4. Nota-se que, quando acrescentamos o peso próprio dos cabos, o valor da carga crítica diminui em aproximadamente 2%, demonstrando a relevância do peso próprio dos cabos é bem menor que a do peso próprio da torre. Por consistência, o peso de toda a estrutura é sempre considerado nos capítulos seguintes.

*Tabela 4.4 - Carga Crítica de Flambagem Elástica em kN para o Modelo Original (Leque e Paralelo), bitola de cabos em 48mm, considerando ou não o peso dos cabos.*

$\phi = 48 \text{ mm}$   Modelo Original - Carga Crítica (kN)				
Modo	Leque		Paralelo	
	Sem Peso - Cabos	Com Peso - Cabos	Sem Peso - Cabos	Com Peso - Cabos
1	9398,50	9214,75	9228,18	9055,48
2	9398,50	9214,75	9228,18	9055,48
3	21954,80	21622,90	21326,30	20994,90
4	21954,80	21622,90	21326,30	20994,90
5	29093,90	28903,40	25687,90	25463,50
6	29093,90	28903,40	25687,90	25463,50

### 4.3.3. Frequências naturais do Modelo original

Assim como no item 4.3.1, realiza-se um estudo de convergência a fim de se verificar o número adequado de elementos a serem adotados na discretização da torre. Na Figura 4.4 apresentam-se os resultados, adotando como exemplo uma bitola de 48mm para os cabos. Em virtude da simetria, apresenta-se a convergência do 1°, 3°, 5°, 7° e 9° modo de vibração. Observa-se na Figura 4.4 que, a discretização em 20 elementos pode ser considerada. Portanto, esse número foi adotado nos modelos estudados.

Em relação à Figura 4.4, nota-se que a convergência por baixo do 3°, 5° e 7° modo pode ser explicada pelo fato da matriz de massa do modelo adotar massas nodais concentradas, não considerando a inércia rotacional. Cabe destacar que o efeito de cisalhamento não foi considerado.

Na Tabela 4.5, mostram-se as dez primeiras frequências naturais da torre estaiada. Novamente observa-se o efeito simetrias da estrutura, tendo sempre dois modos com a

mesma frequência. Isto pode levar a problemas de ressonância interna 1:1, como demonstrado por Orlando et al. [35] para o modelo de Augusti. Observa-se o crescimento acentuado das frequências naturais com o diâmetro dos cabos, demonstrando sua importância no enrijecimento da estrutura. Comparando por exemplo a frequência fundamental da torre ( $f_1 = 0,0777\text{Hz}$ , Tabela 4.2) com os valores apresentados na Tabela 5, observa-se um aumento de 201% para  $\phi=8\text{mm}$  e cabos em leque ( $f_1 = 0,2339\text{Hz}$ ,  $T_1 = 4,47\text{s}$ ) e de 1146% para  $\phi=48\text{mm}$  e cabos em leque ( $f_1 = 0,9680\text{Hz}$ ,  $T_1 = 1,03\text{s}$ ). Mesmo assim as frequências continuam muito baixas, o que pode levar a vibrações excessivas sob cargas de vento e a necessidade de uma análise dinâmica da estrutura.

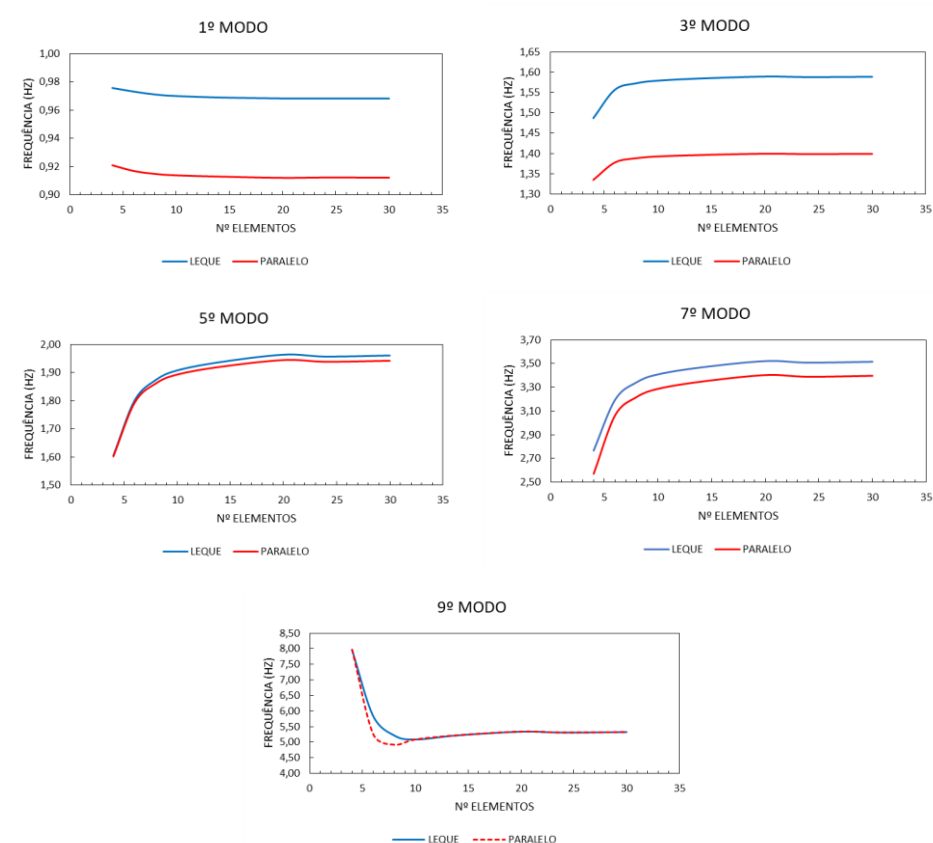


Figura 4.4 - Teste de convergência para obtenção das frequências naturais no modelo original, tipos leque e paralelo, adotando nos cabos a bitola de diâmetro 48 mm.

Tabela 4.5 - Frequências naturais em Hz para o Modelo Original (Leque e Paralelo), utilizando 5 exemplos de bitolas de cabos.

Modelo Original - Frequência (Hz)											
$\phi$	Modelo	Modo									
(mm)		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	Leque	0,2339	0,2339	0,6792	0,6792	1,7300	1,7300	3,3877	3,3877	5,5733	5,5733
	Paralelo	0,2197	0,2197	0,6602	0,6602	1,7299	1,7299	3,3844	3,3844	5,5733	5,5733
16	Leque	0,4338	0,4338	0,8532	0,8532	1,7463	1,7463	3,3973	3,3973	5,5446	5,5446
	Paralelo	0,3991	0,3991	0,7960	0,7960	1,7461	1,7461	3,3842	3,3842	5,5443	5,5443
26	Leque	0,6537	0,6537	1,1147	1,1147	1,7850	1,7850	3,4201	3,4201	5,4893	5,4893
	Paralelo	0,5966	0,5966	1,0072	1,0072	1,7843	1,7843	3,3856	3,3856	5,4887	5,4887
38	Leque	0,8540	0,8540	1,4043	1,4043	1,8633	1,8633	3,4647	3,4647	5,4070	5,4070
	Paralelo	0,7900	0,7900	1,2413	1,2413	1,8583	1,8583	3,3907	3,3907	5,4055	5,4055
48	Leque	0,9680	0,9680	1,5891	1,5891	1,9631	1,9631	3,5206	3,5206	5,3378	5,3378
	Paralelo	0,9120	0,9120	1,3993	1,3993	1,9441	1,9441	3,4025	3,4025	5,3352	5,3352

Quanto à disposição dos cabos, a partir da análise das Tabelas 4.3 e 4.5, verifica-se que, o modelo com cabos em leque apresenta cargas críticas e frequências naturais com valores acima das do modelo com cabos em paralelo. Isso demonstra que o modelo leque possui uma rigidez maior do que o modelo paralelo.

Em adição, apresentam-se os modos normais de vibração do mastro (Figura 4.5) e da torre estaiada com cabos em leque e paralelo (Figura 4.6). Adota-se como bitola padrão dos cabos o diâmetro de 48mm.



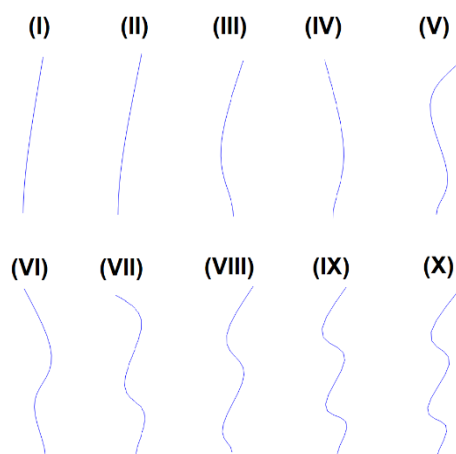


Figura 4.5 – Configurações de dez modos normais de vibração do modelo somente mastro.

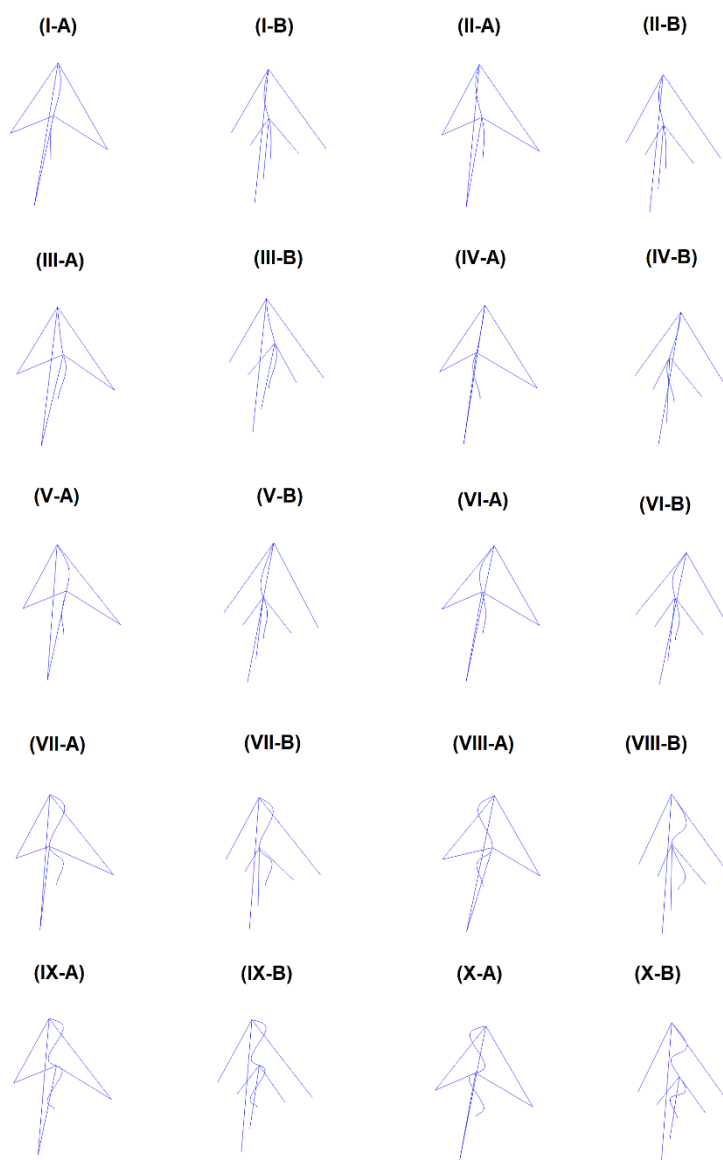


Figura 4.6 – Configurações de dez modos normais de vibração do modelo original, tipo leque(A) e paralelo(B), adotando a bitola do cabo em 48mm.

#### 4.3.4. Influência da perda de cabos

Nas Tabelas 4.6, 4.7 e 4.8, apresentam-se as cargas de bifurcação e as frequências naturais para os modelos com perda de um e dois cabos. Cabe ressaltar que as cargas de bifurcação, obtidas de um problema de autovalor que considera a matriz de rigidez e a matriz geométrica, são aproximadas, já que a estrutura apresenta uma imperfeição inicial gerada pela assimetria das forças de protensão dos cabos, sendo o valor exato obtido na análise não linear da estrutura apresentada no próximo capítulo. O primeiro efeito da quebra de simetria é a inexistência de modos com a mesma carga de bifurcação e frequência natural. Verifica-se agora uma diferença acentuada entre a primeira e segunda carga de bifurcação. O mesmo ocorre com as frequências naturais. O segundo efeito a ser observado é o decréscimo da carga crítica e frequências naturais em virtude da perda de rigidez da estrutura.

A partir da análise das Tabelas 4.6 a 4.8, verifica-se, assim como no modelo com todos os cabos (Tabelas 4.3 e 4.5), que o modelo com cabos em leque apresenta valores de carga crítica e frequências naturais superiores a do modelo com cabos em paralelo.

Outro ponto a ser observado na Tabela 4.6, é que o modelo sem um cabo superior possui valores de carga crítica acima da do modelo sem cabo inferior. Entretanto, o inverso ocorre com a frequência fundamental de vibração.

A perda de dois cabos gera um decréscimo acentuado na carga crítica e nas frequências naturais, justificando o grande número de acidentes registrados na literatura ocasionados pela perda de cabos [5]. Nota-se que a perda de dois cabos no mesmo plano tem um efeito mais grave que a perda de dois cabos em planos distintos.

Para um melhor entendimento do efeito da perda de cabos, as Figuras 4.7 e 4.8 mostram as formas modais relativas ao primeiro modo de flambagem e ao primeiro modo normal de vibração para, respectivamente, os modelos sem um cabo e sem dois cabos.

Tabela 4.6 – Cargas críticas de Flambagem Elástica em kN e Frequências naturais em Hz para o Modelo sem 1 cabo (Leque e Paralelo), adotando bitola de cabo em 48mm.

	$\phi = 48\text{mm}$							
	Carga Crítica (kN)				Frequência (Hz)			
	Sem 1 Cabo				Sem 1 Cabo			
	Leque		Paralelo		Leque		Paralelo	
	Inferior	Superior	Inferior	Superior	Inferior	Superior	Inferior	Superior
1	8719,50	8946,61	8178,20	8694,76	0,8167	0,7311	0,7099	0,7099
2	9243,60	9403,22	9249,68	9243,55	0,9695	0,9831	0,9188	0,9237
3	18183,00	12776,10	15239,70	12533,20	1,2756	1,5606	1,2269	1,3234
4	21694,90	21665,90	21329,90	21043,90	1,6020	1,5998	1,4215	1,4158
5	23396,80	23384,80	23267,80	23421,30	1,9413	1,7450	1,9509	1,7433
6	28917,30	28892,00	25691,70	25461,10	1,9674	2,0646	1,9607	2,0380

Tabela 4.7 – Cargas críticas de Flambagem Elástica em kN e Frequências naturais em Hz para o Modelo sem 2 cabos mesmo plano (Leque e Paralelo), adotando bitola de cabo em 48mm.

	$\phi = 48\text{mm}$   Sem 2 Cabos Mesmo Plano			
	Carga Crítica (kN)		Frequência (Hz)	
	Leque	Paralelo	Leque	Paralelo
1	999,19	955,46	0,2138	0,1984
2	1042,89	1026,84	0,2315	0,2247
3	9434,42	9173,10	1,0345	0,8737
4	9661,28	9616,80	1,4895	1,2558
5	22815,10	22828,10	1,6519	1,6503
6	22840,40	23029,50	1,6751	1,6566

Tabela 4.8 – Cargas críticas de Flambagem Elástica em kN e Frequências naturais em Hz para o Modelo sem 2 cabos em planos diferentes (Leque e Paralelo), adotando bitola de cabo em 48mm.

	$\phi = 48\text{mm}$							
	Carga Crítica (kN)				Frequência (Hz)			
	Sem 2 Cabos - Planos Diferentes				Sem 2 Cabos - Planos Diferentes			
	Modelo Leque		Modelo Paralelo		Modelo Leque		Modelo Paralelo	
	Inferiores	Superiores	Inferiores	Superiores	Inferiores	Superiores	Inferiores	Superiores
1	3396,77	1045,35	3397,28	1027,70	0,3891	0,2404	0,3899	0,2330
2	9120,97	9256,09	8834,03	9084,30	0,9323	0,9117	0,8485	0,8666
3	11024,00	9646,98	11030,20	9586,25	1,1551	1,5077	1,1556	1,2619
4	21176,30	19349,60	19068,50	18153,70	1,4597	1,5946	1,3110	1,3922
5	22543,10	22799,20	22572,20	22943,10	1,9353	1,6851	1,9354	1,6766
6	26285,00	24591,00	23683,90	23784,40	1,9531	1,9816	1,9440	1,9591

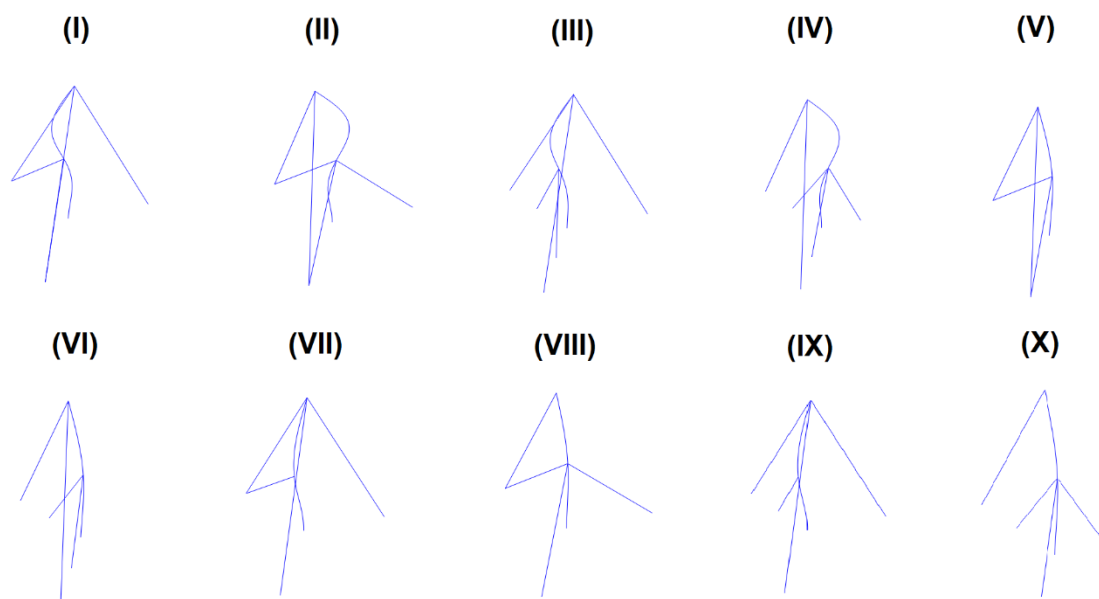


Figura 4.7 – Configurações do primeiro modo de flambagem do modelo sem um cabo (I, II, III e IV), sem dois cabos mesmo plano (V e VI) e sem dois cabos em planos diferentes (VII, VIII, IX e X). Cabo de 48mm.

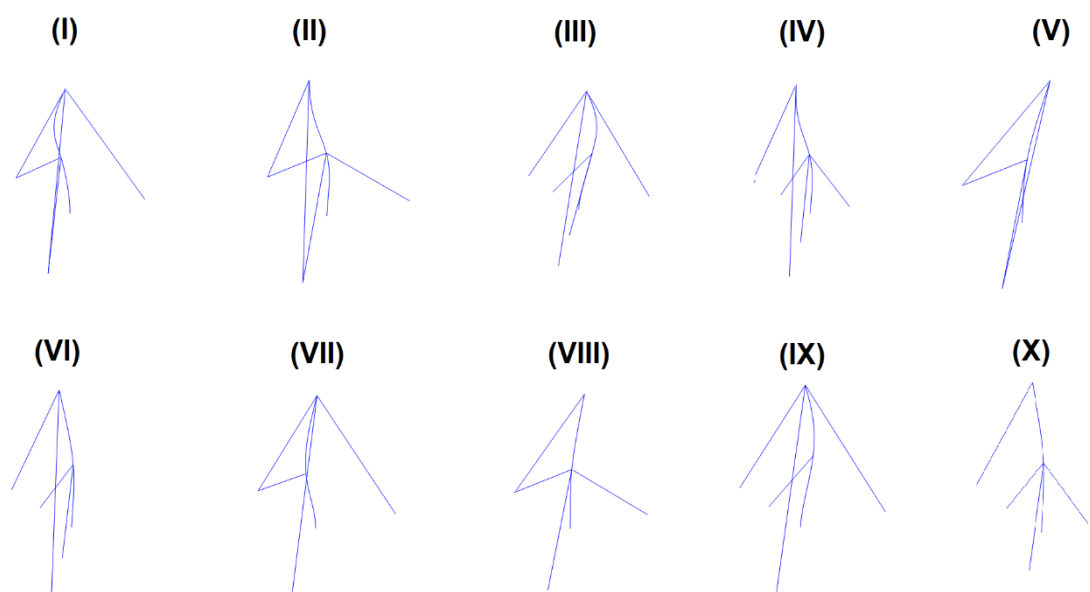


Figura 4.8 – Configurações do primeiro modo normal de vibração do modelo sem 1 cabo (I, II, III e IV), sem 2 cabos mesmo plano (V e VI) e sem 2 cabos em planos diferentes (VII, VIII, IX e X), adotando a bitola do cabo em 48mm.

## 5 Análise do Comportamento Pós-Crítico

### 5.1. Considerações

No capítulo anterior, apresentaram-se os resultados das cargas críticas e frequências naturais dos modelos estruturais propostos. Neste capítulo, iniciam-se os estudos do comportamento estático não linear das torres estaiadas, considerando tanto material elástico como material elasto-plástico. Em cada fase, analisa-se a influência da disposição dos cabos e do efeito na perda de cabos.

### 5.2. Validação do modelo

#### 5.2.1. Material Elástico

Neste item, utiliza-se, novamente, o modelo da torre sem cabos para validar a metodologia de análise. O objetivo é a obtenção do caminho pós-crítico da estrutura, utilizando o software ABAQUS e o Método de Riks [39], e a comparação deste com trabalhos presentes na literatura.

Para uma melhor visualização dos resultados, adota-se como eixo das ordenadas o parâmetro de carga vertical  $\alpha = PL^2/EI$ , definido anteriormente no item 3.3.3, e no

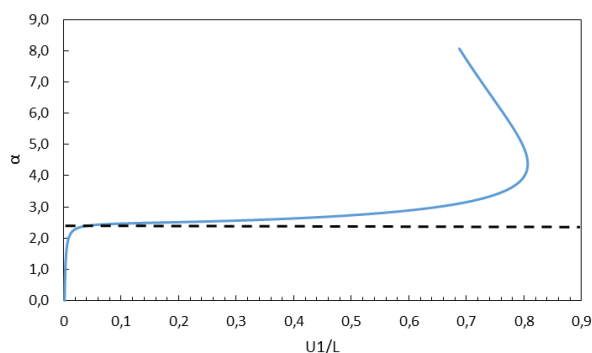


Figura 5.1 – Modelo de validação – material elástico - Trajetória de equilíbrio do modelo mastro, adotando imperfeição modal de 0,1%.

eixo das abscissas o parâmetro adimensional  $U/L$ , ou seja, o deslocamento horizontal na direção X normalizado pelo comprimento da torre L, igual a 100 m.

A Figura 5.1 apresenta a trajetória de equilíbrio do modelo, adotando uma imperfeição modal no valor de 0,1% da altura da torre. A estrutura perfeita apresenta uma bifurcação estável e um caminho pós-crítico inicial quase horizontal. Para a estrutura imperfeita se obtém um caminho não linear quase horizontal perto da carga crítica, típico de colunas, com ganho de rigidez para grandes deslocamentos em virtude dos efeitos da flexo-compressão. Esse resultado é semelhante ao obtido por Carvalho [49] para uma coluna engasta e livre, validando a metodologia empregada para obter o caminho pós-crítico da estrutura. Vale lembrar que no ABAQUS é imposta uma pequena imperfeição inicial para obtenção do caminho pós-crítico, prática usual quando se usa o MEF para essa finalidade.

### 5.2.2. Material Elasto-Plástico

Para validar a metodologia de modelagem para o material elasto-plástico, adaptou-se o modelo utilizado por Kondoh e Atluri [50] de uma viga engastada e livre, mostrado na Figura 5.2, com as propriedades mostradas na Tabela 5.1.

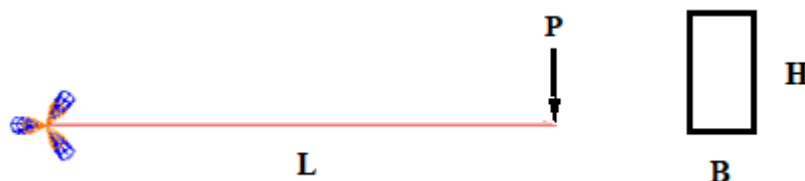


Figura 5.2 – Modelo esquemático para validação da metodologia para material elasto-plástico.

Tabela 5.1 – Propriedades do modelo elasto-plástico analisado por Kondoh e Atluri [50].

Modelo Validação Elasto-Plástico - Propriedades			
B	H	E	L
(cm)	(cm)	(GPa)	(cm)
0,25	1,27	206,8	12,7

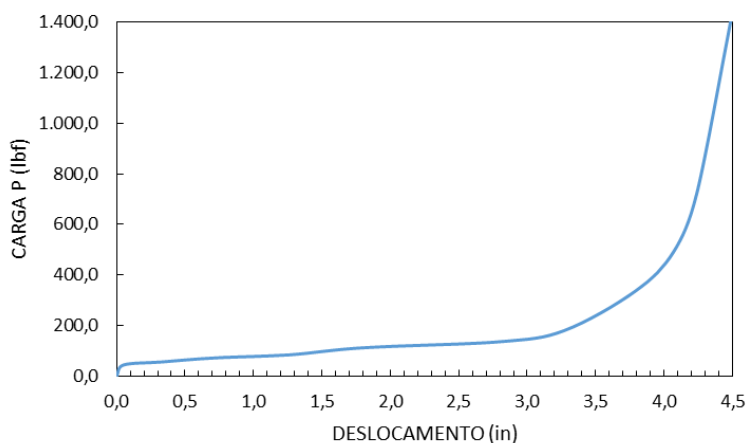


Figura 5.3 – Modelo de validação – material elasto-plástico - Carga x Deslocamento, em unidade inglesa.

A Figura 5.3 apresenta a curva carga-deslocamento obtida pelo ABAQUS para a viga utilizando material elasto-plástico. Os resultados são compatíveis com os obtidos por Kondoh e Atluri [50], validando a metodologia aqui utilizada.

### 5.3. Caminhos de Equilíbrio da Torre Estaiada - Material elástico

#### 5.3.1. Torre Estaiada com Todos os Cabos

A Figura 5.4 apresenta as trajetórias de equilíbrio da torre estaiada considerando cabos em leque e paralelos. A fim de avaliar a influência de imperfeições geométricas iniciais, utiliza-se o conceito de imperfeição modal. Aplicam-se inicialmente imperfeições modais com valores  $L/200$  e  $L/100$ , como explicado no Capítulo 3, sendo  $L$  a altura da torre, o que corresponde respectivamente aos valores de 50% e 100%. Adota-se neste capítulo para os cabos a bitola de 48mm.

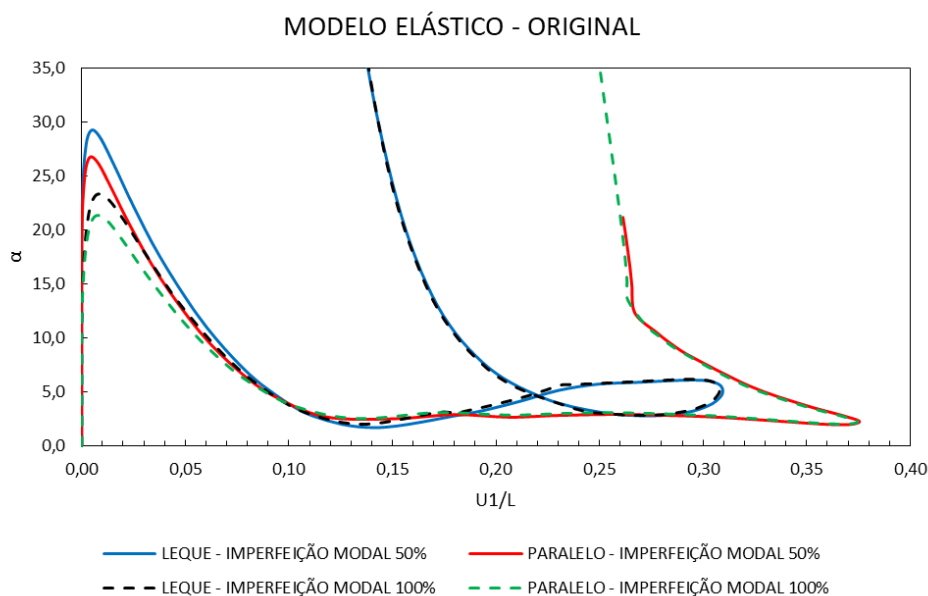


Figura 5.4 - Trajetória de equilíbrio da torre estaiada de material elástico linear –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 50% e 100%.

Verifica-se que, ao contrário da coluna sem estais, a torre estaiada apresenta uma bifurcação instável, com grande declividade inicial, indicando perda de rigidez até atingir um valor mínimo pós-crítico associado a grandes deslocamentos. Após esse valor, tem-se um caminho estável com ganho de rigidez. Este resultado concorda com os resultados obtidos por Orlando [31] para um modelo simplificado de torre estaiada e com os resultados numéricos obtidos por Marques [33] e Carvalho [49]. A estrutura imperfeita apresenta, pois, como mostra a Figura 5.4, um caminho não linear estável até atingir um ponto limite, que define a capacidade de carga da estrutura, a partir do qual o caminho não linear se torna instável até atingir outro ponto limite associado ao mínimo pós-crítico a partir do qual o caminho se torna novamente estável. Quando a estrutura atinge a primeira carga limite a estrutura apresenta um salto dinâmico para uma configuração pós-crítica associada a grandes deslocamentos, o que resulta no colapso da estrutura. Nota-se que o valor da carga crítica associada ao ponto limite para o modelo com cabos em leque é sempre superior ao modelo com cabos em paralelo, demonstrando a relevância da disposição dos cabos no projeto de torre estaiada. Observa-se por fim que à medida que aumentamos a magnitude da imperfeição, o valor da carga crítica do modelo diminui sensivelmente, ressaltando a sensibilidade a imperfeições deste tipo de estrutura. É importante salientar que, para efeitos práticos de projeto, não se considera comportamento pós-crítico associado a grandes deslocamentos. No entanto, ele indica o aumento significativo dos deslocamentos e velocidades durante o salto dinâmico após a perda de estabilidade, e o consequente colapso da estrutura.



Na Tabela 5.2, comparam-se as cargas críticas para os modelos da torre com e sem cabos, obtidas através do problema de autovalor da análise não linear pelo método de Riks, adotando níveis de imperfeição modal de 10, 20, 50 e 100%. Verifica-se que, para a coluna, a carga crítica na análise não linear é quase igual ao da análise linear, como esperado, com um pequeno decréscimo em virtude da imperfeição. Para a torre estaiada, existe uma diminuição sensível da carga crítica limite com o nível de imperfeição imposta em relação à carga crítica de bifurcação obtida na análise linear, em virtude do caminho pós-crítico instável e a consequente sensibilidade a imperfeições. Comparando, por exemplo, a carga crítica do modelo original em paralelo na análise linear ( $P_{lim}=9055,48$  kN, Tabela 5.2), observa-se uma diminuição de 32% para uma imperfeição modal de 20% ( $P_{lim}=6193,10$  kN) e 56% ( $P_{lim}=3977,24$  kN) quando adota-se a imperfeição modal de 100%. Na Figura 5.5, têm-se as curvas de sensibilidade a imperfeições para o modelo em leque e paralelo.

Tabela 5.2 - Carga crítica em kN para o modelo de mastro isolado e modelo original (torre em leque e paralelo), em regime linear e não linear com imperfeição modal (10, 20, 50 e 100%).

Carga Crítica (kN)											
Modelo Só Mastro		Modelo Original									
		Leque					Paralelo				
Linear	Não-Linear - 100%	Linear	Não-Linear - 10%	Não-Linear - 20%	Não-Linear - 50%	Não-Linear - 100%	Linear	Não-Linear - 10%	Não-Linear - 20%	Não-Linear - 50%	Não-Linear - 100%
292,45	214,73	9214,75	7321,56	6753,65	5583,43	4363,49	9055,48	6699,23	6193,10	5122,61	3977,24

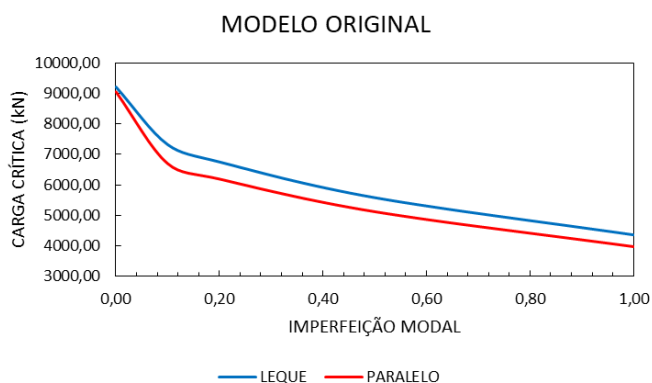


Figura 5.5 – Curva de sensibilidade a imperfeições da torre estaiada, tipo leque e paralelo, material elástico linear –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 10%, 20%, 50% e 100%.

Nas análises seguintes, adota-se como imperfeição modal o valor de 100%, para efeito de comparação. A Figura 5.6 mostra com mais detalhe a resposta para este nível de imperfeição comparando os modelos com cabos em leque e paralelo. Identificam-se quatro pontos na trajetória de equilíbrio da torre com cabos em leque com o intuito de apresentar as deformadas da estrutura, observando suas configurações, Figura 5.7.

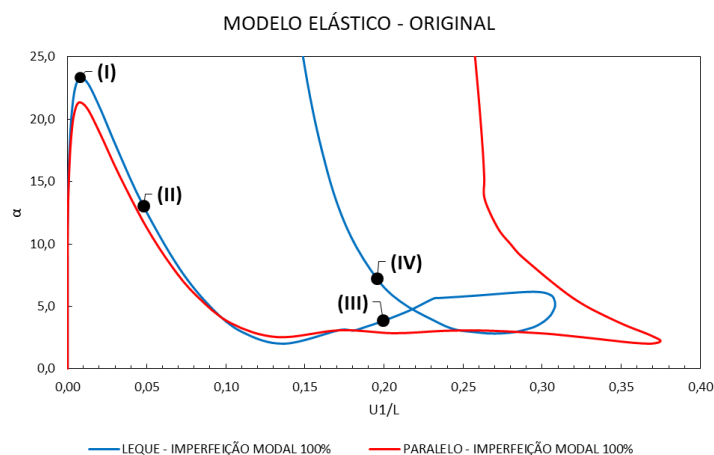


Figura 5.6 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico original –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%

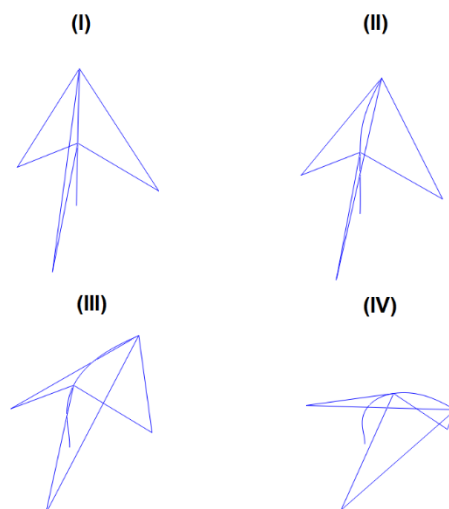


Figura 5.7 – Deformadas do modelo original, tipo leque, ao longo da trajetória de equilíbrio.

### 5.3.2. Modelo sem um cabo

Com o intuito de analisar o efeito da perda de cabos no modelo da torre estaiada, avalia-se neste item o comportamento da estrutura diante da perda de um cabo inferior ou superior. As Figuras 5.8 e 5.9 apresentam as trajetórias de equilíbrio do modelo sem um cabo inferior e sem um cabo superior, respectivamente. Na Figura 5.10, comparam-se essas duas respostas, e na Figura 5.11, apresenta-se a comparação com a resposta considerando todos os cabos.

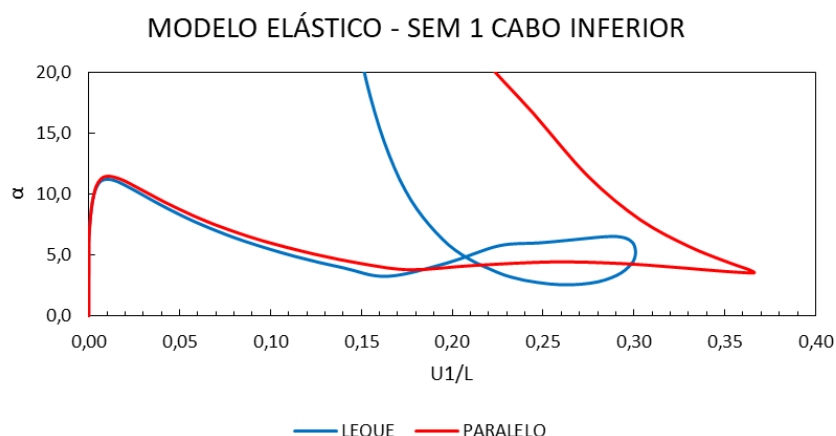


Figura 5.8 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico sem 1 cabo inferior –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%

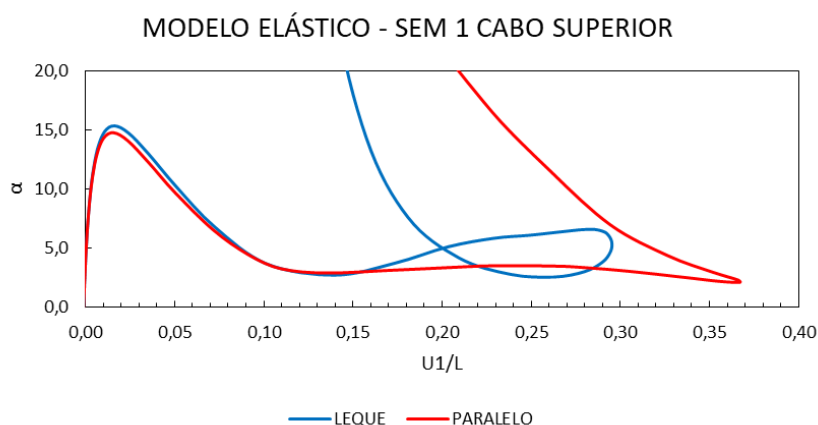


Figura 5.9 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico sem 1 cabo superior –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%

A partir da análise das Figuras 5.8 a 5.11, verifica-se que tanto no caso da perda do cabo inferior quanto do superior, existe uma diminuição considerável do valor da carga crítica desses modelos em relação ao modelo original. Comparando, por exemplo, a carga

crítica da torre estaiada imperfeita com cabos em leque ( $P_{lim}=4461,01$  kN, Tabela 5.3), observa-se uma diminuição de 48% no modelo sem 1 cabo inferior ( $P_{lim}=2328,21$  kN) e de 34% no modelo sem 1 cabo superior ( $P_{lim}=2931,3$  kN). Em relação à carga crítica do modelo imperfeito com cabos em paralelo ( $P_{lim}=3992,53$  kN, Tabela 5.3), observa-se uma diminuição de 43% para o modelo sem 1 cabo inferior ( $P_{lim}=2289,39$  kN), e de 29% para o modelo sem 1 cabo superior ( $P_{lim}=2818,49$  kN). Verifica-se que perda de um cabo inferior causa um maior decréscimo no valor de carga crítica que a perda de um cabo superior, em virtude de uma maior perda de rigidez no primeiro caso. O valor da carga crítica no modelo com os cabos em leque continua superior ao modelo com os cabos em paralelo, mas a diferença é menor. Comparando por exemplo a carga crítica do modelo com cabos em leque sem 1 cabo inferior (2328,21 kN), observa-se uma diminuição de 2% no modelo com cabos em paralelo (2289,39 kN).

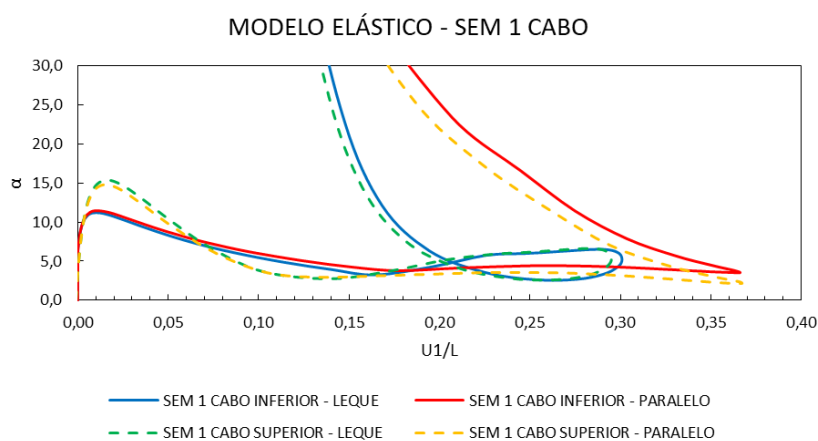


Figura 5.10 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico sem 1 cabo –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%

Em relação às trajetórias de equilíbrio na Figura 5.9, observa-se que, quando ocorre a perda do cabo superior, a bifurcação continua sendo instável, com o modelo imperfeito atingindo um ponto limite seguido de uma perda acentuada de rigidez, indicando sensibilidade a imperfeições. Nota-se que inicialmente as duas respostas são próximas até se atingir o ponto limite mínimo. Diferenças maiores só ocorrem no regime pós-crítico associado a grandes deslocamentos, que não têm significado prático. Na Figura 5.8, observa-se que, com a perda do cabo inferior, a declividade do caminho pós-crítico é menor. Como no caso anterior, as diferenças entre a configuração em leque e paralelo aparecem notadamente para grandes deslocamentos.

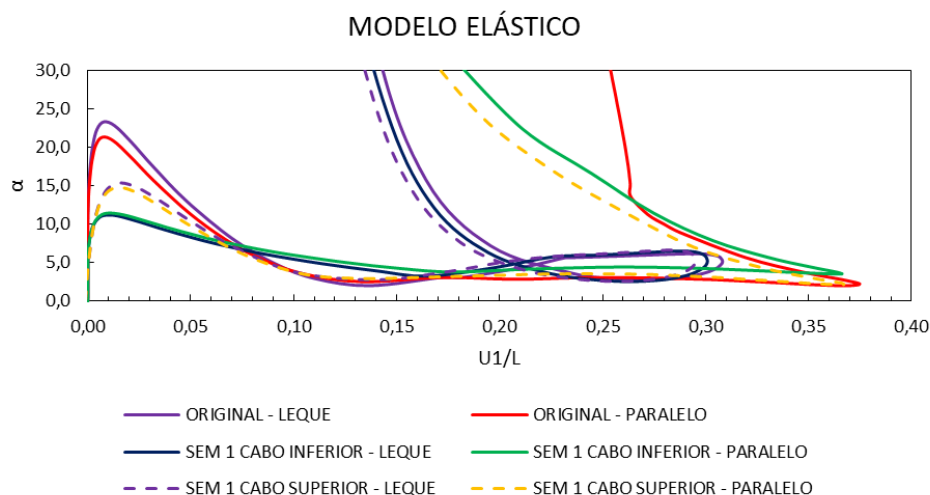


Figura 5.11 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico original e sem 1 cabo –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%

### 5.3.3. Modelo sem dois cabos mesmo plano

Nesta seção, avalia-se a trajetória de equilíbrio do modelo sem dois cabos no mesmo plano, Figura 5.12 (a). Um detalhe do caminho pós-crítico inicial é mostrado na Figura 5.12 (b). Diferente dos casos anteriores, os caminhos não lineares de equilíbrio são praticamente os mesmos para as duas configurações de cabos. Observa-se uma diminuição considerável no valor da capacidade de carga em relação ao modelo sem um cabo e o modelo original da estrutura imperfeita com todos os cabos, Figura 5.13. Em relação à trajetória de equilíbrio, observa-se nas Figuras 5.12(b) e 5.13 que o caminho inicial de equilíbrio é bastante não linear com acentuada declividade, indicando elevada perda de rigidez inicial da estrutura, com grandes deflexões para pequenos níveis de carregamento.

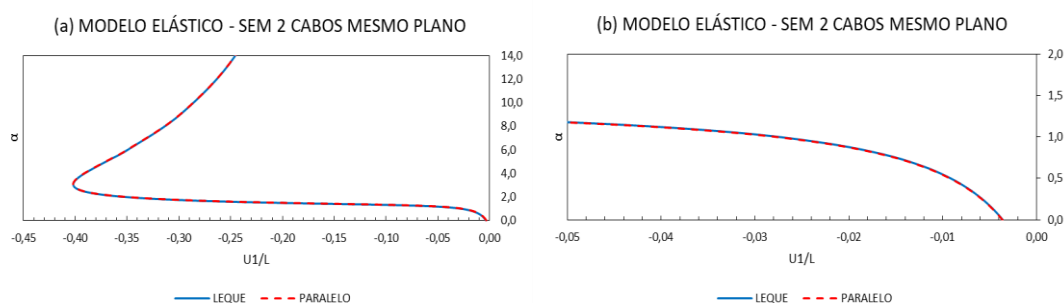


Figura 5.12 - Trajetória de equilíbrio do modelo sem 2 cabos mesmo plano, adotando imperfeição modal de 0,1%, Visão Geral (a) e Visão Ampliada (b).

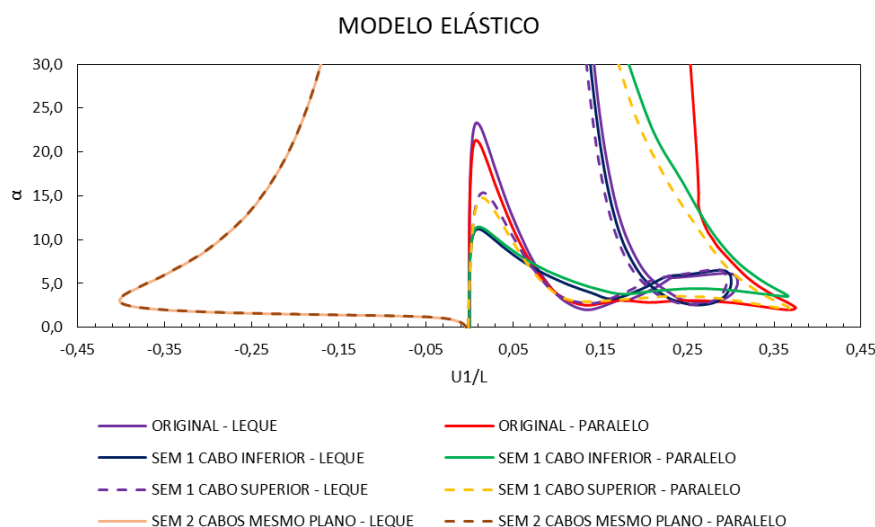


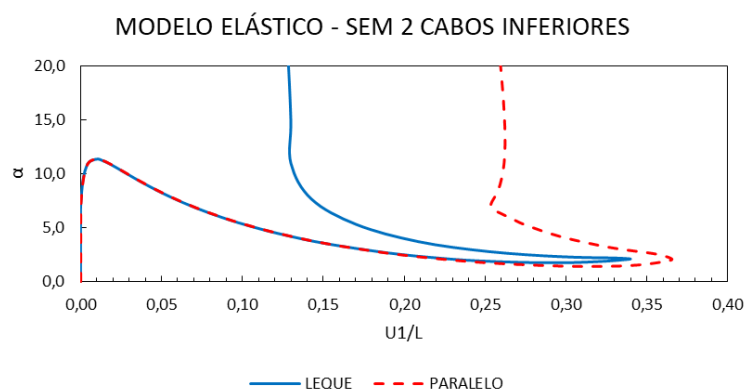
Figura 5.13 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico original, sem 1 cabo e sem 2 cabos mesmo plano –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%

#### 5.3.4. Modelo sem dois cabos planos distintos

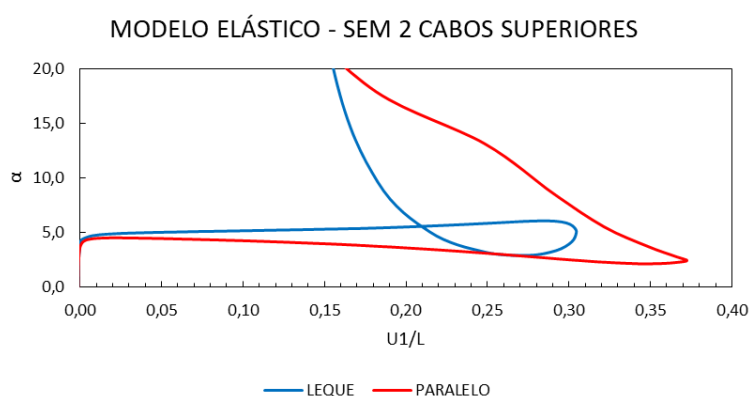
Avalia-se neste item a influência da perda de dois cabos em planos distintos. Neste caso, analisa-se a perda de dois cabos inferiores, dois cabos superiores e um cabo inferior e outro superior.

As Figuras 5.14, 5.15 e 5.16 apresentam as trajetórias de equilíbrio do modelo sem dois cabos inferiores, sem dois cabos superiores e sem um cabo inferior e superior, respectivamente. A partir da análise das Figuras 5.14 a 5.16, verifica-se que o valor da carga crítica no modelo com os cabos em leque é ligeiramente superior ao do modelo com os cabos em paralelo. Em relação ao efeito da perda de dois cabos, há uma diminuição significativa no valor da carga crítica nos três casos estudados em relação ao modelo original e aos modelos sem um cabo. Comparando, por exemplo, a carga crítica do modelo imperfeito com cabos em paralelo ( $P_{lim}=3992,53$  kN, Tabela 5.3), observa-se um decréscimo de 46% para o modelo sem dois cabos inferiores ( $P_{lim}=2171,57$  kN), 78% para o modelo sem dois cabos superiores ( $P_{lim}=856,64$  kN) e 46% para o modelo sem um cabo inferior e um superior ( $P_{lim}=2153,06$  kN). Deve-se observar que o modelo sem um cabo inferior apresenta uma redução maior da carga crítica do que o modelo sem um cabo superior, em comparação ao modelo original, em virtude dos diferentes

comprimentos de flambagem. Deve-se ter em mente que os cabos funcionam como apoios intermediários, aumentando a carga crítica da torre. Nota-se que, o modelo sem dois cabos superiores possui, como esperado, valor de carga crítica significativamente menor que o modelo sem dois cabos inferiores, indicando a maior perda de rigidez de um modelo em relação ao outro. Como no caso da perda de um cabo, quando ocorre a perda de dois cabos inferiores, observa-se uma bifurcação instável com perda de rigidez após o ponto limite até um valor mínimo pós-crítico, indicando sensibilidade a imperfeições. Quando ocorre a perda de dois cabos superiores, há uma maior perda da capacidade de carga, mas a declividade do caminho pós-crítico instável é bem menor. Diferenças significativas entre as respostas ocorrem apenas para grandes deslocamentos.



*Figura 5.14 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico sem 2 cabos inferiores planos diferentes –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%*



*Figura 5.15 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico sem 2 cabos superiores planos diferentes –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%*

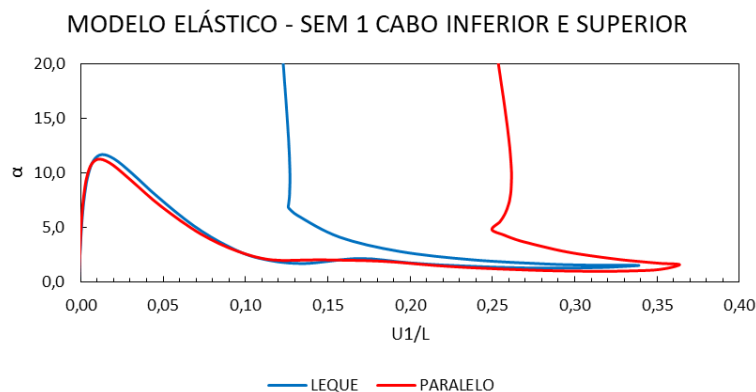


Figura 5.16 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico sem 1 cabo inferior e superior planos diferentes –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%

Na Figura 5.17, comparam-se as respostas dos modelos sem dois cabos, e na Figura 5.18, apresenta-se a comparação com a resposta considerando todos os outros modelos. Observa-se a variabilidade das respostas para um mesmo nível de imperfeição considerando diferentes configurações resultantes da perda de cabos com efeito significativo na perda de carga da estrutura.

A Tabela 5.3 apresenta um resumo das cargas críticas limite adotando a imperfeição modal de 100% para todos os casos de perda de cabos aqui analisados, onde se destaca a grande perda de capacidade de carga no caso da perda de dois cabos no mesmo plano.

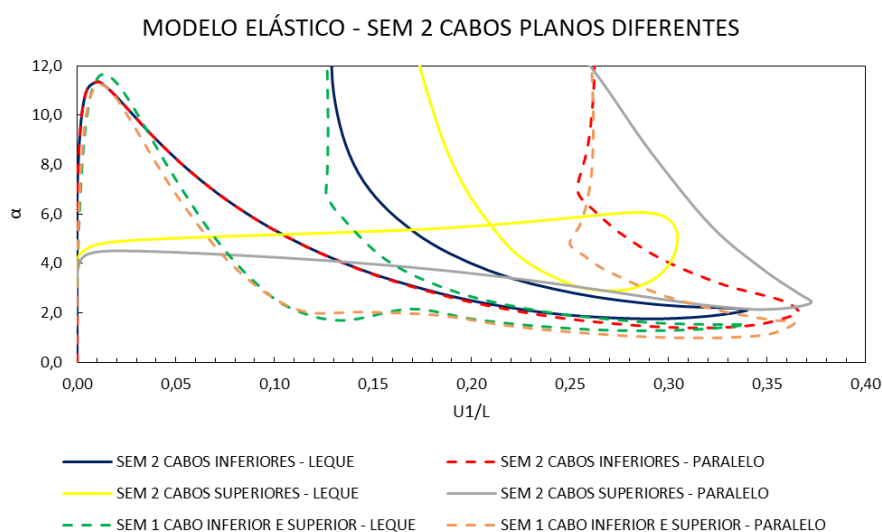


Figura 5.17 - Trajetória de equilíbrio do modelo elástico sem 2 cabos em planos diferentes –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%



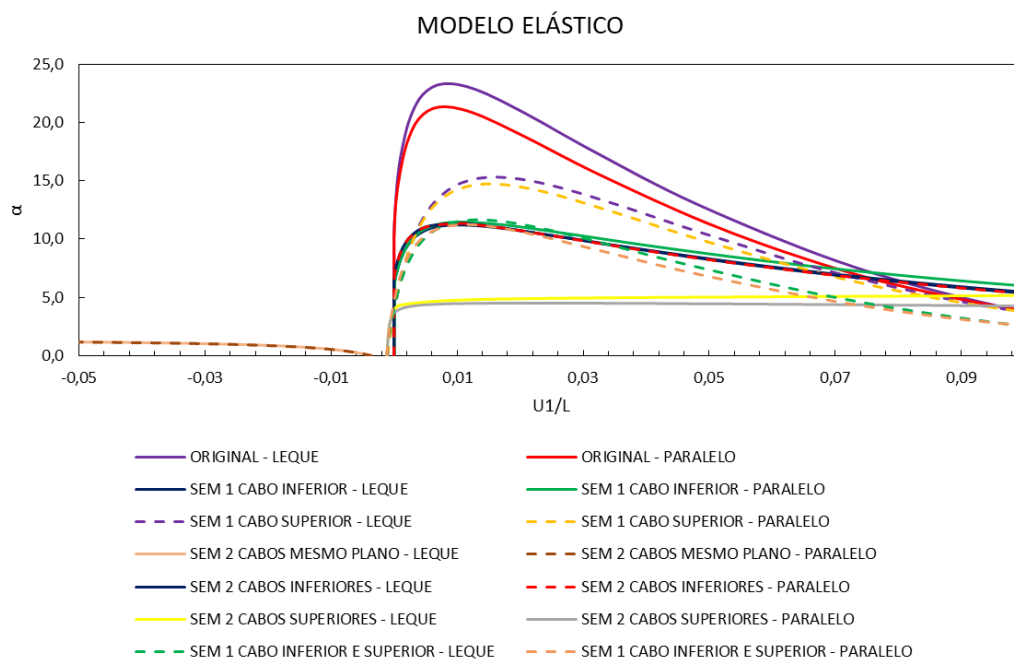


Figura 5.18 - Trajetória de equilíbrio dos modelos elásticos –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%

Tabela 5.3 – Material Elástico – Cargas críticas adotando a imperfeição modal de 100%.

MATERIAL ELÁSTICO		
MODELO	TIPO	CARGA CRÍTICA
		(kN)
ORIGINAL	LEQUE	4461,01
	PARALELO	3992,53
SEM 1 CABO INFERIOR	LEQUE	2328,21
	PARALELO	2289,39
SEM 1 CABO SUPERIOR	LEQUE	2931,3
	PARALELO	2818,49
SEM 2 CABOS MESMO PLANO	LEQUE	449,65
	PARALELO	467,41
SEM 2 CABOS INFERIORES	LEQUE	2171,11
	PARALELO	2171,57
SEM 2 CABOS SUPERIORES	LEQUE	898,70
	PARALELO	856,64
SEM 1 CABO INFERIOR E SUPERIOR	LEQUE	2231,46
	PARALELO	2153,06

#### 5.4. Material Elasto-plástico

Nesta etapa, analisam-se as trajetórias de equilíbrio dos modelos estruturais propostos adotando o material elasto-plástico definido na seção 3.3.5. No estudo do material elasto-plástico, é importante definir parâmetros de comparação como momento plástico da seção do engaste, na base da torre, onde começa o processo de plastificação. Em relação ao mastro, o momento de início da plastificação provém do momento elástico máximo, originado da equação clássica da resistência dos Materiais (Equação 5.1):

$$\sigma = \frac{My}{I} \quad (5.1)$$

O momento elástico máximo é definido por:

$$M_e = \frac{\sigma_e * I}{y} \quad (5.2)$$

Sendo  $M_e$  o momento elástico máximo;  $\sigma_e$  a tensão de escoamento do material do mastro;  $I$  o momento de inércia da seção do mastro e  $y$  a distância do eixo da seção até a extremidade (raio da seção tubular).

Dessa forma, o valor de  $M_e$  é, para os dados aqui utilizados, 4552,7 kN\*m. O momento de plastificação da seção do mastro é calculado pela Equação 5.3 [51,52]:

$$M_{pl} = Z * \sigma_e \quad (5.3)$$

$$Z = \frac{4}{3} (R^3 - R_i^3) \quad (5.4)$$

Sendo  $M_{pl}$  o momento de plastificação total;  $Z$  o módulo resistente plástico da seção tubular;  $R$  é o raio externo da seção e  $R_i$  é o raio interno.

O momento de plastificação total  $M_{pl}$  é igual a 5942,7 kN\*m, 23,4% superior ao momento de início de plastificação. Em relação aos cabos, como os mesmos estão submetidos a esforços axiais, o esforço normal que provoca a plastificação no cabo é definido pela Equação 5.5.

$$N = \sigma_e * A_{secao} \quad (5.5)$$

Sendo  $N$  o esforço normal e  $A_{secao}$  a área da seção do cabo.

Dessa forma, o esforço normal de plastificação é igual a 195,96 kN.

### 5.4.1. Modelo da torre estaiada

Na Figura 5.19, apresentam-se as trajetórias de equilíbrio do modelo com todos os cabos, adotando nesta fase o material elasto-plástico para o mastro e estais. Acrescenta-se nessa figura um segundo eixo vertical, com o momento na direção X na base do mastro normalizado pelo momento elástico máximo,  $M_e$ . A linha tracejada representa a relação  $M1/M_e$  igual ao valor um, indicando o início da plastificação da seção. Na Figura 5.20, compara-se a resposta elasto-plástica com a elástica.

A partir da análise da Figura 5.19, observa-se que o valor da carga crítica no modelo com os cabos em leque é superior ao modelo com os cabos em paralelo, demonstrando a influência da distribuição dos cabos no comportamento não linear de torres estaiadas. Observa-se que, como esperado, existe uma bifurcação instável com perda de rigidez.

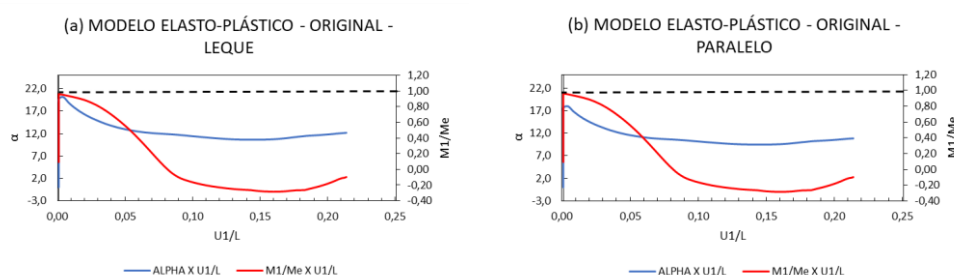


Figura 5.19 - Trajetória de equilíbrio do modelo elasto-plástico original ( $\alpha \times U1/L$ ) e Relação  $M1/\text{Momento elástico máximo}$  ( $M1/M_e \times U1/L$ ) - Imperfeição Modal 100% - Tipo Leque (a) e Paralelo (b).

Em relação à adoção do material elasto-plástico, verifica-se que o valor da carga crítica da torre é inferior ao modelo com material elástico. Comparando, por exemplo, a carga crítica do modelo original leque e elástico ( $P_{lim}=4461,01$  kN, Tabela 5.3), observa-se um decréscimo de 14% para o mesmo modelo adotando material elasto-plástico. ( $P_{lim}=3851,04$  kN, Tabela 5.4).

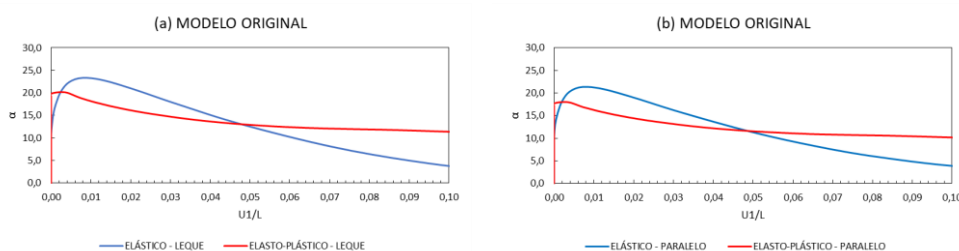


Figura 5.20 - Trajetória de equilíbrio do modelo elasto-plástico original ( $\alpha \times U1/L$ ) e Relação  $M1/\text{Momento elástico máximo}$  ( $M1/M_e \times U1/L$ ) - Imperfeição Modal 100% - Tipo Leque (a) e Paralelo (b).

Na Figura 5.21, apresentam-se as deformadas do modelo original considerando o material elasto-plástico, para pontos selecionados ao longo do caminho não linear de equilíbrio. Verifica-se tanto no modelo leque quanto paralelo que o início da plastificação ocorre na base do mastro. No modelo tipo leque, a plastificação evolui para os cabos superiores. No modelo paralelo, a mesma evolui para todos os cabos.

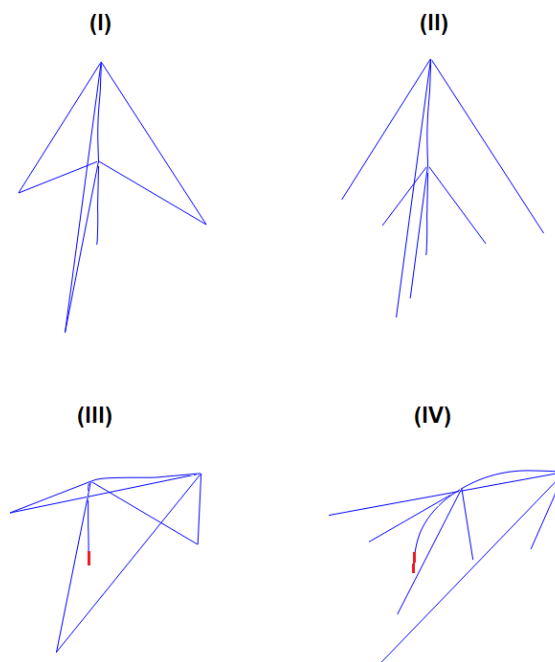


Figura 5.21 – Deformadas do modelo original elasto-plástico, tipo leque (I e III) e paralelo (II e IV), contendo grandes deslocamentos.

#### 5.4.2. Modelo sem um cabo

Considerando o material elasto-plástico, avalia-se neste item o efeito da perda de um cabo no comportamento não linear, estudando tanto a perda de um cabo inferior quanto a perda de um cabo superior.

Nas Figuras 5.22 e 5.24, apresentam-se as trajetórias de equilíbrio do modelo sem um cabo inferior e sem um cabo superior, respectivamente, tanto para a distribuição em leque quanto em paralelo.

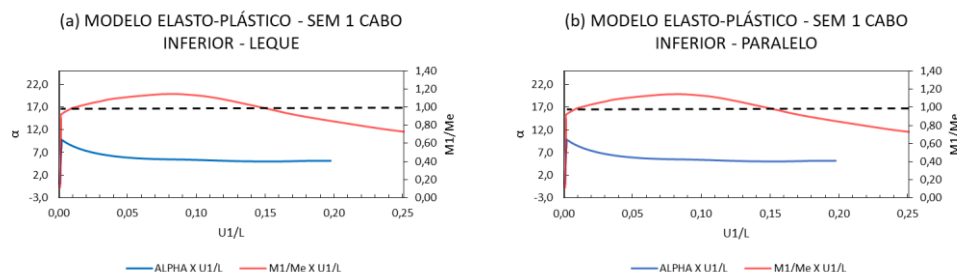


Figura 5.22 - Trajetória de equilíbrio do modelo elasto-plástico sem 1 cabo inferior ( $\alpha \times U1/L$ ) e Relação  $M1/\text{Momento elástico máximo}$  ( $M1/Me \times U1/L$ ) - Imperfeição Modal 100% - Tipo Leque (a) e Paralelo (b).

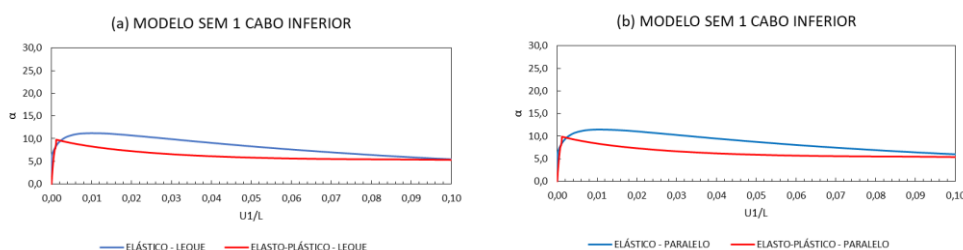


Figura 5.23 - Trajetória de equilíbrio do modelo sem um cabo inferior (consolidado), tipo leque (a) e paralelo (b) –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%

A partir da análise das Figuras 5.22 e 5.23, verifica-se que o valor da carga crítica no modelo com os cabos em leque é superior ao modelo com os cabos em paralelo. Em relação ao efeito da perda de um cabo, ela causa uma diminuição considerável no valor da carga crítica em relação ao modelo original. Comparando, por exemplo, a carga crítica da torre estaiada com cabos em leque ( $P_{lim}=3851,04$  kN, Tabela 5.4), observa-se uma diminuição de 51% no modelo sem 1 cabo inferior ( $P_{lim}=1868,15$  kN) e decréscimo de 45% no modelo sem 1 cabo superior ( $P_{lim}=2116,73$  kN). O modelo sem um cabo superior possui valor de carga crítica relativamente maior que o modelo sem um cabo inferior, evidenciando a maior perda de rigidez de um modelo em relação ao outro.

Nas Figuras 5.23 e 5.25, apresenta-se a comparação dos modelos sem um cabo com a adoção de material elasto-plástico e elástico. Verifica-se que ocorre um decréscimo significativo da carga crítica quando se adota o material elasto-plástico. Comparando, por exemplo, a carga crítica da torre estaiada tipo leque sem um cabo inferior e material elástico ( $P_{lim}=2328,21$  kN, Tabela 5.3), observa-se um decréscimo de 20% no mesmo modelo com adoção de material elasto-plástico ( $P_{lim}=1868,15$  kN, Tabela 5.4). Comparando a carga crítica do modelo tipo paralelo sem um cabo superior e material elástico ( $P_{lim}=2818,49$  kN, Tabela 5.3), observa-se um decréscimo de 23% no mesmo modelo com adoção de material elasto-plástico ( $P_{lim}=2162,62$  kN, Tabela 5.4).

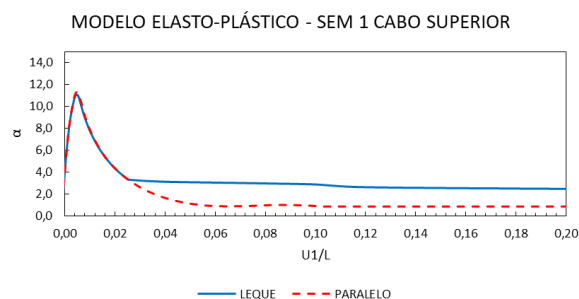


Figura 5.24 - Trajetória de equilíbrio do modelo sem um cabo superior, tipo leque (a) e paralelo (b) –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%

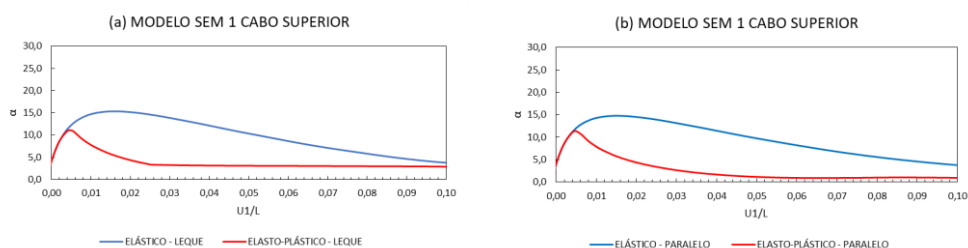


Figura 5.25 - Trajetória de equilíbrio do modelo elasto-plástico sem um cabo superior (consolidado) –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%.

Na Figura 5.26, apresentam-se as deformadas do modelo sem um cabo tipo paralelo, com adoção de material elasto-plástico, em grandes deslocamentos. Verificamos o início da plastificação na base do mastro, evoluindo para os cabos.

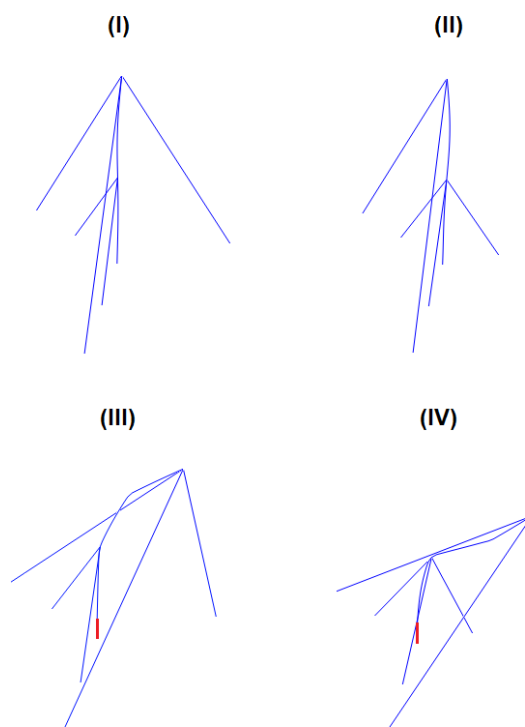


Figura 5.26 – Deformadas do modelo sem 1 cabo elasto-plástico tipo paralelo, sem 1 cabo inferior (I e III) e sem 1 cabo superior (II e IV), contendo grandes deslocamentos.

### 5.4.3. Modelo sem dois cabos mesmo plano

Nesta seção, considerando o material elasto-plástico, avalia-se a trajetória de equilíbrio do modelo sem dois cabos no mesmo plano, Figura 5.27. Nota-se que a capacidade de carga do modelo com os cabos em leque é inferior ao modelo com os cabos em paralelo. Em relação ao efeito da perda dos dois cabos no mesmo plano, analisa-se que ocorreu uma diminuição considerável do valor da carga crítica desse modelo em relação ao modelo original. Comparando, por exemplo, a carga crítica da torre estaiada com cabos em paralelo ( $P_{lim}=3438,02$  kN, Tabela 5.4), observa-se um decréscimo de 45% no modelo sem um cabo inferior ( $P_{lim}=1889,19$  kN), decréscimo de 37% no modelo sem um cabo superior ( $P_{lim}=2162,62$  kN) e diminuição de 95% no modelo sem 2 cabos no mesmo plano ( $P_{lim}=160,62$  kN).

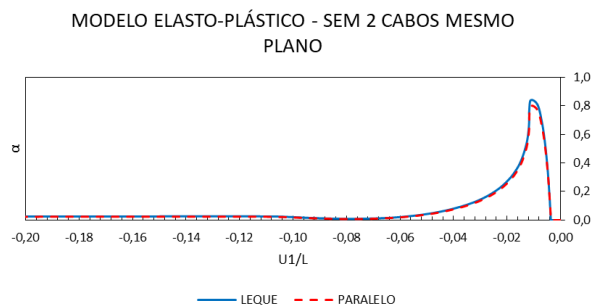


Figura 5.27 - Trajetória de equilíbrio do modelo elasto-plástico sem 2 cabos mesmo plano –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%.

Em relação à trajetória de equilíbrio na Figura 5.27, observa-se que a trajetória se assemelha ao caso do modelo sem 1 cabo superior, no qual ocorre uma bifurcação instável, convergindo para um patamar inferior para grandes deslocamentos.

Na Figura 5.28, apresenta-se a trajetória de equilíbrio do modelo sem dois cabos no mesmo plano com adoção de material elástico e elasto-plástico. Comparando por exemplo a carga crítica do modelo tipo paralelo, e material elástico ( $P_{lim}=467,41\text{kN}$ , Tabela 5.3), observa-se uma diminuição de 66% no mesmo modelo com adoção de material elasto-plástico ( $P_{lim}=160,62\text{ kN}$ , Tabela 5.4).

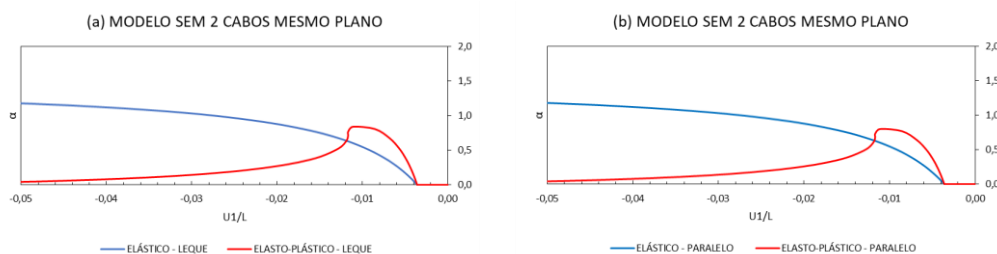


Figura 5.28 – - Trajetória de equilíbrio do modelo sem 2 cabos mesmo plano(consolidado), tipo leque (a) e paralelo (b) –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%.

Na Figura 5.29, apresentam-se as deformadas do modelo sem dois cabos no mesmo plano tipo leque, com adoção de material elasto-plástico. Verifica-se que o início da plastificação ocorre na base do mastro. No modelo leque, a plastificação evolui para o centro do mastro, no encontro dos estais. Nota-se que a perda de simetria do modelo proporciona um aumento da complexidade das respostas.



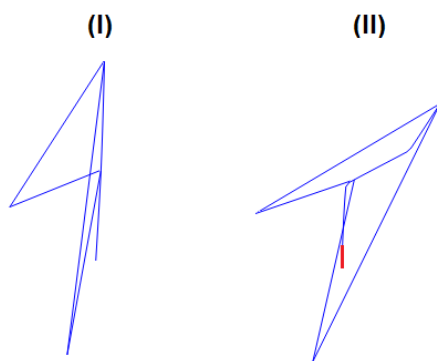


Figura 5.29 - Deformadas do modelo sem 2 cabos mesmo plano elasto-plástico, tipo leque, contendo grandes deslocamentos.

#### 5.4.4. Modelo sem dois cabos planos diferentes

Neste item, analisa-se a perda de dois cabos em planos diferentes, considerando a perda de dois cabos inferiores, dois cabos superiores e a perda de um cabo inferior e um superior. Nas Figuras 5.30, 5.32 e 5.34 apresentam-se as trajetórias de equilíbrio do modelo sem dois cabos inferiores, sem dois cabos superiores e sem um cabo inferior e um superior, respectivamente.

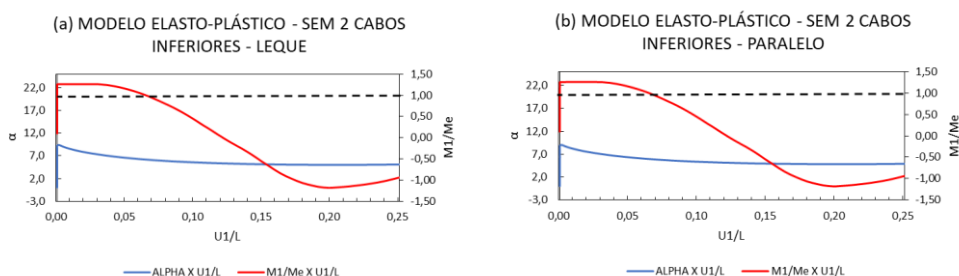


Figura 5.30 - Trajetória de equilíbrio do modelo elasto-plástico sem 2 cabos inferiores ( $\alpha \times U1/L$ ) e Relação  $M1/\text{Momento elástico máximo } (M1/Me \times U1/L)$  - Imperfeição Modal 100% - Tipo Leque (a) e Paralelo (b).

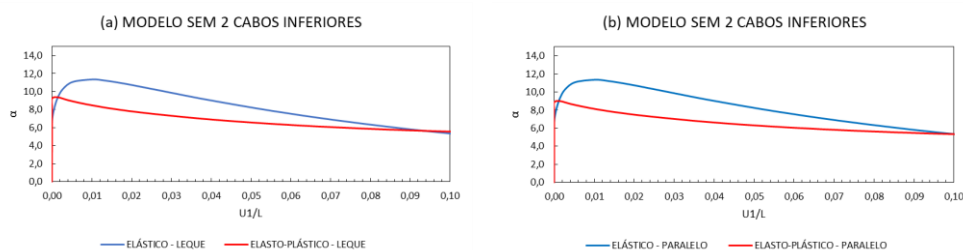


Figura 5.31 - Trajetória de equilíbrio do modelo sem 2 cabos inferiores (consolidado), tipo leque (a) e paralelo (b) –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%

A partir da análise das Figuras 5.30, 5.32 e 5.34, verifica-se que o valor da carga crítica no modelo com os cabos em leque é superior ao modelo com os cabos em paralelo. Em relação ao efeito da perda de dois cabos, analisa-se que, tanto no caso da perda dos cabos inferiores quanto superiores, existe uma diminuição significativa do valor da carga crítica desses modelos em relação ao modelo original e o modelo sem um cabo. Observando separadamente, o modelo sem dois cabos superiores possui valor de carga crítica significativamente menor que o modelo sem dois cabos inferiores, indicando a maior perda de rigidez de um modelo em relação ao outro. Comparando a carga crítica da torre estaiada com cabos em leque ( $P_{lim}=3851,04$  kN, Tabela 5.4), observa-se um decréscimo de 51% no modelo sem um cabo inferior ( $P_{lim}=1868,15$  kN), decréscimo de 45% no modelo sem 1 cabo superior ( $P_{lim}=2116,73$  kN), diminuição de 96% no modelo sem 2 cabos no mesmo plano ( $P_{lim}=152,97$  kN), diminuição de 53% no modelo sem 2 cabos inferiores ( $P_{lim}=1793,58$  kN), decréscimo de 59% no modelo sem 2 cabos superiores ( $P_{lim}=816,48$  kN) e diminuição de 59% no modelo sem 1 cabo inferior e superior ( $P_{lim}=1588,98$  kN).

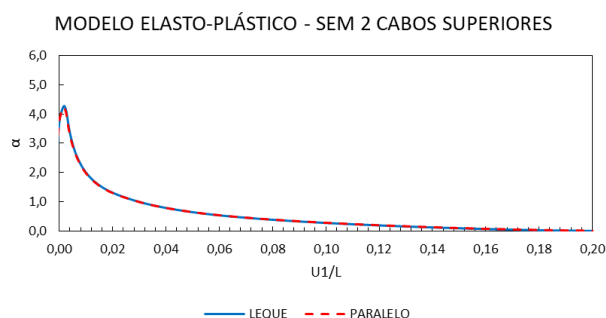


Figura 5.32 - Trajetória de equilíbrio do modelo elasto-plástico sem 2 cabos superiores –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%.

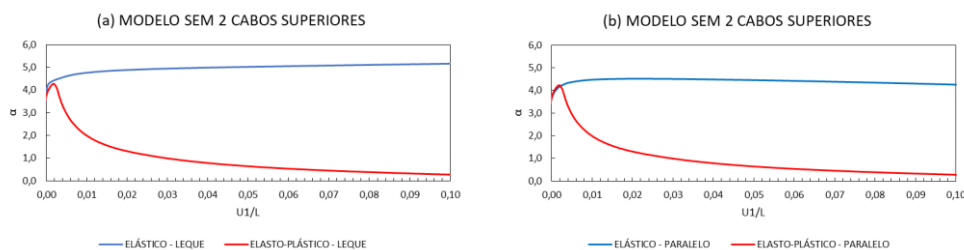


Figura 5.33 - Trajetória de equilíbrio do modelo sem 2 cabos superiores (consolidado), tipo leque (a) e paralelo (b) –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%

Em relação à trajetória de equilíbrio na Figura 5.30, observa-se que, inicialmente a resposta elasto-plástica apresenta uma bifurcação instável com leve perda de rigidez. Na Figura 5.32, notamos que os modelos em leque e paralelo apresenta comportamento

semelhante. Nas Figuras 5.31, 5.33 e 5.35, apresenta-se a comparação dos modelos adotando material elasto-plástico com material elástico. Comparando por exemplo a carga crítica do modelo sem dois cabos inferiores, tipo leque e material elástico ( $P_{lim}=2171,11$  kN, Tabela 5.3), observa-se uma diminuição de 17% no mesmo modelo com adoção de material elasto-plástico ( $P_{lim}=1793,58$  kN, Tabela 5.4). Em relação à carga crítica do modelo sem dois cabos superiores, tipo leque e material elástico ( $P_{lim}=898,70$  kN, Tabela 5.3), observa-se uma diminuição de 9% no mesmo modelo com adoção de material elasto-plástico ( $P_{lim}=816,48$  kN, Tabela 5.4). No terceiro modelo desta seção, a carga crítica do modelo sem um cabo inferior e um superior, tipo leque e material elástico ( $P_{lim}=2231,46$  kN, Tabela 5.3), observa-se uma diminuição de 29% no mesmo modelo com adoção de material elasto-plástico ( $P_{lim}=1588,98$  kN, Tabela 5.4).

Na Figura 5.36, apresentam-se as deformadas do modelo sem dois cabos em planos diferentes tipo paralelo, com adoção de material elasto-plástico, em grandes deslocamentos. Verificamos que o início da plastificação ocorre na base do mastro, evoluindo para os cabos.

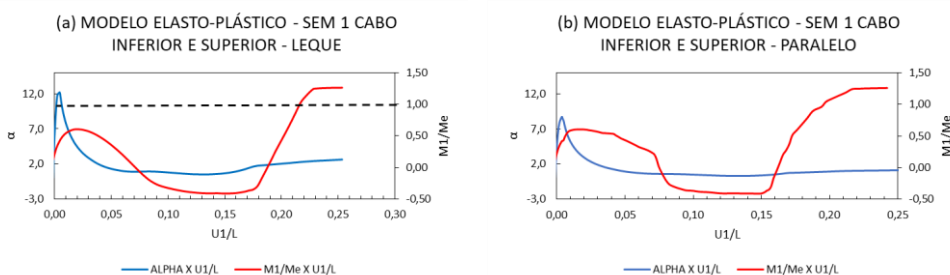


Figura 5.34 - Trajetória de equilíbrio do modelo elasto-plástico sem 1 cabo inferior e superior ( $\alpha \times U1/L$ ) e Relação  $M1/\text{Momento elástico máximo}$  ( $M1/Me \times U1/L$ ) - Imperfeição Modal 100% - Tipo Leque (a) e Paralelo (b).

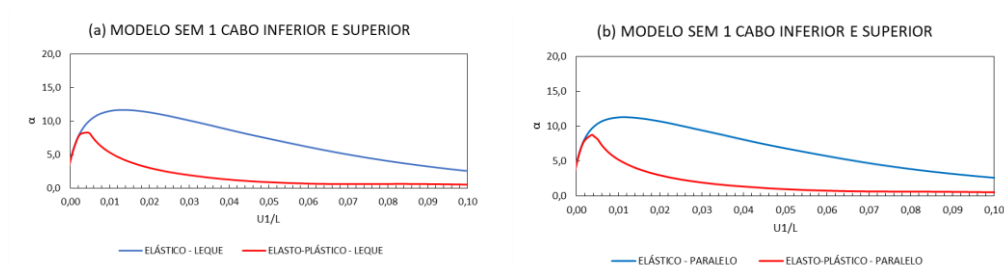


Figura 5.35 – Trajetória de equilíbrio do modelo sem 1 cabo inferior e superior (consolidado), tipo leque (a) e paralelo (b) –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%

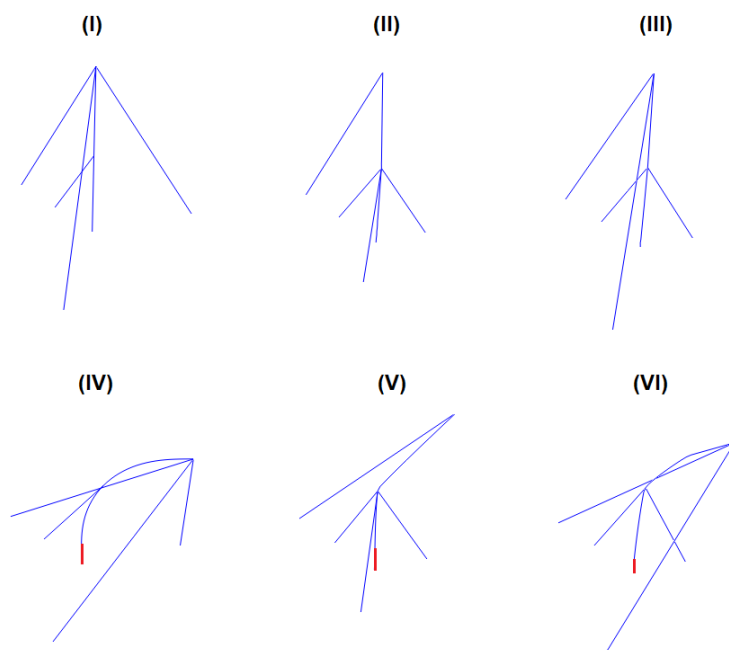


Figura 5.36 - Deformadas do modelo sem 2 cabos planos diferentes elasto-plástico, tipo paralelo, contendo grandes deslocamentos.

Tabela 5.4 – Material Elasto-Plástico – Cargas críticas – Imperfeição Modal 100%

CARGA CRÍTICA (kN)			
MODELO	TIPO	MATERIAL ELÁSTICO	MATERIAL ELASTO-PLÁSTICO
ORIGINAL	LEQUE	4461,01	3851,04
	PARALELO	3992,53	3438,02
SEM 1 CABO INFERIOR	LEQUE	2328,21	1868,15
	PARALELO	2289,39	1889,19
SEM 1 CABO SUPERIOR	LEQUE	2931,30	2116,73
	PARALELO	2818,49	2162,62
SEM 2 CABOS MESMO PLANO	LEQUE	449,65	152,97
	PARALELO	467,41	160,62
SEM 2 CABOS INFERIORES	LEQUE	2171,11	1793,58
	PARALELO	2171,57	1720,92
SEM 2 CABOS SUPERIORES	LEQUE	898,70	816,48
	PARALELO	856,64	806,92
SEM 1 CABO INFERIOR E SUPERIOR	LEQUE	2231,46	1588,98
	PARALELO	2153,06	1667,38

## 5.5. Influência da lei constitutiva

A seguir apresentam-se os resultados consolidados, comparando os resultados usando o modelo elástico e elasto-plástico para destacar a influência da lei constitutiva no comportamento não linear da torre.

### 5.5.1. Torre estaiada com todos os cabos

Na Figura 5.37, comparam-se as trajetórias de equilíbrio do modelo elástico e elasto-plástico para cabos em leque e paralelo. Observa-se que o valor da carga crítica no modelo elástico é superior ao modelo elasto-plástico, demonstrando a influência da plastificação dos elementos na capacidade de carga de torres estaiadas.

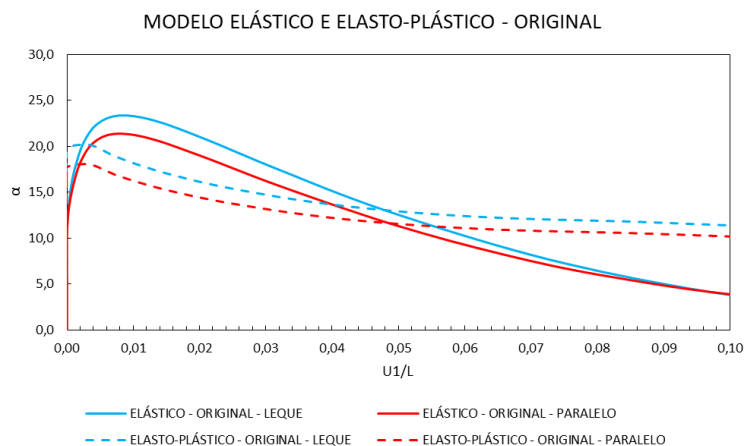


Figura 5.37 - Trajetória de equilíbrio do modelo original (consolidado) –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%

### 5.5.2. Modelo sem um cabo

Nesta seção, avalia-se o resultado consolidado do modelo sem um cabo para material elástico e elasto-plástico. Na Figura 5.38, apresentam-se as trajetórias de equilíbrio do modelo sem um cabo inferior e sem um cabo superior nas geometrias tipo leque e paralelo.

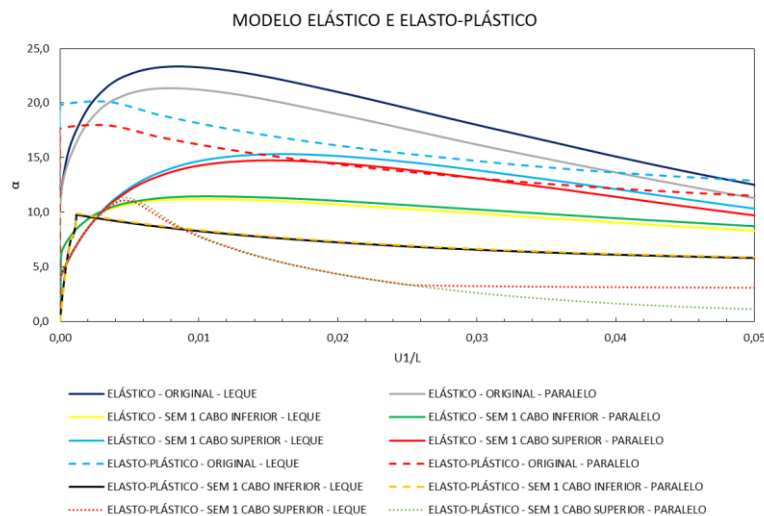


Figura 5.38 - Trajetória de equilíbrio do modelo sem 1 cabo (consolidado) –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%

A partir da análise da Figura 5.38, verifica-se, como no modelo original, o valor da carga crítica no modelo elástico é superior à do modelo elasto-plástico. Verifica-se a influência da lei constitutiva no comportamento não linear da torre e a sensibilidade da carga crítica.

### 5.5.3. Modelo sem dois cabos no mesmo plano

Na Figura 5.39, analisa-se o resultado em conjunto do modelo sem 2 cabos no mesmo plano para material elástico e elasto-plástico.

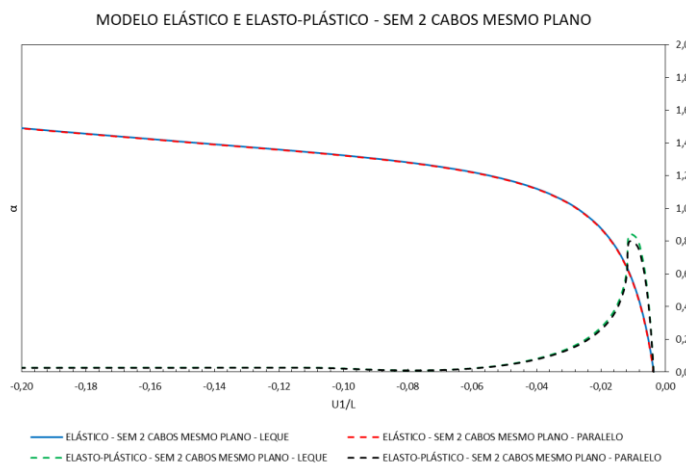


Figura 5.39 - Trajetória de equilíbrio do modelo sem 2 cabos no mesmo plano (consolidado) –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%.

### 5.5.4. Modelo sem dois cabos planos diferentes

Nesta seção, avalia-se o resultado consolidado do modelo sem 2 cabos para material elástico e elasto-plástico. Na Figura 5.40, apresentam-se as trajetórias de equilíbrio do modelo sem dois cabos inferiores, sem dois cabos superiores e sem um cabo inferior e um superior nas geometrias tipo leque e paralelo.

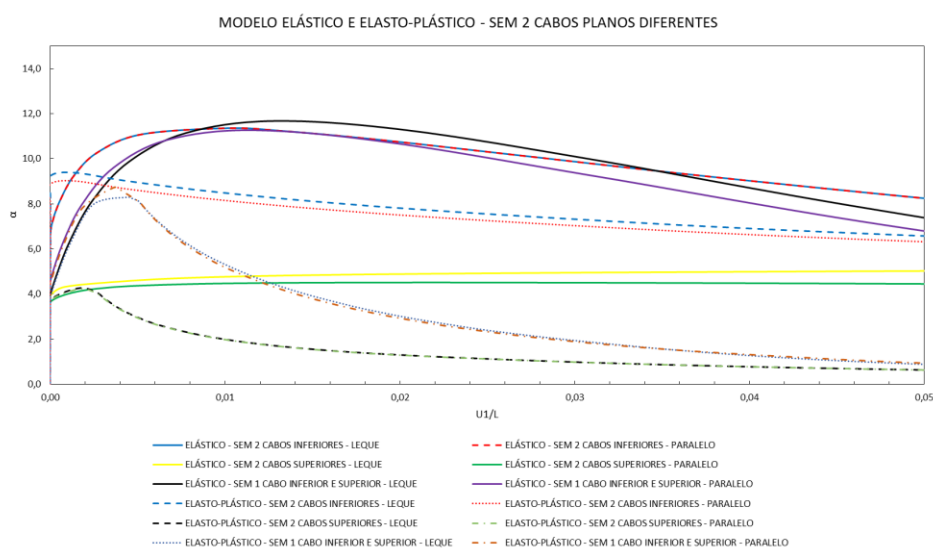


Figura 5.40 - Trajetória de equilíbrio do modelo sem 2 cabos mesmo plano (consolidado) –  $\alpha \times U1/L$  – Imperfeição Modal 100%

A partir da análise da Figura 5.40, verifica-se que o valor da carga crítica no modelo elástico é consideravelmente superior à carga crítica do modelo elasto-plástico evidenciando a influência da lei constitutiva no comportamento não linear da torre.



## 6 Dinâmica Não-Linear

### 6.1. Considerações

Neste capítulo, apresenta-se a análise dinâmica não linear da torre estaiada, a partir da utilização do Método dos Elementos Finitos. Este estudo é dividido em duas fases: material elástico e material elasto-plástico. Em cada fase, analisa-se a vibração livre amortecida e vibração forçada amortecida. A Figura 6.1 apresenta o fluxograma representativo das análises realizadas neste capítulo.

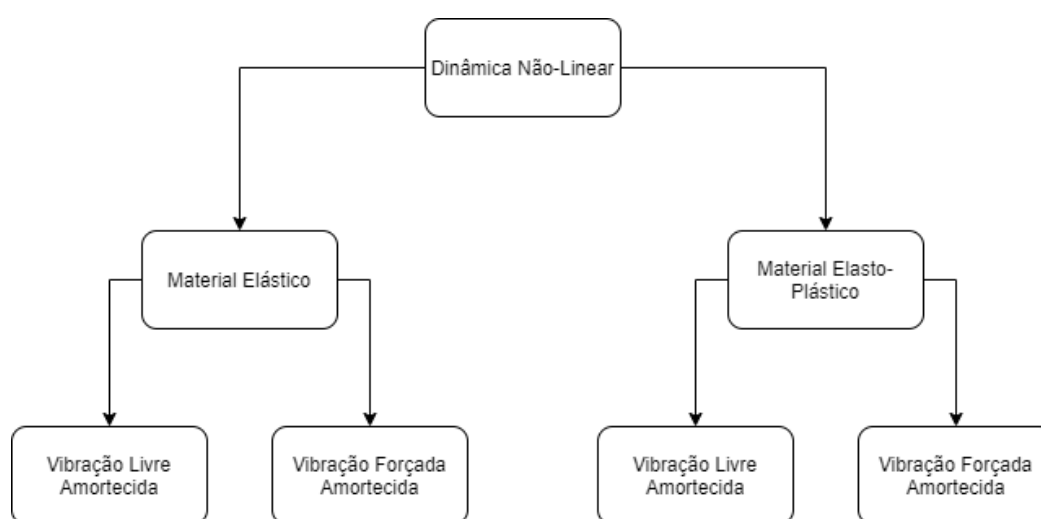


Figura 6.1 – Fluxograma das análises realizadas na dinâmica não-linear.

### 6.2. Material Elástico

Nesta seção, analisam-se, adotando um material elástico linear, a vibração livre e forçada amortecida dos modelos estruturais propostos. É necessário definir os parâmetros que definem o amortecimento, utilizados pelo software ABAQUS. Esses parâmetros são calculados em função do amortecimento proporcional de Rayleigh e das frequências naturais de cada modelo e encontram-se no Apêndice I.

### 6.2.1.

#### Vibração livre amortecida

Na vibração livre amortecida, um pulso com duração de 0,05 segundos é aplicado uniformemente distribuído ao longo do mastro na direção X para criar uma excitação inicial compatível com os vínculos do sistema. Adota-se para carga de pulso as magnitudes de 5, 10 e 20 kN/m, criando perturbações iniciais de magnitudes crescentes. Na Tabela 6.7, encontram-se os resultados consolidados desse tipo de análise.

#### 6.2.1.1.

##### Torre estaiada com todos os cabos

Na Figura 6.2, apresentam-se os resultados obtidos para as geometrias com cabos em leque e paralelo. Nas Figuras 6.2 (I, III, V), mostra-se o deslocamento do nó do topo da torre no plano XZ e nas Figuras 6.2 (II, IV e VI) mostra-se a velocidade do mesmo nó no tempo, na direção X ( $V_x$ ), nos primeiros 50 segundos. Observa-se que o deslocamento do topo da estrutura manteve-se na direção X, mesma direção da aplicação da carga e no plano de um conjunto de estais. Esse tipo de comportamento deve-se à simetria do modelo e à direção de carga. Em relação à disposição dos cabos, verifica-se que cabos em paralelo levam a amplitudes de vibração maiores que cabos em leque. Assim, a disposição dos cabos influencia consideravelmente o comportamento dinâmico da estrutura. Em relação ao aumento do carregamento, observa-se que, a torre estaiada com cabos em paralelo, que apresenta amplitudes maiores de vibração, o valor absoluto máximo é de 0,08 m para 5 kN/m, 0,19m para 10 kN/m e 0,55m para 20 kN/m. Verifica-se que há um crescimento não linear com a carga, refletindo os efeitos de 2ª ordem na estrutura. Nas Figuras 6.2 (II, IV e VI), observa-se um comportamento típico de aplicação de carga de pulso. No início existe uma excitação inicial devido à carga de pulso nos primeiros 0,05 segundos, no qual a amplitude da velocidade cresce. Após a aplicação da carga, o amortecimento inerente à estrutura promove a diminuição gradativa das amplitudes, tendendo a zero. A Tabela 6.1 resume os valores máximos de deslocamento e velocidade. Complementando os resultados, a Figura 6.3 apresenta os planos de fase (velocidade x deslocamento na direção X) para diferentes magnitudes de carregamento, onde se observa a grande influência da disposição dos cabos (leque e paralelo) nas vibrações.

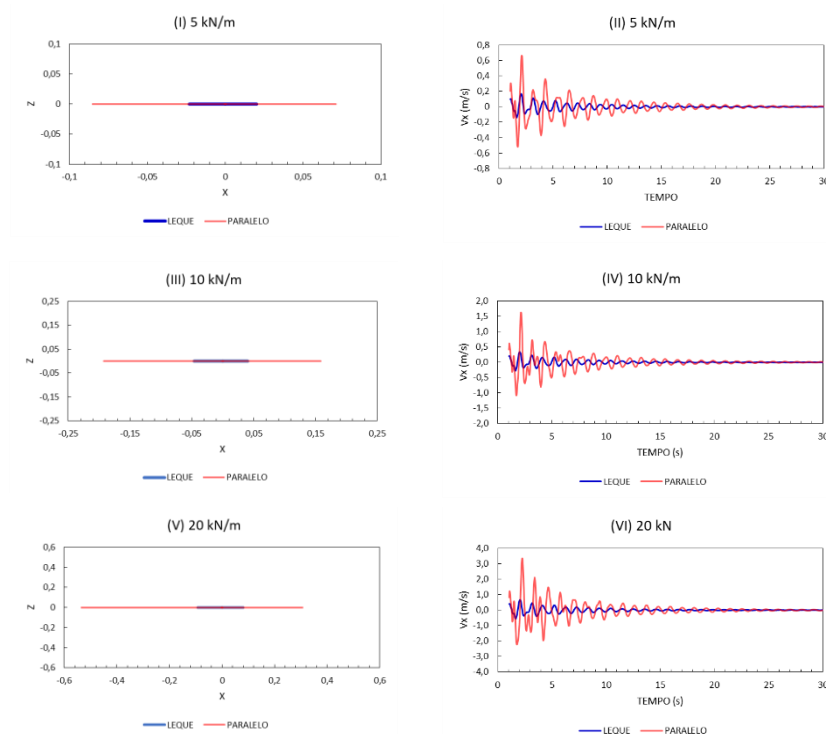


Figura 6.2 – Modelo Original – Elástico – Carga de Pulso: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI).

Tabela 6.1 - Modelo Original – Elástico – Carga de Pulso: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e velocidade máxima na direção X.

		MODELO ORIGINAL					
		LEQUE			PARALELO		
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)
CARREGAMENTO (kN/m)	5	0,023	0,000	0,168	0,085	0,000	0,662
	10	0,045	0,000	0,325	0,190	0,000	1,619
	20	0,090	0,000	0,650	0,535	0,000	3,213

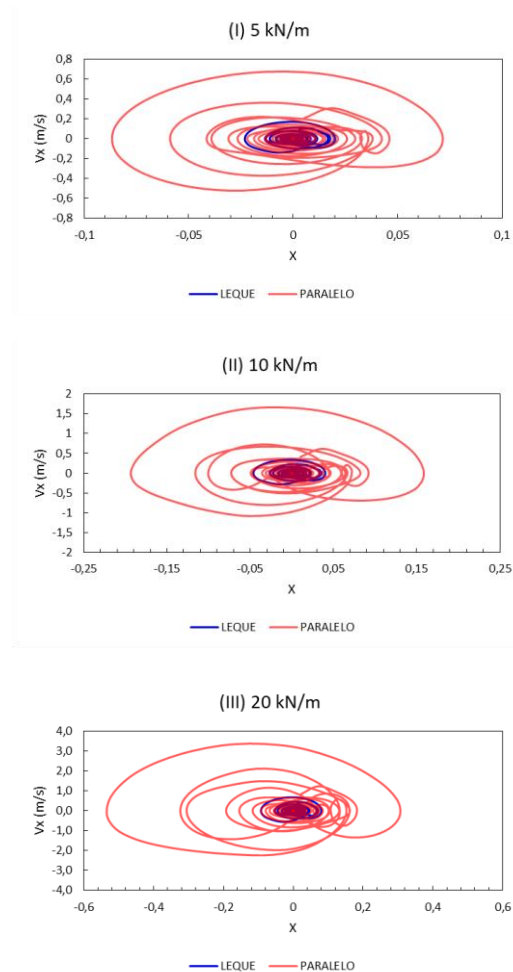


Figura 6.3 – Modelo Original – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)

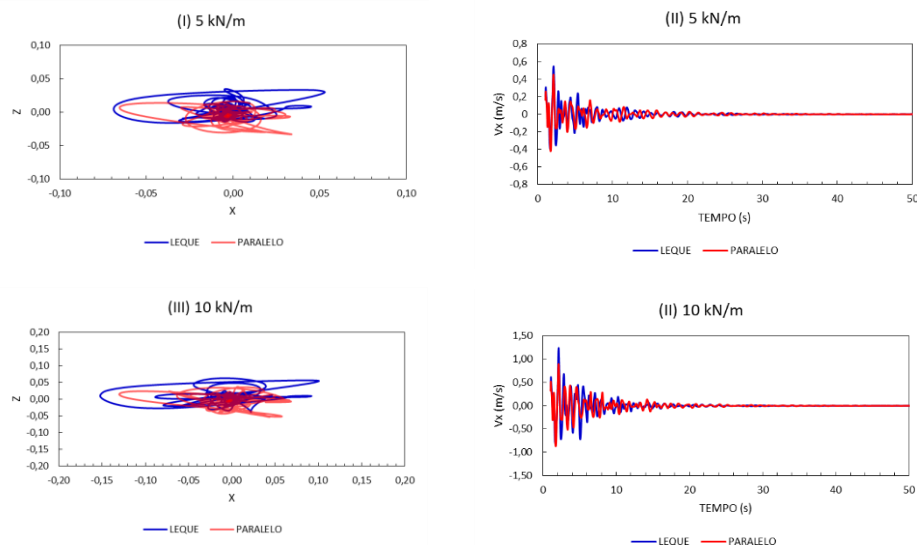
### 6.2.1.2. Modelo sem um cabo inferior

A Figura 6.4 mostra o modelo esquemático indicando a direção da perda de um cabo. A Figura 6.5 apresenta os resultados obtidos para o modelo sem um cabo inferior sob a carga de pulso na direção X. Observa-se a influência da quebra de simetria com o deslocamento do topo da estrutura ocorrendo nas direções X e Z (Figura 6.5). Em relação à disposição dos cabos, nota-se que, diferente do modelo original, o modelo em leque apresenta amplitudes maiores que o modelo em paralelo. A Tabela 6.2 apresenta os deslocamentos do topo da torre nas direções X e Z e a velocidade máxima na direção X. Verifica-se que há um aumento não linear com a carga, indicando a importância dos efeitos de 2ª ordem na análise dinâmica.



Figura 6.4 – Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda do cabo inferior.

Na comparação dos valores absolutos máximos no deslocamento do topo e na resposta no tempo dos modelos original e sem um cabo inferior, verificamos que a retirada de um cabo inferior leva a valores na direção X inferiores ao modelo original. Num primeiro momento, essa resposta pode provocar um certo estranhamento. No entanto, isso se deve ao fato dos deslocamentos no modelo sem um cabo inferior serem em duas direções. Na direção X, a perda do cabo diminui o valor absoluto máximo, mas promove valores consideráveis na direção Z, ocorrendo um aumento da complexidade das respostas. A Figura 6.6 mostra a resposta da velocidade na direção Z no tempo ( $V_z$ ). No Apêndice II, apresentam-se os planos de fase para diferentes magnitudes de carregamento. Na Figura 6.7, apresentam-se os planos de fase dos modelos original e sem um cabo inferior, comparando as respostas.



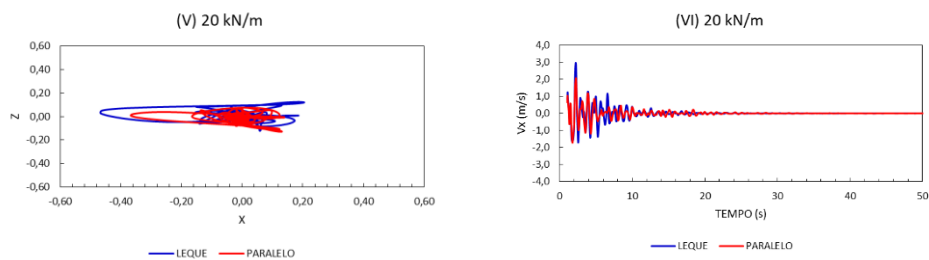
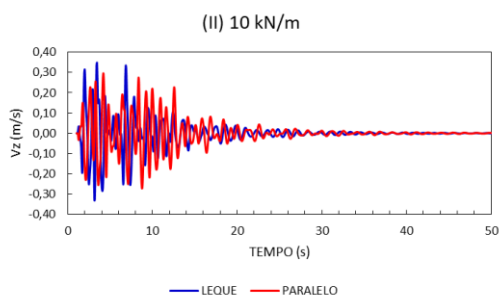
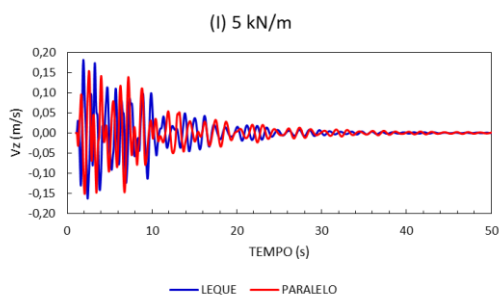


Figura 6.5 - Modelo sem um cabo inferior – Elástico – Carga de Pulso: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI).

Tabela 6.2 - Modelo sem um cabo inferior – Elástico – Carga de Pulso: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e velocidade máxima na direção X.

		MODELO SEM 1 CABO INFERIOR					
		LEQUE			PARALELO		
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)
CARREGAMENTO (kN/m)	5	0,069	0,035	0,181	0,065	0,033	0,451
	10	0,152	0,062	1,238	0,132	0,052	0,774
	20	0,466	0,120	2,813	0,352	0,128	1,989



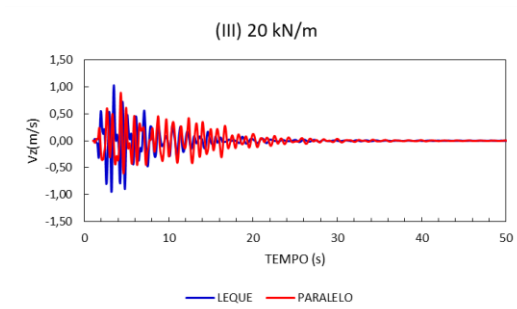


Figura 6.6 - Modelo sem um cabo inferior – Elástico – Carga de Pulso: Resposta da velocidade na direção Z no tempo.

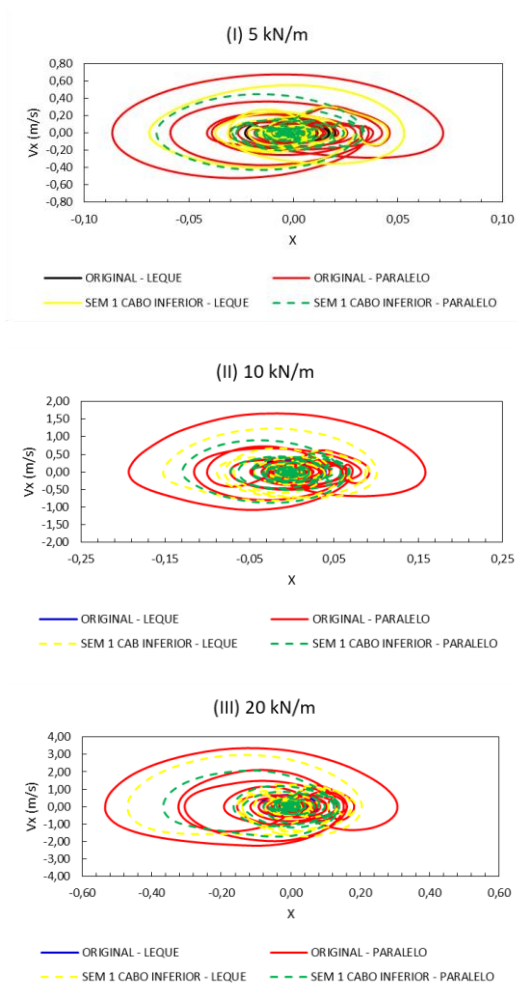


Figura 6.7 – Modelo Original e sem um cabo inferior – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)

### 6.2.1.3. Modelo sem um cabo superior

A Figura 6.9 apresenta os resultados obtidos para o modelo sem um cabo superior. O modelo esquemático indicando a direção da perda do cabo superior encontra-se na Figura 6.8. A Tabela 6.3 apresenta os valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e velocidade na direção X. A partir da análise das Figuras 6.9 (I, III e V), observa-se que o deslocamento do topo da estrutura situa-se principalmente no quadrante XZ negativo, próximo à região onde falta um cabo superior. Dessa forma, tal como ocorre no modelo sem um cabo inferior, a perda de um cabo superior promove a perda de simetria da estrutura e influencia em seu comportamento de maneira considerável. Em relação ao tipo de modelo, notamos que, diferentemente do modelo sem um cabo inferior, o modelo com cabos em paralelo apresenta amplitudes de vibração maiores que o modelo com cabos em leque. Em relação ao aumento do carregamento, observamos que, no modelo com cabos em paralelo, os valores absolutos máximos de 0,53 m (5 kN/m), 1,0 m (10 kN/m) e 2,0 m (20 kN/m) encontram-se consideravelmente acima dos obtidos no modelo sem um cabo inferior. Na Figura 6.10 apresentam-se os planos de fase para as diferentes magnitudes de carregamento.



Figura 6.8 – Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda do cabo superior.

Tabela 6.3 - Modelo sem um cabo superior – Elástico – Carga de Pulso: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e velocidade máxima na direção X.

		MODELO SEM 1 CABO SUPERIOR					
		LEQUE			PARALELO		
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)
CARREGAMENTO (kN/m)	5	0,288	0,498	0,608	0,353	0,539	0,746
	10	0,471	0,749	1,068	0,640	1,000	1,593
	20	0,998	1,488	2,730	1,382	1,962	3,388



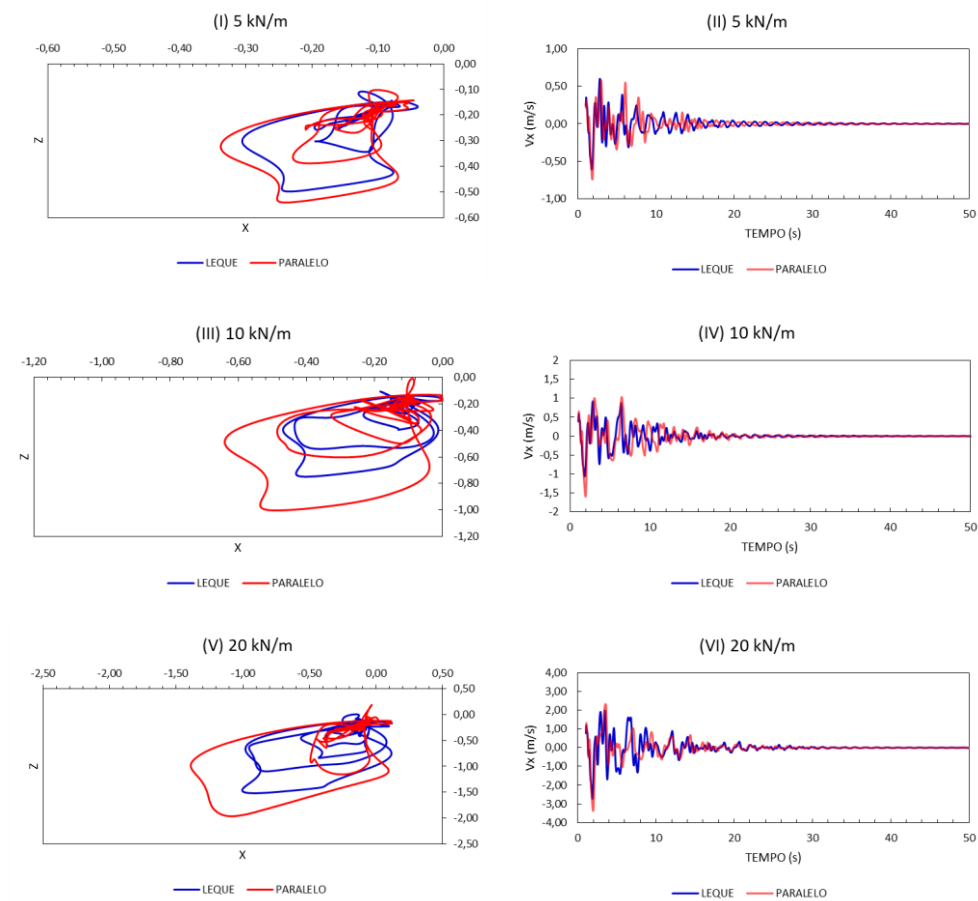
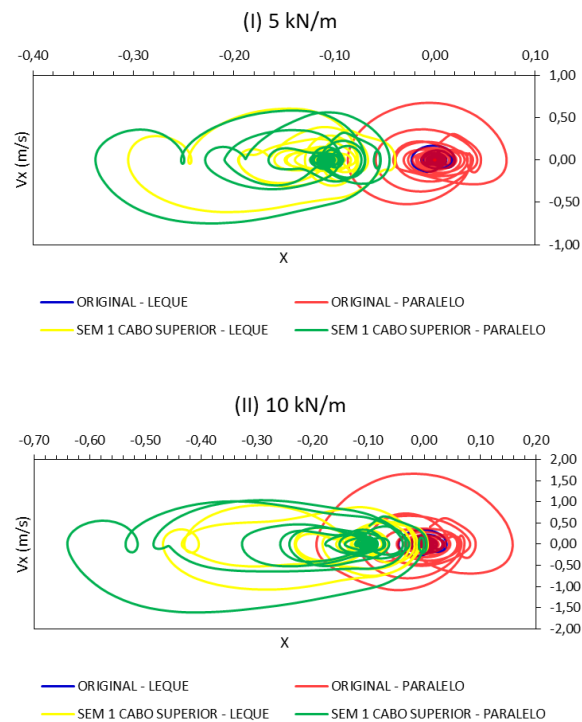


Figura 6.9 - Modelo sem um cabo superior – Elástico – Carga de Pulso: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI).



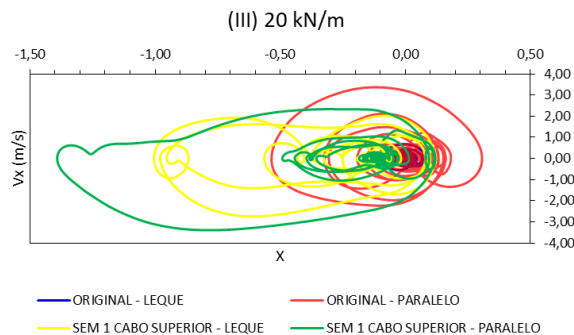


Figura 6.10 – Modelo Original e Sem 1 cabo superior – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)

#### 6.2.1.4.

#### Modelo sem dois cabos mesmo plano

A Figura 6.12 apresenta os resultados obtidos para o modelo sem dois cabos no mesmo plano. O modelo esquemático indicando a direção da perda dos dois cabos no mesmo plano encontra-se na Figura 6.11. As Figuras 6.12 (I, III e V) mostram o deslocamento do topo da torre nas direções XZ, as Figuras 6.12 (II, IV e VI) mostram a variação da velocidade do mesmo nó na direção X no tempo. Tabela 6.4 mostra os valores máximos observados. A partir da análise das Figuras 6.12 (I, III e V), observa-se que o deslocamento do topo da estrutura situa-se principalmente no quadrante X negativo e Z positivo, próximo à região onde ocorre a ausência dos dois cabos no mesmo plano. Dessa forma, como nos modelos sem um cabo, conclui-se que a perda de estais, promovendo a perda de simetria, influencia de maneira considerável a resposta dinâmica. Quando se aplica uma carga de pulso de magnitude 5kN/m, o modelo com cabos em paralelo apresenta maiores valores absolutos. Quando o valor do carregamento é 10kN/m, ocorre o inverso. A resposta no tempo mostra-se bem complexa com a participação de várias frequências. Na Figura 6.13, observam-se os planos de fase para diferentes magnitudes de carregamento.

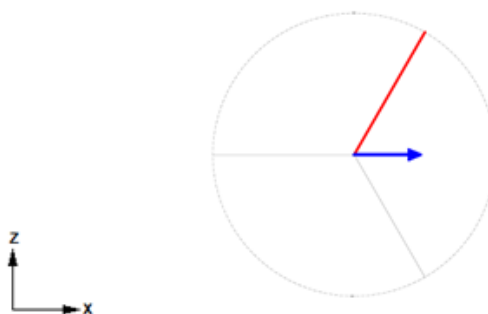


Figura 6.11 – Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda dos dois cabos no mesmo plano.

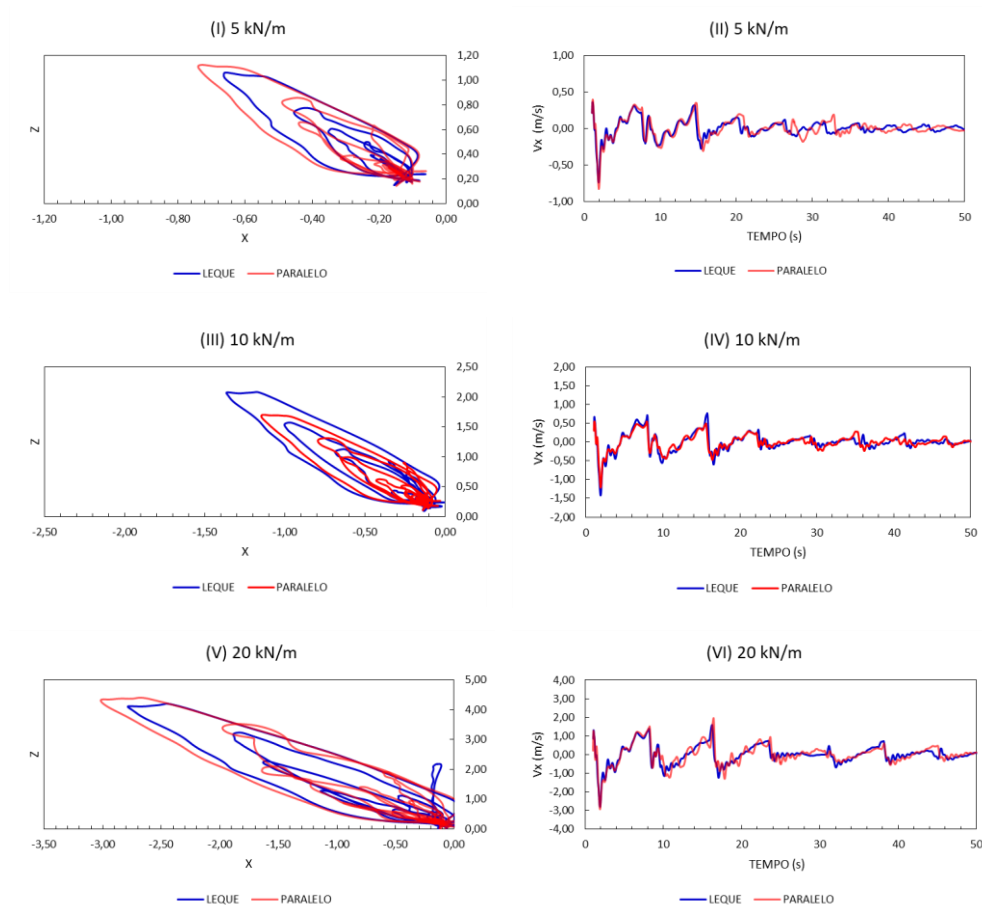


Figura 6.12 - Modelo sem dois cabos mesmo plano – Elástico – Carga de Pulso: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI).

Tabela 6.4 - Modelo sem dois cabos no mesmo plano – Elástico – Carga de Pulso: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e velocidade máxima na direção X.

		MODELO SEM 2 CABOS MESMO PLANO					
		LEQUE			PARALELO		
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)
CARREGAMENTO (kN/m)	5	0,660	1,021	0,736	0,732	1,059	0,827
	10	1,349	2,077	1,420	1,121	1,589	1,211
	20	2,712	4,371	2,806	2,927	4,344	2,923

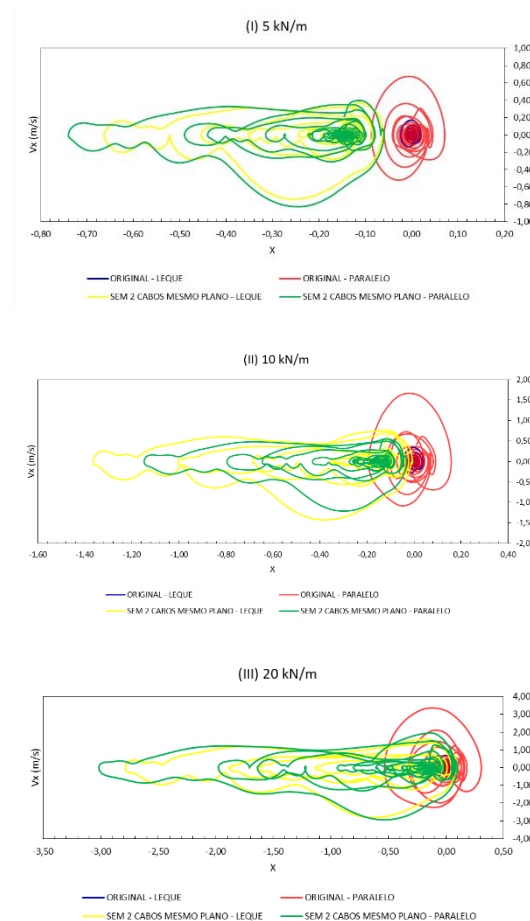


Figura 6.13 – Modelo Original e Sem dois cabos no mesmo plano – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)

### 6.2.1.5. Modelo sem dois cabos inferiores

A Figura 6.15 apresenta os resultados obtidos para o modelo sem dois cabos inferiores. O modelo esquemático indicando a direção da perda dos dois cabos inferiores encontra-se na Figura 6.14. A Tabela 6.5 mostra um resumo dos valores máximos. Observa-se que o deslocamento do topo da estrutura situa-se somente na direção X, em virtude da simetria da carga e geometria. Em relação à disposição dos cabos, nota-se que ambos os modelos apresentam amplitudes máximas próximas entre si. Em relação ao aumento da aplicação do carregamento, observamos que, os valores absolutos máximos encontram-se próximos dos modelos original e sem um cabo inferior. Em consideração à geometria, o modelo com cabos em leque possui valores absolutos ligeiramente

superiores ao modelo com cabos em paralelo. Na Figura 6.16, observam-se os planos de fase para diferentes magnitudes de carregamento.

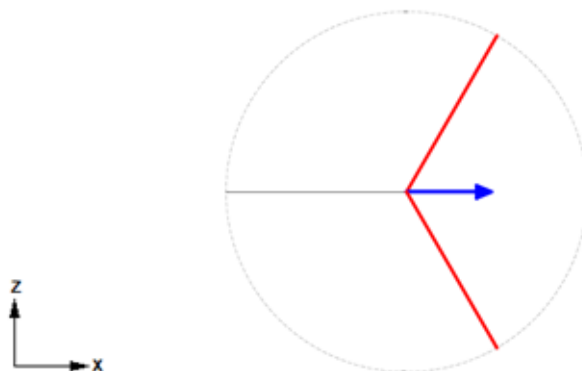


Figura 6.14 - Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda dos dois cabos inferiores.

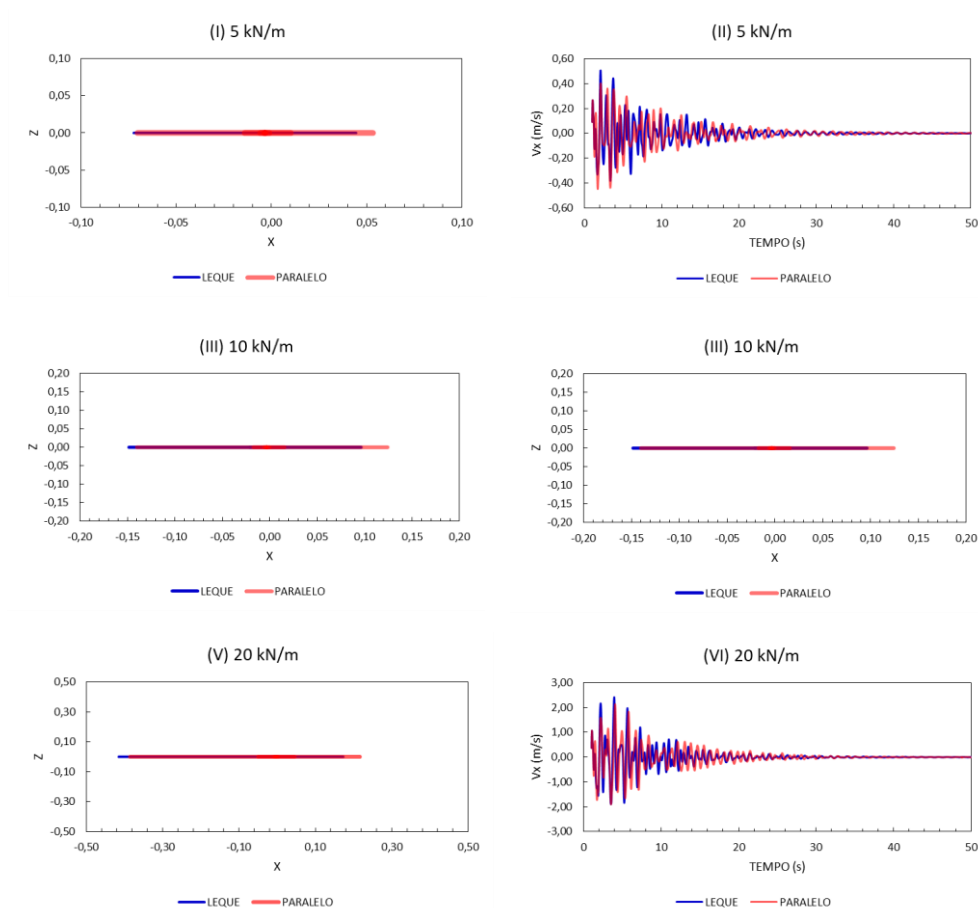


Figura 6.15 – Modelo sem dois cabos inferiores – Elástico – Carga de Pulso: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI).

Tabela 6.5 - Modelo sem dois cabos inferiores – Elástico – Carga de Pulso: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e velocidade máxima na direção X.

		MODELO SEM 2 CABOS INFERIORES					
		LEQUE			PARALELO		
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)
CARREGAMENTO (kN/m)	5	0,072	0,000	0,478	0,689	0,000	0,439
	10	0,148	0,000	1,034	0,136	0,000	0,935
	20	0,415	0,000	2,167	0,380	0,000	2,128

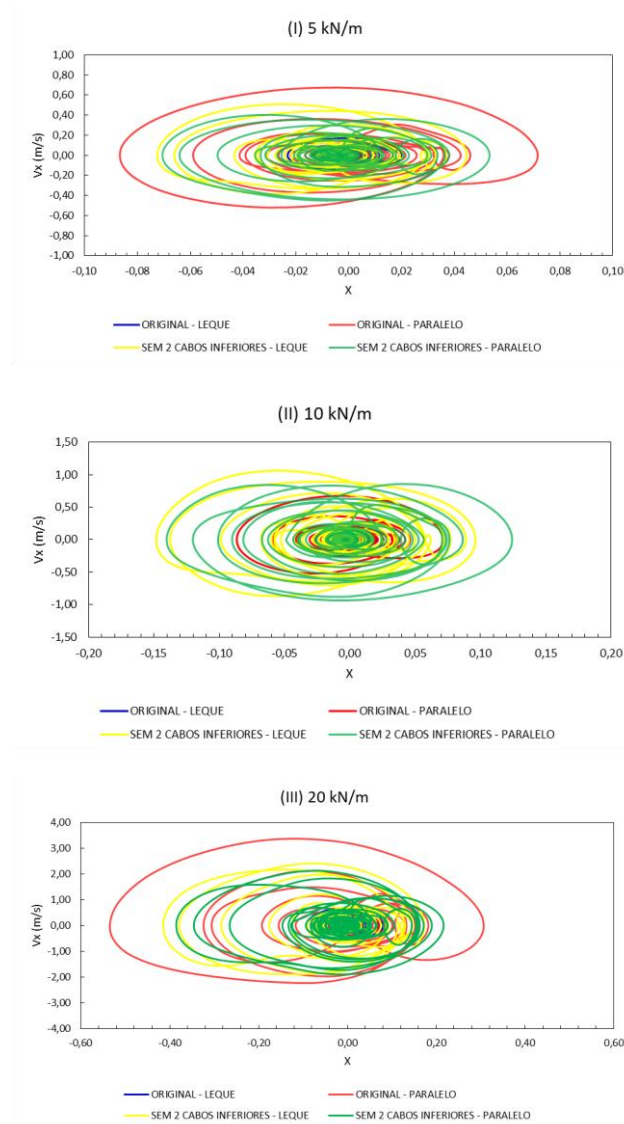


Figura 6.16 – Modelo Original e Sem 2 cabos inferiores – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)

### 6.2.1.6. Modelo sem dois cabos superiores

A Figura 6.18 apresenta os resultados obtidos para o modelo sem dois cabos superiores. O modelo esquemático indicando a direção da perda dos dois cabos superiores encontra-se na Figura 6.17. A Tabela 6.6 mostra um resumo dos valores máximo. Observamos que o deslocamento do topo da estrutura ocorre somente na direção X, comportando-se como o modelo original e modelo sem dois cabos inferiores. Neste caso, o modelo com cabos em leque possui valores absolutos bastante superiores ao modelo com cabos em paralelo. Na Figura 6.19, apresentam-se os planos de fase para diferentes magnitudes de carregamento.

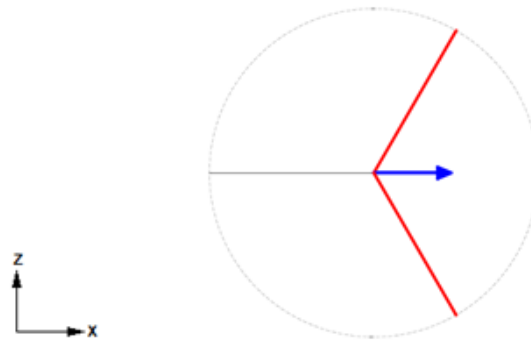
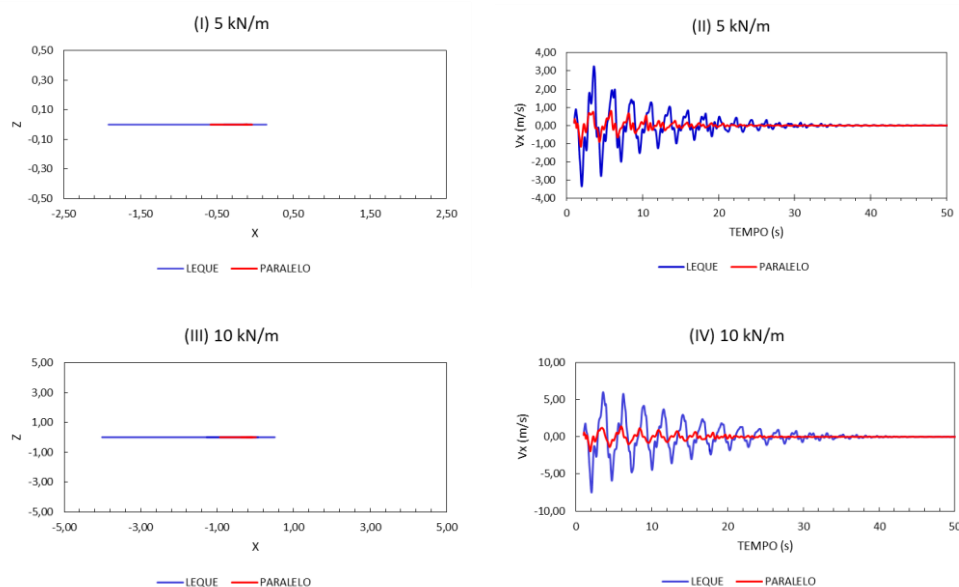


Figura 6.17 – Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda dos dois superiores.



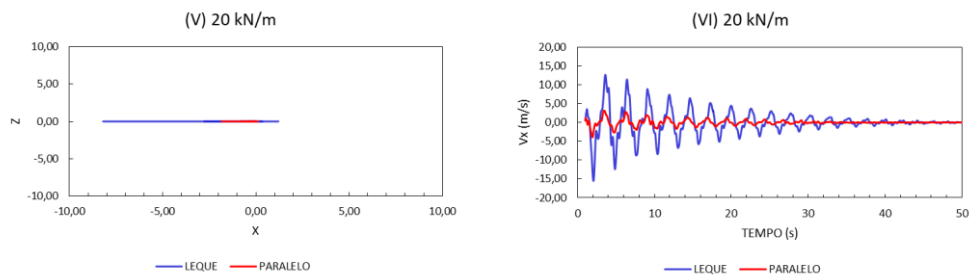
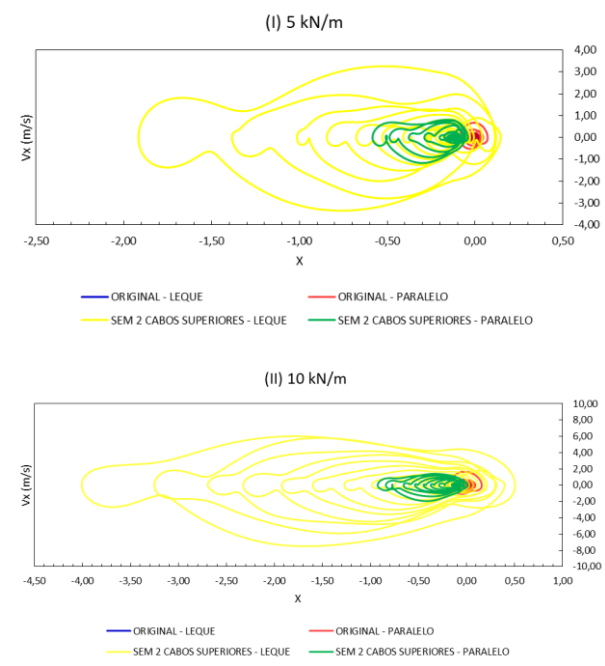


Figura 6.18 - Modelo sem dois cabos superiores – Elástico – Carga de Pulso: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e velocidade máxima na direção X (II, IV e VI).

Tabela 6.6 - Modelo sem dois cabos superiores – Elástico – Carga de Pulso: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e resposta da velocidade na direção X no tempo.

		MODELO SEM 2 CABOS SUPERIORES					
		LEQUE			PARALELO		
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)
CARREGAMENTO (kN/m)	5	1,899	0,000	3,350	0,572	0,000	1,165
	10	3,946	0,000	7,503	0,900	0,000	1,955
	20	8,193	0,000	15,486	1,767	0,000	3,889





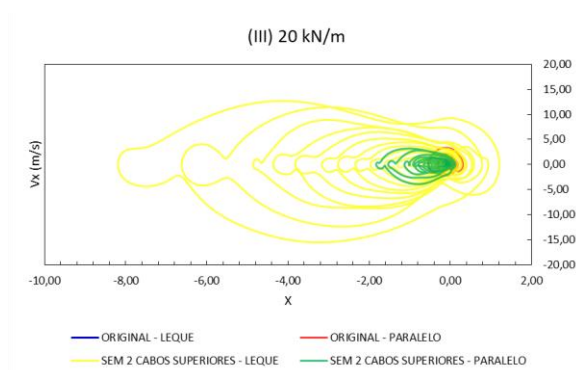


Figura 6.19 – Modelo Original e Sem 2 cabos superiores – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)

Tabela 6.7 – Modelo Elástico – Carga de Pulso: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e resposta da velocidade na direção X no tempo.

MODELO ELÁSTICO - CARGA DE PULSO							
MODELO	CARREGAMENTO (kN/m)	LEQUE			PARALELO		
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)
ORIGINAL	5	0,023	0,000	0,168	0,085	0,000	0,662
	10	0,045	0,000	0,325	0,190	0,000	1,619
	20	0,090	0,000	0,650	0,535	0,000	3,213
SEM 1 CABO INFERIOR	5	0,069	0,035	0,181	0,065	0,033	0,451
	10	0,152	0,062	1,238	0,132	0,052	0,774
	20	0,466	0,120	2,813	0,352	0,128	1,989
SEM 1 CABO SUPERIOR	5	0,288	0,498	0,608	0,353	0,539	0,746
	10	0,471	0,749	1,068	0,640	1,000	1,593
	20	0,998	1,488	2,730	1,382	1,962	3,388
SEM 2 CABOS MESMO PLANO	5	0,660	1,021	0,736	0,732	1,059	0,827
	10	1,349	2,077	1,420	1,121	1,589	1,211
	20	2,712	4,371	2,806	2,927	4,344	2,923
SEM 2 CABOS INFERIORES	5	0,072	0,000	0,478	0,689	0,000	0,439
	10	0,148	0,000	1,034	0,136	0,000	0,935
	20	0,415	0,000	2,167	0,380	0,000	2,128
SEM 2 CABOS SUPERIORES	5	1,899	0,000	3,350	0,572	0,000	1,165
	10	3,946	0,000	7,503	0,900	0,000	1,955
	20	8,193	0,000	15,486	1,767	0,000	3,889

### 6.2.2. Vibração forçada amortecida

Na vibração forçada amortecida, é aplicado ao longo da torre um carregamento uniformemente distribuído harmônico na direção X, com variação senoidal:

$$F(t) = F_0 * \sin(\Omega t) \quad (6.1)$$

Adotam-se para a magnitude  $F_0$  os valores de 5, 10 e 20 kN/m e como frequência de excitação  $\Omega$ , o valor próximo à frequência natural levando a estrutura à ressonância. Os valores adotados para  $\Omega$  encontram-se no Apêndice I.

A Figura 6.20 apresenta um modelo esquemático da aplicação do carregamento harmônico nos modelos estruturais investigados neste trabalho. Na Tabela 6.14, encontram-se os resultados consolidados de todos os modelos propostos.

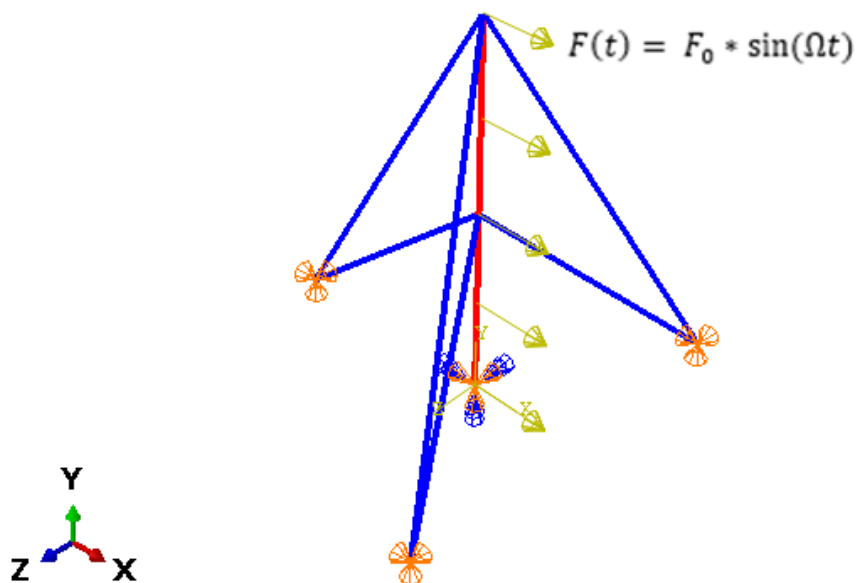


Figura 6.20 – Modelo esquemático de aplicação do carregamento harmônico do tipo senoidal.

### 6.2.2.1. Torre estaiada com todos os cabos

A Figura 6.21 apresenta os resultados obtidos para a torre estaiada com todos os cabos, que servirão de referência no estudo a seguir. Como na análise em vibração livre, apresenta-se o deslocamento do nó do topo da torre no plano XZ e a resposta da velocidade do mesmo nó na direção X ao longo do tempo, para os três níveis de carga  $F_o$  (Equação 6.1). A Tabela 6.8 apresenta um resumo dos valores máximos.

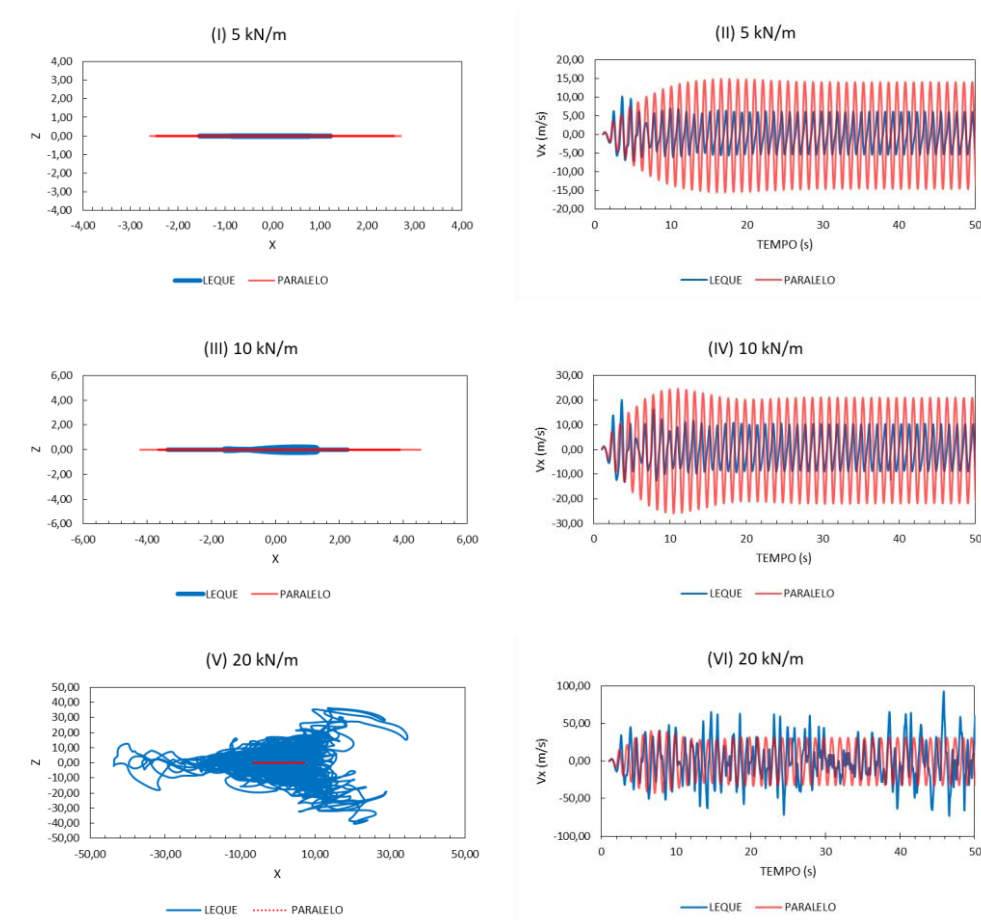


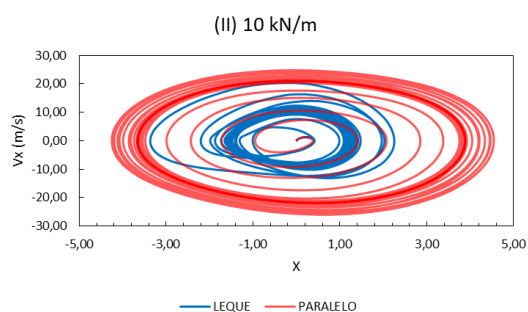
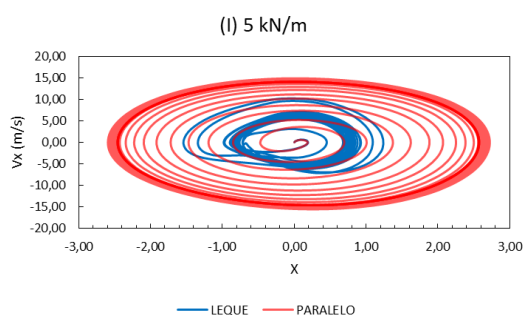
Figura 6.21 - Modelo Original – Elástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI).  $\Omega = 6,0$  rad/s (leque) e  $5,7$  rad/s (paralelo)

Observa-se que, com exceção da carga de 20 kN/m, o deslocamento do topo da estrutura manteve-se na direção X, mesma direção da aplicação da carga e plano de um conjunto de estais. Para a magnitude da carga de 20 kN/m, o modelo com cabos em paralelo manteve a simetria dos deslocamentos, mas o modelo com cabos em leque aumentou exacerbadamente seus deslocamentos máximos, apresentando movimentação nas direções dos três conjuntos de cabos, comportando-se de maneira caótica, indicando

a existência de um acoplamento modal como já observado por Marques [84]. Para valores menores de carga, nota-se que o modelo com cabos em paralelo apresenta amplitudes de deslocamento e velocidade maiores que o modelo com cabos em leque. No início existe uma resposta transiente, até a estabilização no regime permanente. Com exceção do caso de resposta permanente caótica, a estrutura converge para uma resposta periódica com o período da força ( $T=2\pi/\Omega$ ). Para o caso caótico observam-se grandes amplitudes de movimento. A Figura 6.22 apresenta os planos de fase para diferentes magnitudes de carregamento. Observa-se que, com exceção do movimento, caótico, a resposta transiente converge para um atrator periódico.

*Tabela 6.8 – Modelo Original – Elástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e velocidade máxima na direção X.*

		MODELO ORIGINAL					
		LEQUE			PARALELO		
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)
CARREGAMENTO (kN/m)	5	1,528	0,000	9,590	2,720	0,000	17,815
	10	3,329	0,241	19,553	4,534	0,000	25,543
	20	43,070	40,309	90,099	7,392	0,000	41,124



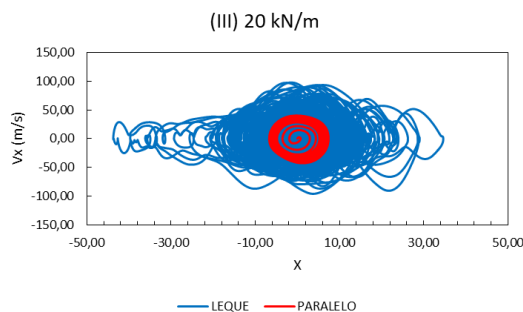
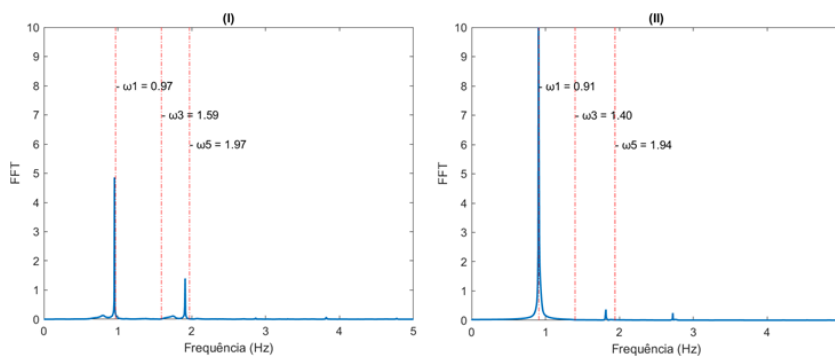


Figura 6.22 - Modelo Original – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)

A fim de facilitar a compreensão da resposta do modelo de torre estaiada, desenvolveu para cada magnitude de carregamento a Transformada Rápida de Fourier (FFT) da resposta permanente e o espectrograma, respectivamente nas Figuras 6.23 e 6.24. Essas respostas foram obtidas utilizando o software Matlab. Na Figura 6.23, mostram-se, como referência, em pontilhado, as três primeiras frequências naturais do modelo estrutural. Observa-se que o pico mais elevado coincide com a frequência fundamental da estrutura, próximo à frequência de ressonância. Em adição, verifica-se que, tanto no modelo com cabos em leque quanto em paralelo, à medida que se aumenta o carregamento, aumenta o número de picos e sua magnitude. Nota-se que há, com exceção do movimento caótico, uma participação importante do terceiro modo (lembrar que as frequências ocorrem aos pares em virtude das simetrias da torre). Na Figura 6.23 (V), relativa ao movimento caótico, verifica-se uma distribuição contínua de picos, com a presença de frequências sub e super-harmônicos, que aparecem em virtude da não linearidade geométrica [88]. Na Figura 6.24, o espectrograma mostra a ativação de modos mais altos nos instantes iniciais de tempo (fase transiente) e a diminuição gradual de sua participação à medida que a resposta converge para o regime permanente. Nesse regime se observa a participação apenas dos primeiros modos, concordando com os resultados das transformadas de Fourier.



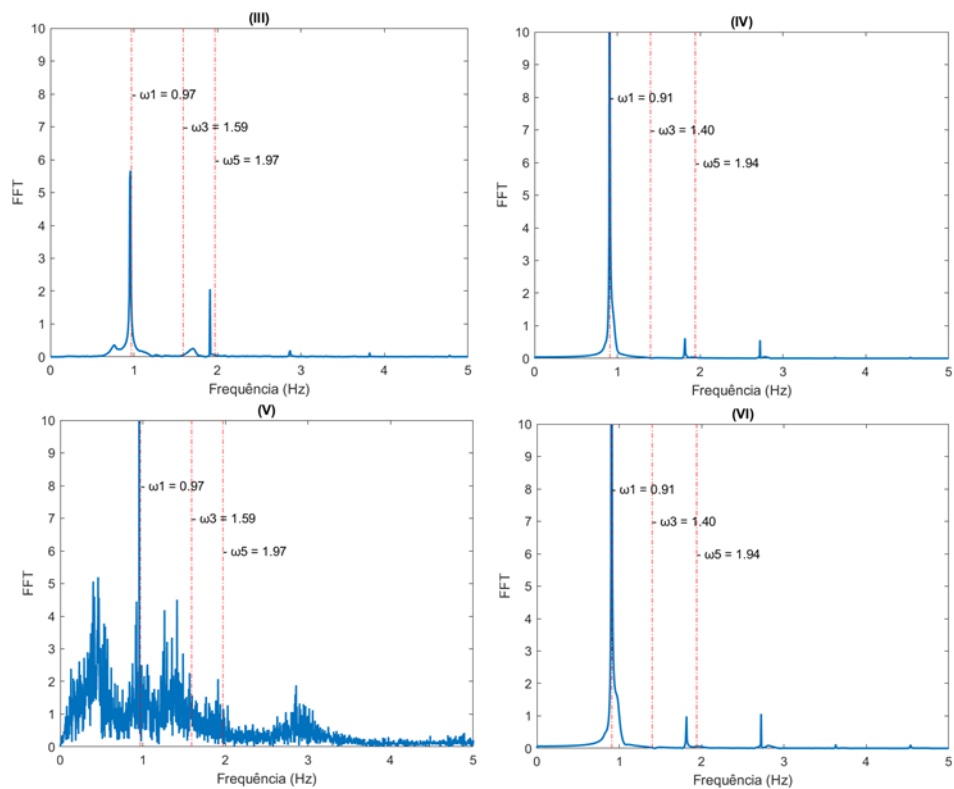
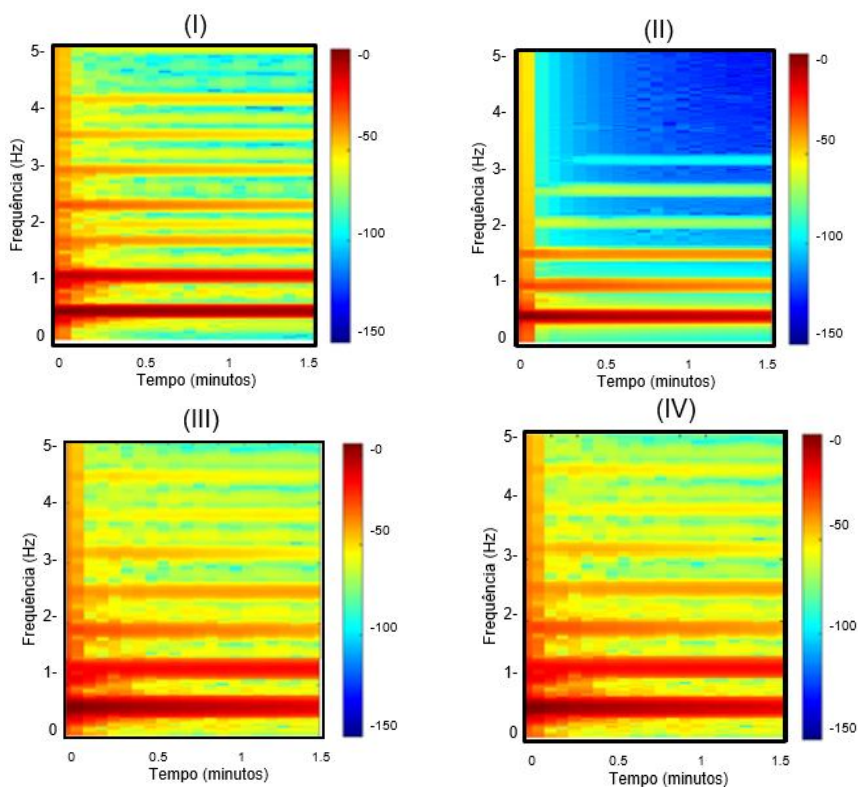


Figura 6.23 – Modelo Original – Elástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (I, III e V) e Paralelo (II, IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente.



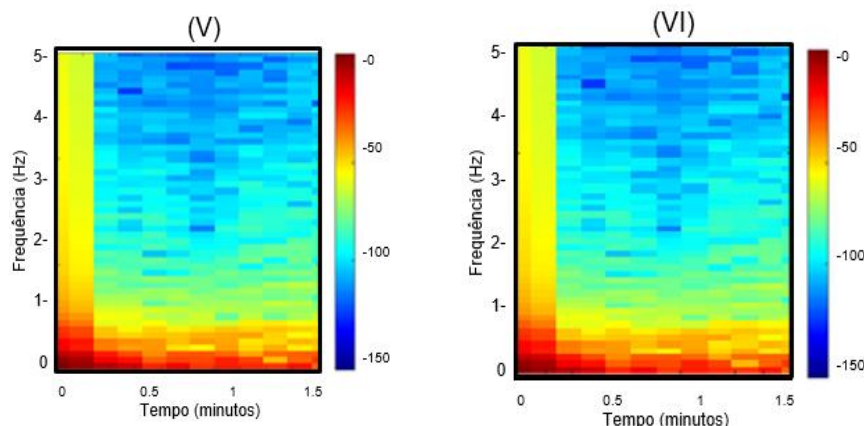


Figura 6. 24 - Modelo Original – Elástico – Carga Senoidal: Espectrograma dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo (II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente.

### 6.2.2.2. Modelo sem um cabo Inferior

O modelo esquemático indicando a direção da perda dos cabo inferior encontra-se na Figura 6.25. A Figura 6.26 apresenta os resultados obtidos para o modelo sem um cabo inferior. Os planos de fase encontram-se na Figura 6.27. A Tabela 6.9 mostra os valores máximos.



Figura 6.25 – Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda do cabo inferior.

Observa-se que o deslocamento do topo da estrutura tem componentes nas direções X e Z, preferencialmente na direção em que o cabo foi retirado, em virtude da perda de simetria. Nota-se que o modelo com cabos em paralelo apresenta amplitudes maiores que o modelo com cabos em leque (Tabela 6.9). Comparando por exemplo o deslocamento e velocidade máximos na direção X da torre estaiada imperfeita com cabos em paralelo no carregamento de 5 kN/m (2,720 m e 17,815m/s, Tabela 6.8), observa-se uma diminuição de 67% e 70%, respectivamente, no modelo sem um cabo inferior (0,905

m e 5,272m/s, Tabela 6.9), no entanto há deslocamento na direção Z. É importante destacar o aumento considerável dos valores para o carregamento de 20 kN/m, apresentando um movimento caótico. Observa-se agora uma maior complexidade da resposta permanente, principalmente para a carga de 20kN/m.

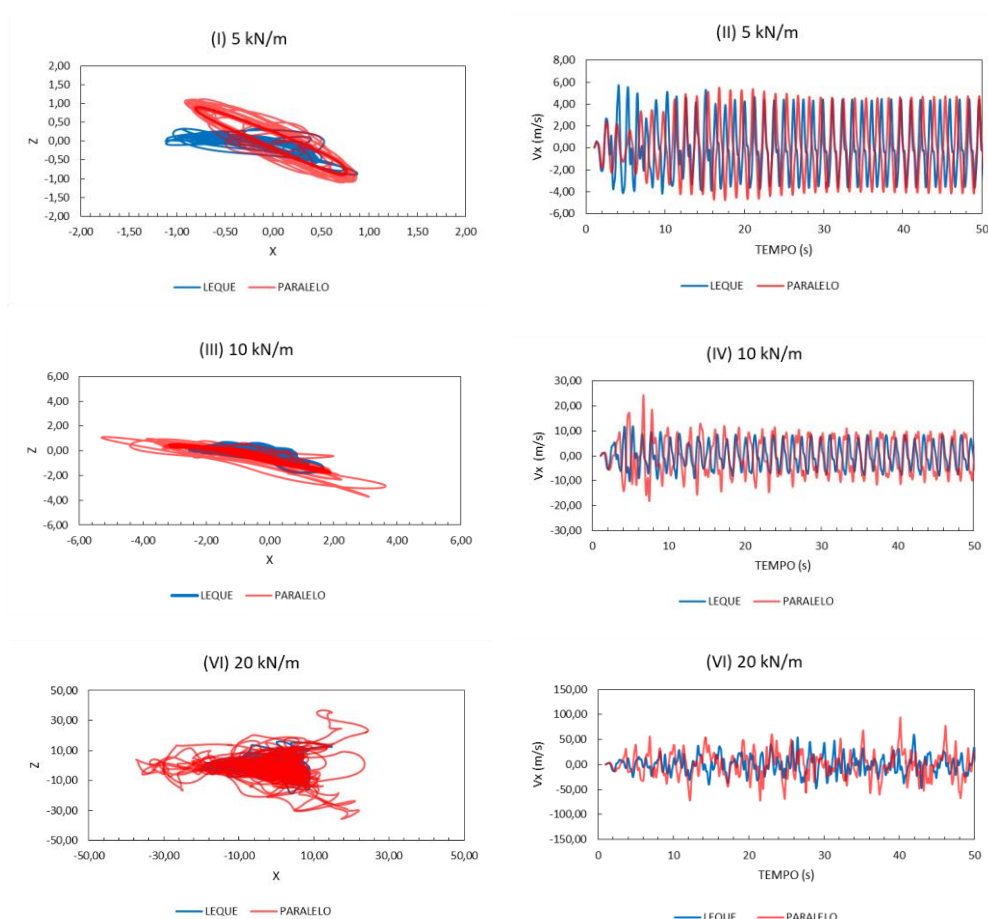


Figura 6.26 - Modelo Sem um cabo inferior – Elástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI).  $\Omega = 5,1$  rad/s (leque) e  $4,4$  rad/s (paralelo)

Tabela 6.9 – Modelo sem um cabo inferior – Elástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e velocidade máxima na direção X.

		MODELO SEM 1 CABO INFERIOR					
		LEQUE			PARALELO		
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)
CARREGAMENTO (kN/m)	5	1,083	0,880	5,569	0,905	1,106	5,272
	10	2,539	1,765	11,069	5,115	3,719	23,326
	20	20,592	18,622	57,616	36,761	34,741	91,363



A transformada rápida de Fourier (FFT) da resposta permanente para diferentes magnitudes de carregamento se encontra na Figura 6.28. O espectrograma está no Apêndice III. Cabe recordar que há um decréscimo nas frequências e, com isto, a região principal de ressonância move-se para a esquerda. Também, em virtude da perda de simetria, as frequências não mais ocorrem aos pares.

A partir da análise da Figura 6.28, assim como no modelo original, o pico mais elevado coincide com a frequência fundamental da estrutura, próximo da frequência de ressonância. À medida que o carregamento aumenta, aumenta o número de picos. Verifica-se nas Figuras 6.28 (V, VI) a FFT típica de um movimento caótico.

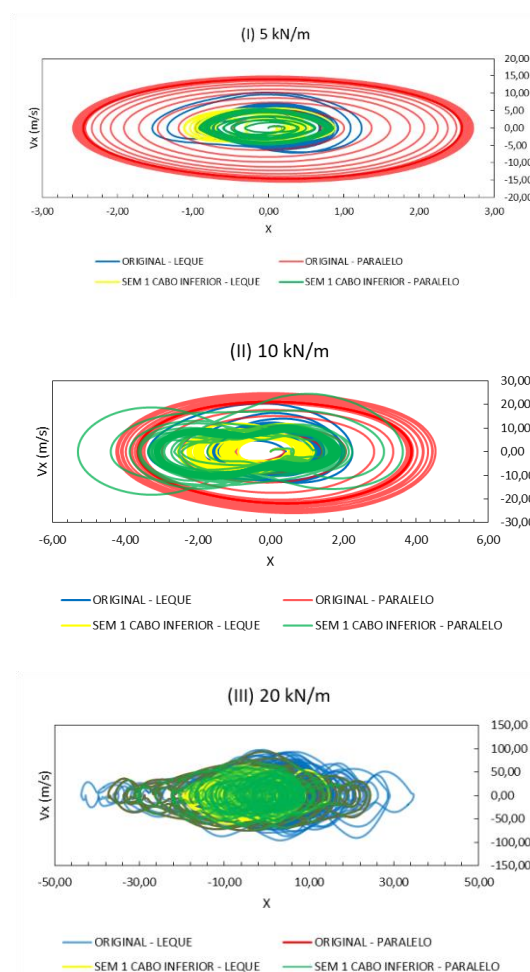


Figura 6.27 – Modelo Original e Sem 1 cabo inferior – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade  $x$  Deslocamento (Direção  $X$ )

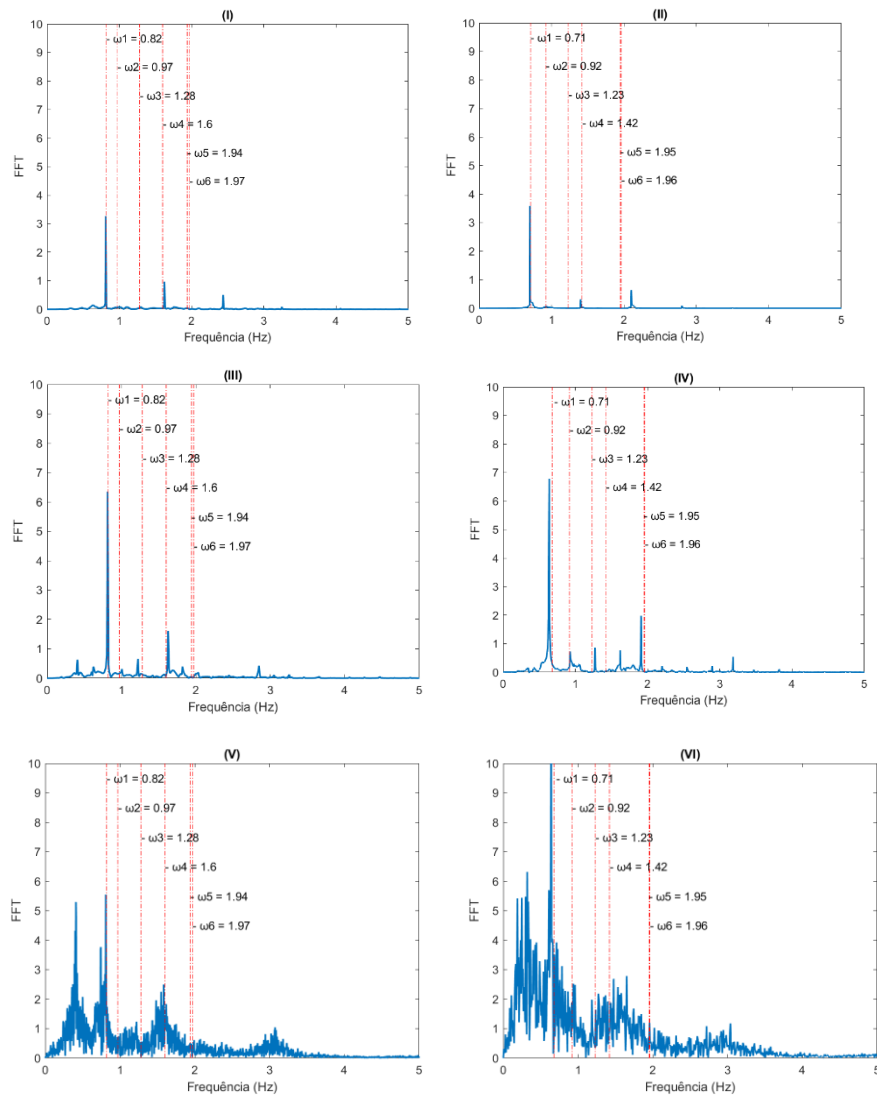


Figura 6.28 - Modelo Sem um cabo inferior – Elástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (I, III e V) e Paralelo (II, IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente.

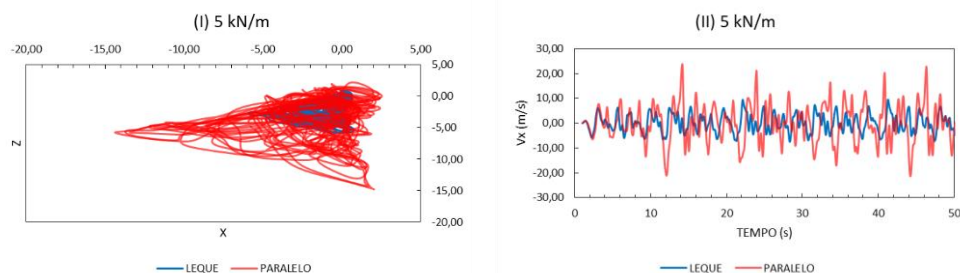
### 6.2.2.3. Modelo sem um cabo superior

O modelo esquemático da direção da perda do cabo superior é representado na Figura 6.29. A Figura 6.30 apresenta os resultados obtidos para o modelo sem um cabo superior enquanto a Tabela 6.10 apresenta os valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e da velocidade na direção X. O plano de fase velocidade x deslocamento encontra-se na Figura 6.32.



Figura 6.29 – Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda do cabo superior.

Nota-se que o modelo com cabos em paralelo apresenta amplitudes maiores que o modelo com cabos em leque (Tabela 6.10). Comparando por exemplo o deslocamento e velocidade máximos na direção X da torre estaiada imperfeita com cabos em paralelo no carregamento de 5 kN/m (2,720 m e 17,815m/s, Tabela 6.8), observa-se uma diminuição de 67% e 70%, respectivamente, no modelo sem 1 cabo inferior (0,905 m e 5,272m/s, Tabela 6.9, e um aumento de 403% e 59%, respectivamente, no modelo sem 1 cabo superior (13,687 m e 28,258m/s, Tabela 6.10). Nota-se que neste caso a resposta é bem mais sensível que no caso anterior, com o movimento caótico sendo observado até mesmo para valores pequenos da magnitude do carregamento. Isto é observado na Transformada Rápida de Fourier (FFT) da resposta permanente para diferentes magnitudes de carregamento que se encontra na Figura 6.31 (os espectrogramas estão no Apêndice X), onde o pico mais elevado coincide com a frequência fundamental da estrutura. Devem-se destacar os picos elevados relativos às ressonâncias sub-harmônicas.



Os valores absolutos máximos apresentam valores superiores aos do modelo original e sem um cabo inferior.

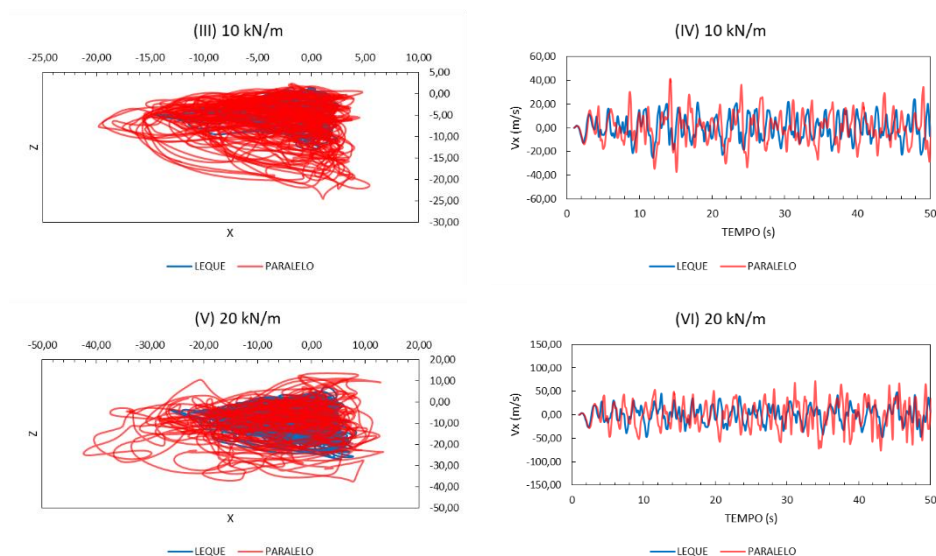
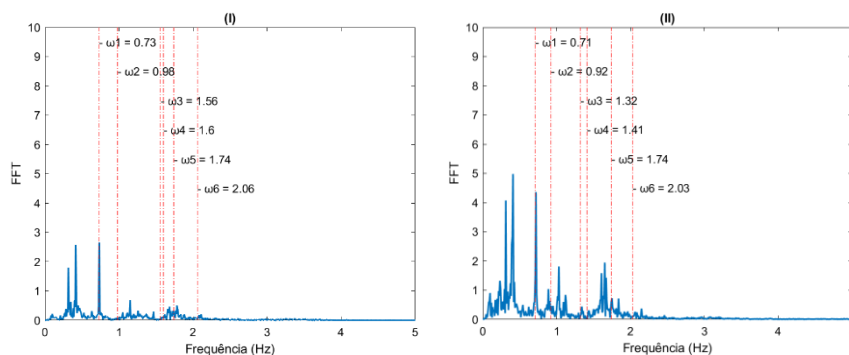


Figura 6.30 - Modelo Sem um cabo superior – Elástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI).  $\Omega = 4,6$  rad/s (leque) e  $4,5$  rad/s (paralelo)

Tabela 6.10 – Modelo sem um cabo superior – Elástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e a velocidade máxima na direção X.

		MODELO SEM 1 CABO SUPERIOR					
		LEQUE			PARALELO		
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)
CARREGAMENTO (kN/m)	5	5,788	5,538	9,037	13,687	14,253	28,258
	10	14,228	12,714	24,938	19,023	24,532	40,785
	20	25,971	26,923	57,924	41,982	37,112	99,546



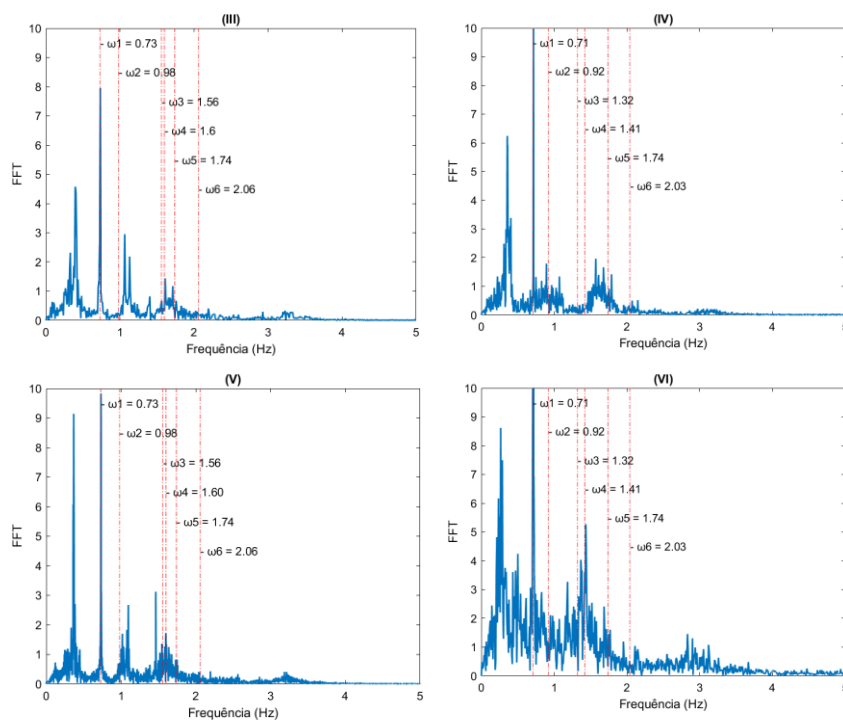


Figura 6.31 - Modelo Sem um cabo superior – Elástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (I, III e V) e Paralelo (II, IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente.

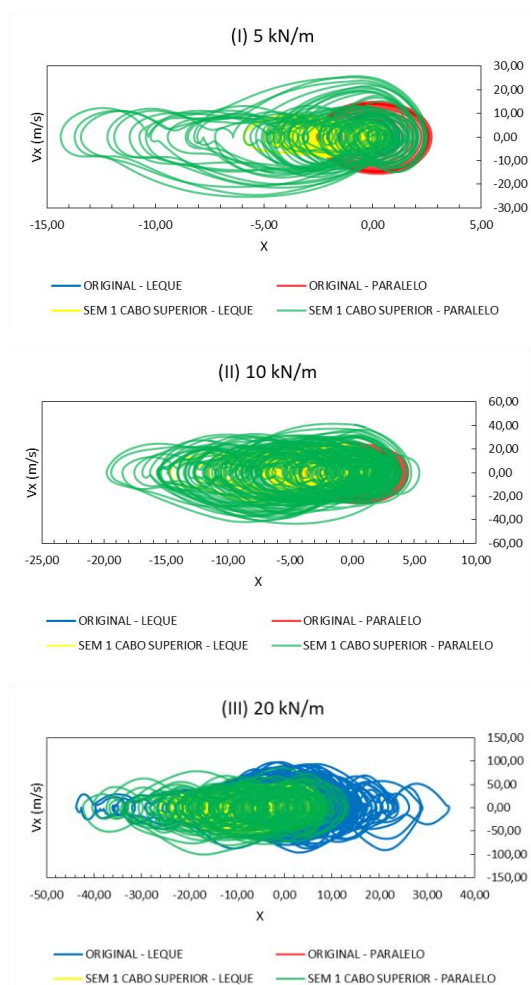


Figura 6.32 – Modelo Original e Sem 1 cabo superior – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)

#### 6.2.2.4.

#### Modelo sem dois cabos mesmo plano

O modelo esquemático da direção da perda dos dois cabos no mesmo plano é representado na Figura 6.33. Na Figura 6.34, apresentam-se os resultados obtidos para o modelo sem dois cabos no mesmo plano. Os valores absolutos máximos obtidos na análise encontram-se na Tabela 6.11. Observa-se que os deslocamentos do topo da estrutura, mesmo para cargas mais baixas, são bastante expressivos (Tabela 6.11). Comparando por exemplo o deslocamento e velocidade máximos na direção X da torre estaiada imperfeita com cabos em leque no carregamento de 10 kN/m (3,329 m e 19,553m/s, Tabela 6.8), observa-se uma diminuição de 24% e 43%, respectivamente, no modelo sem um cabo inferior (2,539 m e 11,069m/s, Tabela 6.9, e um aumento de 1720% e 194%, respectivamente, no modelo sem 2 cabos mesmo plano (60,592m e 57,528/s, Tabela 6.11).

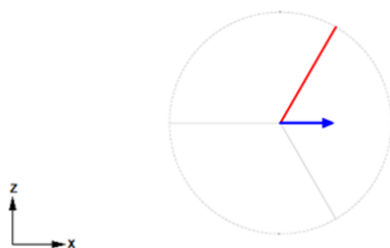
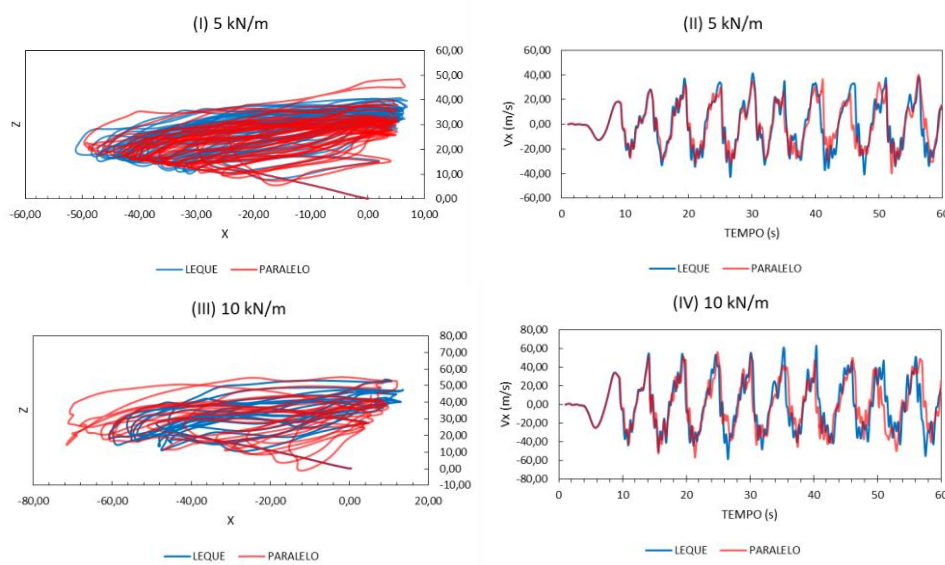


Figura 6.33 – Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda dos dois cabos no mesmo plano.

A transformada rápida de Fourier (FFT) da resposta permanente para diferentes magnitudes de carregamento se encontra na Figura 6.35, onde se observa, como no caso anterior, o comportamento típico de um movimento caótico, com o pico mais elevado coincidindo com a frequência fundamental da estrutura.



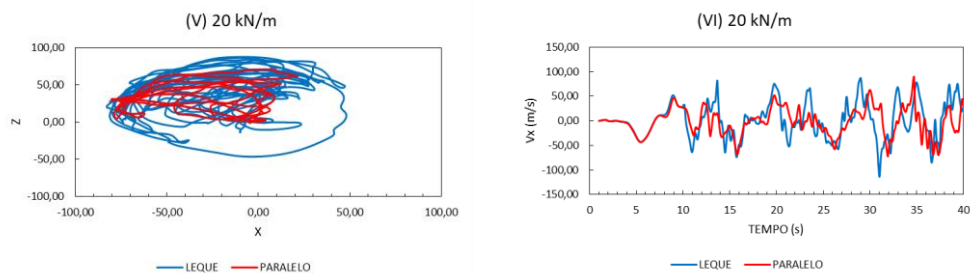
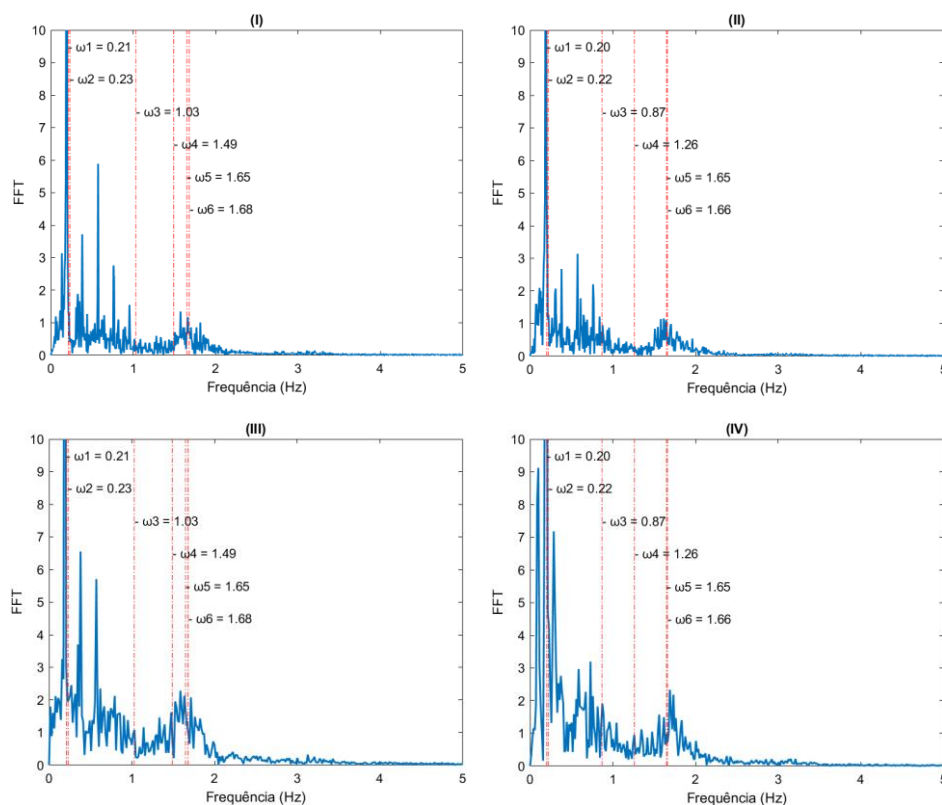


Figura 6.34 - Modelo Sem dois cabos mesmo plano – Elástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI).  $\Omega = 1,2 \text{ rad/s}$ .

Tabela 6.11 - Modelo sem dois cabos mesmo plano – Elástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e a velocidade máxima na direção X.

		MODELO SEM 2 CABOS MESMO PLANO					
		LEQUE			PARALELO		
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)
CARREGAMENTO (kN/m)	5	49,813	38,617	42,227	48,332	46,784	39,839
	10	60,592	53,046	57,528	71,435	55,086	56,517
	20	81,822	87,429	111,795	80,073	70,696	84,616





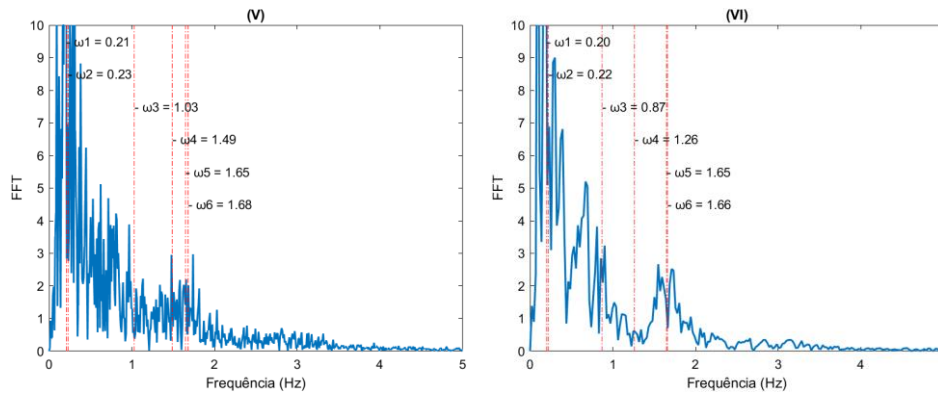


Figura 6.35 – Modelo Sem dois cabos mesmo plano – Elástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo (II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente.

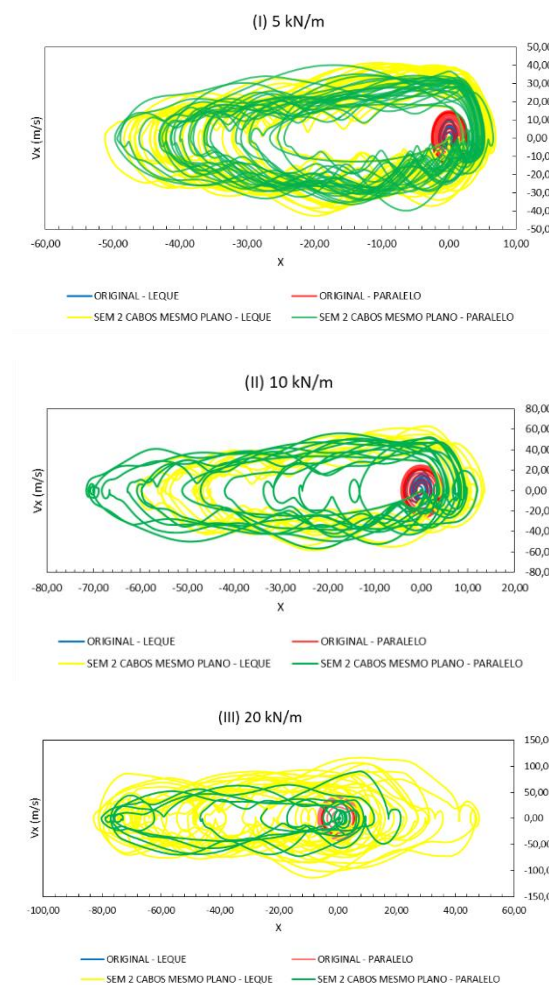


Figura 6.36 - Modelo Original e Sem 2 cabos mesmo plano – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)



### 6.2.2.5. Modelo sem dois cabos inferiores

O modelo esquemático da direção da perda do dois cabos inferiores é representado na Figura 6.37. A Figura 6.38 ilustra os resultados obtidos para o modelo sem dois cabos inferiores. Os planos de fase encontram-se na Figura 6.39. A Tabela 6.12 mostra os valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z e da velocidade na direção X. Observa-se que os deslocamentos do topo da estrutura apresentam valores consideráveis (Tabela 6.12). Comparando por exemplo o deslocamento e velocidade máximos na direção X da torre estaiada imperfeita com cabos em leque no carregamento de 10 kN/m (3,329 m e 19,553m/s, Tabela 6.8), observa-se uma diminuição de 24% e 43%, respectivamente, no modelo sem um cabo inferior (2,539 m e 11,069m/s, Tabela 6.9, e um aumento de 836% e 314%, respectivamente, no modelo sem 2 cabos inferiores (31,156m e 81,043/s, Tabela 6.12). Destaca-se o comportamento de movimento caótico na Figura 98(V e VI).

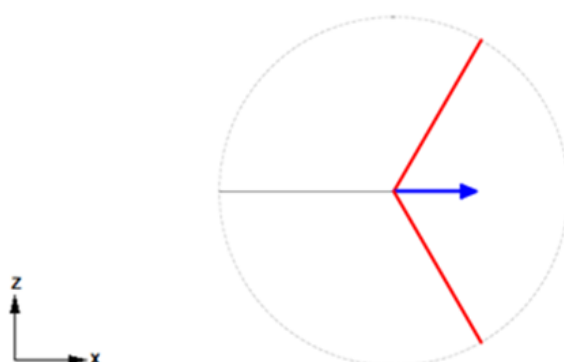
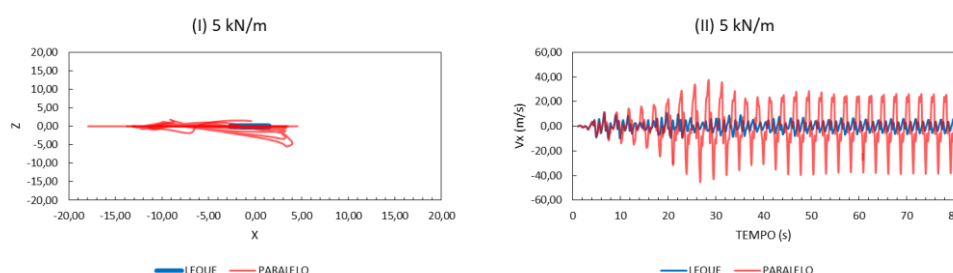


Figura 6.37 – Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda dos dois inferiores.

A transformada rápida de Fourier (FFT) da resposta permanente para diferentes magnitudes de carregamento se encontra na Figura 6.40. Observa-se a presença de um número elevado de picos, típicos de movimento caótico, mesmo em carregamentos de magnitude pequena.



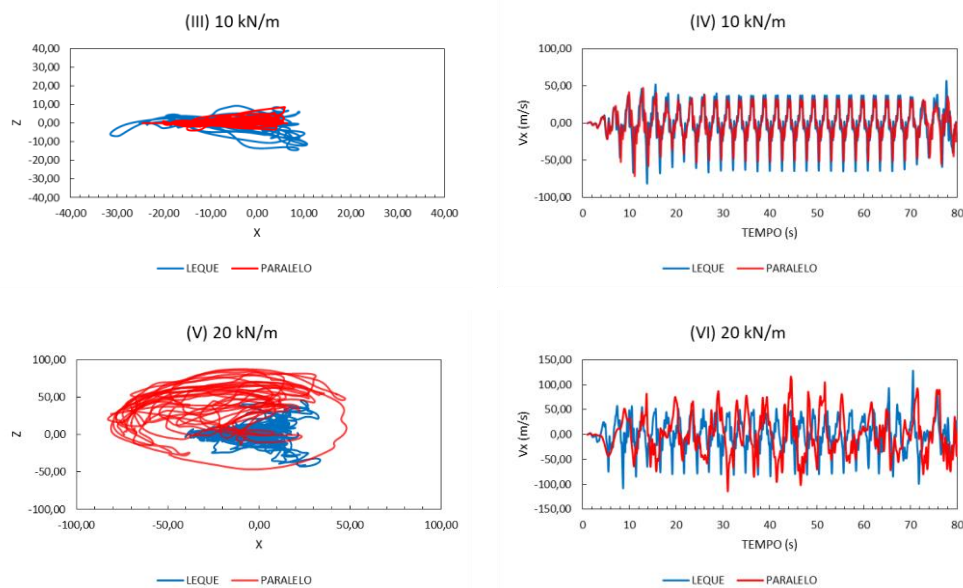
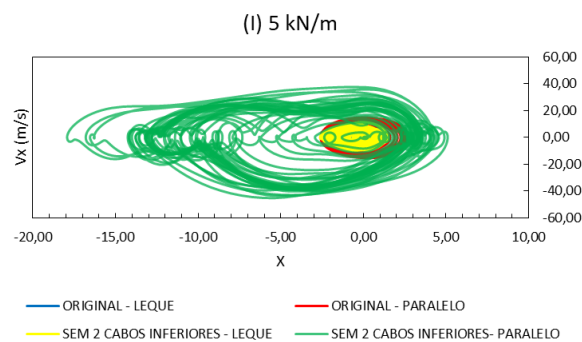


Figura 6.38 - Modelo Sem dois cabos inferiores - Elástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI).  $\Omega = 2,4 \text{ rad/s}$ .

Tabela 6.12 - Modelo sem dois cabos inferiores – Elástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e a velocidade máxima na direção X.

		MODELO SEM 2 CABOS INFERIORES					
		LEQUE			PARALELO		
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)
CARREGAMENTO (kN/m)	5	2,553	0,000	10,375	17,356	5,360	45,378
	10	31,156	14,517	81,043	24,448	8,669	71,243
	20	40,946	45,856	119,520	81,822	87,316	105,950



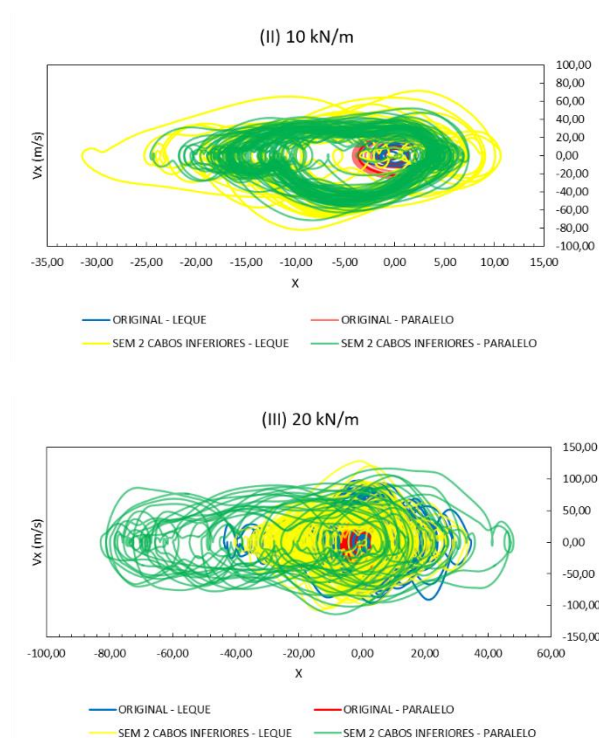
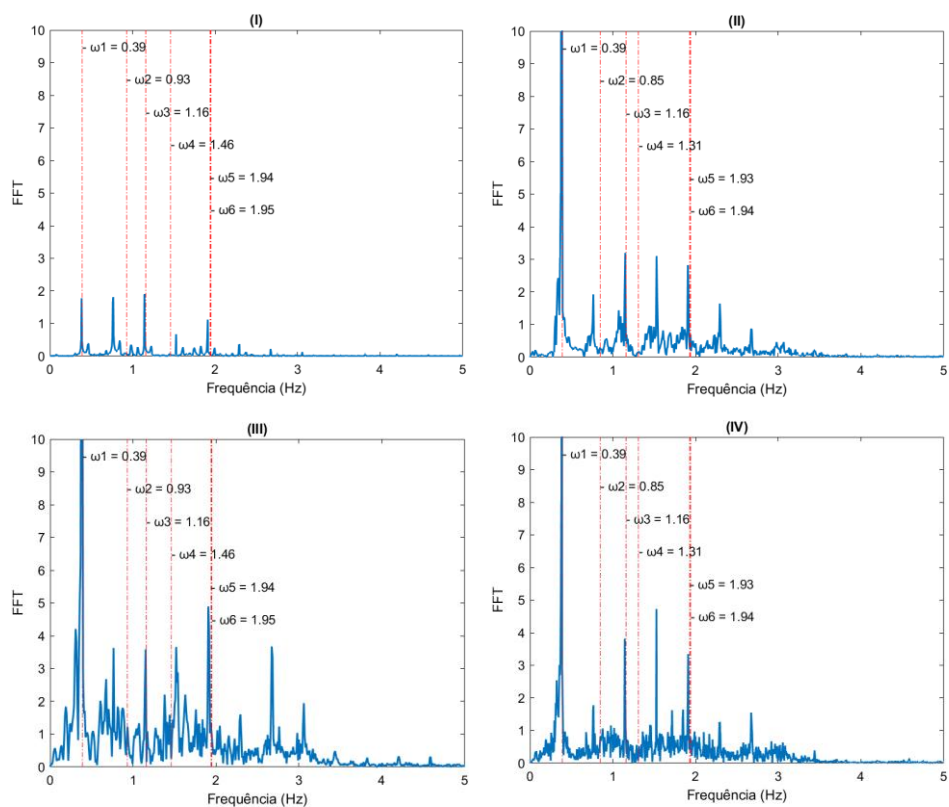


Figura 6.39 – Modelo Original e Sem 2 cabos inferiores – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)



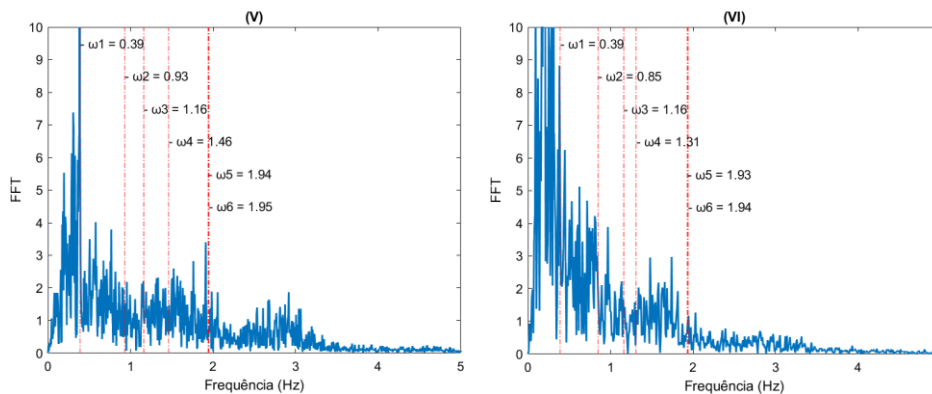


Figura 6.40 - Modelo Sem dois cabos inferiores – Elástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo (II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m,

#### 6.2.2.6.

#### Modelo sem dois cabos superiores

O modelo esquemático da direção da perda dos dois cabos superiores é representado na Figura 6.41. A Figura 6.42 apresenta os resultados obtidos para o modelo. Os planos de fase encontram-se na Figura 6.43. A Tabela 6.13 mostra os valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z e da velocidade na direção X.

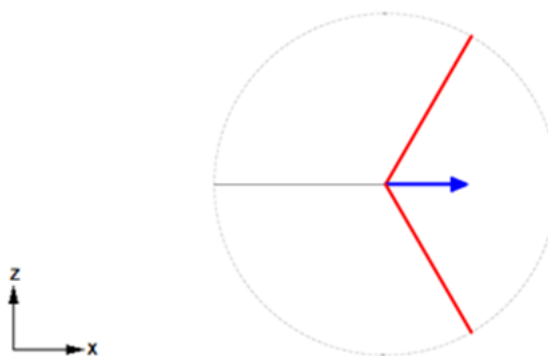


Figura 6.41 – Modelo esquemático da direção em que ocorreu a perda dos dois cabos superiores.

Observa-se que os deslocamentos do topo da estrutura encontram-se predominantemente na direção X, apresentando valores consideráveis (Tabela 6.13), os quais não são observados nos casos sem dois cabos no mesmo plano e sem dois cabos inferiores. Comparando por exemplo o deslocamento e velocidade máximos na direção X da torre estaiada imperfeita com cabos em leque no carregamento de 10 kN/m (3,329 m e 19,553m/s, Tabela 6.8), observa-se uma diminuição de 24% e 43%, respectivamente, no modelo sem um cabo inferior (2,539 m e 11,069m/s, Tabela 6.9), um aumento de 836%

e 314%, respectivamente, no modelo sem 2 cabos inferiores (31,156m e 81,043/s, Tabela 6.12, além de um aumento de 577% e 82%, respectivamente, no modelo sem 2 cabos superiores (22,554m e 35,555m/s, Tabela 6.13). Destaca-se o movimento caótico na Figura 6.42 (V). É importante comentar que o modelo com cabos em paralelo leva a valores superiores ao do modelo com cabos em leque.

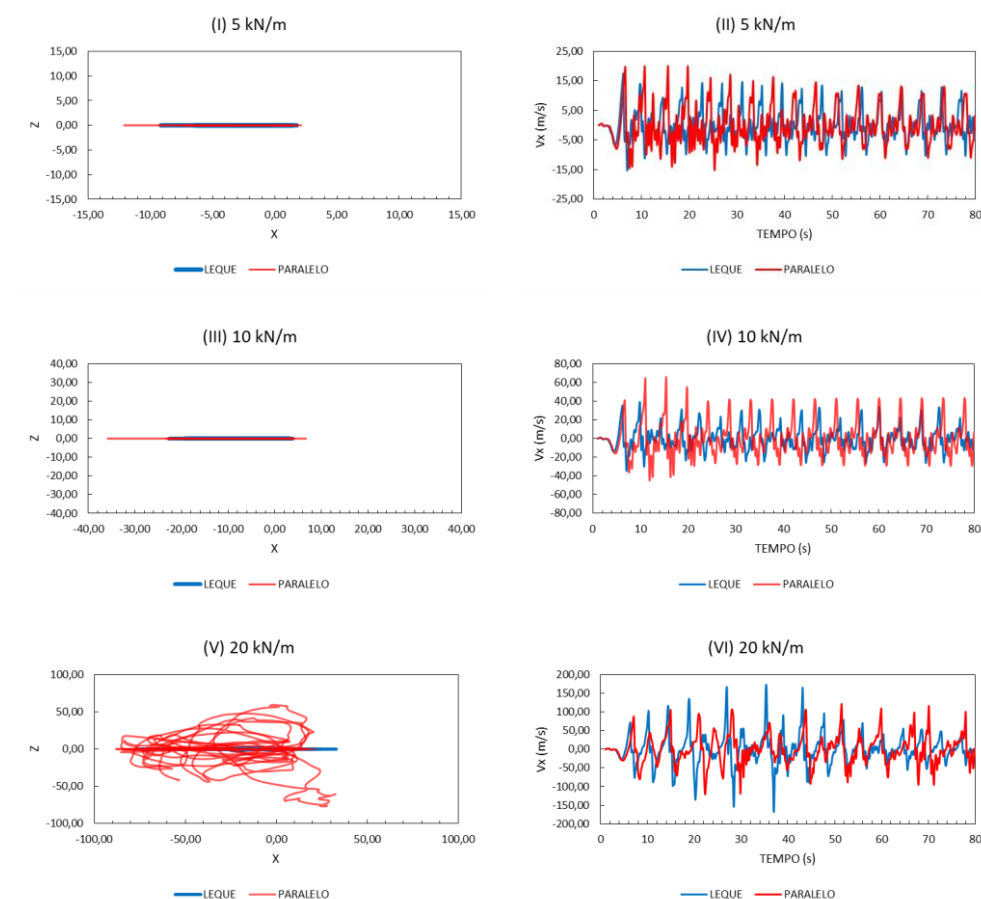


Figura 6.42 - Modelo Sem dois cabos superiores - Elástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI).  $\Omega = 1,5 \text{ rad/s}$ .

A transformada rápida de Fourier (FFT) da resposta permanente para diferentes magnitudes de carregamento se encontra na Figura 6.44. O Espectrograma está localizado no Apêndice. Observa-se que, como nos casos anteriores, o pico mais elevado coincide com a frequência fundamental da estrutura, além de constatar uma grande quantidade de picos, típicos de movimento caótico, mesmo em carregamentos de magnitude pequena.

Tabela 6.13 - Modelo sem dois cabos superiores – Elástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e a velocidade máxima na direção X.

		MODELO SEM 2 CABOS SUPERIORES					
		LEQUE			PARALELO		
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)
CARREGAMENTO (kN/m)	5	9,099	0,000	17,282	12,060	0,000	19,653
	10	22,554	0,000	35,555	35,863	0,000	59,816
	20	77,077	2,514	173,600	87,959	76,746	119,640

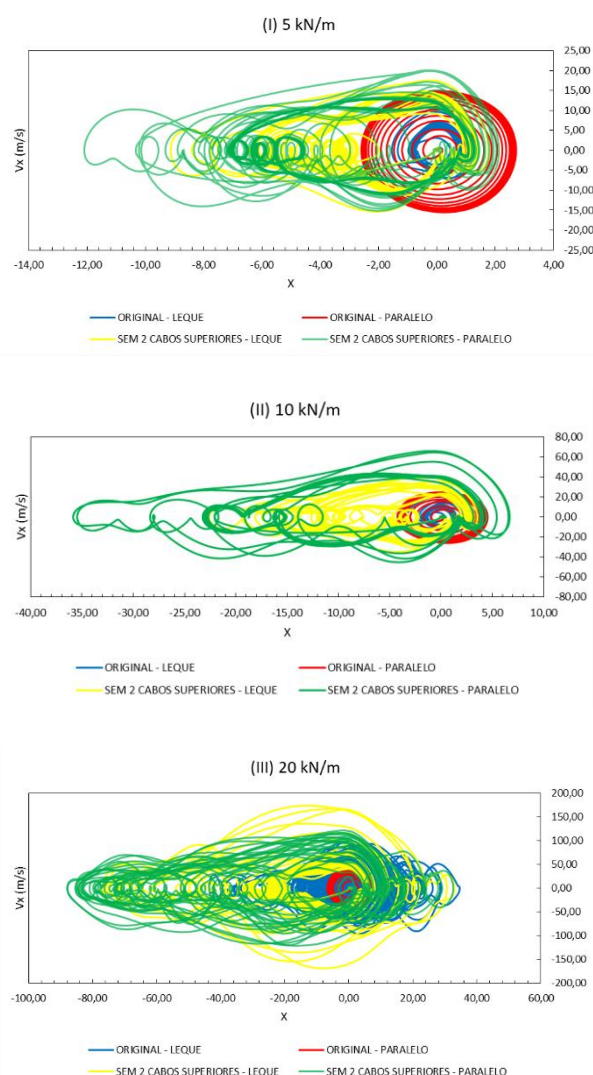


Figura 6.43 – Modelo Original e Sem 2 cabos superiores – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)

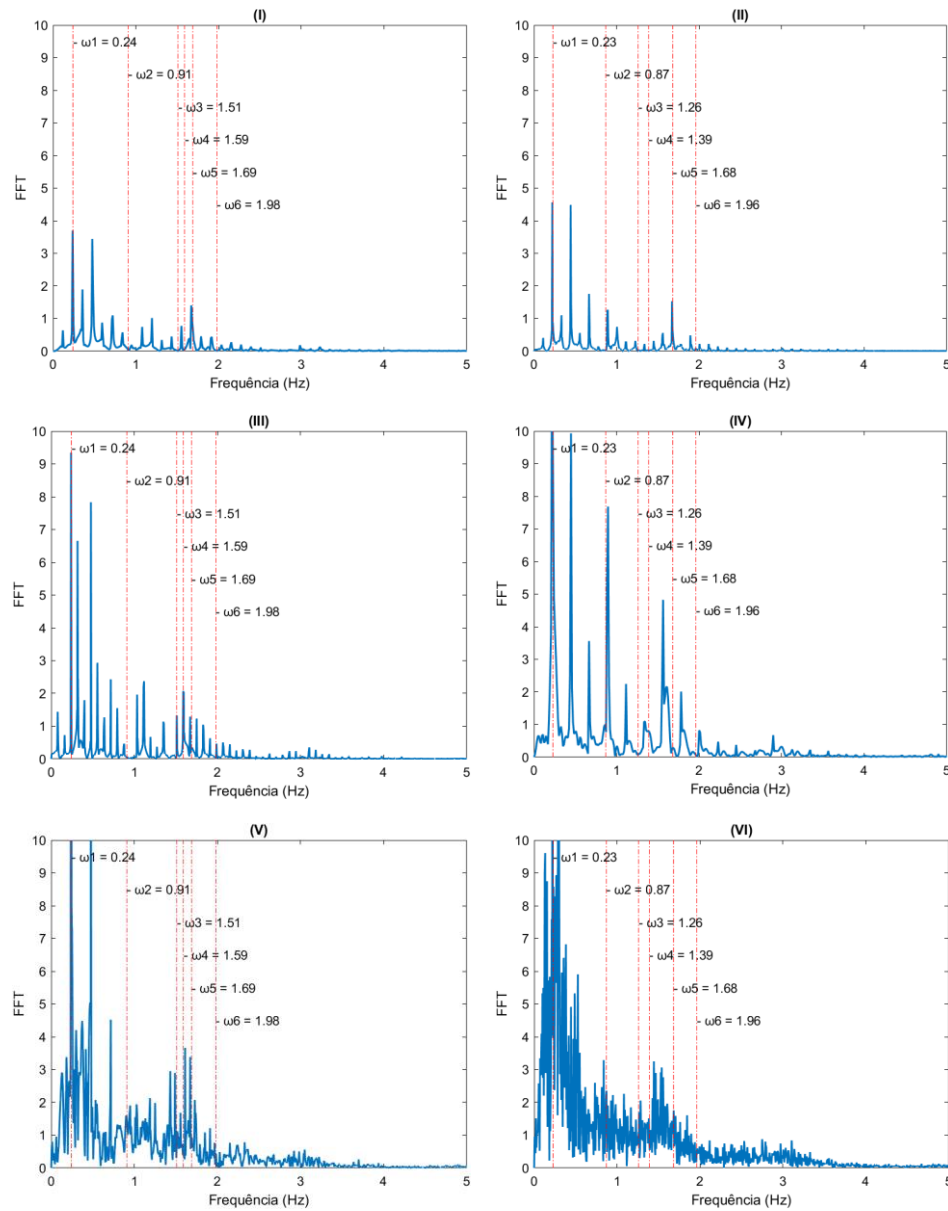


Figura 6.44 - Modelo sem dois cabos superiores – Elástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo (II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m,

Tabela 6.14 – Modelo Elástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, e a velocidade máxima na direção X.

MODELO ELÁSTICO - CARGA SENOIDAL							
MODELO	CARREGAMENTO (kN/m)	LEQUE			PARALELO		
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)
ORIGINAL	5	1,528	0,000	9,590	2,720	0,000	17,815
	10	3,329	0,241	19,553	4,534	0,000	25,543
	20	43,070	40,309	90,099	7,392	0,000	41,124
SEM 1 CABO INFERIOR	5	1,083	0,880	5,569	0,905	1,106	5,272
	10	2,539	1,765	11,069	5,115	3,719	23,326
	20	20,592	18,622	57,616	36,761	34,741	91,363
SEM 1 CABO SUPERIOR	5	5,788	5,538	9,037	13,687	14,253	28,258
	10	14,228	12,714	24,938	19,023	24,532	40,785
	20	25,971	26,923	57,924	41,982	37,112	99,546
SEM 2 CABOS MESMO PLANO	5	49,813	38,617	42,227	48,332	46,784	39,839
	10	60,592	53,046	57,528	71,435	55,086	56,517
	20	81,822	87,429	111,795	80,073	70,696	84,616
SEM 2 CABOS INFERIORES	5	2,553	0,000	10,375	17,356	5,360	45,378
	10	31,156	14,517	81,043	24,448	8,669	71,243
	20	40,946	45,856	119,520	81,822	87,316	105,950
SEM 2 CABOS SUPERIORES	5	9,099	0,000	17,282	12,060	0,000	19,653
	10	22,554	0,000	35,555	35,863	0,000	59,816
	20	77,077	2,514	173,600	87,959	76,746	119,640



### 6.3. Material elasto-plástico

Nesta seção, analisam-se a vibração livre e forçada amortecida dos modelos estruturais propostos, adotando como lei constitutiva o material elástico-perfeitamente plástico apresentado na seção 3.3.5. O momento de início da plastificação da seção do mastro  $M_e$  é 4552,7 kN\*m e da plastificação da seção  $M_{pl}$  é 5942,7 kN\*m, conforme apresentado na seção 5.4.

#### 6.3.1. Vibração livre amortecida

Realiza-se o estudo da vibração livre amortecida considerando o material do mastro e estais como elasto-plástico. O estudo de vibração livre amortecida para material elasto-plástico considera cargas de pulso de 65, 70 e 75 kN/m, na direção X, para compreender o efeito da plasticidade nas vibrações da estrutura. A primeira seção a plastificar é a base da torre onde ocorrem os esforços máximos.

Como o início da plastificação só ocorre para cargas de pulso muito superiores às utilizadas para o material elástico, os valores máximos aqui obtidos não podem ser comparados com os dados do material elástico. A fim de ilustrar a influência da plastificação, plota-se a variação da tensão de von Mises na base da torre. Normalmente, a tensão de von Mises é adotada como referência em estados múltiplos de tensão. Neste trabalho, será adotado como medida de tensão máxima.

##### 6.3.1.1. Torre estaiada com todos os cabos

A Figura 6.45 apresenta os resultados obtidos para o modelo. Nas Figuras 6.45 (I, III e V), mostra-se a resposta no tempo do momento atuante na direção Z (principal) na seção da base da torre e as Figuras 6.45 (II, IV e VI) mostram a variação da tensão de von Mises no tempo para cargas de pulso de 65, 70 e 75 kN/m, respectivamente. A linha tracejada representa o momento de início da plastificação  $M_e$ . A Tabela 6.15 apresenta os valores do momento atuante na direção Z na seção da base da torre quando inicia a plastificação na torre e cabos.

Tabela 6.15 - Modelo Original – Elasto-Plástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z atuante na seção da base do mastro no início da plastificação do mesmo, e no início da plastificação de um dos cabos.

		MODELO ORIGINAL			
		LEQUE		PARALELO	
		Mz PLASTIFICAÇÃO - TORRE (kN*m)	Mz* PLASTIFICAÇÃO - CABO (kN*m)	Mz PLASTIFICAÇÃO - TORRE (kN*m)	Mz* PLASTIFICAÇÃO - CABO (kN*m)
CARREGAMENTO (kN/m)	65	5811,66	6115,27	5430,44	5908,57
	70	6109,92	6138,51	5761,10	6090,96
	75	5793,15	6131,45	5793,15	6131,45

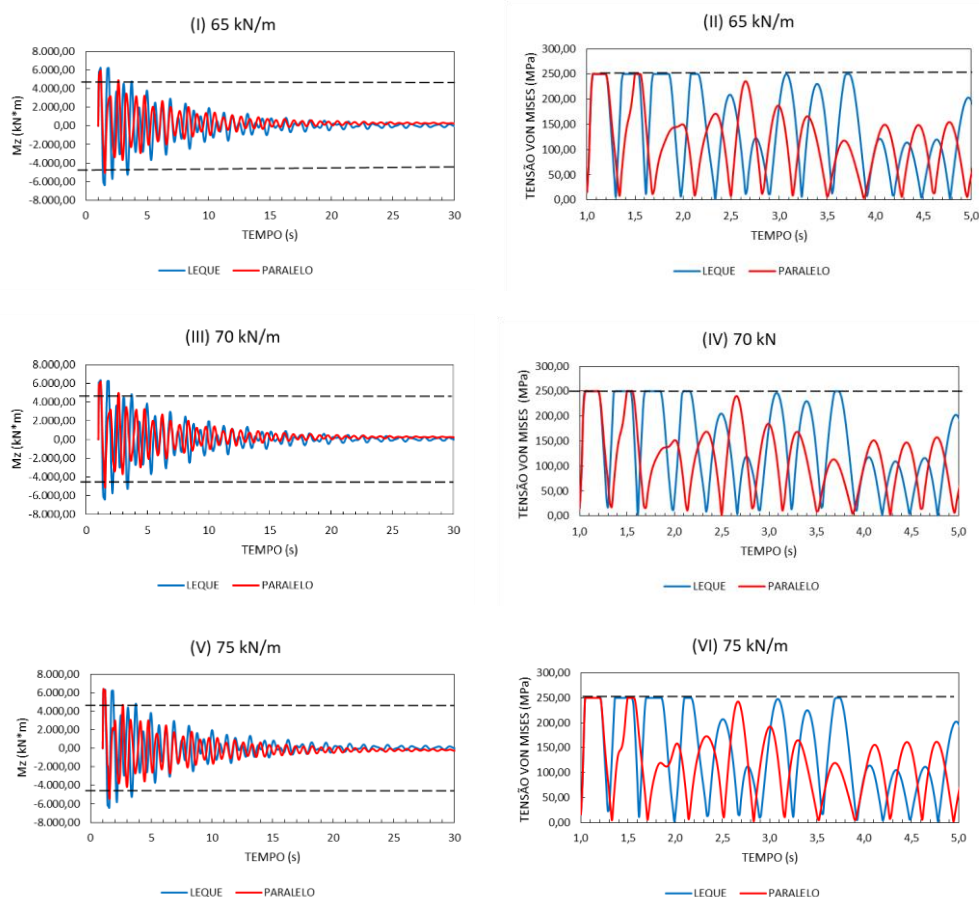


Figura 6.45 - Modelo Original – Elasto-Plástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro (I, III e V) e Tensão de von Mises na seção da base do mastro (II, IV e VI).

A partir da análise da Figura 6.45 (I, III e V), verificamos que a resposta no tempo do momento atuante na direção Z da seção da base da torre é típica desse tipo de estrutura.

Como esperado, a plastificação ocorre durante os primeiros ciclos de vibração, como mostra a tensão de von Mises, onde os patamares correspondem à tensão de plastificação.

### 6.3.1.2.

#### Modelo sem um cabo inferior

O modelo sem um cabo inferior com material elasto-plástico apresenta a resposta no tempo do momento atuante na direção Z (principal) na seção da base da torre e tensão de von Mises nesta seção semelhantes ao modelo original. Essas respostas encontram-se no Apêndice IV. Apresenta-se a Figura 6.46, fornecendo comparação entre os momentos atuantes nos modelos original e sem 1 cabo inferior.

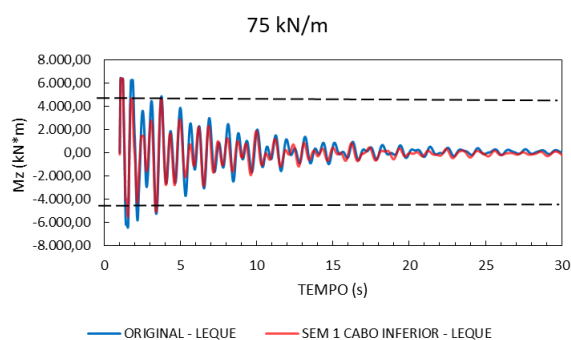


Figura 6.46 - Modelo original e sem um cabo inferior – Elasto-Plástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro.

### 6.3.1.3.

#### Modelo sem um cabo superior

A resposta no tempo do momento atuante na direção Z (principal) na seção da base da torre e da tensão de von Mises nesta seção encontram-se no Apêndice IV. A Figura 6.47 fornece a comparação entre os momentos atuantes nos modelos original e sem 1 cabo superior, notando-se um comportamento semelhante entre os mesmos.

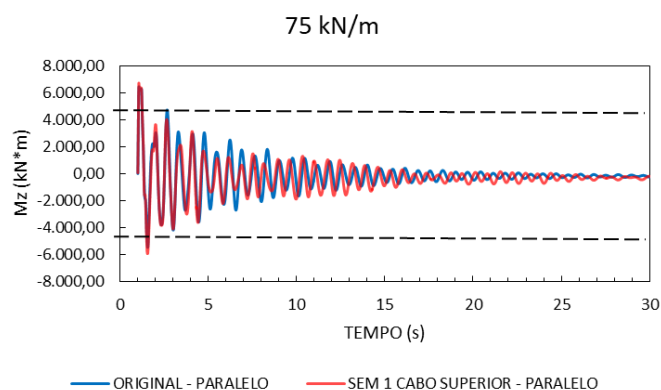


Figura 6 47 - Modelo Original e sem um cabo superior – Elasto-Plástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro.

#### 6.3.1.4. Modelo sem dois cabos no mesmo plano

A Figura 6.48 mostra a comparação entre os momentos atuantes nos modelos original e sem dois cabos no mesmo plano. Verifica-se um comportamento semelhante entre os mesmos, como percebido nos outros casos.

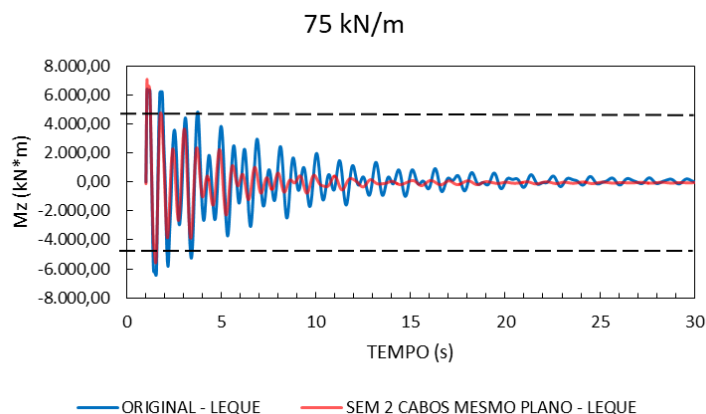


Figura 6.48 - Modelo Original e sem dois cabos no mesmo plano – Elasto-Plástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro.

#### 6.3.1.5. Modelo sem dois cabos inferiores

Apresenta-se a Figura 6.49 mostrando a comparação entre os momentos atuantes nos modelos original e sem 2 cabos inferiores. Nota-se um comportamento semelhante entre os mesmos, evidenciando que o modelo original possui um valor pouco maior que o modelo sem dois cabos inferiores.

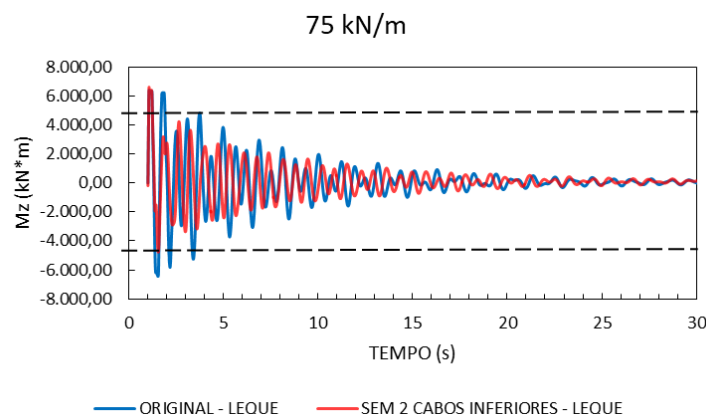


Figura 6 49 - Modelo original e sem dois cabos inferiores – Elasto-Plástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro.

### 6.3.1.6. Modelo sem dois cabos superiores

Em prosseguimento à análise do material elasto-plástico, apresenta-se a Figura 6.50 mostrando a comparação entre os momentos atuantes nos modelos original e sem dois cabos superiores. Verifica-se um comportamento semelhante entre os mesmos, sendo que o modelo original apresenta valores de momento um pouco menores que o modelo sem dois cabos superiores.

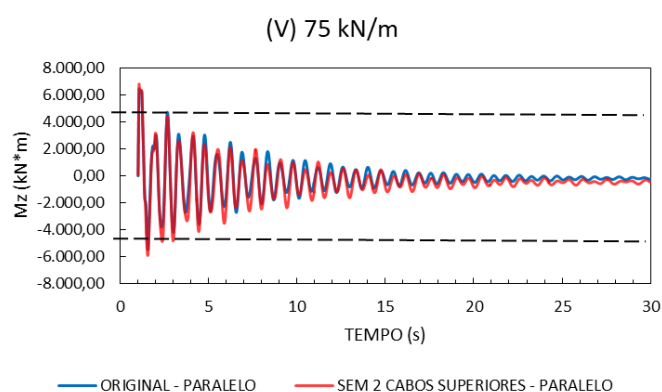


Figura 6.50 - Modelo Original e Sem 2 cabos superiores – Elasto-Plástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro.

### 6.3.2. Vibração forçada amortecida

Nesta seção, realiza-se o estudo da vibração forçada amortecida com adoção de material elástico-perfeitamente plástico para o mastro e cabos. O procedimento efetuado é semelhante ao utilizado para a hipótese de material elástico (Seção 6.2.2), no qual se aplica um carregamento distribuído harmônico, tipo senoidal na direção X, variando a magnitude da carga adotando valores de 5, 10 e 20 kN/m.

Nas análises realizadas, verificaram-se que, em alguns casos, a magnitude da carga não foi suficiente para promover a plastificação de nenhuma seção da torre estaiada, comportando-se identicamente ao apresentado na seção do material elástico (Seção 6.2.2). Desta forma, os resultados desses casos não são apresentados aqui. Na Tabela 6.22, mostra-se os resultados consolidados dos modelos estruturais propostos.

### 6.3.2.1. Modelo com todos os cabos

Neste caso, a aplicação de carga 5 kN não é suficiente para a iniciar a plastificação da torre estaiada, como mostra a Figura 6.51. A tensão de von Mises, em ambos os modelos com cabos em leque e paralelo, se aproxima do valor da tensão de escoamento da torre (250 MPa), mas não a atinge. A Figura 6.52 apresenta para as magnitudes de 10 e 20 kN/m o deslocamento do nó do topo da torre e a velocidade na direção X do mesmo nó no tempo. Em adição, mostram-se na Figura 6.53 os correspondentes planos de fase.

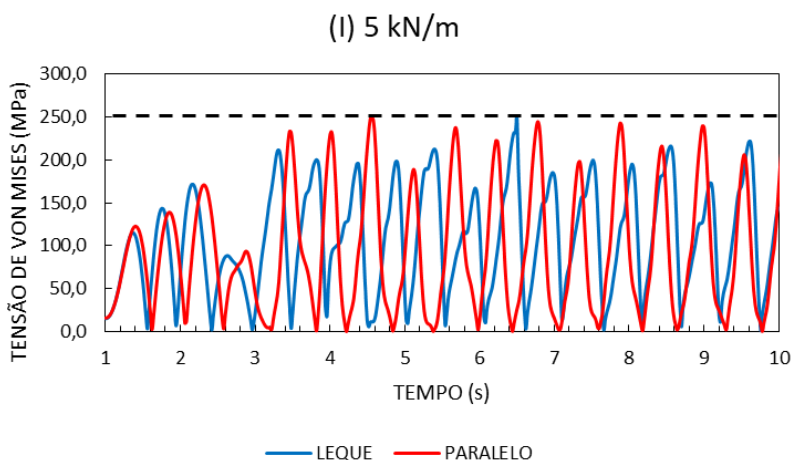


Figura 6.51 – Modelo Original: Tensão de von Mises na seção da base da torre

Tabela 6.16 – Modelo Original – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, resposta da velocidade na direção X no tempo e Momento na direção Z na seção da base da torre no início da plastificação.

		MODELO ORIGINAL							
		LEQUE				PARALELO			
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	Mz PLASTIFICAÇÃO (kN*m)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	Mz PLASTIFICAÇÃO (kN*m)
CARREGAMENTO (kN/m)	5	1,528	0,000	9,590	X	2,720	0,000	17,815	X
	10	1,018	0,000	6,242	5421,550	1,002	0,000	5,594	5552,770
	20	1,355	0,000	8,090	5454,200	1,151	0,000	7,464	5477,280

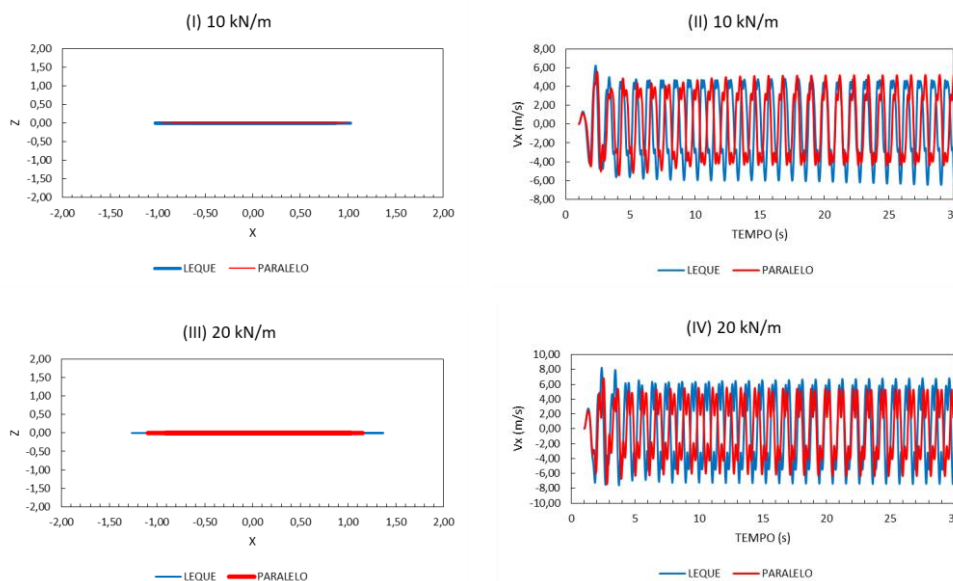


Figura 6.52 - Modelo Original – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I e III) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II e IV).

Na Tabela 6.16, observamos que, nos carregamentos de magnitude 10 e 20 kN/m, para os quais ocorreu a plastificação de seções da torre estaiada, os valores de deslocamento e velocidade estão inferiores aos obtidos para a carga de 5 kN/m, somente em regime elástico. A partir da Figura 6.54 (II e IV), nota-se que a plastificação na seção da base da torre se inicia nos primeiros segundos, ocorrendo em sequência a plastificação em outros pontos da torre como em alguns cabos. Após o início dessa plastificação, verificamos o escoamento do material em alguns pontos, apresentando deformação plástica. Dessa forma, os valores de deslocamento e velocidade são inferiores aos encontrados com o modelo elástico. No entanto verificamos deformações plásticas consideráveis que dificultam a utilização da torre, por exemplo em telecomunicações. Outro ponto a considerar é o momento na direção Z no início da plastificação. Os mesmos não contêm diferenças significativas de valores entre si. Ressalta-se que o modelo com cabos em paralelo possui valores sutilmente acima do modelo com cabos em leque.

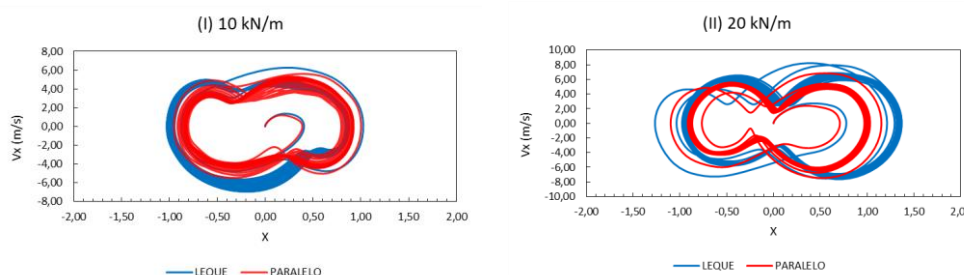


Figura 6.53 - Modelo Original – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Plano de Fase - Velocidade x Deslocamento (Direção X)

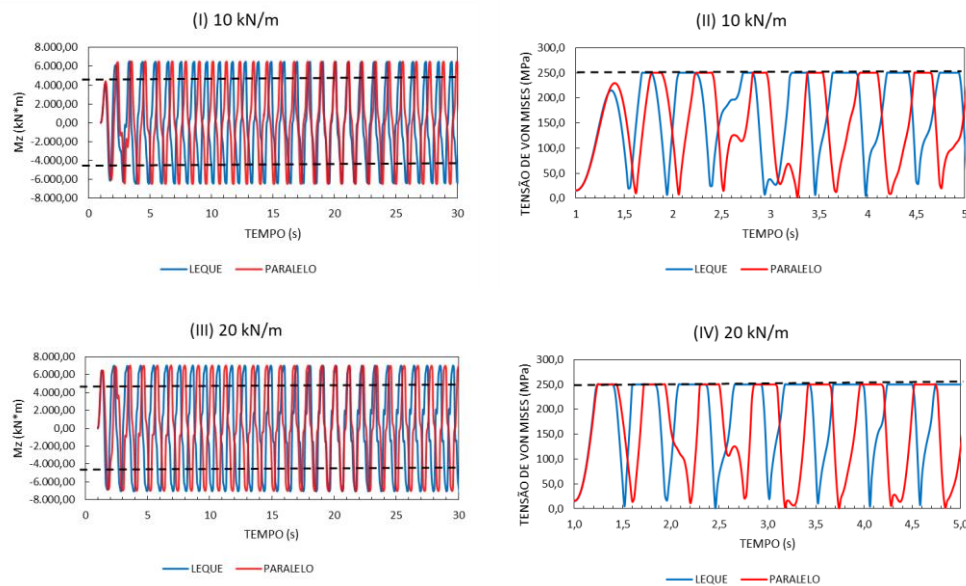


Figura 6.54 - Modelo Original – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Momento na direção Z na seção da base da torre (I e III) e Tensão de von Mises na seção da base da torre (II e IV).

Nas Figuras 6.55 e 6.56, apresentam-se a transformada rápida de Fourier (FFT) da resposta permanente e o espectrograma, respectivamente. Na Figura 6.55, plotam-se em pontilhado as 3 frequências naturais do modelo estrutural. Observamos que, o pico mais elevado coincide com a frequência fundamental da estrutura, próxima à frequência de ressonância. À medida que aumentamos o carregamento, aumentamos o número de picos.

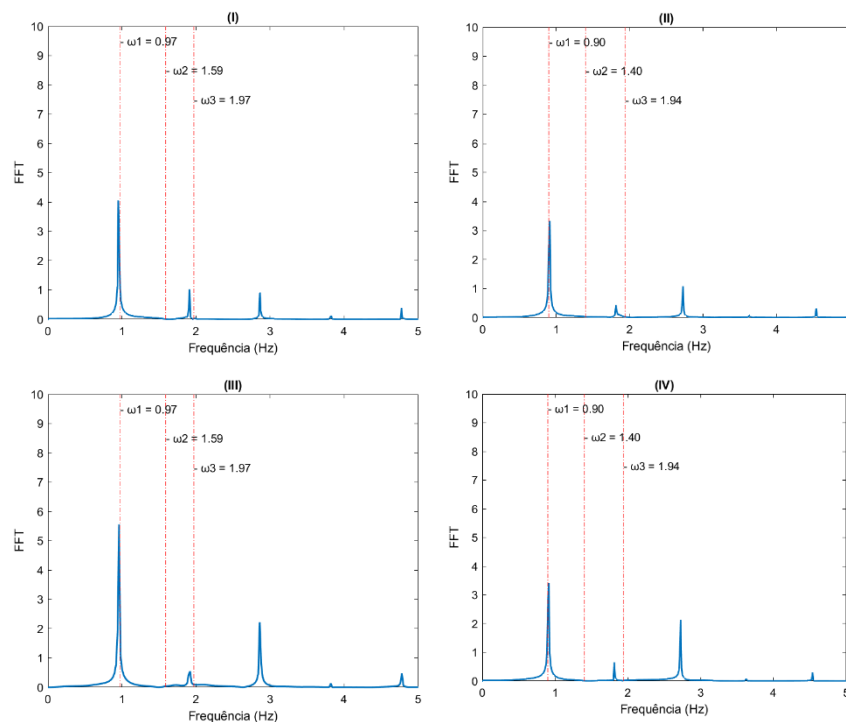


Figura 6.55 - Modelo Original – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (I e III) e Paralelo (II e IV) para o carregamento no valor de 10 e 20 kN/m, respectivamente.



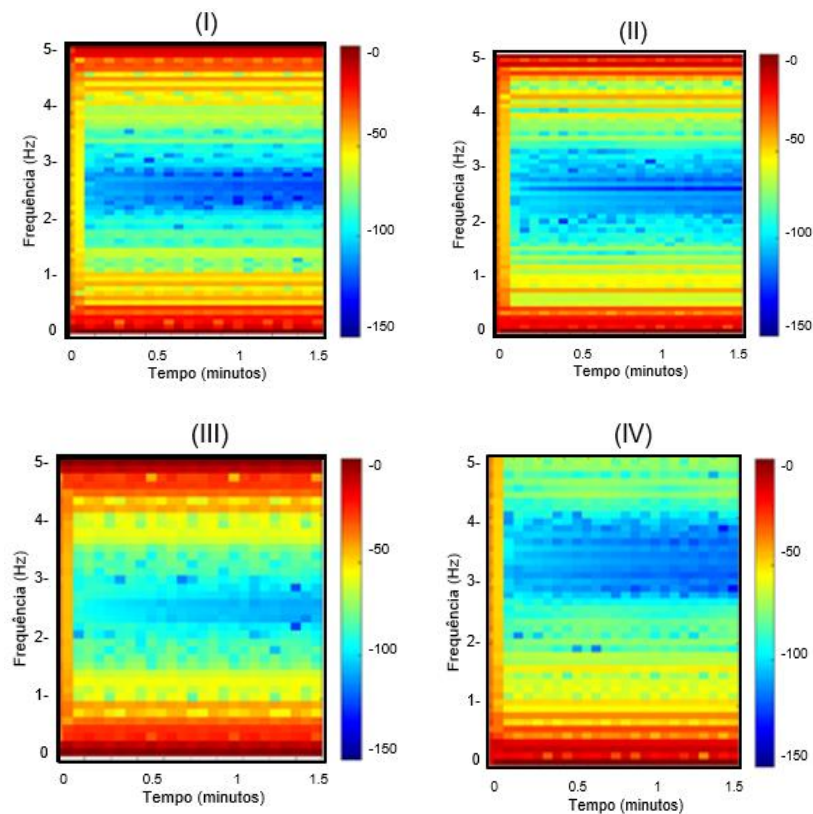


Figura 6.56 - Modelo Original – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Espectrograma dos modelos Leque (I e III) e Paralelo (II e IV) para o carregamento no valor de 10 e 20 kN/m, respectivamente.

### 6.3.2.2. Modelo Sem um cabo inferior

Na sequência realiza-se a análise do modelo sem um cabo inferior. Neste modelo, verificou-se que não houve plastificação quando aplicada a carga de magnitude 5 kN/m. Já para carga de magnitude 10 kN/m, o modelo com cabos em leque também não sofre plastificação, diferentemente do modelo com cabos em paralelo. Assim, na Figura 6.57, apresenta-se a tensão de von Mises na seção da base da torre. Na Figura 6.58 (I e III), verificamos o deslocamento do nó do topo da torre nas direções XZ. Na Figura 6.58 (II e IV) avaliamos a resposta da velocidade do mesmo nó no tempo, na direção X, nos primeiros 30 segundos. Os planos de fase para diferentes magnitudes de carregamento encontram-se no Apêndice V.

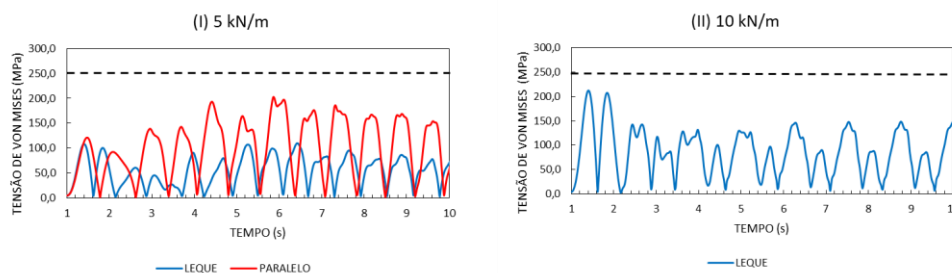


Figura 6.57 – Modelo sem um cabo inferior: Tensão de Von Mises na seção da base da torre.

Na Figura 6.57, observamos que a tensão de von Mises se aproxima do valor de 250 MPa, abaixo da tensão de escoamento da torre (250 MPa), não promovendo o início da plastificação. Na Figura 6.58 (I e III), notamos que o deslocamento do topo da estrutura ocorre na direção X e Z, saindo do plano de simetria. Na Figura 6.58 (II e IV), verificamos um comportamento típico de carregamento harmônico.

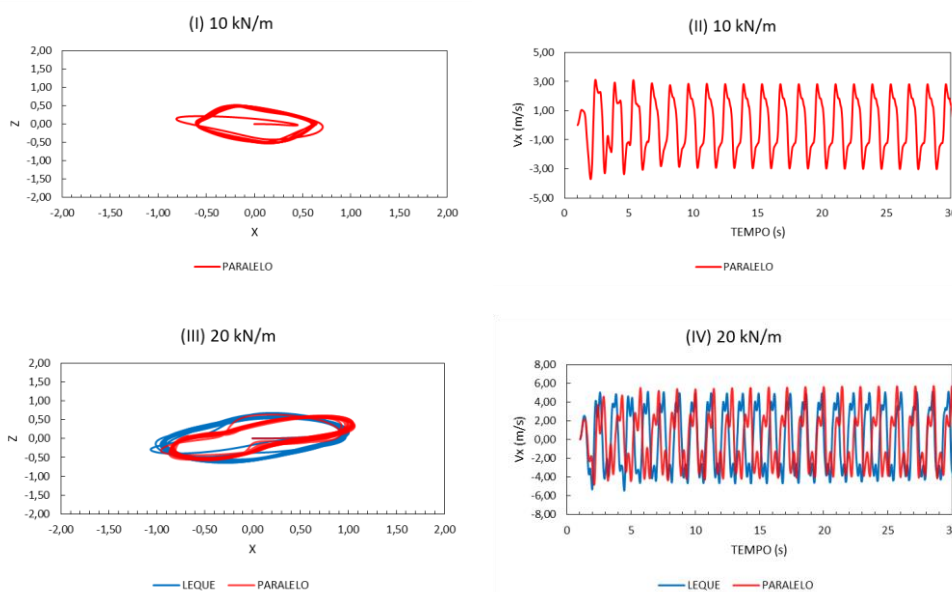


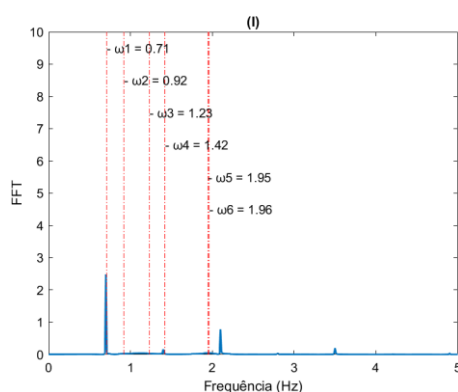
Figura 6.58 – Modelo sem um cabo inferior – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I e III) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II e VI).

Tabela 6.17 – Modelo sem um cabo inferior – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, resposta da velocidade na direção X no tempo e Momento na direção Z na seção da base da torre no início da plastificação .

		MODELO SEM 1 CABO INFERIOR							
		LEQUE				PARALELO			
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	Mz PLASTIFICAÇÃO (kN*m)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	Mz PLASTIFICAÇÃO (kN*m)
CARREGAMENTO (kN/m)	5	1,083	0,880	5,569	X	0,905	1,106	5,272	X
	10	2,539	1,765	11,069	X	0,766	0,464	3,687	3410,520
	20	1,064	0,620	5,329	5361,960	1,060	0,632	5,503	5331,040

Na Tabela 6.17, observamos que, para os carregamentos que plastificam seções da torre estaiada, os valores de deslocamento e velocidade estão relativamente inferiores aos obtidos no regime elástico. Este fato ocorre pela mesma razão explicitada no modelo original. Na Figura 6.60 (II e IV), nota-se que a plastificação na seção da base da torre se inicia nos primeiros segundos, ocorrendo posteriormente a plastificação em outros pontos da torre. Deformações plásticas consideráveis são originadas, interferindo no movimento da estrutura. Outro ponto a considerar é o momento na direção Z no início da plastificação. Ressalta-se que o valor do modelo com cabos em paralelo, para o carregamento de 10 kN/m, possui valor consideravelmente inferior aos demais. Em comparação ao modelo original, os valores do momento no modelo sem um cabo inferior são consideravelmente menores, destacando a influência dos efeitos de 2ª ordem no surgimento de tensões que influenciam na plastificação da seção.

Na Figura 6.59, mostra-se a transformada rápida de Fourier (FFT) da resposta permanente. O espectrograma encontra-se no Apêndice V. Observa-se que o pico mais elevado coincide com a frequência fundamental da estrutura, para o qual o aumento do carregamento promove o aumento do número de picos.



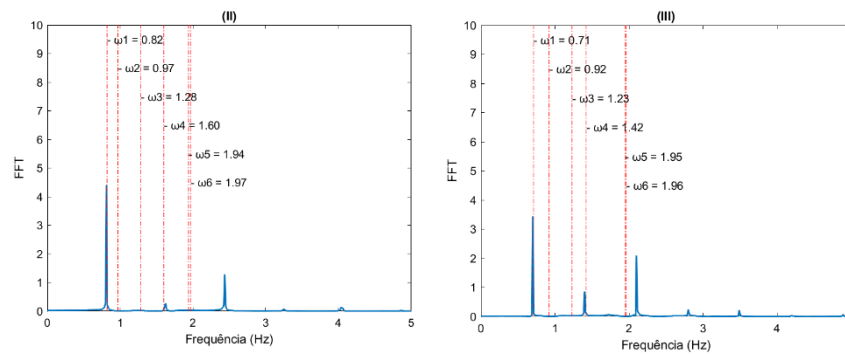


Figura 6.59 – Modelo sem um cabo inferior – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (II) e Paralelo (I e III) para o carregamento no valor de 10 e 20 kN/m, respectivamente.

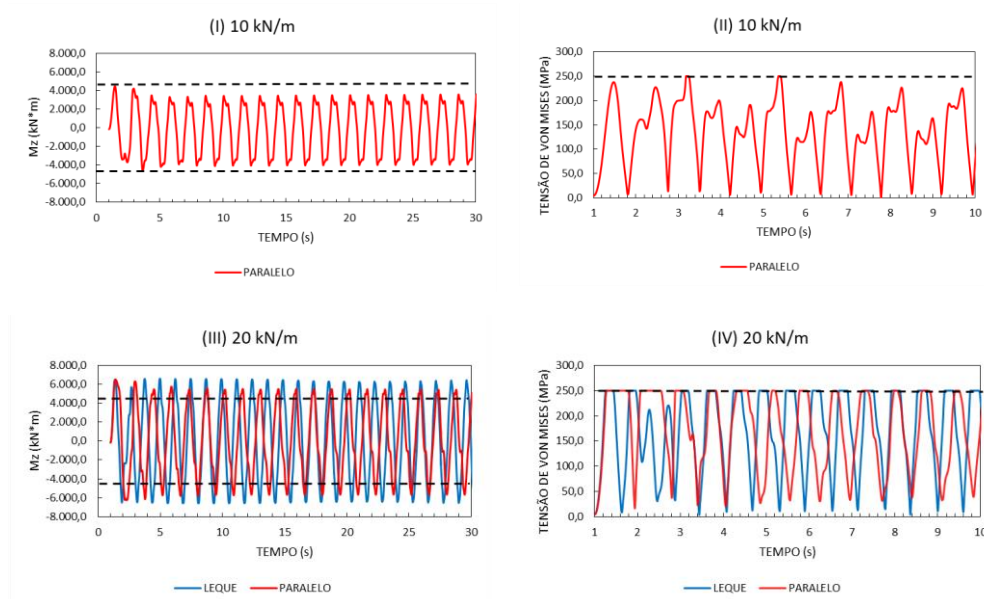


Figura 6.60 - Modelo sem um cabo inferior – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Momento na direção Z na seção da base da torre (I e III) e Tensão de von Mises na seção da base da torre (II e IV).

### 6.3.2.3. Modelo sem um cabo superior

Neste modelo, verificou-se que não houve plastificação para a carga de magnitude 5 kN/m no modelo com cabos em paralelo. Na Figura 6.61, apresenta-se a tensão de von Mises na seção da base da torre neste caso. Na Figura 6.62 (I,III e V), verificamos o deslocamento do nó do topo da torre nas direções XZ. Na Figura 6.62 (II, IV e VI) avaliamos a resposta da velocidade do mesmo nó no tempo, na direção X, nos primeiros 30 segundos. Os planos de fase para diferentes magnitudes de carregamento encontram-se na Figura 6.63.

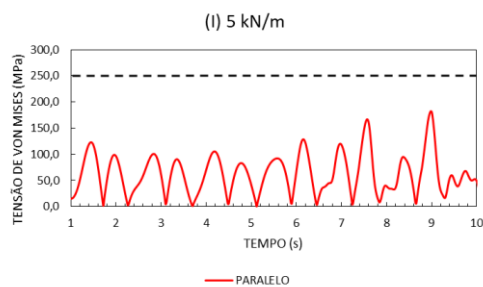


Figura 6.61 – Modelo sem um cabo superior: Tensão de von Mises na seção da base da torre.

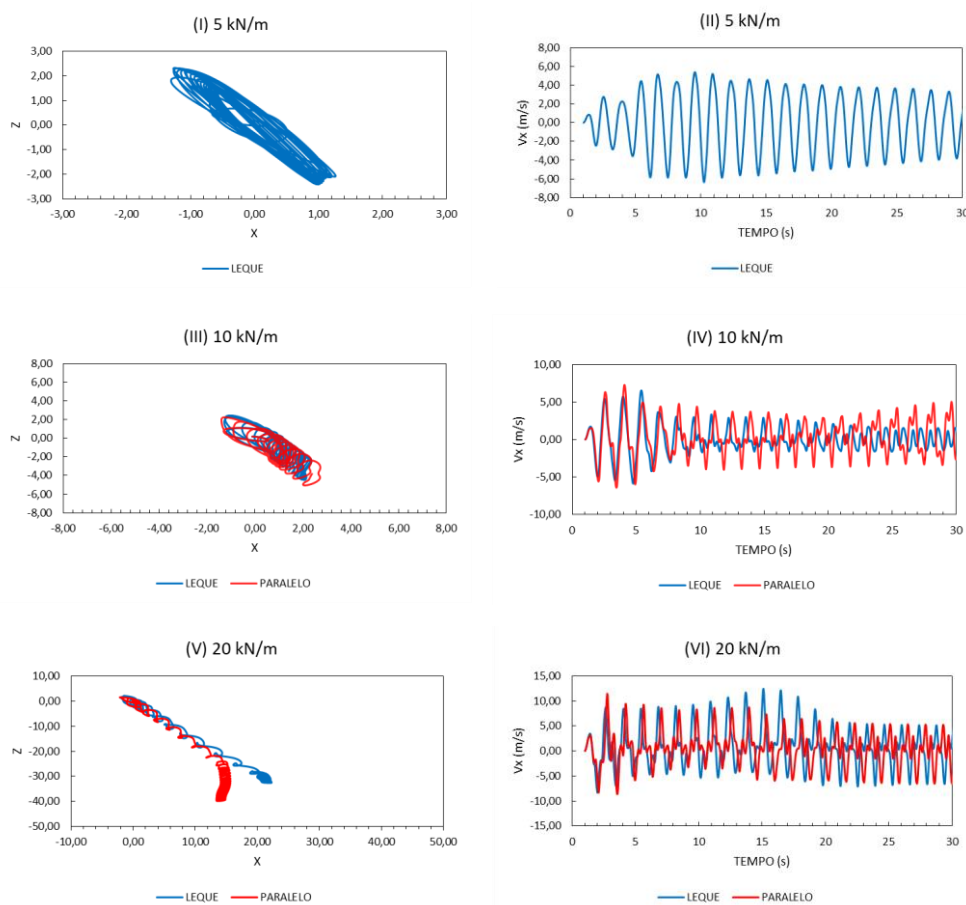


Figura 6.62 - Modelo sem um cabo superior– Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I, III e V) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II, IV e VI).

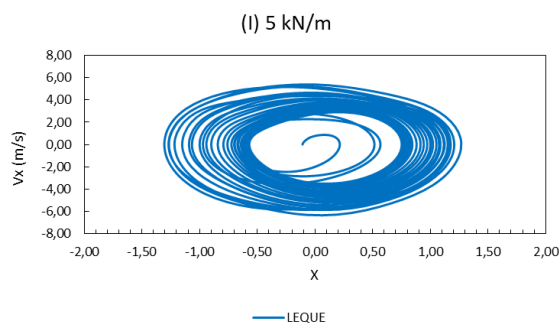
Na Figura 6.61, observamos que a tensão de von Mises apresenta valores abaixo da tensão de escoamento da torre (250 MPa). Na Figura 6.62 (I, III e V), notamos que o deslocamento do topo da estrutura ocorre na direção X e Z, saindo do plano de simetria, ressaltando que na Figura 6.62 (V), existem deslocamentos expressivos. Na Figura 6.62 (II, IV e VI), verificamos um comportamento típico de carregamento harmônico.

Na Tabela 6.18, observamos que, em comparação ao modelo original e sem um cabo inferior, o modelo sem um cabo superior apresenta valores de deslocamento e velocidade superiores. Outro ponto a se ponderar é o momento na direção Z no início da plastificação. Em comparação aos modelos anteriores, os valores do momento no modelo sem um cabo superior são consideravelmente inferiores, indicando que esse modelo está mais suscetível a influência não lineares que impactam na plastificação da seção.

*Tabela 6.18 – Modelo sem um cabo superior – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, resposta da velocidade na direção X no tempo e Momento na direção Z na seção da base da torre no início da plastificação.*

		MODELO SEM 1 CABO SUPERIOR							
		LEQUE				PARALELO			
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	Mz PLASTIFICAÇÃO (kN*m)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	Mz PLASTIFICAÇÃO (kN*m)
CARREGAMENTO (kN/m)	5	1,269	2,422	6,363	3415,580	13,687	14,253	28,258	X
	10	2,253	4,462	5,958	4063,910	4,347	5,017	6,852	5221,8
	20	22,280	32,682	12,126	5255,000	15,582	39,829	11,462	5325,2

Na Figura 6.63, apresenta-se o plano de fase velocidade x deslocamento na direção X para diversas magnitudes. Destaca-se a Figura 6.63 (III) com seu formato em mola. Na Figura 6.64, introduz-se a transformada rápida de Fourier (FFT) da resposta permanente. O espectrograma encontra-se no Apêndice. Nota-se, como nos casos anteriores, que o pico mais elevado coincide com a frequência fundamental da estrutura. Verifica-se o surgimento de picos intermediários, evidenciando a influência de efeitos de não linearidade em seu comportamento.



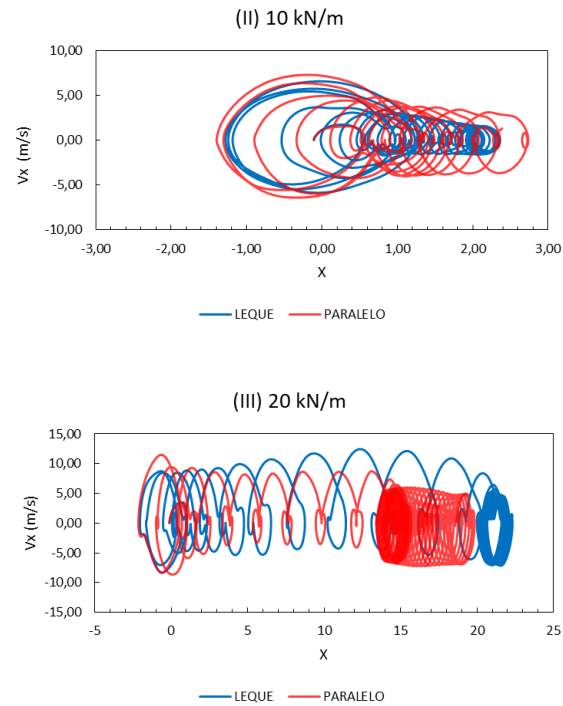
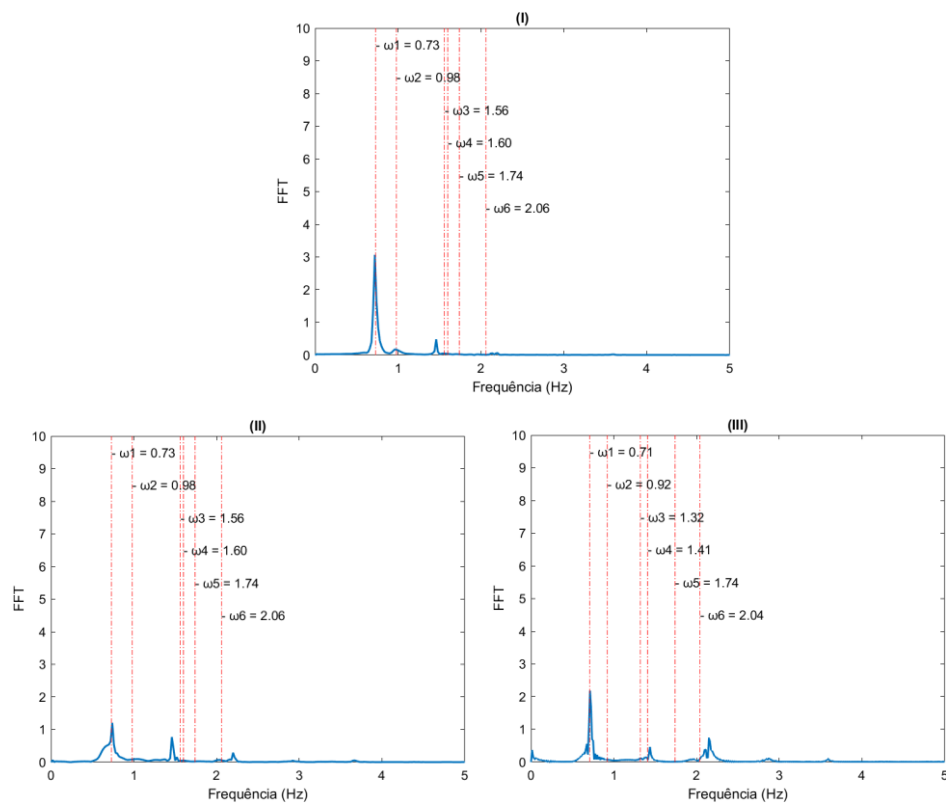


Figura 6.63 - Modelo sem um cabo superior – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade  $x$  Deslocamento (Direção  $X$ ).





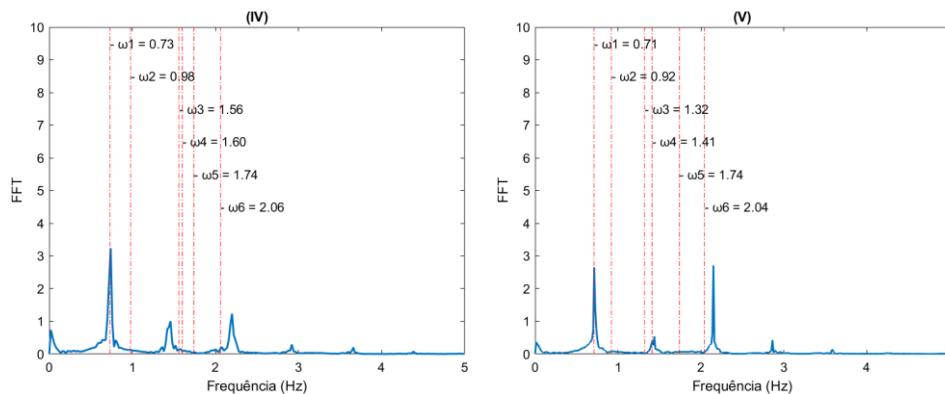


Figura 6.64 – Modelo sem um cabo superior – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (I, II e IV) e Paralelo (III e V) para o carregamento no valor de 10 e 20 kN/m, respectivamente.

Na Figura 6.65 (I,III e V), verificamos a resposta no tempo do momento atuante na direção Z (principal) na seção da base da torre, a primeira a ter plastificação. Em adição, na Figura 6.65 (II, IV e VI) avaliamos a resposta da tensão de von Mises no tempo para comprovar a ocorrência de plastificação. Notam-se diversos picos e a ocorrência de tensões iguais às de escoamento da torre, 250 MPa.

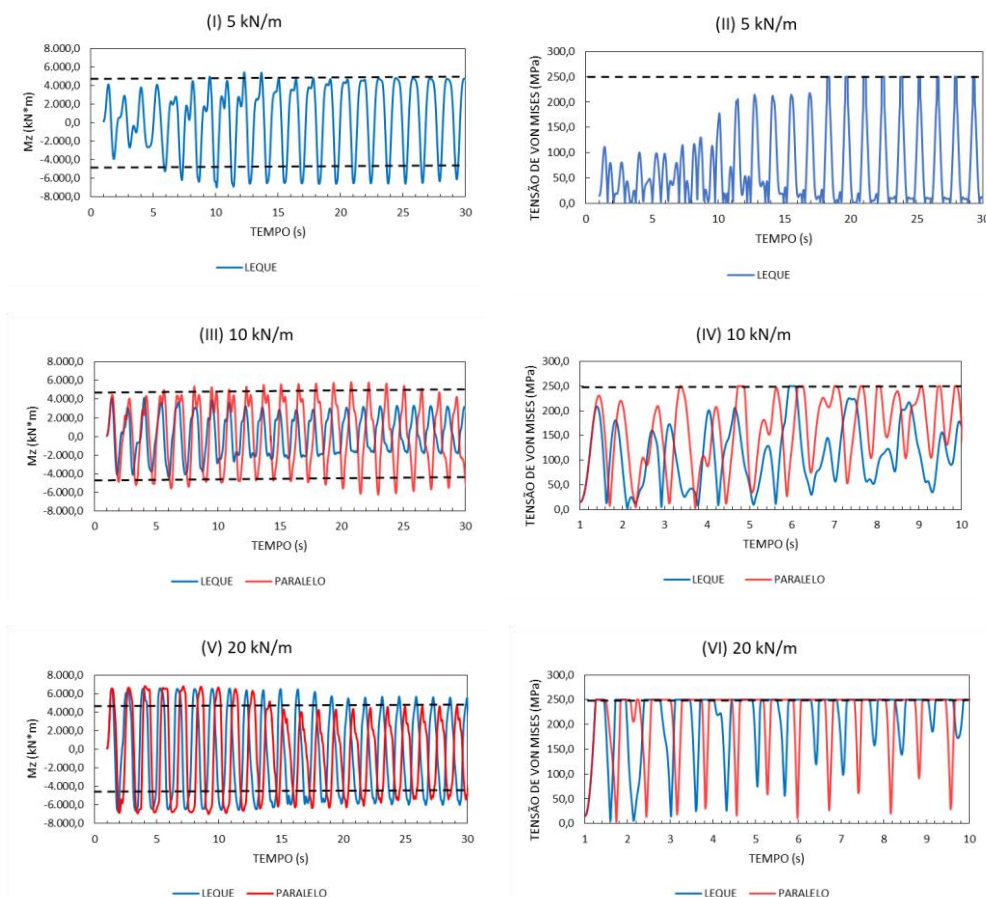


Figura 6.65 - Modelo sem um cabo superior – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Momento na direção Z na seção da base da torre (I,III e V) e Tensão de von Mises na seção da base da torre (II, IV e VI).



### 6.3.2.4. Modelo sem dois cabos mesmo plano

Neste modelo, verificou-se que não houve plastificação quando aplicadas as cargas de magnitude 5 e 10 kN. Na Figura 6.66, apresenta-se a tensão de von Mises na seção da base da torre. Na Figura 6.67 (I), verificamos o deslocamento do nó do topo da torre nas direções XZ. Na Figura 6.67 (II) avaliamos a resposta da velocidade do mesmo nó no tempo, na direção X, nos primeiros 30 segundos, e na Figura 6.67 (III) os planos de fase velocidade x deslocamento na direção X.

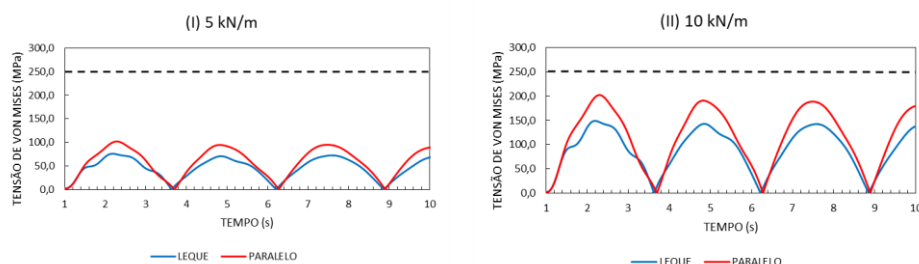


Figura 6.66 – Modelo sem dois cabos mesmo plano: Tensão de von Mises na seção da base da torre.

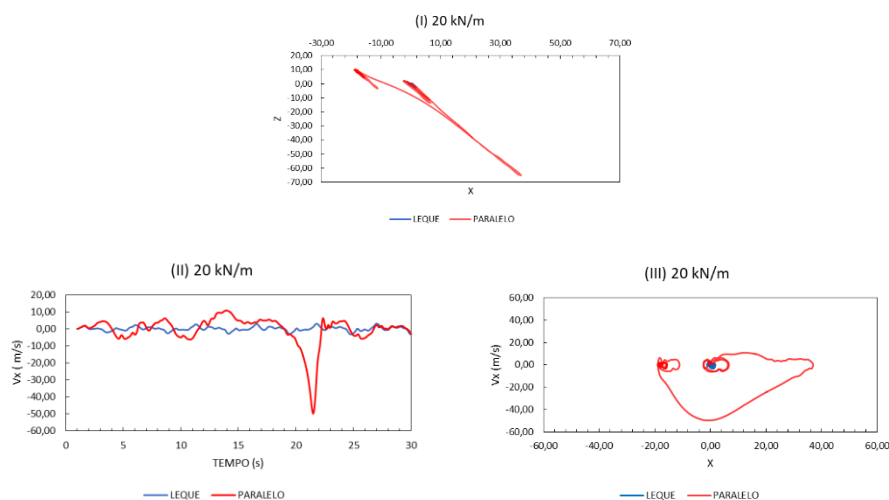


Figura 6.67 - Modelo sem dois cabos mesmo plano – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I), Resposta da velocidade na direção X no tempo (II) e plano de fase velocidade x deslocamento na direção X (III).

Na Figura 6.66, observamos que a tensão de von Mises apresenta valores abaixo da tensão de plastificação da seção, realçando que o modelo com cabos em leque possui valores de tensão de von Mises inferiores ao modelo com cabos em paralelo. Na Figura 6.67 (I), notamos que o deslocamento do topo da estrutura no modelo com cabos em paralelo possui valores expressivos, evidenciando o efeito de escoamento do material. Tal

fato também é verificado na Figura 6.67 (II), no pico no instante de 22s. Na Figura 6.67 (III), notamos a forma do comportamento do plano de fase do modelo com cabos em paralelo, com valores consideráveis.

*Tabela 6.19 – Modelo sem dois cabos mesmo plano – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, resposta da velocidade na direção X no tempo e Momento na direção Z na seção da base da torre no início da plastificação.*

		MODELO SEM 2 CABOS MESMO PLANO							
		LEQUE				PARALELO			
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	Mz PLASTIFICAÇÃO (kN*m)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	Mz PLASTIFICAÇÃO (kN*m)
CARREGAMENTO (kN/m)	5	49,813	38,612	42,227	X	48,332	46,784	39,839	X
	10	60,592	53,046	57,528	X	71,435	55,086	56,517	X
	20	1,730	2,695	2,433	4562,620	36,793	34,733	49,706	4667,7

Na Tabela 6.19, observamos que alguns resultados para carregamentos que levaram à plastificação de seções da torre estaiada estão relativamente inferiores aos obtidos no regime elástico. Destacamos o caso do modelo com cabos em leque com valor bastante inferior. Em comparação ao modelo original, o modelo sem dois cabos no mesmo plano apresenta valores de deslocamento e velocidade bastante superiores. Outro ponto a se ponderar é o momento na direção Z no início da plastificação. Em comparação aos modelos anteriores, os valores do momento no modelo sem dois cabos no mesmo plano são consideravelmente inferiores, evidenciando mais um modelo estrutural sensível às não linearidades do problema e a imperfeições.

Na Figura 6.68, introduz-se a transformada rápida de Fourier (FFT) da resposta permanente e o espectrograma. Nota-se que o pico mais elevado coincide com a frequência fundamental da estrutura e a presença de picos intermediários, evidenciam a influência de efeitos de não linearidades em seu comportamento. Na Figura 6.69, apresenta-se a resposta no tempo do momento atuante na direção Z (principal) na seção da base da torre, a primeira a ter plastificação, além da resposta da tensão de von Mises no tempo para comprovar a ocorrência de plastificação.

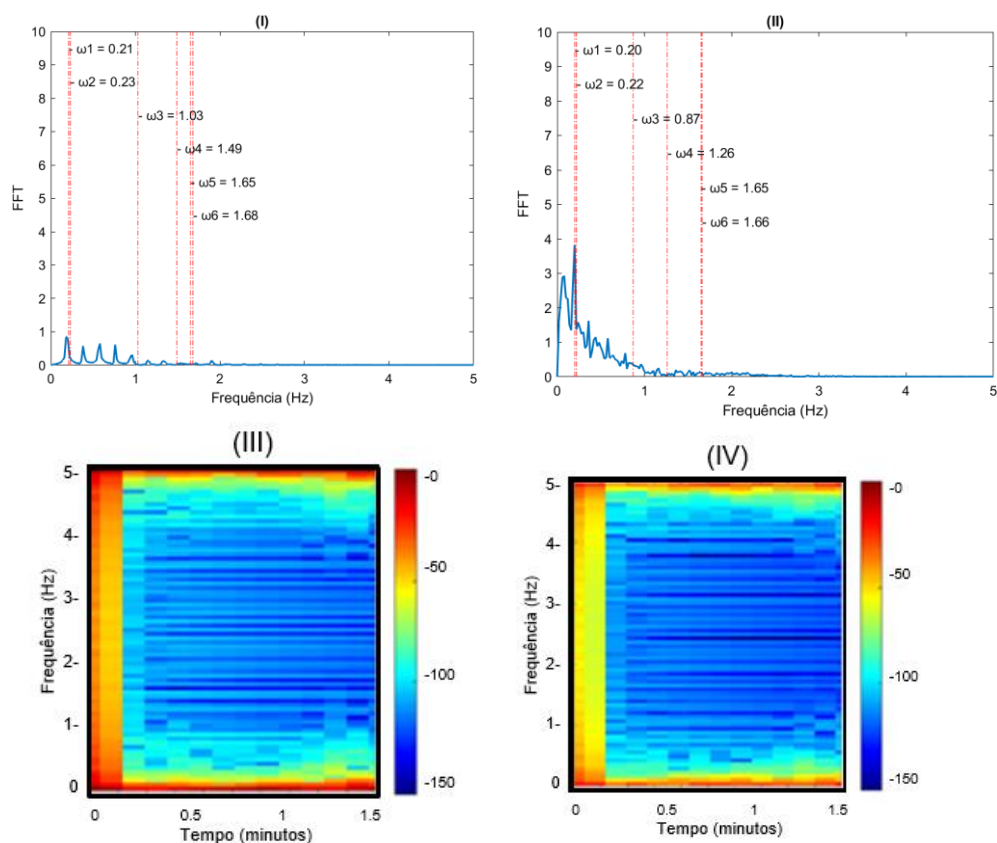


Figura 6.68 – Modelo sem dois cabos mesmo plano – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (I) e Paralelo (II) para o carregamento no valor de 20 kN/m, e seus respectivos Espectrogramas.

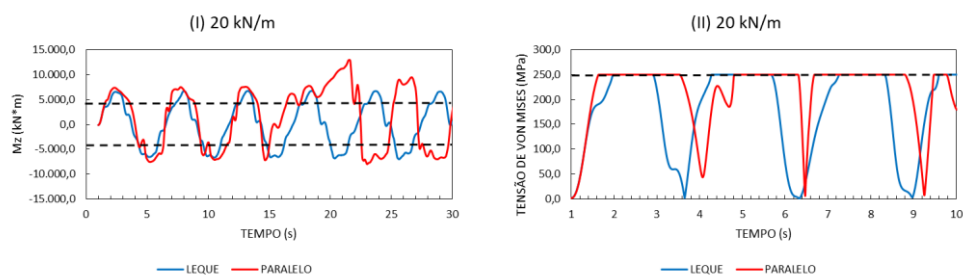


Figura 6.69 - Modelo sem dois cabos mesmo plano – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Momento na direção Z na seção da base da torre (I) e Tensão de von Mises na seção da base da torre (II).

### 6.3.2.5.

#### Modelo sem dois cabos inferiores

Neste modelo, verificou-se que não houve plastificação quando aplicada a carga de magnitude 5 kN/m. Para o carregamento de magnitude de 10 kN/m, o modelo com cabos em leque não atingiu a plastificação, diferentemente do tipo paralelo. Na Figura 6.70, apresenta-se a tensão de von Mises na seção da base da torre nestes casos. Na Figura 6.71 (I e III), verificamos o deslocamento do nó do topo da torre nas direções XZ. Na Figura 6.71 (II e IV) avaliamos a resposta da velocidade do mesmo nó no tempo, na direção X, nos primeiros 30 segundos. Os planos de fase velocidade x deslocamento na direção X encontram-se no Apêndice V.

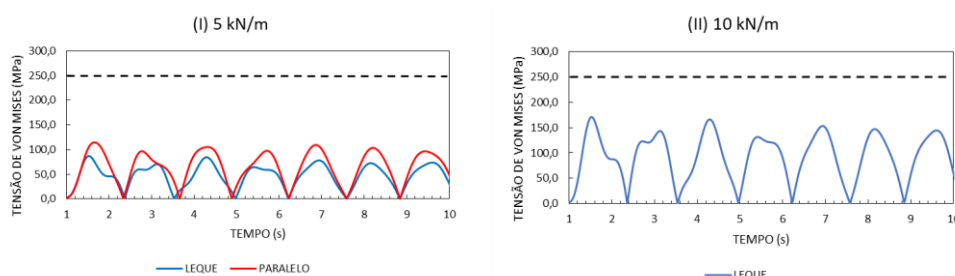


Figura 6.70 – Modelo sem dois cabos inferiores: Tensão de von Mises na seção da base da torre.

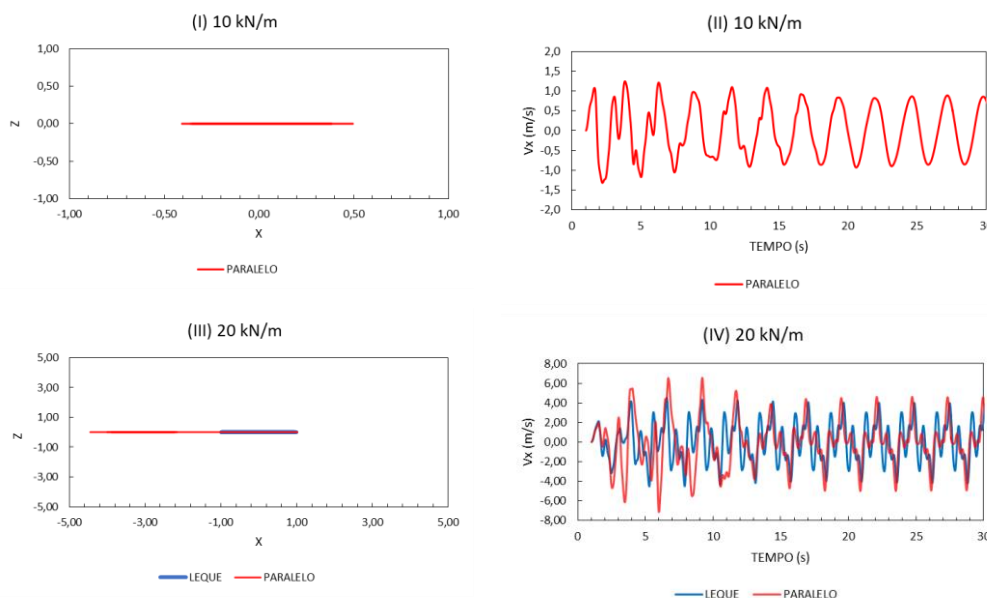


Figura 6.71 - Modelo sem dois cabos inferiores– Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I e III) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II e IV).

Na Figura 6.70, observamos que a tensão de von Mises se encontra abaixo da tensão de escoamento da torre (250 MPa). Na Figura 6.71 (I e III), notamos que o deslocamento do topo da estrutura ocorre na direção X, mantendo-se no plano de simetria. Tal fato não ocorre nos outros modelos com retirada de cabos. Na Figura 6.71 (II e IV), verificamos um comportamento típico de carregamento harmônico, ressaltando na Figura 6.71 (IV) um movimento caótico.

*Tabela 6.20 – Modelo sem dois cabos inferiores – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, resposta da velocidade na direção X no tempo e Momento na direção Z na seção da base da torre no início da plastificação .*

		MODELO SEM 2 CABOS INFERIORES							
		LEQUE				PARALELO			
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	Mz PLASTIFICAÇÃO (kN*m)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	Mz PLASTIFICAÇÃO (kN*m)
CARREGAMENTO (kN/m)	5	2,553	0,000	10,375	X	17,356	5,360	45,378	X
	10	31,156	14,517	81,043	X	0,494	0,000	1,323	4521,3
	20	0,924	0,000	4,450	4864,110	4,220	0,000	7,152	4894,0

Na Tabela 6.20, observamos que, como nos modelos anteriores, alguns dados nos carregamentos no qual ocorreram a plastificação de seções da torre estaiada estão relativamente inferiores aos obtidos no regime elástico. Destacamos o caso do modelo com cabos em leque com valor bastante inferior. Em comparação ao modelo original, o modelo sem dois cabos inferiores apresenta valores de deslocamento e velocidade superiores. Comparando, por exemplo, o deslocamento e velocidade na direção X no modelo da torre com cabos em leque (1,528 m e 9,59 m/s, Tabela 6.16), observa-se um aumento, respectivamente, de 67% e 8% para o modelo sem dois cabos inferiores (2,553m e 10,375m/s, Tabela 6.20). Podemos acrescentar o momento na direção Z no início da plastificação. Em comparação aos modelos anteriores, os valores do momento neste modelo são consideravelmente inferiores, mostrando a suscetibilidade do modelo a imperfeições.

Na Figura 6.72, apresenta-se a transformada rápida de Fourier (FFT) da resposta permanente. O espectrograma encontra-se no Apêndice. Nota-se a presença de picos intermediários, evidenciando a influência de efeitos de não linearidade em seu

comportamento. Na Figura 6.73, apresenta-se a resposta no tempo do momento atuante na direção Z (principal) na seção da base da torre, a primeira a ter plastificação, além da resposta da tensão de von Mises no tempo para comprovar a ocorrência de plastificação.

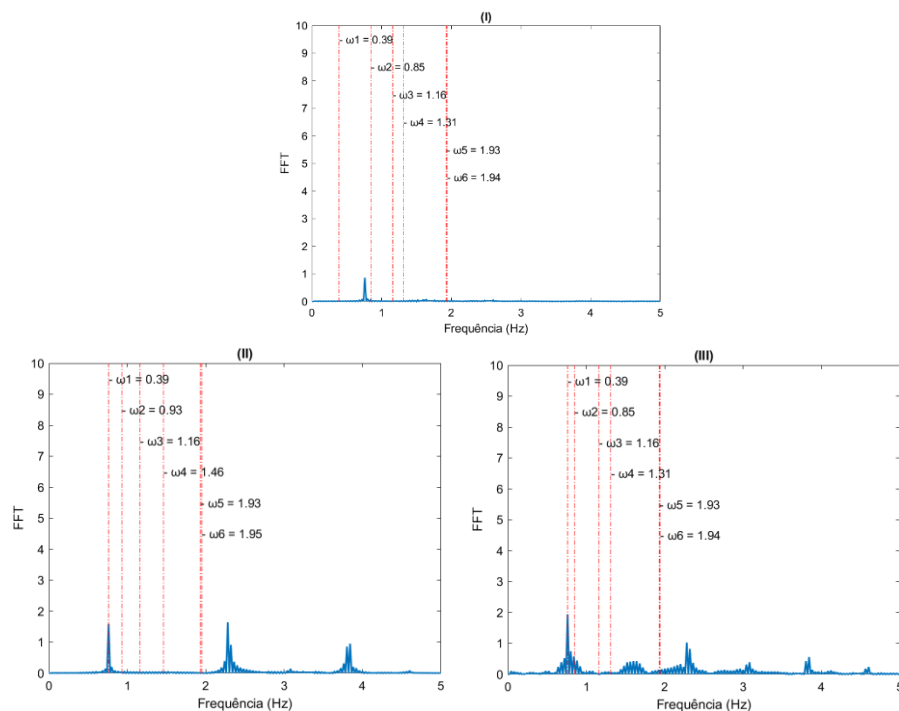


Figura 6.72 – Modelo sem dois cabos inferiores – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (II) e Paralelo (I e III) para o carregamento no valor de 10 e 20 kN/m, respectivamente

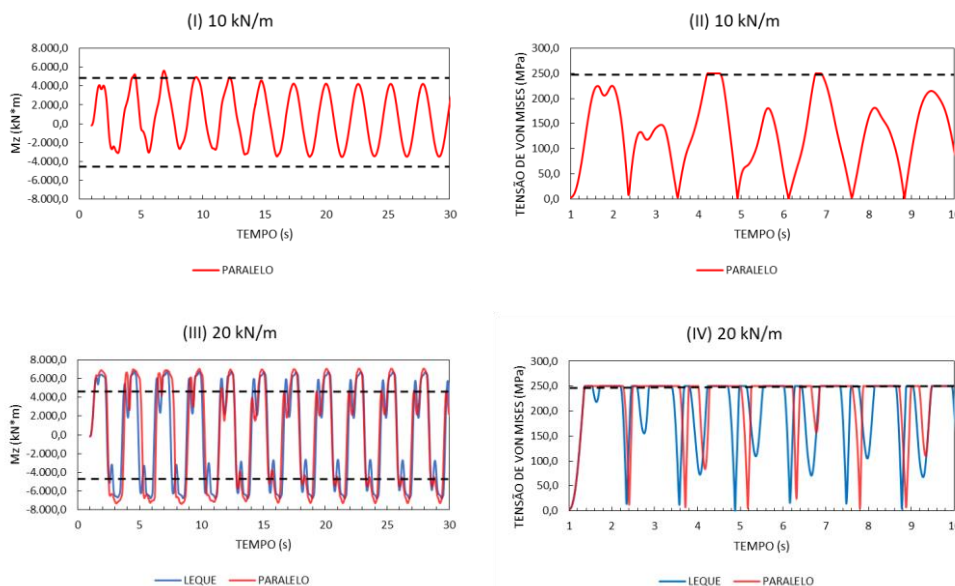


Figura 6.73.- Modelo sem dois inferiores – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Momento na direção Z na seção da base da torre (I e III) e Tensão de von Mises na seção da base da torre (II e IV).

### 6.3.2.6. Modelo sem dois cabos superiores

Neste modelo, verificou-se que não houve plastificação quando aplicadas as cargas de magnitudes 5 e 10 kN/m. Na Figura 6.74, apresenta-se a tensão de von Mises na seção da base da torre. Na Figura 6.75 (I), verificamos o deslocamento do nó do topo da torre nas direções XZ. Na Figura 6.75 (II) avaliamos a resposta da velocidade do mesmo nó no tempo, na direção X, nos primeiros 30 segundos, e na Figura 6.76 o plano de fase velocidade x deslocamento na direção X.

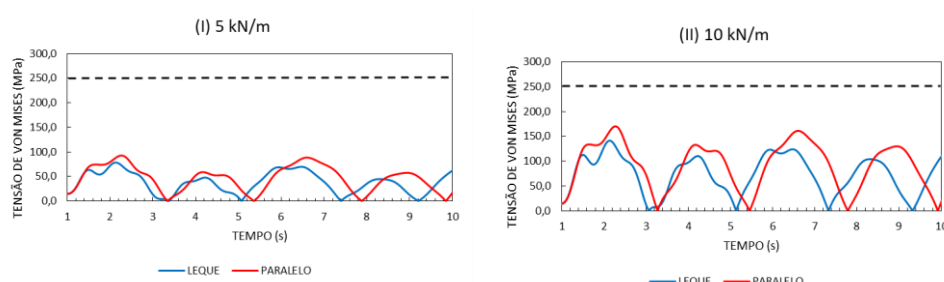


Figura 6.74 – Modelo sem dois cabos superiores: Tensão de Von Mises na seção da base da torre.

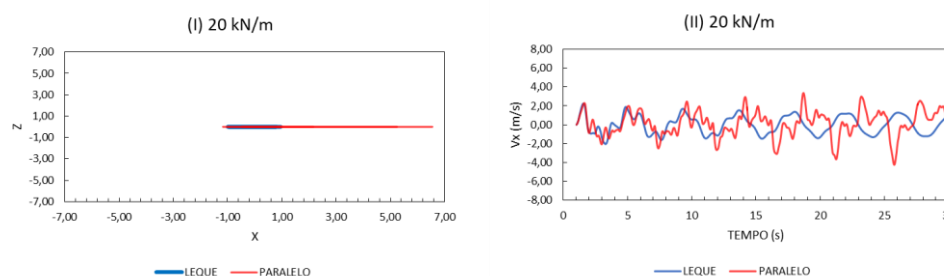


Figura 6.75 – Modelo sem dois cabos superiores – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Deslocamento do topo da torre nas direções XZ (I) e Resposta da velocidade na direção X no tempo (II).

Na Figura 6.74, observamos que a tensão de von Mises possui valores abaixo da tensão de plastificação da seção, próximos a 150 MPa. O deslocamento do topo da estrutura situa-se na direção X, mantendo no plano de simetria como no modelo sem dois cabos inferiores, Figura 6.75 (I). Na Figura 6.76, notamos a forma do comportamento do plano de fase do modelo com cabos em paralelo, apresentando valores consideráveis.

Tabela 6.21 – Modelo sem 2 superiores – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, resposta da velocidade na direção X no tempo e Momento na direção Z na seção da base da torre no início da plastificação.

		MODELO SEM 2 CABOS SUPERIORES							
		LEQUE				PARALELO			
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	Mz PLASTIFICAÇÃO (kN*m)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	Mz PLASTIFICAÇÃO (kN*m)
CARREGAMENTO (kN/m)	5	9,099	0,000	17,282	X	12,060	0,000	19,653	X
	10	22,554	0,000	35,555	X	35,863	0,000	59,816	X
	20	0,757	0,000	1,417	4840,026	6,318	0,000	4,261	4787,4

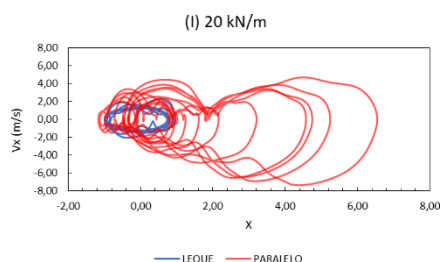


Figura 6.76 - Modelo sem dois cabos superiores – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: plano de fase velocidade x deslocamento na direção X.

Na Tabela 6.21, observamos que, como nos modelos anteriores, alguns valores nos carregamentos que ocorreram a plastificação estão relativamente inferiores aos obtidos no regime elástico. Em comparação ao modelo original, o modelo sem dois cabos superiores apresenta valores de deslocamento e velocidade consideravelmente superiores. Em comparação ao modelo original, os valores do momento no modelo sem dois cabos superiores são consideravelmente inferiores, ressaltando que efeitos de 2ª ordem estão presentes no comportamento deste modelo.

A transformada rápida de Fourier (FFT) da resposta permanente e o espectrograma são apresentados na Figura 6.77. Nota-se que o pico mais elevado coincide com a frequência fundamental da estrutura e a presença de picos intermediários no modelo com cabos em paralelo, evidenciam a influência de efeitos de não linearidade em seu comportamento. Na Figura 6.78, apresenta-se a resposta no tempo do momento atuante na direção Z (principal) na seção da base da torre, a primeira seção a plastificar, assim como a resposta da tensão de von Mises no tempo para comprovar a ocorrência de plastificação.



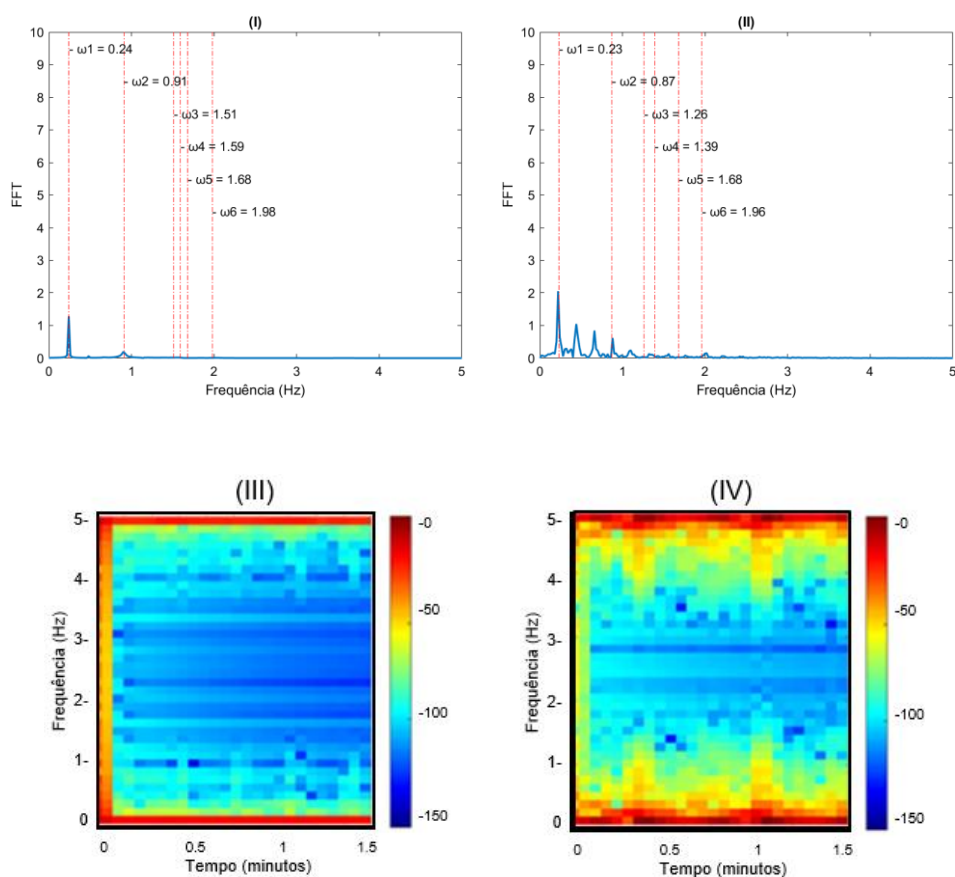


Figura 6.77 – Modelo sem 2 superiores – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos modelos Leque (I) e Paralelo (II) para o carregamento no valor de 20 kN/m, e seus respectivos Espectrogramas.

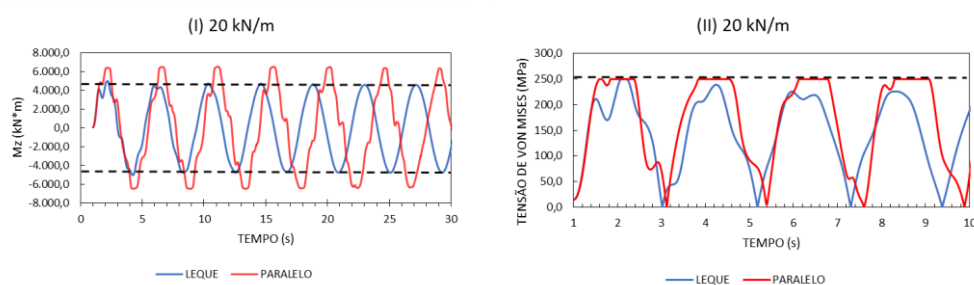


Figura 6.78 - Modelo sem dois cabos superiores – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Momento na direção Z na seção da base da torre (I) e Tensão de von Mises na seção da base da torre (II).

Tabela 6.22 – Modelo Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Valores absolutos máximos do deslocamento do topo na torre nas direções X e Z, resposta da velocidade na direção X no tempo e Momento na direção Z na seção da base da torre no início da plastificação.

MODELO ELASTO-PLÁSTICO - CARGA SENOIDAL									
MODELO	CARREGAMENTO (kN/m)	LEQUE				PARALELO			
		X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	Mz PLASTIFICAÇÃO (kN*m)	X MÁX (m)	Z MÁX (m)	Vx MÁX (m/s)	Mz PLASTIFICAÇÃO (kN*m)
ORIGINAL	5	1,528	0,000	9,590	X	2,720	0,000	17,815	X
	10	1,018	0,000	6,242	5421,550	1,002	0,000	5,594	5552,770
	20	1,355	0,000	8,090	5454,200	1,151	0,000	7,464	5477,280
SEM 1 CABO INFERIOR	5	1,083	0,880	5,569	X	0,905	1,106	5,272	X
	10	2,539	1,765	11,069	X	0,766	0,464	3,687	3410,520
	20	1,064	0,620	5,329	5361,960	1,060	0,632	5,503	5331,040
SEM 1 CABO SUPERIOR	5	1,269	2,422	6,363	3415,580	13,687	14,253	28,258	X
	10	2,253	4,462	5,958	4063,910	4,347	5,017	6,852	5221,750
	20	22,280	32,682	12,126	5255,000	15,582	39,829	11,462	5325,150
SEM 2 CABOS MESMO PLANO	5	49,813	38,612	42,227	X	48,332	46,784	39,839	X
	10	60,592	53,046	57,528	X	71,435	55,086	56,517	X
	20	1,730	2,695	2,433	4562,620	36,793	34,733	49,706	4667,690
SEM 2 CABOS INFERIORES	5	2,553	0,000	10,375	X	17,356	5,360	45,378	X
	10	31,156	14,517	81,043	X	0,494	0,000	1,323	4521,300
	20	0,924	0,000	4,450	4864,110	4,220	0,000	7,152	4893,990
SEM 2 CABOS SUPERIORES	5	9,099	0,000	17,282	X	12,060	0,000	19,653	X
	10	22,554	0,000	35,555	X	35,863	0,000	59,816	X
	20	0,757	0,000	1,417	4840,026	6,318	0,000	4,261	4787,380

## 7 Conclusões e Sugestões

### 7.1. Conclusões

Este trabalho investiga a influência da perda de cabos e do modelo constitutivo do material (elástico ou elastoplástico) no comportamento não linear estático e dinâmico de torres estaiadas, comparando os resultados com os do modelo elástico considerando todos os cabos.

Uma contribuição importante deste trabalho é a quantificação de como a perda de cabos promove uma redução das frequências naturais e carga crítica. Considera-se a perda de um ou dois cabos. Um primeiro ponto a ser destacado é a perda de simetria da estrutura destruindo a ressonância interna 1:1 e o acoplamento modal. Enquanto no modelo perfeito as frequências e cargas de bifurcação ocorrem aos pares em virtude da simetria circunferencial, elas se tornam distintas com a perda de cabos. Também, em virtude do decréscimo da rigidez da estrutura com a ruptura de cabos, ocorre, como consequência, uma diminuição da frequência fundamental e da carga crítica. Nota-se como o nível dos cabos e sua posição impactam nos resultados, destacando-se a diminuição bastante considerável quando há a retirada de dois cabos no mesmo plano. No estudo investigam-se duas disposições de cabos: leque em paralelo. Verifica-se que estas disposições também influenciam no comportamento da estrutura, levando a soluções distintas.

Os resultados obtidos na análise estática não linear mostram que a torre estaiada apresenta grande sensibilidade a imperfeições, apresentando trajetória de equilíbrio pós-crítico com bifurcação instável e um valor mínimo pós-crítico associado a grandes deslocamentos. À medida que aumenta a magnitude da imperfeição modal, o valor de carga crítica, relativo à carga limite da estrutura imperfeita, diminui consideravelmente. Desta forma a perda de cabos tem grande impacto na capacidade de carga da estrutura. Como no caso linear, a perda de capacidade de carga depende do nível e posição dos cabos que sofreram ruptura. A disposição dos cabos na torre também tem importância crucial, sendo a escolha do tipo leque ou paralelo um importante parâmetro de projeto. A

perda de estabilidade associada à perda de cabos leva a um aumento dos esforços na torre, em particular nas reações de apoio. Assim analisa-se o efeito da adoção de um modelo constitutivo elastoplástico para a torre e cabos nos caminhos não lineares de equilíbrio. Para o modelo aqui adotado, concluiu-se que a plastificação, que começa na base da torre, leva a uma redução substancial no valor da carga crítica limite.

As análises não lineares de vibração livre amortecida evidenciam que, quando ocorre a perda de estais, existe a perda de simetria no deslocamento da estrutura, levando a movimentos acoplados. No entanto observa-se que são necessários grandes deslocamentos iniciais para que o momento na base aumente o suficiente para que ocorra plastificação na base do mastro.

Os resultados obtidos nas análises não lineares de vibração forçada amortecida na região principal de ressonância associada à frequência fundamental evidenciam que o aumento no carregamento promove o crescimento considerável dos deslocamentos e velocidades, com crescente influência da não linearidade geométrica, levando a movimentos caóticos de grande amplitude. A perda de cabos e a consequente perda de simetria da estrutura aumentam de forma significativa os efeitos não lineares, levando em alguns casos a amplitudes de vibração expressivas e movimentos caóticos. A partir das Transformadas Rápidas de Fourier, nota-se que, à medida que a magnitude da carga aumenta, cresce rapidamente o número de picos ressonância, incluindo vários modos de vibração e, em virtude da não linearidade geométrica, ressonâncias super-harmônicas e sub-harmônicas, com a presença de picos intermediários. Este número de picos cresce até chegar a um espectro contínuo típico de movimento caótico. A perda de cabos exacerba os efeitos não lineares. A adoção de material elastoplástico levou a comportamentos interessantes. Em alguns casos com carregamentos menores, não se atingiu o início da plastificação da estrutura. À medida que ocorria a plastificação na torre estaiada, verificam-se valores consideráveis de deslocamentos e velocidades. Assim como modelo elástico, as Transformadas Rápidas de Fourier apresentam uma série de picos que dependem do número e posição dos cabos que sofreram ruptura.

Os resultados evidenciam como esse tipo de estrutura é altamente sensível à influência da não linearidade física e geométrica e que as mesmas precisam ser consideradas na fase de projeto. Fica claro que a perda de cabos também deve ser avaliada já nessa fase, uma vez que um número significativo de acidentes ocorre em virtude da

ruptura de cabos ocasionada por corrosão, perda de protensão, problemas de ancoragem ou carregamentos excessivos.

## **7.2. Sugestões**

Esta pesquisa aprofundou o conhecimento da influência das não linearidades física e geométrica e da perda de cabos no comportamento de torres estaiadas. A fim de ampliar tais conhecimentos, apresentam-se algumas sugestões para trabalhos futuros:

1. Adotar mais níveis de estais e verificar sua influência na rigidez da estrutura;
2. Estudar o comportamento da torre na presença de cargas ambientais com terremoto, deposição de gelo e cargas de vento;
3. Quando ocorre a ruptura de um cabo, pode ocorrer efeito de chicote, no qual surgem esforços na estrutura. Verificar tal efeito e sua magnitude.
4. Utilizar mais configurações de carregamento, alterando sua direção, magnitude e forma.
5. Adotar materiais elastoplásticos diferentes de material elástico-perfeitamente plástico, verificando sua influência no comportamento da torre estaiada.
6. Estudar o efeito da adição de amortecedores à estrutura e verificar sua influência no controle de vibrações.
7. Discretizar os cabos usando catenárias e quantificar seu efeito na resposta estática e dinâmica da torre.

## 8 Referências Bibliográficas

- [1] “Hemmingen Transmission Tower – Structurae [en]: Image-ID:35499,” [Online]. Available: <https://structurae.net/en/structures/hemmingen-transmission-tower> [Accessed: 22-Dec-2020].
- [2] “WHDH-TV Tower – Structurae [en]: Image-ID:185318,” [Online]. Available: <https://structurae.net/en/structures/whdh-tv-tower> [Accessed: 22-Dec-2020].
- [3] “Mapa Eólicos – Análises e Diagnósticos” [Online]. Available: [http://www2.secti.ba.gov.br/atlasWEB/metodologia\\_p3.html](http://www2.secti.ba.gov.br/atlasWEB/metodologia_p3.html) [Accessed: 22-Dec-2020].
- [4] “KVLV Tower - Structurae [en]: Image-ID:53850,” [Online]. Available: <https://structurae.net/en/structures/kvly-tower> [Accessed: 18-Dec-2020].
- [5] NIELSEN, M.G. “Guyed Masts Exposed to Guy Failure.” Structures Congress 2006: Structural Engineering and Public Safety. 2006.
- [6] LAIHO, J. “Some known mast failures.” Int. Assoc. Shell Spat. Struct., vol. 125, no. 3, pp. 197–200, 1997.
- [7] “Construction Incidents Investigation Engineering Reports | Investigation of the June 6, 1994 Collapse of a Radio Tower in Selma, Alabama | Occupational Safety and Health Administration” [Online]. Available: <https://www.osha.gov/construction/engineering> [Accessed: 18-Dec-2020].
- [8] “G1 - Terra Santa, no PA, recebe audiência pública após queda de torre da Vivo - notícias em Pará”, [Online]. Available: <http://g1.globo.com/pa/para/noticia/2013/08/terra-santa-no-pa-recebe-audiencia-publica-apos-queda-de-torre-da-vivo.html> [Accessed: 18-Dec-2020].
- [9] WISE, C.M. “Design of the Torre de Collserola, Barcelona.” Structural Engineer, 71, pp.353-353. 1993.
- [10] CSA, “Antennas, towers, and antenna supporting structures.” Standard CAN/CSA-S37-01, Canadian Standards Association, Rexdale, Canadá,

- 2001.
- [11] “O que é o Kevlar®?”, [Online]. Available: <https://www.dupont.com.br/kevlar/what-is-kevlar.html> [Accessed: 03-Jan-2021].
  - [12] SHI, H.; SALIM, H. “Geometric nonlinear static and dynamic analysis of guyed towers using fully nonlinear element formulations.” *Engineering Structures*, v. 99, p. 492-501, 2015.
  - [13] WAHBA, Y.M.F.; MADUGULA, M.K.S.; MONFORTON, G.R., “Evaluation of non-linear analysis of guyed antenna towers,” *Comput. Struct.*, vol. 68, no. 3, pp. 207–212, 1998.
  - [14] PAN, W.H.; EATHERTON, M.R.; TAO, M.X.; YANG, Y.; NIE, X. “Design of single-level guyed towers considering interrelationship between bracing strength and rigidity requirements.” *Journal of Structural Engineering*, v. 143, n. 9, p. 04017128, 2017.
  - [15] MIRSHAFIEI, F.; MCCLURE, G.; FARZANEH, M. “Modelling the dynamic response of iced transmission lines subjected to cable rupture and ice shedding.” *IEEE Transactions on power delivery*, v. 28, n. 2, p. 948-954, 2013.
  - [16] GHAFARI OSKOEI, S.A.; MCCLURE, G. "New robust linearized seismic analysis method for tall guyed telecommunication masts." *Journal of Structural Engineering* 138, no. 4 (2012): 502-513.
  - [17] ISMAIL, A. "Seismic assessment of guyed towers: A case study combining field measurements and pushover analysis." *HBRC journal* 12, no. 1 (2016): 47-53.
  - [18] KAHLA, N.B. "Response of a guyed tower to a guy rupture under no wind pressure." *Engineering Structures* 22, no. 6 (2000): 699-706.
  - [19] XIANG, L.; WANG, H.Y., CHEN, Y.; GUAN, Y.J.; DAI, L.H. “Elastic-plastic modeling of metallic strands and wire ropes under axial tension and torsion loads.” *International Journal of Solids and Structures*, v. 129, p. 103-118, 2017.
  - [20] LEE, P.S.; MCCLURE, G. “Elastoplastic large deformation analysis of a lattice steel tower structure and comparison with full-scale tests.” *Journal of Constructional Steel Research*, v. 63, n. 5, p. 709-717, 2007.
  - [21] RAO, N.P; KNIGHT, G.S.; LAKSHMANAN, N.; IYER, N.R. “Investigation

- of transmission line tower failures.” *Engineering Failure Analysis*, v. 17, n. 5, p. 1127-1141, 2010.
- [22] USHIO, Y.; SARUWATARI, T.; NAGANO, Y. “Elastoplastic FEM analysis of earthquake response for the field-bolt joints of a tower-crane mast.” *Advances in Computational Design*, v. 4, n. 1, p. 53-72, 2019.
- [23] ASCE. “Design of Latticed Steel Transmission Structures.” American Society of Civil Engineers. 2000
- [24] Eurocode 3 - Design of steel structures - Part 3-1: Towers, masts and chimneys - Towers and masts. The European Union, European Committee for Standardization, Europe. (2011)
- [25] British Standards Institution. Lattice towers and towers Part 4, “Code of practice for loading of guyed tower.” BS 8100-4:1995, London, UK, 1995.
- [26] MADUGULA, M.K. (Ed.). “Dynamic response of lattice towers and guyed masts.” ASCE Publications, 2001.
- [27] SMITH, B.W. “Communication structures.” Thomas Telford, 2007.
- [28] THOMPSON, J.M.; GASPAR, Z. “A buckling model for the set of umbilic catastrophes,” *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.*, vol. 82, no. 3, pp. 497–507, 1977.
- [29] THOM, R. “Structural stability and morphogenesis.” 1975.
- [30] ZEEMAN, E. C. "Catastrophe theory." *Scientific American* 234, no. 4 (1976): 65-83.
- [31] ORLANDO, D. “Dinâmica Não-Linear , Instabilidade e Controle de Sistemas Estruturais com Interação Modal,” Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2010.
- [32] AUGUSTI, G., “Stabilità di strutture elastiche elementari in presenza di grandi spostamenti,” *Atti Accad. Sci. Fis. Mat. Napoli* 4–5, 1–47 (1964) (in Italian).
- [33] MARQUES, Í.R. "Influência de Modos Normais Não Lineares e de Simetrias no Comportamento Dinâmico de Torres Estaiadas." PhD diss., PUC-Rio, 2019.
- [34] PEZO, E.; GONÇALVES, P.B.; ROEHL, D. “Non-linear finite element analysis of the dynamics of a slender cable stayed tower.” In: *MATEC Web of Conferences*. EDP Sciences, 2018. p. 03001.
- [35] ORLANDO, D.; GONÇALVES, P.B.; REGA, G; LENCI, S.. "Influence of



- symmetries and imperfections on the non-linear vibration modes of archetypal structural systems." *International Journal of Non-Linear Mechanics* 49 (2013): 175-195.
- [36] LENCI, S.; ORLANDO, D., REGA, G.; GONÇALVES, P.B. "Controlling practical stability and safety of mechanical systems by exploiting chaos properties." *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science* 22, no. 4 (2012): 047502.
- [37] Dassault Systems, "Abaqus Analysis User's Manual." 2007.
- [38] "The Complete Buyer's Guide to Wire Rope: Which Type is Best for Your Project? - US Rigging." [Online]. Available: <https://usrigging.com/blog/wire-rope-buyers-guide/>. [Accessed: 01-Dec-2020].
- [39] RIKS, E. "An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems." *International journal of solids and structures*, v. 15, n. 7, p. 529-551, 1979.
- [40] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800:2008, "Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios", 2008.
- [41] MESQUITA, L.C.; GOMES, A.F.F.; LEÃO, F.S. "Simulação Computacional de pilares de aço submetidos à compressão axial." *REEC-Revista Eletrônica de Engenharia Civil*, v. 15, n. 2, p. 203-2016, 2019.
- [42] HILBER, H.M.; HUGHES, T.J.R.; TAYLOR, R.L. "Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics." *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 5, n. 3, p. 283-292, 1977.
- [43] CHOWDHURY, I.; DASGUPTA, S.P. "Computation of Rayleigh damping coefficients for large systems." *The Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, v. 8, n. 0, p. 1-11, 2003.
- [44] MATLAB. version 9.8.0.1417392 (R2020a). Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc.; 2020.
- [45] SIVA CABOS DE AÇO, "Catálogos de Produtos - Cabos de Aço e Acessórios." pp. 49–188, 2014.
- [46] BLNSHENKO, S.P.; GERE, J.M. "Theory of elastic stability." Courier Corporation, 2009.

- [47] BLEVINS, R.D. "Formulas for Natural Frequency and Mode Shape," 1st ed. New York: Van Nostrand Reinbold Company, 1979.
- [48] JURJO, D.L.B.R. "Estabilidade de colunas sujeitas ao peso próprio," Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2002.
- [49] CARVALHO, E.C. "Análise Da Instabilidade Dinâmica De Estruturas Estaiadas," Universidade Federal de Goiás, 2008.
- [50] KONDOH, K.; ATLURI, S.N. "Large-deformation, elasto-plastic analysis of frames under nonconservative loading, using explicitly derived tangent stiffnesses based on assumed stresses." *Computational Mechanics* 2, no. 1 (1987): 1-25.
- [51] HIBBELER, R. C. *Resistência dos Materiais*. 7 Edição. 2009.
- [52] "Circular tube section properties" [Online]. Available: <https://calcresource.com/cross-section-ctube.html> [Accessed: 05-Nov-2020].
- [53] KAMINSKI JR, J.; RIERA, J.D.; DE MENEZES, R.C.R e MIGUEL, L.F. "Model uncertainty in the assessment of transmission line towers subjected to cable rupture." *Engineering Structures*, v. 30, n. 10, p. 2935-2944, 2008.
- [54] MCCLURE, G.; LAPOINTE, M. "Modeling the structural dynamic response of overhead transmission lines." *Computers & Structures*, v. 81, n. 8-11, p. 825-834, 2003.
- [55] KEYHAN, H.; MCCLURE, G.; HABASHI, W.G. "Dynamic analysis of an overhead transmission line subject to gusty wind loading predicted by wind-conductor interaction." *Computers & Structures*, v. 122, p. 135-144, 2013.
- [56] DARWISH, M.; EL DAMATTY, A. "Critical parameters and configurations affecting the analysis and design of guyed transmission towers under downburst loading." *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, v. 22, n. 1, p. 04016017, 2017.
- [57] ASCE. "Design of Steel Transmission Pole Structures." American Society of Civil Engineers. 2011.
- [58] LANGFORD, G. "A study of the deformation of patented steel wire." *Metallurgical and Materials Transactions B*, v. 1, n. 2, p. 465-477, 1970.

- [59] OCEL, J.M.; PROVINES, J.; CHARITO, V. "Cable-Stay Strand Residual Strength Related to Security Threats." United States. Federal Highway Administration. Office of Infrastructure Research and Development, 2018.
- [60] ALI, K.; SALEEM, A. "Safety Evaluation of Stay Cables of Cable-Stayed and Extradosed Bridges via Deterministic and Non-deterministic Methods." In: Bridge Engineering. IntechOpen, 2020.
- [61] FU, G.; MOSES, F.; KHAZEM, D. A. "Strength of parallel wire cables for suspension bridges." In: 8th ASCE Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability. University of Notre Dame, Notre Dame, Indiana: American Society of Civil Engineers. 2000.
- [62] XIANG, L.; WANG, H.Y., CHEN, Y.; GUAN, Y.J.; DAI, L.H. "Elastic-plastic modeling of metallic strands and wire ropes under axial tension and torsion loads." International Journal of Solids and Structures, v. 129, p. 103-118, 2017.
- [63] CIMAFA, "Manual Técnico de Cabos de Aço." 2012.
- [64] Vallourec, "Tubos Estruturais Seção Circular, Quadrada e Retangular."
- [65] Gerdau, "Barras E Perfis." p. 8, 2019.
- [66] RAO, N.P; KNIGHT, G.S.; MOHAN, S.J., LAKSHMANAN, N. "Studies on failure of transmission line towers in testing." Engineering structures, v. 35, p. 55-70, 2012.
- [67] RAMAN, N.V.; KUMAR, G.V.; RAO, V.S. "Large displacement analysis of guyed towers." Computers & structures, v. 28, n. 1, p. 93-104, 1988.
- [68] SHI, H. "Nonlinear finite element modeling and characterization of guyed towers under severe loading." 2007. Tese de Doutorado. University of Missouri-Columbia.
- [69] QILIN, Z. "Incremental finite element solution for nonlinear problems of space trusses." Journal of Constructional Steel Research, v. 20, n. 2, p. 89-104, 1991.
- [70] KONG, W.; XIONG, X.; XUE, Q. "Study of the initial prestress for guyed transmission tower." In: Proceedings. The 2009 International Workshop on Information Security and Application (IWISA 2009). Academy Publisher, 2009. p. 405.
- [71] MATUSZKIEWICZ, M. "Calculation of guyed masts in accordance with EN 1993-3-1 standard taking into account mast shaft geometrical

- imperfections,” Eng. Struct., vol. 33, no. 6, pp. 2044–2048, Jun. 2011.
- [72] DEL PRADO, Z.J.; CARVALHO, E.C.; GONÇALVES, P.B. “Dynamic Stability of Imperfect Cable Stayed Masts.” *Mecânica Computacional*, v. 29, n. 7, p. 647-658, 2010.
- [73] DEL PRADO, Z.J.; GONÇALVES, P.B.; CARVALHO, E.C. “Non-linear dynamic of cable-stayed masts.” *Proc. of PACAM XI*, 2010.
- [74] BENEDETTI, D.; BREBBIA, C.; CEDOLIN, L. “Geometrical non-linear analysis of structures by finite elements.” *Meccanica*, v. 7, n. 1, p. 35-44, 1972.
- [75] MAU, S. T.; GALLAGHER, R.H. “A finite element procedure for nonlinear prebuckling and initial postbuckling analysis.” 1972.
- [76] LINS, B. E. *Histórico da Legislação de Telecomunicações no Brasil. Estudo Técnico da Consultoria Legislativa*. Brasília–DR: Câmara dos Deputados. 2017.
- [77] KACHANOV, L. M. “Fundamentals of the theory of plasticity,” MIR Publisher Moscow. 1974.
- [78] HODGE, P.G.; PRAGER, W. “Theory of perfectly plastic solids.” Wiley. 1951.
- [79] MADUGULA, M.K.; WAHBA, Y.M.; MONFORTON, G.R. “Dynamic response of guyed masts.” *Engineering Structures* 20.12 (1998): 1097-1101.
- [80] WAHBA, Y.M. “Static and dynamic analyses of guyed antenna towers.” 1999.
- [81] “O que é a 4ª revolução industrial – e como ela deve afetar nossas vidas” [Online]. Available: <https://www.bbc.com/portuguese/geral-37658309> [Accessed: 29-Dec-2020].
- [82] DE BORST, R.; CRISFIELD, M.A.; REMMERS, J.J.; VERHOOSSEL, C.V. “Nonlinear finite element analysis of solids and structures.” John Wiley & Sons, 2012.
- [83] SIMO, J.C.; HUGHES, T.J.R. “Computational inelasticity.” Springer Science & Business Media, 2006.
- [84] THOMPSON, J.M.T.; HUNT, G.W., “Elastic Instability Phenomena”. Wiley, London, 1984.
- [85] Eurocode 3 - Design of steel structures - Part 3-2: Towers, masts and

chimneys - Chimneys. The European Union, European Committee for Standardization, Europe. (2006)

- [86] MOON, F.C. "Chaotic and fractal dynamics: introduction for applied scientists and engineers." John Wiley & Sons. 2008.

## APÊNDICE

### APÊNDICE I : DINÂMICA NÃO LINEAR – INCREMENTO DE TEMPO E AMORTECIMENTO

Na análise de dinâmica não linear, verifica-se a necessidade de definir parâmetros relacionados à integração numérica. No software ABAQUS, existe a opção de realizar a integração por incrementos de tempo fixos ou automáticos. Neste trabalho, adotou-se o incremento fixo. Definiu-se este mesmo incremento de tempo ( $\Delta t$ ) como um centésimo da frequência natural ( $\omega_1$ ) de cada modelo estrutural proposto, Equação I.1. O número de incrementos utilizados na integração numérica é definido na Equação I.2.

$$\Delta t = \frac{\omega_1}{100} \quad (\text{I.1})$$

$$N_{\text{incrementos}} = \frac{\text{Tempo Total de Integração}}{\Delta t} \quad (\text{I.2})$$

Outro ponto a acrescentar é sobre a obtenção dos parâmetros A e B, utilizados na dinâmica não linear e nos quais multiplicam as matrizes de massa e rigidez [11]. Esses parâmetros são utilizados pelo software ABAQUS para definir o amortecimento do material da torre estaiada.

$$A = \xi \frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad (\text{I.3})$$

$$B = \xi \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad (\text{I.4})$$

Adotaram-se o amortecimento proporcional de Rayleigh  $\xi$  no valor de 1% e,  $\omega_i$  e  $\omega_j$  são as frequências naturais de cada modelo estrutural proposto, em rad/s. Segue Tabela A.1 com os valores de A e B calculados para cada modelo de torre estaiada, além do parâmetro  $\Omega$  adotado na vibração forçada amortecida, na composição da força senoidal, atentando-se ao fato mesmo estar próximo do valor de ressonância.

Tabela A.1 – Cálculo dos parâmetros de amortecimento A e B, incluindo a frequência  $\Omega$  adotada na carga harmônica senoidal

		Frequência Fundamental ( $\omega_i$ e $\omega_j$ )		A	B	$\Omega$ adotado
		(Hz)	(rad/s)			
MODELO ORIGINAL	LEQUE	0,9680	6,08	0,0756	0,0012	6,0
		1,5891	9,98			
	PARALELO	0,9120	5,73	0,0694	0,0014	5,7
		1,3993	8,79			
MODELO SEM 1 CABO INFERIOR	LEQUE	0,8167	5,13	0,0557	0,0018	5,1
		0,9695	6,09			
	PARALELO	0,7099	4,46	0,0503	0,0020	4,4
		0,9188	5,77			
MODELO SEM 1 CABO SUPERIOR	LEQUE	0,7311	4,59	0,0527	0,0019	4,6
		0,9831	6,18			
	PARALELO	0,7099	4,46	0,0504	0,0019	4,5
		0,9237	5,80			
MODELO SEM 2 CABOS MESMO PLANO	LEQUE	0,2138	1,34	0,0140	0,0071	1,2
		0,2315	1,45			
	PARALELO	0,1984	1,25	0,0132	0,0075	1,2
		0,2247	1,41			
MODELO SEM 2 CABOS INFERIORES PLANOS DIFERENTES	LEQUE	0,3891	2,44	0,0345	0,0024	2,4
		0,9323	5,86			
	PARALELO	0,3899	2,45	0,0336	0,0026	2,4
		0,8485	5,33			
MODELO SEM 2 CABOS SUPERIORES PLANOS DIFERENTES	LEQUE	0,2404	1,51	0,0239	0,0028	1,5
		0,9117	5,73			
	PARALELO	0,2330	1,46	0,0231	0,0029	1,4
		0,8666	5,45			

## APÊNDICE II: DINÂMICA NÃO LINEAR, MATERIAL ELÁSTICO, VIBRAÇÃO LIVRE AMORTECIDA

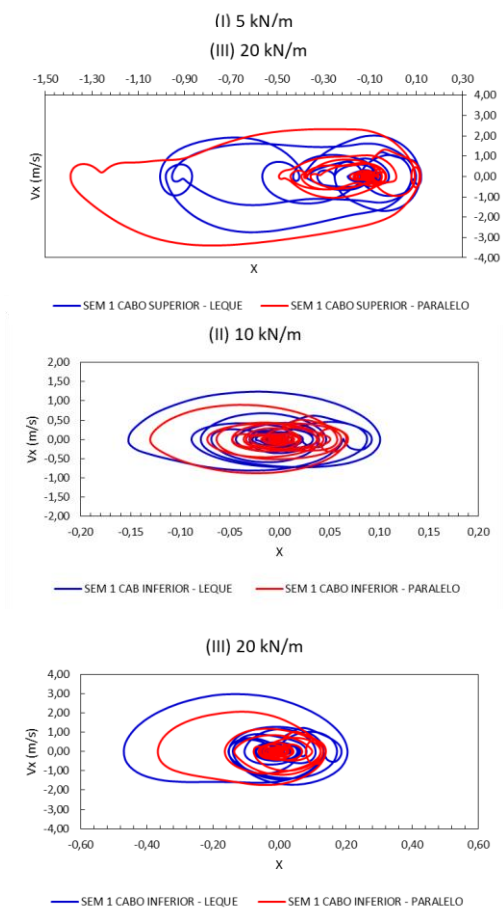
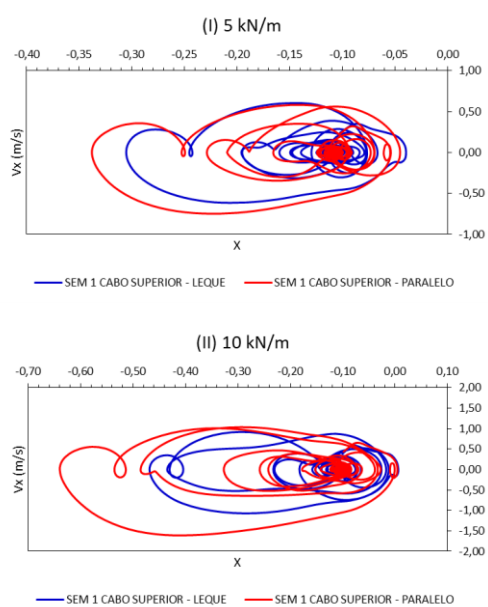


Figura A.1 - Modelo sem 1 cabo inferior – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)





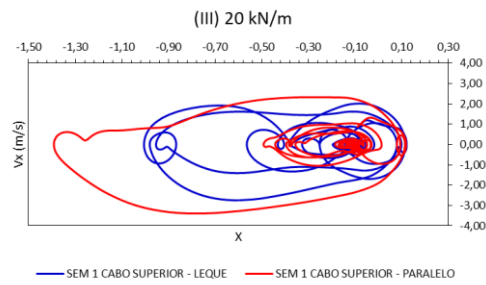


Figura A.2 - Modelo sem 1 cabo superior – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)

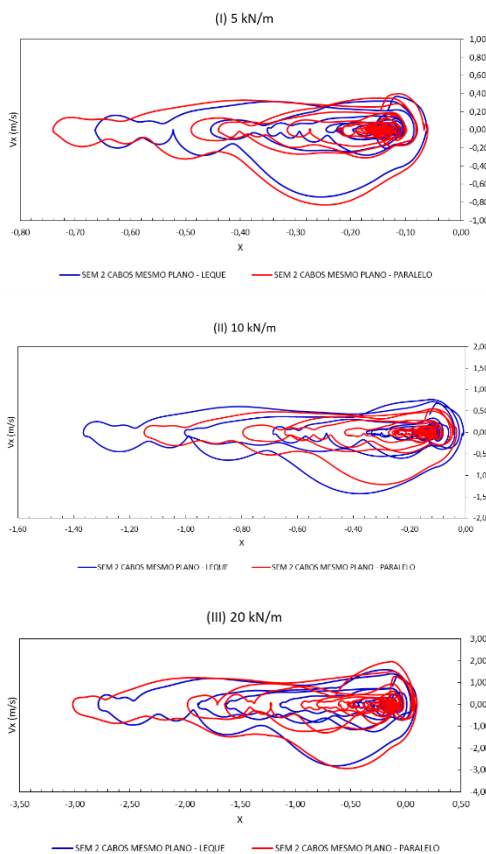
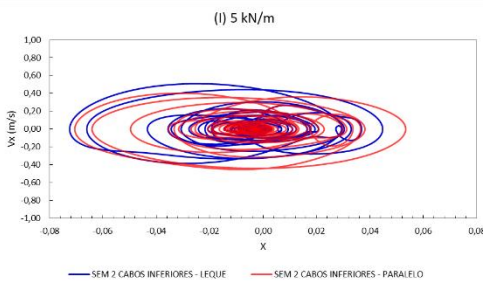


Figura A.3 - Modelo sem 2 cabos mesmo plano – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)



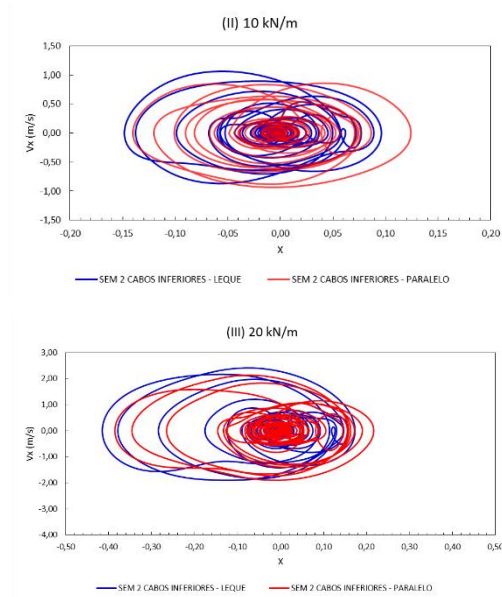


Figura A.4 - Modelo sem 2 cabos inferiores – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X).

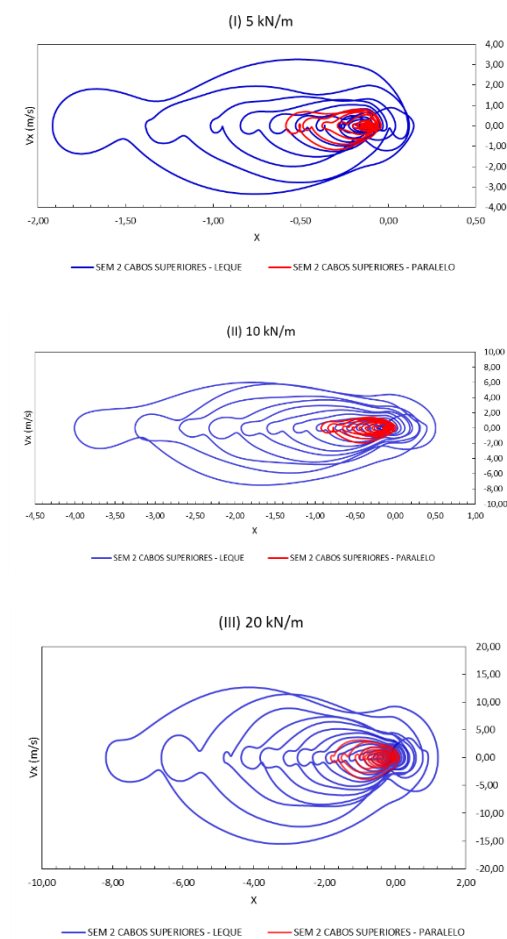


Figura A.5 - Modelo sem 2 cabos superiores – Elástico – Carga de Pulso: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X).

### APÊNDICE III: DINÂMICA NÃO LINEAR, MATERIAL ELÁSTICO, VIBRAÇÃO FORÇADA AMORTECIDA

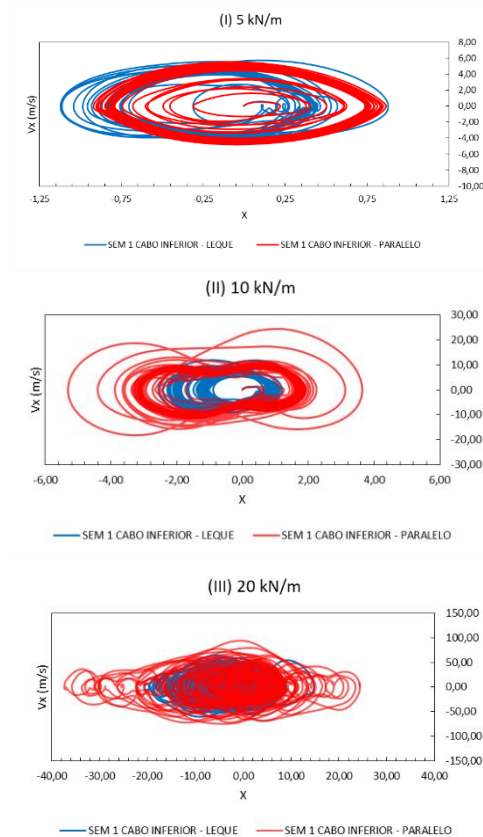
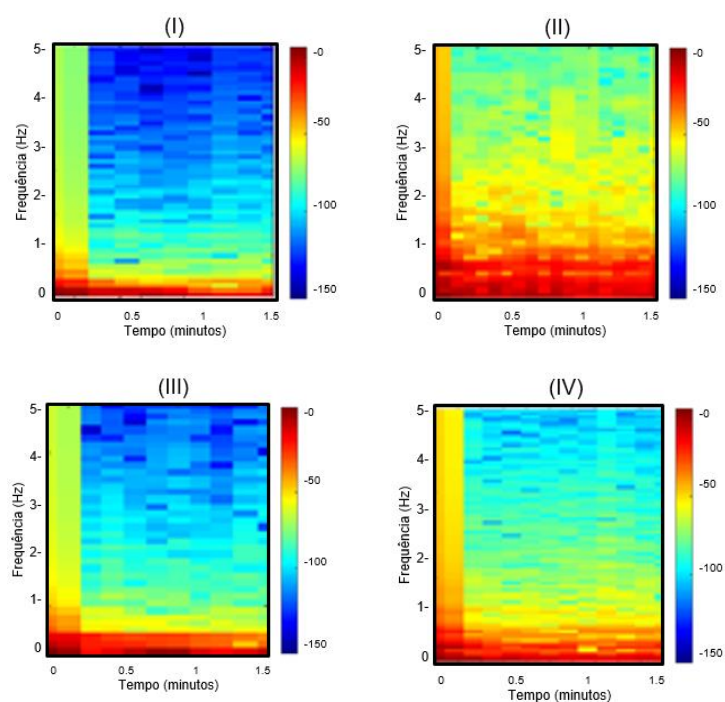


Figura A.6 - Modelo Sem 1 cabo inferior – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X).



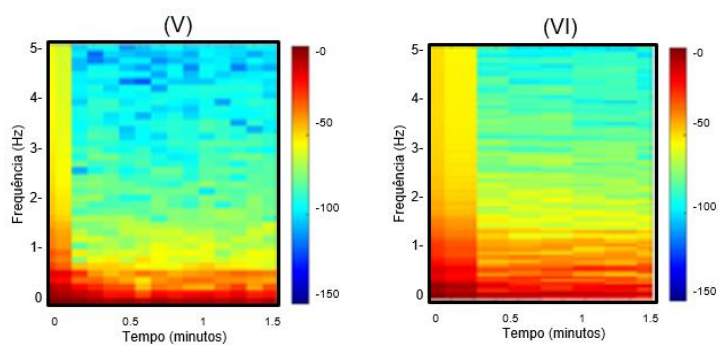


Figura A.7 - Modelo sem 1 cabo inferior – Elástico – Carga Senoidal: Espectrograma dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo (II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente.

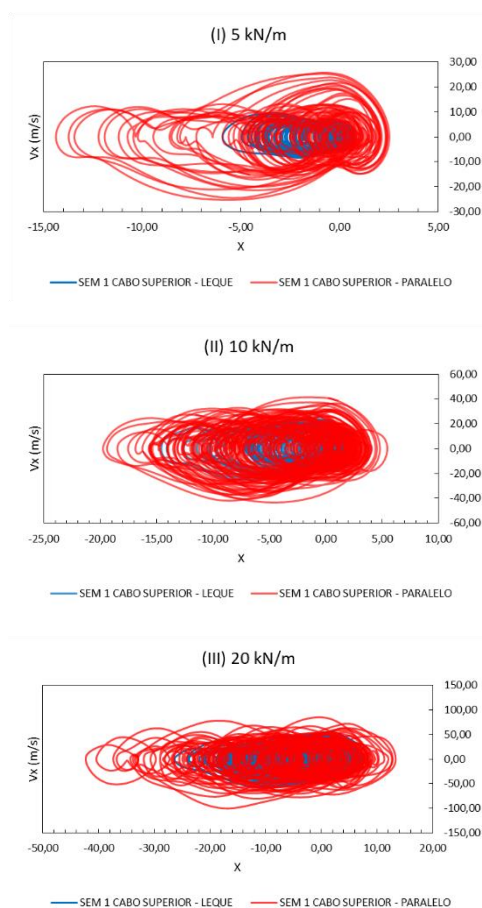


Figura A.8 - Modelo Sem 1 cabo superior – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)

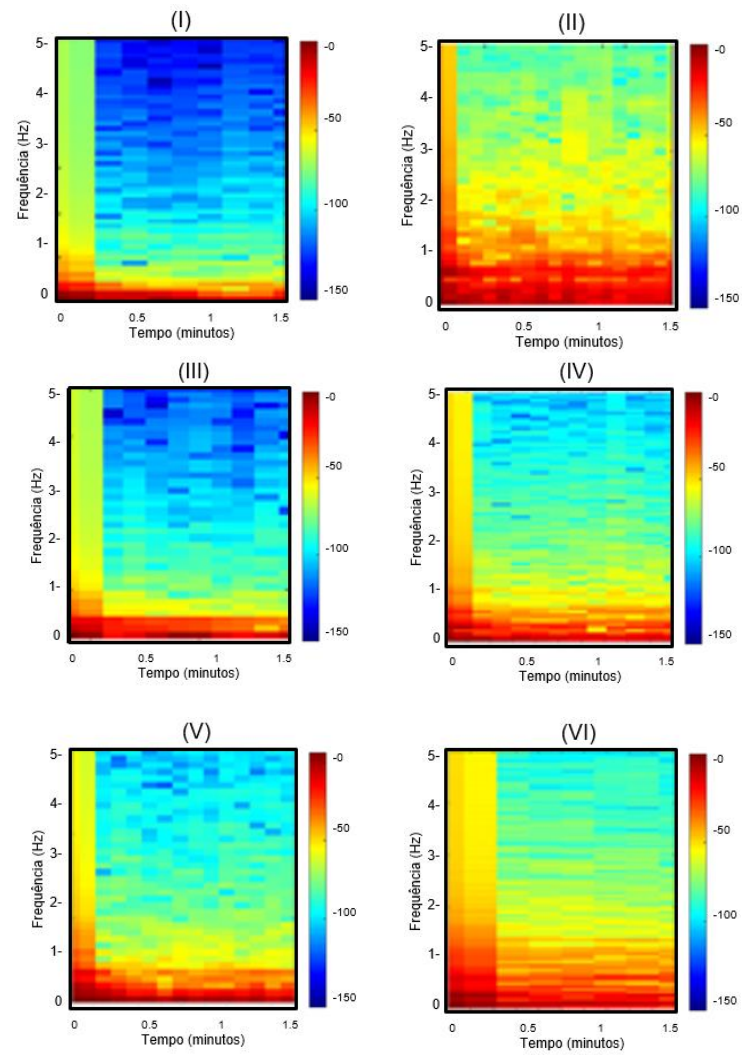
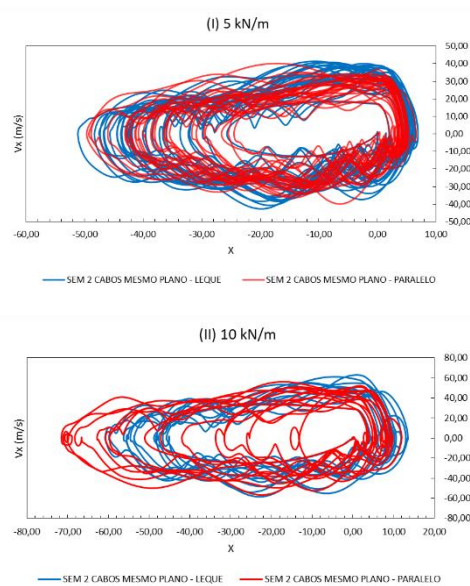


Figura A.9 - Modelo sem 1 cabo superior – Elástico – Carga Senoidal: Espectrograma dos modelos Leque (I, III e V) e Paralelo (II, IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente.



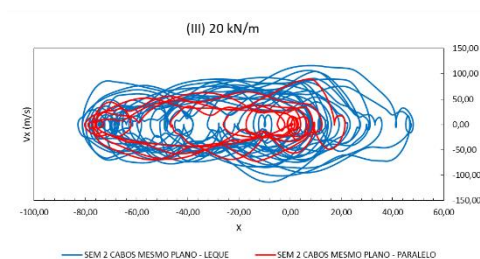


Figura A.10 - Modelo Sem 2 cabos mesmo plano – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X).

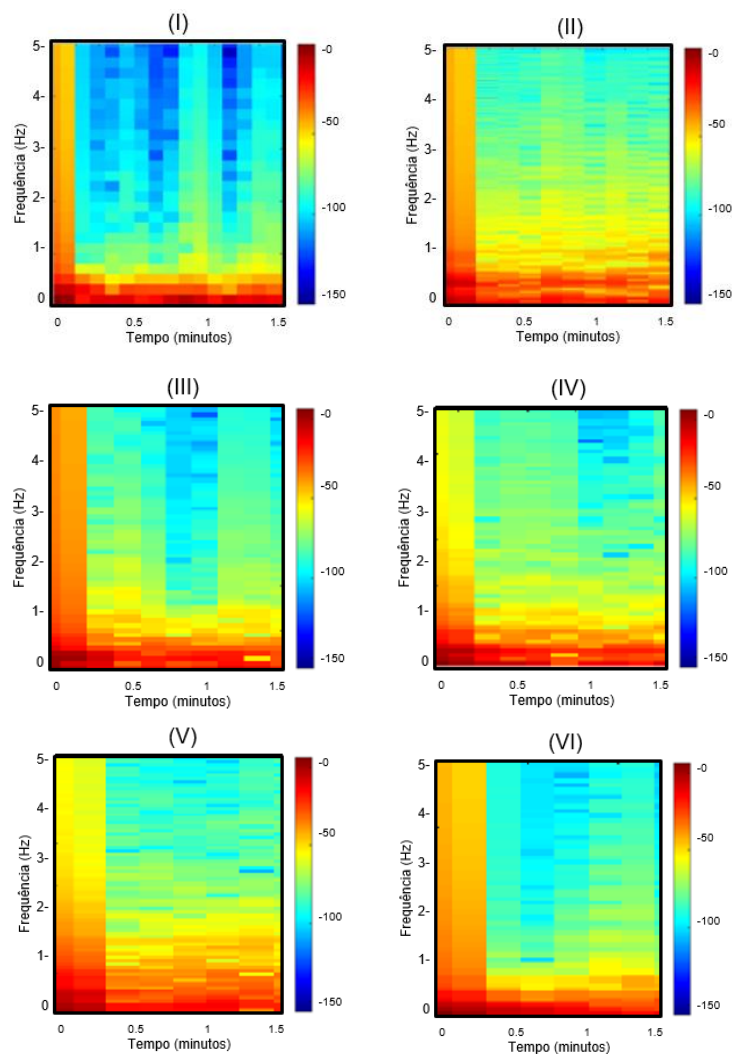
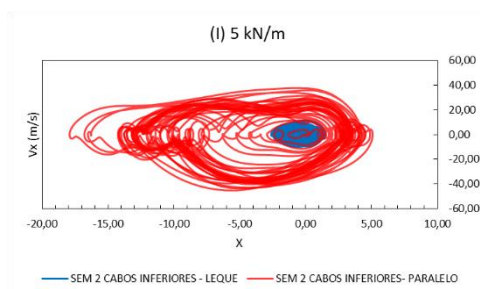


Figura A.11- Modelo sem 2 cabos mesmo plano – Elástico – Carga Senoidal: Espectrograma dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo (II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente





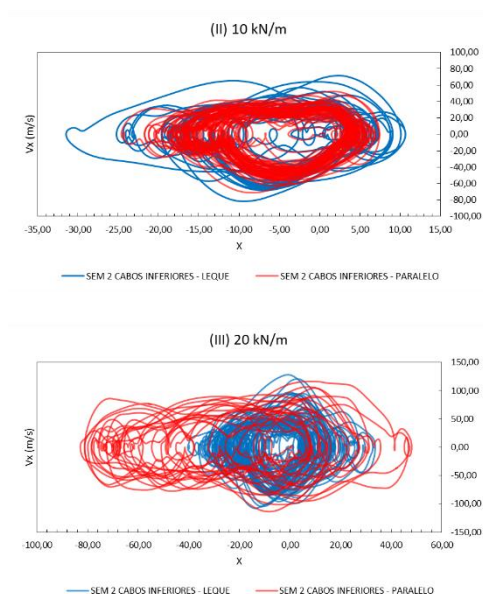


Figura A.12 - Modelo Sem 2 cabos inferiores – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)

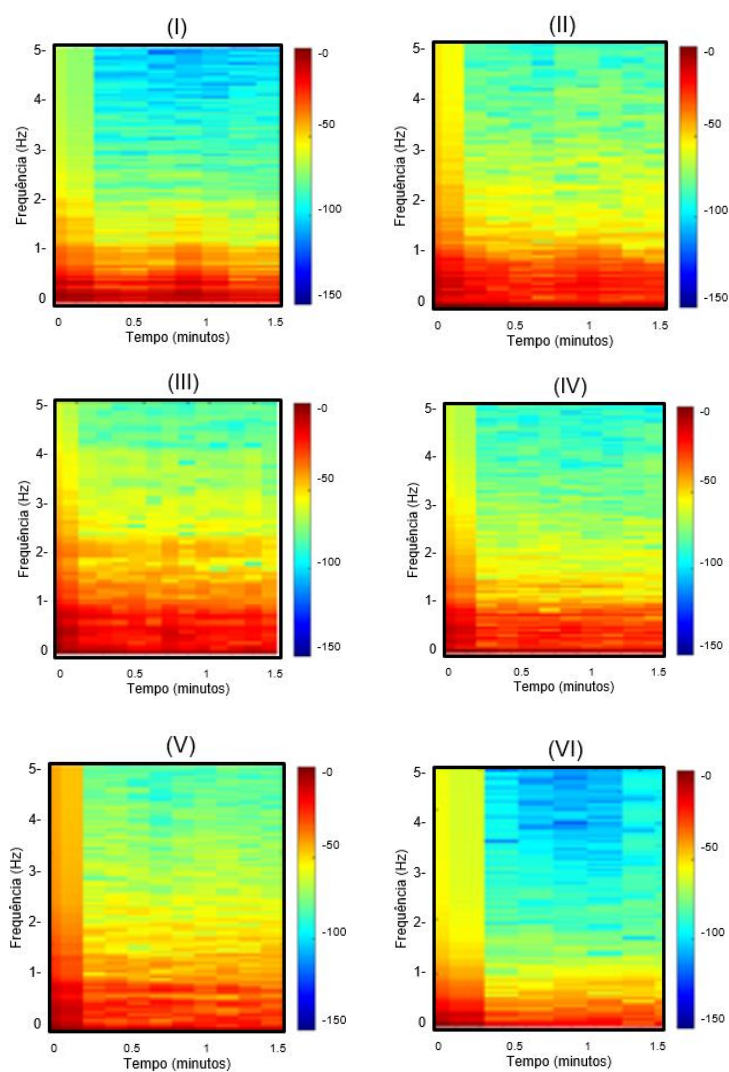


Figura A.13 - Modelo sem 2 cabos inferiores – Elástico – Carga Senoidal: Espectrograma dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo (II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente.

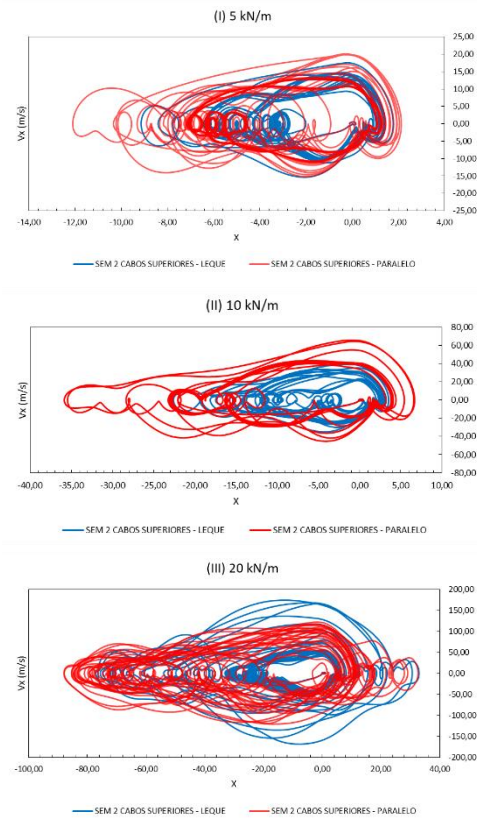
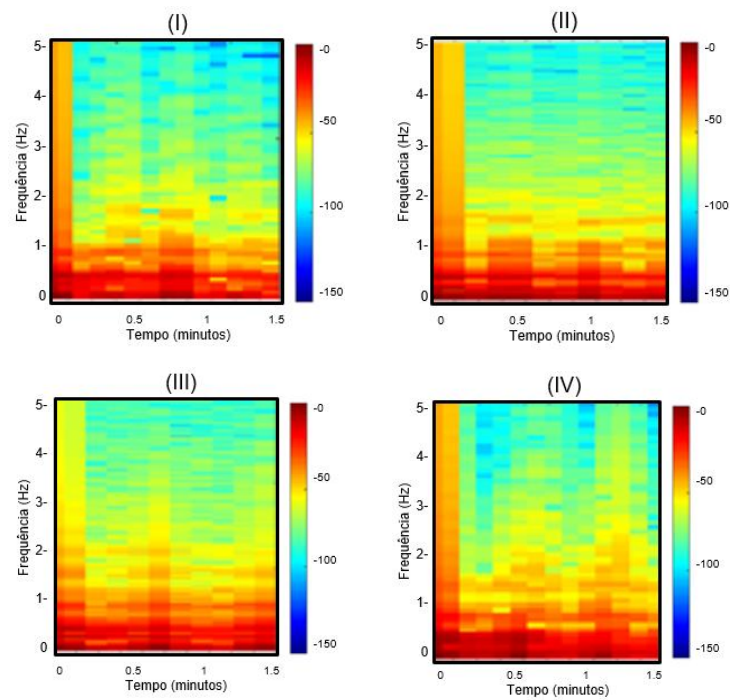


Figura A.14 - Modelo Sem 2 cabos superiores – Elástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)





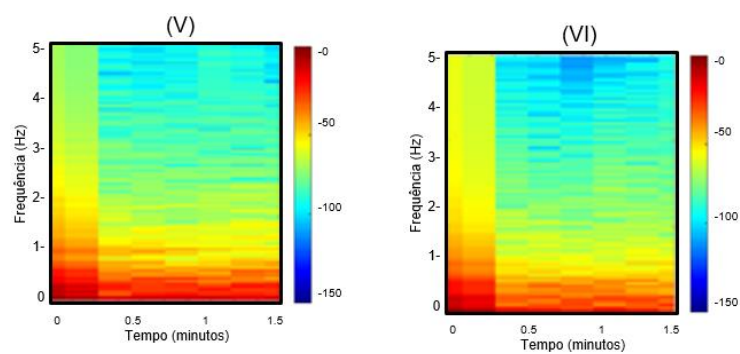


Figura A.15 - Modelo sem 2 cabos superiores – Elástico – Carga Senoidal: Espectrograma dos modelos Leque (I,III e V) e Paralelo (II,IV e VI) para o carregamento no valor de 5, 10 e 20 kN/m, respectivamente.

## APÊNDICE IV: DINÂMICA NÃO LINEAR, MATERIAL ELASTO-PLÁSTICO, VIBRAÇÃO LIVRE AMORTECIDA

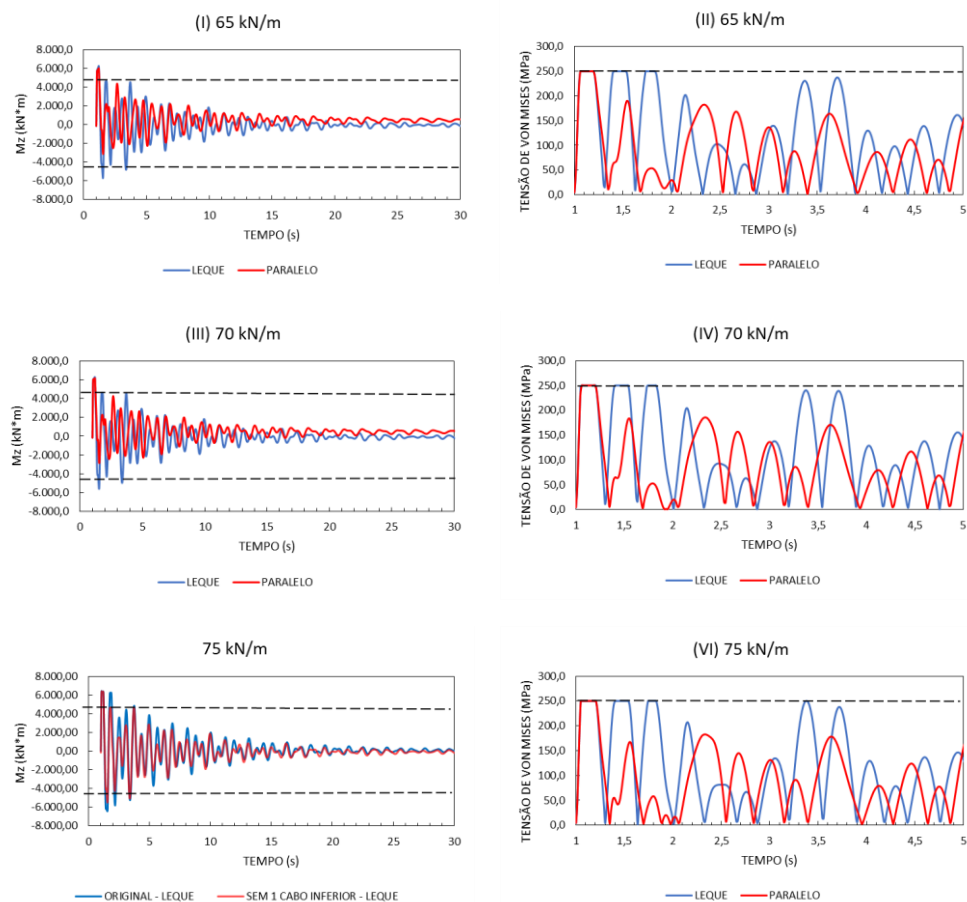
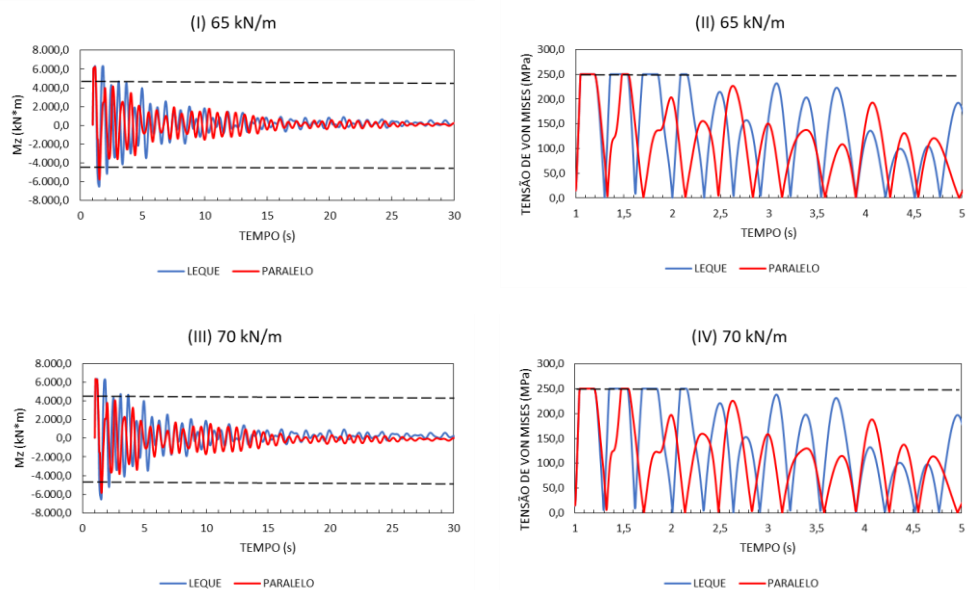


Figura A.16 - Modelo Sem 1 cabo inferior – Elasto-Plástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro (I, III e V) e Tensão de Von Mises na seção da base do mastro (II, IV e VI).



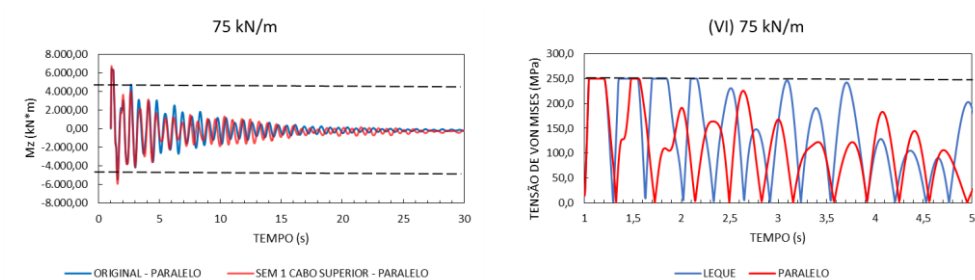


Figura A.17 - Modelo Sem 1 cabo superior – Elasto-Plástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro (I, III e V) e Tensão de Von Mises na seção da base do mastro (II, IV e VI).

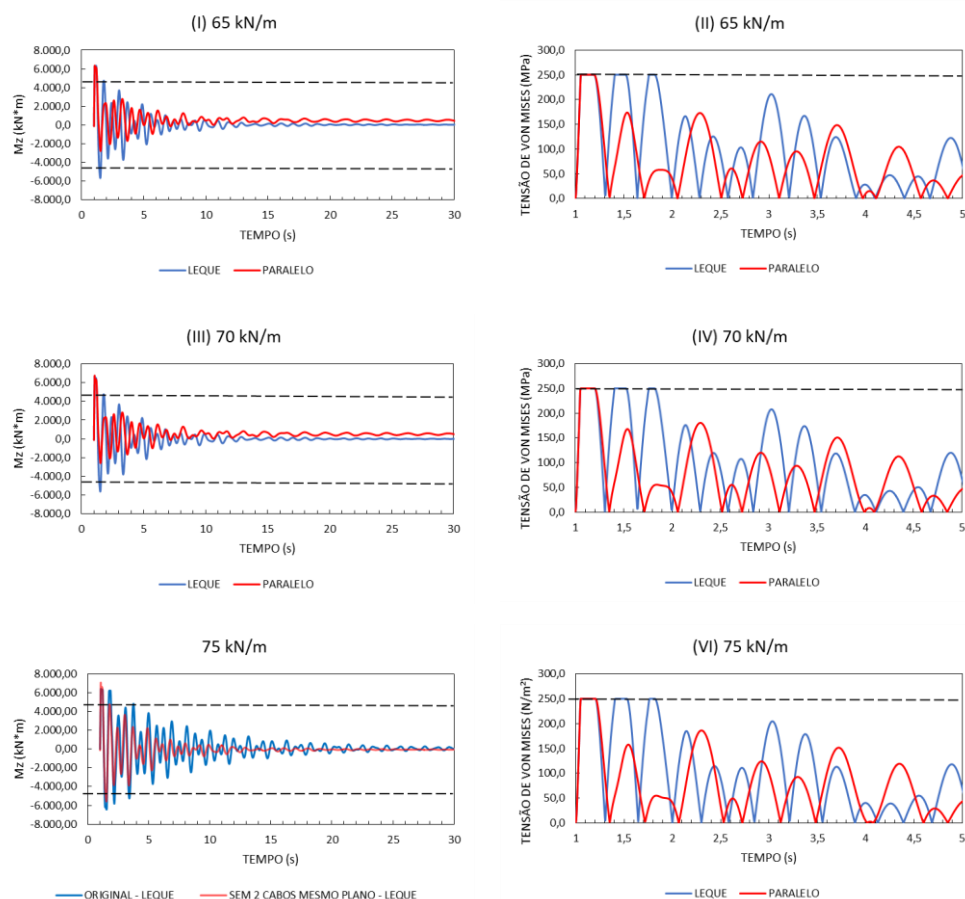
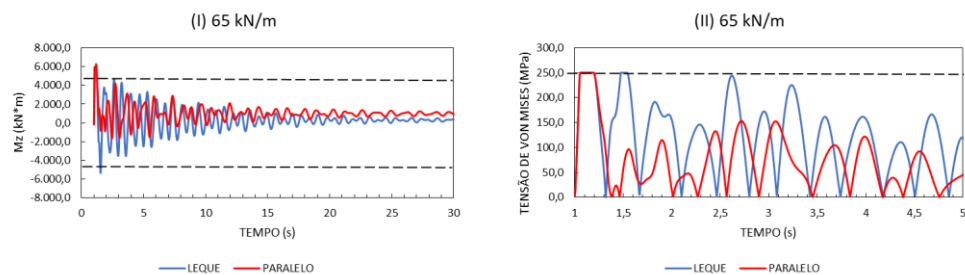


Figura A.18 - Modelo Sem 2 cabos mesmo plano – Elasto-Plástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro (I, III e V) e Tensão de Von Mises na seção da base do mastro (II, IV e VI).



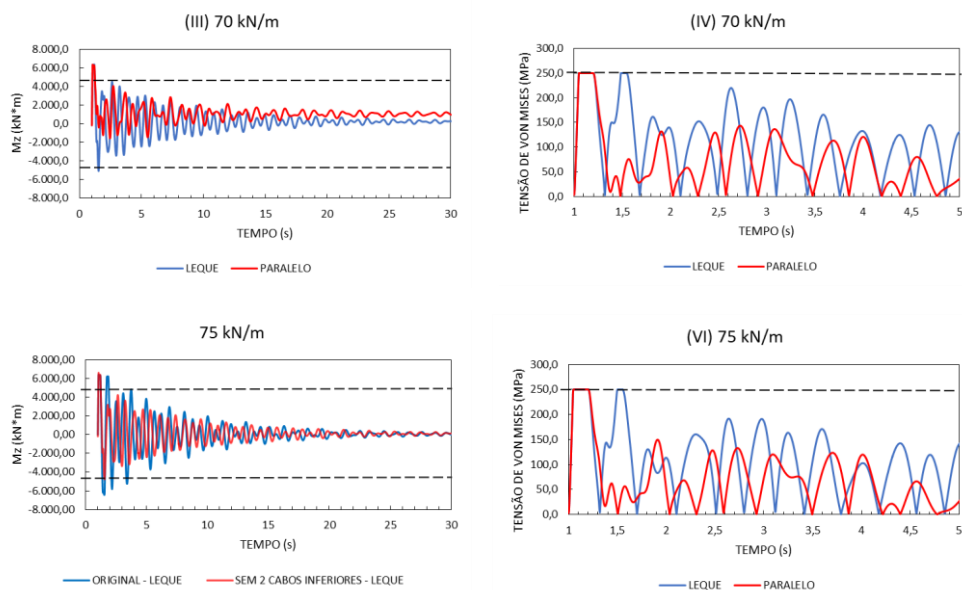


Figura A.19 - Modelo Sem 2 cabos inferiores – Elasto-Plástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro (I, III e V) e Tensão de Von Mises na seção da base do mastro (II, IV e VI).

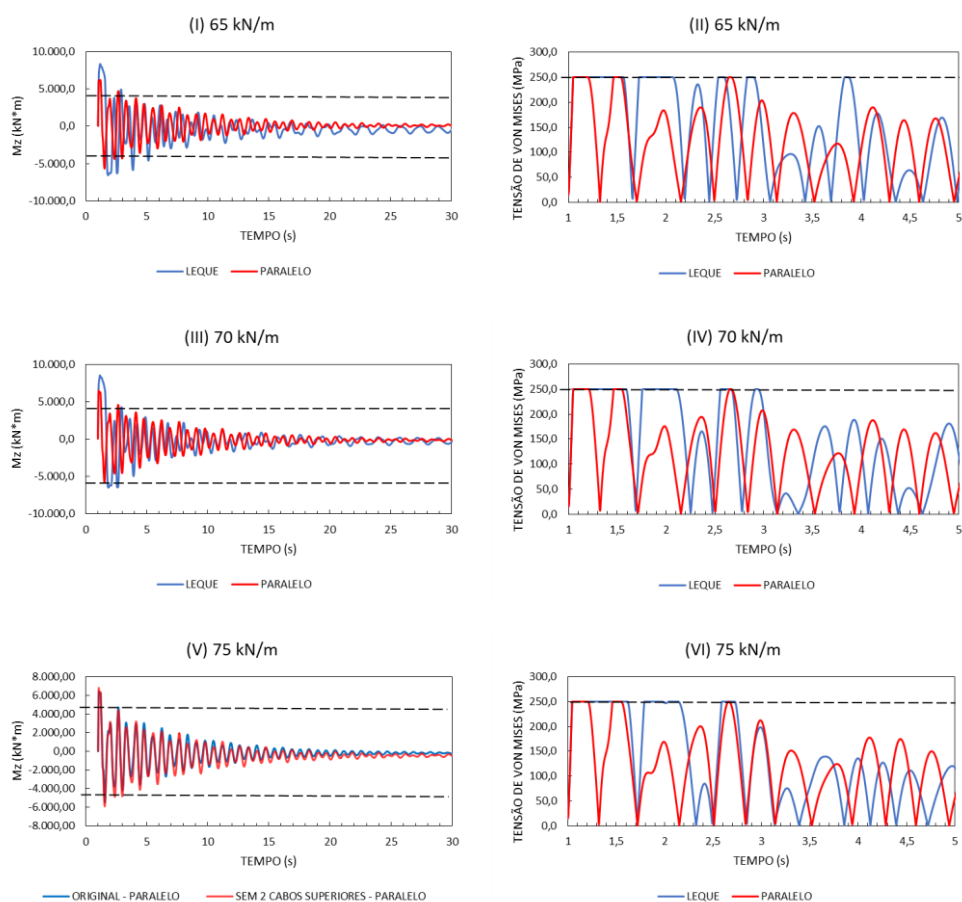


Figura A.20 - Modelo Sem 2 cabos superiores – Elasto-Plástico – Carga de Pulso: Momento na direção Z na seção da base do mastro (I, III e V) e Tensão de Von Mises na seção da base do mastro (II, IV e VI).

## APÊNDICE V: DINÂMICA NÃO LINEAR, MATERIAL ELASTO-PLÁSTICO, VIBRAÇÃO FORÇADA AMORTECIDA

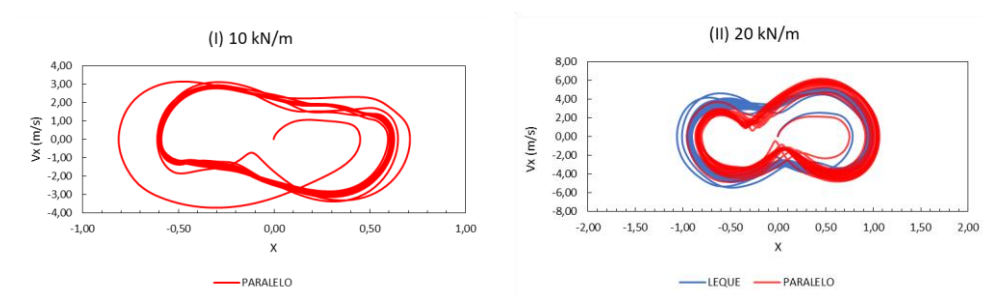


Figura A.21 - Modelo sem 1 cabo inferior – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)

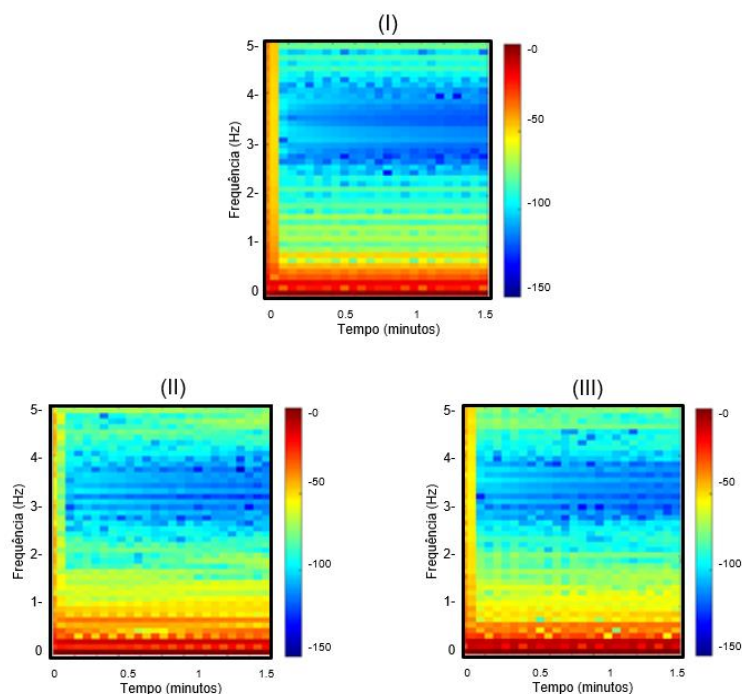
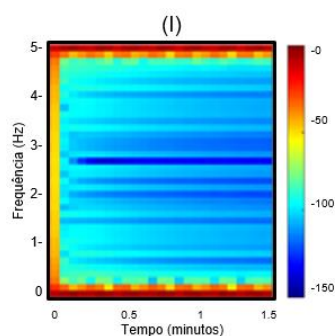


Figura A.22 - Modelo sem 1 cabo inferior – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Espectrograma dos modelos Leque (II) e Paralelo (I e III) para o carregamento no valor de 10 e 20 kN/m, respectivamente.



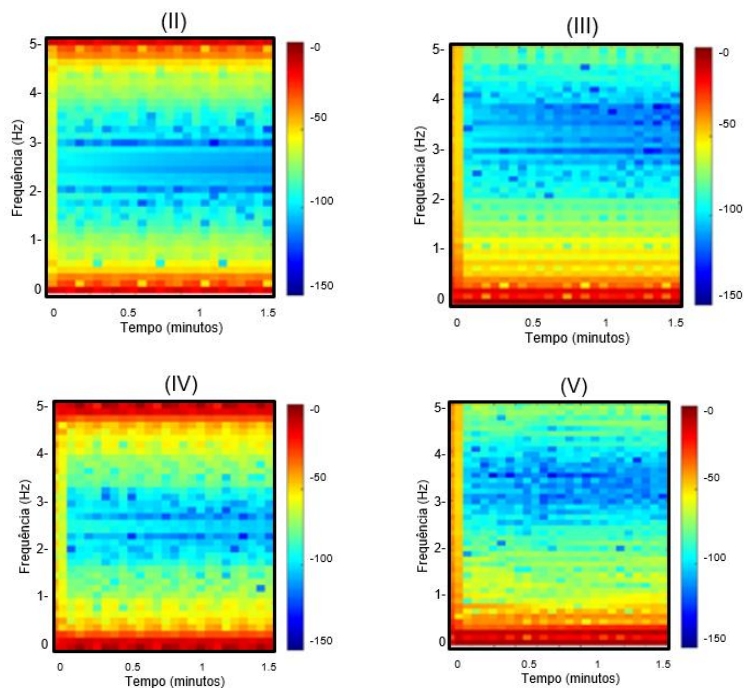


Figura A.23 - Modelo sem 1 cabo superior – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Espectrograma dos modelos Leque (II) e Paralelo (I e III) para o carregamento no valor de 10 e 20 kN/m, respectivamente.

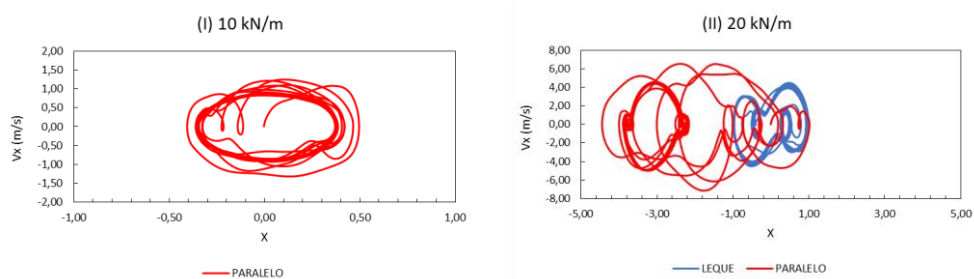
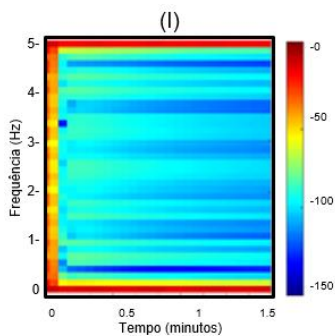


Figura A.24 - Modelo sem 2 cabos inferiores – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Plano de Fase Velocidade x Deslocamento (Direção X)



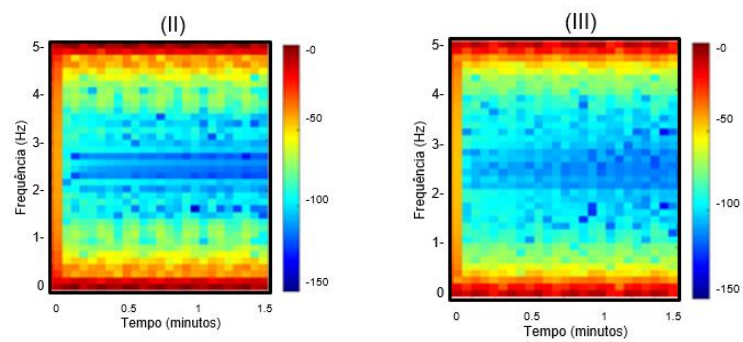


Figura A. 25 - Modelo sem 2 cabos inferiores – Elasto-Plástico – Carga Senoidal: Espectrograma dos modelos Leque (I e II) e Paralelo (III) para o carregamento no valor de 10 e 20 kN/m, respectivamente.