

**Geiza Maria Hamazaki da  
Silva**

**Extração de Conteúdo  
Computacional de Provas  
Intuicionistas**

**TESE DE DOUTORADO**

**DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA  
Programa de Pós-graduação em  
Informática**

Rio de Janeiro  
Março de 2004

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**Geiza Maria Hamazaki da Silva**

**Extração de Conteúdo Computacional de  
Provas Intuicionistas**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática da PUC-Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Informática

Orientador: Prof. Edward Hermann Haeusler

Rio de Janeiro  
Março de 2004



**Geiza Maria Hamazaki da Silva**

**Extração de Conteúdo Computacional de  
Provas Intuicionistas**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Informática aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Edward Hermann Haeusler**

Orientador

Departamento de Informática — PUC-Rio

**Prof. Luiz Carlos Pinheiro Dias Pereira**

Departamento de Filosofia - Puc-Rio

**Prof. Paulo Augusto da Silva Veloso**

Puc-Rio

**Prof. Mauricio Ayala Rincón**

Departamento de Matemática - UNB

**Prof. Marcelo Esteban Coniglio**

Departamento de Filosofia - UNICAMP

**Prof. José Eugênio Leal**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico —  
PUC-Rio

Rio de Janeiro, 26 de Março de 2004

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Geiza Maria Hamazaki da Silva**

Graduou-se em Informática pela Universidade Federal Fluminense – UFF. Obteve o título de Mestre em Informática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – Puc-Rio na área de Teoria da Computação.

#### Ficha Catalográfica

Silva, Geiza Hamazaki

Extração de Conteúdo Computacional de Provas Intuicionistas/ Geiza Maria Hamazaki da Silva; orientador: Edward Hermann Haeusler. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Informática, 2004.

v., 143 f: il. ; 30 cm

1. Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Informática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Informática – Teses. 2. Lógica Intuicionista 3. Dedução Natural 4. Síntese Construtiva de Programas I. Haeusler, Edward Hermann. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Informática. III. Título.

CDD: 004

A meus pais, a minha irmã e aos meus antepassados.

## Agradecimentos

Inicialmente quero agradecer ao CNPq, visto que graças a ajuda financeira recebida durante o curso foi possível a realização e o desenvolvimento deste trabalho. Estendo meu reconhecimento ao Departamento de Informática da Pontifícia Universidade Católica- PUC-RJ e a todos os professores, funcionários e alunos que me ajudaram proporcionando recursos, informações, oportunidades e apoio pessoal.

Agradeço aos professores da Banca (Luiz Carlos Pereira, Paulo Augusto Veloso, Mauricio Ayala Rincón e Marcelo Esteban Coniglio) pela paciência de ler e entender as idéias apresentadas em meu trabalho; e mais ainda pela generosidade de iluminarem o resultado final, apontando novos rumos para as pesquisas e o futuro enriquecimento científico.

Agradeço ao professor Luiz Carlos Pereira e ao professor Paulo Veloso pelas aulas, pelo exemplo de profissionalismo e por toda ajuda concedida em momentos cruciais do desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores da UFF; e em especial, ao professor Dante Corbucci, que me ajudou, ainda no segundo período da faculdade, em um momento de profunda dificuldade na minha inserção neste mundo da computação; minha gratidão por ter concedido a oportunidade da aquisição de meu primeiro computador e, principalmente, por plantar a sementinha que gerou a minha escolha profissional através de uma preciosa conversa sobre meus atos e as escolhas possíveis. Agradeço ao professor Luiz Satoru Ochi, pela confiança em minha capacidade e pela inclusão do mundo científico em minha vida, e ao professor Luiz Carlos de Castro Guedes por ter guiado meus passos iniciais no mundo de métodos formais e à PUC-RJ.

Meus reconhecimentos ao professor Jose Lucas Rangel (*in memoriam*) por todos os conselhos e conversas, pelo exemplo de profissional ilibado e pela confiança com que me permitiu a primeira e a apaixonante experiência que é lecionar uma disciplina.

Aos professores Waldemar Celes, Renato Cerqueira e a toda equipe da disciplina de Estrutura de Dados da PUC-RJ, por me proporcionarem um agradável aprendizado e o exercício da arte de lecionar, que será fundamental à minha destreza profissional e científica.

Ao CASNAV- em especial ao Comandante Nunes Carvalho e ao tecnologista Disney Vieira Sales - pela oportunidade de dimensionar um novo caminho profissional, pela constante preocupação e apoio.

Aos meus amigos que conviveram comigo e aos que conheci durante o desenvolvimento deste trabalho, principalmente àqueles que tiveram excepcional paciência e carinho: Carlos Bazílio, Davi Romero, Vaston Gonçalves, Cristina Ururahy Cerqueira, Maria Fernanda Palhares e Cristiano Braga.

Agradecimento ao meu “Corpo Auxiliar de Estudos das Línguas” (Gisélia, Leonardo e Anselmo) que sempre estiveram instalados em seus postos para me ajudar, desde a confecção de documentos escritos até no entendimento de regras ou dúvidas do português, do inglês, bem como no aprendizado do francês.

Ao meu orientador, Edward Hermann, por ter me apresentado à área de lógica e métodos formais, pela paciência dispensada durante todo o processo de meu estudo, pelo apoio dado nos momentos de angústia, pela compreensão nos momentos em que nem eu mesma me compreendia, por ter me exposto a desafios, por ter acreditado e confiado em minha competência profissional ao fornecer oportunidades únicas que possibilitaram o meu ingresso no mundo científico acadêmico. Obrigada pelo cultivo de nossa grande amizade.

Ao Anselmo, por me apoiar em todos os momentos, escutando resignadamente os comentários sobre meu trabalho e com muita paciência tentando entendê-los, mesmo não sendo de sua área, para sugerir algumas idéias sempre com muito carinho.

A minha madrinha Maria por sempre torcer e rezar por mim e pelo meu sucesso.

A minha família (meu pai José, minha mãe Luiza, minha avó Marina e minha irmã Gisélia) que se aglutinaram em minha volta formando um colossal gigante que sempre me protege, por me darem exemplos de vida, além da estrutura emocional, psicológica e física essenciais para que eu pudesse superar todos desafios.

Enfim, a todos aqueles que direta ou indiretamente colaboraram para que este trabalho fosse realizado e, sobre tudo, a força de Deus.

## Resumo

Silva, Geiza Hamazaki; Haeusler, Edward Hermann. **Extração de Conteúdo Computacional de Provas Intuicionistas**. Rio de Janeiro, 2004. 143p. Tese de Doutorado — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Garantir que programas são implementados de forma a cumprir uma especificação é uma questão fundamental em computação, por isso, têm sido propostos vários métodos que almejam provar a correção dos programas. Este trabalho apresenta um método, baseado no isomorfismo de Curry-Howard, que extrai conteúdos computacionais de provas intuicionistas, conhecido como síntese construtiva ou *proofs-as-programs*. É proposto um processo de síntese construtiva de programas, onde a extração do conteúdo computacional gera um programa em linguagem imperativa a partir de uma prova em lógica intuicionista poli-sortida, cujos axiomas definem os tipos abstratos de dados, sendo utilizado como sistema dedutivo a Dedução Natural. Também é apresentada uma prova de correção, bem como uma prova de completude do método através do uso de um sistema com regra  $\omega$  (computacional) para a aritmética de Heyting, concluindo com uma demonstração da relação entre o uso da indução finita no lugar da regra  $\omega$  computacional no processo de síntese.

## Palavras-chave

Síntese de programas, Lógica intuicionista, Dedução Natural, Interpretação Computacional da Regra do  $\perp$ , Regra- $\omega$ .

## Abstract

Silva, Geiza Hamazaki; Haeusler, Edward Hermann. **Extraction of Computational Contents from Intuitionist Proofs**. Rio de Janeiro, 2004. 143p. PhD. Thesis — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

One of the main problems in computer science is to assure that programs are implemented in such a way that they satisfy a given specification. There are many studies about methods to prove correctness of programs. This work presents a method, belonging to the constructive synthesis or proofs-as-programs paradigm, that comes from the Curry-Howard isomorphism and extracts the computational contents of intuitionist proofs. The synthesis process proposed produces a program in an imperative language from a proof in many-sorted intuitionist logic, where the axioms define the abstract data types using Natural Deduction as deductive system. It is proved the correctness, as well as the completeness of the method regarding the Heyting arithmetic with  $\omega$ -rule (in its computational version). A discussion about the use of the finitary induction instead of computational  $\omega$ -rule concludes the work.

## Keywords

Program Synthesis, Intuitionistic logic, Natural Deduction, Computational contents of  $\perp$  rule,  $\omega$ -rule.

## Conteúdo

1	Introdução	<b>12</b>
1.1	Motivação	15
1.2	Organização da Tese	17
2	Conceitos Básicos	<b>19</b>
2.1	Síntese Construtiva de Programas	19
2.2	Exemplo	32
2.3	Predicado de Provabilidade	33
3	Provas Modularizadas	<b>35</b>
3.1	Marcação das configurações de memória	36
3.2	Semântica dos comandos da linguagem de programação utilizada no processo de síntese de programas	37
3.3	Associação das regras de inferência com comandos da linguagem imperativa	41
3.4	Conteúdo semi-computational	47
3.5	Exemplo	69
4	Estudo sobre o conteúdo computacional das regras do $\perp$	<b>70</b>
4.1	Conteúdo computacional da regra do $\perp$	71
4.2	Relação entre a Regra $\omega$ computacional e a Indução Finita	78
5	Exemplos de Síntese de Programas	<b>82</b>
5.1	Descrição da apresentação dos exemplos	82
5.2	Processo de Síntese de Programas 1	83
5.3	Processo de Síntese de Programas 2	95
6	Conclusão e Trabalhos futuros	<b>116</b>
A	Apêndice	<b>124</b>
A.1	Prova de Correção	124
A.2	Prova do teorema apresentado por Parik em [11]	132
A.3	Prova do lema Kreisel e Wang em [6]	142

## Lista de Figuras

2.1	Esquema do processo de síntese.	32
2.2	Extração do conteúdo computacional para a prova da adição de dois números naturais	32
3.1	Esquema do processo de Síntese	51
3.2	Extração do conteúdo computacional para a prova da adição de dois números naturais	69

## Lista de Tabelas

2.1	Regras de marcação das configurações de memória.	23
-----	--	----