3 Simulações Numéricas

Para fazer uma previsão do comportamento dinâmico dos protótipos propostos em termos das deformações aplicadas nas fibras e freqüências naturais de vibração do sistema, foram feitas simulações através do método dos elementos finitos empregando como ferramenta o código ANSYS. Esta abordagem permitiu definir a importância de diversas variáveis em nível quantitativo através de comparações entre as simulações, e auxiliou na decisão final de que desenho seria o mais adequado.

Alguns comentários se fazem necessários antes de se apresentar resultados quantitativos. Os valores para algumas variáveis não eram conhecidos (como o amortecimento), ou então foram adotados valores padrões (como as propriedades mecânicas das fibras ópticas). Foram feitas algumas aproximações e simplificações na modelagem, como por exemplo, não se considerar o revestimento das fibras ópticas nas simulações.

No caso das freqüências naturais, inicialmente, a preocupação era com o seu valor nominal, sem considerações a respeito de como era o comportamento dinâmico do sistema nas regiões próximas desta freqüência, e os valores das deformações nesta ressonância não possuíam significado ou utilidade. Como admitiu-se, e mais tarde veio a se confirmar, o sistema é do tipo sub-amortecido com uma razão de amortecimento (ζ) muito baixa.

Quanto às estimativas das deformações, estas foram feitas em regiões do espectro de freqüência, bastante distantes das freqüências naturais, onde o fato de não se contar com um coeficiente de amortecimento correto não representaria uma diferença tão significativa nestes valores.

Serão apresentados os resultados das simulações numéricas feitas para os protótipos 2 a 5. Não são apresentados e discutidos os resultados das simulações para o protótipo 1, apesar de seus resultados experimentais estarem mais à frente documentados, pois a concepção de seu desenho foi logo descartada e não havia motivos para se investir em aperfeiçoamentos para este desenho de protótipo.

3.1 Características e Propriedades da Modelagem

Na análise numérica foi empregada uma modelagem tridimensional. Elementos sólidos tridimensionais constantes na biblioteca do programa foram empregados conforme suas características individuais. Como toda análise computacional que emprega o método dos elementos finitos, o primeiro passo ao sucesso (ou fracasso) é a escolha dos elementos a serem utilizados na modelagem [1, 5, 27].

Todos elementos adotados possuíam 6 graus de liberdade em cada um de seus nós, três de translação e três de rotação. Apesar de mais dispendiosos, por possuírem um maior número de graus de liberdade por nó, optou-se por esse tipo de elemento por se entender que melhor representariam a realidade.



Figura 3.1: Modelo em elementos finitos (simplificado).

Devido às características físicas de cada elemento que compõe o transdutor, foram necessários três diferentes tipos de elementos (Figura 3.1). Na representação da estrutura e massa sísmica foi utilizado o elemento SOLID 73, para representação da lâmina metálica foi usado o elemento SHELL 63, e para representar a fibra óptica o elemento BEAM 4.

O elemento SOLID 73 é usado para modelagem de estruturas tridimensionais. O elemento é definido por oito nós tendo seis graus de liberdade em cada um: translações nas direções nodais $x, y \in z$, e rotações em torno dos eixos nodais $x, y \in z$. Esse elemento pode ser freqüentemente empregado no lugar do elemento SOLID 95 de vinte nós, sendo que este último, mesmo não possuindo os graus de rotação consome mais tempo computacional em troca de uma exatidão um pouco melhor. Não possui constantes reais.

O elemento SHELL 63 possui ambas as capacidades de flexão e membrana. Permite o emprego de carregamentos no plano e normais a este. Possui quatro nós com seis graus de liberdade em cada nó: translações nas direções nodais $x, y \in z$, e rotações em torno dos eixos nodais $x, y \in z$. Pode ser empregado, por motivos de economia, no lugar do elemento SHELL 93 de oito nós, que é mais complexo e recomendado para estruturas de casca com curvaturas. Possui até dez constantes reais, sendo que nas análises apenas quatro foram utilizadas (espessura nos nós).



Figura 3.2: Modelo em elementos finitos (completo).

O elemento BEAM 4 é um elemento uni-axial de dois nós com capacidades de tensão, compressão, torsão e flexão, normalmente empregado na modelagem de vigas. O elemento possui seis graus de liberdade em cada nó: translações nas direções nodais $x, y \in z$, e rotações em torno dos eixos nodais $x, y \in z$. Possui até doze constantes reais, sendo que nas análises apenas seis foram utilizadas (área da seção transversal, momentos de inércia, e espessuras nas direções transversais).

As propriedades para cada material, variaram de acordo com a Tabela 3.1, e no caso dos elementos SHELL 63 e BEAM 4 estão incluídas na Tabela 3.2 as suas constantes reais, que são função de algumas de suas características geométricas e que apesar das pequenas alterações nas dimensões dos protótipos 2 a 5, permanecem válidas e inalteradas.

Para fins de economia de tempo de processamento foram simulados apenas o conjunto composto pela massa sísmica, lâmina metálica e fibras ópticas. Constatou-se que, se devidamente aplicadas as condições de contorno neste conjunto, a presença ou não do restante da estrutura, Figura 3.2, representa apenas uma diferença aproximada de apenas 3% nos resultados finais.

Material	Módulo de	Coeficiente	Densidade
	Elasticidade (GPa)	de Poisson	$(\mathrm{kg/m}^3)$
Titânio	110	0,34	4510
Latão	98	0,34	8600
Aço	193	0,29	8030
Alumínio	71	0,33	2700
Vidro	70	0,17	2570

Tabela 3.1: Propriedades dos materiais utilizados.

Constante	SHELL 63	BEAM 04	
Espessura da lâmina			
TK(I,J,K,L) (m)	4.10^{-5} a 6.10^{-5}	****	
Área da seção			
transversal (m^2)	****	$1,2272.10^{-8}$	
Momento de inércia			
transversal (m^4)	****	$1,1984.10^{-17}$	
Espessura			
transversal (m)	****	0,000125	

Tabe<u>la 3.2: Constantes reais dos elementos SHELL 63 e BEAM</u> 4.

3.2 Análise da Resposta em Freqüência

Os resultados dinâmicos foram obtidos usando as opções de análise modal e harmônica. A primeira fornece de maneira rápida as freqüências naturais de vibração de qualquer sistema analisado, ao passo que a segunda opção é capaz de, através de um forçamento harmônico, fornecer a sua função de resposta em freqüência a um custo computacional extremamente maior.

Para a análise modal o valor do amortecimento, ou uma estimativa deste, não é aplicável. O programa não habilita a variável de amortecimento (ζ) para este tipo de análise. Somente para análises harmônicas ela é habilitada.

No caso da análise harmônica em todas as simulações foi aplicada uma aceleração de 1g na direção axial do sensor.

Os resultados fornecem as dez primeiras freqüências naturais de vibração. Como a análise foi tridimensional, as ressonâncias referem-se às três direções existentes. Para uma faixa de freqüências até 2 kHz, apenas as três primeiras freqüências naturais são relevantes. As duas primeiras representam os modos de vibração transversal da massa sísmica representados por movimentos desta em torno de eixos transversais ao eixo da fibra. E a terceira freqüência de vibração, refere-se ao modo de vibração representados por movimentos de translação da massa na direção do eixo da fibra.

Como será visto nos resultados experimentais, os deslocamentos causados pelas ressonâncias transversais são consideravelmente inferiores. A preocupação inicial era com as freqüências naturais na direção do eixo da fibra (3° modo) e, posteriormente, devido ao aumento na sensibilidade dos protótipos, foi necessário também monitorar o valor das freqüências de ressonância transversais (1° e 2° modos).

3.2.1 Protótipo 2

Os resultados das simulações para o protótipo 2 mostraram o terceiro modo em uma freqüência de 1680 Hz. A Figura 3.3 mostra a função de resposta em freqüência dos deslocamentos na direção do eixo da fibra calculada para uma faixa de 0 a 2 kHz.



Figura 3.3: Resultado do Protótipo 2.

Nesta análise harmônica, não foi utilizado nenhum valor para o amortecimento. Nota-se com isso que o máximo da curva, freqüência de ressonância, é representado por um pico bastante agudo.

3.2.2 Protótipo 3

Resultados bastante similares foram obtidos nas simulações do protótipo 3, diferindo apenas do valor da ressonância para o terceiro modo que foi reduzida para 1510Hz, provavelmente devido ao maior valor da massa sísmica que é aproximadamente 20% maior que no caso anterior, e também pela mudança de dimensões da placa metálica.

3.2.3 Protótipo 4

Baseando-se nestes resultados e estimando uma faixa de freqüência de trabalho inicial para o acelerômetro dentro de 1 kHz pode-se constatar que um aumento de massa não comprometeria os resultados desejados e ainda melhoraria a sensibilidade do dispositivo, o que foi feito no protótipo 4. Os resultados das simulações para este protótipo indicaram que a nova freqüência de ressonância para o terceiro modo passou a ser de 1096 Hz.

A Figura 3.4 mostra uma comparação dos resultados das simulações destes três protótipos.



Figura 3.4: Comparação entre os resultados dos protótipos 2, 3 e 4.

3.2.4 Protótipo 5

O novo módulo do protótipo 5, conforme já comentado, surgiu da necessidade de algumas melhorias no módulo do protótipo 4. Isto será claramente demonstrado no capítulo que trata dos resultados experimentais. Basicamente, através de algumas alterações no desenho do módulo anterior, buscou-se aumentar a rigidez em relação aos movimentos de rotação da massa sísmica (Figura 2.10) sem comprometer demasiadamente a sensibilidade final do sensor, isto é, sem reduzir excessivamente os deslocamentos na direção do eixo da fibra.

Dentre as possibilidades para realizar isto, foram adotadas duas medidas. A primeira foi a utilização de uma lâmina metálica de maior espessura, e a segunda foi a utilização de um dispositivo físico que pudesse ancorar a placa lhe conferindo maior rigidez.

TIPO 1	$0,04\mathrm{mm}$	$0,\!05\mathrm{mm}$	$0,06\mathrm{mm}$	
Modo 1	$135,\!00$	181,98	235.12	
Modo 2	166,50	227.24	295.20	
Modo 3	$1096,\!60$	1097.76	1099.64	
TIPO 2	$0,04\mathrm{mm}$	$0,\!05\mathrm{mm}$	$0,06\mathrm{mm}$	
Modo 1	167,62	228,84	297,44	
Modo 2	224,26	306,80	398,56	
Modo 3	$1063,\!40$	1065, 56	1069,02	
TIPO 3	0,04 mm	$0,05\mathrm{mm}$	$0,06\mathrm{mm}$	
TIPO 3 Modo 1	0,04 mm 264,74	0,05 mm 364,18	0,06 mm 474,56	
TIPO 3 Modo 1 Modo 2	0,04 mm 264,74 373,86	0,05 mm 364,18 511,06	0,06 mm 474,56 663,18	
TIPO 3 Modo 1 Modo 2 Modo 3	0,04 mm 264,74 373,86 1074,83	0,05 mm 364,18 511,06 1086,70	0,06 mm 474,56 663,18 1104,35	
TIPO 3 Modo 1 Modo 2 Modo 3	0,04 mm 264,74 373,86 1074,83	$\begin{array}{r} 0,05\mathrm{mm} \\ 364,18 \\ 511,06 \\ 1086,70 \end{array}$	0,06 mm 474,56 663,18 1104,35	
TIPO 3 Modo 1 Modo 2 Modo 3 TIPO 4	0,04 mm 264,74 373,86 1074,83 0,04 mm	0,05 mm 364,18 511,06 1086,70 0,05 mm	0,06 mm 474,56 663,18 1104,35 0,06 mm	
TIPO 3 Modo 1 Modo 2 Modo 3 TIPO 4 Modo 1	0,04 mm 264,74 373,86 1074,83 0,04 mm 329,70	0,05 mm 364,18 511,06 1086,70 0,05 mm 453,46	0,06 mm 474,56 663,18 1104,35 0,06 mm 590,92	
TIPO 3 Modo 1 Modo 2 Modo 3 TIPO 4 Modo 1 Modo 2	0,04 mm 264,74 373,86 1074,83 0,04 mm 329,70 472,72	0,05 mm 364,18 511,06 1086,70 0,05 mm 453,46 646,84	0,06 mm 474,56 663,18 1104,35 0,06 mm 590,92 840,18	

Tabela 3.3: Avaliação da resposta em freqüência para o novo módulo.

O acréscimo de espessura na espessura da lâmina foi simulado para as espessuras comercialmente existentes e disponíveis no laboratório. A espessura nas lâminas dos módulos anteriores era de 0,04 mm. Foram realizadas simulações com espessuras de 0,05 e 0,06 mm. Na Tabela 3.2.4 estão listados alguns exemplos da variação das freqüências de ressonância para os três primeiros modos de vibração, em função dessas espessuras e outras condições geométricas.

As diferentes condições geométricas foram ordenadas em quatro tipos. O TIPO 1 ao qual se refere a tabela, é o empregado na construção dos módulos do protótipo 4. No TIPO 2, a massa sísmica possui uma maior área de fixação na placa e conseqüentemente uma maior massa total que o tipo anterior. No TIPO 3, a massa sísmica tem as mesmas características do TIPO 2, mas também conta com engastes laterais na placa. Finalmente, o TIPO 4 apresenta uma massa sísmica menor que o TIPO 3 e engastes laterais semelhantes a este.

Uma análise destes resultados comprova que a simples substituição da lâmina de $0,04 \,\mathrm{mm}$ por uma de $0,06 \,\mathrm{mm}$ acarreta num aumento de 74,16% e 77,29% na primeira e segunda freqüência natural de vibração respectivamente, o que ratifica as expectativas iniciais, e também deixa claro que a alteração na freqüência de ressonância do terceiro modo, o mais importante, foi de apenas 0,2%.

Entretanto os valores destas ressonâncias transversais, primeiro e segundo modo, ainda estão abaixo do desejado para que se tenha uma maior resposta plana, e isenta de perturbações. Os TIPOS 3 e 4 demonstram que o uso de engastes adicionais na lateral da placa resultam num aumento considerável no valor destas freqüências. Como exemplo disto, se considerarmos os TIPOS 1 e 4 observa-se que a diferença entre eles chega a 337,70% e 404,61%, enquanto que para o terceiro modo é de apenas 9,58%.

Contudo, como mencionado anteriormente, verificar-se-á que a busca por maiores valores de freqüências de ressonância pelo simples aumento da rigidez mecânica do sistema, tem como resultado imediato um decréscimo nas amplitudes das deformações, e por conseguinte uma menor amplitude na medição dos sinais, sendo, portanto, um fator igualmente decisivo na hora da decisão do desenho do módulo.

3.3 Análise de Deformações

Além destas análises de resposta em freqüência, foi verificado o comportamento simulado da deformação das redes de Bragg a serem utilizadas.

Para melhor acomodar a quantidade de redes necessária, seis por exemplo, em uma mesma fibra e também fazer um melhor uso de uma determinada região da fonte de luz empregada, sem que haja uma superposição de redes durante o funcionamento do acelerômetro faz-se necessário estimar qual a faixa de variação de comprimento de onda dos sensores durante o seu funcionamento. A Tabela 3.3 mostra as deformações em partes por milhão (μ m/m) esperadas para determinados níveis de aceleração, diferentes freqüências de excitação e sem amortecimento para o protótipo 4.

Freqüência	1g	2g	3g	4g	5g
(Hz)					
100	29,73	59,46	89,19	118,91	148,64
200	$30,\!49$	60,99	$91,\!49$	121,99	152,49
300	$31,\!87$	63,73	$95,\!60$	127,47	159,33
400	34,00	68,01	102,01	136,03	170,03
500	37,21	74,44	111,66	148,89	186,10
600	42,07	84,16	$126,\!23$	168,31	210,40
700	49,76	99,51	149,27	199,03	248,79
800	$63,\!03$	126,04	189,07	252,10	315,11
900	90,31	180,63	270,94	361,27	451,59
1000	175,04	350,09	525, 13	700,17	875,21

Tabela 3.4: Simulação das deformações sem amortecimento $(\mu m/m)$.

Uma primeira aproximação normalmente empregada é de que $1000 \mu m/m$ corresponde a uma alteração de 1 nm no espectro das redes de Bragg para uma fonte de luz de comprimento de onda de aproximadamente 1550 nm.



Figura 3.5: Análises do novo módulo para diversos valores de amortecimento (ζ) .

O gráfico da Figura 3.5 mostra simulações harmônicas, em amplitude de deslocamento e fase, para diferentes valores de amortecimento. Como

será mostrado adiante, o valor medido acabou ficando acima destes valores simulados. Na Figura 3.6 é feita uma comparação dos resultados extraídos da Tabela 3.3 com outros em que são empregados os valores do amortecimento medidos experimentalmente para uma amplitude de 1g de aceleração.



Figura 3.6: Deformação calculada para o protótipo 4.

Para o protótipo 4 como exemplo, foi estimado que as seis redes de Bragg poderiam ficar espaçadas de 3 nm de comprimento de onda sem grandes prejuízos às medições devido a superposição de redes e filtros.

Simulações feitas posteriormente, usando os dados de amortecimento obtidos das medições em laboratório, indicam que os valores de deformação estimados com estes dados estavam entre 2 e 3% abaixo do calculado anteriormente, dentro da faixa de 0 a 600 Hz, aumentando significativamente esta diferença à medida que se aproxima da ressonância até aproximadamente 30% em 1 kHz.



Figura 3.7: Deformação calculada para o protótipo 5.

Com relação ao que já fora mencionado a respeito da expectativa de menores deformações para o protótipo 5, foi constatado que houve uma diminuição na amplitude das deformações, mas essa diminuição está num valor aceitável em torno de 27%. A Figura 3.7 mostra os valores das deformações esperadas para o novo módulo com um amortecimento estimado de $\zeta = 0, 03$.

Em resumo, sob o aspecto das análises numéricas é comprovado que o desenho do novo módulo para o protótipo 5 apresenta substanciais vantagens em relação à resposta em freqüência de seu antecessor, e que suas desvantagens em relação às deformações são mínimas. Isto justifica que este desenho seja, ao final desta etapa, o desenho adotado para os próximos protótipos.