#### 6 Referências Bibliográficas

AMATO, D.; LAUBACH, T. Implications of Habit Formation for Optimal Monetary Policy. BIS Working Paper, n°121, 2002.

BALL, L., MANKIW, G.; REIS, R. Monetary Policy for Inattentive Economies. mimeo, Harvard University, 2003.

BLANCHARD, O.; FISCHER, S. Lectures on macroeconomics. MIT Press, 1989.

BLANCHARD, O.; KAHN, C. The Solution of Linear Difference Models Under Rational Expectations, **Econometrica**, v.48, p. 1305-10, 1980.

BLANCHARD, O. Fiscal Dominance and inflation targeting. Lessons from Brazil. Mimeo, MIT, (versão preliminar), 2003.

BENIGNO, P.; WOODFORD, M. Optimal Targeting Rules for Monetary and Fiscal Policy. In **NBER Macroeconomics Annual Conference**, (versão preliminar), 2003.

CALVO, G. Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework. **Journal of Monetary Economics**, v. 12, p. 383-98, 1983.

CLARIDA, N.; GALI, J.; GERTLER, M. The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective. **Journal of Economic Literature**, v. 37, p. 1661-707, 1999.

CORREIA, I.; NICOLINI, J.; TELES, P. Optimal Fiscal and Monetary Policy: Equivalence Results. mimeo, Federal Reserve Bank of Chicago Working Paper n°16, 2002.

GIANNONI, M; WOODFORD, M. Optimal Interest-Rate Rules: I. General Theory. NBER Working Paper n° 9419, 2002a.

GIANNONI, M.; WOODFORD, M. **Optimal Interest-Rate Rules: II. Applications.** NBER Working Paper no 9420, 2002b.

GIANNONI, M.; WOODFORD, M. **Optimal Targeting Rules**. Mimeo, Disponível em: <www.princeton.edu/~woodford>, 2003.

HAMILTON, J. Time Series Analysis. Princeton University Press, 1994.

KEYNES, J. The general theory of employmet, interest, and money.

KING, R.; WATSON, M. The Solution of Singular Linear Difference Systems Under Rational Expectations. **International Economic Review**, v 39, n.4, p. 1015-26, 1998.

LOYO, E. **Demand-pull stagflation**. Mimeo, Harvard University, 2000.

ROTEMBERG, J E WOODFORD, M. An Optmization-Based Exonomic Framework for the Evaluation of Monetary Policy. In. BERNANKE, B.; ROTEMBERG, J.(ed) **NBER Macroeconomics Annual**, Cambridge: MIT Press, 1997.

ROTEMBERG, J.; WOODFORD, M. *Interest Rate Rules in an Estimated Sicky Price Model*. In. TAYLOR, J. (ed). **Monetary Policy Rules**. University of Chicago Press, 1999.

SCHMITT-GROHÉ, S.; URIBE, M. **Optimal Fiscal an Monetary Policy under Sticky Prices**. Rutgers University Working Paper, n°2001-06, 2001.

SIU, H. **Optimal Fiscal and Monetary Policy**. Mimeo. Northwestern University, 2001.

TAYLOR, J.; WOODFORD, M. Handbook of Macroeconomics. Elsevier, 1999.

WOODFORD, M. **Optimal Monetary Policy Inertia**. NBER Working Paper, no 7261, 1999a.

WOODFORD, M. Commentary: How Should Monetary Policy Be Conducted in an Era of Price Stability? In. **New Challenges for Monetary Policy**. Federal Reserve Bank of Kansas City, 1999b.

WOODFORD, M. Fiscal Requirements for Price Stability. **Journal of Money,** Credit and Banking, v.33, p. 669-729, 2001.

WOODFORD, M. Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy. Princeton University Press, 2003.

### 7 Apêndice

#### 7.1. Apêndice A1

A função de perda social aproximada é:

$$L_{t} = \lambda_{\pi} \pi_{t}^{2} + \lambda_{x} x_{t}^{2} + \lambda_{g} \hat{g}_{t}^{2} - \lambda_{gy} (\hat{y}_{t} - \hat{g}_{t})^{2} - \lambda_{y} (y_{t}^{n})^{2}$$

O Hessiano desta função pode ser escrito como:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{\pi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{x} - \lambda_{gv} & \lambda_{gv} & -\lambda_{x} \\ 0 & \lambda_{gv} & \lambda_{g} - \lambda_{gv} & 0 \\ 0 & -\lambda_{x} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Precisamos que esta matriz seja positiva definida, ou que seus menores principais sejam positivos:

$$\begin{split} &\left| M_{1} \right| > 0 \Leftrightarrow \lambda_{\pi} > 0 \\ &\left| M_{2} \right| > 0 \Leftrightarrow \lambda_{\pi} \left( \lambda_{x} - \lambda_{gy} \right) > 0 \Leftrightarrow \lambda_{x} > \lambda_{gy} \\ &\left| M_{3} \right| > 0 \Leftrightarrow \lambda_{\pi} \lambda_{g} \left( \lambda_{x} - \lambda_{gy} \right) + \lambda_{x} \lambda_{\pi} \lambda_{gy} > 0 \Rightarrow \lambda_{x} > \lambda_{gy} \Leftrightarrow \alpha_{c} \left( \mathbf{v} + \tilde{\sigma} \right) > \alpha_{g} \\ &\left| M_{4} \right| > 0 \Leftrightarrow \left( \lambda_{x} \right)^{2} \left( \lambda_{g} - \lambda_{gy} \right) \lambda_{\pi} > 0 \Leftrightarrow \lambda_{g} > \lambda_{gy} \Leftrightarrow \alpha_{g} \left( \theta + \tilde{\sigma} + 2 \eta - 1 \right) > 1 \end{split}$$

Logo, temos que fazer as seguintes hipóteses para que o problema se aplique:

$$H_1: \alpha_c(\upsilon + \widetilde{\sigma}) > \alpha_g$$

$$H_2: \alpha_c(\theta + \widetilde{\sigma} + 2\eta - 1) > 1$$

# 7.2. Apêndice A2:

Uma outra interpretação para os critérios ótimos (PFMO) pode ser obtida escrevendo a equação 15 em termos de polinômios para o operador defasagem. Cabe destacar que todas as observações quanto à necessidade de obedecer à equação 15 para a caracterização das respostas ótimas aos choques continuam presentes. Ou seja, a interpretação apresentada é condição necessária, mas não suficiente para a caracterização das políticas ótimas.

$$A(L)(i_t - i^*) + B(L)g_t = \phi_{\pi}\pi_t + \phi_{x}\Delta x_t + \phi_{r}r_{t-1}^n$$

Onde,

$$A(L) = 1 - \left[1 + \frac{\kappa (1 - \gamma)}{\beta (\sigma - \rho)}\right] L - \frac{1}{\beta} (1 - L) L \qquad B(L) = (1 - L) \frac{\lambda_g}{(\sigma - \rho) \lambda_i}$$

O polinômio A(L) possui uma raiz fora do círculo unitário e outra dentro. Assim, podemos inverter o termo que possui a raiz maior que a unidade, obtendo outra forma de interpretar as políticas ótimas, assim como Giannoni & Woodford (2002b) fizeram para a política monetária ótima (os detalhes das contas estão no Apêndice A3):

$$(16) \quad \theta_{x} x_{t-1} + \theta_{g} g_{t-1} + \theta_{r} r_{t-1}^{n} - \theta_{i} \hat{i}_{t-1} - \theta_{\Delta} \Delta \hat{i}_{t-1} = F_{t}(\pi) + \theta_{x} F_{t}(x) + \theta_{g} F_{t}(g) - \theta_{r} F_{t}(r^{n})$$

A notação acima  $F_t(z) \equiv E_t \left( \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_{z,j} Z_{t+j} \right)$  é interpretada como uma média ponderada das projeções condicionais a informação disponível no momento t para todo o futuro da variável em questão, onde os pesos  $(\alpha_{z,j} \equiv (1-\mu_2^{-1})\mu_2^{-j})$  somam 1 e  $\mu_2$  é a raiz maior do que um do polinômio A(L).

Esta interpretação das políticas fiscal e monetária ótimas pode, então, ser lida como um sistema de metas para a inflação flexível. Esta é uma característica necessária para que a economia esteja na trajetória ótima.

Explicaremos um pouco mais acerca do regime de metas para a inflação flexível obtido. Em primeiro lugar, a própria meta do governo é variável, ou seja, o lado esquerdo da equação 16 muda ao longo do tempo. A meta envolve o hiato, o gasto público, a taxa de juros nominal e a taxa de juros natural, todos defasados. Por exemplo, se o hiato do produto e/ou o gasto público foram maiores no período passado, as metas para as trajetórias da inflação e do próprio hiato são mais acomodatícias.

Note que o objetivo é ajustar não só as projeções da inflação futura, mas também as projeções do hiato futuro. Apesar desta característica, constatamos que para as calibragens padrões, o coeficiente relativo das projeções do hiato em relação à inflação é pequeno.

Um terceiro ponto diz respeito à inércia envolvida na regra ótima, a qual pode ser identificada novamente. Ela se revela tanto para a taxa de juros, quanto para o nível de gastos. Assim, taxas de juros altas no passado, tornam a meta mais restritiva, o que induz a manutenção de taxas de juros correntes mais altas, também. Argumento análogo pode ser feito para o instrumento fiscal.

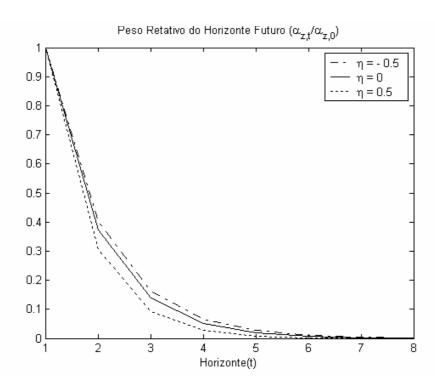


Figura 10: Pesos relativos para as projeções no sistema de metas para inflação flexível.

A Figura 10 mostra o peso dos horizontes futuros em relação ao peso da variável z em tempo corrente, ou seja,  $\alpha_{z,t}/\alpha_{z,0} \quad \forall t \geq 0$  na função de projeção  $(F_t(z))$  do regime de metas para a inflação. Lembre que os pesos são os mesmos para o computo das médias ponderadas das projeções para a inflação, o hiato, a taxa de juros natural ou o gasto fiscal  $(z = \pi, z = x, z = r^n \text{ ou } z = g)$ . Podemos observar, então, que para horizontes crescentes este peso assume valores próximos de zero rapidamente. Ilustramos, além disso, a reação dos pesos aos diferentes valores para a potência da política fiscal, o que mostra a robustez deste resultado.

Deste modo, apesar de o horizonte de previsão do regime de metas para inflação ser infinito, a influência das projeções com horizonte superior a dois anos é praticamente nula nas políticas ótimas adotadas atualmente.

## 7.3. Apêndice A3

Aqui explicitamos como transformamos a regra proposta pela equação 15 no que denominamos de metas para a inflação flexível. Em primeiro lugar, temos de mostrar que o polinômio A(L) possui uma raiz fora do círculo unitário e outra dentro. Vejamos:

$$A(L) = 1 - \left[1 + \frac{1}{\beta} + \frac{\kappa(1 - \gamma)}{(\sigma - \rho)\lambda_i}\right]L + \frac{L^2}{\beta}$$

$$\Rightarrow P(\mu) = \mu^2 - \left[1 + \frac{1}{\beta} + \frac{\kappa(1 - \gamma)}{(\sigma - \rho)\lambda_i}\right]\mu + \frac{1}{\beta}$$

Se  $k=0 \Rightarrow P(\mu) = \mu^2 - \left[1 + \frac{1}{\beta}\right]\mu + \frac{1}{\beta}$ , o polinômio possui as raízes  $\mu_1 = 1$  e  $\mu_2 = \frac{1}{\beta}$ . Logo, temos uma raiz unitária e outra maior que um. Porém, se

observarmos que  $\frac{\partial P(\mu)}{\partial \kappa} = \frac{-\mu(1-\gamma)}{(\sigma-\rho)\lambda_i} < 0^{22}$ , podemos mostrar que uma pequena variação de  $\kappa > 0$ , faz com que o polinômio se desloque de forma a possuir raízes que satisfazem:  $0 < \mu_1 < 1 < \mu_2$ .

Encontradas estas raízes podemos reescrever  $A(L) = (1 - \mu_1 L)(1 - \mu_2 L)$ , onde o polinômio com a raiz fora do círculo unitário pode ser invertido da seguinte maneira (Hamilton, 1994):

$$(1 - \mu_2 L)^{-1} = \frac{-\mu_2^{-1} L^{-1}}{-\mu_2^{-1} L^{-1}} \frac{1}{(1 - \mu_2 L)} = \frac{-\mu_2^{-1} L^{-1}}{(1 - \mu_2^{-1} L^{-1})} = -\mu_2^{-1} L^{-1} (1 + -\mu_2^{-1} L^{-1} + -\mu_2^{-2} L^{-2} + \dots)$$

Assim, multiplicando ambos os lados da regra ótima por  $(1 - \mu_2 L)^{-1}$ , escrita em desvios, obtemos:

$$\begin{split} &(1-\mu_{2}L)^{-1}\left\{A(L)\hat{i}_{t}-B(L)g_{t}\right\} = (1-\mu_{2}L)^{-1}\left\{\phi_{\pi}\hat{\pi}_{t}+\phi_{x}\Delta x_{t}-\phi_{r}r_{t-1}^{n}\right\} \\ &\Leftrightarrow \quad (1-\mu_{1}L)\hat{i} = (1-\mu_{2}L)^{-1}\left\{\phi_{\pi}\hat{\pi}_{t}+\phi_{x}\Delta x_{t}-\phi_{x}r_{t-1}^{n}+B(L)\hat{g}_{t}\right\} \\ &\Leftrightarrow \quad -\mu_{2}\left(1-\mu_{1}L\right)L\hat{i}_{t} = E_{t}\left\{\left(1+\mu_{2}^{-1}L^{-1}+\mu_{2}^{-2}L^{-2}+\ldots\right)\left(\phi_{\pi}\hat{\pi}_{t}+\phi_{x}\Delta x_{t}-\phi_{r}r_{t-1}^{n}+B(L)g_{t}\right)\right\} \\ &\Leftrightarrow \quad -\mu_{2}\left(1-\mu_{1}^{-1}\right)L\hat{i}_{t} = E_{t}\left\{\left(1+\mu_{2}^{-1}L^{-1}+\mu_{2}^{-2}L^{-2}+\ldots\right)\left(\phi_{\pi}\hat{\pi}_{t}+\phi_{x}\Delta x_{t}-\phi_{r}r_{t-1}^{n}+B(L)g_{t}\right)\right\} \\ &\Leftrightarrow \quad -\frac{\mu_{2}\left(1-\mu_{2}^{-1}\right)\left(1-\mu_{1}\right)}{\phi_{\pi}}\hat{i}_{t-1} - \frac{\mu_{1}\mu_{2}\left(1-\mu_{2}^{-1}\right)}{\phi_{\pi}}\left(\hat{i}_{t-1}-\hat{i}_{t-2}\right) = \\ &= \left(1-\mu_{2}^{-1}\right)E_{t}\left\{\left(1+\mu_{2}^{-1}L^{-1}+\mu_{2}^{-2}L^{-2}+\ldots\right)\left(\hat{\pi}_{t}+\frac{\phi_{x}}{\phi_{\pi}}\Delta x_{t}-\phi_{r}r_{t-1}^{n}+\frac{B(L)}{\phi_{\pi}}g_{t}\right)\right\} \\ &= E_{t}\sum_{j=0}^{\infty}\left(1-\mu_{2}^{-1}\right)\mu_{2}^{-j}\hat{\pi}_{t+j}^{2} + \frac{\left(1-\mu_{2}^{-1}\right)\phi_{x}}{\phi_{\pi}}\left(E_{t}\sum_{j=0}^{\infty}\left(1-\mu_{2}^{-1}\right)\mu_{2}^{-j}x_{t+j} - x_{t-1}\right) \\ &-\frac{\phi_{r}}{\phi_{\pi}}E_{t}\sum_{j=0}^{\infty}\left(1-\mu_{2}^{-1}\right)\mu_{2}^{-j}r_{t-1+j}^{n} + \frac{\left(1-\mu_{2}^{-1}\right)\phi_{g}}{\phi_{\pi}}\left(E_{t}\sum_{j=0}^{\infty}\left(1-\mu_{2}^{-1}\right)\mu_{2}^{-j}g_{t+j} - g_{t-1}\right) \end{split}$$

Finalmente, podemos reescrever o sistema de metas para inflação flexível:

Assim, temos  $\tilde{\sigma} - \tilde{\rho} = \frac{\sigma}{\alpha_c} - \left(\frac{\sigma(1-\alpha_c)}{\alpha_c} + \eta\right) = \sigma - \eta > 0 \Leftrightarrow \sigma > \eta$ . Esta restrição garante,

$$\theta_{x}x_{t-1} + \theta_{g}g_{t-1} + \theta_{r}r_{t-1}^{n} - \theta_{t}\hat{i}_{t-1} - \theta_{\Delta}\Delta\hat{i}_{t-1} = F_{t}(\pi) + \theta_{x}F_{t}(x) + \theta_{g}F_{t}(g) - \theta_{r}F_{t}(r^{n})$$

Onde,

$$\theta_{x} \equiv \frac{\left(1 - \mu_{2}^{-1}\right)\phi_{x}}{\phi_{\pi}} \quad \theta_{g} \equiv \frac{\left(1 - \mu_{2}^{-1}\right)\lambda_{g}}{\phi_{\pi}\left(\sigma - \rho\right)\lambda_{i}} \quad \theta_{i} \equiv \frac{\mu_{2}\left(1 - \mu_{2}^{-1}\right)\left(1 - \mu_{1}\right)}{\phi_{\pi}}$$

$$\theta_r \equiv \frac{\phi_r}{\phi_\pi} \quad \theta_\Delta \equiv \frac{\mu_1 \mu_2 \left(1 - \mu_2^{-1}\right)}{\phi_\pi} \quad F_t\left(\tau\right) \equiv E_t \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_{\tau,j} \tau_{t+j} \quad \alpha_{\iota,j} \equiv \left(1 - \mu_2^{-1}\right) \mu_2^{-j}$$