2
O Modelo

Nesta seção explicitaremos um modelo de equilíbrio geral intertemporal com preços rígidos e concorrência monopolística. A estrutura da economia envolve os consumidores, os produtores e o governo, apresentados, respectivamente, abaixo. O mercado financeiro é completo por hipótese.

2.1.
O Consumidor e a Demanda Agregada.

A economia é formada por um grande número de consumidores. A função de utilidade de cada um deles considera o nível de consumo real privado (c_t) e de consumo real público (g_t) e a quantidade de horas trabalhadas (h_t). A separabilidade aditiva da desutilidade do trabalho é imposta, assim como a não separabilidade da utilidade entre consumir bens públicos e privados. A função de utilidade (equação 1) é crescente e côncava nos dois primeiros argumentos e crescente e convexa na quantidade de trabalho, como de praxe.

A restrição orçamentária (equação 2) está definida abaixo. A cada período o consumidor escolhe os níveis de consumo e de trabalho desejados. As demais variáveis são definidas como: i_t é a taxa bruta de juros em termos nominais, b_t é a quantidade de títulos públicos livres de risco de um período em termos reais, w_t é o salário real, τ_t é o imposto *lump sum* real, e π_t a taxa bruta de inflação.

(1) $$U(c_t, g_t, h_t) \equiv u(c_t, g_t) - v(h_t)$$

(2) $$b_t = b_{t-1}\frac{i_{t-1}}{\pi_t} + w_t h_t - c_t - \tau_t$$

Onde, c_t e g_t são agregados Dixit-Stiglitz de bens distintos e h_t é um agregado linear das horas trabalhadas,

$$c_t = \left[\int_0^1 c_t(i)^{\frac{\theta-1}{\theta}} di\right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}, \quad \theta > 1$$

$$g_t = \left[\int_0^1 g_t(j)^{\frac{\theta-1}{\theta}} dj\right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}, \quad \theta > 1$$

$$h_t = \int_0^1 h_t(i) di$$

O problema de otimização da utilidade de cada consumidor é expresso por:

$$(3) \qquad \max_{\{c_t, b_t, h_t\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ u(c_t, g_t) - v(h_t) - \lambda_t \left(b_t - b_{t-1} \frac{i_{t-1}}{\pi_t} - w_t h_t + c_t + \tau_t \right) \right\}$$

As condições de primeira ordem deste problema são dadas pelas seguintes equações de Euler e pela condição de transversalidade, as quais caracterizam a escolha ótima do consumidor:

$$(4) \qquad v'(h_t) = u_1(c_t, g_t) w_t$$

$$(5) \qquad u_1(c_t, g_t) = \beta E_t \left\{ u_1(c_{t+1}, g_{t+1}) \frac{i_t}{\pi_{t+1}} \right\}$$

A partir destas equações e da condição de *market clearing*, podemos construir a curva de demanda agregada. A condição que equilibra o mercado de bens log-linearizada é dada por: $\hat{y}_t = \alpha_c \hat{c}_t + \alpha_g \hat{g}_t$[6]. Assim, substituindo esta relação nas log-linearizações das equações 4 e 5, obtemos a curva de demanda agregada – IS Intertemporal (equação 6) – e a curva de oferta de trabalho (equação 7):

[6] As variáveis notadas com um chapéu em cima indicam que elas estão escritas como desvio percentual em relação aos seus valores de estado estacionário. Estes níveis de estado estacionário estão indicados pela barra em cima das respectivas variáveis (Ex: $\hat{y}_t \equiv \frac{y_t - \bar{y}}{\bar{y}}$). Usamos as definições: $\frac{\partial^2 u}{\partial c^2} \equiv u_{11}$ $\frac{\partial^2 u}{\partial c \partial g} \equiv u_{12}$ $\alpha_c \equiv \bar{c}/\bar{y}$ $\alpha_g \equiv \bar{g}/\bar{y}$ $\alpha_c + \alpha_g = 1$.

$$(6) \qquad \tilde{\sigma}\left(E_t x_{t+1} - x_t\right) - \tilde{\rho}\left(E_t \hat{g}_{t+1} - \hat{g}_t\right) = \hat{i}_t - E_t \pi_{t+1} - r_t^n$$

$$(7) \qquad \hat{w}_t = \tilde{\sigma}\hat{y}_t - \tilde{\rho}\hat{g}_t + \nu \hat{h}_t$$

Onde,

$$\sigma \equiv -u_{11}\bar{c}/u_1 \quad \eta \equiv u_{12}\bar{g}/u_1 \quad \nu \equiv v''\bar{h}/v'$$

$$\tilde{\sigma} \equiv \sigma/\alpha_c \quad \tilde{\rho} \equiv \tilde{\sigma}\alpha_g + \eta$$

De acordo com Woodford (2003), o hiato do produto consiste na diferença entre o produto e o produto natural, $x_t \equiv \hat{y}_t - \hat{y}_t^n$, e a taxa de juros natural, r_t^n, é definida como a taxa de juros real de equilíbrio quando os preços são flexíveis e o instrumento fiscal é mantido constante, ou seja, $r_t^n \equiv \tilde{\sigma}\left(E_t \hat{y}_{t+1}^n - \hat{y}_t^n\right)$. O produto natural será explicitado no problema do produtor na próxima seção.

Os bens públicos são diretamente relevantes para os consumidores. Deste modo, aumentar a provisão destes bens eleva a utilidade dos consumidores, assim como a atratividade do consumo privado é alterada para diferentes decisões da autoridade fiscal. O parâmetro $\tilde{\rho}$ expressa o efeito total do gasto público na demanda agregada e na curva de oferta de trabalho, pois considera não apenas o sinal da externalidade que o gasto público induz no consumo privado (η), como também o efeito da condição de equilíbrio de mercado na demanda agregada diretamente ($\alpha_g \tilde{\sigma}$).

O parâmetro η, o qual fica definido em $\tilde{\rho}$, expressa o sentido da externalidade que o gasto público gera no consumo privado. Mais formalmente, determina o impacto de mudanças no gasto fiscal na utilidade marginal do consumo privado. Assim, a intensidade e o sentido deste efeito do instrumento fiscal podem ser calibrados de diferentes formas.

Se $\eta > 0$, o gasto público tem um papel complementar ao consumo privado, elevando a utilidade marginal deste consumo. Nesta situação, um exemplo de gasto seria a despesa pública em infra-estrutura. Se $\eta < 0$, o gasto público tem um efeito de deslocamento no produto, reduzindo a utilidade marginal dos outros bens. Por exemplo, a construção de escolas públicas desloca a construção de escolas particulares. Deste modo, temos uma grande flexibilidade para avaliar o papel da política fiscal neste modelo, através da análise de diferentes valores para η.

Duas observações podem ser feitas comparativamente à literatura existente. A primeira é que tradicionalmente os trabalhos fazem a hipótese: $\eta \equiv 0$, ou seja, o papel da política fiscal é expresso por $\tilde{\rho} = \tilde{\sigma}\alpha_g$. Assim, temos apenas o efeito do gasto público via condição de *market clearing* na demanda agregada. Retomando um exemplo anterior, o gasto público seria responsável por "abrir e tapar buracos" apenas. Em segundo lugar, a literatura de política monetária ótima, quando incorpora a existência do gasto público, faz a hipótese de que este é um processo estocástico exógeno, tal como um choque de preferência. Portanto, temos um papel para o gasto público pouco interessante para avaliar a gestão da política fiscal.

Podemos notar a partir da equação de demanda agregada que o hiato corrente depende da trajetória futura da taxa de juros. Isto pode ser observado resolvendo *para frente* a equação 6, cujo resultado indica que toda a estrutura a termo esperada dos juros influi no hiato corrente. Deste modo, o efeito potencial da política monetária é amplificado. Mas não é apenas isso que importa, a expectativa quanto ao gasto fiscal, também, altera a relação entre o hiato e os juros reais. Veremos mais adiante que esta dependência quanto às expectativas futuras leva à que as políticas ótimas envolvam algum tipo de inércia na gestão dos instrumentos monetário e fiscal. O resultado de inércia da taxa de juros sob a política monetária ótima foi destacado em diversos trabalhos, como Rotemberg & Woodford (1997, 1999), Woodford (1999a) e Giannoni & Woodford (2002b, 2003).

2.2.
O Produtor e a curva de Phillips

Os produtores em cada indústria escolhem os preços de seus bens em um mercado de concorrência monopolística. A rigidez de preços é inserida da seguinte maneira: as firmas são sorteadas para ajustarem seus preços com probabilidade fixa $(1-\alpha)$, seguindo Calvo (1983) em uma versão para tempo discreto.

Cabe observar que a probabilidade de ajuste independe de quanto tempo faz que o preço não muda, ou de quanto o preço, na eventualidade do sorteio, difere do preço ótimo. Além disso, α não é influenciado por qual bem estamos tratando, mesmo porque todas as firmas são simétricas. Estas três características seriam desejáveis, porém desconsiderando-as podemos ignorar as informações acerca dos preços passados.

Nestes termos, o problema de escolha do preço para cada produtor z definido no intervalo contínuo $[0,1]$ fica:

$$\max_{P_t(z)} E_t \sum_{j=0}^{\infty} (\alpha\beta)^j \left[P_t(z) y_{t+j}(z) - P_{t+j} ct_{t+j}(z) \right] \qquad \forall z \in [0,1]$$

Onde, $y_{t+j}(z) = y_{t+j} \left(P_{t+j}(z) \big/ P_{t+j} \right)^{-\theta}$ é a curva de demanda enfrentada por cada firma. O nível geral de preços é definido por um índice Dixit-Stiglitz:

$$P_t = \left[\int_0^1 P_t(z)^{1-\theta} dz \right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

A função de produção é linear, utilizando um único insumo, o trabalho, ou seja, $y_t(z) = a_t h_t(z)$. O choque de produtividade agregado é representado por a_t. Portanto, todas as firmas sofrem o choque real de modo simétrico.

O custo total é $ct_t(z) = (1-s_t) w_t y_t(z) a_t^{-1}$, onde s_t é um subsídio distorcivo sobre a folha de pagamentos das firmas. A condição de primeira ordem do produtor, em termos de inflação e do preço relativo, bem como o custo marginal real, ambos log-linearizados podem ser escritos como[7]:

$$(8) \qquad \hat{p}_t^* = \sum_{j=1}^{\infty} (\alpha\beta)^j E_t(\hat{\pi}_{t+j}) + (1-\alpha\beta)\sum_{j=0}^{\infty} (\alpha\beta)^j E_t(C\hat{m}g_{t+j})$$

$$(9) \qquad C\hat{m}g_t = (\tilde{\sigma} + \nu)\hat{y}_t - \tilde{\rho}\hat{g}_t - \mu\hat{s}_t + (1+\nu)\hat{a}_t$$

Temos, então, o custo marginal real dependendo da política fiscal de duas maneiras. A primeira é através do subsídio distorcivo e a segunda do gasto público. O subsídio distorcivo sobre a folha de pagamentos das firmas tem o papel de corrigir o grau de ineficiência da economia em estado estacionário, como em Woodford (2003). Variações neste imposto geram mudanças contrárias no custo marginal, pois alteram o salário efetivamente pago pelas firmas. Discorreremos um pouco mais sobre este o papel deste subsídio na seção que caracteriza o governo.

Em segundo lugar, o impacto do gasto público depende do sinal de $\tilde{\rho}$, o qual expressa o efeito total do gasto público no custo marginal. Se $\tilde{\rho} > 0$, então, um aumento do gasto público gera uma redução no custo marginal da firma. Isto ocorre, pois o governo desloca a curva de oferta de trabalho (equação 7), dado seu estímulo na disposição a trabalhar. Ou ainda, o governo eleva a utilidade marginal do consumo privado, pois existe externalidade, fazendo com que cada consumidor oferte mais trabalho para cada nível de salário. Se $\tilde{\rho} < 0$, então o contrário ocorre, ou seja, o custo marginal real é elevado quando o governo aumenta o nível deste instrumento. A explicação é análoga.

O produto natural é por definição aquele que vigora em equilíbrio com plena flexibilidade de preços. Assim, podemos encontrar a seguinte expressão:

$$(10) \qquad y_t^n \equiv \frac{(1+\nu)}{(\tilde{\sigma}+\nu)}\hat{a}_t + \frac{\tilde{\rho}}{(\tilde{\sigma}+\nu)}\hat{g}_t$$

[7] Usamos os seguintes fatos $\frac{P_{t+j}}{P_t} = \prod_{k=1}^{j} \pi_{t+k}$ e $p_t^* \equiv \frac{P_t^*}{P_t}$. A taxa de mark-up é: $\mu \equiv \frac{\theta}{\theta - 1}$.

Cabe aqui, um breve comentário acerca da influência do gasto do governo no produto natural. Nesta economia, o nível de gasto público interfere na curva de oferta de trabalho, como exposto anteriormente. Assim, se o aumento do gasto público eleva a disposição a trabalhar dos consumidores ($\tilde{\rho} > 0$) para dado nível de salário, o produto de equilíbrio com preços flexíveis fica expandido, pois a quantidade de horas trabalhadas em equilíbrio aumenta. Deste modo, a política fiscal interfere não apenas no produto desta economia, como também no produto de preços flexíveis.

Podemos, agora, reescrever o custo marginal real em função do hiato do produto:

$$(11) \qquad Cmg_t = (\tilde{\sigma} + \nu)x_t - \mu\hat{s}_t$$

Assim, enquanto o gasto fiscal interfere apenas indiretamente no custo marginal real, via efeito no produto natural, o subsídio distorcivo mantém seu impacto direto, o qual vai permanecer na curva de oferta agregada, como indicaremos a seguir.

Usando o resultado da agregação para o índice de preços log-linearizado, $\alpha\pi_t = (1-\alpha)p_t^*$, a equação 8 quase-diferenciada e redefinindo o subsídio distorcivo, obtemos, finalmente, a curva de Phillips Novo-Keynesiana:

$$(12) \qquad \pi_t = \kappa x_t + \beta E_t \pi_{t+1} + u_t$$

Onde,

$$\kappa \equiv (1-\alpha\beta)\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\left(\frac{\tilde{\sigma}}{\alpha_c} + \nu\right) \qquad \psi \equiv \frac{\mu\kappa}{(\tilde{\sigma} + \nu)} \qquad u_t \equiv -\psi s_t$$

A curva de Phillips, aqui derivada, possui um choque denominado na literatura como choque de custo ineficiente (Clarida *et ali*, 1999). Este choque envolve as mudanças exógenas na relação de equilíbrio entre inflação e o hiato que não correspondem às mudanças no produto natural (Giannoni & Woodford, 2003). A microfundamentação utilizada neste trabalho é a existência de um subsídio distorcivo sobre a folha de pagamentos das firmas.

Observe que o *trade-off* entre inflação e hiato correntes depende da expectativa da inflação para o próximo período e da realização do choque de custo ineficiente. Deste modo, uma realização positiva do choque de custo u_t faz com que, *ceteris paribus*, exista uma pressão inflacionária na economia. No mesmo sentido, uma expectativa de inflação maior eleva o sacrifício necessário de produto para o cumprimento de uma dada meta para a inflação.

Interessante observar que, assim como, para a IS Intertemporal (equação 6), aqui existe a dependência do futuro na determinação da inflação corrente. O efeito ocorre através do papel desempenhado pelas expectativas quanto às trajetórias futuras do hiato do produto e do choque de custo, ambos descontados pela taxa intertemporal. Ou seja, $\pi_t = \kappa E_t\left(\sum_{j=0}^{\infty}\beta^j x_{t+j}\right) + E_t\left(\sum_{j=0}^{\infty}\beta^j u_{t+j}\right)$.

2.3.
O Governo

A caracterização do governo implica especificarmos sua restrição orçamentária, bem como a indicação de suas decisões de política econômica. Assim, a restrição orçamentária pode ser escrita como:

$$(13) \qquad g_t + s_t w_t h_t + b_{t-1}\frac{i_{t-1}}{\pi_t} = b_t + \tau_t$$

A restrição orçamentária envolve as despesas com o gasto público, com os subsídios e com o serviço da dívida. O financiamento destes itens é obtido através de variações no estoque de títulos de dívida pública e no imposto *lump sum*[8].

[8] Note que não existe receita de seignoriagem nesta economia, pois estamos lidando com uma economia sem moeda – *cashless economy* – Woodford (2003). Assim, dada uma função de demanda por moeda, com os argumentos taxa de juros e nível da atividade econômica, podemos obter a quantidade de moeda necessária. Ou ainda, podemos supor que as transações são compensadas a partir de uma outra tecnologia, por exemplo, cartões de débito em conta.

A política fiscal pelo lado do gasto público é endógena, sendo esta a principal mudança em relação aos modelos tradicionalmente apresentados nesta literatura. Além disso, temos neste modelo efeitos de variações do instrumento fiscal tanto no produto, quanto no produto natural. O impacto deste instrumento pode ser positivo ou negativo, o que dependerá do sinal da externalidade do gasto público, como vimos.

O subsídio na folha de pagamentos, aqui por hipótese um choque exógeno, é lido como uma taxação distorciva, o qual apenas em estado estacionário tem de corrigir, via mercado de trabalho, as imperfeições geradas pela estrutura de mercado. Esta restrição é necessária, pois torna a aproximação da função de bem estar correta. Ou seja, garante que tenhamos apenas termos de segunda ordem na função de perda aproximada[9].

Cabe lembrar que quanto mais próximo da unidade o *mark-up* for, i.e., quanto menor for a imperfeição de mercado, mais próximo de zero estará o imposto em estado estacionário[10]. Uma variação (exógena) do imposto distorcivo gera uma pior alocação de recursos nesta economia, dada a existência de rigidez de preços.

O equilíbrio orçamentário é dado pelos ajustes necessários na quantidade de títulos de dívida livre de risco e no imposto *lump sum*. A partição entre estas duas fontes de receita não interfere no resultado final para as variáveis endógenas. Por exemplo, o financiamento das despesas do governo pode ser feito apenas por variações no estoque da dívida e fazendo o imposto eficiente constante – $\hat{\tau} = 0$. Desta maneira, o governo pode suavizar sua trajetória de despesa sem restrições ao financiamento corrente.

Lembrando, porém, que, como estamos trabalhando com um modelo log-linearizado em torno do estado estacionário, grandes mudanças induzidas em qualquer variável endógena ou exógena implicam em aceitar erros crescentes na própria representação que temos desta economia. Deste modo, trajetórias não limitadas têm de ser descartadas por este tipo de abordagem.

Finalmente, o governo é responsável pelas implementações das políticas monetária, através de ajustes na taxa de juros nominal, e fiscal, fazendo uso do

[9] Para obter maiores detalhes veja o capítulo 6 de Woodford (2003).

nível de gasto público. Temos, então, dois instrumentos de política, o gasto fiscal g_t e a taxa de juros nominal i_t.

As gestões ótimas das políticas são feitas conjuntamente. Ou seja, o modo ótimo de manipular os instrumentos será dado por dois critérios de metas para as políticas, como veremos adiante. Este fato exigirá uma repartição coordenada de ações, no sentido de que não há motivo ou incentivo neste modelo para que os responsáveis pelos instrumentos monetário e fiscal atuem em direções diferentes do sugerido pelos critérios ótimos.

Ou ainda, as políticas ótimas são aquelas que minimizam a função de perda da economia, e sendo esta função única não existe motivo para desvios de comportamento por parte das autoridades. Assim, implicitamente estamos fazendo a hipótese de que ou as funções de perda das autoridades fiscal e monetária são iguais, ou a decisão de ambas as políticas é central, i.e., existe um planejador central. Para a derivação das políticas ótimas no próximo capítulo adotaremos a segunda hipótese.

2.4. A Função de Bem Estar

Seguindo os estudos recentes[11] sobre política monetária ótima, estamos utilizando como função de bem estar uma aproximação de Taylor de segunda ordem da própria função de utilidade do agente representativo. Duas principais vantagens podem ser citadas pela utilização desta abordagem.

Em primeiro lugar, obtemos uma função com coeficientes de ponderação dados pelos próprios parâmetros estruturais do modelo derivado a partir de microfundamentos. Isto é, os mesmos que aparecem nas curvas de demanda e de oferta agregadas. Estes parâmetros podem ser estimados através do modelo estrutural ou simplesmente calibrados, como aqui adotado.

---

[10] O valor de estado estacionário do subsídio é $\bar{s} = \frac{\mu - 1}{\mu}$.

[11] Maiores detalhes didáticos podem ser encontrados em Woodford (2003). Ilustrativamente, outros trabalhos que utilizam este tipo de abordagem são Amato & Laubach (2002) e Ball *et ali* (2003).

Além disso, não precisamos escolher de maneira *ad hoc* quais as variáveis que entram na avaliação do bem estar. Elas são fornecidas pela própria expansão da função de utilidade e pela estrutura a partir da qual construímos o modelo estrutural da economia.

A função de utilidade é dada pela equação 1, envolvendo os consumos privado e público e o nível de trabalho. A expansão do primeiro termo fica, já substituindo a condição de *market clearing*:

$$u(c_t, g_t) = u_1\bar{y}\left\{\hat{y}_t + \frac{(1-\sigma)}{2\alpha_c}\hat{y}_t^2 + \alpha_g\left(\frac{u_2}{u_1}-1\right)\hat{g}_t + (1-\alpha_c)\left(\frac{(1-\sigma)}{2\alpha_c} + \frac{u_2}{u_1}\frac{(1-\theta)}{2} - \eta\right)\hat{g}_t^2\right\}$$
$$+ u_1\bar{y}\left(\eta - \frac{(1-\sigma)(1-\alpha_c)}{\alpha_c}\right)\hat{g}_t\hat{y}_t + O^3$$

A expansão de segunda ordem para a desutilidade do trabalho, usando a definição de produto natural para eliminar $\hat{a}_t$, fica:

$$v(h_t) = u_1\bar{y}\left\{\hat{y}_t + \frac{(1+\nu)}{2}\hat{y}_t^2 - (\tilde{\sigma}+\nu)\hat{y}_t\hat{y}_t^n + (\tilde{\sigma}(1-\alpha_c)+\eta)\hat{y}_t\hat{g}_t + \hat{\Delta}_t\right\} + O^3$$

Fazendo, finalmente, a aproximação para a função de utilidade completa com os termos coletados, encontramos como resultado:

$$U(c_t, g_t, h_t) = u_1\bar{y}\left\{-\frac{(\tilde{\sigma}+\nu)}{2}\left(\hat{y}_t - \hat{y}_t^n\right)^2 + \alpha_g\left(\frac{u_2}{u_1}-1\right)\hat{g}_t\right\} +$$
$$+ u_1\bar{y}\left\{\frac{\alpha_g}{2}\left(\frac{u_2}{u_1}(1-\theta) - \tilde{\sigma} - 2\eta\right)\hat{g}_t^2 + \frac{\alpha_g}{2\alpha_c}\left(\hat{y}_t - \hat{g}_t\right)^2 + \frac{(\tilde{\sigma}+\nu)}{2}\left(y_t^n\right)^2 - \hat{\Delta}_t\right\} + O^3$$

Assim, simplificando a notação, a aproximação da função de perda relevante para a caracterização das políticas ótimas, ou o negativo da aproximação da função de utilidade, pode ser escrita como a equação 14[12].

---

[12] Utilizamos a seguinte expansão de segunda ordem: $\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\Delta_t = \frac{\alpha\theta}{(1-\alpha)(1-\alpha\beta)}\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\pi_t^2 + TIP + O^3$. Este termo representa a dispersão de preços e é definido como $\Delta_t = \int_0^1 p_t(z)^{-\theta}\,dz$. Além disso, fizemos a hipótese de que as utilidades marginais dos consumos privado e público em estado estacionário são iguais.

$$(14) \qquad L_t \equiv \lambda_\pi \pi_t^2 + \lambda_x x_t^2 + \lambda_g \hat{g}_t^2 - \lambda_{gy} \left(\hat{y}_t - \hat{g}_t\right)^2 - \lambda_y \left(y_t^n\right)^2 + O^3$$

Onde,

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U\left(c_t, g_t, h_t\right) = -\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t L_t + TIP + O^3$$

$$\lambda_\pi \equiv \frac{\alpha\theta}{(1-\alpha)(1-\beta\alpha)} \qquad \lambda_x \equiv \left(\nu + \tilde{\sigma}\right) \qquad \lambda_{gy} \equiv \frac{\alpha_g}{\alpha_c}$$

$$\lambda_y \equiv \left(\nu + \tilde{\sigma}\right) \qquad \lambda_g \equiv \alpha_g \left(\theta + \tilde{\sigma} + 2\eta - 1\right)$$

A função de perda aproximada (equação 14) será usada para caracterizar as políticas fiscal e monetária ótimas. Ela envolve todos os termos dependentes da política econômica, coletando todos os termos que não dependem das políticas adotas nos termos independentes da política (T.I.P.).

Note que se a função de utilidade do agente representativo possuísse um choque de preferência, ele não seria importante para a caracterização das políticas ótimas, pois é exógeno e conseqüentemente não pode ser afetado pelas políticas adotadas. Deste modo, poderíamos ignorá-lo na obtenção da aproximação da função de perda (L_t), coletando-os no termo T.I.P.

À partir dos microfundamentos do modelo mais simples para avaliação da política monetária ótima, como em Woodford (2003), obtém-se como função de perda aproximada a seguinte expressão: $L_t = \lambda_\pi \pi_t^2 + \lambda_x x_t^2$, onde a notação é compatível e os pesos são os mesmos que os indicados acima.

Os termos adicionais são conseqüência da estrutura menos restritiva adotada para a economia. Em primeiro lugar, para dispor do instrumento fiscal, introduzimos um agente adicional na economia, o governo. Assim, a condição de equilíbrio de mercado não é mais $y_t = c_t$ como em Woodford (2003), passando a $y_t = c_t + g_t$. Ou seja, no primeiro caso a proporção do gasto público em estado estacionário é nula ($\alpha_g = 0$), eliminando o terceiro e o quarto elemento da função de perda aproximada.

Note que ao considerar o gasto público endógeno, tornamos o produto natural endógeno, também (equação 10). Deste modo, não podemos ignorá-lo na consideração dos termos relevantes para a caracterização das políticas ótimas, como ocorre em Woodford (2003). Isto ocorre, pois a autoridade fiscal deve considerar o efeito que exerce sobre o produto natural na escolha das respostas ótimas. Se adotarmos a hipótese de que o gasto público é exógeno, descartaríamos o quinto termo da função de perda aproximada para o T.I.P., assim como faríamos se existisse um choque de preferência exógeno.

Deste modo, ao introduzir o governo na economia, bem como dispor do gasto público como instrumento fiscal, obtemos uma função de bem estar diferente do explicitado no modelo mais simples presente em Woodford (2003), por exemplo. Cabe lembrar, que diferentes estruturas e hipóteses sobre a economia implicam em diferentes funções de perda aproximadas, tanto para os pesos relativos, quanto para as variáveis nela explicitadas.

Veja, por exemplo, Amato & Laubach (2002) que estudam a formação de hábito no consumo, onde a função de bem estar incorpora variâncias do hiato, inflação, nível do produto e autocovariância de primeira ordem do próprio produto. Ou ainda, Ball *et ali* (2003) que substituem a hipótese de rigidez de preços pela de rigidez de informação, obtendo uma função de perda que envolve apenas as variâncias do produto e da inflação.