



Eduardo Khawaja de Resende

**Análise de Entranhamento em Escoamento Anular
Vertical**

Projeto de Graduação

Projeto final apresentado ao Programa de graduação
em Engenharia Mecânica da PUC-Rio como requisito
parcial para obtenção do título de Bacharel em Enge-
nharia Mecânica.

Orientador: Angela Ourivio Nieckele

Coorientador: João Neuenschwander Escosteguy Carneiro

Rio de Janeiro

Junho de 2021

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer à minha família, que sempre me apoiou e nunca desistiu de mim, mesmo nos momentos mais difíceis. Por me motivarem sempre a aprender e a buscar saber mais.

Em segundo lugar, agradeço minha namorada Eduarda Loureiro, por me incentivar e estar lá por mim mesmo quando eu mesmo não acreditava e pensava que não seria mais possível.

Gostaria de agradecer também à orientadora, Angela Ourivio Nieckele, que foi fundamental ao longo desses dois períodos, sempre disponível e solícita a ajudar e a me motivar. Ser compreensiva nos momentos difíceis, foi crucial para concluir este trabalho.

Além dela, gostaria de agradecer também meu coorientador, João Neuenschwander Escosteguy Carneiro e ao Rodrigo Castello Branco, por toda a ajuda que eles me deram, todo o suporte que eles propuseram ao participar das reuniões e auxiliarem a Angela durante o período do trabalho.

Agradeço também meus colegas de curso Cícero Vargas, Fellipe Lopez e José Luiz Maranhão por dividirem comigo a rotina de todo o curso de mecânica e por todo o incentivo dado por eles.

E, finalmente, agradeço aos amigos que fiz ao longo dessa jornada. Eles fizeram com que a caminhada até aqui fosse prazerosa e inesquecível.

RESUMO

de Resende, Eduardo K., Nieckele; Angela O. (orientadora), João Neuenschwander Escosteguy Carneiro (coorientador). **Análise de Entranhamento em Escoamento Anular Vertical** Rio de Janeiro, 2021. 53p. Projeto Final de Graduação - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Escoamentos multifásicos são frequentemente encontrados na natureza e na indústria. Dependendo da geometria e das propriedades dos fluidos, essas fases podem se distribuir formando diferentes tipos de padrões. Ao longo de tubulações, encontramos os padrões anular, estratificado, gol-fadas, bolhas, etc. O foco deste estudo é no escoamento anular vertical, o qual é caracterizado por um núcleo gasoso central escoando em alta velocidade e um filme de líquido. Devido à alta velocidade de gás, gotículas de líquido podem se entranhar no núcleo gasoso, assim como podem voltar a se depositar no filme de líquido. Este processo pode ter um impacto significativo nas características do escoamento. Dessa forma, o objetivo deste trabalho é analisar modelos de entranhamento e deposição em escoamento anular vertical através do Modelo 1D de Dois Fluidos. Dois conjuntos de modelos foram selecionados para serem investigados. O primeiro consiste no modelo de entranhamento de Ueda (1979) para as gotículas e de Pan & Hanratty (2002) para a deposição, sendo o segundo conjunto uma versão modificada destes, incluindo uma concentração destes fenômenos nas cristas das ondas. Os dados obtidos foram comparados com a literatura e mostraram melhores resultados com os modelos modificados na previsão da espessura do filme e da frequência das ondas interfaciais.

Palavras chaves:

Escoamento anular, Modelo de Dois Fluidos, Entranhamento e deposição de gotículas.

ABSTRACT

de Resende, Eduardo K., Nieckele; Angela O. (advisor), João Neuschwander Escosteguy Carneiro (co-advisor). **Entrainment Analysis in Annular Vertical Flow** Rio de Janeiro, 2021. 53p. Final Project – Department of Mechanical Engineering, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Multiphase flows are frequently found in nature and industry. Depending on its geometry, those phases can present themselves in different patterns. Through pipes, there are the annular, slug, stratified, bubble patterns, etc. The present study focus is in the annular vertical flow, which is characterized by a gas core flowing in high velocity and a liquid film. Due to high gas velocity, liquid droplets can entrain the gas core and can also deposit back in the liquid film. This process can have a significant impact in the flow characteristics. Thus, the objective of this work is to analyze entrainment and deposition models in annular vertical flow through the 1D Two Fluid Model. Two combinations of models were selected to be investigated. The first one consists in Ueda's (1979) droplets entrainment model and Pan & Hanratty's (2002) for deposition, and the second one is a modification of these models, including a coefficient to concentrate these phenomenon on the tip of the waves. The data obtained were compared to the literature and showed improved results with the modified models for the prediction of the liquid film height and in the frequency of interfacial waves.

Key-words:

Annular flow, Two Fluid Model, Droplets Entrainment and deposition.

SUMÁRIO

SUMÁRIO	5
Lista de Figuras	7
Lista de Tabelas	9
Nomenclatura	10
Símbolos gregos	10
Subscritos	11
1. Introdução	12
1.1 Objetivo	14
1.2 Organização do Manuscrito	14
2. Revisão Bibliográfica	16
3. Modelo Matemático	20
3.1 Conservação de Massa	21
3.2 Conservação de Quantidade de Movimento Linear	22
3.3 Modelos de Entranhamento e Deposição	25
3.4 Condições de Contorno e Inicial	26
3.5 Pós-processamentos	27
3.6 Modelo Numérico	29
4. Resultados e Discussão	31
4.1 Seleção dos casos	31
4.2 Espessura do filme líquido ao longo do duto	34

		6
4.3	Gradiente de Pressão	37
4.4	Velocidade de Grupo	39
4.5	Taxas de entranhamento e deposição	41
4.6	Frequências e Ondas	42
5.	Conclusões e Sugestões	50
Referências Bibliográficas		52

Lista de Figuras

Figura 1.1: Padrões de escoamento bifásico em dutos horizontais e verticais. Carneiro (2006)	12
Figura 1.2 : (a) Escoamento anular com entranhamento de gotículas (b) Ondas de perturbação. adaptada de Azzopardi (2006).	13
Figura 2.1: Representação do critério de Ishii & Grolmes (1975) para transição do escoamento anular sem e com entranhamento (adaptado de Ishii & Grolmes, 1975).....	16
Figura 2.2: Mecanismos de entranhamento de gotículas Ishii & Grolmes (1975).	17
Figura 3.1: Ilustração de dois sinais de correlação cruzada. (Fontalvo et al, 2020).....	27
Figura 4.1: Mapa de padrão de escoamento e limite de região de entranhamento para os dados experimentais do Fore & Dukler (1995), apresentado por Siqueira (2019).	33
Figura 4.2: Mapa de padrão de escoamento e limite de região de entranhamento para os dados experimentais do Zhao (2014), apresentado por Siqueira (2019).....	33
Figura 4.3: : Espessura do filme líquido ao longo do duto. Zhao-1 e Zhao-2	34
Figura 4.4: Espessura do filme líquido na extremidade final do duto em função das velocidade de gás. Casos Fore-Dukler –I e Fore-Dukler –II.	35
Figura 4.5: Espessura do filme líquido ao longo do duto. Casos Fore-Dukler –I e Fore-Dukler –II.....	36
Figura 4.6: Comparação da espessura média do filme líquido no duto numérico com dados experimentais	37
Figura 4.7: Gradiente de pressão em função das velocidades de Fore-Dukler-i e Fore-Dukler-II.....	38

Figura 4.8: Comparação do gradiente de pressão numérica com dados experimentais	38
Figura 4.9: Velocidade de grupo em função das velocidades de gás. Fore-Dukler-I e Fore-Dukler-II	40
Figura 4.10: Comparação da velocidade de grupo numérica com dados experimentais. Fore e Dukler (1995)	40
Figura 4.11: Fração de entranhamento (Fore & Dukler, 1995)	41
Figura 4.12: Taxa de deposição. Fore e Dukler (1995)	42
Figura 4.13: Frequência dominante ao longo do duto Zhao 1 e Zhao 2	43
Figura 4.14: Frequência PSD em diferentes posições do duto no caso Zhao-2	44
Figura 4.15: Frequência PSD em diferentes posições do duto Zhao-1	44
Figura 4.16: Frequência PSD de $ResL = 56$ e $U_{sg} = 31,2$ em diferentes posições do duto Fore & Dukler (1995)	45
Figura 4.17: Frequência PSD de $ResL = 560$ e $U_{sg} = 26,3$ em diferentes posições do duto Fore & Dukler (1995)	45
Figura 4.18: Frequência PSD de $ResL = 300$ e $U_{sg} = 36,5$ em diferentes posições do duto Fore & Dukler (1995)	45
Figura 4.19: Frequência PSD de $ResL = 3000$ e $U_{sg} = 23,7$ em diferentes posições do duto Fore & Dukler (1995)	45
Figura 4.20: Altura de onda com diferentes $ResL$ em função da velocidade de gás na posição de 3,5m do duto Fore & Dukler (1995)	46
Figura 4.21: Taxa de amplificação para o $ResL = 56$	47
Figura 4.22: Taxa de amplificação para o $ResL = 300$	48
Figura 4.23: Taxa de amplificação para o $ResL = 560$	48
Figura 4.24: Taxa de amplificação para o $ResL = 3000$	49

Lista de Tabelas

Tabela 4.1: Configurações	32
Tabela 4.2: Propriedades do gás e líquido	32
Tabela 4.3: Casos escolhidos.....	32

Nomenclatura

A	Área da seção transversal da tubulação, [m ²]
\mathbb{C}	Parâmetro de fluxo de quantidade de movimento, [-]
C_D	Coeficiente de arraste de gotículas, [-]
Co	Número de Courant, [-]
C_w	Velocidade da estrutura, [m/s]
D	Diâmetro do duto, [m]
d_D	Diâmetro da gotícula, [m]
E	Fração de entranhamento, [-]
F	Força de atrito por unidade de volume, [Pa/m]
f	Fator de atrito, [-]
g	Aceleração da gravidade, [m/s ²]
h_b	Espessura do filme base, [m]
h_L	Espessura do filme líquido, [m]
p	Pressão, [Pa]
R_e	Taxa de entranhamento de gotículas, [kg/s/m]
R_d	Taxa de deposição de gotículas, [kg/s/m]
R_G	Constante dos gases, [m ² /s ² /K]
Re	Número de Reynolds, [-]
S	Perímetro molhado, [m ²]
t	Tempo, [s]
T	Temperatura, [K]
U	Velocidade, [m/s]
x	Coordenada axial, [m]
\forall	Volume, [m ³]

Símbolos gregos

α	Fração volumétrica da fase, [-]
β	Ângulo de inclinação da tubulação em relação à horizontal, [°]

μ	Viscosidade dinâmica, [Pa s]
ξ	Parâmetro de ajuste, [-]
ρ	Massa específica, [kg/m ³]
σ	Tensão superficial, [N/m]
τ	Tensão cisalhante, [Pa]
ϕ	Termo fonte (fluxo mássico), [kg/s/m ²]

Subscritos

B	Bolhas = gás disperso
d	Deposição de gotículas
D	Gotículas (droplets) = líquido disperso
e	Entranhamento de gotículas; referente à face leste do volume de controle principal
E	Referente ao centro do volume de controle escalar a leste
G	Gás = gás contínuo
GD	Mistura gás-gotículas = gás contínuo (G) + líquido disperso (D)
GT	Gás total = gás contínuo (G) + gás disperso (B)
i	Interface
L	Líquido = líquido contínuo
LB	Mistura líquido-bolhas = líquido contínuo (L) + gás disperso (B)
LT	Líquido total = líquido contínuo (L) + líquido disperso (D)

1. Introdução

Frequentemente, escoamentos encontrados na natureza e na indústria apresentam mais de uma fase da mesma substância ou de substâncias diferentes, caracterizando um escoamento multifásico. Escoamentos multifásicos em dutos podem ser encontrados nas indústrias nuclear, química, de petróleo, refrigeração, etc. Dependendo da geometria e das propriedades dos fluidos, essas fases podem se distribuir formando diferentes tipos de padrões como: anular, estratificado, golfadas, bolhas, etc. A Figura 1.1 ilustra esses padrões para tubulações horizontais e verticais.

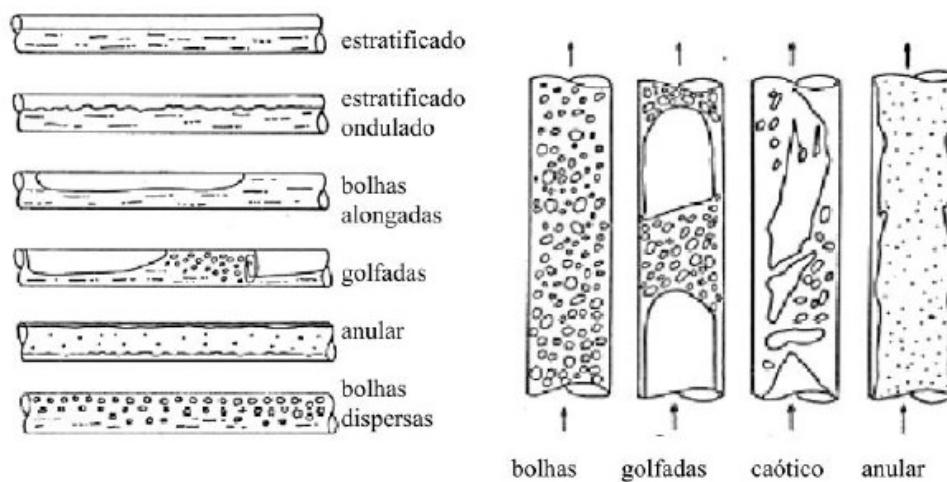


Figura 1.1: Padrões de escoamento bifásico em dutos horizontais e verticais. Carneiro (2006)

Os diferentes padrões de escoamento apresentam um impacto direto na produção contínua, nas vazões obtidas, nos controles de fechamento de válvulas, etc. Dessa forma, a previsão de escoamentos multifásicos é fundamental para manter operações seguras e eficientes em instalações industriais.

O padrão anular pode ocorrer com frequência em escoamentos com elevadas vazões de gás. Este padrão de escoamento é caracterizado por um fluxo central de gás envolto de uma camada fina de líquido conforme ilustrado na Figura 1.1. O núcleo de gás de um escoamento anular pode

causar a formação de ondas que perturbam o filme líquido. Além dessas ondas, devido ao cisalhamento entre as interfaces líquido-gás, gotículas podem ser formadas e levadas pelo núcleo do escoamento, o que caracteriza um escoamento anular com entranhamento (Figura 1.2b). Estas gotículas também podem voltar a depositar na camada de líquido. De forma análoga, bolhas de gás podem entranhar no filme de líquido e/ou voltar a ser absorvida pelo núcleo central gasoso. A presença dessas gotículas e bolhas afeta diretamente a perda de carga. Dessa forma, prever dinâmicas que envolvam entranhamentos/deposição de gotículas e/ou de bolhas é muito importante para a operação adequada de escoamentos no padrão anular.

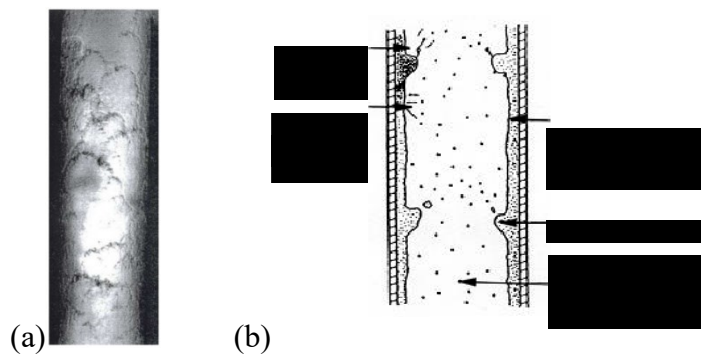


Figura 1.2 : (a) Escoamento anular com entranhamento de gotículas (b) Ondas de perturbação. adaptada de Azzopardi (2006).

A previsão do escoamento multifásico é complexa, pois as fases podem se distribuir de diversas formas, e sua distribuição é desconhecida a priori. Para vencer esse desafio, existem diversas metodologias (Prosperetti & Tryggvason 2007), como Modelos de um Fluido, onde as fases são consideradas como um único fluido com propriedades variáveis e Modelos Multi-fluidos, baseado em propriedades médias nas fases. Como exemplos de modelos de um fluido, podemos citar método VOF (Volume of Fluid) ou Level-Set. Já para modelos de Multifluidos, se destacam os Modelos de Dois Fluidos, Modelos de Deslizamento e Modelos de Mistura. O Modelo de Dois Fluidos tem sido utilizado com considerável sucesso para prever escoamentos multifásicos em tubulações (Simoes *et al.* 2014, Fontalvo *et al.* 2020).

Siqueira (2019) desenvolveu um modelo de entranhamento de gotículas no núcleo gasoso do escoamento anular vertical. Os resultados se mostraram promissores, motivando o desenvolvimento do presente trabalho, com um aprofundamento na análise dos resultados, avaliando a influência das pequenas perturbações que ocorrem na interface do escoamento, principalmente a propagação de ondas de perturbação.

1.1 Objetivo

O trabalho tem como objetivo analisar diferentes modelos de entranhamento visando identificar a influência que o entranhamento das gotículas líquidas tem no gradiente de pressão ao longo do duto, na altura média do filme, na frequência de ondas grandes, frequência de ondas PSD (Power Spectral Density) e na taxa de crescimento linear das ondas. Os modelos são avaliados através da comparação com resultados existentes na literatura. A partir desta análise, pretende-se recomendar o modelo de entranhamento que permita aprimorar as previsões deste tipo de escoamento.

O Grupo de Dinâmica dos Fluidos Computacional do Departamento de Engenharia Mecânica (DEM) na PUC-Rio vem trabalhando nos últimos anos na análise de escoamentos multifásico (bifásico e trifásico) tanto em tubulações horizontais quanto verticais, para diferentes padrões de escoamento. Um código baseado no Modelo de Dois Fluidos vem sendo aprimorado para prever de forma precisa e eficiente uma gama de problemas relevantes para a indústria. Este código foi utilizado neste trabalho, visando aprimorar as previsões para este tipo de escoamento.

1.2 Organização do Manuscrito

No Capítulo 2, é apresentada uma revisão bibliográfica, abordando principalmente trabalhos anteriores que dizem respeito a escoamento anular com entranhamento de gotículas.

No Capítulo 3, é apresentado o modelo matemático que foi utilizado para realizar as simulações. Apresenta-se as equações do Modelo de Dois

Fluidos e as grandezas associadas ao entranhamento de gotículas. Adicionalmente, informações sobre o método numérico são apresentadas.

Já no capítulo 4, são apresentados os resultados das simulações usando os modelos descritos anteriormente, com as devidas interpretações.

E por último, no Capítulo 5, são apresentadas as conclusões e sugestões para futuros trabalhos.

2. Revisão Bibliográfica

Neste capítulo uma revisão bibliográfica focada no modelo de Dois Fluidos 1D e particularizada para o padrão anular é apresentada.

Ishii & Grolmes (1975) sugeriram que o entranhamento de gotículas é causado pela penetração do gás na interface líquido-gás. A partir dessa sugestão eles propuseram um valor crítico de Reynolds a partir do qual ocorre entranhamento. Desenvolveram também um modelo, amplamente utilizado na literatura (Azzopardi, 1997); Sawant *et al.*, (2008a) para prever a transição do escoamento anular sem gotículas para escoamento com gotículas. O critério está representado na Figura 2.1 onde existem 3 regiões em um mapa de escoamento em função do número de Reynolds do filme líquido e da velocidade do gás. O critério se baseia no mecanismo de cisalhamento das ondas (mecanismo um da Figura 2.2:).

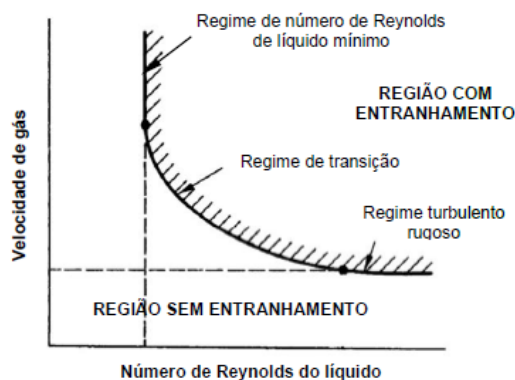


Figura 2.1: Representação do critério de Ishii & Grolmes (1975) para transição do escoamento anular sem e com entranhamento (adaptado de Ishii & Grolmes, 1975)

Ishii & Grolmes (1975) também descreveram a interação do núcleo do escoamento com as ondas de perturbação. Foi descrito que essa interação depende das características do padrão do escoamento e do formato das ondas formadas a partir dos cinco mecanismos básicos para o entranhamento de gotículas (Figura 2.2:). O primeiro (cisalhamento) ocorre na crista das ondas e é causado pela tensão cisalhante na interface líquido-gás que

pode deformar as ondas, já que o líquido e gás possuem velocidades diferentes. O segundo, ocorre quando o gás corta o filme líquido. O terceiro acontece com a ruptura de bolhas que se formam no filme líquido. No quarto tipo, essa formação de gotículas é devido ao impacto de líquido que gera ondas que colidem sobre o próprio filme líquido. E o quinto ocorre quando há reversão de escoamento do filme de líquido, que se choca com o gás em alta velocidade.

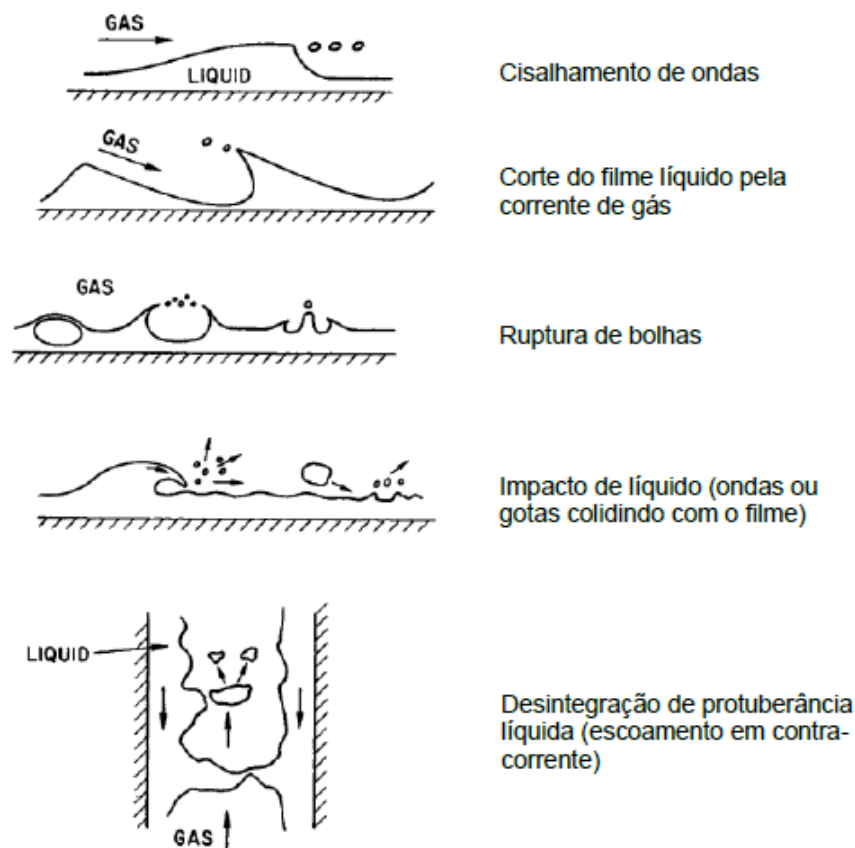


Figura 2.2: Mecanismos de entranhamento de gotículas Ishii & Grolmes (1975).

Oliemans (1986) percebeu que o modelo de dois fluidos pode ser usado para descrever o escoamento anular vertical e também que o entranhamento de gotículas no núcleo do escoamento influencia consideravelmente o gradiente de pressão, a altura do filme de líquido, as forças exercidas no tubo, etc.

Há um grande esforço para a obtenção de dados experimentais para o escoamento anular vertical. Devido a estes testes, possui-se diversos dados para desenvolver e validar modelos numéricos. Fore & Dukler (1995)

apresentam resultados para algumas grandezas relevantes, como gradiente de pressão, espessura do filme líquido, taxa de entranhamento e velocidade da onda.

Azzopardi (1997) mostrou que a ocorrência de ondas está amplamente ligada às condições mínimas para que ocorra o entranhamento de gotículas no núcleo gasoso. Estes estudos ainda foram comprovados posteriormente por Han, *et al.* (2006), e foi afirmado que as ondas desempenham um papel fundamental no processo de entranhamento de gotículas.

Mais recentemente, Sawant *et al.* (2008) avaliaram os efeitos da pressão e velocidades das fases sobre a fração de entranhamento das gotículas e Zhao (2014) analisou o impacto do comportamento das ondas de perturbação sobre este entranhamento ao longo da tubulação.

O Modelo de Dois Fluidos (Ishii & Hibiki, 2011) consiste na solução de equações de quantidade de movimento, conservação de massas e energia para cada uma das fases, as quais são acopladas com as relações de fechamento interfaciais. De acordo com Ishii & Hibiki (2011), o Modelo de Dois Fluidos é “o modelo de formulação macroscópica de termofluidodinâmica de sistemas bifásicos mais detalhado e preciso”. A utilização do Modelo de Dois Fluidos para previsão de escoamentos em dutos vem crescendo nos últimos anos. Issa e Kempf (2003), Bonizzi e Issa (2003), Bonizzi *et al.* (2009), Nieckele *et al.* (2013), Emanzadeh e Issa (2013a, b), Simões *et al.* (2014), Nieckele e Carneiro (2017) e Fontalvo *et al.* (2020) demonstraram a versatilidade do Modelo de Dois Fluidos, que é capaz de prever razoavelmente bem diversos padrões de escoamento, tanto em tubulações horizontais quanto verticais.

No entanto, como são modelos unidimensionais, estes podem ser mal postos para determinadas configurações (Liao *et al.*, 2008; Galleni e Isaa, 2015) necessitando a introdução de parâmetros para regularizar as equações, de forma a tornar o sistema bem-posto. A determinação desses parâmetros deve ser feita através da identificação dos fenômenos físicos que precisam ser contabilizados na modelagem.

Ao avaliar os resultados do Modelo de Dois Fluidos 1D para escoamento anular, Silva (2015) e Fontalvo (2016) destacaram que é desejável incorporar o entranhamento e deposição de gotículas na modelagem.

Outros autores têm atuado no estudo de escoamento multifásico anular. Correlações para as taxas de entranhamento e deposição de gotículas foram desenvolvidas em diversos trabalhos anteriores, como Ueda (1979), que propôs uma correlação empírica em que a taxa de entranhamento depende da tensão cisalhante na interface gás-líquido, das propriedades do líquido e da velocidade do filme. Bertodano, et al. (2001) propôs uma taxa de entranhamento que depende das velocidades das duas fases e da massa específica do gás.

Pan e Harraty (2002) apresentaram um modelo no qual a taxa de deposição de gotículas é proporcional a média quadrática da flutuação de velocidade de gotículas, além da sua concentração.

Siqueira (2019) também utilizando o modelo de Dois Fluidos 1D analisou alguns modelos de entranhamento e propôs um modelo que leva em consideração a influência da variação da espessura do filme de líquido no processo.

Fontalvo *et al.* (2020) analisaram o escoamento anular vertical utilizando o modelo de Dois Fluidos 1D e discutiram a importância de introduzir na modelagem o parâmetro de fluxo de quantidade de movimento, devido à não uniformidade do perfil de velocidade. Também discutiram a necessidade de considerar uma pressão dinâmica, relacionada com a diferença de velocidades na interface. No entanto, não consideram a presença de gotículas.

A partir da revisão da literatura, ficou claro a necessidade da inclusão de modelos de entranhamento na modelagem de escoamento no padrão vertical anular. No entanto, a modelagem adequada ainda não encontra-se perfeitamente estabelecida, tornando então necessário avaliar o desempenho de diferentes propostas de forma a identificar a melhor opção. Dessa forma, no presente trabalho, investiga-se o desempenho de diferentes modelos de entranhamento na determinação das variáveis do escoamento.

3. Modelo Matemático

Com o intuito de determinar o campo de velocidades, pressão e frações volumétricas em um escoamento anular bifásico vertical, foi selecionado o Modelo de Dois Fluidos unidimensional (Ishi e Hibiki, 2011).

Apesar do seu nome, muitas vezes ele pode também ser referenciado como modelo de Multi-Fluido ou Multi-Campo, porque as fases podem ser classificadas como diferentes fluidos na mesma fase ou não. As diferentes fases precisam respeitar a seguinte restrição:

$$\sum_{k=1}^n \alpha_k = 1 \quad (3.1)$$

onde α_k representa a fração volumétrica da fase k .

A modelagem de Multi-Fluido resolve uma equação de conservação para cada fase. Considerando escoamento isotérmico, tem-se para cada fase k , uma equação de conservação de massa e de quantidade de movimento

$$\frac{\partial(\rho_k \alpha_k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_k \alpha_k U_k)}{\partial x} = \Gamma_k \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho_k \alpha_k U_k)}{\partial t} + \frac{\partial(\mathbb{C}_k \rho_k \alpha_k U_k^2)}{\partial x} = \\ & = \alpha_k \frac{\partial p_{ik}}{\partial x} - \frac{\partial \alpha_k (p_k - p_{ik})}{\partial x} - \rho_k \alpha_k g - F_{wk} \pm F_{i_k} + M_k \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde ρ é a massa específica, x e t são as coordenadas espacial e tempo, respectivamente. U é a velocidade, p é a pressão e g é a aceleração da gravidade. \mathbb{C}_k é o parâmetro de distribuição de quantidade de movimento, para levar em consideração o fato de que a velocidade não é uniforme na seção transversal. p_{ik} representa a pressão da fase k na interface (subscrito i indica interface). F_{wk} representa a força viscosa entre a fase k e a

parede do duto e F_{i_k} representa a força devido a tensão cisalhante na interface da fase k . Γ_k e M_k representam os fluxos de massa e quantidade de movimento na interface devido a transferência de massa entre as fases.

Uma característica do escoamento em padrão anular é o fato deste possuir um filme líquido escoando junto a parede, circunscrito ao núcleo. Porém, pode-se observar a presença de gotículas líquidas dispersas no gás ou bolhas de gás dispersas no líquido. Essas bolhas e gotículas podem ser consideradas fases adicionais. Considerando essas fases adicionais, temos então: gás contínuo (G), líquido contínuo (L), gás disperso (B), líquido disperso (D). Combinando as fases, temos: gás total ($GT = G + B$), líquido total ($LT = L + D$), mistura gás-gotículas ($GD = G + D$) e mistura líquido-bolhas ($LB = L + B$).

No presente trabalho, baseado no trabalho de Siqueira (2019) é considerada somente a existência de gotículas de líquido dispersas no núcleo de gás, desprezando a existência das bolhas. As fases consideradas são: gás contínuo, líquido contínuo (filme de líquido) e gotículas.

Para analisar o escoamento, pode-se resolver separadamente cada uma das fases, ou pode-se considerar combinações de algumas fases. A partir das equações de conservação de cada uma das fases, pode-se obter as equações para as fases combinadas.

3.1 Conservação de Massa

As frações volumétricas de cada fase podem ser obtidas através da solução da equação de conservação de massa da respectiva fase.

Para o filme de líquido:

$$\frac{\partial(\rho_L \alpha_L)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_L \alpha_L U_L)}{\partial x} = -(\phi_e - \phi_d) \quad (3.4)$$

Para as gotículas:

$$\frac{\partial(\rho_L \alpha_D)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_L \alpha_D U_D)}{\partial x} = (\phi_e - \phi_d) \quad (3.5)$$

E para o gás:

$$\frac{\partial(\rho_G \alpha_G)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_G \alpha_G U_G)}{\partial x} = 0 \quad (3.6)$$

onde os subscritos L, D e G representam filme de líquido, gotículas, e gás, respectivamente. Note que os termos do lado esquerdo das equações foram escolhidos para representar a diferença entre as vazões mássicas de entranhamento (ϕ_e) e deposição (ϕ_d), correspondendo ao fluxo líquido de massa por unidade de volume na interface, tal que $\sum \Gamma_k = 0$.

A fração de líquido total é igual a soma da fração de líquido no filme α_L e das gotículas α_D :

$$\alpha_{LT} = \alpha_L + \alpha_D \quad (3.7)$$

e a soma da fração volumétrica gás com a fração volumétrica de líquido total deve ser igual a 1

$$\alpha_{LT} + \alpha_G = 1 \quad (3.8)$$

A massa específica do gás é definida pela equação de gases ideais

$$\rho_G = \frac{p_G}{R_G T} \quad (3.9)$$

onde R_G é a constante do gás e T a temperatura.

3.2 Conservação de Quantidade de Movimento Linear

Para determinar a velocidade das fases, optou-se por determinar a velocidade do filme de líquido U_L e da mistura gás-gotícula (GD).

A equação de conservação de quantidade de movimento linear para o filme líquido é

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho_L \alpha_L U_L)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_L \alpha_L U_L U_L)}{\partial x} = \\ & = -\alpha_L \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial \alpha_L \partial \Delta p_{dyn}}{\partial x} - \rho_L \alpha_L g - F_{wL} - F_i - \phi_e U_L + \phi_d U_D \end{aligned} \quad (3.10)$$

onde \mathbb{C}_L é o parâmetro de distribuição de quantidade de movimento do filme líquido e como recomendado por Song (2003) e Fontalvo *et al.* (2020) foi definido com o valor de $\mathbb{C}_L = 1,05$.

De acordo com (Carneiro *et al.* 2011, Simões *et al.*, 2014, Fontalvo *et al.* 2020), considerou-se que a pressão na interface é igual para as fases contínuas ($p_{iGD} = p_{iL} = P$), i.e., desprezou-se salto de pressão devido a curvatura da interface e tensão superficial. Δp_{dyn} representa a diferença entre a pressão média no filme líquido (p_L) e a pressão na interface P . Como foi apresentado por Fontalvo *et al.* (2020):

$$\Delta p_{dyn} = (p_L - P) = 0,02 \rho_L (U_L - U_{onda})^2 \quad (3.11)$$

A velocidade de onda U_{onda} pode ser calculada utilizando o modelo que foi proposto por Berna, *et al.* (2014)

$$U_{onda} = 50 \frac{\sqrt{\rho_{GD}} U_{SGD} + \sqrt{\rho_L} U_{SL}}{\sqrt{\rho_{GD}} + \sqrt{\rho_L}} Re_{SGD}^{-0,38} Re_{SL}^{0,16} ST_w^{-0,13} \quad (3.12)$$

sendo baseada nas velocidades superficiais das fases “filme líquido” U_{SL} e “mistura gas-gotículas” U_{SGD} ,

$$U_{SGD} = \frac{\dot{V}_{GD}}{A} \quad ; \quad U_{SL} = \frac{\dot{V}_L}{A} \quad (3.13)$$

onde \dot{V} é a vazão volumétrica. ST_w é o fator de tensão superficial

$$\begin{cases} ST_w = 0,25 \text{ se } N_\mu > \frac{1}{15} \\ ST_w = \frac{0,028}{N_\mu^{0,8}} \text{ se } \leq \frac{1}{15} \end{cases} \quad (3.14)$$

$$N_\mu = \frac{\mu_L}{\sqrt{\rho_L \sigma \left[\frac{\sigma}{g(\rho_L - \rho_G)} \right]^2}} \quad (3.15)$$

sendo N_μ é o número de viscosidade, onde μ é a viscosidade e σ é a tensão superficial gás-líquido.

Os números de Reynolds superficiais para o líquido e para mistura gás-gotícula são:

$$Re_{SL} = \frac{\rho_L U_{SL} D}{\mu_L} \quad ; \quad Re_{SGD} = \frac{\rho_G U_{SGD} D}{\mu_G} \quad (3.16)$$

As forças cisalhantes que atuam na parede e na interface são escritas em função das tensões cisalhantes τ e do perímetro molhado S . as quais são estimadas em função do fator de atrito:

$$F_{wL} = \frac{\tau_{wL} S_L}{A} \quad ; \quad \tau_{wL} = \frac{1}{2} f_L \rho_L |U_L| U_L \quad ; \quad S_L = \pi D \quad (3.17)$$

$$F_i = \tau_i \frac{S_i}{A} \quad ; \quad \tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_G |U_G - U_L| (U_G - U_L) \quad ; \quad S_i = \pi(D - 2 h_L) \quad (3.18)$$

Nas equações acima, h_L é a espessura do filme de líquido e f_L e f_i são o fator de atrito para o líquido e o fator de atrito para a interface, respectivamente.

O fator de atrito para o líquido é definido de acordo com a correlação de Kosky & Staub (1971):

$$\begin{cases} f_L = \frac{16}{Re_{sL}} & se \quad Re_{sL} < 50 \\ f_L = \frac{12,7937}{Re_{sL}^{0,9428}} & se \quad 50 \leq Re_{sL} \leq 1483 \\ f_L = \frac{0,081}{Re_{sL}^{0,25}} & se \quad Re_{sL} > 1483 \end{cases} \quad (3.19)$$

E para o fator de atrito da interface foi escolhido a correlação de Whalley & Hewitt (1978):

$$f_i = \frac{0,079}{Re_{sGD}^{0,25}} \left[1 + 12 \left(\frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{\frac{1}{3}} (1 - \sqrt{\alpha_G}) \right] \quad (3.20)$$

A equação de quantidade de movimento linear da mistura gás-gotícula é obtida combinando a equação de conservação de quantidade de movimento do gás com a da gotícula (Siqueira, 2019), sendo dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_{GD} \alpha_{GD} U_{GD})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_{GD} \alpha_{GD} U_{GD} U_{GD})}{\partial x} = & -\alpha_{GD} \frac{\partial P}{\partial x} - \rho_{GD} \alpha_{GD} g + \\ & + F_i + \phi_e U_L - \phi_d U_D - \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{\rho_G \rho_L \chi_D (1 - \chi_D) \alpha_{GD}}{\rho_{GD}} \right) U_{sD}^2 \right] \end{aligned} \quad (3.21)$$

onde a massa específica da mistura gás-gotículas pode ser obtida pela média volumétrica:

$$\rho_{GD} = \frac{(\alpha_G \rho_G + \alpha_D \rho_L)}{\alpha_{GD}} = (1 - \chi_D) \rho_G + \chi_D \rho_L ; \chi_D = \frac{\alpha_D}{\alpha_{GD}} \quad (3.22)$$

sendo a velocidade relativa definida como

$$U_{sD} = U_G - U_D \quad (3.23)$$

A velocidade relativa U_{sD} foi definida de acordo com o modelo descrito em Siqueira (2019), baseado no trabalho de Emamzadeh (2012)

$$U_{sD} = \sqrt{\frac{4 d_D}{3 C_D \rho_G} \left(\rho_L g - \frac{\partial p}{\partial x} \right)} \quad (3.24)$$

$$C_D = \frac{24}{Re_d} \left(1 + 0,186 Re_d^{0,653} + \frac{0,437}{1+7185/Re_d} \right) \quad (3.25)$$

$$Re_d = \frac{\rho_G U_{sD} d_D}{\mu_G / (1 - \alpha_D)^{2,5}} \quad (3.26)$$

Nas equações acima, d_D é o diâmetro das gotículas e C_D o coeficiente de arraste (Sommerfeld, 2008), baseado no número de Reynolds da gota Re_d . O diâmetro da gotícula depende diâmetro médio de Sauter, diâmetro máximo e diâmetro crítico.

Na próxima seção, apresenta-se os termos de fechamento para os termos de fonte relacionados com os fenômenos de entranhamento e deposição, ϕ_e e ϕ_d .

3.3 Modelos de Entranhamento e Deposição

As taxas de entranhamento e deposição por unidade de volume das equações de conservação de massa dependem dos fluxos mássicos (kg/s/m^2) de entranhamento (R_e) e deposição (R_d)

$$\phi_e = \frac{S_i}{A} R_e ; \quad \phi_d = \frac{S_i}{A} R_d \quad (3.27)$$

Existem diversos modelos para R_e e R_d . Neste trabalho, seguindo a recomendação de Siqueira (2019), selecionou-se para a taxa de deposição o modelo de Pan & Hanratty (2012), combinado com o modelo de Lee *et al.* (1989)

$$R_d^{PH} = \sqrt{\frac{\bar{v}_p^2}{2\pi}} \frac{\alpha_D \rho_L}{\alpha_G} ; \quad \bar{v}_p^2 = \frac{\beta \tau_{lf}}{0,7 + \beta \tau_{lf}} \bar{v}_G^2 \quad (3.28)$$

$$\beta = \frac{3 C_D \rho_G U_{SD}}{4 d_{max} \rho_L} ; \quad \tau_{lf} = \frac{0,046 D}{U_G^*} ; \quad \bar{v}_G^2 = (0,9 U_G^*)^2 ; \quad U_G^* = U_G \sqrt{f_i/2} \quad (3.29)$$

Com relação ao entranhamento, o modelo de Ueda (1997) foi escolhido para ser analisado:

$$R_e^{Ueda} = 3,54 \times 10^{-3} \left[\frac{\tau_i}{\sigma} \left(\frac{U_L \alpha_L}{\sigma} \right)^{0,6} \right]^{0,57} \quad (3.30)$$

sendo a tensão cisalhante τ_i é calculada pela Eq. (3.18), usando a correlação de Whalley e Hewitt (1978) para o fator de atrito.

O segundo conjunto de modelos de deposição e entranhamento selecionado para ser investigado foi proposto por Siqueira (2019), sendo denominado Ueda_Modificado e PH_Modificado. A ideia é introduzir uma concentração dos fenômenos de entranhamento e deposição de gotículas nas cristas das ondas de perturbação do filme líquido. Essa dependência é introduzida através de um parâmetro de ajuste (ξ) e de um critério associado à inclinação do filme líquido (dh_L / dx).

$$\xi = \sqrt{\frac{h_L}{h_b}} ; \quad h_b = 4,8 \frac{D}{Re_{SG}^{0,6}} \quad (3.31)$$

Os modelos modificados de deposição e entranhamento são

$$R_d^{ModPH} = \xi^2 R_d^{PH} \quad (3.32)$$

$$R_e^{ModUeda} = \begin{cases} \xi R_e & \text{se } \frac{dh_L}{dx} > 0 \\ 0 & \text{se } \frac{dh_L}{dx} \leq 0 \end{cases} \quad (3.33)$$

3.4 Condições de Contorno e Inicial

Para todos os casos, a condição de contorno na entrada foi de velocidade superficial de gás e líquido impostos, sendo a pressão prescrita na saída do duto. Considerou-se ainda ausência de gotículas na entrada (fração de gotículas, $\alpha_D = 0$).

Somente a condição estatisticamente permanente foi analisada, dessa forma a condição inicial não é relevante para análise, e campos uniformes de velocidade e pressão foram utilizados para inicializar as simulações.

3.5 Pós-processamentos

Após a obtenção do regime estatisticamente permanente, diversos pós-processamentos podem ser realizados.

Uma grandeza relevante para avaliar a taxa de deposição é a fração de entranhamento E , definida como a razão das vazões em massa de gotículas \dot{m}_D e total de líquido, \dot{m}_{LT}

$$E = \frac{\dot{m}_D}{\dot{m}_{LT}} \quad (3.34)$$

$$\dot{m}_{LT} = \dot{m}_D + \dot{m}_L \quad ; \quad \dot{m}_D = \rho_L U_D \alpha_D A \quad ; \quad \dot{m}_L = \rho_L U_L \alpha_L A \quad (3.35)$$

Uma vez que a interface do filme de líquido apresenta ondulações que influenciam as características do escoamento, é importante avaliar a velocidade de grupo e a frequência PSD das ondulações.

Para calcular a velocidade de grupo, utiliza-se uma correlação cruzada do sinal temporal da espessura do filme de líquido em duas posições no domínio, conforme ilustrado na Figura 3.1.

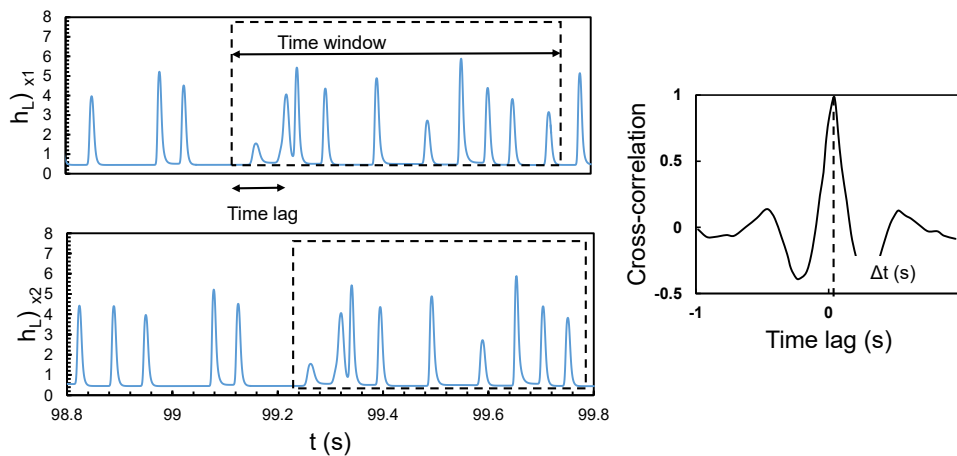


Figura 3.1: Ilustração de dois sinais de correlação cruzada. (Fontalvo et al, 2020).

A velocidade de grupo é então calculada através da razão entre distância entre os picos do sinal da correlação cruzada e o intervalo de tempo Δt associado

$$C_w = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} \quad (3.36)$$

O espectro PSD (Power Spectrum Density) é determinado utilizando uma transformada de Fourier no sinal temporal da espessura do filme líquido em específicas coordenadas. A frequência PSD indica a faixa de frequências que contém a energia do espectro.

A frequência dominante corresponde à frequência associada ao valor máximo do espectro PSD encontrado entre zero e a frequência de Nyquist (500 Hz). Também é importante ressaltar que a integral do espectro da PSD corresponde à raiz quadrada da espessura do filme de líquido em uma determinada posição.

Para determinar a taxa de amplificação linear da ondulação, pode-se utilizar a teoria de instabilidade hidrodinâmica. De acordo com a teoria de estabilidade linear, perturbações do seguinte tipo

$$\varphi' = \varepsilon_\varphi e^{i(kx - \omega t)} \quad (3.37)$$

são introduzidas nas equações de conservação, onde k é o número de onda da perturbação, ω é a frequência angular e ε_φ é a amplitude da perturbação. A determinação dos autovalores do sistema é realizada ao igualar a zero o determinante da matriz do sistema perturbado, necessitando determinar as raízes de um polinômio de segunda ordem do seguinte tipo

$$\{\omega^2 - 2(a k - i b)\omega + (c k^2 - e k i)\} = 0 \quad (3.38)$$

no qual a taxa de amplificação é a parte imaginária das raízes do polinômio e a frequência é a parte real.

3.6 Modelo Numérico

Para resolver as equações de conservação descritas nas seções anteriores, juntamente com os termos de fechamento, utilizou-se o código desenvolvido pelo Grupo de Dinâmica dos Fluidos Computacional do Departamento de Engenharia Mecânica na PUC-Rio.

A discretização foi feita pelo método de Volumes Finitos (Patankar, 1980). As equações discretizadas são obtidas utilizando a integração implícita de primeira ordem de Euler e esquema de segunda ordem TVD (Total Variation Diminishing) de van Leer (Versteeg and Malalasekera (2007) foi o utilizado.

As equações foram resolvidas em ordem sequencial a partir de um procedimento similar a algoritmo PRIME (Simões *et al.*, 2014), com a determinação dos seguintes campos, da seguinte forma:

- velocidade do filme líquido pela solução de sua equação de conservação de quantidade de movimento
- velocidade da mistura gás-gotícula pela solução de sua equação de conservação de quantidade de movimento
- pressão, pela equação de conservação de massa total, obtida pela soma das equações de conservação de massa de todas as fases, normalizadas pelas respectivas massas específicas

$$\frac{\partial \alpha_L}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_L U_L)}{\partial x} + \frac{1}{\rho_{GD}^{ref}} \left[\frac{\partial (\rho_{GD} \alpha_{GD})}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_{GD} \alpha_{GD} U_{GD})}{\partial x} \right] = \left[\frac{1}{\rho_{GD}^{ref}} - \frac{1}{\rho_L} \right] S_{edL} \quad (3.39)$$

- fração volumétrica de filme de líquido pela solução de sua equação de continuidade
- fração volumétrica de gotículas pela solução de sua equação de continuidade

O algoritmo TDMA foi usado para solucionar cada sistema de equação de conservação algébrica.

Foi utilizado uma tolerância de convergência de 10^{-6} para o resíduo. Já o passo de tempo Δt , foi escolhido em função da velocidade máxima do escoamento u_{max} , de forma que o número de Courant

$$Co = u_{max} \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (3.40)$$

fosse sempre menor ou igual a 0,5.

Todos os parâmetros do escoamento como: Gradiente de pressão, altura média de filme líquido, velocidade de grupo, entranhamento, taxa de deposição, frequência PSD, altura máxima de onda, foram determinados após o escoamento se tornar desenvolvido, isto é, quando as variáveis atingirem valores estatisticamente estáveis. Foi levado em consideração que isso acontece após aproximadamente 100 segundos, e foi obtido resultados por mais 30 segundos.

Após atingir esses resultados, médias temporais são realizadas para obter os valores de h_L , E , R_d , R_e , $\frac{dP}{dx}$.

4. Resultados e Discussão

No presente trabalho selecionou-se as duas combinações de modelos de entranhamento e deposição, conforme descrito no Capítulo 3. O primeiro conjunto corresponde a Ueda (1979) e Pan & Hanratty (2002), e o segundo conjunto corresponde as modificações destes modelos, propostas por Siqueira (2019). Os modelos são denominados como U/PH e U/PH mod. Estes modelos são comparados com os dados adquiridos sem a introdução dos modelos de entranhamento, o qual é denominado de SE. Os dados experimentais são referenciados como EXP.

A seguir os bancos de dados selecionados para teste são apresentados. Na sequência grandezas médias no tempo, como espessura do filme de líquido e gradiente de pressão são analisados e finalmente informações sobre velocidade de grupo, taxas de amplificação, frequência dominante e Power Spectrum Density (PSD), taxas de entranhamento e de deposição são discutidas.

4.1 Seleção dos Casos

Os casos escolhidos foram selecionados a partir dos bancos de dados obtidos por Zhao (2014) e Fore & Dukler (1975), com diferentes configurações da tubulação (Tabela 4.1). Zhao (2014) e Zhao *et al.* (2013) utilizam uma mistura água-ar no escoamento, já o estudo realizado por Fore & Dukler (1995) além de utilizar uma mistura água-ar, também analisa um fluido que é 50% ar 50% Glycerin-Water para conseguir uma faixa mais ampla de números de Reynolds (Tabela 4.2).

Dois casos foram selecionados a partir dos dados analisados por Zhao (2014). Já com relação a configuração de Fore & Dukler (1995), diversos casos foram selecionados, correspondendo a quatro Reynolds do líquido Re_L e diversas velocidades superficiais do gás, que são os dados na Tabela 4.3.

Tabela 4.1: Configurações

	D (mm)	L (m)
Zhao (2014)	34,5	2,0
Fore & Dukler (1995)	50,8	3,5

Tabela 4.2: Propriedades do gás e líquido

		Zhao (2014)	Fore & Dukler (1995) I – ar/água	Fore & Dukler (1995) II - ar / 50%-50% Glycerin-Water
Gás	Densidade (kg/m ³)	1,18	1,18	1,27
	Viscosidade (cP)	0,0179	0,01827	0,1827
Lí- quido	Densidade (kg/m ³)	998,2	999,0	1,128
	Viscosidade (cP)	1,00	1,05	6,05

Tabela 4.3: Casos escolhidos

Configuração	Re_{sL}	U_{sG} (m/s)	Re_{sG} $\times 10^{-4}$	h_L (mm)	$-dp/dx$ (Pa/m)	U_w (m/s)
Zhao-1	603	29,42	6,69	0,1967	790	-
Zhao-2	603	40,10	9,12	0,1500	1055	-
Fore-Dukler –II-1	56	24,4	8,62	0,311	313	0,45
Fore-Dukler –II-2	56	28,1	9,92	0,275	380	0,50
Fore-Dukler –II-3	56	31,2	11,0	0,266	538	0,58
Fore-Dukler –II-4	56	34,1	12,0	0,243	616	0,63
Fore-Dukler –I-1	300	24,0	7,87	0,338	310	0,88
Fore-Dukler –I-2	300	27,6	9,06	0,308	378	0,89
Fore-Dukler –I-3	300	31,0	10,2	0,279	434	1,04
Fore-Dukler –I-4	300	34,0	11,2	0,265	490	1,54
Fore-Dukler –I-5	300	36,5	12,0	0,272	539	1,75
Fore-Dukler –II-5	560	23,0	8,12	0,787	1080	1,50
Fore-Dukler –II-6	560	29,2	10,3	0,685	1343	2,00
Fore-Dukler –II-7	560	32,0	11,3	0,613	1471	2,00
Fore-Dukler –I-6	3000	23,7	7,78	0,572	889	1,81
Fore-Dukler –I-7	3000	26,9	8,83	0,496	994	2,21
Fore-Dukler –I-8	3000	30,0	9,84	0,443	1100	2,42
Fore-Dukler –I-9	3000	32,5	10,7	0,405	1194	2,54
Fore-Dukler –I-10	3000	34,6	11,4	0,405	1273	2,67

Em todos os casos avaliados, a temperatura de ambos os fluidos é mantida a temperatura ambiente e a pressão de saída foi mantida constante igual a pressão atmosférica.

As configurações escolhidas foram determinadas para que o escoamento fosse com entranhamento e pode ser visto no mapa de padrão de escoamento para os casos do Zhao (2014) e Fore & Dukler (1995) na Figura 4.1 e Figura 4.2, respectivamente. Nos mapas de padrão, os casos selecionados para serem avaliados estão com símbolos preenchidos e pode-se confirmar que eles estão na região do escoamento que se enquadra nos parâmetros escolhidos para que o escoamento anular tenha entranhamento.

A malha utilizada para os casos foi de $\Delta x / D = 0,1$ para os casos de Zhao (2014) e $\Delta x / D = 0,125$ para os casos de Fore e Dukler (1995), escolhidas a partir dos testes realizados por Fontalvo *et al.* (2020).

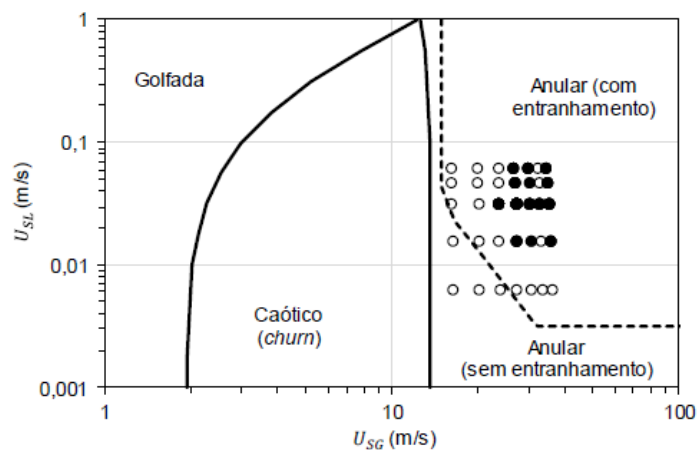


Figura 4.1: Mapa de padrão de escoamento e limite de região de entranhamento para os dados experimentais do Fore & Dukler (1995), apresentado por Siqueira (2019).

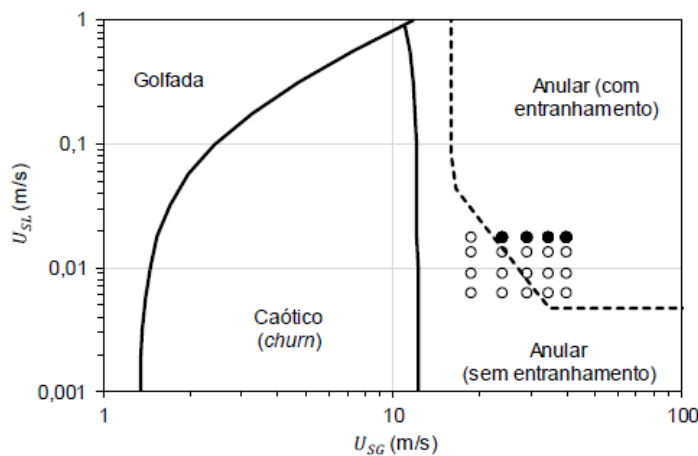


Figura 4.2: Mapa de padrão de escoamento e limite de região de entranhamento para os dados experimentais do Zhao (2014), apresentado por Siqueira (2019).

4.2 Espessura do Filme Líquido ao Longo do Duto

A Figura 4.3 apresenta a variação da espessura do filme média no tempo ao longo do domínio para os Casos Zhao-1 e Zhao-2, utilizando os 2 conjuntos de modelos de entranhamento e deposição e comparando com o caso sem entranhamento.

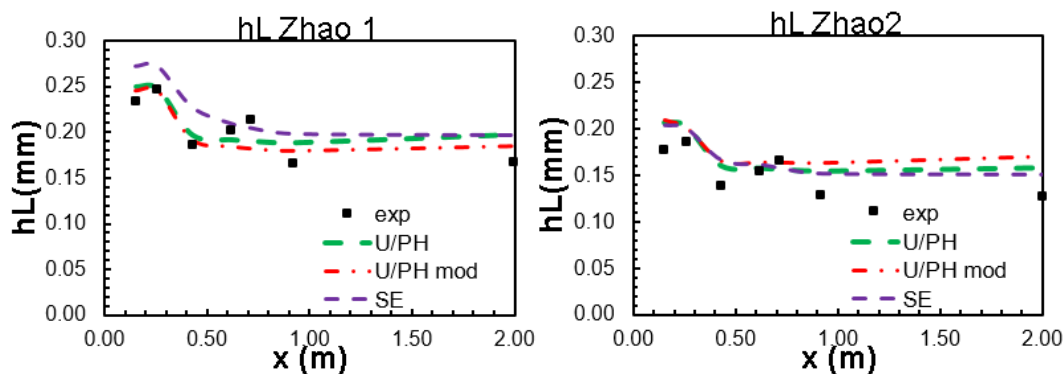


Figura 4.3: : Espessura do filme líquido ao longo do duto. Zhao-1 e Zhao-2

Observa-se na Figura 4.3, que todos os modelos com ou sem entranhamento apresentam a mesma tendência que os dados experimentais, com valores mais altos de espessura de filme de líquido próximo à entrada, tendendo a se estabilizar à medida que o escoamento se desenvolve ao longo do duto. Podemos notar que para o caso Zhao-1, os valores de h_L obtidos com os modelos de entranhamento chegam mais perto dos valores experimentais, principalmente o modelo modificado. Já para o caso Zhao-2, os modelos de entranhamento não diferem tanto dos valores obtidos sem entranhamento e níveis mais altos de espessura de filme foi obtido longe da entrada para todos os modelos. Note que o modelo de entranhamento modificado apresenta previsões bem próximas do caso sem entranhamento.

Fore e Dukler (1975) só apresentaram dados experimentais para a espessura do filme do líquido próximo à saída da tubulação, e esses dados são comparados com os resultados das simulações na Figura 4.4, para todos os casos das configurações Fore-Dukler-I e Fore-Dukler-II. Analisando a Figura 4.4, observa-se boa concordância entre as previsões e os dados experimentais. Note que à medida que o número de Reynolds superficial de líquido aumenta, a espessura do filme cresce. Porém, para o caso com

$Re_{sL} = 3000$, os dados experimentais indicam uma queda na espessura do filme de líquido, enquanto todos os modelos continuam prevendo aumento, e a discrepância com os dados experimentais cresce.

Observa-se ainda comportamento análogo para todas as velocidades superficiais de gás, i.e., quando menor a velocidade do gás, maior é o nível de líquido. O impacto dos modelos de entranhamento na espessura do filme de líquido é bem pequeno, sendo que os modelos modificados apresentam previsão mais próxima dos casos sem entranhamento.

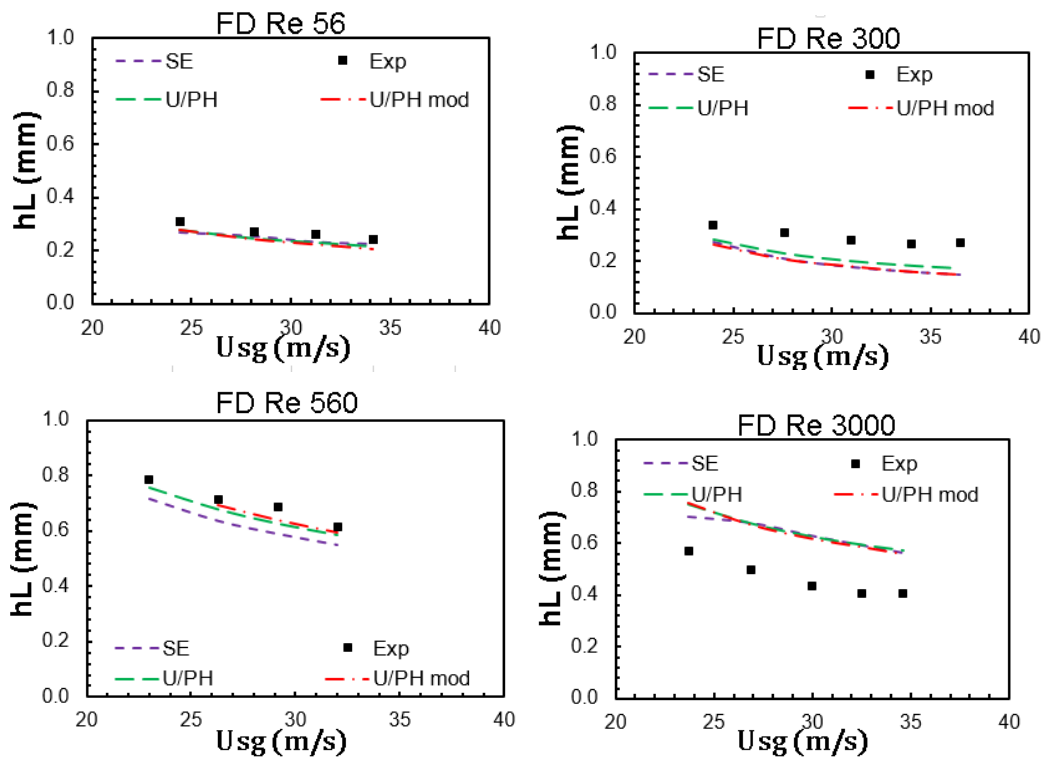


Figura 4.4: Espessura do filme líquido na extremidade final do duto em função das velocidades de gás. Casos Fore-Dukler –I e Fore-Dukler –II.

A Figura 4.5 apresenta os resultados das previsões com todos os modelos de entranhamento com relação a variação da espessura do filme de líquido ao longo do duto, para os dois conjuntos de Fore-Dukler –I e Fore-Dukler –II, porém não há dados experimentais para a comparação. Nestes casos, podemos visualizar que a altura do filme líquido cresce ao longo do duto para baixo Reynolds superficial do líquido, $Re = 56$, casos Fore-Dukler-I com os dois conjuntos de modelos de entranhamento U/PH e U/PH_mod, porém decai suavemente na ausência de modelo, e apresenta níveis mais baixos de espessura de filme. Os casos Fore-Dukler-I, com

$Re = 560$, apresentam espessura de filme aproximadamente constante ao longo do duto. Note que os casos de Fore-Dukler-II ($Re = 300$ e 3000) apresentam queda no nível ao longo do duto.

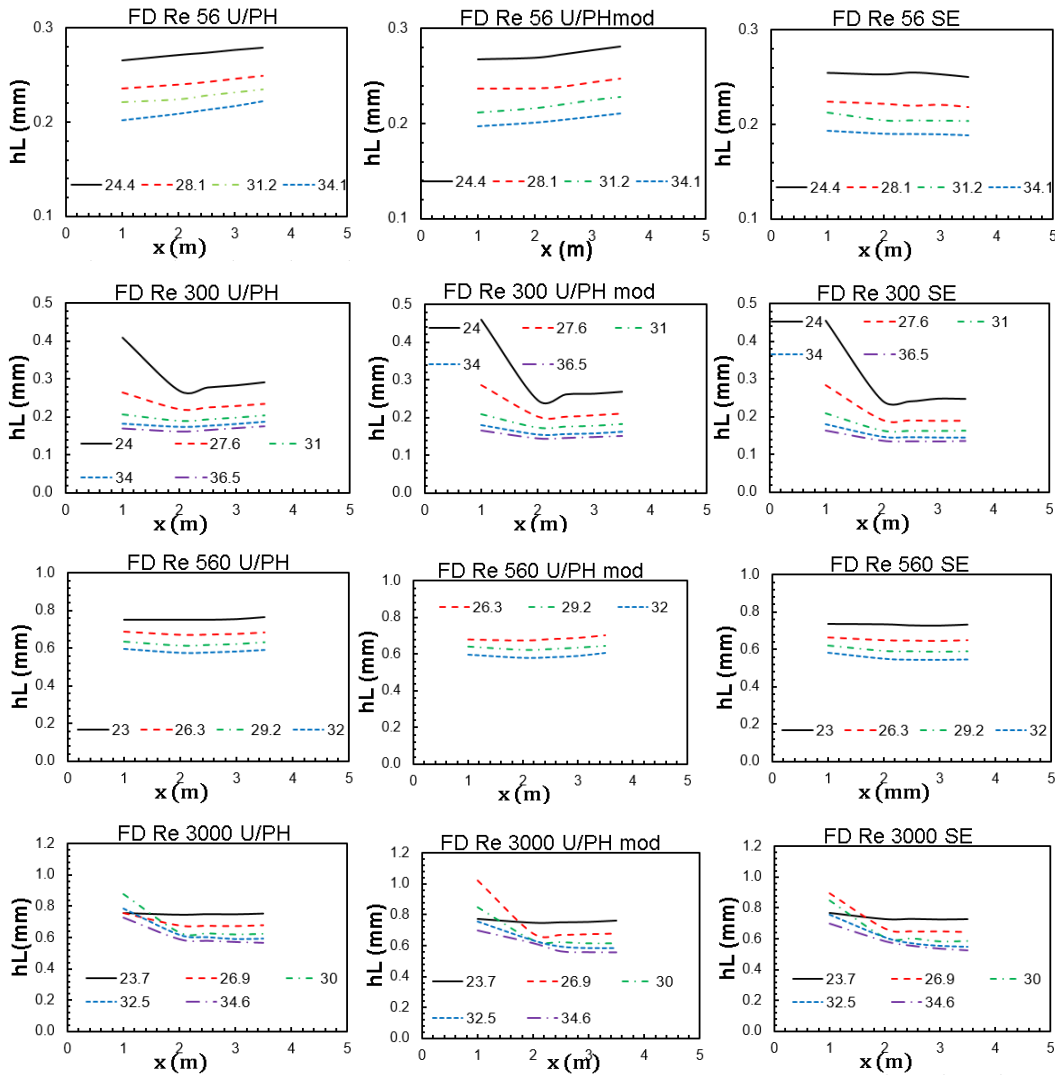


Figura 4.5: Espessura do filme líquido ao longo do duto. Casos Fore-Dukler –I e Fore-Dukler –II.

Como comentário final desta análise, pode-se ressaltar que o efeito dos modelos de entranhamento na espessura do filme de líquido é pequeno, como já observado no caso de Zhao-1 e Zhao-2.

Apresenta-se na Figura 4.6 uma comparação numérico-experimental da espessura média do filme de líquido no duto. Os dados em azul são os dados do banco de dados de Fore & Dukler (1995) e os em vermelho são os dados do banco de dados de Zhao (2014). Como já observado, o impacto dos modelos de entranhamento na espessura do filme é pequena e boa concordância é obtida com os dados experimentais, com diferenças

inferiores a 20% com relação aos dados experimentais. Porém, observa-se uma sutil melhora na aproximação entre os dados de previsão e experimentais para os casos com os modelos modificados de entranhamento.

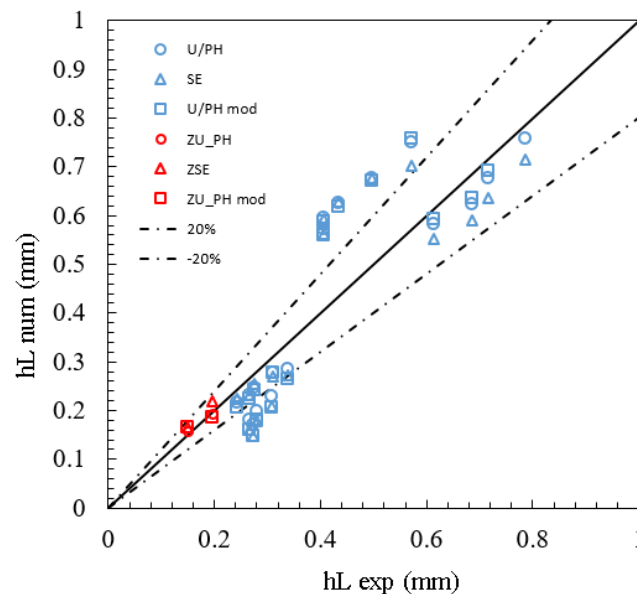


Figura 4.6: Comparação da espessura média do filme líquido no duto numérico com dados experimentais

4.3 Gradiente de Pressão

Utilizando a base de dados do Fore & Dukler (1995) apresenta-se na Figura 4.7 o impacto dos modelos de entranhamento nas variações de gradiente de pressão com a velocidade superficial de gás. Observa-se mais uma vez, uma pequena influência dos modelos de entranhamento nas previsões, e verifica-se que todos são capazes de captar a tendência correta de aumento de gradiente de pressão com o aumento da velocidade de gás e de líquido.

Note na Figura 4.7, que mais uma vez, os modelos de entranhamento modificados apresentam resultados semelhantes aos obtidos com a ausência de modelos de entranhamento, especialmente para altas velocidades do gás e líquido. Nenhum modelo se mostrou universalmente superior em todos os casos.

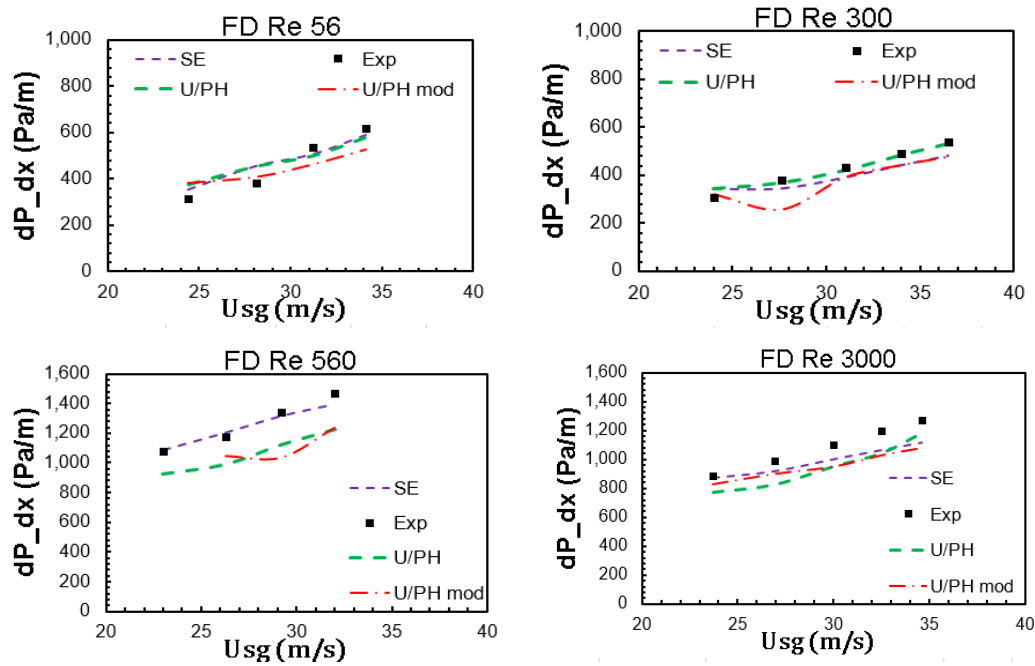


Figura 4.7: Gradiente de pressão em função das velocidades de Fore-Dukler-I e Fore-Dukler-II.

Uma comparação do gradiente de pressão obtido com todos os casos e modelos com os dados experimentais é apresentado na Figura 4.8. O mesmo código de cores empregado do teste de espessura de filme é utilizado aqui. Excelente concordância é obtida para todos os modelos com os dados experimentais, com diferenças inferiores a 15%. Mais uma vez, uma pequena melhora na previsão é obtida com os modelos de entranhamento modificados.

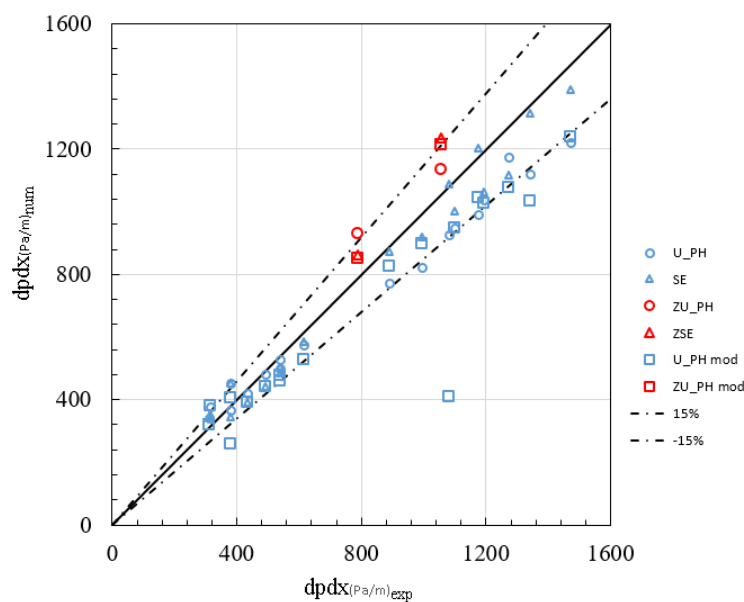


Figura 4.8: Comparação do gradiente de pressão numérica com dados experimentais

4.4 Velocidade de Grupo

A velocidade de grupo $C_w = d\omega_r/dk_r$ relaciona a taxa de crescimento temporal $-\omega_i$ de perturbações interfaciais com a taxa de crescimento espacial k_i , de maneira que uma vez determinada a taxa de amplificação espacial, obtida através dos resultados numéricos, pode-se encontrar a taxa de amplificação temporal.

Neste caso, somente os dados de Fore e Dukler (1975) são utilizados, por possuírem dados experimentais que podem ser comparados.

A Figura 4.9 apresenta a velocidade de grupo em função das velocidades superficiais do gás para os diferentes Reynolds superficiais do líquido. Observa-se que os dados experimentais indicam crescimento da velocidade de grupo, tanto em função da velocidade do gás como a do líquido. Para esta variável, a concordância das previsões com os diferentes modelos de entranhamento é inferior do que as observadas para a espessura do filme de líquido e gradiente de pressão, porém qualitativamente, as tendências são razoáveis.

Todos os modelos superestimaram a velocidade de grupo para $Re_{SL} = 56$ e 560 . Estes casos utilizam o fluido mais viscoso, o que pode ser a razão da maior discrepância. Para esta variável, as previsões dos dois conjuntos de modelos de entranhamento se aproximam mais entre si. As previsões na ausência de modelos de entranhamento apresentam velocidade de grupo mais baixas do que com os modelos. Para os casos Fore-Dukler-1 ($Re_{SL} = 300$ e 3000), uma pequena melhora nas previsões foi obtida para as altas velocidade de gás na presença dos modelos de entranhamento.

Uma comparação de todos os dados numéricos com os dados experimentais da velocidade de grupo é ilustrada na Figura 4.10: . Nesse caso, mais uma vez observamos que nenhum dos conjuntos de modelos de entranhamento se sobressai em relação ao outro. Porém, para determinadas velocidades de gás, o conjunto dos modelos não modificados se mostra melhor, já para os casos com Reynolds menores, o conjunto modificado se mostra melhor em sua previsão. Mas com uma visão geral, os modelos modificados apresentam dados mais satisfatórios. Para mais uma variável,

a introdução da modelagem de entranhamento e deposição de gotículas produz previsões parecidas com as obtidas sem modelos de entranhamento.

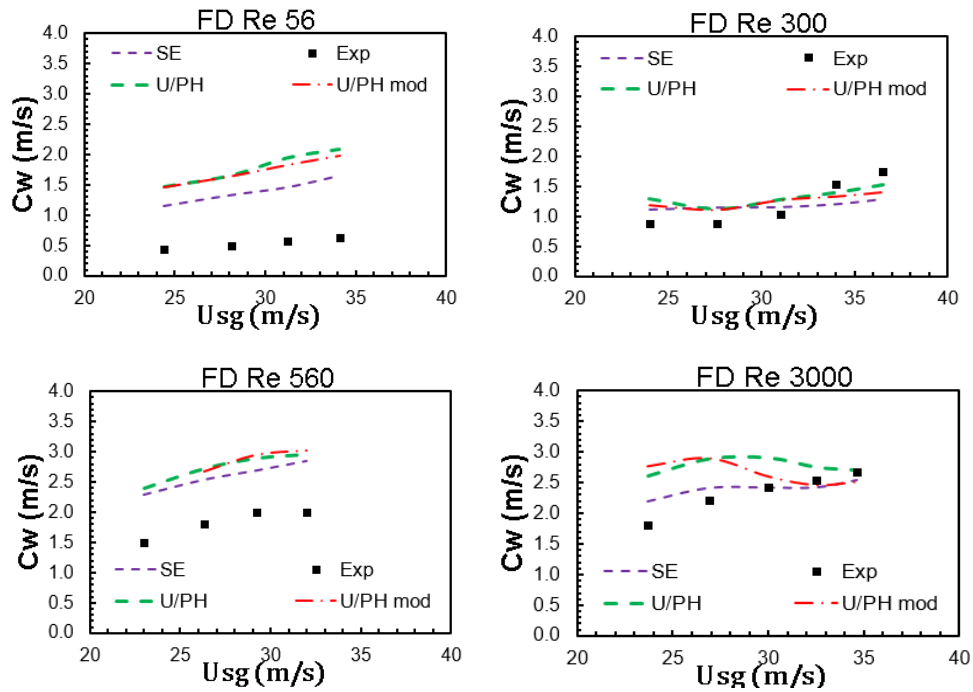


Figura 4.9: Velocidade de grupo em função das velocidades de gás. Fore-Dukler-I e Fore-Dukler-II

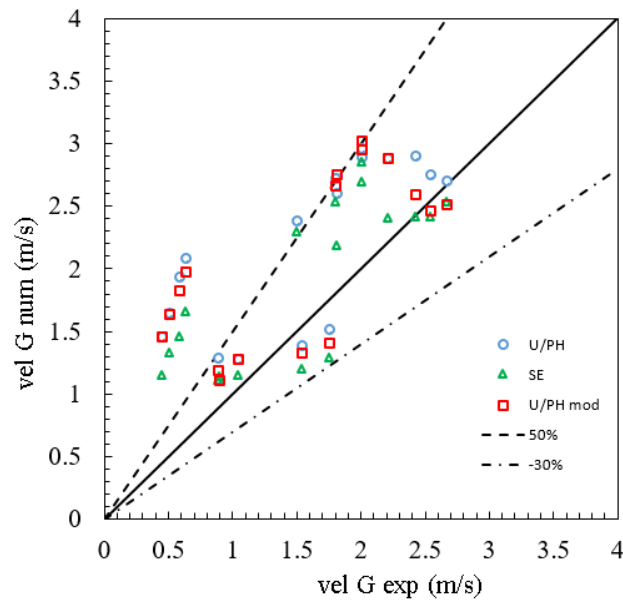


Figura 4.10: Comparação da velocidade de grupo numérica com dados experimentais. Fore e Dukler (1995)

4.5 Taxas de Entranhamento e Deposição

Para avaliar o desempenho dos modelos de entranhamento na previsão fração de entranhamento E e taxa de deposição R_D , mais uma vez, só os casos de Fore & Dukler (1995) foram considerados, por possuírem dados experimentais para serem comparados. Mas esses dados experimentais só são encontrados em $Re_{SL}=560$ e $Re_{SL}=3000$.

A Figura 4.11 ilustra uma comparação entre os dados numéricos e os dados experimentais para os 2 Re_{SL} mencionados, para a fração de entranhamento E . Observa-se que para a maioria de casos a fração de entranhamento é subestimada e os modelos originais de entranhamento de Ueda (1979) e Pan & Hanratty (2002) apresentam concordância superior aos modelos modificados, dentro de 30% de espalhamento.

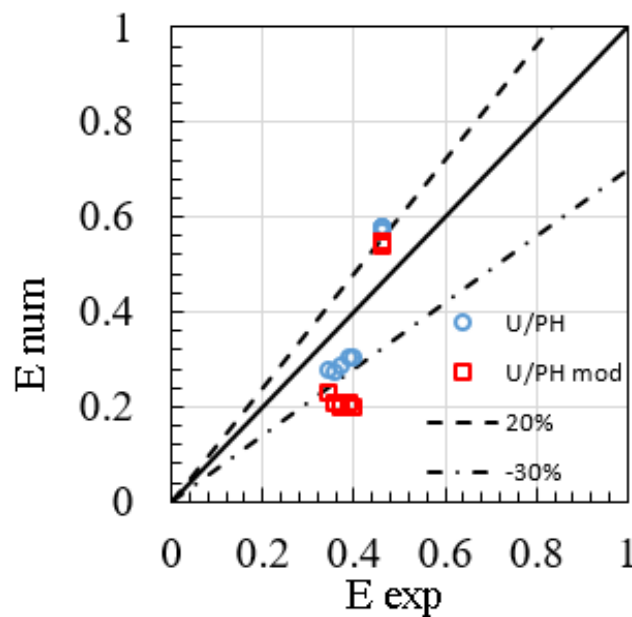


Figura 4.11: Fração de entranhamento (Fore & Dukler, 1995)

Na Figura 4.12 é avaliada a taxa de deposição, a qual é sub-estimada para todos os casos. No entanto, pode-se observar que no caso da taxa de deposição os resultados obtidos levam a conclusão diferente da apresentada para a fração de entranhamento. Nesse caso, os modelos modificados apresentam resultados mais próximos dos dados experimentais, dentro de 15%.

Interessante mencionar que os modelos de entranhamento não apresentam impacto significativo para a altura do filme e gradiente de pressão. Porém, os modelos modificados apresentam uma melhora na previsão da taxa de deposição em relação a previsão dos modelos de entranhamento originais, apesar da pequena piora em relação a previsão da fração de entranhamento.

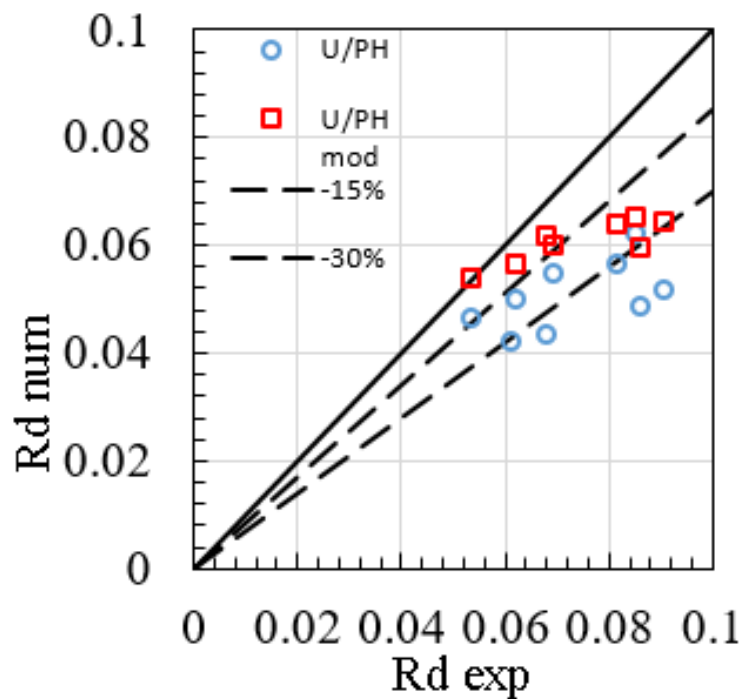


Figura 4.12: Taxa de deposição. Fore e Dukler (1995)

4.6 Frequências e Ondas

Uma comparação da frequência dominante da taxa de amplificação das ondulações da espessura do filme líquido é apresentada na Figura 4.13, utilizando a base de dados de Zhao (2014), que possui dados experimentais. Nota-se que para ambos os casos Zhao-1 e Zhao-2, a frequência cai na região de entrada do domínio, tendendo para um valor constante da metade final. Todos os modelos foram capazes de prever esse comportamento, sendo que as previsões dos dois conjuntos de modelos de entranhamento se aproximam consideravelmente, e se assemelham bastante aos dados obtidos sem entranhamento também. No caso do Zhao-1 a pre-

visão do modelo sem entranhamento é melhor que a dos modelos com entranhamento no início do escoamento, mas no final, sua previsão piora e as previsões dos modelos com entranhamento se tornam melhores.

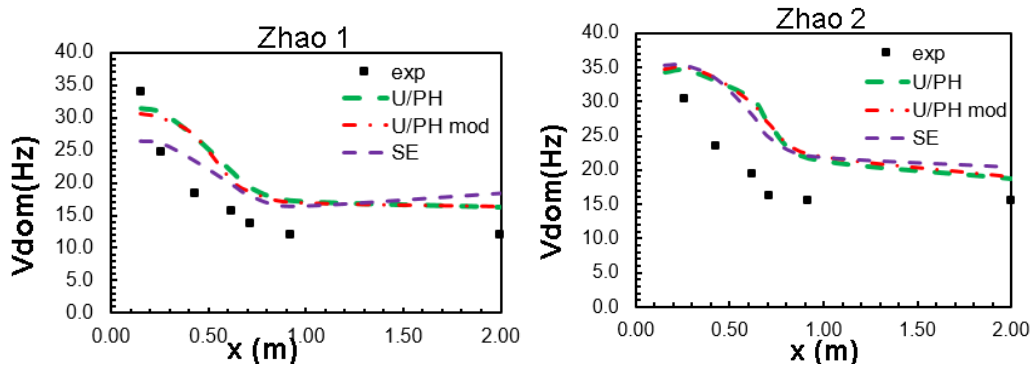


Figura 4.13: Frequência dominante ao longo do duto Zhao 1 e Zhao 2

Na Figura 4.14 são apresentados os dados de frequência PSD para o caso do Zhao-2, juntamente com os dados experimentais. Nas posições avaliadas próximo à entrada, os resultados estão distantes dos dados experimentais para as baixas frequências, mas todos os modelos apresentam previsão razoável para altas frequência, como pequena melhora para os modelos de entranhamento. Conforme o escoamento se desenvolve, i.e., para coordenadas mais próximas da saída, as previsões da frequência PSD para as baixas frequências melhora, e uma piora é observada para as altas frequências. No entanto, os dados numéricos previstos pelos modelos de entranhamento apresentam redução da frequência PSD em relação a modelagem sem entranhamento para altas frequências, se aproximando dos dados experimentais. Novamente obtém-se resultados equivalentes para os modelos não modificados e modificados, e claramente superiores ao modelo sem entranhamento. Os modelos de entranhamento proporcionam um amortecimento em relação ao modelo sem entranhamento, fazendo com que os dados se aproximem dos experimentais, notadamente para as frequências mais altas.

Na Figura 4.15 são apresentados os dados da frequência PSD para o caso Zhao-1, que não possui dados experimentais para serem comparados. Nota-se, no entanto, o mesmo comportamento dos modelos de entranhamento que o apresentado no caso Zhao-2.

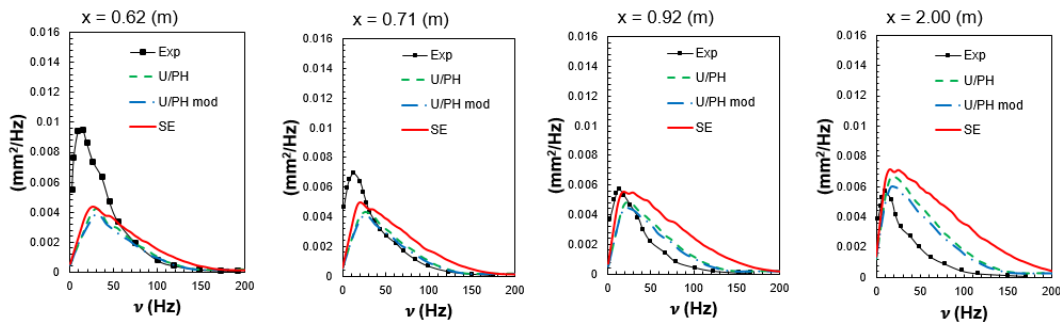


Figura 4.14: Frequência PSD em diferentes posições do duto no caso Zhao-2

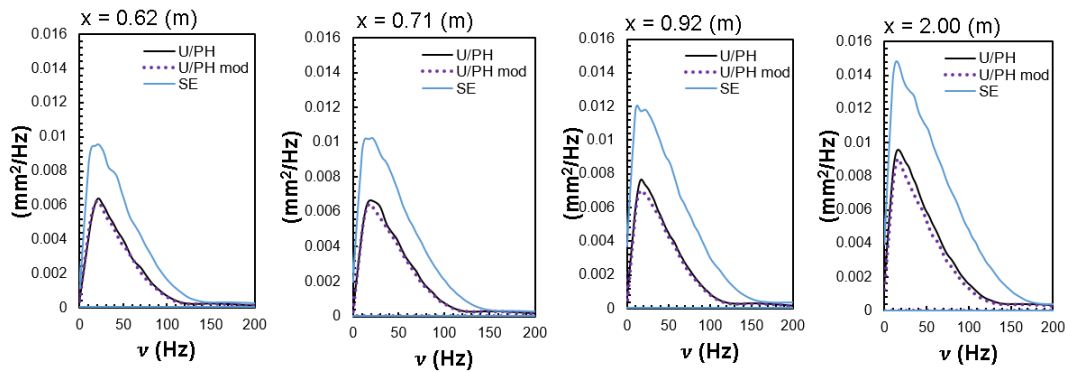


Figura 4.15: Frequência PSD em diferentes posições do duto Zhao-1

Quando aplicados à configuração de Zhao (2014), os modelos de entranhamento apresentam efeito amortecedor nas ondas geradas, uma vez que a energia contida em toda a faixa de frequências obtidas é consideravelmente menor do que aquela observada no escoamento sem entranhamento. Entretanto, ao analisar os casos Fore & Dukler (Figura 4.16, Figura 4.17, Figura 4.18 e Figura 4.19), que também não possuem dados experimentais para serem comparados, observa-se que os resultados dos modelos de entranhamento são diferentes, apresentando um amortecimento menor que o modelo sem entranhamento, principalmente os modelos sem modificação, que apresentam os maiores valores para a frequência PSD.

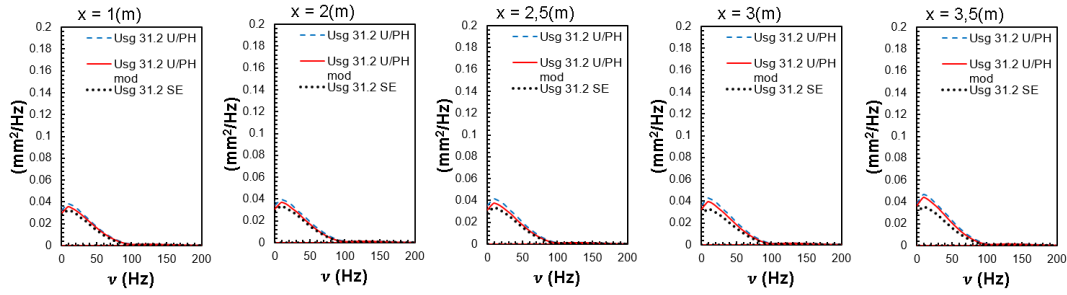


Figura 4.16: Frequência PSD de $Re_{SL} = 56$ e $U_{sg} = 31,2$ em diferentes posições do duto Fore & Dukler (1995).

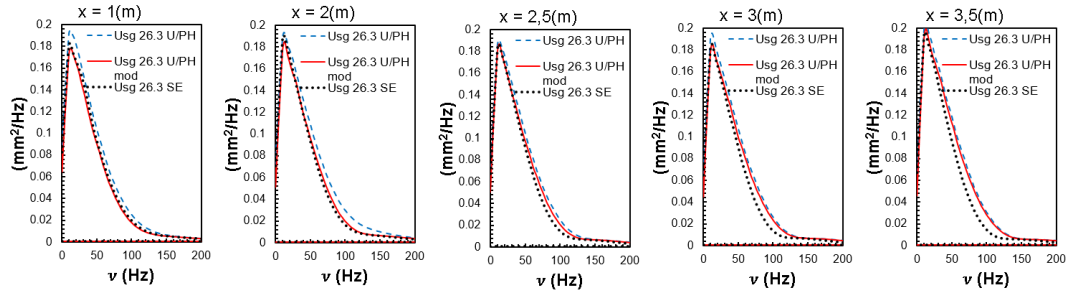


Figura 4.17: Frequência PSD de $Re_{SL} = 560$ e $U_{sg} = 26,3$ em diferentes posições do duto Fore & Dukler (1995)

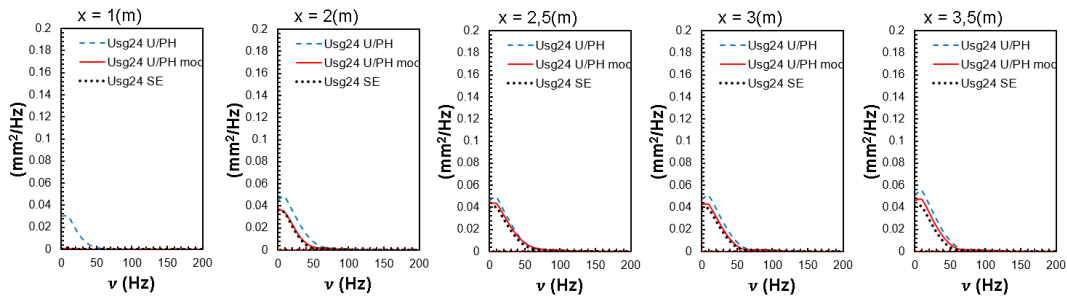


Figura 4.18: Frequência PSD de $Re_{SL} = 300$ e $U_{sg} = 36,5$ em diferentes posições do duto Fore & Dukler (1995)

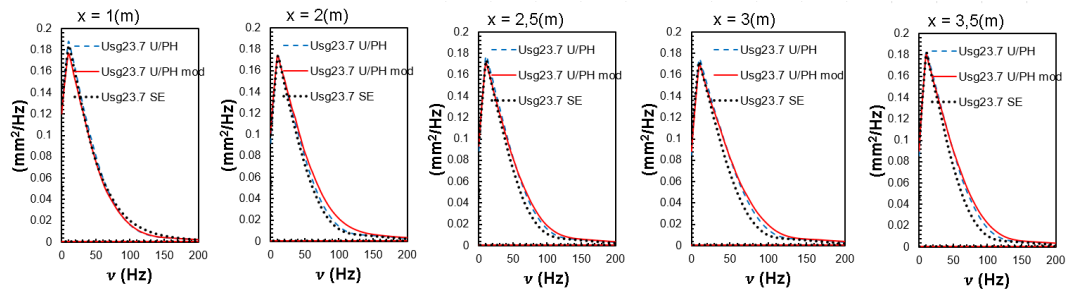


Figura 4.19: Frequência PSD de $Re_{SL} = 3000$ e $U_{sg} = 23,7$ em diferentes posições do duto Fore & Dukler (1995)

Analisando os dados em diferentes situações, i.e. Reynolds diferentes, velocidades de gás diferentes, os dados obtidos contradizem os dados obtidos quando é utilizado o banco de dados do Zhao (2014). Neste caso,

diferentemente do que foi observado nos casos Zhao-1 e Zhao-2, o entranhamento apresenta um efeito de amplificação das ondas.

Na Figura 4.20 é apresentada a altura média da onda do filme de líquido, em função da velocidade do gás para os casos de Fore & Dukler (1995), para uma posição na saída do duto ($x=3,5\text{m}$). Esta grandeza foi obtida a partir da integração da curva da frequência PSD.

Uma comparação dos resultados da altura da onda apresentados na Figura 4.20 com os resultados da espessura do filme de líquido ilustrados na Figura 4.4, observa-se exatamente o mesmo comportamento com o aumento da velocidade do líquido e do gás, validando a metodologia para estimar a PSD e altura da onda.

Os modelos de entranhamento apresentam valores de altura de onda maiores do que os obtidos sem o modelo de entranhamento. Observa-se ainda que os modelos modificados apresentam níveis mais altos do que os modelos não modificados. Este resultado, mostra mais uma vez que há uma diferença no comportamento apresentado com relação a influência dos modelos de entranhamento na previsão da espessura do filme, com relação aos bancos de dados das referências Zhao (2014) e Fore & Dukler (1995).

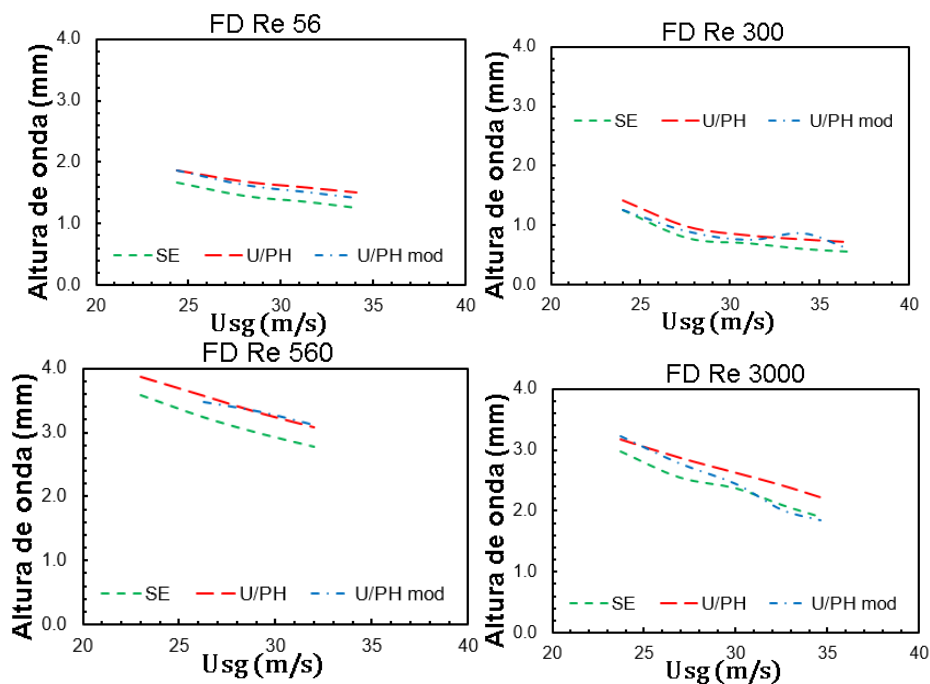


Figura 4.20: Altura de onda com diferentes Re_{SL} em função da velocidade de gás na posição de 3,5m do duto Fore & Dukler (1995)

Na Figura 4.21, Figura 4.22, Figura 4.23, e Figura 4.24 as taxas de amplificação para os casos de Fore & Dukler (1995) são ilustradas. Analogamente aos resultados para as frequências PSD e altura de onda, os resultados obtidos ao aplicar os modelos de entranhamento apresentaram-se maiores taxas de amplificação do que as previsões sem modelo de entranhamento. Novamente, os resultados dos modelos de entranhamento modificados se apresentaram muito próximo aos dos modelos de escoamento sem entranhamento, com uma taxa de amplificação k_i muito baixa.

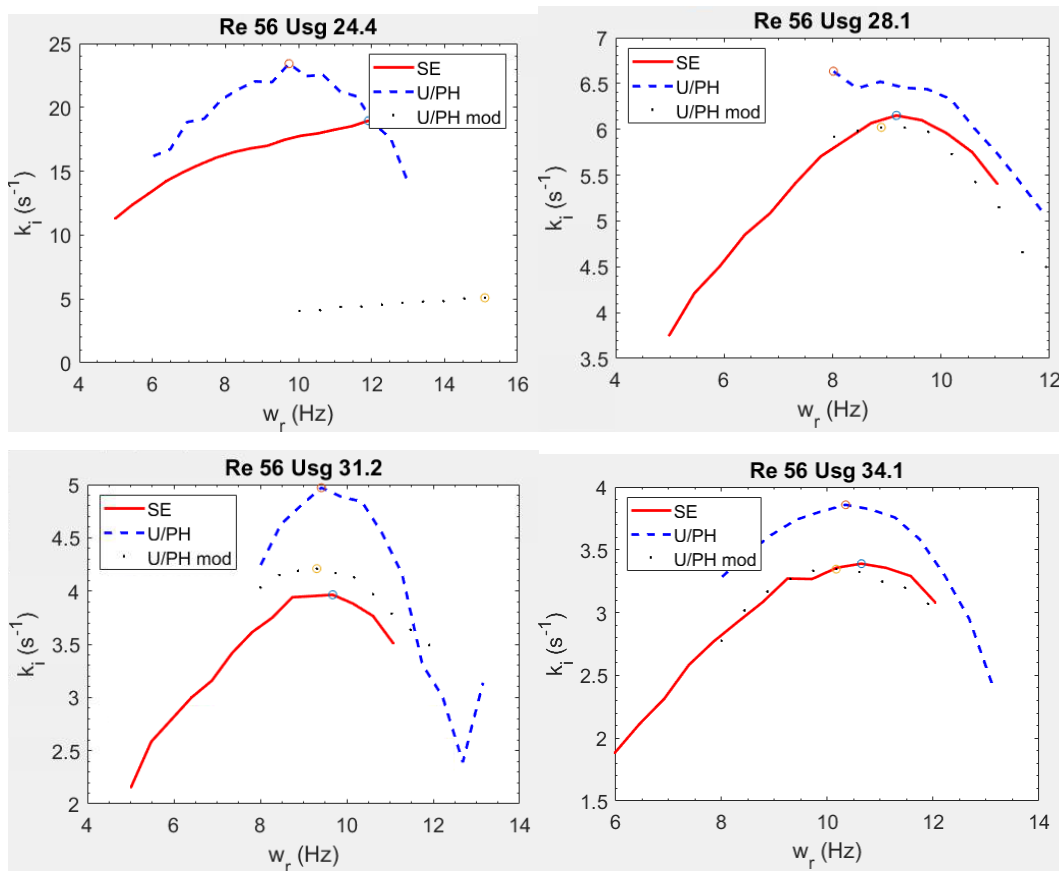


Figura 4.21: Taxa de amplificação para o $Re_{sL} = 56$

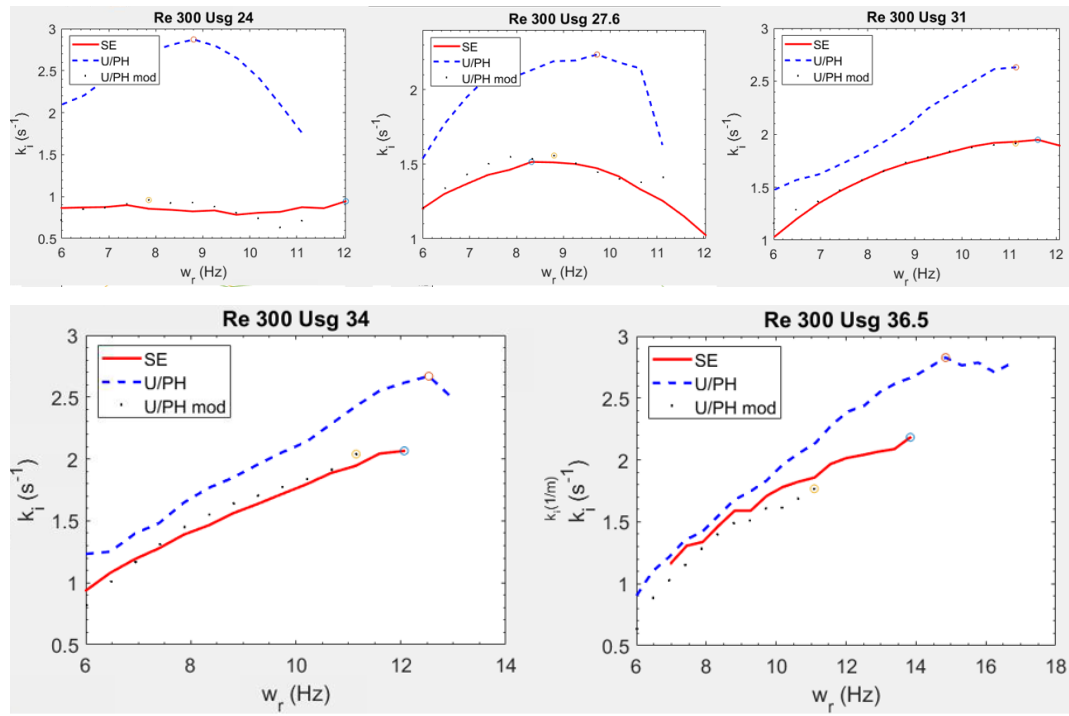


Figura 4.22: Taxa de amplificação para o $Re_{sL} = 300$

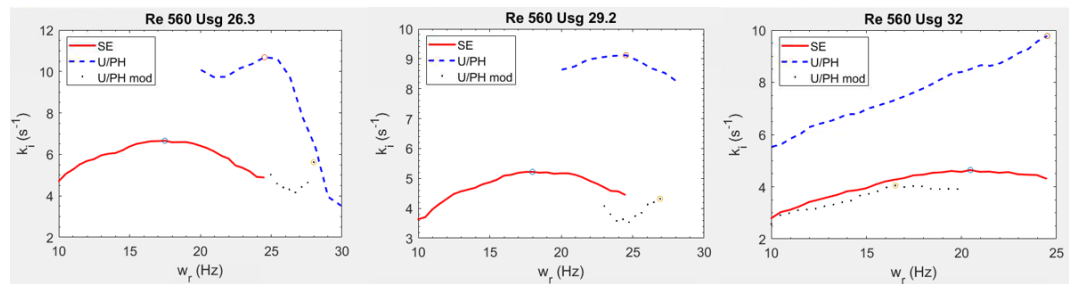


Figura 4.23: Taxa de amplificação para o $Re_{sL} = 560$

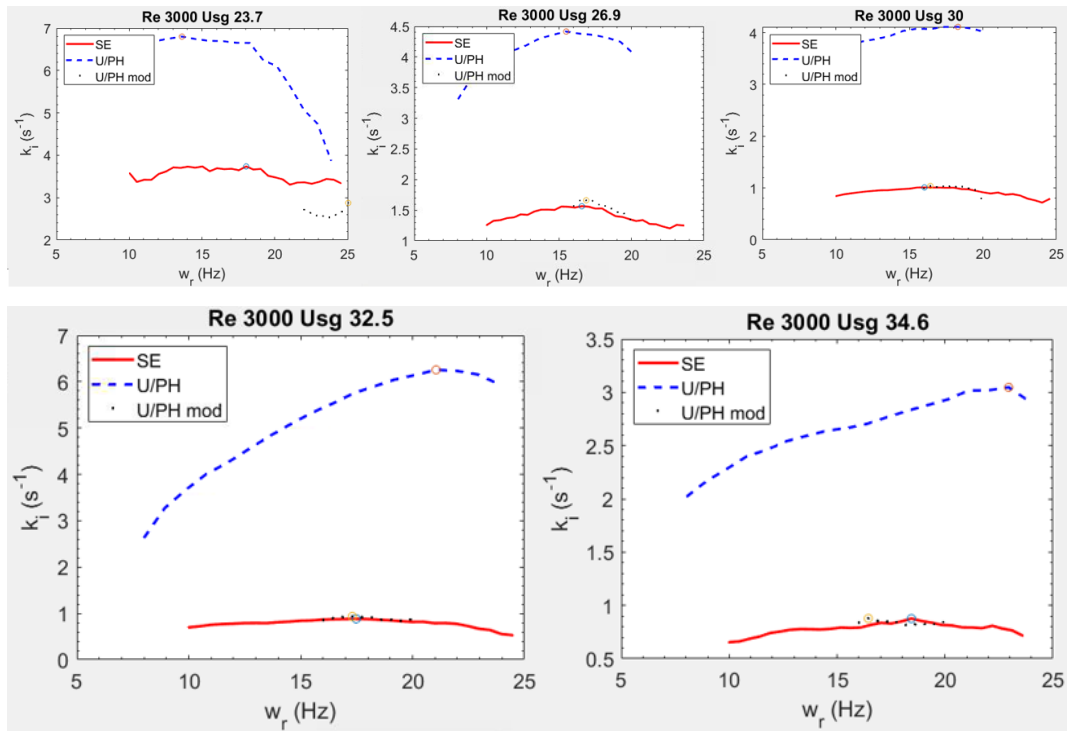


Figura 4.24: Taxa de amplificação para o $Re_{sL} = 3000$

5. Conclusões e Sugestões

Conforme pôde ser visto ao longo do trabalho, foram avaliados os modelos propostos por Ueda (1979) para o entranhamento e Pan & Hanratty (2002) para a deposição, além dos modelos modificados por Siqueira (2019). Estes modelos de entranhamento foram avaliados utilizando as bases de dados de Fore & Dukler (1995) e Zhao (2014).

A partir dos resultados apresentados utilizando os modelos de entranhamento em escoamento anular vertical, pode-se destacar que os dois modelos propostos por Siqueira (2019) apresentam razoável grau de concordância com os dados experimentais, no entanto o modelo original parece se comportar melhor para velocidades de gás mais baixas e Reynolds menores e o modelo modificado se comporta melhor para escoamentos com velocidades de gás mais altas e Reynolds maiores.

Para os casos do Fore & Dukler (1995), onde foi possível analisar uma quantidade maior de dados, podemos concluir que o modelo de entranhamento modificado por Siqueira (2019) se comporta melhor e da maneira como era esperada.

Já para os casos do Zhao (2014), os dois conjuntos de modelos de entranhamento apresentam respostas muito similares, tornando difícil a escolha de qual dos modelos estudados desempenhou melhor. Mesmo assim, para estes casos mencionados, o modelo não modificado apresentou resultados um pouco melhores.

Recomenda-se para trabalhos futuros investigar diferentes combinações dos modelos de estranhamento e deposição.

Recomenda-se também que mais casos sejam investigadas com estes modelos de entranhamento para que seja possível confirmar as tendências observadas no presente trabalho. Recomenda-se por exemplo, um estudo utilizando a base de dados de Sawant, *et al.* (2008).

Outra sugestão de trabalho futuro consiste em realizar uma análise de estabilidade linear do escoamento anular vertical na presença de entranhamento para identificar o impacto dos diferentes termos no crescimento de perturbações.

Finalmente, no presente trabalho investigou-se o impacto no escoamento do entramento e deposição de gotículas de líquido, porém o entranhamento e deposição de bolhas de gás no filme de líquido, também devem influenciar o escoamento e um estudo detalhado deve ser realizado.

Referências Bibliográficas

AZZOPARDI, B. J. Drops in annular two-phase flow. **International Journal of Multiphase Flow**, n. 23(7), 1997. 1-53.

AZZOPARDI, B. J. **Gas-liquid flows**. New York: Begell house, 2006.

AZZOPARDI, B. J.; GIBBONS, D. B. **Mechanisms of entrainment in annular two phase flow**. UKAEA Atomic Energy Research Establishment. [S.l.]. 1983. (AERE-R 11068).

BERNA, C. et al. Review of droplet entrainment in annular flow: Interfacial waves and onset of entrainment. **Progress in Nuclear Energy**, n. 74, p. 14-43., 2014.

BERTODANO, M. A. L. D.; ASSAD, A.; BEUS, S. G. Experiments for entrainment rate of droplets in the annular regime. **Experiments for entrainment rate of droplets in the annular regime. International journal of multiphase flow**, n. 27(4), p. 685-699, 2001.

BONIZZI, M.; ISSA, R. I. A model for simulating gas bubble entrainment in two-phase horizontal slug flow. **International Journal of Multiphase Flow**, n. 29(11), 2003. 1685-1717.

BONIZZI, M.; ANDREUSSI, P.; BANERJEE, S. **Flow regime independent, high resolution multi-field modelling of near-horizontal gas-liquid flows in pipeline**. *International Journal of Multiphase Flow*, n. 35(1), 2009. 34-46.

CARNEIRO, J. N. E. **Simulação numérica de escoamentos bifásicos no regime de golfadas em tubulações horizontais e levemente inclinadas (Dissertação de mestrado)**. Rio de Janeiro. 2006.

EMAMZADEH, M. **Modelling of annular two-phase flow in horizontal and vertical pipes including the transition from the stratified flow regime (PhD Thesis)**. London: Imperial College London, 2012.

EMAMZADEH, M., ISSA, R. I., 2013a. One-dimensional model for numerical simulation of annular flow in horizontal and vertical pipes. *Multiphase Sc. Tech.* 25(1):25-56. <https://doi.org/10.1615/MultScienTechn.v25.i1.20>

EMAMZADEH, M., ISSA, R. I., 2013b. A model for predicting the transition between stratified and annular flow in horizontal pipes. *Multiphase Sc. Tech.* 25(1):79-100. <https://doi.org/10.1615/MultScienTechn.v25.i1.40>

FONTALVO, E., CASTELO BRANCO, R.F.; CARNEIRO, J. E. , NIECKELE, A. O. Assessment of closure relations on the numerical predictions of vertical annular flows with the two-fluid model. **International Journal of Multiphase Flow**, 2020., 103243.

FONTALVO, E. M. G. **Avaliação da Pressão Dinâmica no Modelo de Dois Fluidos Unidimensional Aplicado ao Escoamento Anular Vertical (Dissertação de mestrado)**. Dept. Eng. Mecânica, PUC-Rio, Rio de Janeiro. 2016.

FORE, L. B. . D. A. E. . Droplet deposition and momentum transfer in annular flow. **AIChE J.** 41 (9), p. 2040–2046, 1995.

FORE, L. B.; DUKLER, A. E. The distribution of drop size and velocity in gas-liquid annular flow. *International Journal of Multiphase Flow*, n. 21(2), p. 137-149, 1995.

GALLEN, F.; ISSA, R. I., 2015. Linear stability analysis of the discretized one-dimensional two-fluid model equations for slug capturing in vertical flow. *Multiphase Sc. Tech.*, 27(2-4): 215-227. <https://doi.org/10.1615/MultScienTechn.v27.i2-4.80>

HAN, H.; ZHU, Z.; GABRIEL, K. A study on the effect of gas flow rate on the wave characteristics in two-phase gas-liquid annular flow. **Nucl. Eng. Des.**, p. 2580-2588, 2006.

ISHII, M.; GROLMES, M. A. Inception criteria for droplet entrainment in two-phase concurrent film flow. **AIChE Journal**, n. 21(2), p. 308-318, 1975.

ISHII, M.; HIBIKI, T. *Thermo-fluid dynamics of two-phase flow. [S.l.]: Springer Science & Business Media*, 2011.

KOSKY, P. G. . S. F. W. . Local condensing heat transfer coefficients in the annular flow regime. **AIChE J.** 17 (5), p. 1037–1043, 1971.

LIAO, J., MEI, R., KLAUSNER, J.F., 2008. A study on the numerical stability of the two-fluid model near ill-posedness. *Int. J. Multiphase Flow* 34:1067–1087. <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2008.02.010>

NIECKELE, A.O., CARNEIRO, J.N.E., CHUCUJA, R.C. & AZEVEDO, J.H.P. 2013 Initiation and statistical evolution of horizontal slug flow with a two-fluid model. *ASME Journal of Fluids Engineering* 135 (12), 121302.

OLIEMANS, R. V. A.; POTS, B. F. M.; TROMPE, N. Modelling of annular dispersed two-phase flow in vertical pipes. **International journal of multiphase flow**, n. **12(5)**, p. 711-732, 1986.

PAN, L.; HANRATTY, T. J. Correlation of entrainment for annular flow in horizontal pipes. **International journal of multiphase flow**, 28(3), 2002. 385-408.

PATANKAR, S. V. Numerical Heat Transfer an Fluid Flow. **Taylor & Francis**, 1980.

PROSPERETTI, A. ;TRYGGVASON, G. **Computational methods for multiphase flow**, Cambridge University Press, UK, 2007

SAWANT, P.; ISHII, M.; MORI, M. Droplet entrainment correlation in vertical upward co-current annular two-phase flow. **Nuclear Engineering and Design**, n. **238(6)**, p. 1342-1352, 2008.

SILVA, I. S. F. D. **Simulação Numérica de Escoamento Anular em Tubulações Horizontais Utilizando o Modelo de Dois Fluidos (Dissertação de mestrado)**. Dept. Eng. Mecânica, PUC-Rio, Rio de Janeiro. 2015.

SIMÕES, E. F. . CARNEIRO, J. E. , NIECKELE, A. O. . Numerical prediction of non- boiling heat transfer in horizontal stratified and slug flow by the two-fluid model. **Int. J. Heat and Fluid Flow** **47**, p. 135–145, 2014.

SIQUEIRA, J. G. **Modelling of dispersed droplets in vertical annular two-phase flow. (Dissertação de mestrado)**. Dept. Eng. Mecânica, PUC-Rio, Rio de Janeiro. 2019.

SOMMERFELD, M.; VAN WACHEM, B.; OLIEMANS, R. **Best practice guidlines for computational fluid dynamics of dispersed multiphase flows**. [S.l.]. 2008.

UEDA, T. Entrainment rate and size of entrained droplets in annular two-phase flow. **Bulletin of JSME**, n. **22(171)**, p. 1258-1265, 1979.

VERSTEEG, H. K. . M. W. . 2. E. P. H.. An Introduction to Computational Fluid Dynamics The Finite Volume Method. **2nd Edition Prentice Hall.**, 2007.

ZHAO, Y.; MARKIDES, C. N.; MATAR, O. K.; HEWITT, G. F., 2013. Disturbance wave development in two-phase gas-liquid upwards vertical annular flow. **Int. J. Multiphase Flow**, 55:111-129.

ZHAO, Y. Wave behaviour in vertical multiphase flow (PhD thesis). **London: Imperial College London**, 2014.