



Bruno Felix de Carvalho

**Avaliação da Resistência à Fadiga sob
Carregamentos Multiaxiais de Eixos
Virabrequins de Unidades Geradoras de
Centrais Termoeletricas.**

Projeto de Graduação

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento
De Engenharia Mecânica da PUC-RIO

Orientador: Marcos Venicius Soares Pereira
Coorientador: Tiago Lima d'Albuquerque e Castro

Rio de Janeiro
Junho de 2021

Agradecimentos

No decorrer dos meus seis anos e meio de graduação, isto é, treze períodos (2015.1 – 2021.1), conheci diversas pessoas que me apoiaram e mudaram completamente minha vida. Sendo assim, nada mais justo que agradecê-las.

Agradeço primeiramente aos meus pais por terem sempre me apoiado, mesmo nos momentos difíceis, e possibilitado desde sempre a melhor educação possível. Agradeço ao meu pai por ter me ensinado a amar a matemática e, conseqüentemente, a engenharia e agradeço à minha mãe por ter me ensinado o valor de aprender sempre, independente do assunto.

Agradeço também à minha namorada e toda sua família por todo o apoio, carinho, incentivo e, principalmente, pelas palavras de motivação para conseguir finalizar essa caminhada árdua.

Agradeço à minha família (avôs e avós, tios e tias, primos e primas) que sempre me deram apoio e sempre me incentivaram a continuar, independente da situação.

Agradeço a todos os amigos que fiz nessa jornada e a todos os professores da PUC-Rio com quem tive a oportunidade de ter aula por toda a sabedoria e assistência ao longo desses anos, principalmente ao meu Orientador Marcos Venicius, que me deu todo o apoio para a produção deste Projeto de Graduação. Agradeço também ao meu Coorientador Tiago Castro, cuja sabedoria e desejo de ensinar me foram muito importantes para a produção deste Projeto de Graduação.

Resumo

Avaliação da Resistência à Fadiga sob Carregamentos Multiaxiais de Eixos Virabrequins de Unidades Geradoras de Centrais Termoelétricas

Este trabalho possui como objetivo avaliar a adequação dos modelos de fadiga multiaxial no que diz respeito à sua aplicação para eixos virabrequins, bem como avaliar a possibilidade de falha dos eixos virabrequins quando submetidos a condições de carregamentos calculadas para a operação. A fadiga é uma falha mecânica causada primariamente pela aplicação de carregamentos variáveis no tempo, tendo como principal característica a nucleação e/ou propagação de trincas. É de extrema importância que o estudo e a modelagem das falhas por fadiga seja precisa e confiável, uma vez que a nucleação e a propagação de trincas, em geral, não provocam mudança evidente no comportamento global da estrutura. Isso se deve ao fato de que o dano gerado por um trincamento fica, quase sempre, restrito à região crítica da peça, tendendo a não gerar “avisos prévios” de falha iminente.

Tendo isso em vista, as previsões de falhas por fadiga tornam-se críticas, tanto para carregamentos uniaxiais, quanto para carregamentos multiaxiais. Entretanto, para condições de carregamento multiaxiais, é requerido análises baseadas em modelos mais avançados do que os adotados para condições uniaxiais, uma vez que seu estado de tensões é extremamente complexo.

Nesse contexto, critérios foram desenvolvidos para uma tentativa de prever falhas de componentes submetidos à carregamentos multiaxiais cíclicos. Um exemplo de componente mecânico sujeito a fadiga multiaxial, quando em serviço, são os eixos virabrequins de unidades geradoras de centrais termoelétricas. Desta forma, o presente trabalho analisou a aplicabilidade de sete modelos (Findley, Matake, McDiarmid, Susmel & Lazzarin, Papadopoulos, Carpinteri & Spagnoli e Liu & Mahadevan) de fadiga multiaxial de alto ciclo, baseados no plano crítico, para a previsão de falhas em eixos virabrequins de unidades geradoras de centrais termoelétricas. Para a aplicação dos modelos, condições de carregamento reportadas, na literatura, como críticas para a falha e propriedades do material (limites de resistência à fadiga) previamente obtidas experimentalmente serão utilizadas como dados de entrada e, a partir disso, Índices de Erro (IE) serão gerados para cada um dos sete modelos avaliados.

Observou-se divergências entre os resultados para cada modelo, sendo alguns mais conservadores do que outros, justamente devido às condições de carregamento e às propriedades do material utilizadas. Apesar disso, o modelo de Papadopoulos se mostrou como o mais adequado entre os sete modelos, devido a sua facilidade na aplicação de fórmula e precisão na previsão da falha.

Palavras-Chave: Fadiga multiaxial de alto ciclo; carregamentos em fase; eixos virabrequins; aços estruturais; centrais termoelétricas; índice de erro.

Abstract

Evaluation of Fatigue Resistance under Multiaxial Loadings of Crankshaft Shafts of Thermoelectric Power Plant Generating Units

This work aims to evaluate the suitability of multiaxial fatigue models regarding their application to crankshaft shafts, as well as evaluating the possibility of crankshaft failure when subjected to loading conditions calculated for the operation. Fatigue is a mechanical failure primarily caused by the application of time-varying loads, whose main characteristic is the generation and/or propagation of cracks. It is extremely important that the study and modeling of fatigue failures is accurate and reliable, since the generation and propagation of cracks, in general, do not cause an evident change in the overall behavior of the structure. This is because the damage generated by a crack is, almost always, restricted to the critical region of the part, tending not to generate “early warnings” of imminent failure.

Fatigue failure predictions become critical for both uniaxial and multiaxial loads. However, for multiaxial loading conditions, analyzes based on more advanced models than those adopted for uniaxial conditions are required, since their stress state is extremely complex.

In this context, criteria were developed for an attempt to predict component failures subjected to cyclic multiaxial loadings. An example of a mechanical component subject to multiaxial fatigue, when in service, is the crankshafts of power plant generating units. Thus, the present work analyzed the applicability of seven models (Findley, Matake, McDiarmid, Susmel & Lazzarin, Papadopoulos, Carpinteri & Spagnoli and Liu & Mahadevan) of high cycle multiaxial fatigue, based on the critical plane, for failure prediction in crankshaft shafts of generating units in thermoelectric power stations. For the application of the models, loading conditions reported in the literature as critical for failure and material properties (fatigue strength limits) previously obtained experimentally will be used as input data and, from that, an Error Index will be generated for each of the seven models evaluated.

Differences were observed between the results for each model, with some being more conservative than others, precisely due to the loading conditions and material properties used. Despite this, the Papadopoulos model proved to be the most suitable among the seven models, due to its ease of formula application and precision in predicting failure.

Key words: High cycle multiaxial fatigue; loadings in phase; crankshaft axles; structural steels; thermoelectric power stations; error index.

Sumário

1.	Introdução	10
2.	Motivação	12
3.	Revisão Bibliográfica	13
3.1.	Conceitos Fundamentais	13
3.1.1.	Tensão e tensor de tensões, Tensões principais e Estado plano de tensões	13
3.1.2.	Componente Hidrostática e desviadora de tensão	15
3.1.3.	Tensão equivalente de Von Mises	16
3.2.	Fundamentos de mecânica da fratura	17
3.2.1.	Fratura frágil	17
3.2.2.	Fratura dúctil	18
3.3.	Fadiga	18
3.3.1.	Tipos de Fadiga	19
3.3.1.1.	Fadiga de baixo ciclo	19
3.3.1.2.	Fadiga de alto ciclo	21
3.3.2.	Mecanismo de dano	21
3.3.2.1.	Nucleação	21
3.3.2.2.	Propagação	23
3.3.3.	Efeitos das tensões médias	24
3.4.	Fadiga Multiaxial	25
3.4.1.	Carregamento proporcional e não proporcional	26
3.4.2.	Critérios de fadiga multiaxial	27
3.4.2.1	Estado de tensões atuante descritos pelo ângulo ψ	27
3.4.2.1.1.	Modelo de Findley	28
3.4.2.1.2.	Modelo de Matake	29
3.4.2.1.3.	Modelo de McDiarmid	29
3.4.2.1.4.	Modelo de Susmel & Lazzarin	30
3.4.2.2.	Estado de tensões atuante descritos pelo ângulo φ	30
3.4.2.2.1.	Modelo de Carpinteri & Spagnoli	31
3.4.2.2.2.	Modelo de Liu & Mahadevan	33

3.4.2.2.3. Modelo de Papadopoulos	34
4. Metodologia	36
4.1. Processos matemáticos dos modelos de análise de fadiga	36
4.1.1. Cálculo dos modelos pelas equações gerias	36
4.2. Comparações dos sete critérios e validação da metodologia	37
4.3. Exemplo matemático para cada modelo	40
5. Resultados e Discussão	45
5.1. Plano de fratura	45
5.2. Plano crítico	45
5.3. Comparação dos diferentes modelos para diferentes materiais	48
6. Conclusões	59
7. Trabalhos Futuros	60
8. Referências Bibliográficas	61
Anexo 1	63
Anexo 2	65

Lista de Figuras

1: Eixo Virabrequim em 3D	12
2: Representação do comportamento de um metal Frágil e um metal Dúctil, em um gráfico Tensão x Deformação	13
3: Cubo de dimensões infinitesimais	14
4: Representação de fraturas dúctil e frágil, respectivamente	18
5: Representação do comportamento elástico de um material	20
6: Ciclo de histerese	20
7: Ilustração da formação de células de discordâncias por fadiga, observadas num microscópio eletrônico de transmissão	22
8: Esquema típico da fase inicial do trincamento por fadiga	22
9: Corte esquemático de uma trinca de fadiga	22
10: Marcas de praia na superfície da fratura de um virabrequim	23
11: Esquema de estrias típicas na superfície de uma trinca de fadiga	23
12: Curva de $\sigma_m \times N$ (a R constante)	24
13: Curva de $\sigma_a \times N$ (a σ_m constante)	24
14: Gráfico comparativo entre Goodman, Gerber e Soderberg	25
15: Carregamento proporcional	26
16: Carregamento não proporcional	26
17: Elemento de área na superfície do corpo de prova nos eixos XY	27
18: Nova descrição do plano de tensão	30
19: Diferença de orientação entre plano de fratura e plano crítico	31
20: Representação no eixo XY dos ângulos	32
21: Gráfico comparativo das médias dos IE para cada modelo em fase e tensão média nula	51
22: Índices de Erro para cada modelo em fase e tensão média nula	52
23: Gráfico comparativo das médias dos IE para cada modelo em fase com presença de tensão média	53
24: Índices de Erro para cada modelo em fase com presença de tensão média	53
25: Gráfico comparativo das médias dos IE para cada modelo fora de fase e tensão média nula	54
26: Índices de Erro para cada modelo fora de fase e tensão média nula	55

27: Gráfico comparativo das médias dos IE para cada modelo fora de fase com presença de tensão média	56
28: Índices de Erro para cada modelo fora de fase com presença de tensão média	56
29: Gráfico comparativo das médias dos IE para cada modelo envolvendo todos os carregamentos	57
30: Todos os Índices de Erro para cada modelo	57

Lista de Tabelas

1: Propriedades do material em função dos limites de resistência à fadiga em flexão e torção	33
2: Divisão dos critérios conforme aplicabilidade e características	36
3: Condições de Carregamento para diferentes materiais	38
4: Parâmetros e Condições de Carregamento para um aço de alta resistência (retirada da Tabela 3)	41
5: Valores de ψ_c para cada modelo e condição de carregamento	46
6: Índices de Erro para cada modelo e condição de carregamento	48

Lista de Símbolos

σ : tensão

E : módulo de elasticidade

ε : deformação específica

F_n : Força Normal

F_c : Força Cisalhante

σ_L : Limite de Escoamento (ou σ_y)

σ_v : Limite de Resistência à Tração (ou σ_r)

σ_m : Tensão Principal Média

σ_a : Amplitude da Tensão Principal

σ_u : Limite de Resistência Mecânica

$\sigma_{H,max}$: Tensão Hidrostática Máxima

τ_a : Amplitude da Tensão Cisalhante

τ_m : Tensão Cisalhante Média

ψ_f : Ângulo que o plano de fratura faz com a horizontal

ψ_c : Ângulo que o plano crítico faz com a horizontal
 φ_f : Ângulo que o plano de fratura faz com a vertical
 φ_c : Ângulo que o plano de crítico faz com a vertical
 δ : Ângulo entre os planos de fratura e crítico
 θ : Ângulo de Euler entre o vetor perpendicular ao plano inclinado e o eixo z do componente
 β : Ângulo de defasagem entre as tensões normal e cisalhante
 f_{-1} : Limite de Resistência à Fadiga em tração/flexão
 t_{-1} : Limite de Resistência à Fadiga em torção
 C_a : Amplitude de Tensão Cisalhante dos modelos
 N_a : Amplitude da Tensão Normal dos modelos
 N_m : Tensão Normal Média dos modelos
 N_{max} : Tensão Normal Máxima dos modelos
 k : Propriedade do material em função dos limites de resistência à fadiga para Findley
 f : Constante referente à propriedade do material para Findley
 μ : Propriedade do material em função dos limites de resistência à fadiga para Mataka
 k' : Propriedade do material em função dos limites de resistência à fadiga para S&L
 s : Parâmetro de material no modelo de L&M
 η : Parâmetro de material no modelo de L&M
 λ : Parâmetro de material no modelo de L&M
 T_a : Amplitude da Tensão Cisalhante Resolvida
 α : Constante de proporcionalidade associada à propriedade do material para Papadopoulos
 IE : Índice de Erro

1. Introdução

Falhas estruturais são problemas importantíssimos a serem estudados na área da engenharia, principalmente na mecânica. Uma falha, entre tantas definições, pode ser tratada como a perda parcial, ou total, da funcionalidade de um componente mecânico. À vista disso, é razoável afirmar que a garantia do perfeito funcionamento das estruturas é uma das principais funções da engenharia, assim como prever possíveis falhas.

Em estruturas mecânicas, como eixos virabrequins, o mecanismo de falha predominante, geralmente, é a fadiga. Tal mecanismo de falha é, primariamente, induzido por carregamentos repetidos e alternados em uma componente, gerando assim uma movimentação cíclica de discordâncias, iniciando a formação de bandas de deslizamento. A partir do seu crescimento, extrusões e intrusões superficiais podem se formar, podendo levar a microtrincas que, por sua vez, evoluem para trincas e se propagam até um colapso indesejado na estrutura mecânica. Entretanto, caso existam concentradores de tensão nas superfícies, estes são os iniciadores das trincas, não o mecanismo de bandas de deslizamento.

As centrais termoelétricas possuem um importante papel na matriz energética nacional brasileira. Segundo o Ministério de Minas e Energia (Balanço Energético Nacional, 2020), em 2019, a atuação dessas centrais, no total da geração de energia nacional, representou 17,7% contra 17,6% do ano anterior.

Os eixos virabrequins de motores abastecidos com combustíveis fósseis, por exemplo, diesel ou gás natural, responsáveis pela geração de energia dessas centrais termoelétricas, são fabricados, dentre outros com o aço DIN 42CrMo4. Este aço é utilizado em diversos outros componentes mecânicos, como válvulas e, engrenagens. Devido ao fato desse aço possuir média temperabilidade, atingindo assim boa profundidade de camada temperada, o mesmo se apresenta como adequado para aplicações severas de fadiga, impacto e tensões a altas temperaturas.

Apesar disso, devido a operações conduzidas fora das recomendações dos fabricantes, erros de projeto e/ou problemas com a especificação do material, existe uma alta incidência de falhas por fadiga em eixos virabrequins de unidades geradoras de centrais termoelétricas.

A fadiga é o tipo de falha mecânica causada pela aplicação repetida de cargas variáveis. Assim, fraturas de peças após danos por fadiga podem ocorrer de forma brusca e inesperada, e por isso, devem ser evitadas em componentes e estruturas. [1]

Devido aos fatores mencionados anteriormente, a análise de fadiga, quando em estruturas complexas, não é trivial. Os eixos virabrequins, quando em serviço, estão sempre sujeitos à torção e flexão simultâneas e, por isso, sofrem carregamentos multiaxiais cíclicos, isto é, em dois ou mais eixos. Fora isso, é sempre necessário levar em conta se tais carregamentos estão em fase ou fora de fase, tal como se são proporcionais ou não.

Um carregamento é dito “em fase” quando as tensões normais máximas e mínimas são aplicadas simultaneamente às tensões cisalhantes as tensões cisalhantes máximas e mínimas. Já em um carregamento “fora de fase”, há uma

defasagem entre os picos e vales das duas tensões citadas. Quanto a proporcionalidade de carregamento, a orientação dos eixos principais das tensões em relação aos eixos do componente que a define, isto é, haverá proporcionalidade se os eixos principais permanecerem fixos, mesmo com o estado de tensões variando no tempo. Do contrário, o carregamento será não-proporcional.

Apesar da diferença nas definições, muitos artigos seguem a linha de que carregamento em fase é sinônimo de proporcional e carregamento fora de fase é sinônimo de não-proporcional. [5]

Devido a complexidade das tensões atuantes em tais eixos virabrequins, se faz necessária uma análise a partir de modelos mais avançado e completos do que os conhecidos para carregamentos uniaxiais. Em síntese, assegurar a integridade desses eixos em serviço é essencial, já que danos causados por fadiga podem levar a perdas de materiais, danos ambientais e, em casos mais graves, perdas humanas.

Diversos critérios foram desenvolvidos para estimar se ocorrerá falha por fadiga em metais devido a carregamentos multiaxiais. Alguns se baseiam na tensão, outros na deformação. Para o caso do presente estudo, isto é, para o caso de eixos virabrequins, o mesmo é projetado de forma a trabalhar com tensões de natureza elástica (portanto, abaixo do limite de escoamento) e devem ter uma resistência à fadiga infinita (portanto, resistir a grandes números de ciclos). Com isso em vista, critérios que se baseiam na tensão são os mais adequados para o caso de eixos virabrequins.

Por fim, considerando as informações citadas anteriormente, dada a importância da análise do risco de falha, o objetivo é analisar a aplicabilidade de sete modelos de fadiga multiaxial de alto ciclo, sendo eles: Findley, Matake, McDiarmid, Papadopoulos, Carpinteri & Spagnoli, Liu & Mahadevan e Susmel & Lazzarin.

2. Motivação

Em primeira instância, é necessário se levar em conta os perigos gerados pela falha por fadiga, já que um determinado componente que está sob carregamento, seja uniaxial ou multiaxial, por muito tempo ('entende-se anos') tem grandes chances de falhar abruptamente e inesperadamente, gerando assim graves acidentes que podem envolver perdas humanas e materiais.

Um bom exemplo para estudo de uma estrutura mecânica sujeita à fadiga multiaxial (em serviço) é um eixo virabrequim. Falhas foram reportadas em eixos virabrequins em unidades geradoras (motores) em centrais termoeletricas. Uma falha nesse componente implica na parada do motor. Além do alto custo associado à troca do próprio eixo, na maioria dos casos, há também o custo da não entrega de energia. Parar de operar um equipamento significa cessar o lucro, portanto, a falha, seja ela material, operacional, ou humana, é algo que sempre se tenta prevenir pois é totalmente danosa ao projeto como um todo.

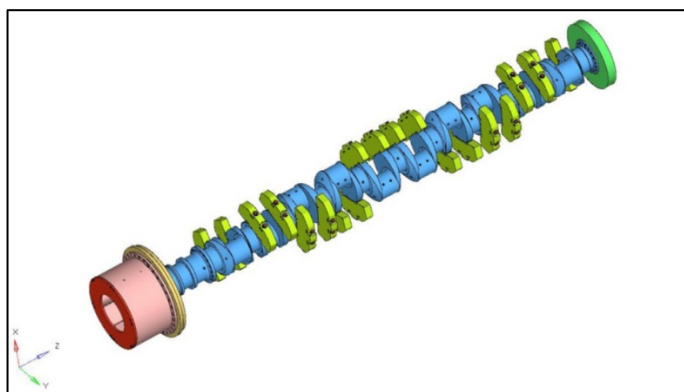


Figura 1: Eixo Virabrequim em 3D. [22]

Devido ao fato do critério de Findley ser usualmente adotado na concepção de projetos destes eixos virabrequins, um interesse de pesquisa seria analisar a aplicabilidade de outros seis modelos de fadiga multiaxial (Matake, McDiarmid, Papadopoulos, Carpinteri & Spagnoli, Liu & Mahadevan e Susmel & Lazzarin), além do próprio Findley, para a previsão de falha/fratura nestes mesmos eixos, de forma a se evitar acidentes e, consequentemente, grandes prejuízos aos projetos. Além disso, um material muito comum em eixos virabrequins é o 42CrMo4. Este será, dentre outros, um dos materiais analisados em diversas condições de carregamento neste estudo para se avaliar a previsão de falha/fratura.

3. Revisão Bibliográfica

3.1. Conceitos Fundamentais

A análise a ser desenvolvida possui como suposições básicas que o corpo de prova a ser analisado é contínuo, homogêneo e isotrópico. Por contínuo, entende-se que não há vazios em seu interior. Por homogêneo, entende-se que todas as propriedades do corpo são iguais por sua completa extensão. E por isotrópico, entende-se que o valor de uma propriedade é invariante em relação à direção na qual ela é medida.

Todo corpo que é submetido a um esforço externo sofre deformação. Até uma tensão característica, quando esse tal esforço é removido, toda deformação é dita como “recuperável”. Para a grande maioria dos materiais, a relação entre esforço aplicado e deformação resultante é linear. Já em termos de tensão e deformação, essa relação é representada por:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (1)$$

Onde σ é a tensão, E é o módulo de elasticidade ou de Young e ε é a deformação específica. Essa expressão é conhecida como Lei de Hooke.

O ponto a partir do qual o corpo passa a sofrer deformações permanentes é chamado limite de escoamento. Para qualquer carga feita acima deste limite, haverá uma deformação permanente no corpo de prova (comportamento plástico).

Desta forma, fica claro que a forma da curva tensão-deformação é totalmente em função de aspectos microestruturais, como tamanho de grãos por exemplo, e de variáveis externas, como temperatura por exemplo.

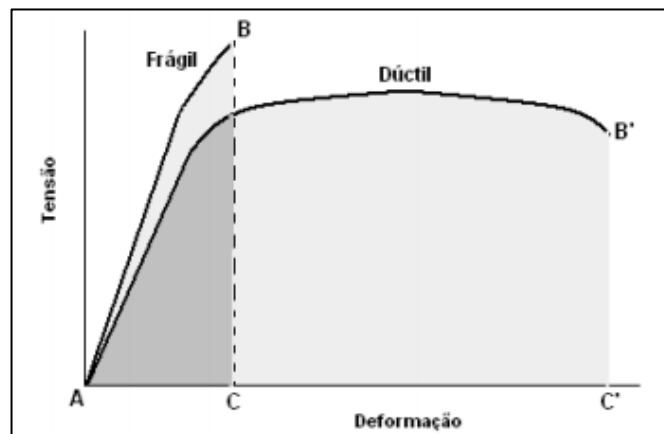


Figura 2: Representação do comportamento de um metal Frágil e um metal Dúctil, em um gráfico Tensão x Deformação. [18]

3.1.1. Tensão e tensor de tensões, Tensões principais e Estado plano de tensões

Seja um corpo qualquer em equilíbrio submetido a diversos esforços mecânicos. A partir de uma seção qualquer do corpo, pode-se substituir as forças na parcela do corpo seccionado por uma seção com uma resultante P . Tal seção (ou plano) é caracterizado por três componentes de tensão (uma normal e duas cisalhantes). Nessa seção transversal onde o corte foi realizado, temos que:

As forças normal e cisalhante serão, respectivamente:

$$F_n = P \cos \theta \quad (2)$$

$$F_c = P \sin \theta \quad (3)$$

Já as tensões normal e cisalhante ao plano serão, respectivamente:

$$\sigma_{xx} = \frac{P}{A} \cos \theta \quad (4)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{P}{A} \sin \theta \cos \varphi \quad (5)$$

$$\sigma_{xz} = \frac{P}{A} \sin \theta \sin \varphi \quad (6)$$

Onde, na equação (4), o primeiro índice representa a normal ao plano onde atua a tensão e o segundo índice representa a direção na qual a tensão atua. Já nas equações (5) e (6), o primeiro índice representa a cisalhante ao plano onde atua a tensão e o segundo índice representa a direção na qual a tensão atua.

Considerando novamente o corpo de prova em equilíbrio e, desta vez, tomando uma seção fina dele que contém um ponto Q qualquer, se pode afirmar que a tensão atuando em Q será:

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} \quad (7)$$

Agora, se ao invés do plano de área ΔA , outro plano fosse cortado, mas também englobando Q, teríamos $\Delta A'$ e $\Delta P'$, onde $\Delta A' \neq \Delta A$ e $\Delta P' \neq \Delta P$. Desta forma, seria necessário avaliar todos os planos contendo o ponto Q para descrever o estado de tensão nesse ponto. Para eliminar essa dificuldade, um cubo de dimensões infinitesimais será definido em torno do ponto Q.

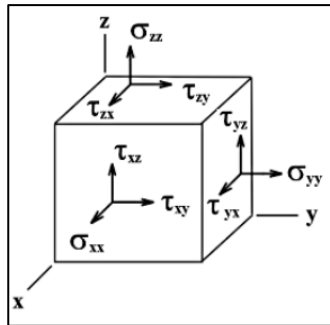


Figura 3: Cubo de dimensões infinitesimais. [17]

Assim, o estado de tensão em um ponto é caracterizado por nove componentes de tensão, formando assim o tensor de tensões:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Como o tensor de tensões é simétrico em relação à diagonal principal, ele também pode ser representado da seguinte maneira:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Vale ressaltar que independente do sistema de eixos a ser escolhido, o estado de tensão representado pelo tensor continuará representando o mesmo ponto, apenas por coordenadas distintas. Caso o sistema de eixo adotado, em relação ao mesmo ponto, fosse $x'y'z'$, se teria o seguinte tensor:

$$\sigma'_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma'_{xx} & \tau'_{xy} & \tau'_{xz} \\ \tau'_{xy} & \sigma'_{yy} & \tau'_{yz} \\ \tau'_{xz} & \tau'_{yz} & \sigma'_{zz} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Quando o elemento se encontra no estado plano de tensões, significa que apenas um dos três planos (representados pelo cubo elementar na figura 3) está sofrendo a ação de tensões. Supondo que o plano xy seja quem está sofrendo ação de tais tensões, têm-se o seguinte tensor:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Todas as tensões com componentes perpendiculares ao plano xy são nulas, ou seja, $\tau_{xz} = \tau_{yz} = \sigma_{zz} = 0$.

Para determinar as tensões principais de um estado de tensões, dado pela equação (9), é preciso determinar inicialmente suas invariantes I_1 , I_2 e I_3 :

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \quad (12)$$

$$I_2 = \det \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xz} \\ \tau_{xz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$I_3 = \det \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Com os invariantes determinados, é possível calcular as tensões principais através da seguinte equação:

$$-\sigma^3 + I_1 \cdot \sigma^2 - I_2 \cdot \sigma + I_3 = 0 \quad (15)$$

Por ser uma equação de terceiro grau, teremos três raízes, de forma que o maior valor será σ_1 , o segundo maior será σ_2 e o menor valor será σ_3 . Essas três tensões σ_1 , σ_2 e σ_3 são as chamadas tensões principais.

3.1.2. Componentes Hidrostática e Desviadora de tensão

Todo tensor pode ser decomposto em duas componentes: uma componente simétrica e outra assimétrica. Seja σ_{ij} o estado de tensões, temos que:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \bar{\sigma}'_{ij} + \bar{\delta}_{ij} \cdot \sigma_m \quad (16)$$

Sendo:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3} \quad (17)$$

Onde $\bar{\sigma}'_{ij}$ é a componente desviadora de tensão (associado a distorção no material) e $\bar{\delta}_{ij} \cdot \sigma_m$ é a componente hidrostática de tensão (associado a variação volumétrica sem distorção). A variável $\bar{\delta}_{ij}$ é chamada de delta de Kronecker e pode ser descrita por uma matriz identidade.

Desta forma, se pode descrever a componente hidrostática da seguinte maneira:

$$\bar{\delta}_{ij} \cdot \sigma_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \sigma_m = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{bmatrix} \quad (18)$$

E, por sua vez, a componente desviadora:

$$\bar{\sigma}'_{ij} = \bar{\sigma}_{ij} - \bar{\delta}_{ij} \cdot \sigma_m = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} - \sigma_m & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} - \sigma_m & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} - \sigma_m \end{bmatrix} \quad (19)$$

A equação (19) pode ser chamada também como tensor desviador de tensão. Desta forma, valem para esse tensor todo o desenvolvimento feito anteriormente. Isto é, a equação (15) pode ser aplicada, obtendo assim a equação geral da tensão desviadora:

$$-(\sigma')^3 + J_1 \cdot (\sigma')^2 - J_2 \cdot \sigma' + J_3 = 0 \quad (20)$$

Onde J_1 , J_2 e J_3 são os invariantes de tensão desviadora.

3.1.3. Tensão equivalente de Von Mises

Quando uma tensão uniaxial de tração é aplicada ao material, ele escoava quando a tensão $\sigma = \sigma_L$, onde σ_L é o limite de escoamento. Mas, se um estado geral de tensão for aplicado, o efeito de todas as componentes de tensão deve ser levado em conta.

O postulado diz que: “O material pode absorver energia de deformação até um ponto de saturação a partir do qual ele se deforma plasticamente”.

O escoamento ocorre quando a seguinte invariante de tensão desviadora exceder um certo limite:

$$J_2 = k^2 \quad (21)$$

Sendo:

$$J_2 = \frac{1}{6} \left[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) \right] \quad (22)$$

Para se avaliar o valor de k, é realizada uma análise para tração uniaxial, onde:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Para esse caso, temos que:

$$J_2 = \frac{1}{6} [\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xx}^2] = \frac{1}{3} \sigma_{xx}^2 \quad (24)$$

E o escoamento ocorrerá quando $\sigma_{xx} > \sigma_L$. Portanto:

$$\frac{\sigma_L^2}{3} = k^2 \rightarrow k = \frac{\sigma_L}{\sqrt{3}} \quad (25)$$

Com k determinado (e valendo para qualquer caso), é possível determinar a equação para tensão equivalente de von Mises:

$$\sigma_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) \right]^{1/2} \quad (26)$$

Vale observar que os termos dentro da equação são todos elevados ao quadrado, desta forma, teremos sempre resultados positivos e, portanto, não há como confirmar se os carregamentos feitos foram de natureza trativa ou compressiva.

A partir da equação (26) é possível avaliar se há escoamento ou não. Caso $\sigma_L > \text{lado direito}$, então não haverá escoamento. Caso $\sigma_L < \text{lado direito}$, então haverá escoamento. Caso $\sigma_L = \text{lado direito}$, é o momento do escoamento.

Vale lembrar também que o significado físico do critério de von Mises é que ele representa a parcela da densidade de energia de deformação que está diretamente envolvida com a mudança de forma (distorção).

3.2. Fundamentos de mecânica da fratura

Em fratura existem três grandes aspectos que devem ser levados em consideração: a propriedade do material (tenacidade à fratura); o defeito interno (podendo, ou não, ser uma trinca); e a solicitação mecânica.

Pode-se dizer que ocorre uma demanda onde, de um lado existe uma solicitação mecânica atuando em cima de um defeito interno, enquanto que por outro lado, existe a capacidade do material de resistir à solicitação mecânica que lhe foi imposta na presença do referido defeito (caso o material consiga resistir, não haverá propagação).

Os principais micromecanismos de fatura são a clivagem, associada à fratura frágil, e a nucleação, crescimento e coalescência de microcavidades, associada à fratura dúctil. Macroscopicamente, as faturas ocorrem na ausência de ductilidade (fratura frágil) ou na sua presença (fratura dúctil e colapso plástico).

3.2.1. Fratura frágil

A fratura frágil é a mais perigosa e deve ser evitada a todo custo pois ocorre de modo brusco (sem avisos) já que não há deformação plástica macroscópica. Normalmente são intergranulares e sua ruptura ocorre nos contornos de grãos (vale ressaltar que elas também podem ser transgranulares).

3.2.2. Fratura dúctil

A fratura dúctil é precedida de deformação plástica macroscópica, ocorrendo quando a carga aplicada excede o limite de escoamento do material. Ela ocorre em três etapas: formação, crescimento e, por fim, união das microcavidades formadas em pontos de deformação heterogênea no material. Normalmente são transgranulares (por ser dentro dos grãos), mas também podem ser intergranulares.

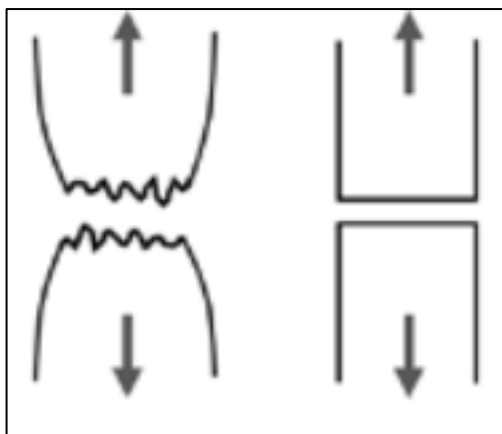


Figura 4: Representação de fraturas dúctil e frágil, respectivamente. [16]

Vale citar que a fragilidade de um material é influenciada por três fatores externos: Temperatura, Taxa de Deformação e Estado de Tensão (caso seja uma chapa fina – tensão plana – e caso seja uma chapa grossa – deformação plana).

3.3. Fadiga

Falhas estruturais são chamadas de “mecânicas” quando causadas primariamente pelas cargas de serviço. Falhas por fadiga são localizadas, progressivas e cumulativas. Logo, sua modelagem pode ser realizada sem a influência das tensões na peça como um todo. A grande maioria das falhas estruturais que ocorrem, na prática, envolvem problemas de fadiga. Um bom exemplo a ser citado é que, na Europa, o custo das falhas estruturais mecânicas chegou a ser estimado em mais do que 4% do seu PIB. [1]

Os fenômenos relacionados à fadiga podem ser considerados, genuinamente, multidisciplinares. O trincamento por fadiga ocorre devido a quebra sucessiva de ligações atômicas, provocando, automaticamente, o movimento de discordâncias. O dimensionamento à fadiga necessita de técnicas

macroscópicas de análise de tensões e deformações, de avaliações de resistências e de acúmulo de dano. [1]

A avaliação da vida em fadiga, nos primórdios das pesquisas sobre o tema, era extremamente demorada e possuía altíssimos custos. Entretanto, a partir dos anos 60, programas computacionais passaram a serem utilizados para a realização de cálculos matemáticos mais complexos e elaborados. Um bom exemplo é o lançamento feito pela NASA de seu primeiro software de elementos finitos no ano de 1965. Isso permitiu um grande avanço na precisão do comportamento mecânico de componentes e estruturas mais complexas. [9]

Um dos pesquisadores mais importantes sobre o tema é August Wöhler. Diversos conceitos, procedimentos e metodologias utilizadas até hoje no dimensionamento à fadiga foram introduzidas por ele. No meio de tantas contribuições, vale o destaque para o projeto e confecção de máquinas para testar peças e corpos de prova a fadiga, o uso do corpo de prova de flexão rotativa para levantar as primeiras curvas SN, a execução de testes de fadiga em tração e torção, o descobrimento de que a vida à fadiga deveria ser medida em ciclos e que era controlada pela gama de tensões, entre outros. [1]

3.3.1. Tipos de Fadiga

De maneira geral, a fadiga pode ser dividida em dois tipos: fadiga de baixo ciclo e fadiga de alto ciclo. A fadiga de baixo ciclo é aquela em que as tensões aplicadas são altas o suficiente para causar uma deformação plástica considerável ao componente. Portanto, pode-se considerar que ocorrem em regime elastoplástico e sua vida à fadiga é baixa. Já a fadiga de alto ciclo é aquela em que as tensões aplicadas estão abaixo do limite de escoamento e, desta forma, não produzem deformação permanente. Portanto, pode-se considerar que ocorrem em regime elástico e sua vida à fadiga é considerada alta. [10]

3.3.1.1. Fadiga de baixo ciclo

A fadiga provoca a geração e/ou a propagação de uma trinca até a eventual quebra da estrutura. Em geral, é o mecanismo de falha dominante nas estruturas mecânicas. [1]

Um aspecto importante no estudo de fadiga ocorre quando o nível de tensão é elevado, portanto o número de ciclos que levam à falha por fadiga é baixo. Essa situação é denominada fadiga de baixo ciclo (normalmente, a fadiga é controlada por deformação cíclica ao invés de tensão cíclica).

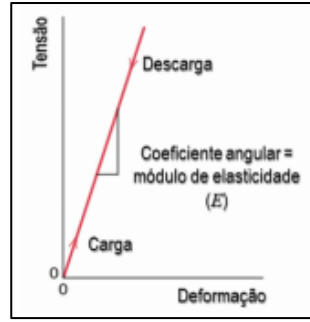


Figura 5: Representação do comportamento elástico de um material. [19]

Caso ocorra deformação plástica, haverá um ciclo de histerese com dimensões $\Delta\sigma$, $\Delta\epsilon$:

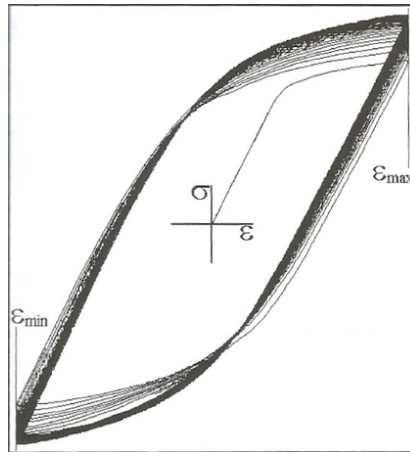


Figura 6: Ciclo de histerese. [1]

Ao se descarregar e se comprimir, o escoamento ocorre sob tensão menor devido ao efeito Bauschinger. Ao se recarregar novamente, forma-se um ciclo de histerese com dimensões $\Delta\sigma$, $\Delta\epsilon$.

A largura do ciclo depende do nível de deformação aplicado ($\Delta\epsilon$), composto por uma componente elástica e uma componente plástica, representadas a seguir, respectivamente:

$$\Delta\epsilon_e = XT + QY = \frac{\Delta\sigma}{E} \quad (27)$$

$$\Delta\epsilon_p = TQ \quad (28)$$

Normalmente, $\Delta\epsilon_p$ é analisado em função do número de ciclos em um gráfico log-log, onde a equação de uma reta é obtida. Essa reta é descrita pela equação de Coffin-Mason:

$$\Delta\epsilon_p \cdot N^b = C \quad (29)$$

Onde b e c são constantes, sendo $b \approx 0,5$ (na realidade, para inúmeros metais, $0,5 \leq b \leq 0,7$). Já o valor de c pode ser avaliado para o caso limite em que a falha em fadiga de baixo ciclo ocorre no início do primeiro ciclo de

carregamento. Assim, $N_f = 1/4$ ciclo e $\Delta\varepsilon_p \approx \varepsilon_f$. Desta forma, $c \approx \varepsilon_f/2$. Portanto, a partir da equação (27), temos que:

$$\Delta\varepsilon_p \cdot N^b = \frac{\varepsilon_f}{2} \therefore \Delta\varepsilon_p = \frac{\varepsilon_f}{2} N^{-b} \quad (30)$$

Já a componente elástica ($\Delta\varepsilon_e$) pode ser relacionada ao número de ciclos que levam à fratura pela relação:

$$\Delta\varepsilon_e = \frac{\sigma_v}{E} N^c \quad (31)$$

Onde $c \approx -0,08$ para a maioria dos metais e σ_v é o limite de resistência à tração.

Como $\Delta\varepsilon$ é o somatório das componentes elástica e plástica, se tem a seguinte equação:

$$\Delta\varepsilon = \frac{\sigma_v}{E} N^c + \frac{\varepsilon_f}{2} N^{-b} \quad (32)$$

Vale mencionar que a equação (32) pode ser vista como a relação entre a largura do ciclo de deformação ($\Delta\varepsilon$) e as propriedades do material que são sensíveis à microestrutura (σ_v, ε_f).

3.3.1.2. Fadiga de alto ciclo

Fadiga de alto ciclo é um tipo de fadiga causada por tensões elásticas associada com um grande número de carregamentos, onde uma combinação de tensões normal e cisalhante acontece.

3.3.2. Mecanismo de dano

Teoricamente, o processo que envolve fadiga possui dois estágios: Nucleação e Propagação. O primeiro estágio, basicamente, é a nucleação de uma microtrinca. Já o segundo estágio pode ser dividido em duas partes, onde inicialmente ocorre uma propagação de maneira estável e, depois de algum tempo (apenas quando essa trinca chega ao seu tamanho crítico) ocorre o crescimento de maneira instável, levando a uma inevitável ruptura do material.

3.3.2.1. Nucleação

Neste estágio, a variação de tensões é a responsável por controlar a iniciação das trincas. É nesse momento que a movimentação de discordâncias decorrente de carregamento cíclico ocorre, tendendo a agrupá-las em células e formar bandas de deslizamento persistentes na superfície da peça, como apresentado na Figura 7. [1]

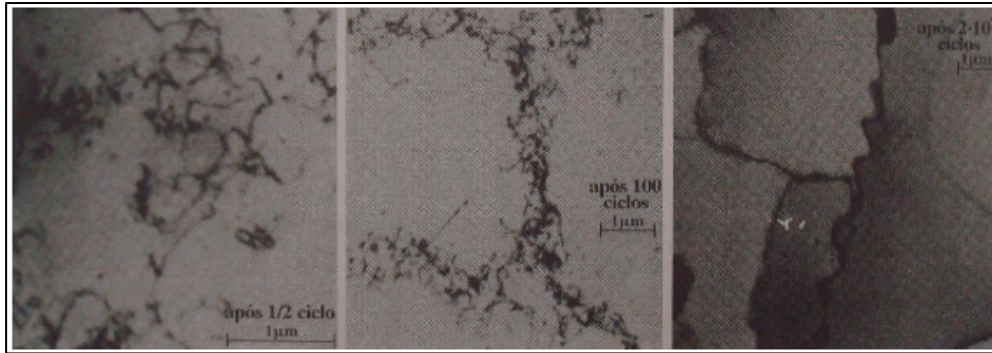


Figura 7: Ilustração da formação de células de discordâncias por fadiga, observadas num microscópio eletrônico de transmissão. [1]

Bandas de deslizamento persistentes são nucleadoras de trincas em superfícies que não apresentam concentradores de tensão. Por exemplo, caso exista um furo em uma chapa, a nucleação da trinca irá se iniciar pela concentração de tensões no furo e não pelas bandas de deslizamento.

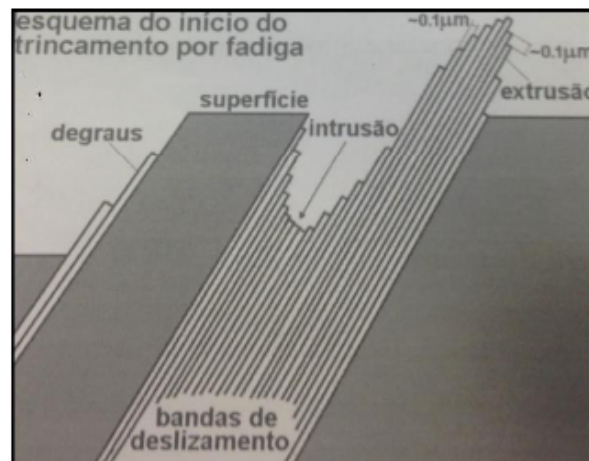


Figura 8: Esquema típico da fase inicial do trincamento por fadiga. [1]

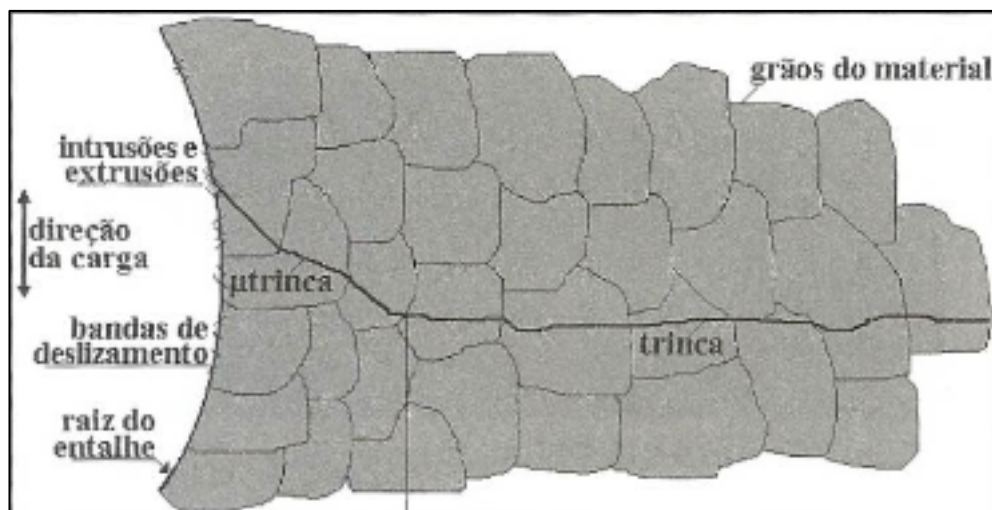


Figura 9: Corte esquemático de uma trinca de fadiga. [1]

3.3.2.2. Propagação

Como citado anteriormente, a propagação ou crescimento da trinca é o segundo estágio. Essas trincas crescem em uma direção perpendicular à máxima tensão normal trativa, onde sua propagação é controlada majoritariamente pela variação do fator de intensidades de tensões (ΔK). É importante se levar em conta que as taxas de propagação dependem do tamanho e da geometria da trinca e da peça. [1]

Marcas de praia e estrias na superfície da fratura do material são característicos desta etapa. Marcas de praia podem ser vistas macroscopicamente (Figura 10), enquanto as estrias, para serem visualizadas, necessitam de um microscópio para visualizá-las (Figura 11).



Figura 10: Marcas de praia na superfície da fratura de um virabrequim. [1]

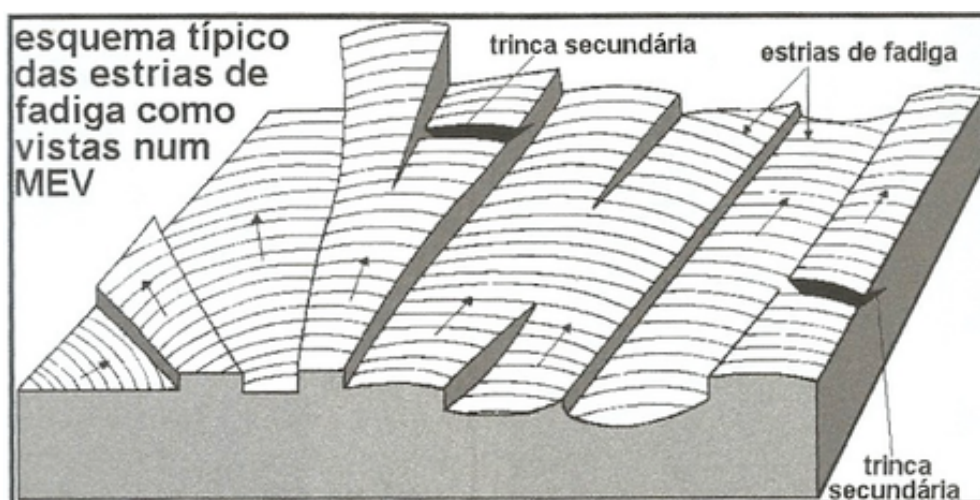


Figura 11: Esquema de estrias típicas na superfície de uma trinca de fadiga. [1]

Ao atingir o seu tamanho crítico o fator de intensidades de tensões K passa a ser um $K_{\text{crítico}}$. O resultado disso é a propagação da trinca de maneira

rápida e catastrófica. Desta maneira, o material se torna incapaz de frear o avanço da trinca.

3.3.3. Efeito das tensões médias

Todo componente mecânico, estando em serviço, demonstra resistência à fadiga (normalmente dependente dos valores médios das tensões que estão atuando). Qualquer critério analisado, caso seja indiferente ao efeito da tensão média, terá o seu uso limitado. [5]

Comumente, a tensão média que possua natureza trativa resultará numa redução da vida em fadiga. Já a tensão média que possua natureza compressiva resultará num efeito inverso, portanto, prolongando sua vida em fadiga. [21]

A tensão média σ_m é um dos parâmetros que mais influencia a vida em fadiga. O efeito da σ_m sobre o comportamento à fadiga é normalmente analisado em termos de um gráfico de $\sigma_m \times N$ (a R constante) ou $\sigma_a \times N$ (a σ_m constante).

Observando a figura 12, conforme R aumenta, há um deslocamento da curva para cima (isto é, ocorre um aumento da vida em fadiga). Já observando a figura 13, conforme σ_m diminui, a vida em fadiga aumenta.

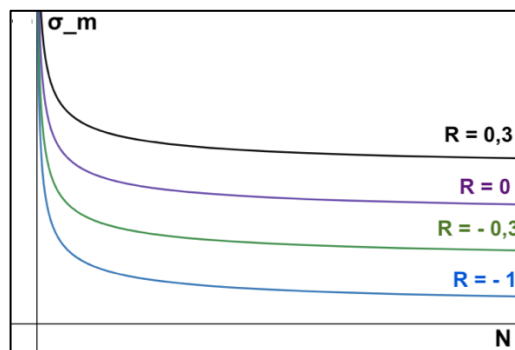


Figura 12: Curva de $\sigma_m \times N$ (a R constante).

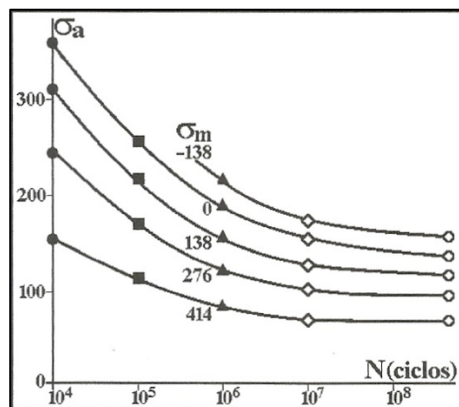


Figura 13: Curva de $\sigma_a \times N$ (a σ_m constante). [1]

O efeito de σ_m no comportamento à fadiga é descrito pela equação de Goodman:

$$\sigma_m = \sigma_{lf} \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_r} \right) \quad (33)$$

Sendo:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (34)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (35)$$

Onde σ_r é o limite de resistência à tração e σ_{lf} é o limite de resistência à fadiga para $R = -1$, σ_m é a tensão média e σ_a é a tensão alternada. Tem-se que:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (36)$$

Então, ocorre reversão total.

A equação de Goodman foi modificada para materiais com alta ductilidade, sendo representada abaixo:

$$\sigma_a = \sigma_{lf} \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_r} \right)^x \right] \quad (37)$$

Já para materiais de alta resistência mecânica, a equação de Goodman foi modificada para:

$$\sigma_a = \sigma_{lf} \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_y} \right) \quad (38)$$

Onde σ_y é o limite de escoamento. A equação (38) pode ser chamada de equação de Soderberg.

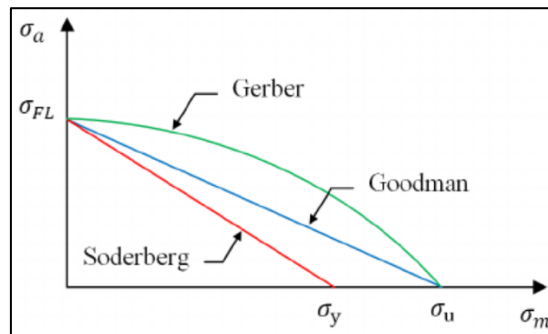


Figura 14: Gráfico comparativo entre Goodman, Gerber e Soderberg. [20]

3.4. Fadiga Multiaxial

Cargas reais de serviço podem atuar em um, ou vários, ponto(s) da peça. E estas podem provir de uma, ou de múltiplas, fonte(s), sejam elas coerentes ou não. De modo geral, essas cargas podem induzir fletores, torçores, normais e/ou cortantes, que combinados podem gerar tensões bi ou tri-axiais variáveis no(s) ponto(s) crítico(s) da peça. A iniciação e/ou a propagação de uma trinca por fadiga, nestas condições, é chamada de fadiga multiaxial. [1]

3.4.1. Carregamento proporcional e não proporcional

Para os casos de carregamentos cíclicos, é possível verificar a variação ao longo do tempo da orientação dos eixos principais em relação ao próprio componente. Carregamentos fora de fase, em tração-torção, serão sempre não proporcionais, enquanto os carregamentos em fase sempre serão proporcionais. As figuras 15 e 16 ilustram bem o caso.

É importante ressaltar que o carregamento não proporcional reduz a vida à fadiga.

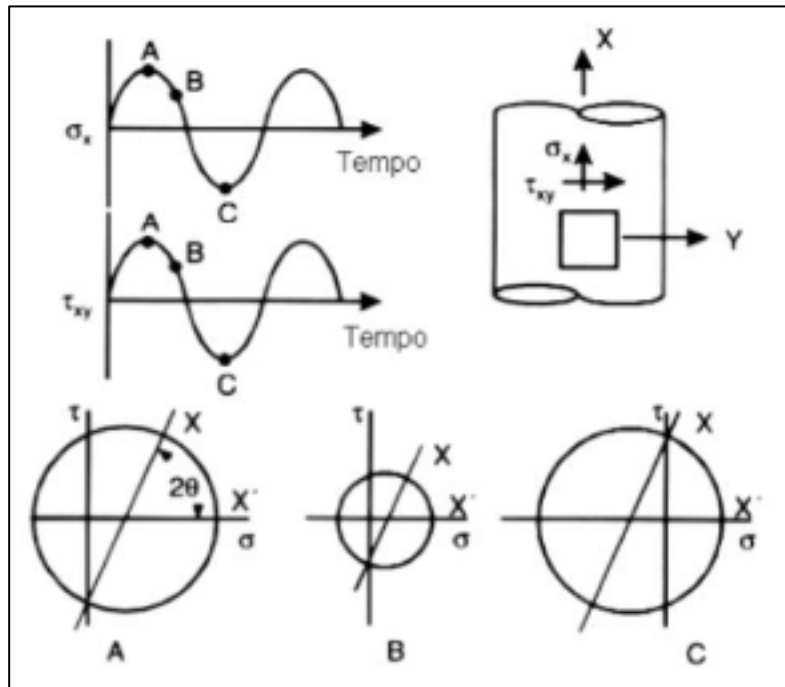


Figura 15: Carregamento Proporcional. [11]

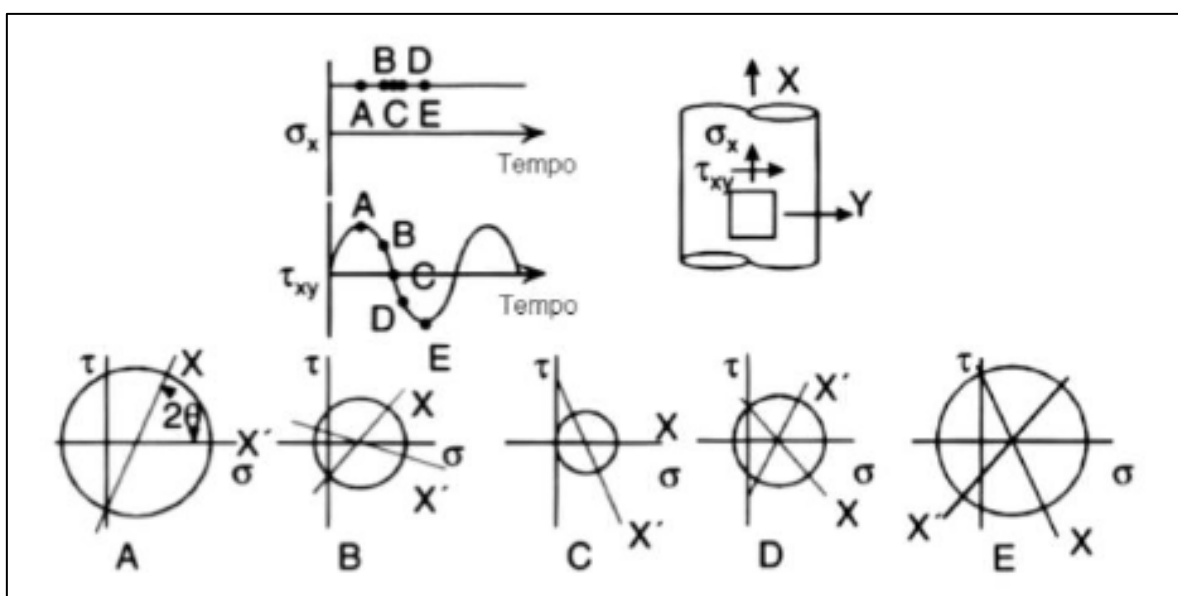


Figura 16: Carregamento não proporcional. [11]

3.4.2. Critérios de fadiga multiaxial

Tendo a análise mais próxima à realidade do carregamento como uma necessidade para o avanço nos estudos sobre o assunto, diversos modelos (critérios) foram desenvolvidos para realizar a previsão de falha do material por fadiga multiaxial.

O presente estudo limitou-se a abordar um total de sete modelos, citados abaixo na ordem cronológica:

- Modelo de Findley (1959)
- Modelo de Matake (1977)
- Modelo de McDiarmid (1987)
- Modelo de Papadopoulos (1997)
- Modelo de Carpinteri & Spagnoli (2001)
- Modelo de Susmel & Lazzarin (2001)
- Modelo de Liu & Mahadevan (2005)

Condições de carregamento relacionadas a estes modelos envolvem flexão e torção, sejam em fase ou fora de fase. Tal sistema não representa, necessariamente, condições reais de carregamento. Entretanto, é suficientemente complexo de forma a permitir a diferenciação entre os vários modelos de análise de fadiga.

A seguir, serão apresentados cada um dos sete modelos, com suas respectivas descrições. Seus desenvolvimentos serão expostos no capítulo 4 (Metodologia).

Cada um dos modelos citados levará em conta parâmetros do material (limite de fadiga à flexão e à torção), assim como parâmetros de carregamento (tensões cisalhantes e normais). Tais parâmetros serão utilizados em desigualdades onde, caso o lado esquerdo dela for menor (ou igual) ao lado direito, significa que não haverá dano causado por fadiga. Caso contrário, os parâmetros utilizados irão gerar dano à fadiga.

3.4.2.1. Estado de tensões atuante descrito pelo ângulo ψ

A partir de um corpo de prova, é possível tomar um elemento de área, o qual está sujeito a um estado de tensão plana, onde há tensão normal e cisalhante, como representado pela figura abaixo:

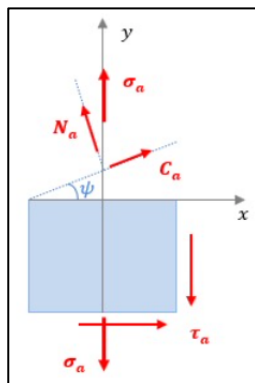


Figura 17: Elemento de área na superfície do corpo de prova nos eixos XY. [22]

Considerando o plano genérico orientado por ψ em relação à horizontal, é possível desmembrar os carregamentos macroscópicos σ_a e τ_a em duas componentes: uma normal (representada por N_a) e uma cisalhante (representada por C_a).

$$N_a = \sin^2 \theta |\cos \psi| \sqrt{\sigma_a^2 \cos^2 \psi + 4\tau_a^2 \sin^2 \psi + 2\sigma_a \tau_a \sin(2\psi) \cos \beta} \quad (39)$$

$$C_a = \sqrt{\frac{f^2 + g^2 + p^2 + q^2}{2}} + \sqrt{\left(\frac{f^2 + g^2 + p^2 + q^2}{2}\right)^2 - (fq - gp)^2} \quad (40)$$

Onde N_a é a amplitude de tensão normal e C_a é a tensão cisalhante atuando no plano ψ .

Além disso, existem as seguintes equações:

$$N_m = \sin^2 \theta (\sigma_m \cos^2 \psi + \tau_m \sin 2\psi) \quad (41)$$

$$N_{max} = N_a + N_m \quad (42)$$

Onde N_m é a tensão normal média e N_{max} é a máxima tensão normal atuando no plano ψ .

E as funções auxiliares f , g , p e q são representadas por:

$$f = \sin \theta \left(-\frac{\sigma_a}{2} \sin 2\psi + \tau_a \cos 2\psi \cos \beta \right) \quad (43)$$

$$g = -\tau_a \sin \theta \cos 2\psi \sin \beta \quad (44)$$

$$p = -\frac{1}{2} \sin 2\theta (\sigma_a \cos^2 \psi + \tau_a \sin 2\psi \cos \beta) \quad (45)$$

$$q = \frac{1}{2} \tau_a \sin 2\theta \sin 2\psi \sin \beta \quad (46)$$

Vale ressaltar que θ é o ângulo de Euler entre o vetor perpendicular ao plano inclinado e o eixo z do componente (por se tratar de um plano 1D, o ângulo θ será sempre 90°) e o ângulo β é a defasagem entre σ_a e τ_a .

3.4.2.1.1. Modelo de Findley

O modelo de Findley se limita a uma combinação linear de C_a e N_{max} atuantes sobre o plano crítico. É onde ocorre a nucleação no plano crítico do ponto mais solicitado do componente mecânico.[2] A orientação do plano crítico é aquela que maximiza o lado esquerdo da desigualdade abaixo.

$$C_a + k N_{max} \leq f^* \quad (47)$$

Sendo:

$$k = \frac{2 - \left(\frac{f-1}{t-1}\right)}{2 \sqrt{\frac{f-1}{t-1} - 1}} \quad (48)$$

$$f^* = \sqrt{\frac{f_{t-1}^2}{4 \left(\frac{f-1}{t-1} - 1\right)}} \quad (49)$$

Onde C_a é a tensão cisalhante atuando no plano crítico, N_{max} é a tensão normal máxima, f_{-1} e t_{-1} são os limites de resistência à fadiga em tração/flexão e em torção, respectivamente. Os parâmetros k e f^* dependem de propriedades do material (no caso, dependem de f_{-1} e t_{-1}).

O plano crítico para esse modelo se caracteriza pelo valor máximo da combinação linear de C_a e N_{max} , representados na equação (47).

O modelo se aplica para situações de carregamentos proporcionais e não proporcionais. Uma limitação deste modelo se deve ao fato de o mesmo prever uma dependência de t_{-1} por τ_m , superposta ao carregamento cíclico. [5]

3.4.2.1.2. Modelo de Matake

O segundo modelo apresentado (modelo de Matake) possui uma expressão similar ao anterior. A iniciação das trincas é passível de ocorrer nos planos de cisalhamento, enquanto que o movimento de discordância é mais provável de ocorrer nas direções de maior tensão cisalhante. [3] O plano crítico será aquele em que C_a for máximo. Sua equação está representada abaixo por:

$$C_a + \mu N_{max} \leq t_{-1} \quad (50)$$

Sendo:

$$\mu = 2 \left(\frac{t_{-1}}{f_{-1}} \right) - 1 \quad (51)$$

Ao determinar C_a máximo, significa que $\psi = \psi_c$. A partir disso, esse ψ_c é substituído nas equações (39) e (41) para determinar os valores máximos de N_a e N_m e, conseqüentemente N_{max} através da equação (42). Com esses termos maximizados, se volta à equação (50) para checar se o modelo indica a falha do material/componente (ou não).

Esse modelo prevê, de maneira precisa, a dependência linear do limite de resistência à fadiga por tração/flexão (f_{-1}) através da superposição de uma tensão normal estática. Além disso, pode ser aplicado tanto em carregamentos em fase, quanto para carregamentos fora de fase. [5] Uma possível crítica é para casos em que N_{max} seja constante pois a iniciação da trinca, segundo o modelo, é mais passível de ocorrer no plano de cisalhamento mesmo tendo C_a nulo.

3.4.2.1.3. Modelo de McDiarmid

O modelo de McDiarmid, assim como o modelo de Matake, possui a ideia de que a iniciação das trincas ocorre nos planos de cisalhamento e que seu plano crítico será aquele que maximiza C_a . A única diferença está no coeficiente de N_{max} , como demonstrado na desigualdade a seguir:

$$C_a + \frac{t_{-1}}{2\sigma_u} N_{max} \leq t_{-1} \quad (52)$$

Onde σ_u é o limite de resistência mecânica. O atual modelo, assim como o anterior, pode ser utilizado em carregamentos em fase e carregamentos fora de fase.

Assim como no modelo anterior, quando C_a for maximizado, significa que $\psi = \psi_c$. Com isso, ψ_c deve ser substituído nas equações (39) e (41), determinando N_a e N_m máximos, permitindo também determinar N_{max} maximizado pela equação (42). Em posse dessas informações e, através da equação (52), é possível prever se o material irá falhar ou não para as condições realizadas. Além disso, a mesma crítica feita ao modelo anterior cabe a este modelo, pois o mesmo possui a ideia da iniciação das trincas ocorrendo no plano de cisalhamento, porém em casos onde N_{max} seja constante, C_a será nulo.

3.4.2.1.4. Modelo de Susmel & Lazzarin

O modelo de Susmel & Lazzarin é similar ao de Matake. O plano crítico também ocorrerá quando C_a for maximizado, onde:

$$C_a + k' \frac{N_{max}}{C_a} \leq t_{-1} \quad (53)$$

Sendo:

$$k' = t_{-1} - \left(\frac{f_{-1}}{2} \right) \quad (54)$$

Quando o C_a máximo for determinado, significa que $\psi = \psi_c$. Desta forma, se deve substituir esse ψ_c nas equações (39) e (41) para determinar os valores máximos de N_a e N_m e, conseqüentemente N_{max} através da equação (42). Com essas informações, o uso da equação (53) permite checar se o material irá falhar ou não para o carregamento exposto (tal fato se repete para os modelos de Matake e McDiarmid). Assim como nos modelos de Matake e McDiarmid, uma crítica a este modelo é para casos em que N_{max} seja constante pois a iniciação da trinca, segundo o modelo, é mais passível de ocorrer no plano de cisalhamento mesmo tendo C_a nulo.

3.4.2.2. Estado de tensões atuante descrito pelo ângulo φ

Agora, o plano crítico não será calculado diretamente como nos modelos expostos anteriormente. Inicialmente, será necessário determinar o chamado plano de fratura para então, a partir dele, determinar o plano crítico. O estado de tensões atuando agora será descrito a partir do ângulo φ (que é complementar ao ângulo ψ).

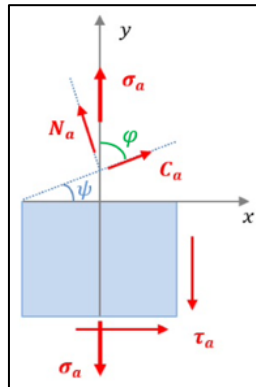


Figura 18: Nova descrição do plano de tensão. [22]

3.4.2.2.1. Modelo de Carpinteri & Spagnoli

O Modelo de Carpinteri & Spagnoli como dito anteriormente modifica a ideia relacionada ao plano crítico pois o mesmo não é mais determinado diretamente. Para defini-lo é necessário saber a relação angular dele com a orientação média tomada pela tensão principal máxima no espaço. Sua orientação depende diretamente do plano de fratura. Os dois planos (plano de fratura e plano crítico) realizam um ângulo δ entre si. [7]

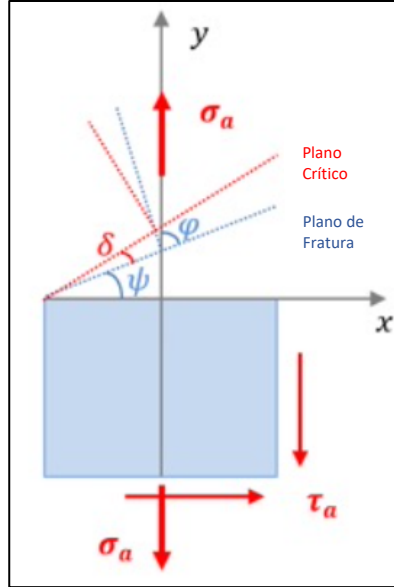


Figura 19: Diferença de orientação entre plano de fratura e plano crítico. [22]

O critério para o modelo proposto é baseado na combinação quadrática de N_{max} (máximo de tensão normal atuando no plano) e C_a (tensão cisalhante atuando no plano), atuantes no plano crítico, da seguinte maneira:

$$\sqrt{N_{max}^2 + \left(\frac{f_{-1}}{t_{-1}}\right)^2 C_a^2} \leq f_{-1} \quad (55)$$

Sendo C_a já retratada na equação (40) e N_{max} na equação (42). Entretanto, as equações e funções auxiliares existentes dentro de C_a e N_{max} são distintas, onde:

$$N_m = \sin^2 \theta (\sigma_m \sin^2 \varphi + \tau_m \sin 2\varphi) \quad (56)$$

$$N_a = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (57)$$

Sendo:

$$a = \sin^2 \theta (\sigma_a \sin^2 \varphi + \tau_a \cos \beta \sin 2\varphi) \quad (58)$$

$$b = -\sin^2 \theta (\tau_a \sin \beta \sin 2\varphi) \quad (59)$$

E as funções auxiliares:

$$f = \frac{1}{2} \sin 2\theta (\sigma_a \sin^2 \varphi + \tau_a \sin 2\varphi \cos \beta) \quad (60)$$

$$g = -\frac{1}{2} \sin 2\theta (\tau_a \sin 2\varphi \sin \beta) \quad (61)$$

$$p = \sin \theta \left(\frac{\sigma_a}{2} \sin 2\varphi + \tau_a \cos 2\varphi \cos \beta \right) \quad (62)$$

$$q = -\sin \theta (\tau_a \cos 2\varphi \sin \beta) \quad (63)$$

Como já citado, existe uma diferença clara na orientação entre o plano de fratura e o plano crítico. A orientação φ_f do plano de fratura pode ser obtido variando o ângulo φ , e será aquela que maximizar N_{max} . Com φ_f determinado, calcula-se o ângulo δ pela seguinte equação (dependente apenas da propriedade do material):

$$\delta = 45^\circ \times \left\{ \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{t_{-1}}{f_{-1}} \right)^2 \right] \right\} \quad (64)$$

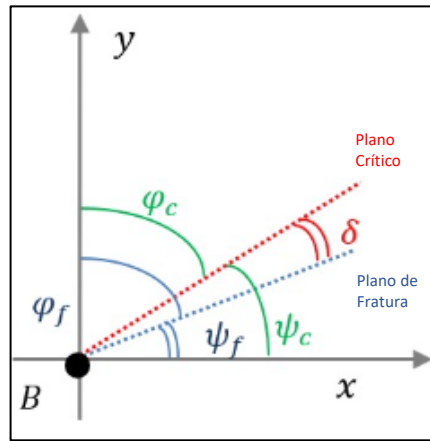


Figura 20: Representação no eixo XY dos ângulos. [22]

Com φ_f e δ determinados, podemos obter φ_c pela seguinte equação:

$$\varphi_c = \varphi_f - \delta \quad (65)$$

Desta forma, é possível determinar N_{max} e C_a no plano crítico, substituindo φ_c no lugar de φ nas equações (56), (58), (59), (60), (61), (62) e (63).

Tendo então determinado novos valores para N_{max} e C_a , a equação (55) indica se o material irá falhar ou não.

Vale ressaltar que esse modelo foi desenvolvido, a princípio, para metais frágeis (duros), pois a razão entre o limite de fadiga em flexão e em torção para esses materiais, ambos completamente reversíveis, se situa na faixa de $\frac{1}{\sqrt{3}} \leq \frac{t_{-1}}{f_{-1}} \leq 1$. Entretanto, isso não é uma regra, portanto, o modelo pode ser aplicado tanto para metais mais dúcteis ($\frac{1}{\sqrt{3}} \geq \frac{t_{-1}}{f_{-1}}$), quanto para metais mais frágeis ($\frac{t_{-1}}{f_{-1}} \leq 1$). Além disso, uma crítica a este modelo se dá pelo fato dos parâmetros C_a e N_{max} se apresentarem ao quadrado, impossibilitando uma visão mais realista do carregamento.

3.4.2.2.2. Modelo de Liu & Mahadevan

O modelo de Liu & Mahadevan propõe modificações no modelo de Carpinteri & Spagnoli, com base na combinação não linear das tensões normal, cisalhante e hidrostática associadas ao plano crítico. Entretanto, a maneira de se determinar os planos de fratura e crítico são iguais. [8]

O plano de fratura será aquele que maximizará N_{max} , variando φ .

$$\sqrt{\left[\frac{N_a(1+\eta\frac{N_m}{f_{-1}})}{f_{-1}}\right]^2 + \left(\frac{C_a}{t_{-1}}\right)^2 + k\left(\frac{\sigma_{H,a}}{f_{-1}}\right)^2} \leq \lambda \quad (66)$$

Onde N_a é a amplitude da tensão normal, representado na equação (57), C_a é a amplitude da tensão cisalhante, representado na equação (40) e $\sigma_{H,a}$ é a amplitude da tensão hidrostática, todas elas agindo no plano crítico; f_{-1} e t_{-1} são os limites à fadiga em flexão e em torção em carregamento completamente reversível, respectivamente.

O termo $(1 + \eta \frac{N_m}{f_{-1}})$ é um fator de correção que considera o efeito da tensão média σ_m no plano crítico, enquanto que k e λ são parâmetros do material, em função da razão $\frac{t_{-1}}{f_{-1}}$, conforme a tabela 1:

Tabela 1: Propriedades do material em função dos limites de resistência à fadiga em flexão e torção.

Propriedades do material	$s = \frac{t_{-1}}{f_{-1}} \leq 1$	$s = \frac{t_{-1}}{f_{-1}} > 1$
η	$\eta = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \left(\frac{\sqrt{3} - \frac{f_{-1}}{t_{-1}}}{\sqrt{3} - 1} \right)$	1
δ	$\cos(2\delta) = \frac{-2 + \sqrt{4 - 4 \left(\frac{1}{s^2 - 3} \right) \left(5 - \frac{1}{s^2} - 4s^2 \right)}}{2 \left(5 - \frac{1}{s^2} - 4s^2 \right)}$	0
k	0	$k = 9(s^2 - 1)$
λ	$\lambda = \sqrt{\cos^2(2\delta) s^2 + \sin^2(2\delta)}$	s

O parâmetro δ , exposto na tabela 1, é a orientação do plano crítico (isto é, é o ângulo entre o plano de fratura e o plano crítico) assim como no modelo anterior. Para materiais frágeis, caso em que $s > 1$, os planos coincidem e, portanto, $\delta = 0$.

Assim como feito no modelo anterior de Carpinteri & Spagnoli, φ_f será determinado e, junto de δ , será possível determinar φ_c através da equação (65). A partir disso, φ_c será substituído nas equações (56), (58), (59), (60), (61), (62) e (63) de forma que a equação (66) tenha todos os termos calculados em função

do plano crítico. Com isso, será possível determinar se o modelo indica falha ou não para as condições de carregamento desejadas (tais cálculos e condições serão expostos no tópico de metodologia). Além disso, como no modelo anterior de C&S, alguns parâmetros se apresentam ao quadrado, impossibilitando uma visão mais realista do carregamento.

3.4.2.2.3. Modelo de Papadopoulos

O modelo de Papadopoulos aborda a análise de fadiga em uma escala mesoscópica (intermediária entre macro e microscópica), independente de plano crítico e de plano de fratura.

Além disso, este modelo é válido para condições em que a razão t_{-1} sobre f_{-1} é compreendida entre $1/\sqrt{3}$ e 0,8 (isto é, é válido para: $1/\sqrt{3} \leq t_{-1}/f_{-1} \leq 0,8$) e quando se tem um estado plano de tensões ocorrendo.

Materiais metálicos policristalinos, apresentam um grande número de cristais contidos em um volume elementar v . A abordagem mesoscópica permite a avaliação da plasticidade granular do material, uma vez que o carregamento pode preservar no componente um comportamento elástico macroscópico. Ou seja, os grãos metálicos podem sofrer deslizamentos plásticos, levando possivelmente à iniciação de trincas. Entretanto, apenas em uma análise mesoscópica é possível ter essa certeza. A deformação plástica acumulada na direção do deslizamento e induzida por cargas cíclicas é proporcional à amplitude da tensão cisalhante quando o número de ciclos aumenta infinitamente, logo:

$$T_a = \Sigma^\infty \Delta \gamma^p \quad (67)$$

Onde T_a é a amplitude da tensão cisalhante e $\Sigma^\infty \Delta \gamma^p$ é o somatório das deformações plásticas de cristais ao longo da variação do deslizamento.

Vale lembrar que a prevenção da criação de trincas de fadiga da mesma ordem de grandeza que o volume elementar v é algo de extrema importância para Engenharia. Dito isso, o critério de fadiga precisa se basear em um valor médio para a deformação plástica acumulada em todos os cristais escoados, plasticamente, dentro de v . Tal valor médio, referido à raiz quadrada volumétrica média ($T_a(\psi, \theta, \chi)$), é apresentado a seguir:

$$\sqrt{T_a^2} = \sqrt{5} \sqrt{\frac{1}{8\pi^2} \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\chi=0}^{2\pi} [T_a(\psi, \theta, \chi)]^2 d\chi \sin \theta d\theta d\psi} \quad (68)$$

Sendo:

$$T_a = \sqrt{a^2 \cos^2 \chi + b^2 \sin^2 \chi} \quad (69)$$

$$a, b = \sqrt{\frac{f^2 + g^2 + p^2 + q^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{f^2 + g^2 + p^2 + q^2}{2}\right)^2 - (f q - g p)^2}} \quad (70)$$

Onde ψ e θ são ângulos de coordenada esférica e χ é o ângulo associado às direções de deslizamento. As variáveis f , g , p e q são funções auxiliares dos parâmetros de carregamento aplicados ao material e dos ângulos associados ao

sistema como um todo e já foram representadas nas equações (43), (44), (45) e (46).

O modelo proposto por Papadopoulos leva em consideração o fato de que fraturas de alguns cristais isolados dentro do volume v podem ocorrer, levando a trincas embrionárias, consequentemente afetando a resistência do material à fadiga, e isso se deve a influência da tensão hidrostática máxima $\sigma_{H,max}$. Assim, o presente modelo passa a ter a seguinte forma:

$$\sqrt{T_a^2} + \alpha \sigma_{H,max} \leq t_{-1} \quad (71)$$

Substituindo a e b , calculados pela equação (70), na equação (69) e, integrando em relação a variável χ , se obtém:

$$\sqrt{T_a^2} = \sqrt{5} \sqrt{\frac{1}{8\pi^2} \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \pi(a^2 + b^2) \sin \theta d\theta d\psi} \quad (72)$$

E agora, substituindo as funções auxiliares, equações (43), (44), (45) e (46), em a e b , se obtém:

$$\sqrt{T_a^2} = \sqrt{\frac{\sigma_a^2}{3} + \tau_a^2} \quad (73)$$

Desta forma, a equação (71) pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\sqrt{\frac{\sigma_a^2}{3} + \tau_a^2} + \alpha \sigma_{H,max} \leq t_{-1} \quad (74)$$

Sendo:

$$\sigma_{H,max} = \frac{\sigma_a + \sigma_m}{3} \quad (75)$$

A tensão hidrostática máxima está relacionada à amplitude de tensão normal sobreposta à tensão média. Já o parâmetro α (constante de proporcionalidade) pode ser determinado considerando a condição de fadiga uniaxial por tração/compressão totalmente reversível.

Para casos de torção pura, temos $\tau_a = t_{-1}$, $\sigma_a = 0$ e $\sigma_m = 0$. Então:

$$\tau_a \leq t_{-1} \quad (76)$$

Já para casos de flexão pura, temos $\tau_a = 0$, $\sigma_a = f_{-1}$ e $\sigma_m = 0$. Portanto:

$$\frac{f_{-1}}{\sqrt{3}} + \alpha \frac{f_{-1}}{3} \leq t_{-1} \quad (77)$$

Desta forma, se determina a constante de proporcionalidade α como:

$$\alpha = \frac{t_{-1} - \left(\frac{f_{-1}}{\sqrt{3}}\right)}{\left(\frac{f_{-1}}{3}\right)} \quad (78)$$

4. Metodologia

Nesta etapa, cálculos foram realizados para cada um dos sete critérios, a partir de uma planilha Excel. Com todos os cálculos finalizados, uma comparação foi feita entre os sete critérios para as distintas condições de carregamento e materiais expostas.

4.1. Processos matemáticos dos modelos de análise de fadiga

Os critérios de análise de falhas foram divididos em três grupos distintos, a partir da aplicabilidade de cada modelo e, também, de suas características:

Tabela 2: Divisão dos critérios conforme aplicabilidade e características.

GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3
Findley Matake McDiarmid Susmel & Lazzarin	Carpinteri & Spagnoli Liu & Mahadevan	Papadopoulos

Tanto para o GRUPO 1, quanto para o GRUPO 2, a definição do plano crítico é essencial para que os modelos possam ser contemplados de fato. Isso se deve ao fato das tensões normais e cisalhantes não serem as aplicadas no componente em si, mas sim no plano crítico. Tais equações (para cada modelo) são funções explícitas de ângulos que definem o plano crítico, além de levarem em consideração a defasagem entre as tensões que estão atuando em seus planos, assim como os parâmetros de cada condição de carregamento aplicados.

Vale ressaltar que, quando a tensão normal que atua na direção do eixo e a tensão cisalhante na seção estão em fase, o sistema de eixos principais está fixo, ou seja, não muda de direção à medida que as tensões variam no carregamento cíclico. Desta forma, se torna viável a aplicação de tais modelos de fadiga multiaxial, sem a necessidade de cálculos matemáticos mais elaborados.

Já o GRUPO 3 é apenas composto por Papadopoulos devido ao fato de possuir a mais fácil aplicação dentre todos os modelos analisados. Papadopoulos não é claro sobre plano crítico/plano de fratura em seu artigo (apesar de realizar comparações com outros modelos que utilizam tal método). Seu trabalho chegou a uma equação (equação (74)) na qual apenas é necessária a utilização das próprias tensões que o material sofre para que o seu modelo preveja a falha (não sendo necessário levar em consideração se há, ou não, defasagem entre tais tensões, além de não depender de ângulos).

4.1.1. Aplicação dos modelos pelas equações gerais

Papadopoulos [5] e Carpinteri & Spagnoli [6], em seus artigos, demonstraram equações que permitiram definir as tensões atuantes em planos definidos pelo ângulo ψ . Para os modelos de Findley [2], Matake [3], McDiarmid

[4] e Susmel & Lazzarin [7], foram utilizadas as equações expostas por Papadopoulos. Já para o modelo de Liu & Mahadevan [8], foram utilizadas as equações expostas por Carpinteri & Spagnoli.

i. Equações para Findley, Matake, McDiarmid e Susmel & Lazzarin

Todos os quatro critérios possuem, em suas equações finais, os parâmetros: tensão normal máxima (N_{\max}) e amplitude da tensão cisalhante (C_a), ambas atuantes no plano crítico. Tal plano está com uma angulação ψ em relação ao eixo horizontal de referência.

Desta maneira, chega-se as equações para C_a (equação (40)), N_{\max} (equação (42)), N_a (equação (39)) e N_m (equação (41)).

ii. Equações para Carpinteri & Spagnoli e Liu & Mahadevan

Assim como os critérios anteriores, estes dois possuem, em suas equações finais, os parâmetros: tensão normal máxima (N_{\max}) e amplitude da tensão cisalhante (C_a). Entretanto, tais parâmetros estão atuando no plano de fratura (perpendicular à tensão principal máxima). O plano crítico para esses modelos é determinado acrescentando um ângulo δ ao plano de fratura (cuja angulação é determinada pelo ângulo ψ em relação ao eixo horizontal de referência).

Desta maneira, chega-se as equações para C_a (equação (40)), N_{\max} (equação (42)), N_a (equação (57)) e N_m (equação (56)), semelhantes às anteriores, porém distintas.

Vale ressaltar que $\varphi = 90^\circ - (\psi + \delta)$ é o ângulo associado com a primeira rotação do sistema para determinar o plano de fratura.

Pelo fato de os critérios possuírem essa dependência de seus respectivos ângulos, foi necessária a realização de uma análise numérica para ser possível a obtenção dos resultados desejados. Desta forma, a partir de uma planilha Excel, os ângulos ψ e φ foram postos de 0° a 360° , com incrementos de $0,1^\circ$ para mitigar possíveis erros.

4.2. Comparações dos critérios e avaliação da metodologia

Todos os sete critérios de fadiga multiaxiais expostos anteriormente (item 3.4.2.) foram aplicados em carregamentos de flexão/torção. Tais condições de carregamento utilizadas envolvem tensões normais e cisalhantes (em fase e fora de fase). Além disso, algumas das condições de carregamento possuem tensão média nula, ou seja, são carregamentos totalmente reversíveis, enquanto que outros possuem tensão média trativa e/ou cisalhante.

Vale ressaltar que as condições de carregamento consideradas (tabela 3) correspondem ao estado de limite de fadiga. Isto é, representa o melhor limite de tensão para que não exista fratura.

A tabela 3 apresenta quatro diferentes grupos de condições de carregamento que foram aplicados aos diferentes modelos de fadiga multiaxiais: tensões normal e cisalhante em fase (com tensões médias nulas); tensões normal e cisalhante em fase (com a presença de tensões médias); tensões normal e cisalhante fora de fase (com tensões médias nulas); e tensões normal e cisalhante fora de fase (com a presença de tensões médias).

Tabela 3: Condições de carregamento para diferentes materiais.

Material	#	f-1 (MPa)	t-1 (MPa)	σ_u (MPa)	σ_a (MPa)	σ_m (MPa)	τ_a (MPa)	τ_m (MPa)	β (graus)
aço de alta resistência	1	313,90	196,20	704,10	327,70	0,00	0,00	0,00	0
	2	313,90	196,20	704,10	308,00	0,00	63,90	0,00	0
	3	313,90	196,20	704,10	255,10	0,00	127,50	0,00	0
	4	313,90	196,20	704,10	141,90	0,00	171,30	0,00	0
	5	313,90	196,20	704,10	0,00	0,00	201,10	0,00	0
	6	313,90	196,20	704,10	255,10	0,00	127,50	0,00	30
	7	313,90	196,20	704,10	142,00	0,00	171,20	0,00	30
	8	313,90	196,20	704,10	255,10	0,00	127,50	0,00	60
	9	313,90	196,20	704,10	147,20	0,00	177,60	0,00	60
	10	313,90	196,20	704,10	308,00	0,00	63,90	0,00	90
	11	313,90	196,20	704,10	264,90	0,00	132,40	0,00	90
	12	313,90	196,20	704,10	152,50	0,00	184,20	0,00	90
aço de alta resistência	13	313,90	196,20	680,00	138,10	0,00	167,10	0,00	0
	14	313,90	196,20	680,00	140,40	0,00	169,90	0,00	30
	15	313,90	196,20	680,00	145,70	0,00	176,30	0,00	60
	16	313,90	196,20	680,00	150,20	0,00	181,70	0,00	90
	17	313,90	196,20	680,00	245,30	0,00	122,70	0,00	0
	18	313,90	196,20	680,00	249,70	0,00	124,90	0,00	30
	19	313,90	196,20	680,00	252,40	0,00	126,20	0,00	60
	20	313,90	196,20	680,00	258,00	0,00	129,00	0,00	90
	21	313,90	196,20	680,00	299,10	0,00	62,80	0,00	0
	22	313,90	196,20	680,00	304,50	0,00	63,90	0,00	90
42CrMo4	23	398,00	260,00	1025,00	328,00	0,00	157,00	0,00	0
	24	398,00	260,00	1025,00	286,00	0,00	137,00	0,00	90
	25	398,00	260,00	1025,00	233,00	0,00	224,00	0,00	0
	26	398,00	260,00	1025,00	213,00	0,00	205,00	0,00	90
	27	398,00	260,00	1025,00	266,00	0,00	128,00	128,00	0
	28	398,00	260,00	1025,00	283,00	0,00	136,00	136,00	90
	29	398,00	260,00	1025,00	333,00	0,00	160,00	160,00	180
	30	398,00	260,00	1025,00	280,00	280,00	134,00	0,00	0
	31	398,00	260,00	1025,00	271,00	271,00	130,00	0,00	90
34Cr4	32	410,00	256,00	795,00	314,00	0,00	157,00	0,00	0
	33	410,00	256,00	795,00	315,00	0,00	158,00	0,00	60

	34	410,00	256,00	795,00	316,00	0,00	158,00	0,00	90
	35	410,00	256,00	795,00	315,00	0,00	158,00	0,00	120
	36	410,00	256,00	795,00	224,00	0,00	224,00	0,00	90
	37	410,00	256,00	795,00	380,00	0,00	95,00	0,00	90
	38	410,00	256,00	795,00	316,00	0,00	158,00	158,00	0
	39	410,00	256,00	795,00	314,00	0,00	157,00	157,00	60
	40	410,00	256,00	795,00	315,00	0,00	158,00	158,00	90
	41	410,00	256,00	795,00	279,00	279,00	140,00	0,00	0
	42	410,00	256,00	795,00	284,00	284,00	142,00	0,00	90
	43	410,00	256,00	795,00	355,00	0,00	89,00	178,00	0
	44	410,00	256,00	795,00	212,00	212,00	212,00	0,00	90
	45	410,00	256,00	795,00	129,00	0,00	258,00	0,00	90
30NCD16	46	660,00	410,00	1880,00	485,00	0,00	280,00	0,00	0
	47	660,00	410,00	1880,00	480,00	0,00	277,00	0,00	90
	48	660,00	410,00	1880,00	480,00	300,00	277,00	0,00	0
	49	660,00	410,00	1880,00	480,00	300,00	277,00	0,00	45
	50	660,00	410,00	1880,00	470,00	300,00	270,00	0,00	60
	51	660,00	410,00	1880,00	473,00	300,00	273,00	0,00	90
	52	660,00	410,00	1880,00	590,00	300,00	148,00	0,00	0
	53	660,00	410,00	1880,00	565,00	300,00	141,00	0,00	45
	54	660,00	410,00	1880,00	540,00	300,00	135,00	0,00	90
	55	660,00	410,00	1880,00	211,00	300,00	365,00	0,00	0
aço macio	56	235,40	137,30	518,80	245,30	0,00	0,00	0,00	0
	57	235,40	137,30	518,80	235,60	0,00	48,90	0,00	0
	58	235,40	137,30	518,80	187,30	0,00	93,60	0,00	0
	59	235,40	137,30	518,80	101,30	0,00	122,30	0,00	0
	60	235,40	137,30	518,80	0,00	0,00	142,30	0,00	0
	61	235,40	137,30	518,80	194,20	0,00	97,10	0,00	60
	62	235,40	137,30	518,80	108,90	0,00	131,50	0,00	60
	63	235,40	137,30	518,80	235,60	0,00	48,90	0,00	90
	64	235,40	137,30	518,80	208,10	0,00	104,10	0,00	90
	65	235,40	137,30	518,80	112,60	0,00	136,00	0,00	90
ferro fundido	66	96,10	91,20	230,00	93,20	0,00	0,00	0,00	0
	67	96,10	91,20	230,00	95,20	0,00	19,70	0,00	0
	68	96,10	91,20	230,00	83,40	0,00	41,60	0,00	0
	69	96,10	91,20	230,00	56,30	0,00	68,00	0,00	0
	70	96,10	91,20	230,00	0,00	0,00	94,20	0,00	0
	71	96,10	91,20	230,00	104,20	0,00	21,60	0,00	90
	72	96,10	91,20	230,00	97,10	0,00	48,60	0,00	90
	73	96,10	91,20	230,00	71,30	0,00	86,10	0,00	90

Papadopoulos 42CrMo4	74	357,00	275,00	906,00	328,00	0,00	157,00	0,00	0
	75	357,00	275,00	906,00	286,00	0,00	137,00	0,00	90
	76	357,00	275,00	906,00	233,00	0,00	224,00	0,00	0
	77	357,00	275,00	906,00	213,00	0,00	205,00	0,00	90
	78	357,00	275,00	906,00	266,00	0,00	128,00	128,00	0
	79	357,00	275,00	906,00	283,00	0,00	136,00	136,00	90
	80	357,00	275,00	906,00	333,00	0,00	160,00	160,00	180
	81	357,00	275,00	906,00	280,00	280,00	134,00	0,00	0
	82	357,00	275,00	906,00	271,00	271,00	130,00	0,00	90
FEM 42CrMo4	83	357,00	275,00	906,00	54,12	41,31	53,61	57,99	235
	84	357,00	275,00	906,00	50,08	48,86	41,75	43,34	447
	85	357,00	275,00	906,00	71,12	62,77	40,08	42,13	293
	86	357,00	275,00	906,00	98,23	97,41	49,30	51,61	0
	87	357,00	275,00	906,00	80,51	79,18	43,17	44,93	1
	88	357,00	275,00	906,00	100,70	97,03	44,99	49,93	0
FEM Totalmente Reversível 42CrMo4	89	357,00	275,00	906,00	95,43	0,00	111,60	0,00	235
	90	357,00	275,00	906,00	98,95	0,00	85,09	0,00	447
	91	357,00	275,00	906,00	133,89	0,00	82,22	0,00	293
	92	357,00	275,00	906,00	195,63	0,00	100,91	0,00	0
	93	357,00	275,00	906,00	159,69	0,00	88,11	0,00	1
	94	357,00	275,00	906,00	197,73	0,00	94,92	0,00	0

Todos os cálculos necessários para cada modelo foram realizados na própria planilha Excel, como dito anteriormente. Os resultados permitiram calcular o Índice de Erro (IE) cuja função é comparar o lado esquerdo da desigualdade (LHS – *left hand side*), onde os parâmetros de carregamento estão presentes, com o lado direito da desigualdade (RHS – *right hand side*), onde os parâmetros do material estão presente.

$$IE = \frac{LHS-RHS}{RHS} \times 100 \quad (79)$$

Caso ambos os lados da desigualdade sejam iguais, o índice de erro seria zero, isto é, seria o resultado ideal. Para Papadopoulos [5], o desvio neste índice de erro não deve ser maior que 10% (seja positivo ou negativo). Vale ressaltar também que caso $LHS > RHS$, o modelo pode ser considerado como conservador para tal condição de carregamento, já caso $LHS < RHS$, o modelo pode ser considerado como não conservador para tal condição de carregamento.

4.3. Exemplos de aplicação dos modelos

A fim de um melhor entendimento sobre cada modelo, um exemplo será demonstrado a seguir, onde seus cálculos serão expostos:

Exemplo: sem tensões médias e sem defasagem

Tabela 4: Parâmetros e Condições de Carregamento para um aço de alta resistência (da Tabela 3).

Características do material			Características do carregamento				
f_1 (MPa)	t_1 (Mpa)	σ_u (MPa)	σ_a (MPa)	σ_m (MPa)	τ_a (MPa)	τ_m (MPa)	β (graus)
313,90	196,20	704,10	141,90	0,00	171,30	0,00	0

i. Cálculo de Findley:

Para apresentar os cálculos deste modelo, serão utilizadas as equações preliminares (39), (40), (41), (42), (43), (44), (45) e (46), além das equações principais (47), (48) e (49). Desta forma, obtém-se:

$$N_a = \sin^2 90 |\cos \psi| \sqrt{(141,9)^2 \cos^2 \psi + 4(171,3)^2 \sin^2 \psi + 2(141,9)(171,3) \sin(2\psi) \cos 0} \quad (80)$$

$$N_a = |\cos \psi| \sqrt{(20135,61) \cos^2 \psi + (117374,76) \sin^2 \psi + (97229,88) \sin(2\psi)} \quad (81)$$

$$N_m = \sin^2 90 ((0) \cos^2 \psi + (0) \sin 2\psi) = 0 \quad (82)$$

$$N_{max} = N_a + N_m \quad (83)$$

$$f = \sin 90 \left(-\frac{(141,9)}{2} \sin 2\psi + (171,3) \cos 2\psi \cos 0 \right) \quad (84)$$

$$g = -(171,3) \sin 90 \cos 2\psi \sin 0 = 0 \quad (85)$$

$$p = -\frac{1}{2} \sin 2(90) ((141,9) \cos^2 \psi + (171,3) \sin 2\psi \cos 0) = 0 \quad (86)$$

$$q = \frac{1}{2} (171,3) \sin 2(90) \sin 2\psi \sin 0 = 0 \quad (87)$$

$$C_a = \sqrt{f^2} \quad (88)$$

Como no modelo de Findley, o plano crítico é aquele que maximiza a combinação linear de C_a e N_{max} , é preciso encontrar o ângulo ψ que gera essa situação. Pela planilha Excel, esse ângulo se encontra em $71,5^\circ$ e, portanto, os valores para C_a e N_{max} são, respectivamente, 179,51 e 117,38.

Sendo que:

$$k = \frac{2 - \left(\frac{f-1}{t-1}\right)}{2 \sqrt{\frac{f-1}{t-1} - 1}} = 0,258 \quad (89)$$

$$f^* = \sqrt{\frac{f_1^2}{4 \left(\frac{f-1}{t-1} - 1\right)}} = 202,64 \quad (90)$$

Desta forma, a equação de Findley se torna:

$$(179,51) + (0,258)(117,38) \leq 202,64 \quad (91)$$

$$209,82 \leq 202,64 \quad (92)$$

A partir disso, é possível calcular o índice de erro através da equação (79):

$$IE = \frac{209,82 - 202,64}{202,64} \times 100 = 3,54\% \quad (93)$$

ii. Cálculo de Matake:

Para apresentar os cálculos deste modelo, serão utilizadas as equações preliminares novamente (como são as mesmas do modelo anterior, para o mesmo exemplo, as equações de (80) a (88) serão as usadas), além das equações principais (50) e (51).

Para o modelo de Matake, o plano crítico é aquele onde C_a é maximizado. Pela planilha Excel, o ângulo ψ que gera essa situação é $78,8^\circ$ e, portanto, os valores para C_a e N_{\max} são, respectivamente, 185,41 e 70,63.

Sendo que:

$$\mu = 2 \left(\frac{t-1}{f-1} \right) - 1 = 0,250 \quad (94)$$

Dessa forma, a equação de Matake se torna:

$$185,41 + (0,250)(70,63) \leq 196,20 \quad (95)$$

$$203,08 \leq 196,20 \quad (96)$$

A partir disso, é possível calcular o índice de erro através da equação (79):

$$IE = \frac{203,08 - 196,20}{196,20} \times 100 = 3,50\% \quad (97)$$

iii. Cálculo de McDiarmid:

Para apresentar os cálculos do modelo de McDiarmid, serão utilizadas as equações preliminares novamente (as mesmas do modelo anterior, para o mesmo exemplo, de (80) a (88) serão as utilizadas), além da equação principal (52).

Para este modelo, o plano crítico segue o mesmo raciocínio do anterior onde C_a é maximizado para determinar o plano crítico. Pela planilha Excel, o ângulo ψ que gera essa situação é $78,8^\circ$ e, portanto, os valores para C_a e N_{\max} são, respectivamente, 185,41 e 70,63, novamente.

Dessa forma, a equação de McDiarmid se torna:

$$185,41 + \frac{196,20}{2(704,10)} (70,63) \leq 196,20 \quad (98)$$

$$195,25 \leq 196,20 \quad (99)$$

A partir disso, é possível calcular o índice de erro através da equação (79):

$$IE = \frac{195,25 - 196,20}{196,20} \times 100 = -0,48\% \quad (100)$$

iv. Cálculo de Susmel & Lazzarin:

Para o modelo de Susmel & Lazzarin, serão utilizadas as equações preliminares novamente (as mesmas do modelo anterior, para o mesmo exemplo, de (80) a (88) serão as utilizadas), além das equações principais (53) e (54).

Novamente, para este modelo, o plano crítico segue o mesmo raciocínio dos anteriores onde C_a é maximizado para determinar o plano crítico. Pela planilha Excel, o ângulo ψ que gera essa situação é $78,8^\circ$ e, portanto, os valores para C_a e N_{\max} são, respectivamente, 185,41 e 70,63, novamente.

Sendo que:

$$k' = t_{-1} - \left(\frac{f-1}{2}\right) = 39,25 \quad (101)$$

Dessa forma, a equação de Susmel & Lazzarin se torna:

$$185,41 + (39,25) \frac{70,63}{185,41} \leq 196,20 \quad (102)$$

$$200,36 \leq 196,20 \quad (103)$$

A partir disso, é possível calcular o índice de erro através da equação (79):

$$IE = \frac{200,36 - 196,20}{196,20} \times 100 = 2,12\% \quad (104)$$

v. Cálculo de Carpinteri & Spagnoli:

Este modelo também se utiliza das equações preliminares, porém dependem do ângulo φ para determinar qual é o plano crítico e portanto são levemente distintas, sendo representadas nas equações (56), (57), (58), (59), (60), (61), (62) e (63) (além da (40) e (42), previamente expostas). Tal ângulo φ_c é definido por:

$$\varphi_c = 90^\circ - (\psi + \delta) \quad (105)$$

Onde δ é exposto na equação (64).

$$N_m = \sin^2 90 ((0) \sin^2 \varphi + (0) \sin 2\varphi) = 0 \quad (106)$$

$$N_a = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (107)$$

$$N_{\max} = N_a + N_m \quad (108)$$

Sendo:

$$a = \sin^2 90 ((141,9) \sin^2 \varphi + (171,3) \cos 0 \sin 2\varphi) \quad (109)$$

$$b = -\sin^2 90 ((171,3) \sin 0 \sin 2\varphi) \quad (110)$$

$$f = \frac{1}{2} \sin 2(90) ((141,9) \sin^2 \varphi + (171,3) \sin 2\varphi \cos 0) \quad (111)$$

$$g = -\frac{1}{2} \sin 2(90) ((171,3) \sin 2\varphi \sin 0) \quad (112)$$

$$p = \sin 90 \left(\frac{(141,9)}{2} \sin 2\varphi + (171,3) \cos 2\varphi \cos 0 \right) \quad (113)$$

$$q = -\sin 90 ((171,3) \cos 2\varphi \sin 0) \quad (114)$$

Neste modelo, o plano de fratura é aquele que maximiza N_{\max} , o ângulo φ_f que gera essa situação é preciso ser encontrado. Pela planilha Excel, esse ângulo se encontra em $56,3^\circ$ e δ é igual a $41,13^\circ$, portanto, φ_c é igual a $15,17^\circ$

e, desta forma, é possível determinar C_a e N_{\max} no plano crítico, sendo 183,68 e 96,25, respectivamente.

Desta forma, a equação de Carpinteri & Spagnoli se torna:

$$\sqrt{(96,25)^2 + \left(\frac{313,9}{196,2}\right)^2 (183,68)^2} \leq 313,9 \quad (115)$$

$$309,23 \leq 313,9 \quad (116)$$

A partir disso, é possível calcular o índice de erro através da equação (79):

$$IE = \frac{309,23 - 313,9}{313,9} \times 100 = -1,49\% \quad (117)$$

vi. Cálculo de Liu & Mahadevan:

O modelo de Liu & Mahadevan segue o mesmo passo a passo do modelo anterior na determinação de φ_c , apenas havendo diferença ao determinar δ . Além disso, a determinação alguns parâmetros (inclusive o δ), expostos na tabela 1, são necessários para o cálculo deste modelo. Inicialmente, determina-se o valor de s para verificar quais equações serão necessárias para os cálculos dos parâmetros:

$$s = \frac{t_{-1}}{f_{-1}} = \frac{196,2}{313,9} = 0,625 < 1 \quad (118)$$

Como $s < 1$, têm-se as seguintes formas de calcular os parâmetros:

$$\eta = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \left(\frac{\sqrt{3} - \frac{f_{-1}}{t_{-1}}}{\sqrt{3} - 1} \right) = 0,795 \quad (119)$$

$$\cos(2\delta) = \frac{-2 + \sqrt{4 - 4 \left(\frac{1}{s^2 - 3} \right) \left(5 - \frac{1}{s^2} - 4s^2 \right)}}{2 \left(5 - \frac{1}{s^2} - 4s^2 \right)} = 0,178 \quad (120)$$

$$\delta = \frac{\arccos(0,178)}{2} = 39,88^\circ \quad (121)$$

$$k = 0 \quad (122)$$

$$\lambda = \sqrt{\cos^2(2\delta) s^2 + \sin^2(2\delta)} = 0,99 \quad (123)$$

Além disso, seguindo o passo a passo do modelo anterior, pela planilha Excel, o ângulo φ_f que maximiza N_{\max} é $56,3^\circ$. Portanto, φ_c é igual a $28,22^\circ$, permitindo determinar C_a e N_{\max} no plano crítico, sendo 153,82 e 174,47, respectivamente.

Desta forma, a equação de Liu & Mahadevan se torna:

$$\sqrt{(0,309) + (0,615) + 0} \leq 0,99 \quad (124)$$

$$0,961 \leq 0,99 \quad (125)$$

A partir disso, é possível calcular o índice de erro através da equação (79):

$$IE = \frac{0,961 - 0,99}{0,99} \times 100 = -2,96\% \quad (126)$$

vii. Cálculo de Papadopoulos:

Como este modelo utiliza as tensões diretamente nas equações, basta apenas realizar uma substituição simples para determinar os valores para as equações (74), (75) e (78). Desta forma, obtém-se:

$$\sqrt{\frac{(141,9)^2}{3} + (171,3)^2} + (0,143)(47,3) \leq 196,20 \quad (127)$$

$$196,65 \leq 196,20 \quad (128)$$

A partir disso, é possível calcular o índice de erro através da equação (79):

$$IE = \frac{196,65 - 196,20}{196,20} \times 100 = 0,23\% \quad (129)$$

5. Resultados e Discussão

A partir dos resultados obtidos através da planilha Excel, foi possível analisar e avaliar alguns pontos importantes do estudo como os planos de fratura e crítico, assim como avaliar como o índice de erro se comporta conforme o material e/ou a condição de carregamento varia.

5.1. Plano de fratura

Considerando cada uma das condições de carregamento e, também, o material utilizado, todos possuem planos de fratura iguais, independente do modelo avaliado. Isso se deve ao fato do plano de fratura ser aquele no qual a tensão normal perpendicular, em relação ao mesmo, é máxima.

A propriedade do material não influencia no plano de fratura pois C_a e N_{max} são funções apenas das condições de carregamento. Desta forma, para dois (ou mais) materiais distintos, caso estejam sob uma mesma condição de carregamento, seus planos de fratura serão, na verdade, o mesmo.

O plano de fratura possui sua orientação determinada através da orientação da tensão principal máxima, uma vez que devem ser perpendiculares entre si.

5.2. Plano crítico

Os modelos de Findley, Carpinteri & Spagnoli e Liu & Mahadevan levam em consideração a influência das propriedades do material para definir o plano crítico. Já os modelos de Mataka, McDiarmid e Susmel & Lazzarin não, pois se utilizam de C_a para definição do plano crítico e, o mesmo, não depende de nenhuma propriedade do material, apenas das condições de carregamento.

Um detalhe importante a se ressaltar é relacionado aos ângulos para o modelo de Findley. Quando a defasagem (β) se apresentava como um ângulo de 90° , os ângulos para o plano crítico (ψ_c) são pequenos, variando de 0° – $39,7^\circ$. Já quando a defasagem (β) se apresentava como um ângulo diferente de 90° , ocorre uma variação bem mais discrepante.

Outro detalhe a se ressaltar é o fato do ângulo ψ_c para o plano crítico de Carpinteri & Spagnoli e Liu & Mahadevan serem próximos. Isso ocorre pois apresentam o mesmo plano de fratura (como dito anteriormente) e o valor de δ é constante para cada material. O plano crítico depende, diretamente, do modelo adotado, uma vez que cada modelo possui seu próprio critério e característica.

A tabela 5 lista todos os valores para ψ_c , para cada uma das condições de carregamento expostas na tabela 3:

Tabela 5: Valores de ψ_c para cada modelo e condição de carregamento.

#	Findley	Matake / McDiarmid / S&L			C&S	L&M
	ψ_critico					
1	37,80	45,00	45,00	45,00	41,13	39,88
2	49,00	56,30	56,30	56,30	52,33	51,08
3	60,30	67,50	67,50	67,50	63,53	62,28
4	71,50	78,80	78,80	78,80	74,83	73,58
5	7,20	0,00	0,00	0,00	86,13	84,88
6	164,30	67,50	67,50	67,50	62,73	61,48
7	176,00	169,80	169,80	169,80	75,13	73,88
8	164,00	157,50	157,50	157,50	58,63	57,38
9	176,90	173,40	173,40	173,40	76,53	75,28
10	36,90	45,00	45,00	45,00	41,13	39,88
11	0,00	45,00	45,00	45,00	41,13	39,88
12	0,00	0,00	0,00	0,00	80,13	78,88
13	71,50	78,80	78,80	78,80	74,83	73,38
14	176,00	79,80	79,80	79,80	75,23	73,98
15	176,90	173,40	173,40	173,40	76,53	75,28
16	0,00	0,00	0,00	0,00	182,03	180,78
17	60,30	67,50	67,50	67,50	63,63	62,38
18	164,30	67,50	67,50	67,50	62,73	61,48
19	164,00	67,50	67,50	67,50	58,63	57,38
20	0,00	0,00	0,00	0,00	41,13	39,88
21	49,10	56,40	56,40	56,40	52,43	51,18
22	36,90	45,00	45,00	45,00	41,13	39,88
23	58,00	66,90	66,90	66,90	60,59	61,74
24	0,00	45,00	45,00	45,00	38,69	39,84
25	67,30	76,30	76,30	76,30	69,99	71,14
26	0,00	0,00	0,00	0,00	184,49	185,64
27	55,70	67,00	67,00	67,00	69,99	71,14
28	31,20	45,00	45,00	45,00	67,69	68,84
29	19,00	23,10	23,10	23,10	38,69	39,84
30	168,30	66,90	66,90	66,90	51,49	52,54
31	0,00	45,00	45,00	45,00	38,69	39,84

32	60,30	67,50	67,50	67,50	63,68	62,38
33	164,10	67,60	67,60	67,60	58,88	57,58
34	0,00	0,00	0,00	0,00	41,18	39,88
35	15,80	22,40	22,40	22,40	203,48	202,18
36	0,00	0,00	0,00	0,00	185,88	184,58
37	36,50	45,00	45,00	45,00	41,18	39,88
38	58,00	67,50	67,50	67,50	72,88	71,58
39	54,10	67,50	67,50	67,50	72,48	71,18
40	29,80	0,00	0,00	0,00	71,28	69,98
41	167,00	67,60	67,60	67,60	54,48	53,18
42	0,00	0,00	0,00	0,00	41,18	39,88
43	50,00	58,30	58,30	58,30	69,38	68,08
44	0,00	0,00	0,00	0,00	41,18	39,88
45	0,00	0,00	0,00	0,00	84,28	82,98
46	62,50	69,60	69,60	69,60	66,05	64,48
47	0,00	0,00	0,00	0,00	41,45	39,88
48	167,70	69,50	69,50	69,50	59,15	57,58
49	168,00	70,40	70,40	70,40	56,75	55,18
50	169,00	71,40	71,40	71,40	53,95	52,38
51	0,00	0,00	0,00	0,00	41,45	39,88
52	157,60	58,30	58,30	58,30	50,65	49,08
53	155,80	55,80	55,80	55,80	48,15	46,58
54	31,90	45,00	45,00	45,00	41,45	39,88
55	179,00	81,90	81,90	81,90	68,95	67,38
56	40,20	45,00	45,00	45,00	44,54	39,90
57	51,50	56,30	56,30	56,30	55,84	51,20
58	62,70	67,50	67,50	67,50	67,04	62,40
59	74,00	78,80	78,80	78,80	78,34	73,70
60	4,80	0,00	0,00	0,00	89,54	84,90
61	161,80	67,50	67,50	67,50	62,14	57,50
62	175,50	173,40	173,40	173,40	79,94	75,30
63	39,70	45,00	45,00	45,00	44,54	39,90
64	0,00	0,00	0,00	0,00	44,54	39,90
65	0,00	0,00	0,00	0,00	83,54	78,90
66	13,10	45,00	45,00	45,00	6,71	38,34
67	24,30	56,20	56,20	56,20	17,91	49,54
68	9,40	67,50	67,50	67,50	29,21	60,84
69	20,70	78,80	78,80	78,80	40,51	72,14
70	31,90	0,00	0,00	0,00	51,71	83,34
71	4,50	45,00	45,00	45,00	6,71	38,34
72	0,00	0,00	0,00	0,00	6,71	38,34
73	24,40	0,00	0,00	0,00	45,71	77,34

74	50,50	66,90	66,90	66,90	49,35	61,40
75	0,00	45,00	45,00	45,00	27,45	39,50
76	2,60	76,30	76,30	76,30	58,75	70,80
77	0,00	0,00	0,00	0,00	173,25	185,30
78	49,10	67,00	67,00	67,00	58,75	70,80
79	30,20	45,00	45,00	45,00	56,45	68,50
80	16,00	23,10	23,10	23,10	27,45	39,50
81	175,10	66,90	66,90	66,90	40,25	52,30
82	0,00	45,00	45,00	45,00	27,45	39,50
83	19,80	9,50	9,50	9,50	66,05	78,10
84	18,50	88,60	88,60	88,60	57,15	69,20
85	17,50	71,80	71,80	71,80	51,05	63,10
86	41,60	67,60	67,60	67,60	50,35	62,40
87	42,60	68,50	68,50	68,50	51,35	63,40
88	40,30	65,90	65,90	65,90	49,35	61,40
89	175,10	7,70	7,70	7,70	172,75	184,80
90	0,20	88,70	88,70	88,70	57,15	69,20
91	177,00	74,50	74,50	74,50	48,35	60,40
92	51,60	67,90	67,90	67,90	50,35	62,40
93	175,30	68,90	68,90	68,90	51,35	63,40
94	50,60	66,90	66,90	66,90	49,35	61,40

É importante ressaltar, também, que na planilha Excel, os ângulos obtidos para Carpinteri & Spagnoli e Liu & Mahadevan seguiram uma relação complementar. Isto é, os ângulos ψ_c e φ_c formam 90° .

5.3. Comparação dos diferentes modelos para diferentes materiais

A partir dos resultados obtidos na planilha Excel, foi possível realizar uma análise do Índice de Erro (IE), apresentado na tabela 6, para cada um dos modelos em questão. Os Índices de Erro, como mencionado, foram calculados a partir das equações expostas para cada um dos modelos (item 3.4.2.), das condições de carregamento e dos parâmetros dos materiais.

Tabela 6: Índices de Erro para cada modelo e condição de carregamento.

#	Findley	Matake	McDiarmid	S&L	C&S	L&M	Papadopoulos
ÍNDICE DE ERRO							
1	4,40%	4,40%	-4,85%	3,52%	1,76%	3,63%	4,40%
2	4,61%	4,59%	-4,10%	3,44%	1,29%	3,10%	3,79%
3	8,18%	8,17%	0,98%	6,06%	3,18%	4,83%	5,49%
4	3,54%	3,50%	-0,48%	2,12%	-1,49%	-0,32%	0,23%
5	2,50%	2,50%	2,50%	2,50%	1,93%	2,50%	2,50%
6	6,92%	4,58%	-2,41%	3,02%	0,23%	1,80%	5,49%

7	3,38%	4,51%	-0,62%	2,90%	-3,57%	-2,51%	0,20%
8	2,56%	3,76%	-6,94%	3,88%	-7,64%	-6,24%	5,49%
9	6,77%	9,26%	1,93%	6,99%	-5,65%	-4,88%	3,93%
10	-0,20%	-0,26%	-9,67%	0,15%	-2,15%	-0,35%	3,79%
11	-0,90%	-8,62%	-19,19%	-4,21%	-7,28%	-5,55%	9,54%
12	10,34%	13,32%	4,71%	10,45%	-8,48%	-8,20%	7,76%
13	0,95%	0,93%	-2,78%	-0,22%	-3,95%	-2,81%	-2,28%
14	2,51%	0,22%	-3,19%	-0,85%	-4,38%	-3,32%	-0,64%
15	5,93%	8,39%	1,46%	6,25%	-6,38%	-5,61%	3,10%
16	8,81%	11,75%	3,65%	9,15%	4,12%	5,24%	6,27%
17	4,06%	4,06%	-2,55%	2,57%	-0,80%	0,79%	1,47%
18	4,69%	2,41%	-4,13%	1,18%	-1,85%	-0,32%	3,29%
19	1,49%	-6,90%	-12,96%	-6,68%	-8,61%	-7,22%	4,39%
20	-3,45%	-1,37%	-15,28%	5,76%	-9,69%	-8,00%	6,70%
21	1,73%	1,73%	-6,34%	1,11%	-1,49%	0,26%	0,92%
22	-1,29%	-1,35%	-10,26%	-0,70%	-3,21%	-1,43%	2,74%
23	6,66%	6,63%	-4,69%	4,25%	0,69%	1,04%	4,19%
24	-16,13%	-21,65%	-35,34%	-12,51%	-22,17%	-22,09%	-9,13%
25	10,84%	10,80%	2,78%	7,90%	4,11%	4,78%	7,30%
26	0,16%	3,96%	-10,76%	3,22%	-5,13%	-4,49%	-1,84%
27	0,49%	-2,51%	-18,04%	-0,44%	-13,96%	-22,53%	-15,34%
28	-6,17%	-6,40%	-29,37%	9,51%	-26,81%	-38,55%	-9,97%
29	18,79%	22,03%	2,56%	17,44%	-8,55%	-24,15%	5,93%
30	22,41%	-3,90%	-16,54%	-3,32%	8,32%	-2,57%	-2,89%
31	11,49%	-9,77%	-32,11%	8,09%	7,25%	-13,31%	-5,94%
32	1,99%	1,99%	-3,39%	0,82%	-2,75%	-1,16%	-0,55%
33	-2,89%	-10,93%	-15,73%	-10,10%	-12,60%	-11,25%	-0,11%
34	-9,51%	-7,57%	-18,41%	1,56%	-15,30%	-13,68%	0,08%
35	-2,89%	-1,76%	-9,79%	-0,37%	-5,98%	-4,28%	-0,11%
36	6,52%	9,27%	1,59%	7,42%	2,29%	3,64%	5,15%
37	-5,01%	-5,14%	-12,42%	-3,51%	-6,63%	-4,86%	0,37%
38	16,16%	13,50%	4,25%	11,33%	-0,72%	-5,31%	0,08%
39	3,87%	-0,51%	-9,11%	1,10%	-11,43%	-17,35%	-0,55%
40	-0,53%	-7,67%	-18,47%	1,44%	-21,78%	-30,07%	-0,11%
41	16,26%	-5,34%	-11,50%	-4,69%	4,51%	-2,89%	-6,38%
42	8,92%	10,67%	-8,81%	35,16%	6,88%	-9,51%	-4,83%
43	11,79%	10,29%	-1,26%	11,35%	-10,33%	-18,77%	-6,19%
44	21,41%	24,02%	9,48%	22,66%	-2,00%	-13,72%	3,41%
45	10,15%	13,32%	8,89%	10,74%	-0,31%	0,11%	7,27%
46	4,68%	4,65%	-3,22%	3,09%	-0,30%	1,40%	1,77%
47	-6,07%	-4,06%	-19,67%	1,37%	-17,25%	-15,50%	0,70%
48	20,45%	5,79%	-3,23%	4,16%	7,76%	5,42%	3,91%

49	17,85%	-2,43%	-10,58%	-2,84%	2,58%	-0,70%	3,91%
50	13,39%	-10,90%	-18,13%	-10,12%	-2,18%	-6,62%	1,60%
51	10,30%	12,29%	-12,86%	21,83%	1,18%	-7,39%	2,45%
52	12,85%	2,85%	-9,45%	2,85%	8,78%	4,53%	0,11%
53	6,05%	-3,89%	-16,29%	-1,76%	3,73%	-1,82%	-4,07%
54	-4,08%	-7,43%	-22,13%	-1,49%	0,15%	-8,34%	-8,15%
55	16,64%	-0,71%	-4,35%	-1,58%	-4,32%	-5,80%	-0,68%
56	4,21%	4,21%	1,15%	3,61%	3,83%	8,32%	4,21%
57	7,18%	7,17%	4,24%	6,07%	5,90%	10,29%	6,29%
58	7,79%	7,79%	5,46%	6,53%	4,65%	8,28%	4,97%
59	2,55%	2,53%	1,27%	1,85%	-1,05%	1,02%	-0,83%
60	3,64%	3,64%	3,64%	3,64%	3,63%	3,64%	3,64%
61	3,53%	-2,90%	-5,05%	-3,01%	-2,89%	-0,11%	8,86%
62	8,55%	9,73%	7,34%	8,27%	-0,51%	0,08%	6,63%
63	1,30%	1,27%	-1,91%	1,25%	1,87%	6,26%	6,29%
64	0,00%	1,06%	-4,12%	4,36%	-1,43%	2,77%	16,68%
65	11,33%	12,71%	9,91%	10,87%	-2,16%	-3,44%	10,27%
66	-3,02%	-3,02%	-38,77%	-1,59%	-3,61%	-22,12%	-3,02%
67	3,36%	3,43%	-33,15%	0,27%	2,52%	-16,96%	2,82%
68	5,65%	5,58%	-26,36%	-1,98%	4,09%	-14,61%	3,76%
69	8,42%	8,30%	-13,21%	-1,28%	5,46%	-8,30%	5,59%
70	3,29%	3,29%	3,29%	3,29%	-1,69%	3,29%	3,29%
71	13,04%	12,66%	-30,61%	8,35%	10,33%	-10,05%	12,55%
72	19,06%	48,90%	-25,60%	47,82%	13,62%	-4,24%	20,92%
73	16,63%	64,62%	9,91%	33,59%	4,23%	-4,65%	33,70%
74	14,80%	14,76%	-8,40%	7,88%	6,62%	0,42%	12,46%
75	-1,87%	-9,07%	-37,07%	0,60%	-12,84%	-19,47%	-1,91%
76	14,71%	14,65%	-1,78%	7,96%	4,95%	1,98%	11,36%
77	4,59%	16,42%	-13,70%	11,01%	-5,25%	-4,26%	1,88%
78	18,08%	11,31%	-20,47%	9,85%	5,57%	-23,62%	-8,64%
79	13,75%	16,77%	-30,21%	33,85%	-6,94%	-38,40%	-2,84%
80	28,99%	39,36%	-0,48%	26,78%	10,83%	-27,12%	14,32%
81	52,49%	6,43%	-19,43%	3,59%	35,15%	4,05%	15,65%
82	46,32%	12,83%	-32,89%	32,99%	35,59%	-4,51%	12,00%
83	-61,47%	-59,11%	-73,82%	-14,61%	-73,83%	-82,85%	-70,74%
84	-64,90%	-83,98%	-84,58%	-81,29%	-71,23%	-84,09%	-74,59%
85	-59,43%	-72,19%	-80,44%	-38,06%	-62,91%	-79,54%	-69,74%
86	-45,66%	-55,13%	-69,20%	-24,51%	-45,73%	-67,83%	-58,95%
87	-54,57%	-62,51%	-74,04%	-30,06%	-54,85%	-73,27%	-65,73%
88	-46,03%	-55,05%	-69,72%	-21,54%	-46,13%	-68,45%	-59,39%
89	-46,73%	-42,24%	-53,62%	-33,58%	-51,46%	-51,52%	-48,05%
90	-54,52%	-68,28%	-68,82%	-67,44%	-68,22%	-68,54%	-55,79%

91	-48,44%	-58,14%	-64,78%	-49,02%	-58,09%	-60,49%	-49,57%
92	-29,67%	-29,62%	-43,49%	-24,42%	-34,79%	-38,41%	-31,20%
93	-41,07%	-41,06%	-52,35%	-33,19%	-45,46%	-48,37%	-42,42%
94	-30,73%	-30,71%	-44,70%	-24,83%	-35,66%	-39,38%	-32,14%

Como já mencionado, para que os resultados do IE sejam positivos, o lado esquerdo da equação (condições de carregamento) deve ser maior que o lado direito da equação (propriedades dos materiais), conforme equação (79).

Merece destaque que caso a condição de carregamento seja crítica, o material não necessariamente irá falhar/fraturar, mas o IE esperado é igual (ou muito próximo) a zero. Sendo assim, a avaliação quanto a este caso de carregamento crítico, permite analisar se o modelo selecionado está sendo conservador ($IE > 0$) ou se está sendo não conservador ($IE < 0$).

Papadopoulos [5] assume que Índices de Erro entre -10% e 10% são aceitáveis. Portanto, a partir dos resultados expostos na tabela 6, foram feitas as seguintes análises:

i. Carregamentos em fase e tensões médias nulas

Existem 26 carregamentos em fase, nos quais as tensões médias são nulas, dentre o total de 94 carregamentos. Destes 26 carregamentos, os modelos de Susmel & Lazzarin e Carpinteri & Spagnoli apresentaram, ambos, a maior quantidade de resultados de IE dentro da faixa -10% a 10%, proposta por Papadopoulos [5], totalizando 24 carregamentos. Os modelos de Papadopoulos, Findley e Matake apresentaram, respectivamente, 22, 21 e 21 carregamentos dentro desta mesma faixa. O modelo de Carpinteri & Spagnoli apresenta uma média menos próxima a zero, em relação ao de Papadopoulos, pois seus resultados fora da faixa apresentam elevados valores, resultando em um aumento de média absoluta. Já Liu & Mahadevan e McDiarmid apresentaram, ambos, os piores resultados, com apenas 20 carregamentos dentro da mesma faixa.

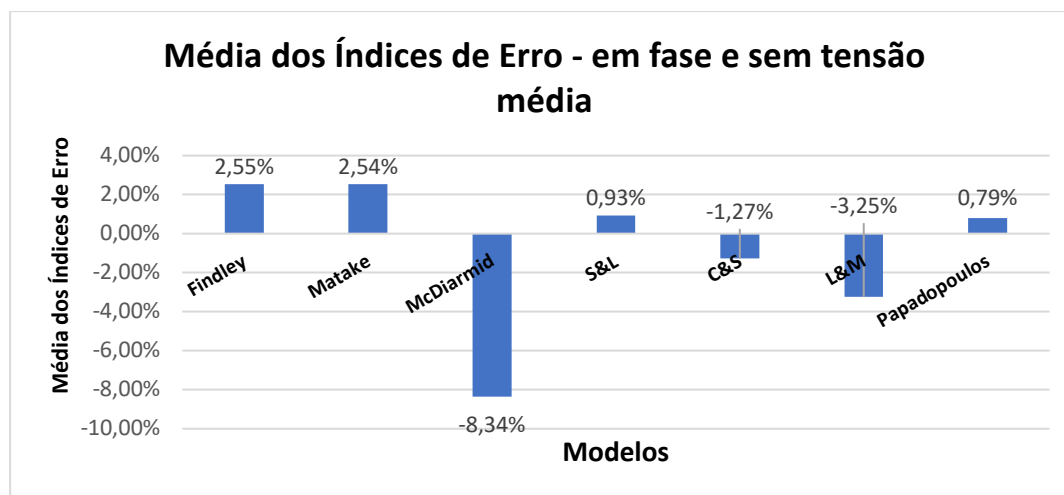


Figura 21: Comparação entre as médias dos IE para cada modelo em fase e tensão média nula.

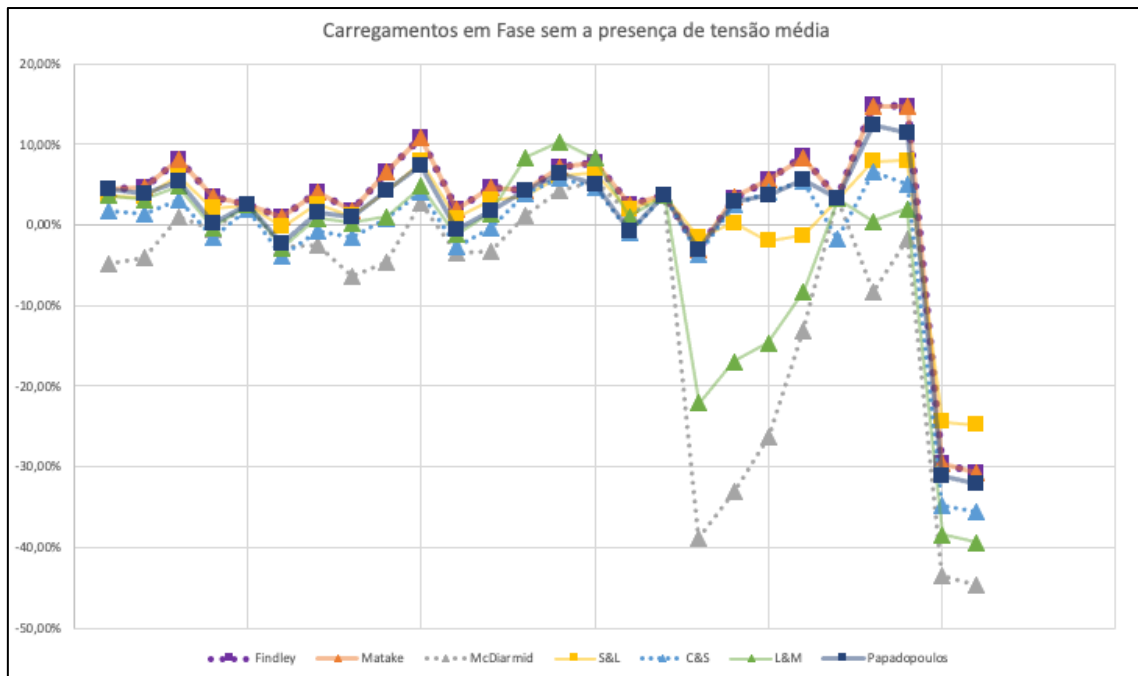


Figura 22: Índices de Erro para cada modelo em fase e tensão média nula.

Com base na Figura 21, se pode afirmar que os modelos de Findley e Matake são os mais conservadores para carregamentos em fase com tensão média nula, enquanto que aqueles de McDiarmid e Liu & Mahadevan são os menos conservadores.

ii. Carregamentos em fase com presença de tensões médias

Existem 12 carregamentos em fase, nos quais as tensões médias estão presentes, dentre o total de 94 carregamentos. Destes 12 carregamentos, os modelos de Susmel & Lazzarin e Papadopoulos apresentaram, ambos, os melhores resultados de IE dentro da faixa -10% a 10%, proposta por Papadopoulos [5], totalizando 8 carregamentos. Os modelos de Matake, Carpinteri & Spagnoli e Liu & Mahadevan apresentaram, ambos, 7 carregamentos dentro desta mesma faixa. Já McDiarmid e Findley apresentaram, ambos, os piores resultados, com apenas 5 e 1 carregamentos, respectivamente, dentro da mesma faixa.

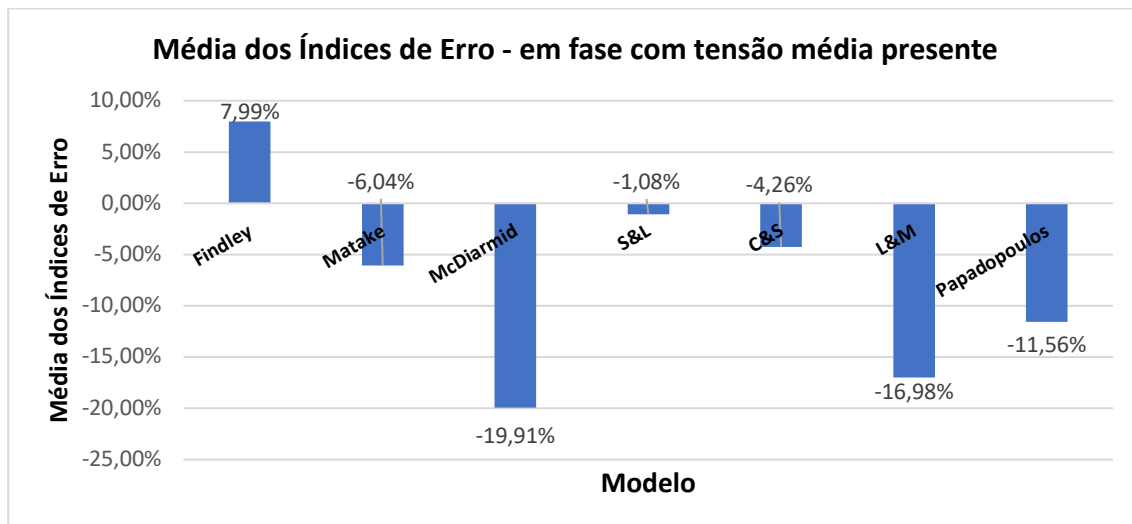


Figura 23: Comparação entre as médias dos IE para cada modelo em fase com presença de tensão média.

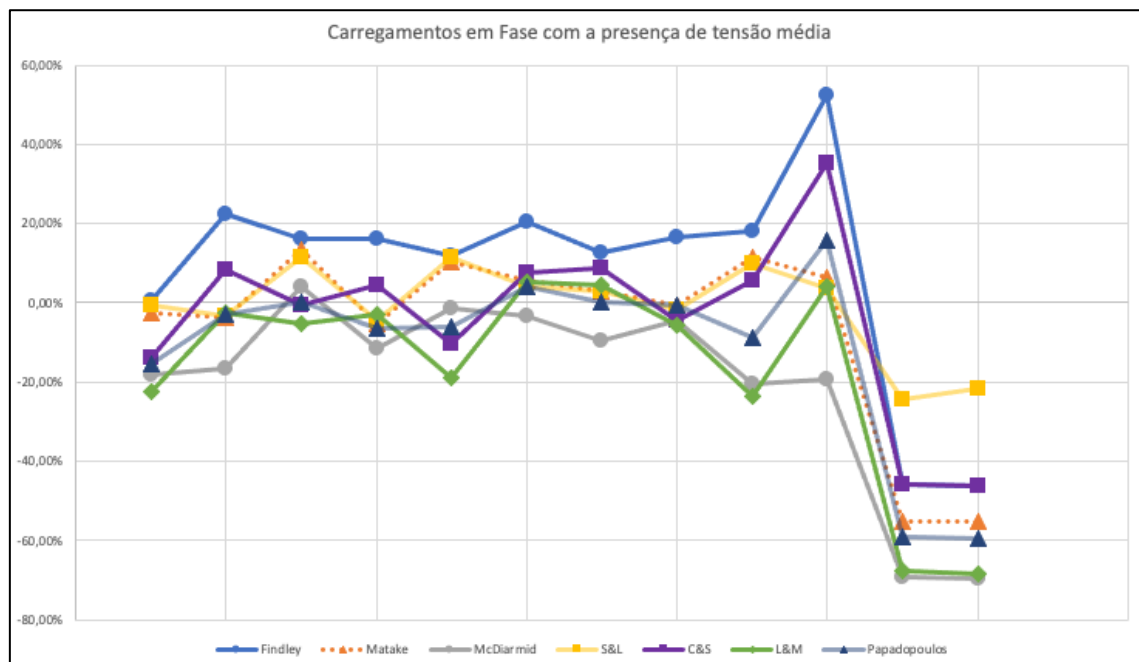


Figura 24: Índices de Erro para cada modelo em fase com presença de tensão média.

Apesar do modelo de Papadopoulos apresentar a maior quantidade de resultados dentro da faixa aceitável de -10% a 10% [5], os resultados fora da faixa apresentam elevados valores, resultando no aumento da média fora do padrão desejado.

Com base na Figura 22, se pode afirmar que o modelo de Findley é o mais conservador neste caso, enquanto aqueles de McDiarmid e Liu & Mahadevan são os menos conservadores.

A defasagem criada entre as tensões normal e cisalhante influencia um aumento na tensão normal média (atuante no plano crítico).

iii. Carregamentos fora de fase e tensões médias nulas

Existem 37 carregamentos fora de fase, nos quais as tensões médias nulas são nulas, dentre os 94 carregamentos. Destes 37 carregamentos, os modelos de Papadopoulos e Liu & Mahadevan apresentaram, ambos, os melhores resultados de IE dentro da faixa de -10% a 10%, proposta por Papadopoulos [5], totalizando 28 e 27 carregamentos, respectivamente. Os modelos de Carpinteri & Spagnoli, Findley, Susmel & Lazzarin e Matake apresentaram, respectivamente, 26, 26, 25 e 23 carregamentos dentro desta mesma faixa. Já McDiarmid apresentou o pior resultado, com apenas 19 carregamentos dentro desta mesma faixa.

Apesar dos modelos de Papadopoulos e Liu & Mahadevan apresentarem a maior quantidade de resultados dentro da faixa aceitável de -10% a 10% [5], os resultados fora da faixa apresentam elevados valores, resultando no aumento da média fora do padrão desejado.

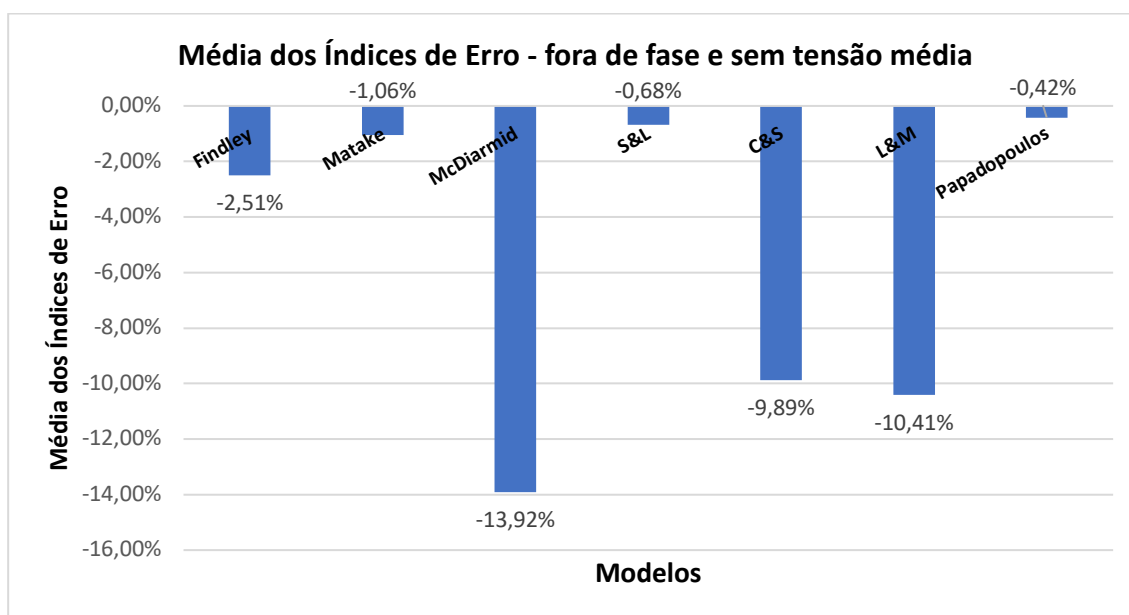


Figura 25: Comparação entre as médias dos IE para cada modelo fora de fase e tensão média nula.

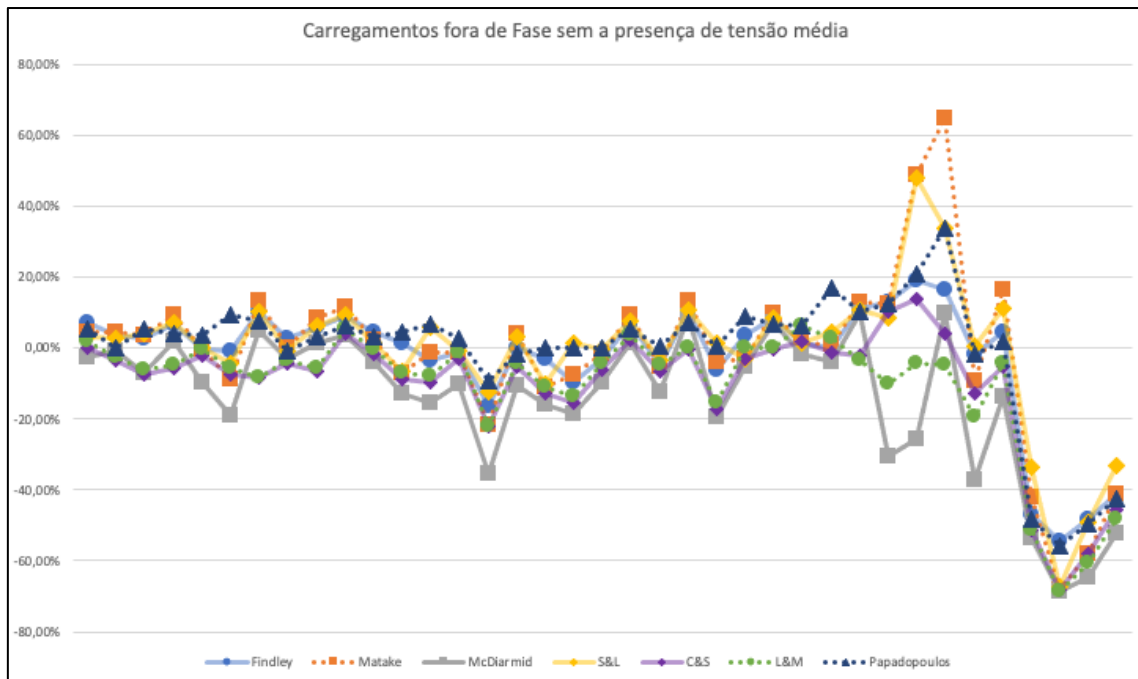


Figura 26: Índices de Erro para cada modelo fora de fase e tensão média nula.

Com base na Figura 23, se pode afirmar que o modelo de Papadopoulos é o mais conservador, enquanto que aquele de McDiarmid é o menos conservador.

iv. Carregamentos fora de fase com presença de tensões médias

Existem 19 carregamentos fora de fase, nos quais as tensões médias estão presentes, dentre o total de 94 carregamentos. Destes 19 carregamentos, o modelo de Papadopoulos apresenta o melhor resultado de IE dentro da faixa de -10% a 10%, proposta por Papadopoulos [5], totalizando 13 carregamentos. Os modelos de Carpinteri & Spagnoli, Mataka, Susmel & Lazzarin e Liu & Mahadevan apresentaram, respectivamente, 10, 7, 7 e 7 carregamentos dentro desta mesma faixa. Já Findley e McDiarmid apresentaram, ambos, os piores resultados, com apenas 6 e 5 carregamentos dentro da mesma faixa.

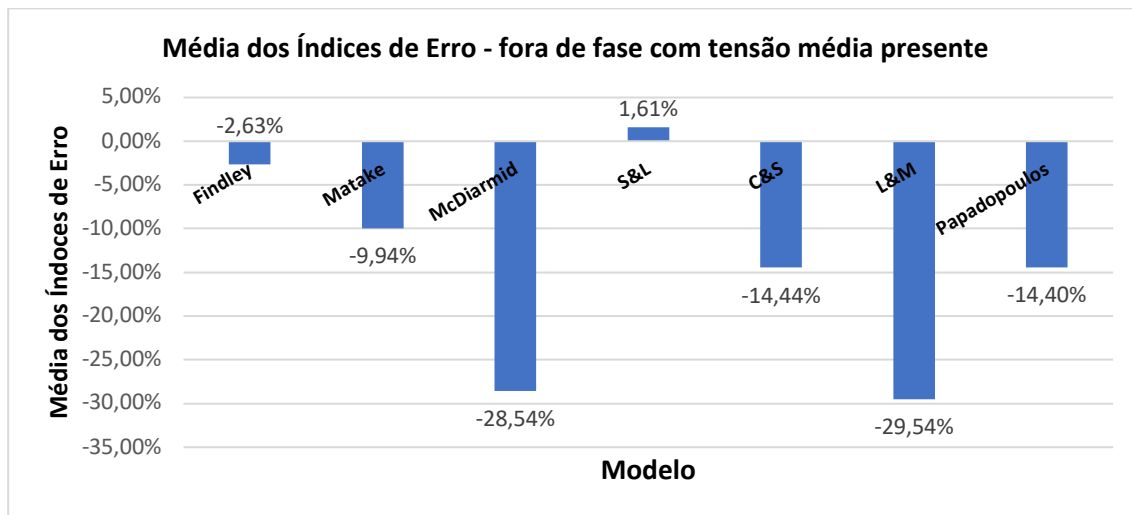


Figura 27: Comparação entre as médias IE para cada modelo fora de fase com presença de tensão média.

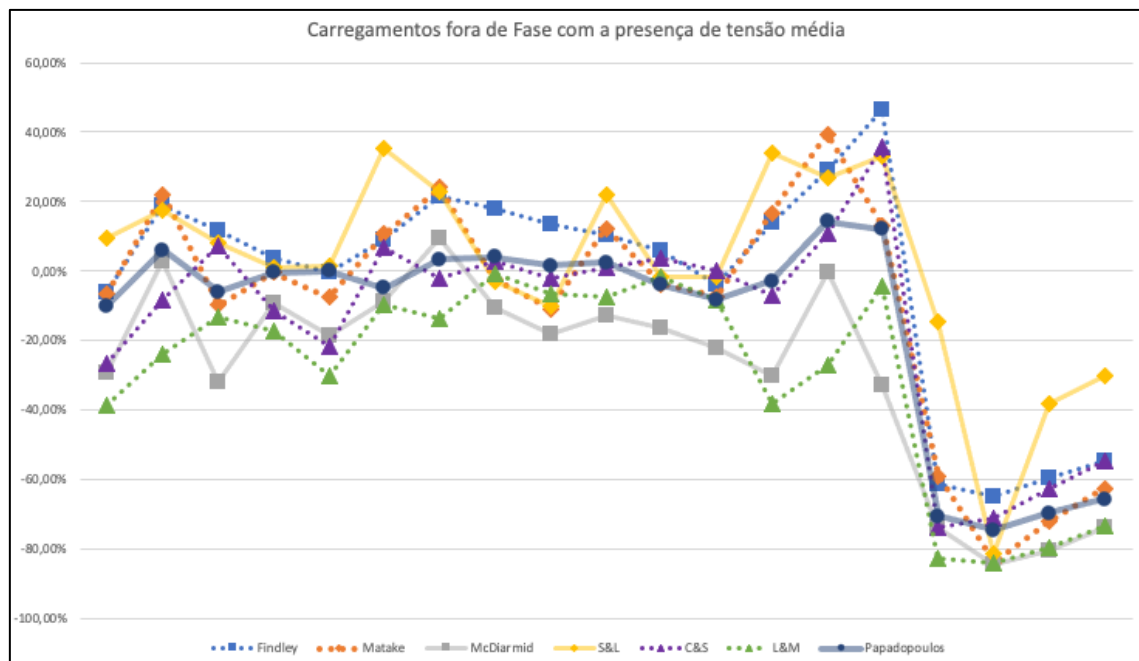


Figura 28: Índices de Erro para cada modelo fora de fase com presença de tensão média.

Assim como no caso de carregamentos em fase com presença de tensões médias, apesar do modelo de Papadopoulos apresentar a maior quantidade de resultados dentro da faixa aceitável -10% a 10% [5], os resultados fora da faixa apresentam elevados valores, resultando no aumento da média fora do padrão desejado.

Com base na Figura 24, se pode afirmar que o modelo de Susmel & Lazzarin é o mais conservador, enquanto que aqueles de Liu & Mahadevan e McDiarmid são os menos conservadores para este caso.

v. Todos os carregamentos

Avaliando todos os carregamentos, se tem em uma escala decrescente de resultados dentro da faixa alvo (-10% a 10%) os modelos de: Papadopoulos (71), Susmel & Lazzarin (64), Carpinteri & Spagnoli (64), Matake (58), Liu & Mahadevan (58) e, por último, Findley (54).

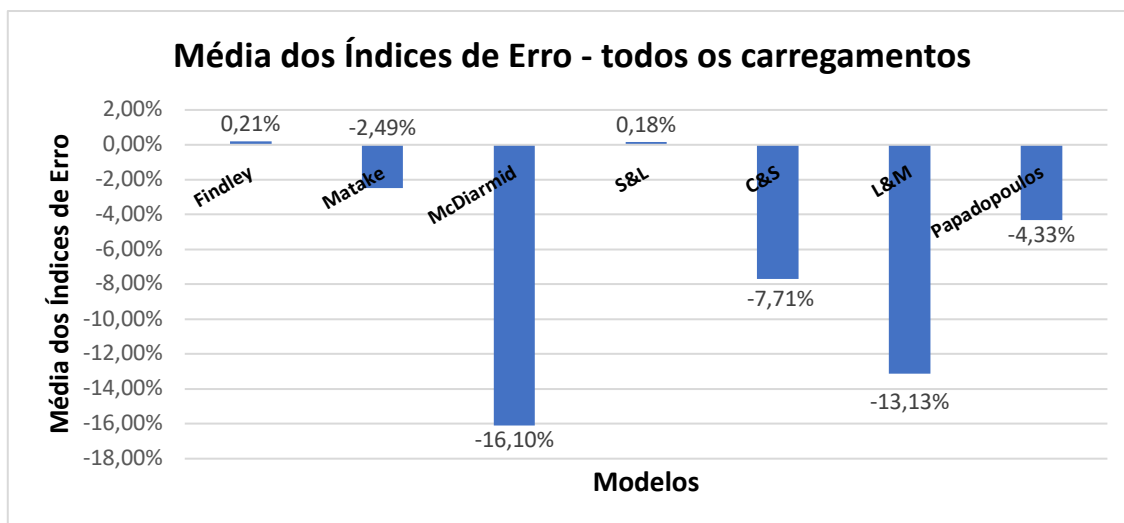


Figura 29: Comparação entre as médias dos IE para cada modelo envolvendo todos os carregamentos.

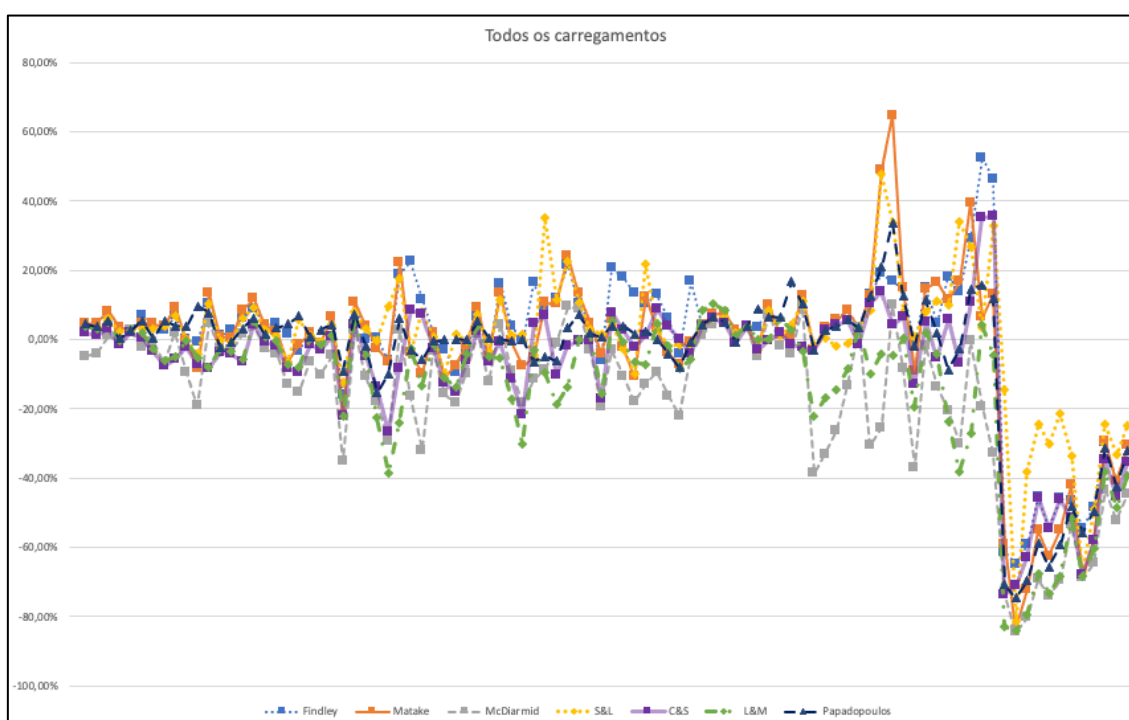


Figura 30: Todos os Índices de Erro para cada modelo.

Com base na Figura 25, se pode afirmar que o modelo de Findley é o mais conservador entre os sete modelos analisados, enquanto que aquele de McDiarmid é o menos conservador.

No geral, os modelos de Susmel & Lazzarin, Findley, Matake, Papadopoulos e Carpinteri & Spagnoli apresentam média dentro da faixa desejada de -10% a 10%. Já os modelos de Liu e Mahadevan e McDiarmid apresentaram suas médias abaixo de -10%, ficando fora da faixa desejada.

O modelo de Susmel & Lazzarin foi aquele que melhor apresentou resultados, em todos os casos analisados anteriormente, com médias fluando próximas à zero. O modelo de Papadopoulos, na ausência de tensões médias, também apresenta ótimos resultados; entretanto, na presença destas tensões, apresenta média fora da faixa -10% a 10%.

6. Conclusões

Este trabalho teve como objetivo avaliar o risco de falha de eixos virabrequins de unidades geradoras de centrais termoelétrica, adotando diferentes modelos de vida-fadiga sob carregamentos multiaxiais. Com base nos resultados da análise, se pode concluir que:

- Para carregamentos em fase e tensões médias nulas, os modelos de Findley e Matake se mostraram os mais conservadores da avaliar o risco de falha do eixo virabrequim, enquanto que aqueles de McDiarmid e Liu & Mahadevan resultaram em análises menos conservadoras.
- Já em carregamentos em fase na presença de tensões médias, o modelo de Findley foi considerado o mais conservador na prevenção da falha do componente, situação diferente dos modelos de McDiarmid e Liu & Mahadevan, os menos conservadores.
- Na análise da possibilidade de falha do eixo sob ação de carregamentos fora de fase e tensões médias nulas, os modelos de Papadopoulos e McDiarmid resultaram em avaliações mais e menos conservadoras, respectivamente.
- Quando o componente sofreu carregamentos fora de fase na presença de tensões médias, o modelo de Susmel & Lazzarin se mostrou o mais conservador a verificação do seu risco de falha, enquanto que aqueles de Liu & Mahadevan e McDiarmid foram os menos conservadores.
- Analisando o risco de falha do eixo virabrequim nas quatro condições de carregamento estudadas, os modelos apresentaram variações nas médias do parâmetro Índices de Erro em cada tipo de carregamento. Porém, o modelo de Susmel & Lazzarin se apresenta como o de melhor desempenho, já que independente do carregamento, a média do parâmetro em questão se encontra próxima a zero, ou seja, dentro da faixa alvo de -10% a 10%.
- Por outro lado, o modelo de McDiarmid se apresentou como aquele de pior desempenho, pois as médias do parâmetro IE foram sempre distantes de zero.
- Apesar de tais variações observadas na avaliação em conjunto dos diferentes carregamentos, apenas dois modelos (McDiarmid e Liu & Mahadevan), dentre os sete adotados na previsão de falha do eixo virabrequim, não apresentam resultados dentro da faixa alvo de -10% a 10%.

7. Trabalhos Futuros

Alguns trabalhos futuros que podem vir a serem desenvolvidos, a partir deste atual são:

- Propor novas condições de carregamento, distintas das estudadas e analisadas neste estudo, para corroborar ou contrapor as conclusões aqui apresentadas.
- Ensaiai corpos de prova com as condições de carregamento aqui estudadas, para verificar a compatibilidade entre os resultados analíticos e experimentais.

8. Referências Bibliográficas

- [1] Castro, J. T.; Meggiolaro, M. A. **Fadiga: técnicas e práticas de dimensionamento estrutural sob cargas reais de serviço**. 1ª ed, Rio de Janeiro: Createspace Independent Publishing Platform, v.1, 494 p., 2009
- [2] Findley, W. N. A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial loading or bending. J Engng Industry, Trans ASME 1959, v. 81, p.301-306. Citado em: Carpinteri, A. Spagnoli, A. Multiaxial high-cycle fatigue criterion for hard metals. **International Journal of Fatigue**, v.23, p. 135-145, 2001.
- [3] Mataka, T. An explanation on fatigue limit under combined stress. Bull JSME, 1977; 20: 257-63. Citado em: Carpinteri, A. Spagnoli, A. Multiaxial high-cycle fatigue criterion for hard metals. **International Journal of Fatigue**, v.23, p. 135-145, 2001.
- [4] McDiarmid, D. L. Fatigue under out-of-phase bending and torsion. **Fatigue Fract Engng Mater Struct**, v.9, p. 457-475, 1987.
- [5] Papadopoulos, I. V et al. A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals. **International Journal of Fatigue**, v.19, n.3, p. 219-235, 1997.
- [6] Susmel, L. Lazzarin, P. A bi-parametric Wohler curve for high cycle multiaxial fatigue assessment. **Blackwell Science Ltd. Fatigue Fract Engng Mater Struct**, v.25, p. 63-78, 2002.
- [7] Carpinteri, A. Spagnoli, A. Multiaxial high-cycle fatigue criterion for hard metals. **International Journal of Fatigue**, v.23, p. 135-145, 2001.
- [8] Liu, Y; Mahadevan, S. Multiaxial high-cycle fatigue criterion and life prediction for metals. **International Journal of Fatigue**. v.27, n.7, p. 790-800, 2005.
- [9] Takahashi, B. X. **Metodologia moderna para análise de fadiga baseada em elementos finitos de componentes sujeitos a fadiga uni e multiaxial**. São Paulo. 2014. 338 p. Dissertação de Mestrado. USP.
- [10] Schijve, J. **Fatigue of Structures and Materials**. 2ª ed., Amsterdã: Springer, 2009. 623p.
- [11] Socie, D. F.; Marquis, G. B. **Multiaxial Fatigue** 1ª ed. Estados Unidos: SAE International, 2000. 484p.
- [12] Ministério de Minas e Energia; EPE. **Balanço Energético Nacional 2019 – Ano base 2018**. Rio de Janeiro, 2019.
- [13] Ministério de Minas e Energia; EPE. **Balanço Energético Nacional 2020 – Ano base 2019**. Rio de Janeiro, 2020.
- [14] Gere, J. M.; Goodno, B. J. **Mecânica dos Materiais** 7ª ed., Estados Unidos: CENGAGE Learning, 858 p., 2010.
- [15] de Almeida, J. C. **Projeto Mecânico Enfoque Baseado na Fadiga e na Mecânica da Fratura**. 1ª ed., Rio de Janeiro: Elsevier, 215 p., 2018.

- [16] da Rocha, G. B. T.; Pereira, L. M. M.; Farias, L. D. P.; Gandur, N. L.; Flores, P. M.; de Oliveira, R. M.; da Silva, M. H. P. Análise fractográfica em MEV – fratura dúctil x fratura frágil. **Revista Militar de Ciência e Tecnologia**, v.33, n.2, p. 85-87, 2016.
- [17] da Silva, F. P. R. **Desenvolvimento de uma Ferramenta Computacional de Análise de Esforços Combinados em Eixos**. Rio de Janeiro. 2013. 68 p. Projeto de Graduação. POLI/UFRJ
- [18] Bayer, P. S. **Ensaio dos Materiais**. Santa Catarina. 2013. 22 p. Apostila para Curso Técnico em Mecânica concomitante ao Ensino Médio. IFSC.
- [19] Simêncio, E. C. A. **Materiais de construção mecânica**. 1ª ed, Londrina: Editora e Distribuidora Educacional S.A., 208 p., 2017.
- [20] Al-Kheer, A. A.; Aounes, Y.; El-Hami, A.; Eid, M. **Reliability-based Design Optimization of Soil Tillage Machines while considering Fatigue Life Performance**. Civil-Comp Press, p. 1-14, 2010.
- [21] Gonçalves, R. A. de M. M. **Contribuição na avaliação da vida útil de eixo virabrequim sob fadiga multiaxial**. Rio de Janeiro. 2017. 123 p. Tese de Doutorado. PUC-Rio.
- [22] T. L. Castro, “**Previsão da Vida em Fadiga de Eixos Virabrequim e Componentes Mecânicos Estruturais sob Carregamento Multiaxial**,” PUC-Rio, Depto de Engenharia Química e Materiais (DEQM), dissertação de mestrado, 2019.

ANEXO 1

Material	#	f-1 (MPa)	t-1 (MPa)	σ_u (MPa)	σ_a (MPa)	σ_m (MPa)	τ_a (MPa)	τ_m (MPa)	β (graus)	θ (graus)
aço de alta resistência	1	313,90	196,20	704,10	327,70	0,00	0,00	0,00	0	90
	2	313,90	196,20	704,10	308,00	0,00	63,90	0,00	0	90
	3	313,90	196,20	704,10	255,10	0,00	127,50	0,00	0	90
	4	313,90	196,20	704,10	141,90	0,00	171,30	0,00	0	90
	5	313,90	196,20	704,10	0,00	0,00	201,10	0,00	0	90
	6	313,90	196,20	704,10	255,10	0,00	127,50	0,00	30	90
	7	313,90	196,20	704,10	142,00	0,00	171,20	0,00	30	90
	8	313,90	196,20	704,10	255,10	0,00	127,50	0,00	60	90
	9	313,90	196,20	704,10	147,20	0,00	177,60	0,00	60	90
	10	313,90	196,20	704,10	308,00	0,00	63,90	0,00	90	90
	11	313,90	196,20	704,10	264,90	0,00	132,40	0,00	90	90
	12	313,90	196,20	704,10	152,50	0,00	184,20	0,00	90	90
aço de alta resistência	13	313,90	196,20	680,00	138,10	0,00	167,10	0,00	0	90
	14	313,90	196,20	680,00	140,40	0,00	169,90	0,00	30	90
	15	313,90	196,20	680,00	145,70	0,00	176,30	0,00	60	90
	16	313,90	196,20	680,00	150,20	0,00	181,70	0,00	90	90
	17	313,90	196,20	680,00	245,30	0,00	122,70	0,00	0	90
	18	313,90	196,20	680,00	249,70	0,00	124,90	0,00	30	90
	19	313,90	196,20	680,00	252,40	0,00	126,20	0,00	60	90
	20	313,90	196,20	680,00	258,00	0,00	129,00	0,00	90	90
	21	313,90	196,20	680,00	299,10	0,00	62,80	0,00	0	90
	22	313,90	196,20	680,00	304,50	0,00	63,90	0,00	90	90
42CrMo4	23	398,00	260,00	1025,00	328,00	0,00	157,00	0,00	0	90
	24	398,00	260,00	1025,00	286,00	0,00	137,00	0,00	90	90
	25	398,00	260,00	1025,00	233,00	0,00	224,00	0,00	0	90
	26	398,00	260,00	1025,00	213,00	0,00	205,00	0,00	90	90
	27	398,00	260,00	1025,00	266,00	0,00	128,00	128,00	0	90
	28	398,00	260,00	1025,00	283,00	0,00	136,00	136,00	90	90
	29	398,00	260,00	1025,00	333,00	0,00	160,00	160,00	180	90
34Cr4	30	398,00	260,00	1025,00	280,00	280,00	134,00	0,00	0	90
	31	398,00	260,00	1025,00	271,00	271,00	130,00	0,00	90	90
	32	410,00	256,00	795,00	314,00	0,00	157,00	0,00	0	90
	33	410,00	256,00	795,00	315,00	0,00	158,00	0,00	60	90
	34	410,00	256,00	795,00	316,00	0,00	158,00	0,00	90	90
	35	410,00	256,00	795,00	315,00	0,00	158,00	0,00	120	90
	36	410,00	256,00	795,00	224,00	0,00	224,00	0,00	90	90
	37	410,00	256,00	795,00	380,00	0,00	95,00	0,00	90	90
	38	410,00	256,00	795,00	316,00	0,00	158,00	158,00	0	90
	39	410,00	256,00	795,00	314,00	0,00	157,00	157,00	60	90
	40	410,00	256,00	795,00	315,00	0,00	158,00	158,00	90	90
	41	410,00	256,00	795,00	279,00	279,00	140,00	0,00	0	90
	42	410,00	256,00	795,00	284,00	284,00	142,00	0,00	90	90
	43	410,00	256,00	795,00	355,00	0,00	89,00	178,00	0	90
	44	410,00	256,00	795,00	212,00	212,00	212,00	0,00	90	90
	45	410,00	256,00	795,00	129,00	0,00	258,00	0,00	90	90
30NCD16	46	660,00	410,00	1880,00	485,00	0,00	280,00	0,00	0	90
	47	660,00	410,00	1880,00	480,00	0,00	277,00	0,00	90	90
	48	660,00	410,00	1880,00	480,00	300,00	277,00	0,00	0	90
	49	660,00	410,00	1880,00	480,00	300,00	277,00	0,00	45	90
	50	660,00	410,00	1880,00	470,00	300,00	270,00	0,00	60	90
	51	660,00	410,00	1880,00	473,00	300,00	273,00	0,00	90	90
	52	660,00	410,00	1880,00	590,00	300,00	148,00	0,00	0	90
	53	660,00	410,00	1880,00	565,00	300,00	141,00	0,00	45	90
	54	660,00	410,00	1880,00	540,00	300,00	135,00	0,00	90	90
	55	660,00	410,00	1880,00	211,00	300,00	365,00	0,00	0	90
nacio	56	235,40	137,30	518,80	245,30	0,00	0,00	0,00	0	90
	57	235,40	137,30	518,80	235,60	0,00	48,90	0,00	0	90
	58	235,40	137,30	518,80	187,30	0,00	93,60	0,00	0	90
	59	235,40	137,30	518,80	101,30	0,00	122,30	0,00	0	90
	60	235,40	137,30	518,80	0,00	0,00	142,30	0,00	0	90

aço r	61	235,40	137,30	518,80	194,20	0,00	97,10	0,00	60	90
	62	235,40	137,30	518,80	108,90	0,00	131,50	0,00	60	90
	63	235,40	137,30	518,80	235,60	0,00	48,90	0,00	90	90
	64	235,40	137,30	518,80	208,10	0,00	104,10	0,00	90	90
ferro fundido	65	235,40	137,30	518,80	112,60	0,00	136,00	0,00	90	90
	66	96,10	91,20	230,00	93,20	0,00	0,00	0,00	0	90
	67	96,10	91,20	230,00	95,20	0,00	19,70	0,00	0	90
	68	96,10	91,20	230,00	83,40	0,00	41,60	0,00	0	90
	69	96,10	91,20	230,00	56,30	0,00	68,00	0,00	0	90
	70	96,10	91,20	230,00	0,00	0,00	94,20	0,00	0	90
	71	96,10	91,20	230,00	104,20	0,00	21,60	0,00	90	90
Papadopoulos 42CrMo4	72	96,10	91,20	230,00	97,10	0,00	48,60	0,00	90	90
	73	96,10	91,20	230,00	71,30	0,00	86,10	0,00	90	90
	74	357,00	275,00	906,00	328,00	0,00	157,00	0,00	0	90
	75	357,00	275,00	906,00	286,00	0,00	137,00	0,00	90	90
	76	357,00	275,00	906,00	233,00	0,00	224,00	0,00	0	90
	77	357,00	275,00	906,00	213,00	0,00	205,00	0,00	90	90
	78	357,00	275,00	906,00	266,00	0,00	128,00	128,00	0	90
FEM 42CrMo4	79	357,00	275,00	906,00	283,00	0,00	136,00	136,00	90	90
	80	357,00	275,00	906,00	333,00	0,00	160,00	160,00	180	90
	81	357,00	275,00	906,00	280,00	280,00	134,00	0,00	0	90
	82	357,00	275,00	906,00	271,00	271,00	130,00	0,00	90	90
	83	357,00	275,00	906,00	54,12	41,31	53,61	57,99	235	90
	84	357,00	275,00	906,00	50,08	48,86	41,75	43,34	447	90
	85	357,00	275,00	906,00	71,12	62,77	40,08	42,13	293	90
Mente rsivel Mo4	86	357,00	275,00	906,00	98,23	97,41	49,30	51,61	0	90
	87	357,00	275,00	906,00	80,51	79,18	43,17	44,93	1	90
	88	357,00	275,00	906,00	100,70	97,03	44,99	49,93	0	90
	89	357,00	275,00	906,00	95,43	0,00	111,60	0,00	235	90
	90	357,00	275,00	906,00	98,95	0,00	85,09	0,00	447	90
	91	357,00	275,00	906,00	133,89	0,00	82,22	0,00	293	90
FE Totalr Reve 42Cr	92	357,00	275,00	906,00	195,63	0,00	100,91	0,00	0	90
	93	357,00	275,00	906,00	159,69	0,00	88,11	0,00	1	90
	94	357,00	275,00	906,00	197,73	0,00	94,92	0,00	0	90

Anexo 2

Findley	Matake	McDiarmid	S&L	C&S	L&M
ψ_{critico}			ϕ_{critico}		
37,80	45,00	45,00	45,00	48,87	50,12
49,00	56,30	56,30	56,30	37,67	38,92
60,30	67,50	67,50	67,50	26,47	27,72
71,50	78,80	78,80	78,80	15,17	16,42
7,20	0,00	0,00	0,00	3,87	5,12
164,30	67,50	67,50	67,50	27,27	28,52
176,00	169,80	169,80	169,80	14,87	16,12
164,00	157,50	157,50	157,50	31,37	32,62
176,90	173,40	173,40	173,40	13,47	14,72
36,90	45,00	45,00	45,00	48,87	50,12
0,00	45,00	45,00	45,00	48,87	50,12
0,00	0,00	0,00	0,00	9,87	11,12
71,50	78,80	78,80	78,80	15,17	16,62
176,00	79,80	79,80	79,80	14,77	16,02
176,90	173,40	173,40	173,40	13,47	14,72
0,00	0,00	0,00	0,00	-92,03	-90,78
60,30	67,50	67,50	67,50	26,37	27,62
164,30	67,50	67,50	67,50	27,27	28,52
164,00	67,50	67,50	67,50	31,37	32,62
0,00	0,00	0,00	0,00	48,87	50,12
49,10	56,40	56,40	56,40	37,57	38,82
36,90	45,00	45,00	45,00	48,87	50,12
58,00	66,90	66,90	66,90	29,41	28,26
0,00	45,00	45,00	45,00	51,31	50,16
67,30	76,30	76,30	76,30	20,01	18,86
0,00	0,00	0,00	0,00	-94,49	-95,64
55,70	67,00	67,00	67,00	20,01	18,86
31,20	45,00	45,00	45,00	22,31	21,16
19,00	23,10	23,10	23,10	51,31	50,16

Findley	Matake	McDiarmid	S&L	C&S	L&M	Papadopoulos
INDICE DE ERRO						
4,40%	4,40%	-4,85%	3,52%	1,76%	3,63%	4,40%
4,61%	4,59%	-4,10%	3,44%	1,29%	3,10%	3,79%
8,18%	8,17%	0,98%	6,06%	3,18%	4,83%	5,49%
3,54%	3,50%	-0,48%	2,12%	-1,49%	-0,32%	0,23%
2,50%	2,50%	2,50%	2,50%	1,93%	2,50%	2,50%
6,92%	4,58%	-2,41%	3,02%	0,23%	1,80%	5,49%
3,38%	4,51%	-0,62%	2,90%	-3,57%	-2,51%	0,20%
2,56%	3,76%	-6,94%	3,88%	-7,64%	-6,24%	5,49%
6,77%	9,26%	1,93%	6,99%	-5,65%	-4,88%	3,93%
-0,20%	-0,26%	-9,67%	0,15%	-2,15%	-0,35%	3,79%
-0,90%	-8,62%	-19,19%	-4,21%	-7,28%	-5,55%	9,54%
10,34%	13,32%	4,71%	10,45%	-8,48%	-8,20%	7,76%
0,95%	0,93%	-2,78%	-0,22%	-3,95%	-2,81%	-2,28%
2,51%	0,22%	-3,19%	-0,85%	-4,38%	-3,32%	-0,64%
5,93%	8,39%	1,46%	6,25%	-6,38%	-5,61%	3,10%
8,81%	11,75%	3,65%	9,15%	4,12%	5,24%	6,27%
4,06%	4,06%	-2,55%	2,57%	-0,80%	0,79%	1,47%
4,69%	2,41%	-4,13%	1,18%	-1,85%	-0,32%	3,29%
1,49%	-6,90%	-12,96%	-6,68%	-8,61%	-7,22%	4,39%
-3,45%	-1,37%	-15,28%	5,76%	-9,69%	-8,00%	6,70%
1,73%	1,73%	-6,34%	1,11%	-1,49%	0,26%	0,92%
-1,29%	-1,35%	-10,26%	-0,70%	-3,21%	-1,43%	2,74%
6,66%	6,63%	-4,69%	4,25%	0,69%	1,04%	4,19%
-16,13%	-21,65%	-35,34%	-12,51%	-22,17%	-22,09%	-9,13%
10,84%	10,80%	2,78%	7,90%	4,11%	4,78%	7,30%
0,16%	3,96%	-10,76%	3,22%	-5,13%	-4,49%	-1,84%
0,49%	-2,51%	-18,04%	-0,44%	-13,96%	-22,53%	-15,34%
-6,17%	-6,40%	-29,37%	9,51%	-26,81%	-38,55%	-9,97%
18,79%	22,03%	2,56%	17,44%	-8,55%	-24,15%	5,93%

168,30	66,90	66,90	66,90	38,51	37,46
0,00	45,00	45,00	45,00	51,31	50,16
60,30	67,50	67,50	67,50	26,32	27,62
164,10	67,60	67,60	67,60	31,12	32,42
0,00	0,00	0,00	0,00	48,82	50,12
15,80	22,40	22,40	22,40	-113,48	-112,18
0,00	0,00	0,00	0,00	-95,88	-94,58
36,50	45,00	45,00	45,00	48,82	50,12
58,00	67,50	67,50	67,50	17,12	18,42
54,10	67,50	67,50	67,50	17,52	18,82
29,80	0,00	0,00	0,00	18,72	20,02
167,00	67,60	67,60	67,60	35,52	36,82
0,00	0,00	0,00	0,00	48,82	50,12
50,00	58,30	58,30	58,30	20,62	21,92
0,00	0,00	0,00	0,00	48,82	50,12
0,00	0,00	0,00	0,00	5,72	7,02
62,50	69,60	69,60	69,60	23,95	25,52
0,00	0,00	0,00	0,00	48,55	50,12
167,70	69,50	69,50	69,50	30,85	32,42
168,00	70,40	70,40	70,40	33,25	34,82
169,00	71,40	71,40	71,40	36,05	37,62
0,00	0,00	0,00	0,00	48,55	50,12
157,60	58,30	58,30	58,30	39,35	40,92
155,80	55,80	55,80	55,80	41,85	43,42
31,90	45,00	45,00	45,00	48,55	50,12
179,00	81,90	81,90	81,90	21,05	22,62
40,20	45,00	45,00	45,00	45,46	50,10
51,50	56,30	56,30	56,30	34,16	38,80
62,70	67,50	67,50	67,50	22,96	27,60
74,00	78,80	78,80	78,80	11,66	16,30
4,80	0,00	0,00	0,00	0,46	5,10

22,41%	-3,90%	-16,54%	-3,32%	8,32%	-2,57%	-2,89%
11,49%	-9,77%	-32,11%	8,09%	7,25%	-13,31%	-5,94%
1,99%	1,99%	-3,39%	0,82%	-2,75%	-1,16%	-0,55%
-2,89%	-10,93%	-15,73%	-10,10%	-12,60%	-11,25%	-0,11%
-9,51%	-7,57%	-18,41%	1,56%	-15,30%	-13,68%	0,08%
-2,89%	-1,76%	-9,79%	-0,37%	-5,98%	-4,28%	-0,11%
6,52%	9,27%	1,59%	7,42%	2,29%	3,64%	5,15%
-5,01%	-5,14%	-12,42%	-3,51%	-6,63%	-4,86%	0,37%
16,16%	13,50%	4,25%	11,33%	-0,72%	-5,31%	0,08%
3,87%	-0,51%	-9,11%	1,10%	-11,43%	-17,35%	-0,55%
-0,53%	-7,67%	-18,47%	1,44%	-21,78%	-30,07%	-0,11%
16,26%	-5,34%	-11,50%	-4,69%	4,51%	-2,89%	-6,38%
8,92%	10,67%	-8,81%	35,16%	6,88%	-9,51%	-4,83%
11,79%	10,29%	-1,26%	11,35%	-10,33%	-18,77%	-6,19%
21,41%	24,02%	9,48%	22,66%	-2,00%	-13,72%	3,41%
10,15%	13,32%	8,89%	10,74%	-0,31%	0,11%	7,27%
4,68%	4,65%	-3,22%	3,09%	-0,30%	1,40%	1,77%
-6,07%	-4,06%	-19,67%	1,37%	-17,25%	-15,50%	0,70%
20,45%	5,79%	-3,23%	4,16%	7,76%	5,42%	3,91%
17,85%	-2,43%	-10,58%	-2,84%	2,58%	-0,70%	3,91%
13,39%	-10,90%	-18,13%	-10,12%	-2,18%	-6,62%	1,60%
10,30%	12,29%	-12,86%	21,83%	1,18%	-7,39%	2,45%
12,85%	2,85%	-9,45%	2,85%	8,78%	4,53%	0,11%
6,05%	-3,89%	-16,29%	-1,76%	3,73%	-1,82%	-4,07%
-4,08%	-7,43%	-22,13%	-1,49%	0,15%	-8,34%	-8,15%
16,64%	-0,71%	-4,35%	-1,58%	-4,32%	-5,80%	-0,68%
4,21%	4,21%	1,15%	3,61%	3,83%	8,32%	4,21%
7,18%	7,17%	4,24%	6,07%	5,90%	10,29%	6,29%
7,79%	7,79%	5,46%	6,53%	4,65%	8,28%	4,97%
2,55%	2,53%	1,27%	1,85%	-1,05%	1,02%	-0,83%
3,64%	3,64%	3,64%	3,64%	3,63%	3,64%	3,64%

161,80	67,50	67,50	67,50	27,86	32,50
175,50	173,40	173,40	173,40	10,06	14,70
39,70	45,00	45,00	45,00	45,46	50,10
0,00	0,00	0,00	0,00	45,46	50,10
0,00	0,00	0,00	0,00	6,46	11,10
13,10	45,00	45,00	45,00	83,29	51,66
24,30	56,20	56,20	56,20	72,09	40,46
9,40	67,50	67,50	67,50	60,79	29,16
20,70	78,80	78,80	78,80	49,49	17,86
31,90	0,00	0,00	0,00	38,29	6,66
4,50	45,00	45,00	45,00	83,29	51,66
0,00	0,00	0,00	0,00	83,29	51,66
24,40	0,00	0,00	0,00	44,29	12,66
50,50	66,90	66,90	66,90	40,65	28,60
0,00	45,00	45,00	45,00	62,55	50,50
2,60	76,30	76,30	76,30	31,25	19,20
0,00	0,00	0,00	0,00	-83,25	-95,30
49,10	67,00	67,00	67,00	31,25	19,20
30,20	45,00	45,00	45,00	33,55	21,50
16,00	23,10	23,10	23,10	62,55	50,50
175,10	66,90	66,90	66,90	49,75	37,70
0,00	45,00	45,00	45,00	62,55	50,50
19,80	9,50	9,50	9,50	23,95	11,90
18,50	88,60	88,60	88,60	32,85	20,80
17,50	71,80	71,80	71,80	38,95	26,90
41,60	67,60	67,60	67,60	39,65	27,60
42,60	68,50	68,50	68,50	38,65	26,60
40,30	65,90	65,90	65,90	40,65	28,60
175,10	7,70	7,70	7,70	-82,75	-94,80
0,20	88,70	88,70	88,70	32,85	20,80
177,00	74,50	74,50	74,50	41,65	29,60

51,60	67,90	67,90	67,90	39,65	27,60
175,30	68,90	68,90	68,90	38,65	26,60
50,60	66,90	66,90	66,90	40,65	28,60

3,53%	-2,90%	-5,05%	-3,01%	-2,89%	-0,11%	8,86%
8,55%	9,73%	7,34%	8,27%	-0,51%	0,08%	6,63%
1,30%	1,27%	-1,91%	1,25%	1,87%	6,26%	6,29%
0,00%	1,06%	-4,12%	4,36%	-1,43%	2,77%	16,68%
11,33%	12,71%	9,91%	10,87%	-2,16%	-3,44%	10,27%
-3,02%	-3,02%	-38,77%	-1,59%	-3,61%	-22,12%	-3,02%
3,36%	3,43%	-33,15%	0,27%	2,52%	-16,96%	2,82%
5,65%	5,58%	-26,36%	-1,98%	4,09%	-14,61%	3,76%
8,42%	8,30%	-13,21%	-1,28%	5,46%	-8,30%	5,59%
3,29%	3,29%	3,29%	3,29%	-1,69%	3,29%	3,29%
13,04%	12,66%	-30,61%	8,35%	10,33%	-10,05%	12,55%
19,06%	48,90%	-25,60%	47,82%	13,62%	-4,24%	20,92%
16,63%	64,62%	9,91%	33,59%	4,23%	-4,65%	33,70%
14,80%	14,76%	-8,40%	7,88%	6,62%	0,42%	12,46%
-1,87%	-9,07%	-37,07%	0,60%	-12,84%	-19,47%	-1,91%
14,71%	14,65%	-1,78%	7,96%	4,95%	1,98%	11,36%
4,59%	16,42%	-13,70%	11,01%	-5,25%	-4,26%	1,88%
18,08%	11,31%	-20,47%	9,85%	5,57%	-23,62%	-8,64%
13,75%	16,77%	-30,21%	33,85%	-6,94%	-38,40%	-2,84%
28,99%	39,36%	-0,48%	26,78%	10,83%	-27,12%	14,32%
52,49%	6,43%	-19,43%	3,59%	35,15%	4,05%	15,65%
46,32%	12,83%	-32,89%	32,99%	35,59%	-4,51%	12,00%
-61,47%	-59,11%	-73,82%	-14,61%	-73,83%	-82,85%	-70,74%
-64,90%	-83,98%	-84,58%	-81,29%	-71,23%	-84,09%	-74,59%
-59,43%	-72,19%	-80,44%	-38,06%	-62,91%	-79,54%	-69,74%
-45,66%	-55,13%	-69,20%	-24,51%	-45,73%	-67,83%	-58,95%
-54,57%	-62,51%	-74,04%	-30,06%	-54,85%	-73,27%	-65,73%
-46,03%	-55,05%	-69,72%	-21,54%	-46,13%	-68,45%	-59,39%
-46,73%	-42,24%	-53,62%	-33,58%	-51,46%	-51,52%	-48,05%
-54,52%	-68,28%	-68,82%	-67,44%	-68,22%	-68,54%	-55,79%
-48,44%	-58,14%	-64,78%	-49,02%	-58,09%	-60,49%	-49,57%

-29,67%	-29,62%	-43,49%	-24,42%	-34,79%	-38,41%	-31,20%
-41,07%	-41,06%	-52,35%	-33,19%	-45,46%	-48,37%	-42,42%
-30,73%	-30,71%	-44,70%	-24,83%	-35,66%	-39,38%	-32,14%