



**Willer Planas Gonçalves**

**Estimativa de Parâmetros de Reservatórios de Petróleo  
a Partir de Modelo Transiente não Isotérmico**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Márcio da Silveira Carvalho  
Coorientador: Dr. Abelardo Borges Barreto Jr.

Rio de Janeiro  
Outubro de 2020



**Willer Planas Gonçalves**

**Estimativa de Parâmetros de Reservatórios de Petróleo  
a Partir de Modelo Transiente não Isotérmico**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo:

**Prof. Márcio da Silveira Carvalho**

Orientador

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

**Dr. Abelardo Borges Barreto Jr.**

Coorientador

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

**Prof. Ivan Fábio Mota de Menezes**

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

**Dr. Diego Felipe Barbosa de Oliveira**

Petróleo Brasileiro S.A. – PETROBRAS

Rio de Janeiro, 2 de outubro de 2020

Todos os direitos reservados. A reprodução, total ou parcial, do trabalho é proibida sem autorização do autor, do orientador e da universidade.

### **Willer Planas Gonçalves**

Graduado em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de Minas Gerais em 2008. Entre 2006 e 2008 trabalhou como Agente Fiscal de Metrologia e Qualidade pelo IPEM-MG e em 2009 como Engenheiro na SNC-Lavalin. Em 2009 ingressou como Engenheiro de Equipamentos na Petrobras tendo trabalhado desde então em projetos de desenvolvimento da produção nas disciplinas de Engenharia Submarina e Elevação e Escoamento.

#### Ficha Catalográfica

Gonçalves, Willer Planas

Estimativa de parâmetros de reservatórios de petróleo a partir de modelo transiente não isotérmico / Willer Planas Gonçalves ; orientador: Márcio da Silveira Carvalho ; coorientador: Abelardo Borges Barreto Jr. – 2020.

161 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)—Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, 2020.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Mecânica – Teses. 2. Reservatórios não isotérmicos. 3. Avaliação de formações. 4. Escoamento em meios porosos. 5. Otimização. 6. Problema Inverso. I. Carvalho, Márcio da Silveira. II. Barreto Junior, Abelardo Borges. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDD: 621

A minha família, pelo apoio incondicional.

## Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço a Deus pelo dom da vida e saúde para completar mais essa etapa de minha formação profissional.

Agradeço aos professores e funcionários da PUC-Rio pelo conhecimento adquirido e pelo suporte fornecido, em especial ao meu orientador Márcio Carvalho e coorientador Abelardo Barreto por me guiarem no desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço à Petrobras por ter me dado a oportunidade da realização deste mestrado, fundamental para o desenvolvimento de minha carreira na empresa.

Agradeço à minha mãe, irmãos, tios e primos que, embora distantes, sempre mantiveram apoio aos meus estudos.

Agradeço ainda à minha esposa Natália pelo carinho que foi fundamental para manter o foco e pela paciência ao abdicar junto comigo de momentos de lazer.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## Resumo

Gonçalves, Willer Planas; Carvalho, Márcio da Silveira; Barreto Jr, Abelardo Borges. **Estimativa de parâmetros de reservatórios de petróleo a partir de modelo transiente não isotérmico**. Rio de Janeiro, 2020. 161p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Tradicionalmente, os testes de formação em poços de petróleo buscam caracterizar o campo de permeabilidades a partir da interpretação dos transientes de pressão (PTA) nos períodos de fluxo e estática baseados em modelos isotérmicos de escoamento em meios porosos. Com o avanço da instrumentação dos testes, registros mais precisos de temperatura passaram a estar disponíveis e fomentaram a pesquisa baseada em modelos não isotérmicos que possibilitaram a análise a partir dos transientes de temperatura (TTA). Além da caracterização de parâmetros do reservatório como permeabilidade e porosidade com a interpretação dos transientes de temperatura, os dados de pressão obtidos a partir de um modelo não isotérmico representa de forma mais fidedigna o fenômeno físico sobretudo quando os testes são submetidos a maiores diferenciais de pressão. Este trabalho consiste no desenvolvimento de um simulador para teste de formação que considera a modelagem não isotérmica de reservatório unidimensional radial acoplado a um poço produtor e na utilização deste simulador, associado a métodos de otimização multivariável, para resolução do problema inverso da caracterização de parâmetros do reservatório. Alguns métodos de otimização foram testados e o algoritmo do Simplex de Nelder-Mead apresentou melhor eficácia. Foram estabelecidos três tipos de problemas e utilizados em três casos hipotéticos considerando inclusive a imposição artificial de ruídos nos sinais de pressão e temperatura utilizados para resolução do problema inverso.

## Palavras-chave

Reservatórios de Petróleo; Reservatórios não isotérmicos; Avaliação de Formações; Escoamento em Meios Porosos; Otimização; Problema Inverso.

## Abstract

Gonçalves, Willer Planas; Carvalho, Márcio da Silveira (Advisor); Barreto Jr, Abelardo Borges (Co-Advisor). **Estimative of petroleum reservoir parameters from nonisothermal transient model**. Rio de Janeiro, 2020. 161p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Traditionally, oil well formation tests aim to characterize the reservoir permeability field from pressure transient analysis (PTA) of drawdown and build up based on isothermal flow models in porous media. With the advancement of well test instrumentation, more accurate temperature records became available and have encouraged researches based on non-isothermal models that made possible the temperature transient analysis (TTA). In addition to the characterization of reservoir parameters such as permeability and porosity by TTA, the pressure data obtained from a non-isothermal model represent better the physical phenomenon, especially when the tests are subjected to greater drawdowns. This work consists in the development of a simulator for formation test that considers non-isothermal modeling of a unidimensional radial reservoir coupled to a production well and in the use of this simulator, associated with multivariable optimization methods, to solve the inverse problem of reservoir parameters characterization. Some optimization methods were tested and the Nelder-Mead Simplex algorithm presented better efficiency. Three types of problems were established and used in three hypothetical cases, including artificially imposed noise in pressure and temperature signals used to solve the inverse problem.

## Keywords

Petroleum Reservoirs; Non-isothermal Reservoirs; Production Well-Test; Porous Media Flow; Optimization; Inverse Problem.

# Sumário

<b>1 Introdução</b>	<b>22</b>
1.1 Apresentação	22
1.2 Motivação	23
1.3 Objetivos	26
1.4 Estrutura da Dissertação	26
<b>2 O Problema Direto</b>	<b>28</b>
2.1 Modelo matemático para o reservatório	29
2.1.1 Balanço de massa no reservatório	30
2.1.2 Balanço de energia no reservatório	33
2.2 Modelo matemático para o poço	36
2.2.1 Balanço de massa no poço	38
2.2.2 Balanço de quantidade de movimento no poço	39
2.2.3 Balanço de energia no poço	40
2.3 Modelo numérico	43
2.3.1 Equações de diferenças finitas	45
2.3.1.1 Equações de diferenças finitas para o poço	45
2.3.1.2 Equações de diferenças finitas para o reservatório	47
2.3.2 Acoplamento poço-reservatório e condições de contorno	50
2.3.3 Sistema linear para resolução do problema	52
2.3.4 Considerações a respeito das malhas do poço e reservatório	53
2.3.5 Considerações a respeito do passo de tempo	54
2.4 Aplicação em Estudos de Casos	56
2.4.1 Caso 1	56
2.4.2 Caso 2	64
2.4.3 Caso 3	68
<b>3 O Problema Inverso</b>	<b>72</b>
3.1 O problema inverso como um problema de otimização	74
3.2 Métodos de otimização	76
3.2.1 Métodos de busca unidirecional	78
3.2.1.1 Método da secante	79
3.2.1.2 Método da seção áurea	80



3.2.2 Métodos de busca direcional	81
3.2.2.1 Método de Newton	82
3.2.2.2 Método BFGS	83
3.3 Método simplex de Nelder-Mead	84
3.3.1 Busca global com o método simplex de Nelder-Mead	88
3.4 Considerações acerca de restrições	92
<b>4 Aplicação da Metodologia e Resultados</b>	<b>93</b>
4.1 Descrição dos problemas analisados	93
4.2 Avaliação dos parâmetros de reservatório a partir de sinais sem ruído	94
4.2.1 Problema 1: Avaliação da permeabilidade $k$ e porosidade $\phi$	94
4.2.2 Avaliação da zona de <i>Skin</i> e a existência de múltiplos mínimos locais	100
4.2.3 Problema 2: Avaliação dos parâmetros $k_S$ , $r_S$ e $k$ do problema de poço com dano ou estimulado	106
4.2.3.1 Caso 1	106
4.2.3.2 Caso 2	108
4.2.3.3 Caso 3	110
4.2.4 Problema 3: Avaliação dos parâmetros $k_I$ , $k_2$ e $L$ do problema de reservatório radial bicomposto	110
4.2.4.1 Caso 1	112
4.2.4.2 Caso 2	114
4.2.4.3 Caso 3	116
4.3 Avaliação dos parâmetros de reservatório a partir de sinais com ruído	117
4.3.1 Descrição do ruído	118
4.3.2 Problema 1: Avaliação da permeabilidade $k$ e porosidade $\phi$	118
4.3.2.1 Caso 1	119
4.3.2.2 Caso 2	121
4.3.2.3 Caso 3	123
4.3.3 Problema 2: Avaliação dos parâmetros $k_S$ , $r_S$ e $k$ do problema de poço com dano ou estimulado	124
4.3.4 Problema 3: Avaliação dos parâmetros $k_I$ , $k_2$ e $L$ do problema de reservatório radial bicomposto	126
<b>5 Conclusões e Considerações Finais</b>	<b>128</b>
5.1 Conclusões deste trabalho	128
5.2 Propostas de trabalhos futuros	130
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>132</b>
<b>A Resultados dos Problemas Sem Ruídos</b>	<b>136</b>

A.1 Problema 1: Avaliação da permeabilidade $k$ e porosidade $\phi$	136
A.1.1 Trajetórias	136
A.1.2 Número de avaliações da função objetivo	138
A.2 Problema 2: Avaliação dos parâmetros $k_s$ , $r_s$ e $k$ do problema de poço com dano ou estimulado	141
A.2.1 Mínimos locais para o caso 1	141
A.2.2 Mínimos locais para o caso 2	143
A.2.3 Mínimos locais para o caso 3	147
A.3 Problema 3: Avaliação dos parâmetros $k_1$ , $k_2$ e $L$ do problema de reservatório radial bicomposto	149
A.3.1 Mínimos locais para o caso 1	149
A.3.2 Mínimos locais para o caso 2	153
A.3.3 Mínimos locais para o caso 3	155
<b>B Resultados dos Problemas Com Ruídos</b>	<b>157</b>
B.1 Problema 1: Avaliação da permeabilidade $k$ e porosidade $\phi$	157
B.1.1 Caso 1	157
B.1.2 Caso 2	158
B.1.3 Caso 3	159
B.1.4 Comparação entre os casos	160

## Lista de figuras

Figura 1.1: Distorção da estocagem térmica causada na leitura de pressão no poço, adaptado de Hasan <i>et al</i> (1997).	25
Figura 2.1: Sistema de coordenadas do reservatório. Reservatório radial, infinito de espessura constante $h$ .	30
Figura 2.2: Sistema de coordenadas para os perfis de pressão, temperatura e vazão do poço.	39
Figura 2.3: Representação esquemática do poço e suas dimensões correspondentes à modelagem matemática.	41
Figura 2.4: Esquema da discretização para o problema numérico.	45
Figura 2.5: Nós intermediários na malha do reservatório para avaliação da derivada de segunda ordem.	48
Figura 2.6: Discretização do poço e do reservatório acoplados.	50
Figura 2.7: Representação matricial do sistema de equações do modelo numérico.	53
Figura 2.8: Malha com concentração de nós em uma das extremidades.	54
Figura 2.9: Passo de tempo em função do tempo de simulação.	55
Figura 2.10: Resultado da simulação do teste de produção referente ao caso 1 para malha do reservatório variando de 10 a 5000 elementos. Em (a) tem-se um gráfico de tendência para a pressão no canhoneio e em (b) para a temperatura medida no canhoneio.	58
Figura 2.11: Caso 1. Perfil de (a) pressão e (b) temperatura nos 1000 primeiros metros do reservatório, em gráfico semi-logarítmico no instante inicial, 1 min, 10 min, 1h, 10 h e 120 h após o início da produção.	59
Figura 2.12: Caso 1. Perfil de (a) pressão e (b) temperatura nos 500 primeiros metros do poço no instante inicial, 1 min, 10 min, 1h, 10 h e 120 h após o início da produção.	60
Figura 2.13: Caso 1. (a) Transientes de pressão obtido a partir da simulação numérica e da solução analítica para modelo isotérmico (Theis, 1935). (b) Transientes de temperatura obtido a partir de simulação numérica e das soluções analíticas para os modelos não isotérmicos para o período de fluxo (Onur <i>et al</i> , 2017a) e de estática (Galvão <i>et al</i> , 2018).	61
Figura 2.14: Caso 1. Gráfico semi-logarítmico da temperatura no canhoneio para (a) período de estática e (b) período de fluxo.	62
Figura 2.15 Caso 1. Gráfico diagnóstico. Dados da simulação numérica considera o registro de pressão obtidos no poço a 238 m do canhoneio.	63
Figura 2.16: Caso 2. Comparação dos resultados para a pressão e temperatura no canhoneio obtido a partir da simulação numérica e das soluções analíticas aproximadas.	67

Figura 2.17: Caso 2. Gráfico diagnóstico. Dados da simulação numérica considera o registro de pressão obtidos no poço a 287 m do canhoneio.	67
Figura 2.18: Caso 3. Comparação dos resultados para a pressão e temperatura no canhoneio obtido a partir da simulação numérica e das soluções analíticas aproximadas.	70
Figura 2.19: Caso 3. Gráfico diagnóstico. Dados da simulação numérica considera o registro de pressão obtidos no poço a 136, 188 e 238 m do canhoneio.	71
Figura 3.1: Esquema relacionando o problema direto e problema inverso aos espaços de parâmetros e de dados. O subscrito <i>sf</i> refere-se a <i>sandface</i> (canhoneio).	73
Figura 3.2: Superfície e curvas de nível de $E_p(k, \phi)$ para $65 \text{ mD} \leq k \leq 250 \text{ mD}$ e $15\% \leq \phi \leq 45\%$ . Mínimo de $E_p$ é em $k = 107 \text{ mD}$ e $\phi = 29\%$ .	76
Figura 3.3: Busca de intervalo com mínimo em $f(\alpha)$ .	78
Figura 3.4: Aplicação do método da secante para determinação do mínimo de $f(\alpha)$ . No gráfico, determinação do zero de $f'(\alpha)$ .	79
Figura 3.5: Aplicação do método da seção áurea para redução progressiva dos intervalos de busca do mínimo.	81
Figura 3.6: Representação geométrica da reflexão, expansão, contração externa, contração interna e redução de um simplex tridimensional.	85
Figura 3.7: Fluxograma do algoritmo simplex de Nelder-Mead: primeira parte.	86
Figura 3.8: Fluxograma do algoritmo simplex de Nelder-Mead: segunda parte.	87
Figura 3.9: Fluxograma do algoritmo de busca global com simplex de Nelder-Mead, adaptado de Luersen e Riche (2004) e Ghiasi <i>et al</i> (2007).	91
Figura 4.1: Trajetórias executadas pelos métodos de (a) Newton, (b) BGFS e (c) Simplex de Nelder-Mead na execução do problema 1, caso 1, para $E_p(k, \phi)$ .	96
Figura 4.2: Caso 1, $\mathbf{x}^0 = (10 \text{ mD}, 5\%)$ . Evolução da estimativa dos parâmetros de permeabilidade e porosidade por método em função do número de avaliações da função objetivo.	97
Figura 4.3: Superfície e curvas de nível de $E_T(k, \phi)$ para $65 \text{ mD} \leq k \leq 250 \text{ mD}$ e $15\% \leq \phi \leq 45\%$ . Mínimo de $E_T$ é em $k = 107 \text{ mD}$ e $\phi = 29\%$ .	98
Figura 4.4: Superfícies e curvas de nível de $E_p(k_s, r_s)$ elaborado a partir dos dados do caso 2 onde em (a) tem-se $S = 4,83$ e em (b) tem-se $S = -0,52$ considerando modelo isotérmico.	102
Figura 4.5: Gráfico superfície de (a) $E_p(k_s, r_s)$ e (b) $E_T(k_s, r_s)$ elaborado a partir dos dados do caso 2 com $S = 4,83$ considerando modelo não-isotérmico.	104
Figura 4.6: Caracterização da região de <i>Skin</i> para (a) $S = 4,83$ e (b) $S = -0,52$ aplicado ao caso 2.	105

Figura 4.7: Esquema do reservatório radialmente bicomposto.	111
Figura 4.8: Caso 1 com $k_1 = 107 \text{ mD}$ , $k_2 = 50 \text{ mD}$ e $L = 150 \text{ m}$ . (a) Perfil de pressão nos 500 primeiros metros do reservatório. (b) Gráfico diagnóstico do teste de formação com a pressão lida no canhoneio.	112
Figura 4.9: Caso 1 com $k_1 = 107 \text{ mD}$ , $k_2 = 300 \text{ mD}$ e $L = 150 \text{ m}$ . (a) Perfil de pressão nos 500 primeiros metros do reservatório. (b) Gráfico diagnóstico do teste de formação com a pressão lida no canhoneio.	113
Figura 4.10: Caso 2 com $k_1 = 100 \text{ mD}$ , $k_2 = 500 \text{ mD}$ e $L = 100 \text{ m}$ . (a) Perfil de pressão nos 300 primeiros metros do reservatório. (b) Gráfico diagnóstico do teste de formação com a pressão lida no canhoneio.	115
Figura 4.11: Caso 3 com $k_1 = 9000 \text{ mD}$ , $k_2 = 500 \text{ mD}$ e $L = 300 \text{ m}$ . (a) Perfil de pressão nos 1000 primeiros metros do reservatório. (b) Gráfico diagnóstico do teste de formação com a pressão lida no canhoneio.	116
Figura 4.12: Sinal para avaliação do problema inverso do caso 1 com diferentes níveis de ruído.	119
Figura 4.13: Resultado da avaliação da permeabilidade e porosidade para o caso 1 com dados obtidos a partir do canhoneio.	120
Figura 4.14: Gráfico de superfície da função erro relativo para (a) pressão e (b) temperatura para o caso 1.	121
Figura 4.15: Resultado da avaliação da permeabilidade e porosidade para o caso 2 com dados obtidos a partir do canhoneio.	122
Figura 4.16: Resultado da avaliação da permeabilidade e porosidade para o caso 3 com dados obtidos a partir do canhoneio.	123
Figura 4.17: Resultado da avaliação da permeabilidade para o caso 1 no problema 2 com ruído crescente dos sinais de (a) pressão e (b) temperatura.	125
Figura 4.18: Resultado da avaliação do <i>skin</i> para o caso 1 no problema 2 com ruído crescente dos sinais de (a) pressão e (b) temperatura.	125
Figura 4.19: Resultado da avaliação de $k_1$ para o caso 3 no problema 3 com ruído crescente dos sinais de (a) pressão e (b) temperatura.	126
Figura 4.20: Resultado da avaliação de $k_2$ para o caso 3 no problema 3 com ruído crescente dos sinais de (a) pressão e (b) temperatura.	127
Figura 4.21: Resultado da avaliação de $L$ para o caso 3 no problema 3 com ruído crescente dos sinais de (a) pressão e (b) temperatura.	127
Figura. A.1: Trajetórias executadas pelos métodos de (a) Newton, (b) BGFS e (c) Simplex de Nelder-Mead na execução do problema 1, caso 2.	137
Figura. A.2: Caso 1, $\mathbf{x}^0 = (10 \text{ mD}, 50\%)$ . Evolução da estimativa dos parâmetros de permeabilidade e porosidade por método em função do número de avaliações da função objetivo.	138
Figura. A.3: Caso 1, $\mathbf{x}^0 = (500 \text{ mD}, 5\%)$ . Evolução da estimativa dos parâmetros de permeabilidade e porosidade por método em função do número de avaliações da função objetivo.	138

Figura. A.4: Caso 1, $\mathbf{x}^0 = (500 \text{ mD}, 50\%)$ . Evolução da estimativa dos parâmetros de permeabilidade e porosidade por método em função do número de avaliações da função objetivo.	139
Figura. A.5: Caso 2, $\mathbf{x}^0 = (10 \text{ mD}, 5\%)$ . Evolução da estimativa dos parâmetros de permeabilidade e porosidade por método em função do número de avaliações da função objetivo.	139
Figura. A.6: Caso 2, $\mathbf{x}^0 = (10 \text{ mD}, 50\%)$ . Evolução da estimativa dos parâmetros de permeabilidade e porosidade por método em função do número de avaliações da função objetivo.	140
Figura. A.7: Caso 2, $\mathbf{x}^0 = (500 \text{ mD}, 5\%)$ . Evolução da estimativa dos parâmetros de permeabilidade e porosidade por método em função do número de avaliações da função objetivo.	140
Figura. A.8: Caso 2, $\mathbf{x}^0 = (500 \text{ mD}, 50\%)$ . Evolução da estimativa dos parâmetros de permeabilidade e porosidade por método em função do número de avaliações da função objetivo.	141
Figura. B.1: Resultado da avaliação da permeabilidade e porosidade para o caso 1 com dados obtidos a partir do poço a 150 m do canhoneio.	157
Figura. B.2: Resultado da avaliação da permeabilidade e porosidade para o caso 2 com dados obtidos a partir do poço a 139 m do canhoneio.	158
Figura. B.3: Resultado da avaliação da permeabilidade e porosidade para o caso 3 com dados obtidos a partir do poço a 188 m do canhoneio.	159
Figura. B.4: Comparação entre os erros na avaliação da permeabilidade para a leitura de (a) pressão e (b) temperatura no canhoneio.	160
Figura. B.5: Comparação entre os erros na avaliação da porosidade para a leitura de (a) pressão e (b) temperatura no canhoneio.	160
Figura. B.6: Comparação entre os erros na avaliação da permeabilidade para a leitura de (a) pressão e (b) temperatura no poço.	161
Figura. B.7: Comparação entre os erros na avaliação da porosidade para a leitura de (a) pressão e (b) temperatura no poço.	161

## Lista de tabelas

Tabela 2.1: Dados de entrada para simulação do caso 1. Reservatório homogêneo, $k_o = 107$ mD, $\phi = 29\%$ . (Onur e Cinar, 2016, adaptado)	57
Tabela 2.2: Demais propriedades dos fluidos e da rocha para simulação do caso 1. Reservatório homogêneo, $k_o = 107$ mD, $\phi = 29\%$ . (Onur <i>et al</i> , 2017a, adaptado)	57
Tabela 2.3: Dados de entrada para simulação do caso 2. Reservatório homogêneo, $k_o = 100$ mD, $\phi = 12\%$ . (Galvão <i>et al</i> , 2018, adaptado)	64
Tabela 2.4: Demais propriedades dos fluidos e da rocha para simulação do caso 2. Reservatório homogêneo, $k_o = 100$ mD, $\phi = 12\%$ . (Galvão <i>et al</i> , 2018, adaptado)	65
Tabela 2.5: Dados de entrada para simulação do caso 3. Reservatório homogêneo, $k_o = 9000$ mD, $\phi = 12\%$ . Demais parâmetros iguais aos do caso 2. (Galvão, 2018, adaptado)	68
Tabela 4.1: Número de avaliações da função objetivo $E_p(\mathbf{x})$ por caso, método e ponto inicial.	97
Tabela 4.2: Número de avaliações da função objetivo $E_p(\mathbf{x})$ e $E_T(\mathbf{x})$ por caso e ponto de registro utilizando o método simplex de Nelder-Mead.	100
Tabela 4.3: Pares $(k_s, r_s)$ que minimizam a função $E_p$ e $E_T$ para um dado $r_s$ para o caso 2 com $S = 4,83$ .	105
Tabela 4.4: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_p(k_s, k, r_s)$ para a pressão tomada no canhoneio e dados do caso 1 com $S = 4,93$ .	107
Tabela 4.5: Melhores estimativas para os parâmetros $k_s$ , $k$ e $r_{SD}$ para o caso 1 com $S = 4,93$ .	108
Tabela 4.6: Melhores estimativas para os parâmetros $k_s$ , $k$ e $r_{SD}$ para o caso 2 com $S = 4,83$ .	109
Tabela 4.7: Melhores estimativas para os parâmetros $k_s$ , $k$ e $r_{SD}$ para o caso 2 com $S = -0,52$ .	109
Tabela 4.8: Melhores estimativas para os parâmetros $k_s$ , $k$ e $r_{SD}$ para o caso 3 com $S = 10,02$ .	110
Tabela 4.9: Raio de investigação para os 3 casos de teste de formação considerando reservatório homogêneo.	112
Tabela 4.10: Melhores estimativas para os parâmetros $k_1$ , $k_2$ e $L$ para o caso 1 com $\mathbf{x}^* = (107 \text{ mD}, 50 \text{ mD}, 150 \text{ m})$ .	113
Tabela 4.11: Melhores estimativas para os parâmetros $k_1$ , $k_2$ e $L$ para o caso 1 com $\mathbf{x}^* = (107 \text{ mD}, 300 \text{ mD}, 150 \text{ m})$ .	114
Tabela 4.12: Melhores estimativas para os parâmetros $k_1$ , $k_2$ e $L$ para o caso 2 com $\mathbf{x}^* = (100 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 100 \text{ m})$ .	115

Tabela 4.13: Melhores estimativas para os parâmetros $k_1$ , $k_2$ e $L$ para o caso 3 com $\mathbf{x}^* = (9000 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 300 \text{ m})$ .	117
Tabela. A.1: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_p(k_S, k, r_S)$ para a pressão tomada no poço a 150 m do canhoneio e dados do caso 1 com $S = 4,93$ .	141
Tabela. A.2: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_T(k_S, k, r_S)$ para a temperatura tomada no canhoneio e dados do caso 1 com $S = 4,93$ .	142
Tabela. A.3: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_T(k_S, k, r_S)$ para a temperatura tomada no poço a 150 m do canhoneio e dados do caso 1 com $S = 4,93$ .	142
Tabela. A.4: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_p(k_S, k, r_S)$ para a pressão tomada no canhoneio e dados do caso 2 com $S = 4,83$ .	143
Tabela. A.5: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_p(k_S, k, r_S)$ para a pressão tomada no poço a 139 m do canhoneio e dados do caso 2 com $S = 4,83$ .	143
Tabela. A.6: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_T(k_S, k, r_S)$ para a temperatura tomada no canhoneio e dados do caso 2 com $S = 4,83$ .	144
Tabela. A.7: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_T(k_S, k, r_S)$ para a temperatura tomada no poço a 139 m do canhoneio e dados do caso 2 com $S = 4,93$ .	144
Tabela. A.8: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_p(k_S, k, r_S)$ para a pressão tomada no canhoneio e dados do caso 2 com $S = -0,52$ .	145
Tabela. A.9: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_p(k_S, k, r_S)$ para a pressão tomada no poço a 139 m do canhoneio e dados do caso 2 com $S = -0,52$ .	145
Tabela. A.10: Listagem dos 6 mínimos encontrados para $E_T(k_S, k, r_S)$ para a temperatura tomada no canhoneio e dados do caso 2 com $S = -0,52$ .	146
Tabela. A.11: Listagem dos 6 mínimos encontrados para $E_T(k_S, k, r_S)$ para a temperatura tomada no poço a 139 m do canhoneio e dados do caso 2 com $S = -0,52$ .	146
Tabela. A.12: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_p(k_S, k, r_S)$ para a pressão tomada no canhoneio e dados do caso 2 com $S = 10,02$ .	147
Tabela. A.13: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_p(k_S, k, r_S)$ para a pressão tomada no poço a 139 m do canhoneio e dados do caso 2 com $S = 10,02$ .	147
Tabela. A.14: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_T(k_S, k, r_S)$ para a temperatura tomada no canhoneio e dados do caso 2 com $S = 10,02$ .	148
Tabela. A.15: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_T(k_S, k, r_S)$ para a temperatura tomada no poço a 139 m do canhoneio e dados do caso 2 com $S = 10,02$ .	148
Tabela. A.16: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_p(k_1, k_2, L)$ para a pressão tomada no canhoneio e dados do caso 1 com $\mathbf{x}^* = (107 \text{ mD}, 50 \text{ mD}, 150 \text{ m})$ .	149



Tabela. A.17: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_p(k_1, k_2, L)$ para a pressão tomada no poço a 150 m do canhoneio e dados do caso 1 com $\mathbf{x}^* = (107 \text{ mD}, 50 \text{ mD}, 150 \text{ m})$ .	149
Tabela. A.18: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_T(k_1, k_2, L)$ para a temperatura tomada no canhoneio e dados do caso 1 com $\mathbf{x}^* = (107 \text{ mD}, 50 \text{ mD}, 150 \text{ m})$ .	150
Tabela. A.19: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_T(k_1, k_2, L)$ para a temperatura tomada no poço a 150 m do canhoneio e dados do caso 1 com $\mathbf{x}^* = (107 \text{ mD}, 50 \text{ mD}, 150 \text{ m})$ .	150
Tabela. A.20: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_p(k_1, k_2, L)$ para a pressão tomada no canhoneio e dados do caso 1 com $\mathbf{x}^* = (107 \text{ mD}, 300 \text{ mD}, 150 \text{ m})$ .	151
Tabela. A.21: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_p(k_1, k_2, L)$ para a pressão tomada no poço a 150 m do canhoneio e dados do caso 1 com $\mathbf{x}^* = (107 \text{ mD}, 300 \text{ mD}, 150 \text{ m})$ .	151
Tabela. A.22: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_T(k_1, k_2, L)$ para a temperatura tomada no canhoneio e dados do caso 1 com $\mathbf{x}^* = (107 \text{ mD}, 300 \text{ mD}, 150 \text{ m})$ .	152
Tabela. A.23: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_T(k_1, k_2, L)$ para a temperatura tomada no poço a 150 m do canhoneio e dados do caso 1 com $\mathbf{x}^* = (107 \text{ mD}, 300 \text{ mD}, 150 \text{ m})$ .	152
Tabela. A.24: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_p(k_1, k_2, L)$ para a pressão tomada no canhoneio e dados do caso 2 com $\mathbf{x}^* = (100 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 100 \text{ m})$ .	153
Tabela. A.25: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_p(k_1, k_2, L)$ para a pressão tomada no poço a 139 m do canhoneio e dados do caso 2 com $\mathbf{x}^* = (100 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 100 \text{ m})$ .	153
Tabela. A.26: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_T(k_1, k_2, L)$ para a temperatura tomada no canhoneio e dados do caso 2 com $\mathbf{x}^* = (100 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 100 \text{ m})$ .	154
Tabela. A.27: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_T(k_1, k_2, L)$ para a temperatura tomada no poço a 139 m do canhoneio e dados do caso 2 com $\mathbf{x}^* = (100 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 100 \text{ m})$ .	154
Tabela. A.28: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_p(k_1, k_2, L)$ para a pressão tomada no canhoneio e dados do caso 3 com $\mathbf{x}^* = (9000 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 300 \text{ m})$ .	155
Tabela. A.29: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_p(k_1, k_2, L)$ para a pressão tomada no poço a 188 m do canhoneio e dados do caso 3 com $\mathbf{x}^* = (9000 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 300 \text{ m})$ .	155
Tabela. A.30: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_T(k_1, k_2, L)$ para a temperatura tomada no canhoneio e dados do caso 3 com $\mathbf{x}^* = (9000 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 300 \text{ m})$ .	156
Tabela. A.31: Listagem dos 10 melhores mínimos para $E_T(k_1, k_2, L)$ para a temperatura tomada no poço a 188 m do canhoneio e dados do caso 3 com $\mathbf{x}^* = (9000 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 300 \text{ m})$ .	156

## Lista de abreviaturas

### Siglas e abreviações

**BHP** – *Bottom hole pressure*

**DFP** – Davidon-Fletcher-Powell

**DFO** – *Derivative-Free Optimization*

**FR** – Fletcher-Reeves

**GBNM** – *Globilized Bounded Nelder-Mead*

**LM** - Levenberg-Maquardt

**LMMP** – Laboratório de Microhidrodinâmica e Escoamento em Meios Porosos

**PTA** – *Pressure transiente analysis*

**QNA** - Quase Newton para o problema de mínimos quadrados

**WHP** – *Wellhead pressure*

### Letras latinas

**A** – Área

**B** – Fator volume de formação

**c** – Compressibilidade isotérmica

**$c_p$**  – Calor específico

**$c_{pR}$**  – razão entre a capacidade térmica volumétrica do fluido e a capacidade térmica volumétrica do sistema rocha-fluido

**$C_T$**  – Coeficiente de estocagem térmica

**$d$**  – Diâmetro

**E** – Erro relativo (função objetivo)

**$f$**  – Fator de atrito do escoamento de Darcy-Weisbach

**$h$**  – Espessura do reservatório

**H** – Entalpia

**$k$**  – Permeabilidade

**L** – Comprimento do poço

**$L_R$**  – Distância de relaxamento

**$n$**  – Número de elementos

**M** – Número de nós no reservatório

**N** – Número de nós no poço

**$p$**  – Pressão

**$Q$**  – Vazão

**$r$**  – Raio

**s** – Saturação

**S** – *skin* de Hawkins

**$t$**  – Tempo

**T** – Temperatura

$U_t$  – Coeficiente de transferência de calor global  
 $u_c$  – Velocidade da transferência de calor por convecção  
 $v$  – Velocidade de Darcy  
 $z$  – Variável relativa à posição na vertical do poço

### Letras gregas

$\alpha$  – Difusividade térmica ou parâmetro para busca unidirecional  
 $\beta$  – Coeficiente de expansão térmica isobárica  
 $\varepsilon$  – Rugosidade absoluta  
 $\varepsilon_{JT}$  – Coeficiente de Joule Thompson  
 $\lambda$  – Condutividade térmica  
 $\eta$  – Difusividade hidráulica  
 $\rho$  – Massa específica  
 $\theta$  – Inclinação do poço  
 $\mu$  – Viscosidade  
 $\phi$  – Porosidade  
 $\varphi$  – Coeficiente de expansão adiabática

### Subscritos

***an*** – anular entre a coluna de produção e o revestimento  
***c*** – *Casing*, referente ao revestimento  
***ci*** – Revestimento, lado interno  
***co*** – Revestimento, lado externo  
***cop*** – Coluna de produção  
***cem*** – Cimento  
***D*** – Adimensional  
***e*** – Formação adjacente ao poço  
***ext*** – Condição externa  
***i*** – Condição inicial ou índice do nó  
***m*** – Fase móvel  
***o*** – Óleo  
***p*** – Produção ou pressão  
***r*** – Rocha  
***R*** – Reservatório  
***ro*** – Componente radial, relativo ao óleo  
***S*** – Região de *skin*  
***sco*** – Condições padrão (*standard conditions*)  
***sf*** – *Sandface* (canhoneio)  
***t*** – Sistema total (rocha mais fluido ou coluna de produção mais revestimento) ou referente à coluna de produção  
***T*** – Temperatura  
***ti*** – Referente à coluna de produção, lado interno  
***te*** – Referente à coluna de produção, lado externo  
***w*** – Água ou poço

***W*** – Poço

***wb*** – *wellbore*, referente ao furo do poço.

***wf*** – *Well flow*, referente ao período de fluxo, no poço

***ws*** – *Well shutin*, referente ao período de estática, no poço

### **Subrescritos**

**\*** – efetivo

***D*** – À esquerda

***E*** – À esquerda

***j*** – Índice para o passo de tempo

***k*** – Passo do algoritmo de otimização

***T*** – Transposto

*Far better an approximate answer to the right question,  
which is often vague,  
than an exact answer to the wrong question,  
which can always be made precise.*

**John W. Tukey, 1962**

# 1 Introdução

## 1.1 Apresentação

A produção de petróleo é uma atividade ainda muito lucrativa, mas que envolve grandes riscos. Além dos indiscutíveis riscos relacionados à segurança, o risco de negócio está sempre presente no desenvolvimento da produção de campos *offshore*. Isso se deve principalmente aos elevados investimentos necessários para a implantação da estrutura necessária à produção associados às incertezas relacionadas à fonte do recurso gerador da receita: o reservatório de petróleo.

A boa caracterização do reservatório é fator primordial de sucesso para o projeto de exploração de um campo de petróleo. Os dados de volume, características do fluido, da rocha e das propriedades de interação fluido-rocha fornecem informações a respeito da produtividade de uma jazida, fundamental para a tomada de decisão em relação a investimentos que chega à ordem de bilhões de dólares. Não é à toa que a caracterização de reservatórios de petróleo é uma área cuja demanda por pesquisa, nas disciplinas de geologia, geofísica e engenharia parece ser infindável.

A engenharia exerce importante papel na avaliação de formações petrolíferas a partir de testes de produção ou testes de injeção em poço. Durante a atividade exploratória, na campanha de perfuração de poços com objetivo de caracterizar o reservatório, é comum o teste de produção. Neste teste, o poço é posto para produzir a um regime de vazão controlada, por um período que vai de horas a alguns poucos dias, registrando-se os transientes de pressão e temperatura no fundo do poço. Após este período de fluxo, o poço é fechado mantendo-se o registro dos transientes de pressão e temperatura resultantes da inércia e a acomodação dos fluidos no reservatório.

Muita informação do reservatório é revelada a partir dos resultados da avaliação de um teste de formação, outra denominação dada ao teste de produção.

Além disso, as informações auferidas do teste de formação se agregam a aquelas das interpretações de geólogos e geofísicos para ratificar ou retificar um entendimento que se tem a respeito do reservatório.

Em virtude da importância dos testes de formação, uma extensa teoria que envolve o comportamento dinâmico do escoamento dos fluidos nos meios porosos deu origem a diversas metodologias para predição da produtividade de poços bem como a possibilidade de caracterização de heterogeneidades ou limites do reservatório. O principal parâmetro obtido a partir de um teste de formação é a transmissibilidade da região do reservatório investigada pelo teste, dada por  $\frac{kh}{\mu}$  onde  $k$  é a permeabilidade relativa ao fluido que é produzido,  $h$  é a espessura da zona produtora e  $\mu$  é a viscosidade do fluido produzido. Dado que a viscosidade advém da caracterização do fluido e  $h$  é assumido caracterizado nas interpretações da geologia e geofísica, o parâmetro de permeabilidade acaba sendo a principal variável estimada no teste de formação diretamente ligado à produtividade do poço.

É interessante destacar que na avaliação de formações, basicamente, se quer resolver o problema inverso de modelagem e predição dos resultados. O objetivo é obter informações do reservatório (caracterizar o modelo) a partir da resposta que este reservatório dá ao estímulo de produção, principalmente via a análise dos registros dos transientes de pressão no fundo do poço – PTA, *Pressure Transient Analysis*.

Neste trabalho o teste de formação será abordado como um problema inverso no qual os transientes de pressão e temperatura fornecerão as informações para descrever o reservatório.

## 1.2 Motivação

A abordagem tradicional da avaliação de formações considera o modelo isotérmico para o reservatório e procura avaliar o campo de permeabilidade no domínio do reservatório a partir do comportamento transiente da pressão. Para isto, diversas técnicas foram elaboradas a partir das soluções para a chamada equação da difusividade de pressão originada a partir do balanço de massa e da Lei de Darcy. Soluções para a pressão que abordam diferentes condições de contorno e técnicas de superposição destas soluções compõem um extenso material que permitem

caracterizar o reservatório a partir da observação da resposta de pressão quando um poço no reservatório é posto para produzir, injetar e quando este estímulo é cessado e o reservatório tende a voltar a sua condição inicial.

Considerar um modelo isotérmico atende a grande maioria dos casos práticos de avaliação de formações já que as variações de temperatura são muito pequenas, principalmente quando os reservatórios são submetidos a pequenos diferenciais de pressão (*drawdown*) durante a produção.

No entanto, a literatura tem mostrado um comportamento interessante no transiente de temperatura durante o período de fluxo e de estática em testes de vazão constante que podem ser utilizados para fins de avaliação de formações de petróleo (App, 2009, 2010; Duru e Horne, 2009, 2010a, b, 2011a). Durante o período de fluxo é observado um pequeno aquecimento em razão da queda de pressão e no período de estática, um resfriamento durante a recuperação da pressão. Esse efeito é atribuído principalmente à expansão Joule-Thompson durante o fluxo e à compressão adiabática durante a estática.

As variações de temperatura podem ser muito pequenas para os casos em que o *drawdown* é pequeno, como nos testes de curta duração em formações de alta transmissibilidade, típicas do pré-sal brasileiro. Porém, são razoavelmente perceptíveis para a maioria dos casos. Com o avanço da tecnologia da instrumentação dos testes de formação, resoluções melhores que 0,01 °C têm encorajado o uso desta variável para avaliação dos reservatórios.

Nos testes de formação, os registros de transientes de temperatura são usados principalmente para considerar os efeitos da temperatura nas medições de pressão e não para serem usados diretamente na interpretação. Hasan *et al* (2002) indica que o transiente de temperatura poderia ser utilizado como uma fonte adicional de informação para a caracterização dos reservatórios e verificação de dados. Sidorova *et al* (2015), baseado no fato de que a temperatura propaga bem mais lentamente do que a pressão, destaca que a temperatura poderia fornecer melhores informações da região próxima ao poço em tempos mais tardios do teste de formação sem, portanto, ser mascarada pelos efeitos de estocagem do poço.

O equacionamento por trás do modelo não isotérmico, feito a partir do balanço de energia no meio poroso, considera termos de convecção e condução de calor enquanto o modelo não isotérmico é baseado na difusão de pressão. Diferentemente da difusão, o termo de advectivo não destrói informação



preservando certas características como discontinuidades sem que uma suavização seja imposta à informação que é transmitida. Dessa forma, com a análise dos transientes de temperatura, o raio do dano ou estímulo e a permeabilidade do reservatório na região próxima do poço poderiam ser avaliadas mais precisamente do que a partir da análise dos transientes de pressão (Doru e Horne, 2011a).

Hasan *et al* (1997), ao desenvolver um simulador para o sistema acoplado poço-reservatório aplicado a testes de produção, observou que a derivada logarítmica da pressão na cabeça do poço (WHP) apresentava uma distorção em relação à resposta esperada no canhoneio (BHP) (Figura 1.1). Ele atribuiu este fato ao que chamou de estocagem térmica: o armazenamento de energia térmica durante o período de fluxo nos elementos do poço e a liberação deste calor para o fluido da coluna de produção durante o período de estática.

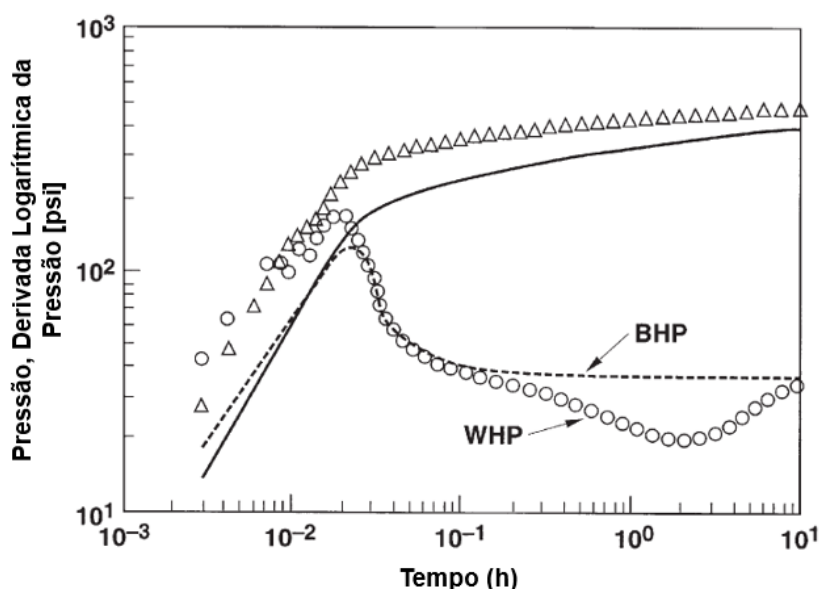


Figura 1.1: Distorção da estocagem térmica causada na leitura de pressão no poço, adaptado de Hasan *et al* (1997).

Uma distorção semelhante na derivada logarítmica da pressão é discutida nos trabalhos de Galvão *et al* (2018, 2020). Em seus trabalhos, aos autores mostram que a consideração clássica de coluna hidrostática constante para inferir a BHP a partir da pressão lida na posição dos registradores pode falhar para reservatórios de alta transmissibilidade. Esse impacto é maior no período de estática, quando o fluido aquecido dentro do poço começa a perder calor para a formação, variando sua massa específica e, conseqüentemente, a pressão estática da coluna de fluido. Esta

distorção pode levar a interpretações errôneas a respeito de descontinuidades no reservatório e a correta modelagem deste efeito “ruidoso” da temperatura na coluna de óleo pode ser filtrado a partir de um modelo que considere o perfil de temperatura e a variação da massa específica em função da temperatura.

Este trabalho não considera a estocagem térmica descrita e modelada por Hasan *et al* (1997, 2005), porém considera os efeitos da temperatura nos transientes de pressão lidos no poço, com o intuito de filtrar o ruído térmico descrito por Galvão *et al* (2020).

### 1.3 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é testar a aplicação de um modelo não isotérmico para o sistema acoplado poço-reservatório na resolução de um problema inverso para estimar parâmetros de um reservatório. Para isso, o objetivo do trabalho foi dividido nas seguintes etapas:

- Adaptar o simulador desenvolvido para a resolução numérica do sistema de equações diferenciais parciais não lineares para a resolução do problema inverso, implementando em Matlab.
- Comparar diferentes métodos de otimização para resolução do problema inverso.
- Comparar a estimativa dos parâmetros do reservatório em 3 problemas distintos a partir dos sinais de pressão e de temperatura lidos no canhoneio e no poço a uma distância especificada do canhoneio.
- Testar a robustez das estimativas quando sinais de ruídos são adicionados aos sinais de pressão e temperatura.

### 1.4 Estrutura da Dissertação

Esta dissertação está dividida em cinco capítulos incluindo a introdução onde o tema foi apresentado, a motivação para a adoção de um modelo não isotérmico foi dada e os objetivos esperados foram citados.

No Capítulo 2 são apresentados a formulação matemática e os modelos numéricos utilizados no desenvolvimento de um simulador em Matlab para a predição dos transientes de pressão e temperatura durante o teste de formação. Na formulação, o poço e o meio poroso são modelados e a resolução do problema considera o acoplamento do sistema poço-reservatório. São apresentados três estudos de casos, utilizados para teste do simulador do problema direto e que serão alvos das avaliações ao longo do trabalho.

O Capítulo 3 aborda o problema inverso da caracterização do reservatório apresentando este como um problema de otimização. É apresentada uma revisão sobre os métodos de otimização adotados com especial atenção ao método simplex de Nelder-Mead.

No Capítulo 4, três diferentes problemas são estabelecidos para a caracterização de reservatórios a partir dos três casos tratados no Capítulo 2. Os diferentes métodos de otimização são testados para a caracterização dos parâmetros dos reservatórios a partir dos transientes de pressão e temperatura. Também são comparadas as estimativas destes parâmetros a partir dos dados tomados no canhoneio, bem na face da formação e no poço, distante da formação. Por último, são introduzidos níveis crescentes de ruído ao sinal de pressão e temperatura para testar a robustez na estimativa das variáveis para cada problema.

O Capítulo 5 apresenta as conclusões deste trabalho bem como algumas propostas para continuidade de trabalhos com foco na modelagem não isotérmica de reservatórios.

## 2

## O Problema Direto

O conhecimento das leis físicas que regem um determinado fenômeno nos permite fazer uma previsão do comportamento de variáveis de resposta uma vez que seja conhecido o conjunto de parâmetros que compõem o sistema físico. Este conjunto de parâmetros pode ser referenciado como os parâmetros do modelo e o processo de previsão do comportamento do sistema físico é denominado de modelagem (Tarantola, 2004).

O problema direto trata da modelagem do sistema físico e pode ser abordado de forma determinística, onde assume-se que cada parâmetro do modelo é inteiramente conhecido ou, de forma probabilística, onde atribui-se uma incerteza aos parâmetros ou parte dos parâmetros do modelo. Este capítulo trata do problema direto de forma determinística.

Primeiramente será brevemente discutida a fundamentação teórica apresentada na literatura para a modelagem do sistema acoplado poço-reservatório não isotérmico apresentando as equações que representam as leis físicas que regem o problema. São equações diferenciais parciais não lineares cujas soluções analíticas aproximadas apresentadas na literatura foram obtidas fazendo consideráveis simplificações.

Posteriormente, é apresentada uma formulação em diferenças finitas destas equações para resolução do problema numericamente, através da programação de um simulador em Matlab. Este simulador foi desenvolvido pelo grupo do LMMP – Laboratório de Microhidrodinâmica e Escoamento em Meios Porosos – da PUC-Rio considerando o reservatório heterogêneo (permeabilidade podendo ser variável nos elementos do reservatório) em coordenadas cilíndricas de camada vertical única e foi adaptado para este trabalho.

Embora existam simuladores comerciais capazes de representar o modelo não isotérmico do sistema acoplado poço-reservatório, a utilização deles é complexa e restrita. O desenvolvimento de um simulador em Matlab, ainda que mais

simplificado, permitiu utilizá-lo como uma sub-rotina do problema inverso, o problema de avaliação de formações, para o caso do reservatório não isotérmico.

## 2.1

### Modelo matemático para o reservatório

A primeira parte do problema é a mais importante para a caracterização do reservatório é a modelagem do escoamento de fluidos em um meio poroso. Um modelo de reservatório que aborda tanto o balanço de massa quanto o balanço de energia com condições iniciais e de contorno adequadas permite obter soluções para os transientes de pressão e de temperatura. Diversos foram os trabalhos que apresentam esse modelo e embasaram a elaboração do problema direto aqui descrito.

App (2009) apresenta estudos de casos onde se observa o comportamento não isotérmico de reservatórios devido aos efeitos de expansão Joule-Thompson. Dependendo da faixa de pressão e da composição dos fluidos, a expansão Joule-Thompson pode apresentar efeito de resfriamento ou de aquecimento, sendo este último caracterizado por um coeficiente de expansão Joule-Thompson negativo. Para pressões elevadas, em geral as pressões encontradas em reservatórios de petróleo, a despressurização dos fluidos resulta em seu aquecimento. O autor apresenta um equacionamento para o balanço de massa e energia no reservatório e compara o resultado da simulação a partir deste equacionamento com os estudos de caso.

Posteriormente, App (2010) utiliza seu modelo para reservatórios de alta pressão e baixa permeabilidade cuja produção ocorre com elevado diferencial de pressão (*drawdown*). Neste cenário, o aquecimento devido a expansão Joule-Thompson pode implicar em considerável redução da viscosidade e essa dependência é incluída em seu modelo numérico.

Duru e Horne (2010a) desenvolveram modelos não isotérmicos para escoamentos monofásico e multifásico em reservatórios levando em consideração os parâmetros da formação, dos fluidos e variações na vazão e na pressão. Seu modelo inclui os efeitos Joule-Thompson e de dissipação viscosa e resulta em uma distribuição de temperatura no reservatório variando com a posição e com o tempo.

Al-Hadhrami (2003) propôs um modelo para representar a dissipação viscosa de forma aproximada e essa aproximação é considerada nos modelos de App (2010) e Onur (2016, 2017a).

Neste trabalho será considerada a equação da conservação da energia unidimensional radial no formato proposto por Onur (2016, 2017a).

As equações de conservação da massa e de energia no reservatório detalhadas nos itens 2.1.1 e 2.1.2 estão expressas em termos da pressão e temperatura como variáveis dependentes da posição e do tempo,  $p(r, t)$  e  $T(r, t)$ . A resolução deste sistema de equações permitirá obter os perfis transientes de pressão e temperatura no reservatório.

As premissas adotadas na obtenção das equações da conservação da massa e de energia são:

- Reservatório radial, isotrópico, infinito e de espessura constante  $h$  (Figura 2.1).
- Água e óleo são fluidos de baixa compressibilidade e imiscíveis.
- O escoamento do fluido é governado pela lei de Darcy, Equação (2.2).
- A matriz sólida é rígida e estacionária.
- Efeitos de gravidade e capilaridade são desprezíveis.

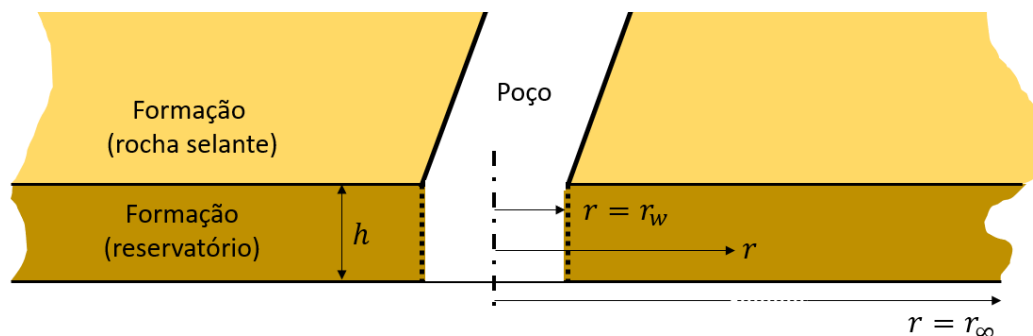


Figura 2.1: Sistema de coordenadas do reservatório. Reservatório radial, infinito de espessura constante  $h$ .

### 2.1.1

#### Balço de massa no reservatório

Considerando uma matriz rígida sólida porosa, saturada por um sistema bifásico imiscível água-óleo onde ocorre somente o escoamento do óleo (saturação

de água irreduzível), a conservação da massa aplicada a meios porosos é expressa como (App, 2010; Onur e Cinar, 2016):

$$\phi \left( c_t \frac{\partial p}{\partial t} - \beta_t \frac{\partial T}{\partial t} \right) = -c_o \mathbf{v}_o \cdot \nabla p + \beta_o \mathbf{v}_o \cdot \nabla T - \nabla \cdot \mathbf{v}_o \quad (2.1)$$

onde  $\mathbf{v}_o$  é a velocidade de Darcy dada por:

$$\mathbf{v}_o = -\frac{k_o}{\mu_o} \nabla p \quad (2.2)$$

e  $c_t$  e  $\beta_t$  são a compressibilidade isotérmica total e coeficiente de expansão térmica total do sistema fluido-rocha saturado, dados respectivamente por:

$$c_t = s_o c_o + s_w c_w + c_r \quad (2.3)$$

$$\beta_t = s_o \beta_o + s_w \beta_w + \beta_r \quad (2.4)$$

O lado esquerdo da Equação (2.1) é originado a partir do termo de acumulação de massa no volume de controle e o lado direito se origina do termo de convecção de massa, dado pelo divergente do fluxo de massa. Para chegar à Equação (2.1), Onur e Cinar (2016) consideram a compressibilidade e a expansão térmica da fase móvel dadas pelas Equações (2.5) e (2.6), respectivamente, e uma variação para a porosidade da rocha dada pela Equação (2.7) (App, 2010)

$$c_m = \frac{1}{\rho_m} \left( \frac{\partial \rho_m}{\partial p} \right)_T \quad (2.5)$$

$$\beta_m = \frac{1}{\rho_m} \left( \frac{\partial \rho_m}{\partial T} \right)_p \quad (2.6)$$

$$\phi(p, T) = \phi_i [1 + c_r(p - p_i) - \beta_r(T - T_i)] \quad (2.7)$$

Considerando o escoamento radial, unidimensional a Equação (2.1) é simplificada para:

$$\phi \left( c_t \frac{\partial p}{\partial t} - \beta_t \frac{\partial T}{\partial t} \right) = \frac{1}{r} \left[ r v_{ro} c_o \frac{\partial p}{\partial r} - r v_{ro} \beta_o \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} (r v_{ro}) \right] \quad (2.8)$$

onde  $v_{ro}$  é a componente na direção radial da velocidade de Darcy:

$$v_{ro} = -\frac{k_o}{\mu_o} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2.9)$$

Combinando-se a Equação (2.8) com a expressão da velocidade de Darcy [Equação (2.9)] e considerando que (Onur e Cinar, 2016):

- Por se tratar de fluido pouco compressível, as derivadas temporais e espaciais da temperatura são desprezíveis quando comparadas as derivadas da pressão;
- Por se tratar de fluido pouco compressível, o primeiro termo do lado direito da Equação (2.8) também é desprezível quando comparado ao terceiro termo;
- É desprezível a variação da viscosidade do óleo com a pressão e temperatura;
- A permeabilidade e porosidade do reservatório não variam com o raio (reservatório homogêneo),

obtem-se a conhecida equação da difusão de pressão em meios porosos:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi c_t \mu_o}{k_o} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.10)$$

A solução da equação (2.10) para a variação de pressão, considerando o poço como uma linha-fonte produzindo a uma vazão constante em um reservatório homogêneo, infinito de espessura constante e pressão inicial uniforme, é dada por (Theis, 1935):

$$\Delta p(r, t) = p(t = 0) - p(r, t) = - \frac{Q_{sco} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} \text{Ei} \left( - \frac{r^2}{4\eta_o t} \right), \quad (2.11)$$

$r > r_w$

onde  $Q_{sco}$  é a vazão de óleo nas condições padrão<sup>1</sup>,  $B_o$  é o fator volume de formação do óleo,  $h$  é a espessura produtora do reservatório,  $\text{Ei}(-x)$  é a função exponencial integral e  $\eta_o$  é a difusividade hidráulica do óleo dada por:

$$\eta_o = \frac{k_o}{\mu_o \phi c_t} \quad (2.12)$$

<sup>1</sup> Condições padrão (*Standard Conditions*): 101325 kPa e 15,6°C



## 2.1.2

**Balço de energia no reservatório**

Barenblatt *et al* (1989) considera o equilíbrio térmico entre a matriz sólida e as fases óleo e água e, a partir de seu trabalho, Onur e Cinar (2016, 2017a) estabelecem um modelo analítico para o balanço de energia onde são incorporadas as seguintes considerações às já citadas no item 2.1:

- Escoamento unidimensional, radial apenas da fase óleo (água conata imóvel).
- Efeitos de estocagem mássica e térmica do poço são desprezíveis.
- Não há troca de calor entre as camadas acima ou abaixo da região produtora do reservatório.
- Não há variação da porosidade no reservatório.

A conservação da energia é então, expressa como (Onur e Cinar, 2017a):

$$\begin{aligned} (\rho c_p)_t \frac{\partial T}{\partial t} - (\rho c_p \varphi)_t \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_o c_{po} v_{ro} \frac{\partial T}{\partial r} - \rho_o c_{po} v_{ro} \varepsilon_{JTo} \frac{\partial p}{\partial r} \\ - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_t \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

onde  $\lambda_t$  é a condutividade térmica efetiva do meio poroso cuja expressão adotada para este parâmetro é (CMG STARS, 2017), (GALVÃO, 2018):

$$\lambda_t = \phi(s_o \lambda_o + s_w \lambda_w) + (1 - \phi) \lambda_r \quad (2.14)$$

e  $\varepsilon_{JTo}$  é o coeficiente de Joule-Thompson do óleo dado por (Stauffer *et al*, 2014):

$$\varepsilon_{JTo} = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_H = \frac{\beta_o T - 1}{\rho_o c_{po}} \quad (2.15)$$

Assumindo a condutividade térmica efetiva do meio poroso constante, a Equação (2.13) pode ser reescrita da forma:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_{co}(r, t) \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{\alpha_t}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \varphi_t^* \frac{\partial p}{\partial t} + \varepsilon_{JTo} u_{co}(r, t) \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2.16)$$

Na Equação (2.16) alguns termos são referenciados por Onur e Cinar (2017a) como:

- velocidade da transferência de calor por convecção,  $u_{co}(r, t)$ , expressa por:

$$u_{co}(r, t) = c_{pRo} v_{ro} = -c_{pRo} \frac{k_o}{\mu_o} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2.17)$$

- razão entre a capacidade térmica volumétrica do óleo e a capacidade térmica volumétrica do sistema rocha-fluido,  $c_{pRo}$ , expressa por:

$$c_{pRo} = \frac{\rho_o c_{po}}{(\rho c_p)_t} \quad (2.18)$$

- difusividade térmica do sistema rocha-fluido saturado,  $\alpha_t$ , expressa por:

$$\alpha_t = \frac{\lambda_t}{(\rho c_p)_t} \quad (2.19)$$

- coeficiente de expansão adiabática efetiva do sistema rocha-fluido saturado,  $\varphi_t^*$ , expresso por:

$$\varphi_t^* = \frac{(\rho c_p \varphi)_t}{(\rho c_p)_t} \quad (2.20)$$

- capacidade térmica volumétrica do sistema rocha-fluido saturado,  $(\rho c_p)_t$ , expressa por:

$$(\rho c_p)_t = \phi(s_o \rho_o c_{po} + s_w \rho_w c_{pw}) + (1 - \phi) \rho_r c_{pr} \quad (2.21)$$

- coeficiente de expansão adiabática do sistema rocha-fluido saturado,  $(\rho c_p \varphi)_t$ , expressor por:

$$(\rho c_p \varphi)_t = \phi(s_o \rho_o c_{po} \varphi_o + s_w \rho_w c_{pw} \varphi_w) \quad (2.22)$$

Onur e Cinar (2017a), com o intuito de resolver analiticamente a Equação (2.16) para o problema do poço linha-fonte produzindo a vazão constante consideraram as propriedades dos fluidos e da rocha constantes. Foram estabelecidas as seguintes condições iniciais:

$$p(r, t = 0) = p_i \quad (2.23)$$

$$T(r, t = 0) = T_i \quad (2.24)$$

e condições de contorno:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{Q_{sco} B_o \mu_o}{2\pi k_o h} \quad (2.25)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} p(r, t) = p_i \quad (2.26)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0 \quad (2.27)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} T(r, t) = T_i \quad (2.28)$$

A condição inicial da Equação (2.23) e as condições de contorno das Equações (2.25) e (2.26) são utilizadas para obtenção da solução dada em (2.11) da equação do balanço de massa. A partir desta solução obtém-se as derivadas temporal e espacial da pressão tornando o problema da Equação (2.16) apenas na variável temperatura. Onur e Cinar (2017a) então propuseram uma solução aproximada para o período de fluxo. A solução para  $r = r_w$ , ou seja, no poço é dada por:

$$\begin{aligned} T_{wf}(t) = T_i - \varepsilon_{JTo} \Delta p_{wf}(t) + \frac{Q_{sco} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} (\varphi_t^* - \varepsilon_{JTo}) \\ \cdot \text{Ei} \left( -\frac{r_w^2}{4\eta_o t} - \frac{c_{pRo} Q_{sco} B_o}{4\pi \eta_o h} e^{-\frac{r_w^2}{4\eta_o t}} \right) \end{aligned} \quad (2.29)$$

onde  $\Delta p_{wf}(t)$  pode ser avaliado a partir da solução para a pressão dada pela Equação (2.11) (Theis, 1935) para  $r = r_w$ .

Para o período de estática, Onur e Cinar (2017a) fizeram algumas considerações adicionais a respeito da modelagem matemática dada pela equação Equação (2.16) e propuseram soluções aproximadas para o período inicial e para tempos tardios da estática.

O segundo termo do lado esquerdo e o segundo termo do lado direito da Equação (2.16) são referentes aos efeitos convectivos, sendo que o último leva em consideração o efeito da expansão Joule-Thompson. O primeiro termo do lado esquerdo da Equação (2.16) se refere ao termo de acumulação e o terceiro termo do lado esquerdo se refere à condução de calor. O primeiro termo do lado direito da Equação (2.16) é referente ao efeito de compressão ou expansão adiabática do fluido.

Para o período de estática, os termos de convecção (que contêm derivadas espaciais da pressão e temperatura multiplicadas pela velocidade convectiva  $u_{co}$ ) são desprezados quando comparados aos termos de condução, de expansão adiabática e de acumulação.

Nos períodos iniciais da estática, onde  $\Delta t \ll t_p$ , ainda é esperado que as derivadas temporais (termo de acumulação e termo de compressão adiabática) sejam consideravelmente maiores que a condução de calor, pondendo este último termo ser desprezado. Com estas considerações, a solução aproximada para a temperatura no os tempos iniciais do período de estática é (Onur e Cinar, 2017a):

$$T_{ws}(t) = T_{wf}(t_p) - \frac{Q_{sco} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} \varphi_t^* \text{Ei} \left( -\frac{r_w^2}{4\eta_o \Delta t} \right) \quad (2.30)$$

Nos períodos mais tardios da estática, espera-se que a variação temperatura causada pela compressão adiabática do fluido seja desprezível quando comparada com a referente à condução de calor. Com estas considerações, a solução aproximada para a temperatura é (Onur e Cinar, 2017a):

$$T_{ws}(t) = T_{wf}(t_p) - \frac{Q_{sco} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} \varepsilon_{JTo} \text{Ei} \left( -\frac{r_w^2}{4\alpha_t \Delta t} \right) \quad (2.31)$$

Posteriormente, Galvão *et al* (2018) propôs uma solução aproximada para a Equação (2.16) que abrange todo o período de estática, dada por:

$$\begin{aligned} T_{ws}(\Delta t) = & T_{wf}(t_p) \\ & + \frac{Q_{sco} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} \left\{ \frac{\varphi_t^* \eta_o}{\eta_o - \alpha_t} \left[ \text{Ei} \left( -\frac{r_w^2}{4\alpha_t \Delta t} \right) - \text{Ei} \left( -\frac{r_w^2}{4\eta_o \Delta t} \right) \right] \right. \\ & \left. - \varepsilon_{JTo} \text{Ei} \left( -\frac{r_w^2}{4\alpha_t \Delta t} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.32)$$

onde  $\Delta t = t - t_p$ .

## 2.2

### Modelo matemático para o poço

É recorrente a necessidade de estimar o perfil de pressão e temperatura ao longo da coluna de produção nas situações relacionadas à produção de petróleo. Em especial para os testes de formação, a avaliação dos transientes deve considerar as

condições iniciais do fluido no interior da coluna e do ambiente externo (rocha) que circunda o poço.

Neste trabalho estamos particularmente interessados no modelo de balanços de massa, quantidade de movimento e energia e de transferência de calor para fazer uma estimativa da temperatura e da pressão na profundidade que se encontra o registrador de sinais do teste de formação. Limitações técnicas da perfuração e completação dos poços impedem que os sensores sejam posicionados no exato local do canhoneio (região onde se encontra o reservatório) e desta forma é necessário considerar como parte do domínio do problema a região do poço.

A maioria dos métodos práticos para determinação do perfil de temperatura em poços produtores e injetores remetem ao trabalho clássico de Ramey (1962). Neste trabalho é apresentada uma equação analítica simples do balanço de energia para um poço vertical onde a temperatura do sistema constituído pelos fluidos, coluna de produção e revestimento é uma função da profundidade e do tempo. Também é proposto um procedimento para estimar um coeficiente de troca de calor global entre o fluido e o meio que considera a resistência térmica transiente da formação e a resistência térmica dos elementos do poço em um regime permanente de troca de calor. Apesar das simplificações do modelo de Ramey, seu modelo parece atender consideravelmente bem os casos práticos de sua aplicação (Hagoort, 2004).

Em um conjunto de artigos, Hasan e Kabir (1994) e Hasan *et al* (1997, 2005) elaboram equações para o balanço de massa, quantidade de movimento e energia no poço. Posteriormente, Onur *et al* (2017b) adapta as equações para a resolução do problema de forma semi-analítica. Um novo modelo térmico, analítico com acoplamento entre poço e reservatório com o objetivo de fornecer o transiente de temperatura durante os períodos de fluxo e de estática de testes de formação, na região do canhoneio e no poço foi proposto por Galvão *et al* (2018). A solução analítica aproximada encontrada por Galvão foi obtida a partir de Transformada de Laplace para resolução da equação diferencial correspondente ao balanço de energia.

As soluções aproximadas disponíveis não consideram a variação de propriedades dos fluidos tais como calor específico, compressibilidade, e coeficiente Joule-Thompson. Estas soluções também desprezam os efeitos de perda de carga por fricção e dissipação viscosa do fluido.

No domínio do poço, o modelo adotado neste trabalho irá considerar a equação da conservação da massa, equação da conservação da quantidade de movimento e a equação da conservação da energia. Desta forma, com a adoção de condições iniciais e de contorno adequadas, será possível obter as soluções numéricas para a pressão, temperatura e vazão.

O modelo de poço a ser acoplado com o modelo de reservatório não isotérmico leva em conta as seguintes considerações:

- O escoamento no reservatório e no poço ocorrem abaixo da pressão de saturação e o poço não produz a água que se mantém na saturação residual irreduzível. Desta forma trata-se de escoamento monofásico.
- As propriedades de viscosidade, calor específico, compressibilidade e coeficiente de expansão térmica isobárica dos fluidos são mantidas constantes. A massa específica será considerada função da pressão e temperatura.
- As condutividades térmicas dos fluidos e elementos sólidos do modelo são constantes.
- Efeitos de dissipação viscosa são desprezados.

### 2.2.1

#### Balanco de massa no poço

A equação da conservação de massa para a região do poço pode ser expressa por (Ulker, 2016):

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\beta_o}{c_o} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{Q\beta_o}{Ac_o} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{1}{Ac_o} \frac{\partial Q}{\partial z} = 0 \quad (2.33)$$

onde  $Q$  é a vazão  $Q(z, t)$  nas condições *in situ* no poço,  $A$  é a área da seção transversal por onde escoar a vazão  $Q$  e  $z$  é posição no poço em relação ao canhoneio. Na Equação (2.33) a coordenada  $z$  é medida ao longo do comprimento do poço tendo como origem a profundidade de referência do topo da região canhoneada. Os modelos de poços adotados neste trabalho consideram um ponto fonte de vazão oriunda do reservatório nesta profundidade de referência,  $z = 0$ .

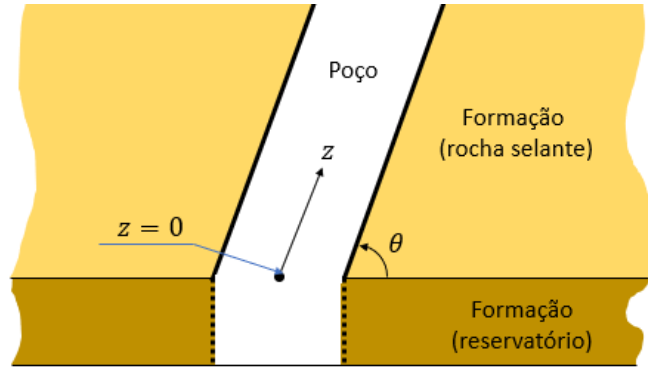


Figura 2.2: Sistema de coordenadas para os perfis de pressão, temperatura e vazão do poço.

### 2.2.2

#### Balanco de quantidade de movimento no poço

A equação da conservação de quantidade de movimento para a região do poço pode ser expressa por (Ulker, 2016):

$$\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{Q}{A^2} \frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{1}{\rho_o} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{f Q^2}{2 A^2 d} + g \sin \theta = 0 \quad (2.34)$$

onde  $f$  é o conhecido fator de atrito do escoamento de Darcy-Weisbach,  $d$  é o diâmetro da seção transversal por onde escoar a vazão  $Q$  e  $\theta$  é o ângulo de inclinação que o poço faz com a horizontal ( $\theta = 90^\circ$ , para poço vertical).

Para regime de escoamento laminar, o fator de atrito  $f$  é dado por:

$$f = \frac{64}{\text{Re}} \quad (2.35)$$

onde  $\text{Re}$  é o número de Reynolds dado por:

$$\text{Re} = \frac{\rho_o Q d}{A \mu_o} \quad (2.36)$$

Para regime de escoamento turbulento, o fator de atrito  $f$  pode ser estimado a partir da equação transcendental desenvolvida por Colebrook (1939):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left( \frac{\varepsilon/d}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad (2.37)$$

onde  $\varepsilon$  é a rugosidade absoluta da coluna de produção.

## 2.2.3

**Balanco de energia no poço**

Além das considerações feitas no item 2.2, o balanço de energia no poço adotará as seguintes premissas:

- O revestimento do poço está cimentado em toda sua extensão, ou seja, há cimento desde a região imediatamente acima do canhoneio até a cabeça do poço.
- O poço tem revestimento em toda sua extensão (entre o canhoneio e a válvula de topo).
- O anular entre a coluna de teste de produção e o revestimento está preenchido por fluido de completação e a resistência térmica do anular será modelada a partir de uma condutividade térmica equivalente. Um *packer* isola o anular da formação produtora.
- A coluna de produção possui parede finita constituindo uma resistência térmica para a troca de calor entre o fluido e a formação. O revestimento e a região cimentada constituirão juntos uma resistência térmica modelada a partir de uma condutividade térmica equivalente.
- A transferência de calor para a formação é devido à condução radial. Não há condução axial de calor no poço.
- O modelo considera os efeitos de Joule-Thompson e da gravidade.
- Não há acumulação de energia nos elementos do poço (coluna de produção, fluido do anular, revestimento e cimento), isto é  $C_T = 0$ .

A Figura 2.3 representa esquematicamente do poço a ser modelado.

Considerando as variáveis  $p(z, t)$ ,  $T(z, t)$  e  $Q(z, t)$  os perfis transientes de pressão, temperatura e vazão no poço com o sistema de coordenadas definidos na Figura 2.3, o balanço de energia no poço pode ser expressa pela equação diferencial (Onur *et al*, 2017b):

$$\begin{aligned}
 A(1 + C_T) \frac{\partial T}{\partial t} &= Q L_R (T_{ext,i} - T) \\
 &- Q \left( \frac{\partial T}{\partial z} - \varepsilon_{JTo} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{Q}{A^2 c_{po}} \frac{\partial Q}{\partial z} + \frac{g \sin \theta}{c_{po}} \right)
 \end{aligned} \tag{2.38}$$



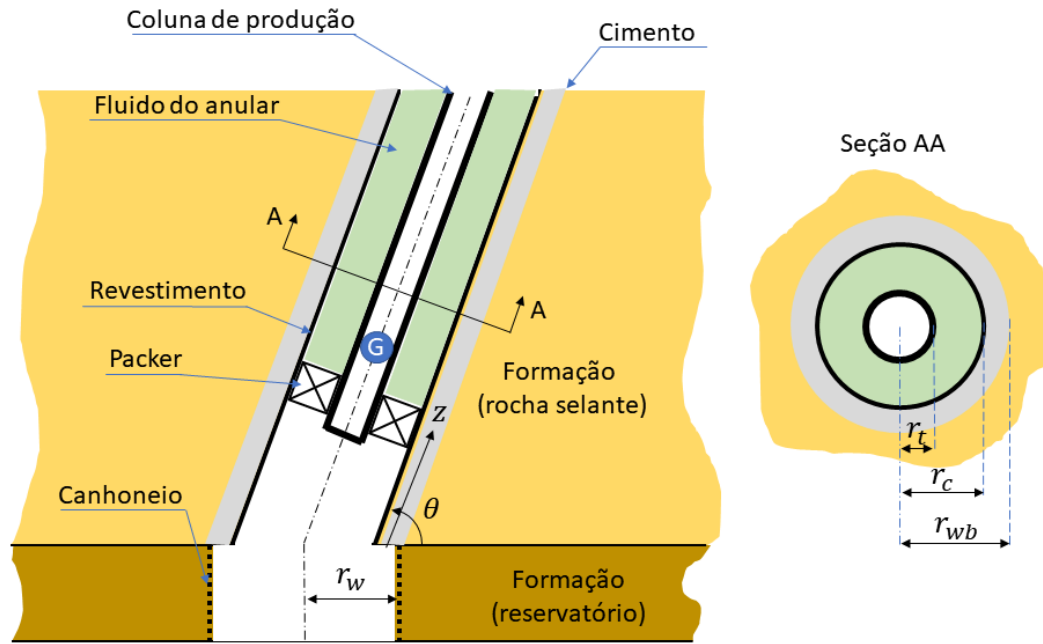


Figura 2.3: Representação esquemática do poço e suas dimensões correspondentes à modelagem matemática.

onde  $A$  é a área da seção transversal por onde escoar o fluido produzido,  $\varepsilon_{JTo}$  é o coeficiente de Joule-Thompson do óleo – estimado pela Equação (2.15) – e  $c_{po}$  é o calor específico do óleo.

O termo do lado esquerdo da Equação (2.38) representa o termo de acumulação de energia. O parâmetro  $C_T$  foi primeiramente referenciado em estudos de poços de gás como sendo a estocagem térmica do poço e representa a capacidade do poço de estocar ou liberar calor como múltiplo da capacidade térmica do fluido (Hasan *et al*, 2005).  $C_T$  pode ser definido matematicamente como sendo a razão entre a energia por unidade de comprimento do poço e a energia por unidade de comprimento do fluido no interior da coluna de produção ou revestimento. Este parâmetro é dependente de vários parâmetros térmicos, construtivos e operacionais do poço (Onur *et al*, 2017b). Nos cálculos deste trabalho, que considera o fluido produzido como sendo líquido, o parâmetro  $C_T$  foi considerado como sendo nulo.

O primeiro termo do lado direito da Equação (2.38) é referente à troca de calor entre o fluido produzido e o ambiente externo. O parâmetro  $L_R$  está relacionado à resistência térmica equivalente entre o fluido e a formação adjacente contendo todos os elementos do poço. Este parâmetro é referenciado como a distância de relaxamento e é definido por (Hasan *et al*, 2005):

$$L_R(r, t) = \frac{2\pi r_{to} U_t \lambda_e}{\rho_o Q c_{po} [\lambda_e + r_{to} U_t f_D(t_D)]} \quad (2.39)$$

onde  $\lambda_e$  é a condutividade térmica da formação adjacente ao poço,  $f_D(t_D)$  é a função adimensional de transferência de calor para a formação adjacente onde será utilizada a aproximação dada por Hasan e Kabir (2002) expressa por:

$$f_D(t_D) = \ln[e^{-0.2t_D} + (1.5 - 0.3719e^{-t_D})\sqrt{t_D}] \quad (2.40)$$

onde  $t_D$  é o tempo adimensional dado por:

$$t_D = \frac{\alpha_{te}}{r_{co}^2} t \quad (2.41)$$

e  $\alpha_{te}$  é a constante de difusividade térmica total efetiva da formação adjacente.

O parâmetro  $U_t$  na Equação (2.39) representa o coeficiente de transferência de calor global e pode ser variável em função da posição do poço,  $U_t(z)$ , se o escoamento ocorre em seção de diferentes configurações. Neste trabalho, o escoamento ocorre em duas seções de poço com configurações diferentes: escoamento no revestimento de produção e escoamento na coluna de produção.

O escoamento no revestimento de produção é referente a seção inicial do poço (mais próxima ao canhoneio) antes de alcançar a coluna de produção. Nesta seção o coeficiente de transferência de calor global é dado por (Sagar *et al*, 1991):

$$U_t = \frac{1}{r_{ci}} \left[ \frac{\lambda_{c+cem}}{\ln(r_{wb}/r_{ci})} \right] \quad (2.42)$$

onde  $\lambda_{c+cem}$  se refere à condutividade térmica equivalente da associação do revestimento com o cimento.

Quando o escoamento atinge a coluna de produção, o coeficiente de transferência de calor global é dado por:

$$U_t = \frac{1}{r_{ti}} \left[ \frac{\lambda_{cop}}{\ln(r_{to}/r_{ti})} + \frac{\lambda_{an}}{\ln(r_{ci}/r_{to})} + \frac{\lambda_{c+cem}}{\ln(r_{wb}/r_{ci})} \right]^{-1} \quad (2.43)$$

Nessa avaliação de transferência de calor é considerado que a temperatura da parede interna do revestimento ou da coluna de produção em contato com o fluido é igual a temperatura média do fluido. Esta consideração é razoável dado que a

resistência térmica referente a convecção de calor interna pode ser negligenciada quando comparada as demais resistências térmicas<sup>2</sup> (Willhite, 1967).

Ainda acerca do termo de troca de calor da Equação (2.38), a temperatura  $T_{ext,i}$  é referente à temperatura inicial da formação e sua avaliação é feita a partir do gradiente geotérmico,  $g_G$  e da temperatura inicial nos canhoneios:

$$T_{ext,i} = T(z = 0, t = 0) - z g_G \text{ sen } \theta \quad (2.44)$$

Galvão (2018) apresenta soluções aproximadas da Equação (2.38) para a temperatura  $T(z, t)$  para o período de fluxo e estática. Em seu trabalho a vazão é considerada constante no poço. Galvão (2018) despreza a perda de carga por fricção e o perfil de pressão é dado pela coluna de fluido onde a massa específica é função da temperatura. Com estas considerações a Equação (2.38) é reescrita apenas na variável  $T(z, t)$  e sua resolução é feita a partir da Transformada de Laplace.

## 2.3 Modelo numérico

No desenvolvimento do motor de cálculo do simulador (problema direto), o grupo do LMMP da PUC-Rio utilizou o método de Crank-Nicolson (Crank e Nicolson, 1947) para discretizar as equações diferenciais parciais com derivadas espaciais e temporais das Equações (2.8), (2.13), (2.33), (2.34) e (2.38) que modelam o problema transiente não isotérmico do poço acoplado ao reservatório. O método de Crank-Nicolson é baseado em diferenças finitas centradas para as derivadas espaciais e em uma combinação do Método de Euler Explícito e o Método de Euler Implícito para as derivadas temporais.

Seja  $f(x, t)$  a variável cujas derivadas devem ser aproximadas por diferenças finitas. No sistema de equações que representa o modelo não isotérmico com o acoplamento poço-reservatório  $f$  refere-se à pressão e temperatura no reservatório –  $p_R(r, t)$  e  $T_R(r, t)$ , respectivamente – e à pressão, temperatura e vazão no poço –  $p_W(z, t)$ ,  $T_W(z, t)$  e  $Q_W(z, t)$ ; e  $x$  refere-se à posição  $r$  para o sistema de coordenadas unidimensional do reservatório e  $z$  para o sistema de coordenadas unidimensional do poço.

<sup>2</sup> A resistência térmica relacionada à coluna de produção também pode ser desprezada em relação às demais. Porém, por ser de simples avaliação e ser representada de forma semelhante às demais, esta foi inserida no modelo.

As derivadas espaciais são representadas pela aproximação por diferenças finitas centradas dada por:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \cong \frac{f(x_i + \Delta^D x_i) - f(x_i - \Delta^E x_i)}{\Delta^D x_i + \Delta^E x_i} \quad (2.45)$$

Para avaliação das derivadas temporais, a equação diferencial parcial deve ser escrita no formato:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = F\left(f, x, t, \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right) \quad (2.46)$$

A Equação (2.46) é então escrita da forma:

$$\begin{aligned} & \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} \\ &= \Theta F\left(f, x, t, \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)\Bigg|_{t+\Delta t} \\ &+ (1 - \Theta) F\left(f, x, t, \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)\Bigg|_t \end{aligned} \quad (2.47)$$

O parâmetro  $\Theta$  estabelece uma medida de quão implícita ou explícita é o método de integração no tempo para a resolução do problema.  $\Theta = 1$  remete ao Método de Euler Implícito,  $\Theta = 0$ , ao Método de Euler Explícito e  $\Theta = \frac{1}{2}$  ao Método de Crank-Nicolson. Neste trabalho foi adotado  $\Theta = 1$  para garantir a estabilidade independente da malha espacial e temporal escolhidas.

A discretização do modelo numérico pode ser representada esquematicamente pela Figura 2.4. As avaliações das variáveis e suas derivadas são feitas nos nós cuja indexação no espaço será feita pelo índice  $i$ . Os passos de tempo são indexados pelo índice  $j$ . A variável  $f(x, t)$  é, então, representada por  $f_i^j$ .

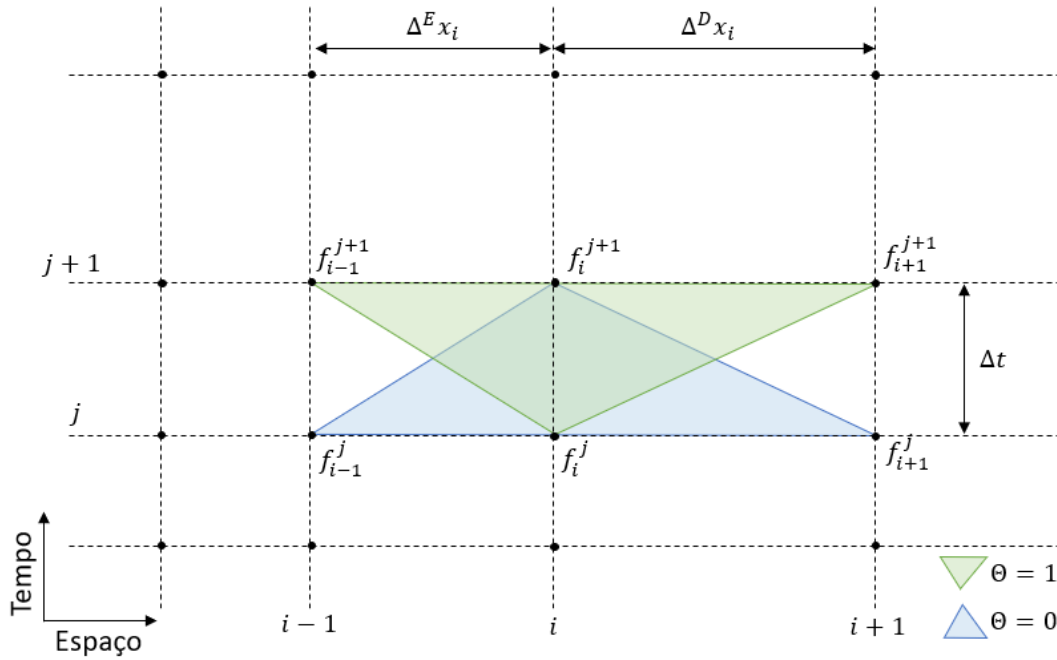


Figura 2.4: Esquema da discretização para o problema numérico.

### 2.3.1

#### Equações de diferenças finitas

Neste item serão apresentadas a aproximação diferenças finitas para as Equações (2.8), (2.13), (2.33), (2.34) e (2.38) para os nós intermediários dos domínios do poço e do reservatório.

#### 2.3.1.1

##### Equações de diferenças finitas para o poço

Isolando as derivadas temporais de um lado da equação e aplicando a aproximação por diferenças finitas para as derivadas temporais e espaciais do balanço de massa no poço dado pela Equação (2.33), chega-se a<sup>3</sup>:

<sup>3</sup> As Equações 2.48 a 2.51 são apresentadas já adotando-se as considerações discutidas na seção 2.3.3 para linearização.

$$\begin{aligned}
& \frac{p_i^{j+1} - p_i^j}{\Delta t} - \frac{\beta_o}{c_o} \left( \frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta t} \right) \\
&= \Theta \left[ -\frac{Q_i^j}{A} \left( \frac{p_{i+1}^{j+1} - p_{i-1}^{j+1}}{\Delta^D z_i + \Delta^E z_i} \right) + \frac{Q_i^j \beta_o}{A c_o} \left( \frac{T_{i+1}^{j+1} - T_{i-1}^{j+1}}{\Delta^D z_i + \Delta^E z_i} \right) \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{A c_o} \left( \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_{i-1}^{j+1}}{\Delta^D z_i + \Delta^E z_i} \right) \right] \\
&\quad + (1 - \Theta) \left[ -\frac{Q_i^j}{A} \left( \frac{p_{i+1}^j - p_{i-1}^j}{\Delta^D z_i + \Delta^E z_i} \right) + \frac{Q_i^j \beta_o}{A c_o} \left( \frac{T_{i+1}^j - T_{i-1}^j}{\Delta^D z_i + \Delta^E z_i} \right) \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{A c_o} \left( \frac{Q_{i+1}^j - Q_{i-1}^j}{\Delta^D z_i + \Delta^E z_i} \right) \right]
\end{aligned} \tag{2.48}$$

Separando os termos do passo de tempo  $j + 1$  dos termos do passo de tempo  $j$ , considerando  $\Theta = 1$  e agrupando os termos de forma conveniente tem-se:

$$\begin{aligned}
& \left[ \frac{-Q_i^j}{A(\Delta^D z_i + \Delta^E z_i)} \right] p_{i-1}^{j+1} + \left[ \frac{1}{\Delta t} \right] p_i^{j+1} + \left[ \frac{Q_i^j}{A(\Delta^D z_i + \Delta^E z_i)} \right] p_{i+1}^{j+1} \\
&+ \left[ \frac{Q_i^j \beta_o}{A c_o (\Delta^D z_i + \Delta^E z_i)} \right] T_{i-1}^{j+1} + \left[ \frac{-\beta_o}{c_o \Delta t} \right] T_i^{j+1} \\
&+ \left[ \frac{-Q_i^j \beta_o}{A c_o (\Delta^D z_i + \Delta^E z_i)} \right] T_{i+1}^{j+1} + \left[ \frac{-1}{A c_o (\Delta^D z_i + \Delta^E z_i)} \right] Q_{i-1}^{j+1} \\
&+ \left[ \frac{1}{A c_o (\Delta^D z_i + \Delta^E z_i)} \right] Q_{i+1}^{j+1} = \left[ \frac{1}{\Delta t} \right] p_i^j + \left[ \frac{-\beta_o}{c_o \Delta t} \right] T_i^j
\end{aligned} \tag{2.49}$$

Fazendo o mesmo com o balanço de quantidade de movimento no poço da Equação (2.34), tem-se:

$$\begin{aligned}
& \left[ \frac{-1}{\rho_o (\Delta^D z_i + \Delta^E z_i)} \right] p_{i-1}^{j+1} + \left[ \frac{1}{\rho_o (\Delta^D z_i + \Delta^E z_i)} \right] p_{i+1}^{j+1} \\
&+ \left[ \frac{-Q_i^j}{A^2 (\Delta^D z_i + \Delta^E z_i)} \right] Q_{i-1}^{j+1} + \left[ \frac{1}{A \Delta t} + \frac{f |Q_i^j|}{2 A^2 d} \right] Q_i^{j+1} \\
&+ \left[ \frac{Q_i^j}{A^2 (\Delta^D z_i + \Delta^E z_i)} \right] Q_{i+1}^{j+1} = \left[ \frac{1}{A \Delta t} \right] Q_i^j - g \sin \theta
\end{aligned} \tag{2.50}$$

Para o balanço de energia no poço, Equação (2.38), a equação de diferenças finitas é dada por:

$$\begin{aligned}
& \left[ \frac{Q_i^j \varepsilon_{JTo,i}^j}{\Delta^D Z_i + \Delta^E Z_i} \right] p_{i-1}^{j+1} + \left[ \frac{-Q_i^j \varepsilon_{JTo,i}^j}{\Delta^D Z_i + \Delta^E Z_i} \right] p_{i+1}^{j+1} + \left[ \frac{-Q_i^j}{\Delta^D Z_i + \Delta^E Z_i} \right] T_{i-1}^{j+1} \\
& + \left[ \frac{A(1 + C_T)}{\Delta t} + (L_R Q)_i^j \right] T_i^{j+1} + \left[ \frac{Q_i^j}{\Delta^D Z_i + \Delta^E Z_i} \right] T_{i+1}^{j+1} \\
& + \left[ \frac{-(Q_i^j)^2}{A^2 c_{po} (\Delta^D Z_i + \Delta^E Z_i)} \right] Q_{i-1}^{j+1} + \left[ \frac{g \sin \theta}{c_{po}} \right] Q_i^{j+1} \\
& + \left[ \frac{(Q_i^j)^2}{A^2 c_{po} (\Delta^D Z_i + \Delta^E Z_i)} \right] Q_{i+1}^{j+1} \\
& = \left[ \frac{A(1 + C_T)}{\Delta t} \right] T_i^j + (L_R Q)_i^j T_{ext,i}
\end{aligned} \tag{2.51}$$

O coeficiente de Joule-Thompson, definido na Equação (2.15), é variável na posição e no tempo e aqui avaliado por:

$$\varepsilon_{JTo,i}^j = \frac{\beta_o T_i^j - 1}{\rho_o c_{po}} \tag{2.52}$$

O termo  $(L_R Q)_i^j$  é o produto do comprimento de relaxamento, definido na Equação (2.39) pela vazão  $Q_i^j$ . Trabalhar com este produto se torna conveniente dado que na definição do parâmetro  $L_R$  a vazão se encontra no denominador e durante o período de estática, quando a vazão é nula (ou tende a ser nula) o parâmetro  $L_R$  tenderia ao infinito.

### 2.3.1.2

#### Equações de diferenças finitas para o reservatório

Substituindo a expressão da velocidade de Darcy, Equação (2.9), e da difusividade hidráulica, Equação (2.12), no balanço de massa no reservatório dada pela Equação (2.8), pode-se chegar a:

$$\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\beta_t}{c_t} \frac{\partial T}{\partial t} = \eta_o c_o \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} - \eta_o \beta_o \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\eta_o}{k_o} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( k_o r \frac{\partial p}{\partial r} \right) \tag{2.53}$$

Observa-se que a equação do balanço de massa se trata de equação diferencial parcial não linear de segunda ordem para a pressão.

Uma aproximação feita por Silva *et al* (2019), com o objetivo de eliminar a não linearidade dada pelo produto de variáveis do problema, avalia a primeira

derivada espacial da pressão no primeiro e segundo termos do lado direito da Equação (2.53) no passo de tempo anterior  $j$  que é conhecido.

Para avaliar a derivada de segunda ordem do último termo da Equação (2.53), nós intermediários são posicionados à esquerda e à direita do nó de interesse. A expressão  $k_o r \frac{\partial p}{\partial r}$  é, então, avaliada nestes nós para então avaliar a sua derivada centrada em  $i$  (Figura 2.5).

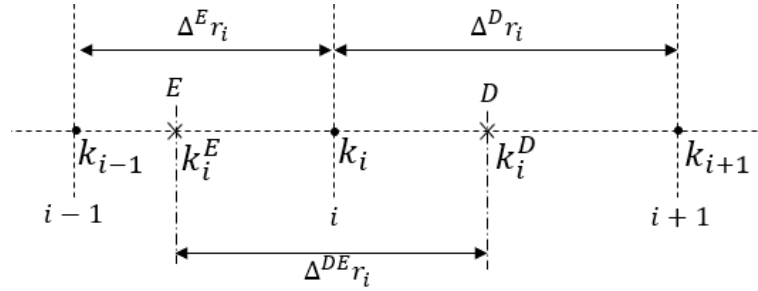


Figura 2.5: Nós intermediários na malha do reservatório para avaliação da derivada de segunda ordem.

Aplicando a aproximação por diferenças finitas para as derivadas temporais e espaciais, separando os termos do passo de tempo  $j + 1$  dos termos do passo de tempo  $j$ , considerando  $\Theta = 1$  e agrupando os termos de forma conveniente chega-se a:

$$\begin{aligned}
 & \left[ -\frac{G_1 k_i^E r_i^E}{r_i \Delta^E r_i \Delta^{DE} r_i} + \frac{G_2 V_i^j}{\Delta^D r_i + \Delta^E r_i} \right] p_{i-1}^{j+1} \\
 & + \left[ \frac{1}{\Delta t} + \frac{G_1}{r_i \Delta^{DE} r_i} \left( \frac{k_i^D r_i^D}{\Delta^D r_i} + \frac{k_i^E r_i^E}{\Delta^E r_i} \right) \right] p_i^{j+1} \\
 & + \left[ -\frac{G_1 k_i^D r_i^D}{r_i \Delta^D r_i \Delta^{DE} r_i} - \frac{G_2 V_i^j}{\Delta^D r_i + \Delta^E r_i} \right] p_{i+1}^{j+1} \\
 & + \left[ -\frac{G_1 k_i \beta_o V_j^i}{\Delta^D r_i + \Delta^E r_i} \right] T_{i-1}^{j+1} + \left[ \frac{-\beta_t}{c_t \Delta t} \right] T_i^{j+1} \\
 & + \left[ \frac{G_1 k_i \beta_o V_j^i}{\Delta^D r_i + \Delta^E r_i} \right] T_{i+1}^{j+1} = \frac{1}{\Delta t} p_i^j - \frac{\beta_t}{c_t \Delta t} T_i^j
 \end{aligned} \tag{2.54}$$

onde:

$$V_i^j = \frac{p_{i+1}^j - p_{i-1}^j}{\Delta^D r_i + \Delta^E r_i} \tag{2.55}$$

$$G_1 = \frac{1}{\mu_o c_t \phi} \tag{2.56}$$



$$G_2 = \frac{k_i}{\mu_o c_t \Phi} c_o \quad (2.57)$$

A porosidade é avaliada como função da pressão e temperatura a partir da porosidade inicial,  $\phi_0$ , do reservatório antes de sua perturbação. A partir das definições de compressibilidade e expansão térmica dada pelas Equações (2.5) e (2.6) aplicadas para a rocha, pode-se avaliar a porosidade por:

$$\phi(p, T) = \phi_0 e^{c_r \Delta p - \beta_r \Delta t} \quad (2.58)$$

Substituindo a expressão da velocidade da transferência de calor por convecção,  $u_{co}(r, t)$ , da Equação (2.17) no balanço de energia no reservatório dada pela Equação (2.16), pode-se chegar a:

$$\varphi_t^* \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial T}{\partial t} = \varepsilon_{JTo} c_{pRo} \frac{k_o}{\mu_o} \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} - c_{pRo} \frac{k_o}{\mu_o} \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{\alpha_t}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (2.59)$$

Observa-se que a equação do balanço de energia é uma equação diferencial parcial não linear de segunda ordem para a temperatura. A mesma aproximação feita no balanço de massa é feita para avaliar a derivada espacial da pressão oriunda da velocidade de transferência de calor por convecção, sendo esta derivada avaliada no passo de tempo anterior conhecido. Para avaliação da derivada de segunda ordem referente ao termo de condução de calor são utilizados os nós intermediários esquematizados na Figura 2.5.

Aplicando a aproximação por diferenças finitas para as derivadas temporais e espaciais, separando os termos do passo de tempo  $j + 1$  dos termos do passo de tempo  $j$ , considerando  $\Theta = 1$  e agrupando os termos de forma conveniente chega-se a:

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{-G_4}{\Delta^D r_i + \Delta^E r_i} \right] p_{i-1}^{j+1} + \left[ \frac{-\varphi_t^*}{\Delta t} \right] p_i^{j+1} + \left[ \frac{G_4}{\Delta^D r_i + \Delta^E r_i} \right] p_{i+1}^{j+1} \\ & + \left[ -\frac{\alpha_t r_i^E}{r_i \Delta^E r_i \Delta^{DE} r_i} + \frac{G_3}{\Delta^D r_i + \Delta^E r_i} \right] T_{i-1}^{j+1} \\ & + \left[ \frac{1}{\Delta t} + \frac{\alpha_t}{r_i \Delta^{DE} r_i} \left( \frac{r_i^D}{\Delta^D r_i} + \frac{r_i^E}{\Delta^E r_i} \right) \right] T_i^{j+1} \\ & + \left[ -\frac{\alpha_t r_i^E}{r_i \Delta^E r_i \Delta^{DE} r_i} - \frac{G_3}{\Delta^D r_i + \Delta^E r_i} \right] T_{i+1}^{j+1} \\ & = -\frac{\varphi_t^*}{\Delta t} p_i^j + \frac{1}{\Delta t} T_i^j \end{aligned} \quad (2.60)$$

onde:

$$G_3 = c_{pRo} \frac{k_i}{\mu_o} V_i^j \quad (2.61)$$

$$G_4 = \varepsilon_{JTo} c_{pRo} \frac{k_i}{\mu_o} V_i^j \quad (2.62)$$

e  $V_i^j$  foi definido na Equação (2.55).

### 2.3.2

#### Acoplamento poço-reservatório e condições de contorno

A Figura 2.6 mostra um esquema com a discretização do poço e reservatório acoplados com  $n_W$  elementos no poço e  $n_R$  elementos no reservatório.

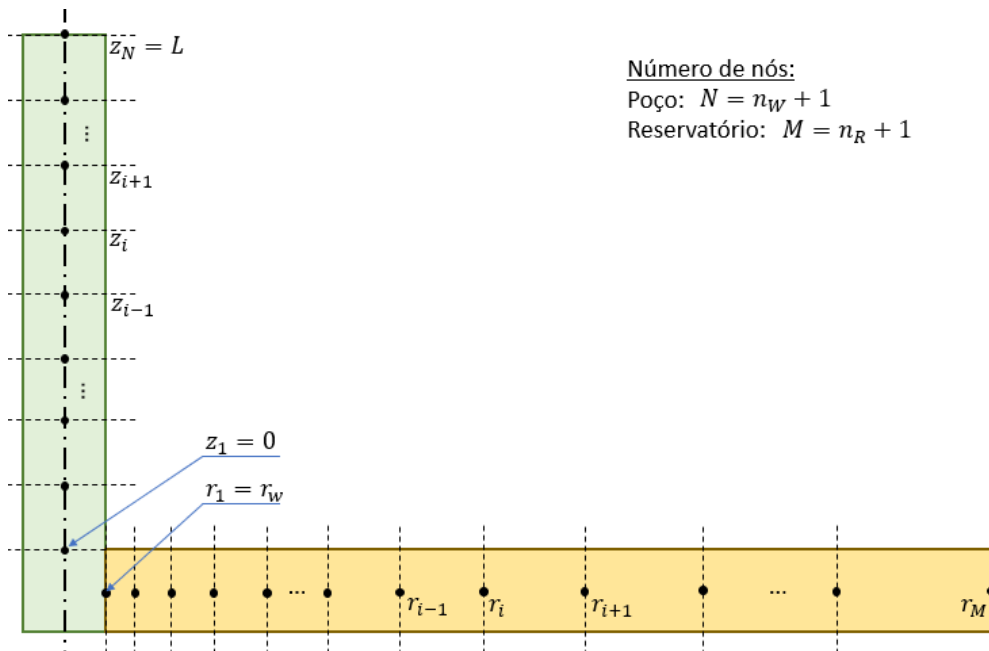


Figura 2.6: Discretização do poço e do reservatório acoplados.

As Equações (2.49), (2.50) e (2.51) não podem ser aplicadas a todos os nós do poço e as Equações (2.54) e (2.60) não podem ser aplicadas a todos os nós do reservatório, uma vez que foram utilizadas diferenças finitas centradas para aproximação das derivadas. Para os nós de extremidade são elaboradas equações específicas a partir das condições de contorno, das condições de acoplamento poço-reservatório. Ainda, no caso das equações do poço que são de primeira ordem, equações complementares para os nós de extremidade também são geradas a partir

dos próprios balanços de massa, quantidade de movimento e energia trabalhados com diferenças finitas progressivas ou regressivas<sup>4</sup>.

Para o reservatório, as condições de contorno das equações (2.25) a (2.28) são transcritas na aproximação por diferenças finitas como:

$$\frac{1}{r_2 - r_1} p_{R,2} - \frac{1}{r_2 - r_1} p_{R,1} = \frac{Q_{W,1} \mu_0}{2\pi k_1 h r_1} \quad (2.63)$$

$$p_M = p_{inicial} \quad (2.64)$$

$$T_2 - T_1 = 0 \quad (2.65)$$

$$T_M = T_{inicial} \quad (2.66)$$

Considera-se que a vazão é lida no topo do poço, desta forma a condição de contorno no poço é:

$$Q_{W,N} = \begin{cases} Q_p, & \text{para } t \leq t_p \\ 0, & \text{para } t > t_p \end{cases} \quad (2.67)$$

onde  $Q_p$  é a vazão do teste de produção e  $t_p$  é o tempo de produção.

A Equação (2.63), embora dita como condição de contorno do reservatório, contém uma variável que é referente ao domínio do poço. Ela também pode ser entendida como uma equação que estabelece o acoplamento entre o poço e o reservatório dada que vazão  $Q_{W,1}$  que entra no poço é igual a vazão que sai do reservatório.

A premissa feita neste modelo de que toda a vazão que chega ao poço é oriunda de um ponto fonte nos leva a considerar que o primeiro nó do reservatório coincide com o primeiro nó do poço. Mais duas equações de acoplamento poço-reservatório decorrem deste fato:

$$p_{R,1} = p_{W,1} \quad (2.68)$$

$$T_{R,1} = T_{W,1} \quad (2.69)$$

---

<sup>4</sup> Para completar as equações do problema é necessário considerar equações de diferenças finitas regressivas para os balanços de massa e energia no poço referente ao último nó e equação de diferenças finitas progressivas para o balanço de quantidade de movimento no poço referente ao primeiro nó.

## 2.3.3

**Sistema linear para resolução do problema**

As equações que governam o fenômeno modelado contêm elementos que as tornam não lineares, dos quais, pode-se citar:

- Produto direto entre variáveis do problema, tais como o gradiente de pressão e de temperatura nos balanços de massa e energia no reservatório e a vazão que aparece multiplicando os gradientes de pressão, temperatura e vazão nas equações do poço ou em termos quadráticos.
- Os coeficientes em seus termos contêm propriedades da rocha e do fluido tais como porosidade, coeficiente de Joule-Thompson e massa específica que na resolução do problema numérico serão considerados como funções da pressão e temperatura<sup>5</sup>;
- Fator de atrito que é função da vazão no poço.

A resolução do sistema não linear através do método de Newton resultou em matrizes Jacobianas mal condicionadas e adotou-se outra estratégia para linearizar as equações. Para linearizar as equações e resolver o problema diretamente a partir de um sistema linear, os parâmetros responsáveis pelas não linearidades listadas são avaliados a partir da pressão, temperatura e vazão obtidas no passo de tempo anterior. Esta aproximação parece ser razoável dado que na resolução do problema são considerados passos de tempo curtos principalmente nos intervalos onde se espera maiores variações nas variáveis do problema: início do período de fluxo e início do período de estática.

O sistema linear, a ser resolvido a cada passo de tempo imediatamente após as condições iniciais, é montado a partir das três equações do poço e das duas equações do reservatório para cada um dos nós nestes dois domínios. Trata-se de um sistema de  $3N + 2M$  equações com  $3N + 2M$  incógnitas, cuja representação matricial é representada na Figura 2.7.

---

<sup>5</sup> Demais propriedades tais como viscosidade dos fluidos, compressibilidade dos fluidos e da rocha, calor específico do fluido e da rocha, coeficiente de expansão térmica, coeficiente de expansão adiabática do fluido, condutividade térmica e permeabilidade foram considerados invariáveis com a pressão e temperatura.

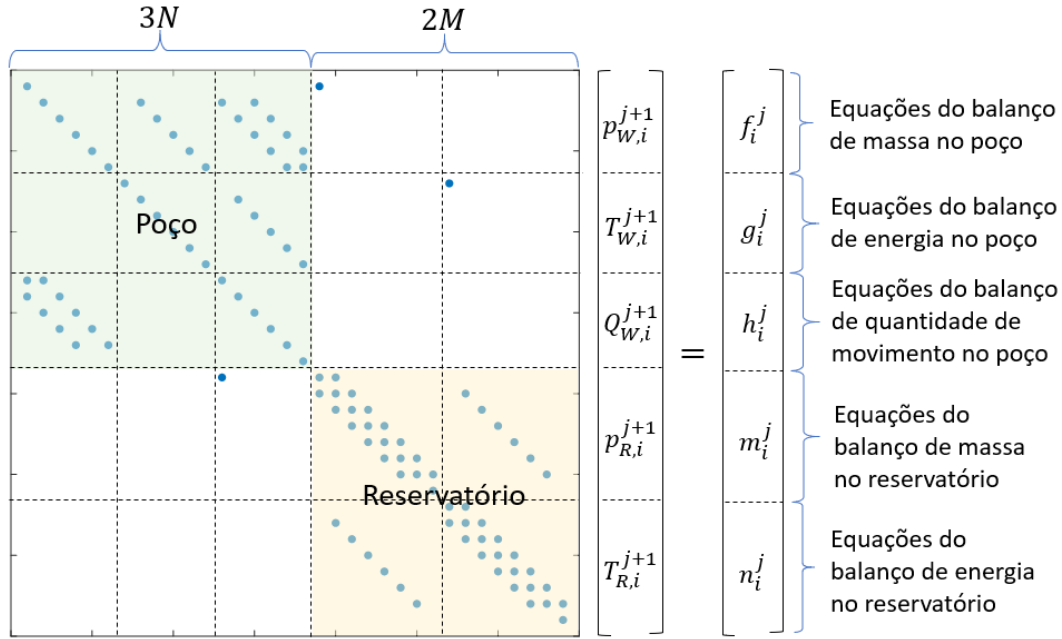


Figura 2.7: Representação matricial do sistema de equações do modelo numérico.

#### 2.3.4

##### Considerações a respeito das malhas do poço e reservatório

Para que a solução numérica do problema seja próxima da solução exata, sem que haja necessidade de um refinamento excessivo da malha de elementos é interessante que a distribuição dos nós guarde uma relação de semelhança com os gradientes esperados das variáveis. Isso significa que onde se espera maiores gradientes de pressão e temperatura, como na região do reservatório mais próxima ao poço, a malha precisa ser mais refinada. Uma função logarítmica, por exemplo, poderia ser utilizada para estabelecer a posição dos nós dentro da malha do reservatório. Neste trabalho foi utilizada uma função hiperbólica proposta por Vinokur (1983) dada por:

$$r_i = r_w + \left\{ 1 + \frac{\tanh \left[ a \left( \frac{i-1}{M-1} - 1 \right) \right]}{\tanh a} \right\} (r_\infty - r_w) \quad (2.70)$$

onde  $a$  é um fator de concentração para a malha. A Figura 2.8 mostra uma progressão da concentração dos nós para um cenário de 50 nós no reservatório. Para a maioria dos problemas simulados neste trabalho foi escolhido o fator de concentração de 8.

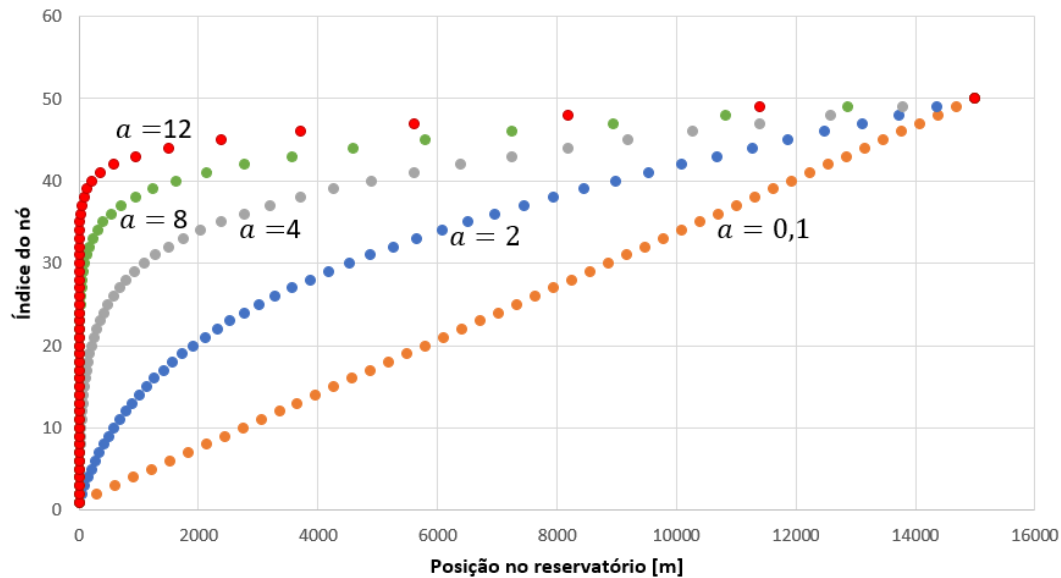


Figura 2.8: Malha com concentração de nós em uma das extremidades.

O perfil da variável de pressão no poço, por se tratar de escoamento monofásico é aproximadamente linear. O perfil de temperatura apresenta um comportamento exponencial não muito pronunciado se aproximando de um perfil linear. Para a vazão, a menos dos primeiros instantes onde ocorrem ondas de pressão devido aos efeitos de compressibilidade do fluido, o perfil é quase constante. Desta forma, optou-se por utilizar uma distribuição uniforme dos nós no domínio do poço.

### 2.3.5

#### Considerações a respeito do passo de tempo

Um bom critério para estabelecer a evolução do passo de tempo é necessário para evitar instabilidades numéricas na solução do problema. Neste caso, por ser um problema de natureza fortemente não linear e por utilizarmos a solução do passo de tempo anterior como aproximação para a solução no passo de tempo corrente em algumas variáveis, faz-se importante garantir que não haja grandes variações nessas grandezas entre um passo de tempo e o outro.

Por outro lado, para que a integração ao longo do tempo de simulação estabelecido para o programa não seja muito demorada, é interessante que o passo de tempo seja maior quando sabidamente há menores variações nas variáveis do

problema. Por isso, o programa considera passo de tempo convenientemente variável.

As taxas nas quais as variáveis do problema variam são elevadas sempre que ocorre uma perturbação no sistema, ou seja, logo que o poço é posto para produzir ou que é fechado para o período de estática. Para utilizar um passo de tempo crescente foi implementada uma função sigmoide definida por:

$$\Delta t = \begin{cases} \Delta t_{min} + 2 \left( \frac{t}{yt_p} \right)^2 (\Delta t_{max} - \Delta t_{min}), & p/0 \leq t \leq \frac{yt_p}{2} \\ \Delta t_{min} + \left[ 1 - 2 \left( \frac{t - yt_p}{yt_p} \right)^2 \right] (\Delta t_{max} - \Delta t_{min}), & p/\frac{yt_p}{2} < t \leq yt_p \\ \Delta t_{max}, & p/t \leq t_p \end{cases} \quad (2.71)$$

onde  $\Delta t_{min}$  é o menor passo de tempo e  $\Delta t_{max}$  é o maior. Com esta função, o passo de tempo cresce sinuosamente até uma fração  $y$  do tempo de produção  $t_p$ . Ao final do período de fluxo, a função passo de tempo é reiniciada. A Figura 2.9 mostra um gráfico com o passo de tempo ao longo do período de simulação.

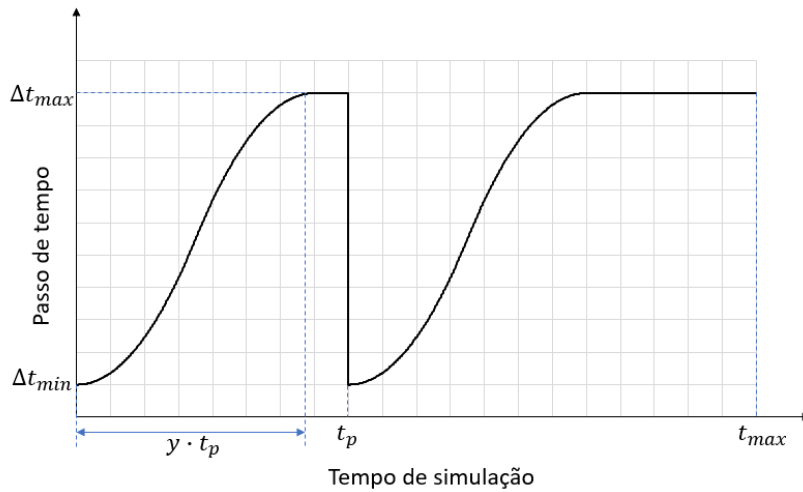


Figura 2.9: Passo de tempo em função do tempo de simulação.

Nas simulações realizadas foi considerado  $\Delta t_{min} = 10^{-6}$  s e  $\Delta t_{max}$  variando de 60 a 360 s conforme o tempo de produção de cada caso. A fração  $y$  utilizada foi 0,95.

## 2.4

### Aplicação em Estudos de Casos

O programa desenvolvido foi aplicado para 3 casos amplamente discutidos nos trabalhos de Onur e Cinar (2016), Onur *et al* (2017b) e nos trabalhos de Galvão *et al* (2018, 2019) para a validação das soluções analíticas por eles propostas. Os itens a seguir descrevem os dados de entrada e os resultados obtidos através da simulação com o programa desenvolvido bem como apresentam uma comparação com as soluções analíticas para a pressão e temperatura no canhoneio apresentada pelos autores citados.

Estes casos serão utilizados ao longo de todo o trabalho para execução das rotinas de avaliação dos parâmetros do reservatório dos capítulos seguintes.

#### 2.4.1

##### Caso 1

O primeiro caso foi discutido nos trabalhos de Onur e Cinar (2016) e Onur *et al* (2017b) e se refere a um teste de produção de 120 h a vazão constante de 270,28 Sm<sup>3</sup>/d de óleo 31°API, seguido de um período de estática de 360 h, em um reservatório cuja permeabilidade relativa ao óleo é 107 mD e a porosidade é 29%. O reservatório é considerado homogêneo, isotrópico, de espessura constante e no teste de produção é constatado o regime radial infinito. As Tabelas 2.1 e 2.2 contêm os dados utilizados na simulação.



Tabela 2.1: Dados de entrada para simulação do caso 1. Reservatório homogêneo,  $k_o = 107$  mD,  $\phi = 29\%$ . (Onur e Cinar, 2016, adaptado)

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$p^0$ (MPa)	13,06	$k_o$ (m <sup>2</sup> )	$1,056 \times 10^{-13}$	$r_{ci}$ (m)	0,0968
$T^0$ (K)	351,48	$\phi^0$ (—)	0,29	$r_{co}$ (m)	0,1095
$Q_p$ (Sm <sup>3</sup> /s)	$3,128 \times 10^{-3}$	$h$ (m)	30,48	$\lambda_{c+cem}$ (W/m. K)	0,346
$B_o$ (m <sup>3</sup> /Sm <sup>3</sup> )	1,05427	$g_G$ (K/m)	0,03	$\varepsilon/d$ (—)	$5,0 \times 10^{-4}$
$\mu_o$ (Pa. s)	$2,949 \times 10^{-3}$	$\theta$ (°)	90	$L$ (m)	1550
$\varepsilon_{JTo}$ (K/Pa)	$-4,432 \times 10^{-7}$	$r_w$ (m)	0,125	$\lambda_e$ (W/m. K)	1,731

Tabela 2.2: Demais propriedades dos fluidos e da rocha para simulação do caso 1. Reservatório homogêneo,  $k_o = 107$  mD,  $\phi = 29\%$ . (Onur *et al*, 2017a, adaptado)

Propriedade	Óleo	Água	Rocha
$\rho^0$ (kg/m <sup>3</sup> )	834,56	1000,03	2643,05
$c$ (Pa <sup>-1</sup> )	$1,077 \times 10^{-9}$	$4,398 \times 10^{-10}$	$4,351 \times 10^{-10}$
$c_p$ (J/kg. K)	2177,1	4186,8	962,96
$\beta$ (K <sup>-1</sup> )	$7,2 \times 10^{-4}$	$9,0 \times 10^{-4}$	$9,0 \times 10^{-5}$
$\lambda$ (W/m. K)	0,162	0,6192	3,8778
$\varphi$ (K/Pa)	$1,072 \times 10^{-7}$	$4,554 \times 10^{-8}$	-
$s$ (—)	0,85	0,15	-

O sobrescrito “0” atribuído a algumas variáveis se refere à condição inicial e ao longo da simulação o valor desta variável é atualizado para as condições de pressão e temperatura.

Neste caso-exemplo não há coluna de produção. A produção ocorre pelo revestimento. Para representar um reservatório infinito e garantir a perturbação no reservatório não é significativamente sentida na extremidade do reservatório mais distante do poço, foi adotado  $r_\infty = 15000$  m (Onur *et al*, 2017a). Para que a malha do reservatório na região mais próxima do poço (região de interesse dentro do raio de investigação do teste<sup>6</sup>) seja refinada de forma suficiente, foi adotado um fator de concentração de malha  $a = 8$  [Equação (2.70)].

<sup>6</sup> Conforme mostrado no capítulo 4 o raio de investigação deste teste é 291 m.

A Figura 2.10 mostra o resultado de pressão e temperatura, obtidas no canhoneio ao longo do período de teste, para diferentes modelos nos quais variou-se o número de elementos do reservatório.

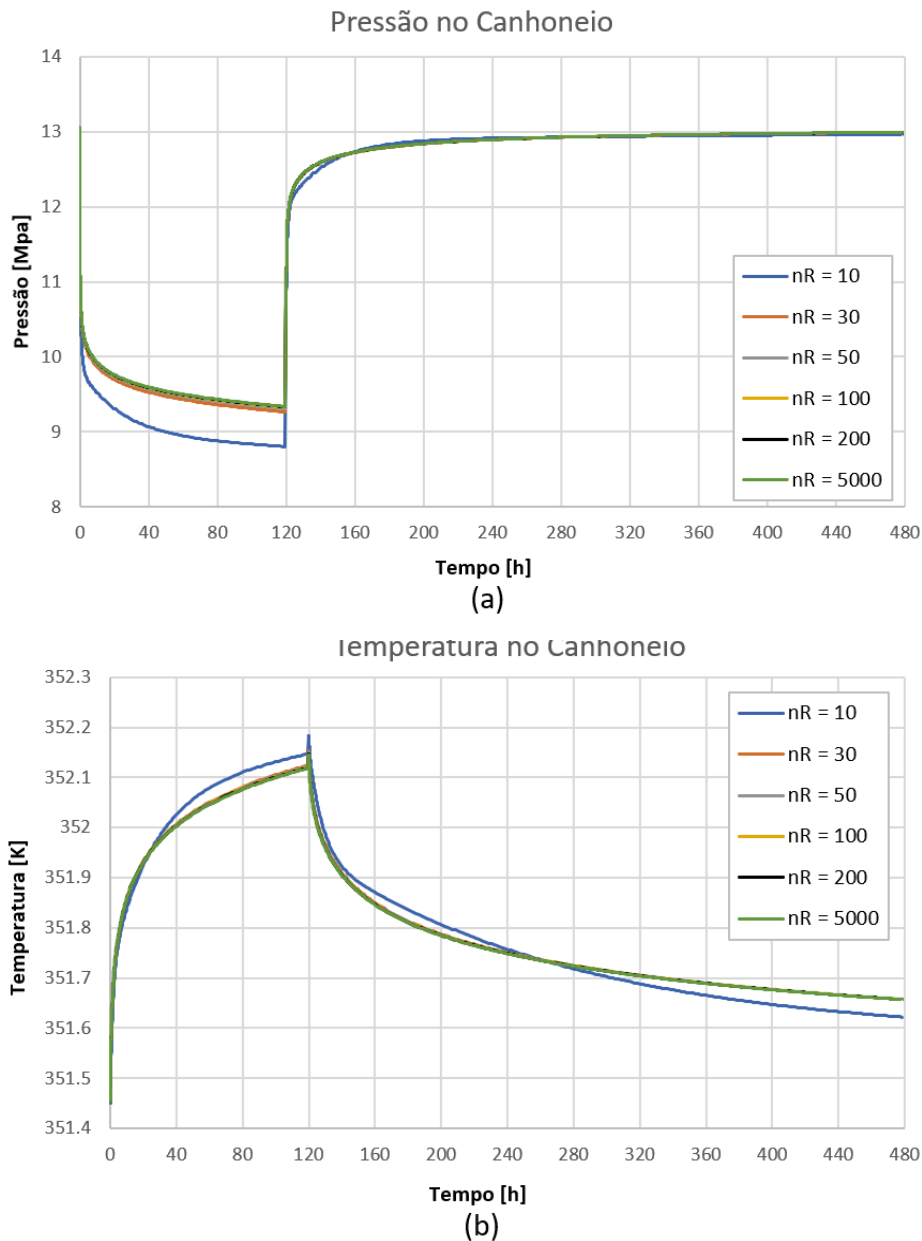


Figura 2.10: Resultado da simulação do teste de produção referente ao caso 1 para malha do reservatório variando de 10 a 5000 elementos. Em (a) tem-se um gráfico de tendência para a pressão no canhoneio e em (b) para a temperatura medida no canhoneio.

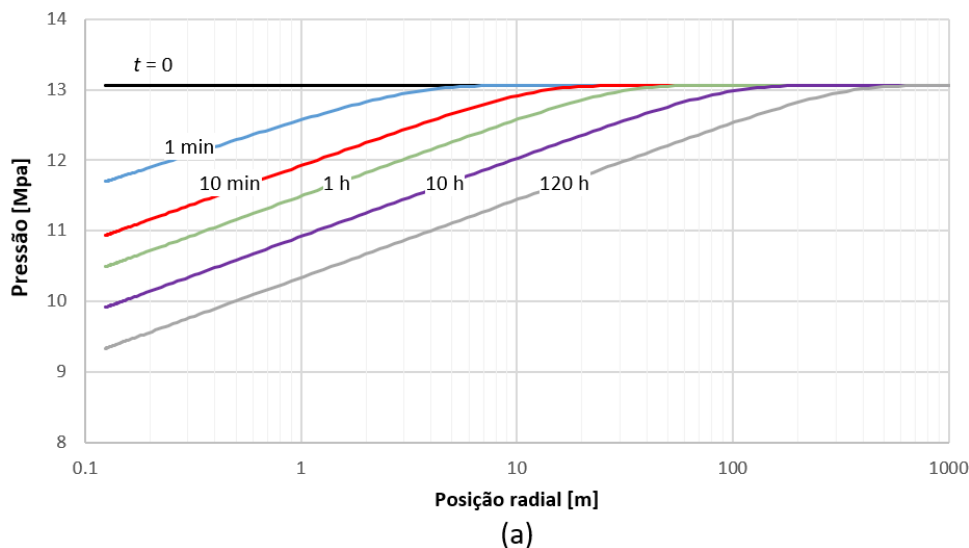
Observa-se que a partir de 50 elementos para o reservatório não é mais perceptível diferença no resultado. Isso se deve em grande parte pelo fato de a malha ter uma concentração adequada na região próxima do poço, mais afetada pela produção nas 120 horas. Como em alguns dos problemas avaliados iremos

considerar dano ou estimulação da região próxima ao poço (efeito de *skin*), consideraremos 200 elementos para a malha do reservatório.

Para a malha do poço será considerada 150 elementos uniformemente distribuídos ao longo do seu comprimento.

Nos gráficos das Figuras 2.11 e 2.12 são mostrados os perfis de pressão e temperatura para alguns instantes do período de fluxo no poço e no reservatório.

Perfil de pressão no reservatório durante o período de fluxo



Perfil de temperatura no reservatório durante o período de fluxo

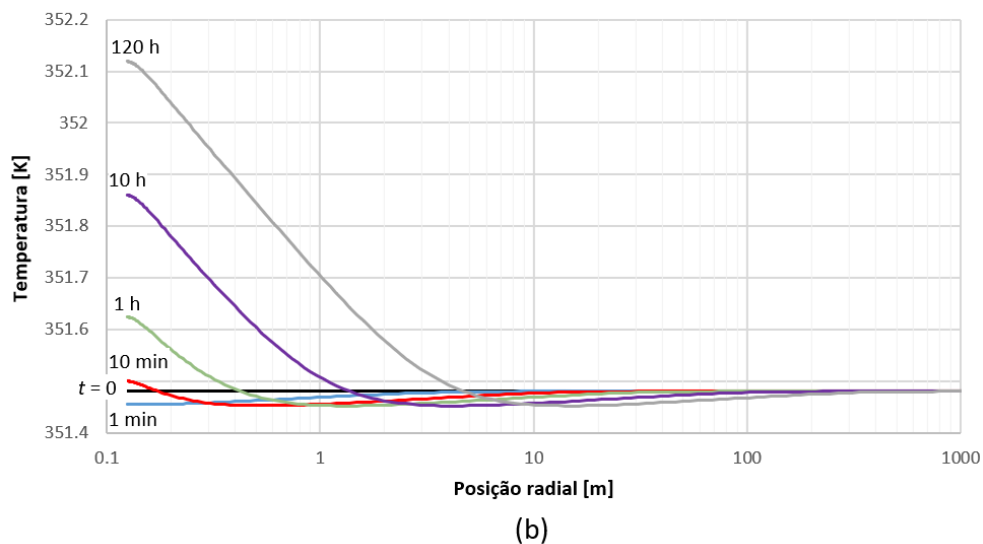


Figura 2.11: Caso 1. Perfil de (a) pressão e (b) temperatura nos 1000 primeiros metros do reservatório, em gráfico semi-logarítmico no instante inicial, 1 min, 10 min, 1h, 10 h e 120 h após o início da produção.

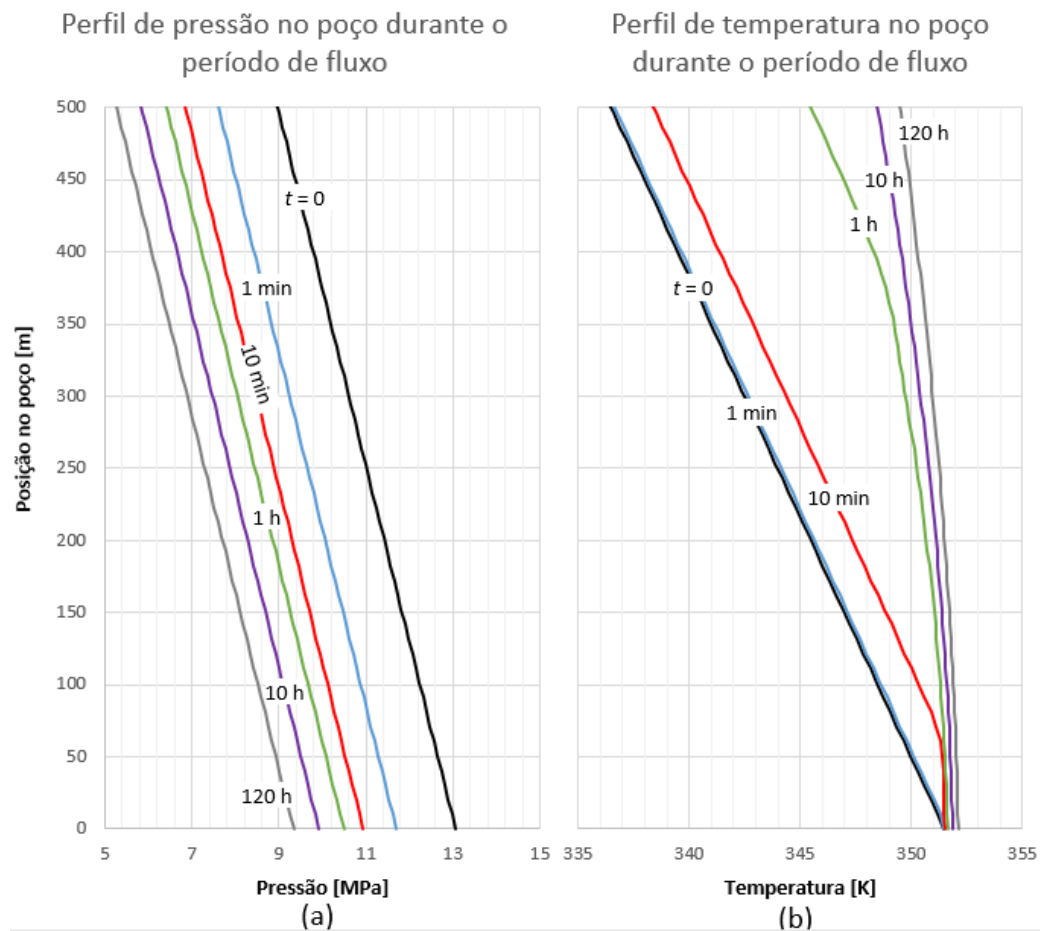
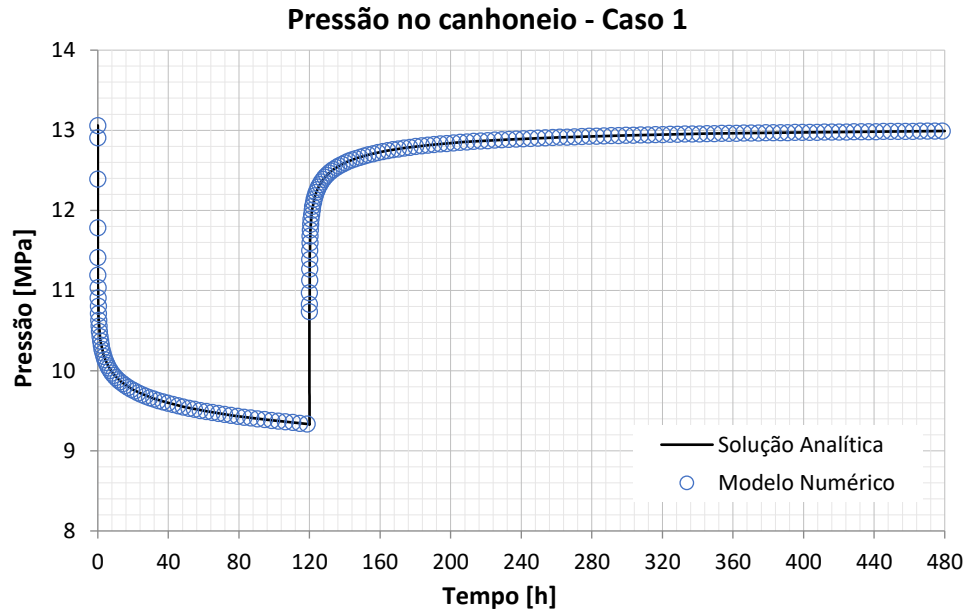
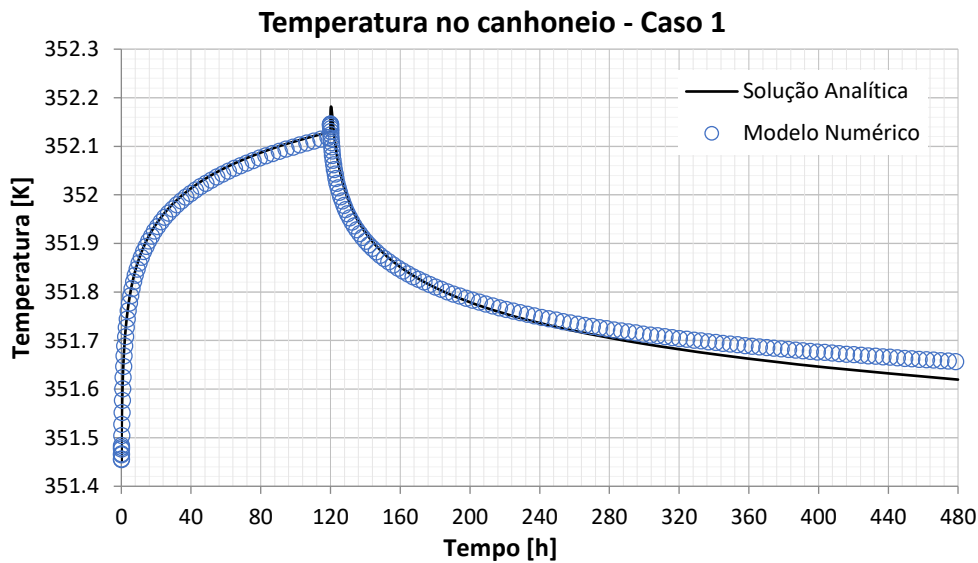


Figura 2.12: Caso 1. Perfil de (a) pressão e (b) temperatura nos 500 primeiros metros do poço no instante inicial, 1 min, 10 min, 1h, 10 h e 120 h após o início da produção.

A Figura 2.13 mostra uma comparação das respostas da pressão e da temperatura do modelo numérico com as soluções analíticas dadas pelas Equações (2.11), (2.29) e (2.32) no canhoneio para o período de fluxo e estática



(a)



(b)

Figura 2.13: Caso 1. (a) Transientes de pressão obtido a partir da simulação numérica e da solução analítica para modelo isotérmico (Theis, 1935). (b) Transientes de temperatura obtido a partir de simulação numérica e das soluções analíticas para os modelos não isotérmicos para o período de fluxo (Onur *et al*, 2017a) e de estática (Galvão *et al*, 2018).

A excelente congruência dos dados de pressão (que também se nota nas derivadas), indica que os efeitos da variação de temperatura não influenciam de

forma considerável para este caso, corroborando com a prática que se tem adotado ao usar o modelo isotérmico para avaliação dos parâmetros do reservatório.

O modelo numérico também se ajustou muito bem às soluções para a temperatura no período de fluxo e apresentou uma pequena diferença no período de estática. A Figura 2.14 mostra separadamente esta comparação para os períodos de fluxo e estática em um gráfico semi-logarítimo.

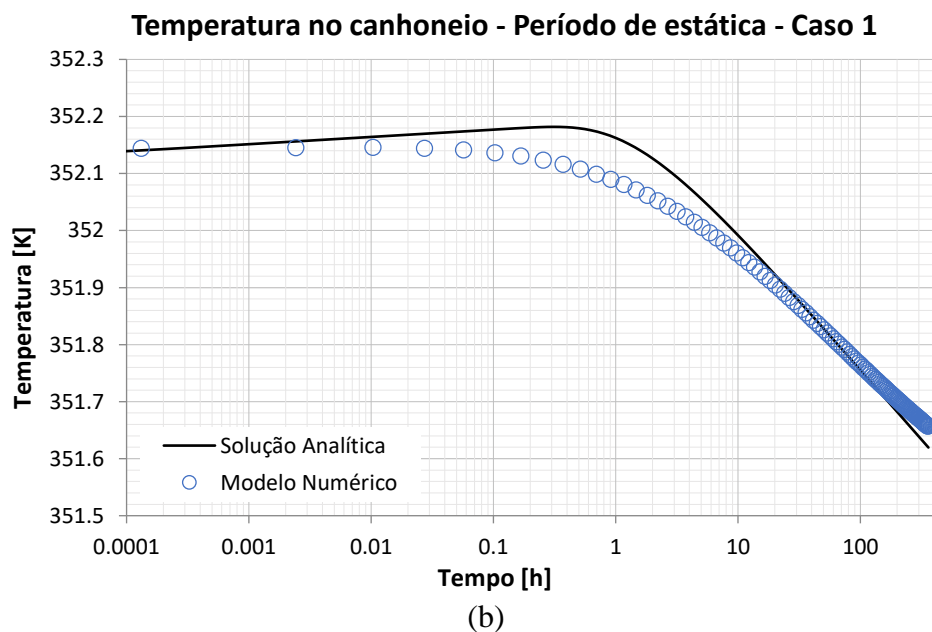
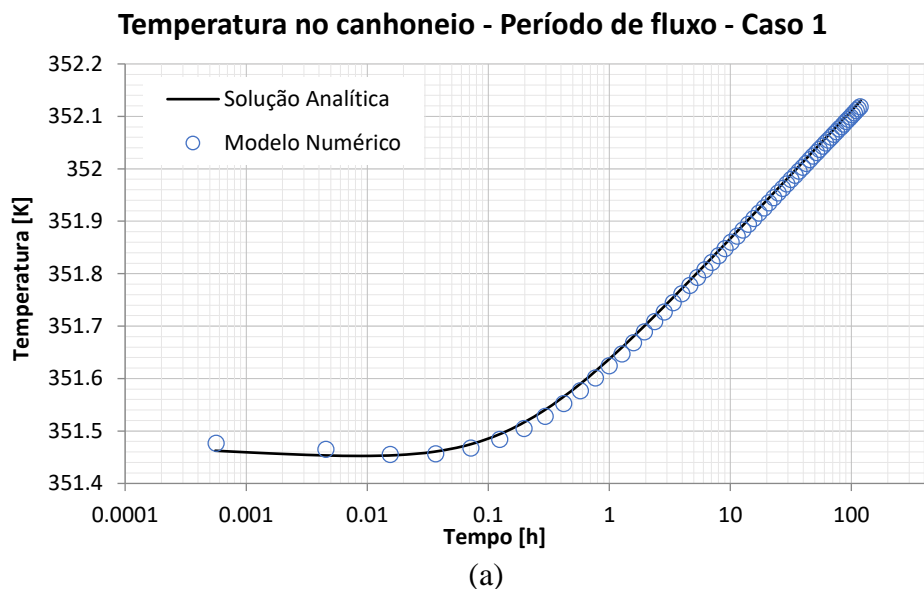


Figura 2.14: Caso 1. Gráfico semi-logarítimo da temperatura no canhoneio para (a) período de estática e (b) período de fluxo.

A partir da Figura 2.13b, a temperatura parece crescer monotonamente no período de fluxo e decrescer no período de estática. Porém, observando a mesma temperatura com o tempo em escala logarítmica percebe-se que há uma diferença no comportamento da temperatura nos tempos iniciais e finais de cada período.

Observa-se que nos tempos iniciais, quando é maior a taxa de variação da pressão, predomina o efeito de resfriamento ou aquecimento devido à expansão ou compressão adiabática dada pelo termo  $\varphi_t^* \frac{\partial p}{\partial t}$  da Equação (2.16). Para os períodos finais, o efeito de aquecimento ou resfriamento provém, majoritariamente do termo relacionado ao coeficiente de Joule-Thompson, como sugere solução aproximada dada pela Equação (2.31). (Onur *et al*, 2017a; App, 2010).

Por fim, na Figura 2.15 é mostrado o gráfico diagnóstico com a variação da pressão e a derivada logarítmica da variação da pressão (Derivada de Bourdet), comparando as soluções do modelo analítico (Theis, 1935) e a resposta obtida no simulador.

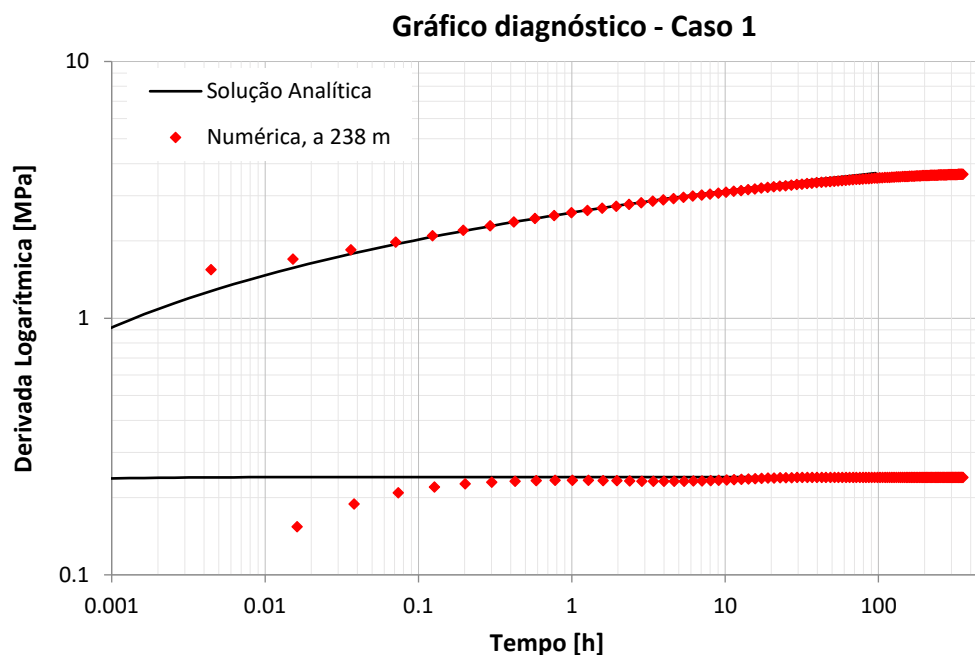


Figura 2.15 Caso 1. Gráfico diagnóstico. Dados da simulação numérica considera o registro de pressão obtidos no poço a 238 m do canhoneio.

Neste caso, o dado apresentado se refere à pressão obtida no poço, a 238 m do canhoneio, representando desta forma uma posição mais usual para obtenção do registro de pressão. Para o caso deste exemplo, cuja capacidade de vazão é  $hk =$

3261,36 mD.m, é quase imperceptível a diferença na derivada logarítmica entre a solução numérica e a solução analítica para o regime de fluxo radial infinito.

## 2.4.2

### Caso 2

O segundo caso e o terceiro casos foram discutidos no trabalho de Galvão *et al* (2018), um para representar um caso de transmissibilidade média e o outro para um representar um caso de alta transmissibilidade.

O caso 2 refere-se a um teste de produção de 48 h a vazão constante de 571,43 Sm<sup>3</sup>/d de óleo, seguido de um período de estática de 48 h. O reservatório é considerado homogêneo, isotrópico, de permeabilidade 100 mD e porosidade 12%, de espessura constante e no teste de produção é constatado o regime radial infinito. As Tabelas 2.3 e 2.4 contêm os dados de entrada para a simulação.

Tabela 2.3: Dados de entrada para simulação do caso 2. Reservatório homogêneo,  $k_o = 100$  mD,  $\phi = 12\%$ . (Galvão *et al*, 2018, adaptado)

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$p^0$ (MPa)	49,033	$h$ (m)	50,0	$\lambda_{cop}$ (W/m. K)	44,917
$T^0$ (K)	334,0	$g_G$ (K/m)	0,03	$\lambda_{an}$ (W/m. K)	0,162
$Q_p$ (Sm <sup>3</sup> /s)	$6,614 \times 10^{-3}$	$\theta$ (°)	90	$\lambda_{c+cem}$ (W/m. K)	0,346
$B_o$ (m <sup>3</sup> /Sm <sup>3</sup> )	1,4	$r_w$ (m)	0,156	$\varepsilon/d$ (—)	$5,0 \times 10^{-4}$
$\mu_o$ (Pa. s)	$9,0 \times 10^{-4}$	$r_{ti}$ (m)	0,0593	$L$ (m)	512,5
$\varepsilon_{JTo}$ (K/Pa)	$-3,441 \times 10^{-7}$	$r_{to}$ (m)	0,0698	$\lambda_e$ (W/m. K)	1,731
$k_o$ (m <sup>2</sup> )	$9,869 \times 10^{-14}$	$r_{ci}$ (m)	0,1084	$z_{cop}$ (m)	100
$\phi^0$ (—)	0,12	$r_{co}$ (m)	0,1222		



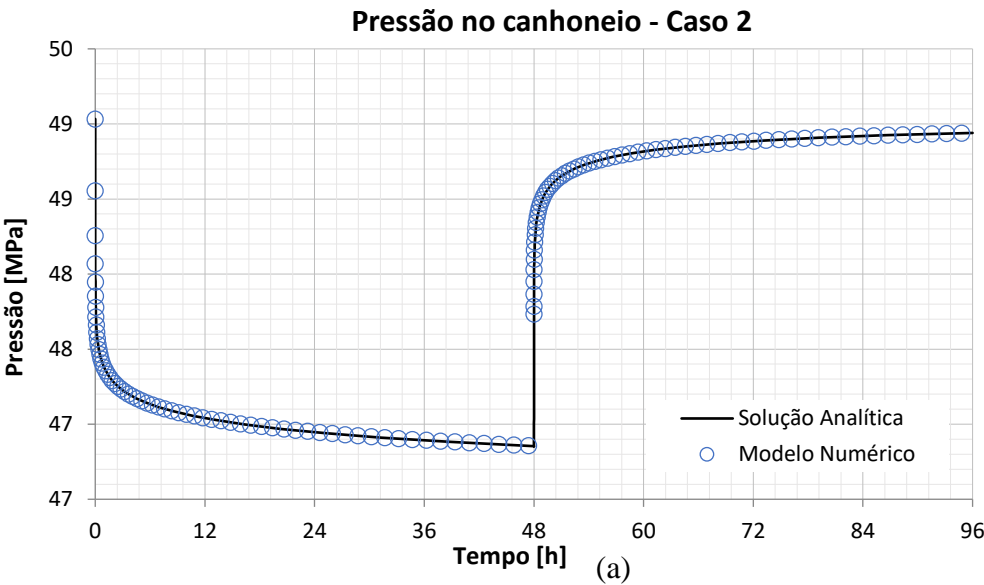
Tabela 2.4: Demais propriedades dos fluidos e da rocha para simulação do caso 2. Reservatório homogêneo,  $k_o = 100$  mD,  $\phi = 12\%$ . (Galvão *et al*, 2018, adaptado)

Propriedade	Óleo	Água	Rocha
$\rho^0(\text{kg/m}^3)$	770,0	998,2	2643,05
$c \text{ (Pa}^{-1}\text{)}$	$1,122 \times 10^{-9}$	$4,038 \times 10^{-10}$	$3,059 \times 10^{-10}$
$c_p(\text{J/kg. K})$	2252,9	4209,4	887,99
$\beta(\text{K}^{-1})$	$1,110 \times 10^{-3}$	$5,270 \times 10^{-4}$	$9,0 \times 10^{-5}$
$\lambda(\text{W/m. K})$	0,162	0,6192	3,8778
$\varphi(\text{K/Pa})$	$2,324 \times 10^{-7}$	$4,214 \times 10^{-8}$	-
$s(-)$	0,85	0,15	-

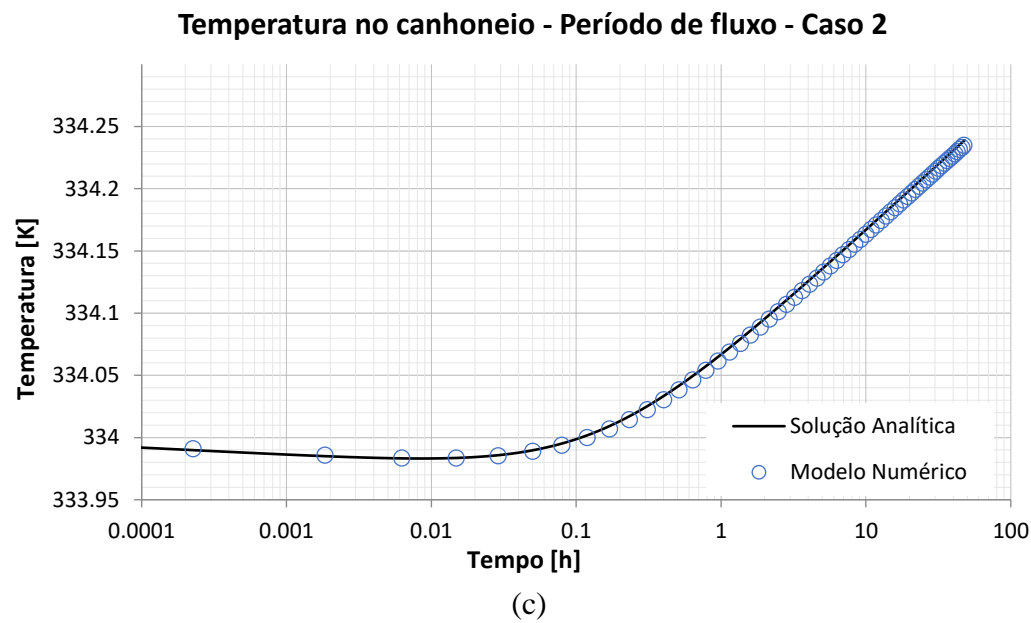
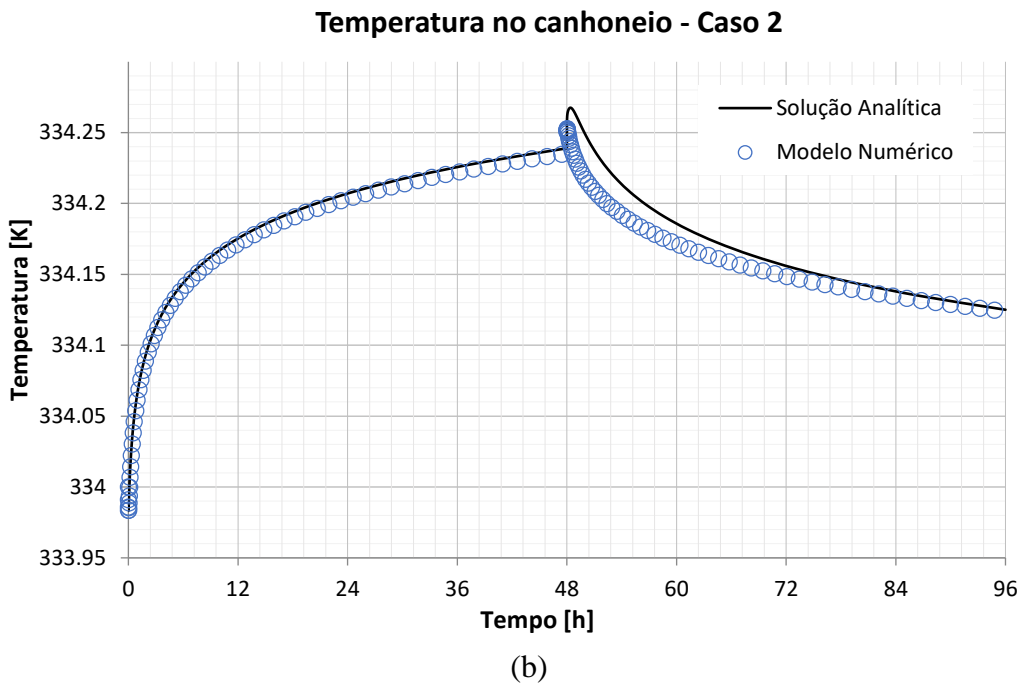
Nos primeiros 100 m do poço a produção ocorre pelo revestimento de produção e a partir daí alcança a coluna de produção. O comprimento  $L$  refere-se à posição onde se encontra a válvula de fundo que irá fechar o poço durante o período de estática, onde foi assumida a vazão constante no período de fluxo e é o limite superior da região modelada do poço.

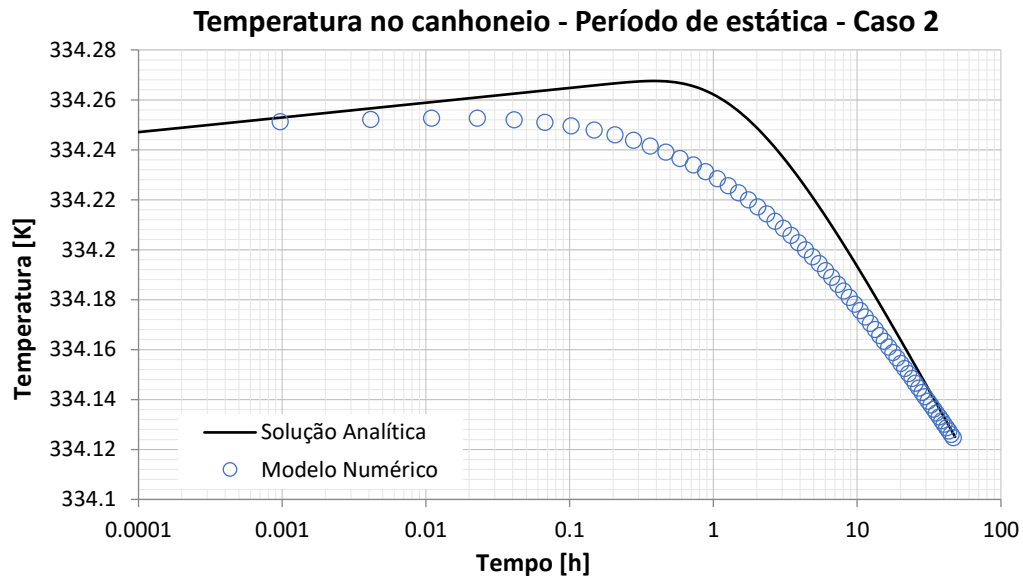
A representação de reservatório infinito foi feita considerando  $r_\infty = 25000$  m (Galvão *et al*, 2018), valor superior ao raio de investigação do teste<sup>7</sup> indicando ser apropriado.

Os gráficos da Figura 2.16 mostram a comparação dos resultados obtidos para a pressão e temperatura no canhoneio por simulação numérica com as soluções analíticas.



<sup>7</sup> Conforme mostrado no capítulo 4 o raio de investigação para este teste é 519 m.





(d)

Figura 2.16: Caso 2. Comparação dos resultados para a pressão e temperatura no canhoneio obtido a partir da simulação numérica e das soluções analíticas aproximadas.

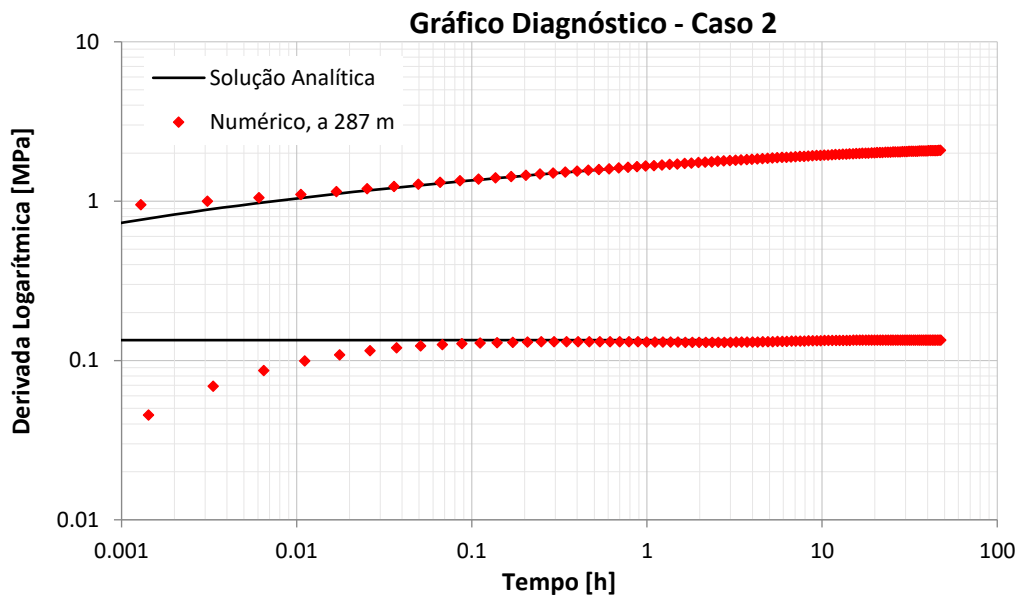


Figura 2.17: Caso 2. Gráfico diagnóstico. Dados da simulação numérica considera o registro de pressão obtidos no poço a 287 m do canhoneio.

Este caso também apresenta capacidade de vazão relativamente baixa ( $kh = 5000 \text{ mD.m}$ ) e os registros da variação de pressão e da derivada logarítmica da variação de pressão também são muito próximos aos preditos pela solução analítica do modelo isotérmica para o regime de fluxo radial infinito, mesmo quando tomados a 287 m do canhoneio (Figura 2.17).

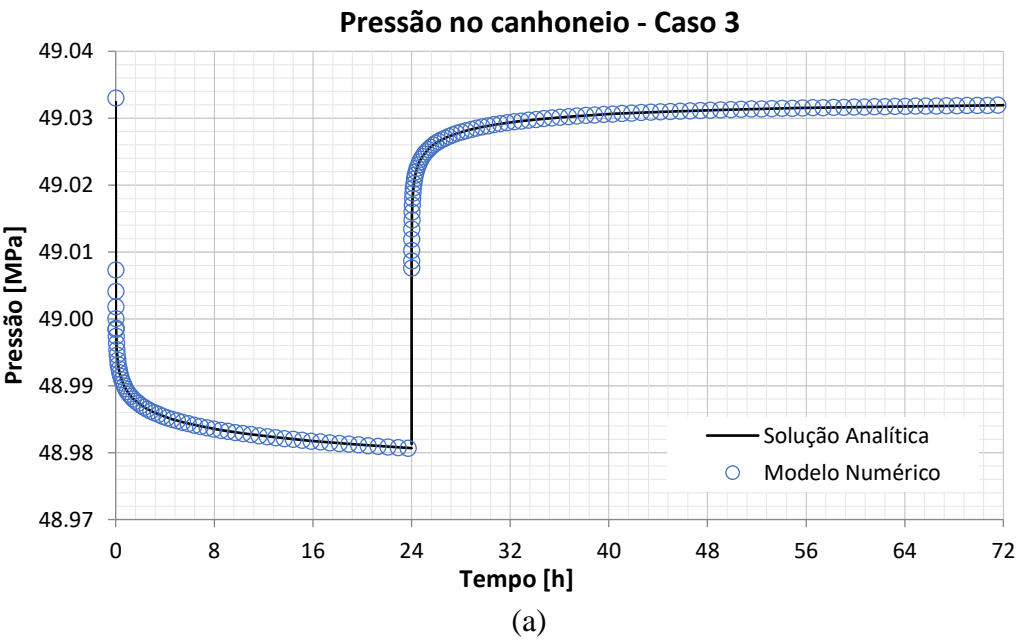
2.4.3  
Caso 3

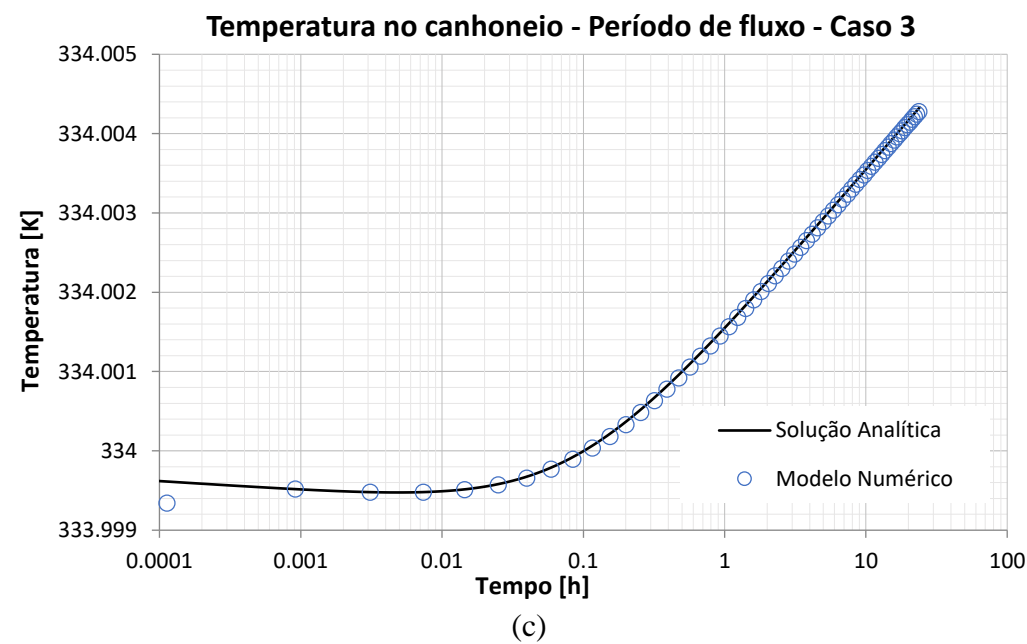
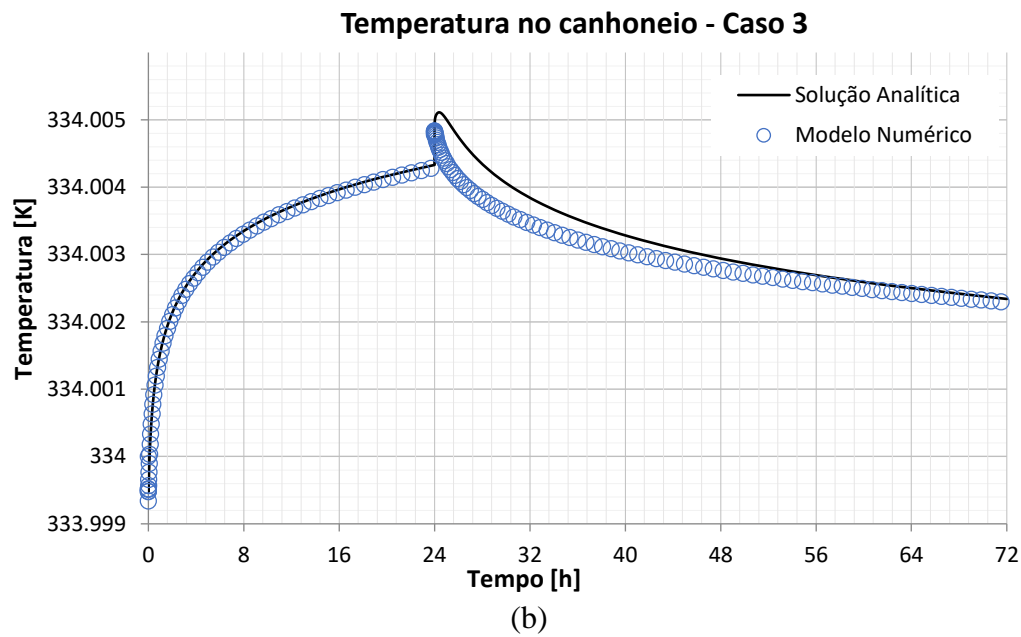
O caso 3 refere-se ao caso de alta capacidade de vazão  $kh = 450000 \text{ mD} \cdot \text{m}$  estudado no trabalho de Galvão *et al* (2018). É considerado um teste de produção de 24 h à vazão constante de  $1000 \text{ Sm}^3/\text{d}$  seguido de um período de estática de 48 h em um reservatório com 9000 mD de permeabilidade relativa ao óleo. A Tabela 2.5 apresenta os parâmetros dos para simulação do caso 3 que diferem do caso 2.

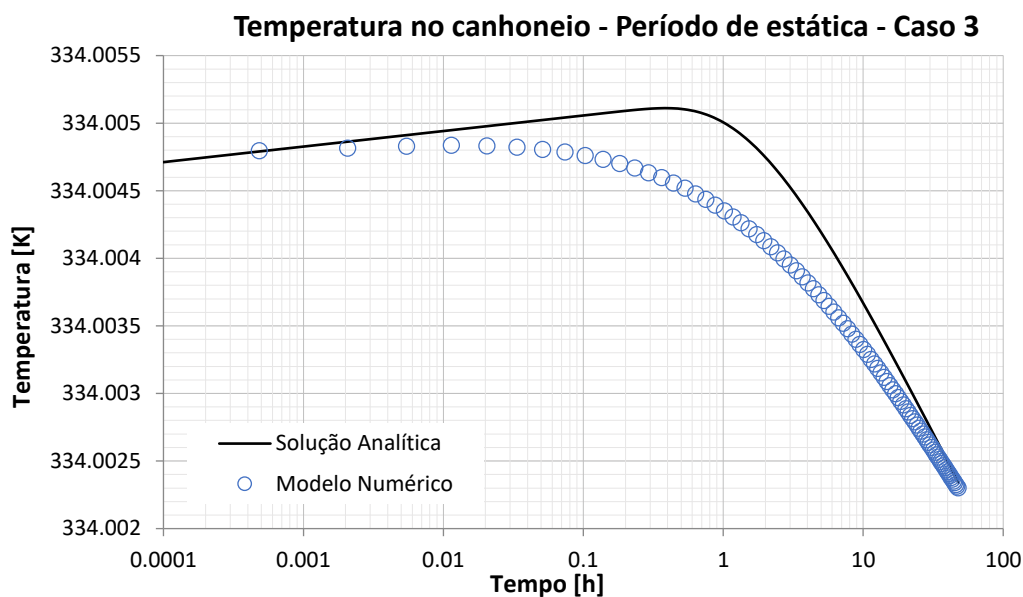
Tabela 2.5: Dados de entrada para simulação do caso 3. Reservatório homogêneo,  $k_o = 9000 \text{ mD}$ ,  $\phi = 12\%$ . Demais parâmetros iguais aos do caso 2. (Galvão, 2018, adaptado)

Parâmetro	Valor
$Q_p (\text{Sm}^3/\text{s})$	$1,157 \times 10^{-2}$
$k_o (\text{m}^2)$	$8,882 \times 10^{-12}$
$L (\text{m})$	262,5

Os gráficos da Figura 2.18 mostram a comparação dos resultados obtidos para a pressão e temperatura no canhoneio por simulação numérica com as soluções analíticas.







(d)

Figura 2.18: Caso 3. Comparação dos resultados para a pressão e temperatura no canhoneio obtido a partir da simulação numérica e das soluções analíticas aproximadas.

Para casos como este de alta transmissibilidade as variações de pressão e temperatura são bem menores. Este fato ainda tem a contribuição de um período de fluxo menor que nos demais casos. Mais adiante será mostrado os impactos que isto tem na avaliação da formação a partir dos dados de pressão e temperatura.

Galvão *et al* (2018, 2020) relata uma importante questão a respeito da avaliação de formações deste tipo a partir das pressões e derivadas das pressões lidas no poço. A pressão lida no registrador do teste, localizado no poço, a uma distância do canhoneio pode ser distorcida pelos efeitos da temperatura levando a interpretações errôneas de heterogeneidade no reservatório. Este efeito é mais expressivo quanto maior a transmissibilidade do reservatório e quanto mais distante o registrador se encontra da região canhoneada do poço. A Figura 2.19 mostra um gráfico diagnóstico para o caso 3 onde este efeito pode ser observado. Para melhor visualização do fenômeno, neste caso são mostradas as variações de pressão e a derivadas logarítmicas das variações de pressão em 3 pontos diferentes do poço.

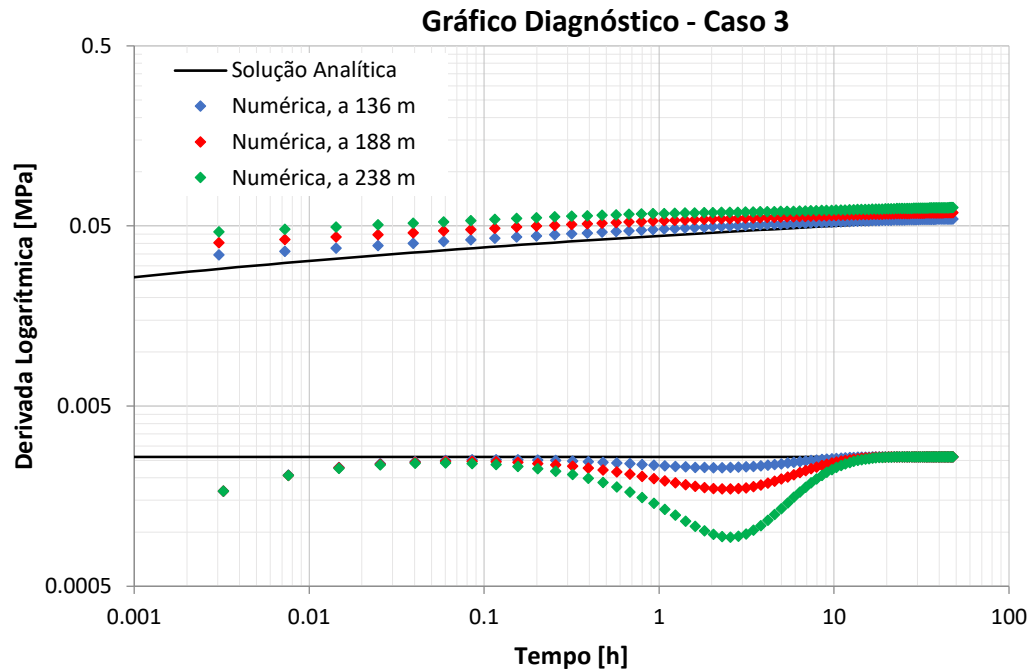


Figura 2.19: Caso 3. Gráfico diagnóstico. Dados da simulação numérica considera o registro de pressão obtidos no poço a 136, 188 e 238 m do canhoneio.

É interessante destacar que o modelo não isotérmico resolvido numericamente pelo simulador desenvolvido é capaz de representar este efeito. Com isso, as avaliações do problema inverso que forem feitas a partir deste modelo já contam com este tipo de resposta e as estimativas para os parâmetros do reservatório não serão prejudicadas com esta distorção.

### 3

## O Problema Inverso

O problema direto, descrito no Capítulo 2, tratou das leis físicas que nos permite, para um dado conjunto de parâmetros do modelo, predizer os resultados de algumas variáveis. O problema inverso trata do uso da medição destas variáveis para inferir valores dos parâmetros do modelo. Neste trabalho este parâmetro é basicamente a permeabilidade e, para alguns problemas, a porosidade. Atribui-se ao Prof. Oleg Mikailivitch Alifanov<sup>8</sup> a afirmativa “*A solução de um problema inverso consiste em determinar causas baseado na observação dos seus efeitos*”.

Um sistema físico pode ser modelado por diferentes conjuntos de parâmetros. Tarantola (2005) refere-se ao conjunto de parâmetros como a parametrização do sistema e ao conjunto de possíveis parametrizações, como espaço de parâmetros. O conjunto de respostas possíveis da aplicação do modelo (dados observados) é referido como espaço de dados. A Figura 3.1 mostra esquematicamente uma relação entre estes espaços e o problema direto e inverso para este trabalho.

Enquanto o problema direto determinístico tem apenas uma solução, o problema inverso pode apresentar várias soluções. Por exemplo, o registro de pressão no poço em um teste de formação pode corresponder a um reservatório homogêneo ou incontáveis combinações de distribuição espacial de permeabilidade cuja permeabilidade equivalente<sup>9</sup> seja a mesma. Por esta razão o problema inverso é dito como mal posto ou mal condicionado.

Outra importante diferença é que o problema direto determinístico requer conhecimento completo e preciso dos parâmetros para determinação dos resultados e o problema inverso pode ser resolvido a partir de dados imprecisos (observações com ruídos ou erros experimentais) ou até mesmo incompletos.

---

<sup>8</sup> Pesquisador russo na área de problemas inversos, professor na Universidade do Alabama

<sup>9</sup> Permeabilidade cuja resposta de pressão obtida a partir do modelo de reservatório radial isotérmico é a mesma.



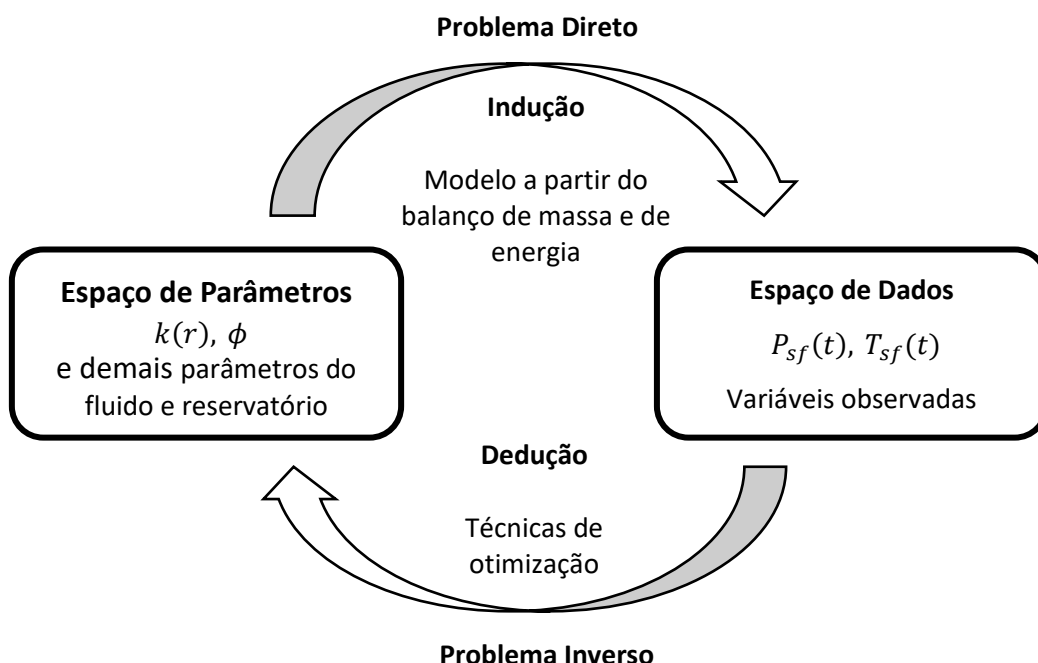


Figura 3.1: Esquema relacionando o problema direto e problema inverso aos espaços de parâmetros e de dados. O subscrito *sf* refere-se a *sandface* (canhoneio).

A disciplina de avaliação de formações é tipicamente focada na resolução de um problema inverso. Há diversos trabalhos na literatura relacionando o problema inverso à estimativa de parâmetros de reservatório via tratamento de dados sísmicos ou dados de testes de formação utilizando-se de técnicas de otimização.

Fasanino *et al* (1986) apresenta um procedimento desenvolvido para determinar a distribuição de permeabilidade em reservatórios de gás a partir de históricos de pressão. Neste trabalho foi elaborado um simulador para o problema direto baseado em equações diferenciais que modelam o problema isotérmico e um programa de computador onde foi implementado o método do máximo declive (*steepest descent*) para o problema de otimização. Apesar de instabilidades na resolução do problema, o método apresentou resultados com razoável acurácia na avaliação da distribuição de transmissibilidade.

Savioli *et al* (1992) aplica quatro diferentes técnicas de otimização – Davidon Fletcher-Powell (DFP), Fletcher-Reeves (FR), Quase Newton para o problema de mínimos quadrados (QNA) e Levenberg-Maquardt (LM) – para estimativa de propriedades de reservatórios isotérmicos. O objetivo foi dividido em dois problemas. O primeiro foi a avaliação de permeabilidade e porosidade médias

baseado em dados de transiente de pressão no qual as 4 técnicas foram testadas. O segundo foi a avaliação da pressão capilar e levantamento de curvas de permeabilidade relativa do sistema água/óleo a partir de dados de um ensaio de laboratório de embebição em uma amostra de rocha, onde apenas as técnicas QNA e LM foram utilizadas. O método QNA apresentou o melhor resultado para o primeiro problema e ambos os métodos testados no segundo problema apresentaram bons resultados.

Já no âmbito do problema não isotérmico, levando também em consideração os dados de temperatura obtidos de testes de produção, em uma série de trabalhos Duru e Horne (2009, 2010b, 2011b) trabalham o problema inverso com ferramentas estocásticas. Seus trabalhos aplicam a técnica de inferência bayesiana para resolução do problema inverso de estimativa da permeabilidade em dados transientes de pressão e temperatura em testes de formação com vazão variável (2009, 2011b) e uma técnica combinada da inferência bayesiana e filtros de Kalman para tratamentos dos transientes de pressão e temperatura na estimativa dos campos de permeabilidade e porosidade (2010b).

Silva *et al* (2019) apresenta a resolução do problema inverso de estimativa de permeabilidade em um reservatório homogêneo baseado em transientes de pressão e temperatura usando o método da secante como técnica de otimização unidimensional. Em seu trabalho, ruído é aplicado aos sinais de pressão e temperatura e o método da secante apresentou resultados robustos para a avaliação da permeabilidade.

A seguir serão abordadas as técnicas de otimização utilizadas neste trabalho para a resolução do problema inverso que será tratado com duas ou três variáveis.

### 3.1

#### O problema inverso como um problema de otimização

Com o simulador descrito no Capítulo 2 podemos avaliar os transientes de pressão e temperatura a partir de um conjunto de parâmetros de reservatório qualquer e registrar em uma série temporal de dados. Podemos comparar esta série de dados calculada com uma série de dados conhecida a priori (por exemplo registro de um teste de formação) e definir uma função que represente a diferença entre as duas séries. Ao definir de forma adequada uma função erro que represente a

diferença entre estas duas séries, pode-se formular um problema de otimização com o objetivo de minimizar essa função erro.

Seja  $\mathbf{x}$  um vetor que contenha os parâmetros de reservatório objeto da avaliação, por exemplo  $\mathbf{x} = (k, \phi)$  ou  $\mathbf{x} = (k_s, r_s, k)$  onde  $k_s$  e  $r_s$  são a permeabilidade e o raio da região de dano (*skin*);  $\mathbf{p}_{calc}(\mathbf{x})$  e  $\mathbf{T}_{calc}(\mathbf{x})$  vetores que contenham uma série de  $N$  pontos de pressão e temperatura calculados a partir do simulador com os dados de  $\mathbf{x}$  para uma série temporal pré-definida no intervalo do teste de formação e;  $\mathbf{p}_{med}$  e  $\mathbf{T}_{med}$  vetores que contenham uma série de  $N$  pontos de pressão e temperatura conhecidos a priori para a mesma série temporal. Define-se as funções erro relativo como:

$$E_p(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{p_{calc}^{(i)}(\mathbf{x}) - p_{med}^{(i)}}{p_{med}^{(i)}} \right]^2 \quad (3.1)$$

$$E_T(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{T_{calc}^{(i)}(\mathbf{x}) - T_{med}^{(i)}}{T_{med}^{(i)}} \right]^2 \quad (3.2)$$

onde o sobrescrito  $(i)$  refere-se ao  $i$ -ésimo termo da série de dados de pressão ou temperatura,  $E_p(\mathbf{x})$  o erro relativo associado à comparação dos dados de pressão e  $E_T(\mathbf{x})$  o erro relativo associado à comparação dos dados de temperatura.

O problema inverso de avaliar o vetor  $\mathbf{x}$  com os parâmetros de reservatório a partir da resposta de pressão e temperatura conhecida a priori  $\mathbf{p}_{med}$  e  $\mathbf{T}_{med}$ , trata-se então de um problema de otimização no qual queremos determinar o mínimo da função  $E_p(\mathbf{x})$ ,  $E_T(\mathbf{x})$  ou uma combinação linear delas.

Neste trabalho, inicialmente, os dados conhecidos a priori  $\mathbf{p}_{med}$  e  $\mathbf{T}_{med}$  são obtidos a partir da simulação dos 3 casos tratados no Capítulo 2 em um problema direto. Um otimizador que agrega o simulador do problema direto como uma sub-rotina para avaliação  $\mathbf{p}_{calc}(\mathbf{x})$  e  $\mathbf{T}_{calc}(\mathbf{x})$  foi desenvolvido com a implementação de diferentes métodos de otimização para determinar o vetor  $\mathbf{x}$ .

A Figura 3.2 mostra um exemplo da função  $E_p(\mathbf{x})$  para um problema bidimensional  $\mathbf{x} = (k, \phi)$  aplicado ao caso 1 (item 2.4.1) em um problema de reservatório radial infinito homogêneo isotérmico cuja resposta de pressão é dada pela Equação (2.11). Neste exemplo, para computar a função  $E_p(\mathbf{x})$  foram tomados 20 pontos logaritmicamente espaçados no período de fluxo apenas.

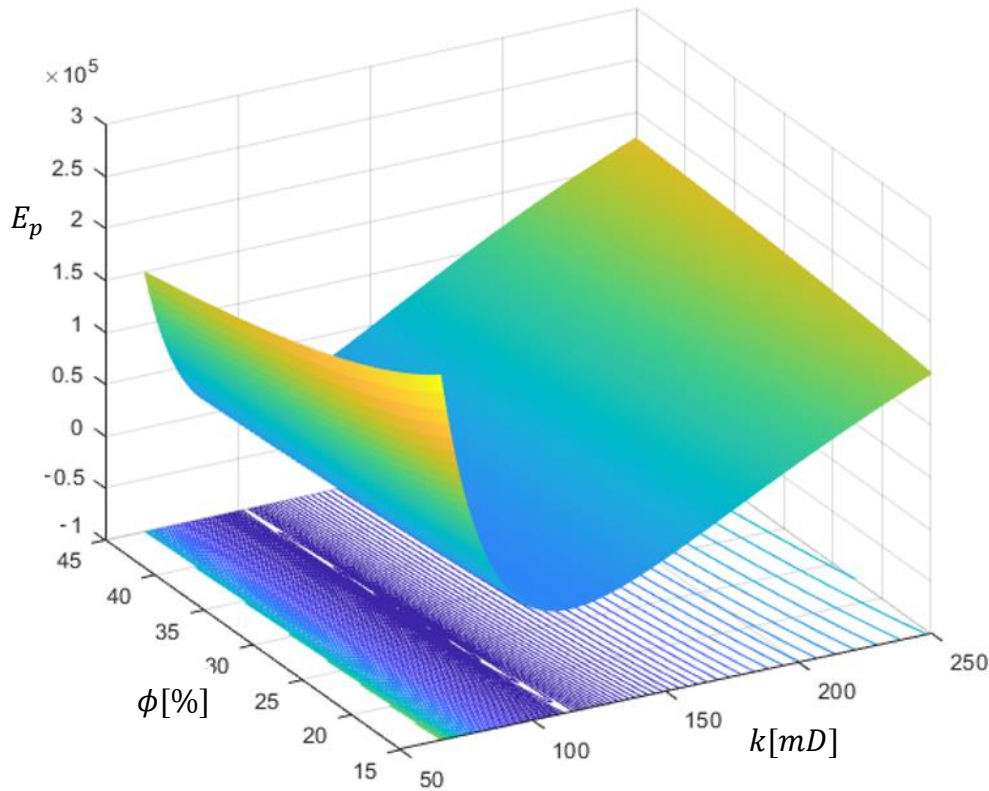


Figura 3.2: Superfície e curvas de nível de  $E_p(k, \phi)$  para  $65 \text{ mD} \leq k \leq 250 \text{ mD}$  e  $15\% \leq \phi \leq 45\%$ . Mínimo de  $E_p$  é em  $k = 107 \text{ mD}$  e  $\phi = 29\%$ .

Nas seções seguintes serão descritos os métodos de otimização utilizados para a resolução do problema inverso.

### 3.2 Métodos de otimização

Encontrar um ponto ótimo de uma função objetivo é determinar um valor de mínimo ou máximo dentro de um domínio em um problema que apresenta ou não restrições para as variáveis. Para o tipo de função tratada neste trabalho, o processo de resolução de um problema de otimização também é referido como programação não-linear e estamos interessados em encontrar o ponto mínimo. A função objetivo pode ter diversos mínimos locais. O menor destes mínimos, geralmente com custo computacional maior para determiná-lo é denominado mínimo global.

Seja  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  uma função continuamente diferenciável na vizinhança aberta de  $\mathbf{x}^*$ , pode-se demonstrar que  $\mathbf{x}^*$  é um mínimo local de  $f$  se (Nocedal e Wright, 2006):

- Condição de primeira ordem ou condição necessária:  $\nabla f(\mathbf{x}^*) = 0$ , onde  $\nabla f$  é o gradiente de  $f$ .
- Condição de segunda ordem ou condição suficiente:  $\nabla^2 f(\mathbf{x}^*)$  é positiva semi-definida<sup>10</sup>, onde  $\nabla^2 f$  é a hessiana de  $f$ .

Os algoritmos de otimização são iterativos, ou seja, eles começam com uma estimativa inicial  $\mathbf{x}^0$  e a cada passo atualizam a variável  $\mathbf{x}$  gerando uma sequência  $\{\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1, \dots, \mathbf{x}^{k-1}, \mathbf{x}^k, \dots, \mathbf{x}^*\}$  decrescente de  $f(\mathbf{x})$  até que é um critério de parada seja atingido. Uma das estratégias para avançar do passo atual  $\mathbf{x}^k$  para a nova iteração  $\mathbf{x}^{k+1}$  é baseada na busca linear (Nocedal e Wright, 2006).

Na estratégia de busca linear, um algoritmo de busca direcional determina uma direção de busca  $\mathbf{d}^k$  relacionado ao passo atual  $\mathbf{x}^k$  e um algoritmo de busca unidirecional determina o passo de comprimento  $\alpha$  a ser dado na direção  $\mathbf{d}^k$ . O ponto da próxima iteração é  $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \alpha \mathbf{d}^k$  é determinado pela resolução do problema de minimização unidimensional dado por:

$$\min_{\alpha > 0} f(\mathbf{x}^k + \alpha \mathbf{d}^k) \quad (3.3)$$

Os algoritmos mais robustos de busca direcional demandam estimativas de derivadas de primeira e segunda ordem de elevado custo computacional. Por essa razão, o desenvolvimento de algoritmos de otimização sem derivadas, DFO (*Derivative-Free Optimization*), tem sido alvo de inúmeras pesquisas. Nesse tipo de método, utiliza-se o valor da função em um conjunto de pontos para determinar a próxima iteração a partir de métodos específicos.

Os métodos DFO variam entre si pela maneira que as avaliações das funções são utilizadas para estabelecer a próxima iteração. Entre eles podemos citar o algoritmo Simplex de Nelder-Mead, busca direta em padrões (*Pattern Search*), direções conjugadas e recozimento simulado (*Simulated Annealing*). Este último difere um pouco dos demais citados por utilizar métodos estocásticos permitido a busca por um mínimo global. O algoritmo genético, da família dos métodos evolucionários, também se enquadra na classe de métodos DFO estocásticos.

Neste trabalho, o problema inverso foi testado com a utilização dos métodos clássicos de Newton-Raphson e BFGS associados à busca unidirecional que combinou os métodos da secante e da seção áurea. Também foi testado o método

<sup>10</sup>  $\mathbf{A}$  é uma matriz positiva semi-definida quando  $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} \geq 0$  para todo  $\mathbf{x}$ .

Simplex de Nelder-Mead com uma variação para permitir um busca do mínimo global.

### 3.2.1

#### Métodos de busca unidirecional

O algoritmo de busca unidirecional tem como objetivo encontrar o comprimento do passo  $\alpha$  para uma função de uma variável originada a partir da parametrização da função objetivo na direção de busca  $\mathbf{d}^k$ . Os métodos da secante e da seção áurea encontram um mínimo da função  $f(\alpha)$  em um dado intervalo. Se não há um mínimo no interior do intervalo o método converge para o extremo do intervalo cujo valor de  $f$  é menor. Portanto, antes da aplicação do método, o algoritmo implementado neste trabalho utiliza uma rotina auxiliar para determinar um intervalo no qual haja um mínimo para  $f(\alpha)$ .

A ideia principal desta rotina auxiliar é, a partir de  $\alpha_0 = 0$ , incrementar valor de  $\alpha$  até que o comportamento da função seja invertido e um intervalo onde sabidamente há um mínimo possa ser extraído. A Figura 3.3 mostra graficamente a obtenção do intervalo com o mínimo a partir da rotina auxiliar do passo incremental.

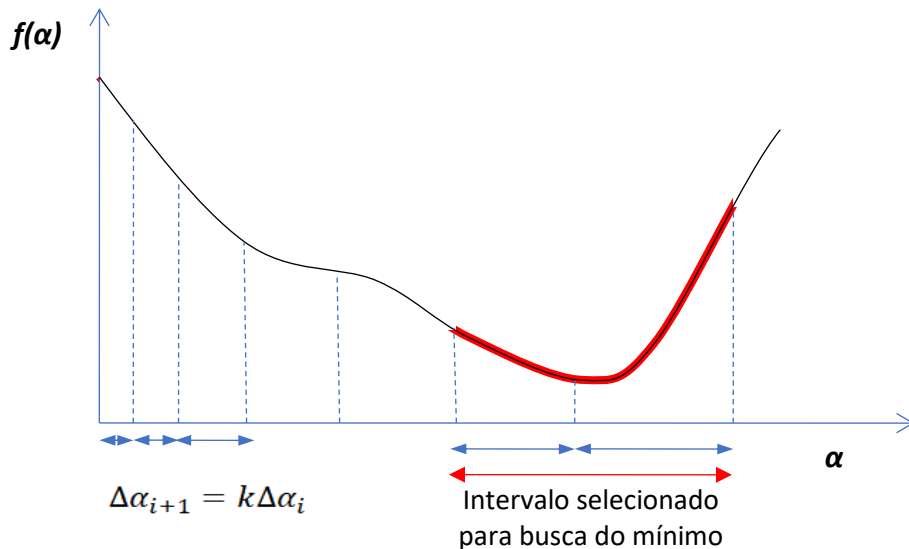


Figura 3.3: Busca de intervalo com mínimo em  $f(\alpha)$ .

## 3.2.1.1

**Método da secante**

O mínimo de  $f(\alpha)$  no intervalo de interesse onde sabidamente existe um mínimo, pode ser encontrado utilizando-se o conhecido método de Newton-Raphson para determinação da raiz da equação  $f'(\alpha) = 0$ . Pelo método de Newton-Raphson tem-se que:

$$\alpha^{k+1} = \alpha^k - \frac{f'(\alpha^k)}{f''(\alpha^k)} \quad (3.4)$$

No método da secante a segunda derivada  $f''(\alpha^k)$  é aproximada por:

$$f''(\alpha^k) = \frac{f'(\alpha^k) - f'(\alpha^{k-1})}{\alpha^k - \alpha^{k-1}} \quad (3.5)$$

Substituindo (3.5) em (3.4) obtém-se:

$$\alpha^{k+1} = \alpha^k - \frac{\alpha^k - \alpha^{k-1}}{f'(\alpha^k) - f'(\alpha^{k-1})} f'(\alpha^k) \quad (3.6)$$

A Figura 3.4 mostra esquematicamente a aplicação do método da secante para determinação do mínimo de  $f(\alpha)$  via determinação do zero de  $f'(\alpha)$ .

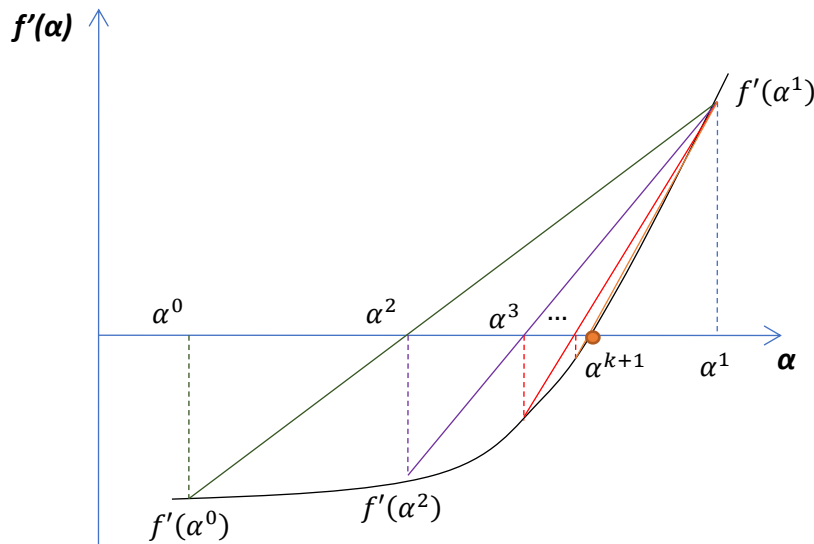


Figura 3.4: Aplicação do método da secante para determinação do mínimo de  $f(\alpha)$ . No gráfico, determinação do zero de  $f'(\alpha)$ .

Para estimar a derivada de  $f(\alpha)$ , faz-se uso da aproximação por diferenças finitas centradas e retomando que  $f(\alpha)$  é a função erro relativo definida nas Equações (3.1) e (3.2) parametrizada na direção  $\mathbf{d}^k$ , tem-se a aproximação:

$$\begin{aligned} f'(\alpha) &= \frac{f(\alpha + \epsilon) - f(\alpha - \epsilon)}{2\epsilon} \\ &= \frac{E[\mathbf{x}^k + (\alpha + \epsilon)\mathbf{d}^k] - E[\mathbf{x}^k + (\alpha - \epsilon)\mathbf{d}^k]}{2\epsilon} \end{aligned} \quad (3.7)$$

### 3.2.1.2

#### Método da seção áurea

Embora o método da secante seja de convergência rápida, ele requer o cálculo de derivadas e conseqüentemente um maior número de avaliações da função objetivo. Desta forma, foi implementada uma alternativa ao método da secante baseada no método da seção áurea.

O método da seção áurea realiza a redução do intervalo de busca do mínimo  $[\omega_1, \omega_2]$  a uma taxa de redução constante igual a razão áurea dada por:

$$R = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \cong 0,618 \quad (3.8)$$

No primeiro passo a função deve ser avaliada em dois pontos intermediários no intervalo  $[\omega_1, \omega_2]$  calculados a partir da seção áurea,  $R$ , e seu complemento,  $(1 - R)$ . Com isso, o intervalo é dividido em 2 subintervalos menores que possuem uma interseção. A função objetivo é avaliada nos pontos intermediários definidos e descarta-se o intervalo que contiver o maior valor da função objetivo. A Figura 3.5 mostra esquematicamente a evolução da redução dos intervalos.

A vantagem de se utilizar a razão áurea é que para os novos intervalos um dos pontos intermediários é herdado do intervalo anterior, reduzindo o número de avaliações que se precisa fazer da função objetivo. A redução do intervalo continua até que um critério de parada é atingido.



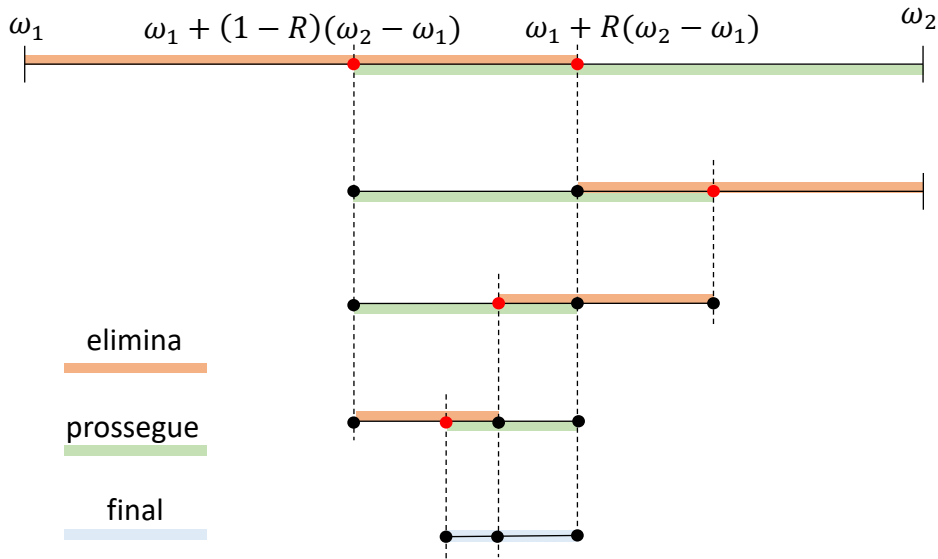


Figura 3.5: Aplicação do método da seção áurea para redução progressiva dos intervalos de busca do mínimo.

O programa implementado neste trabalho mescla os métodos da secante e seção áurea. Por ser na maioria das vezes de convergência mais rápida, o método padrão é o da secante, porém a taxa de redução do intervalo é monitorada. Se esta for maior do que a seção áurea, o programa opta por prosseguir com a seção áurea.

### 3.2.2

#### Métodos de busca direcional

A maioria dos algoritmos de busca linear requerem que  $\mathbf{d}^k$  seja uma direção de descida. A propriedade  $(\mathbf{d}^k)^T \cdot \nabla f(\mathbf{x}^k) < 0$  garante que a função  $f$  em  $\mathbf{x}^k$  possa ser reduzida na direção  $\mathbf{d}^k$  (Nocedal e Wright, 2006). Adicionalmente, as direções de busca em geral são da forma:

$$\mathbf{d}^k = -\mathbf{B}_k^{-1} \nabla f(\mathbf{x}^k) \quad (3.9)$$

onde  $\mathbf{B}_k$  é uma matriz simétrica não singular. Um dos métodos mais elementares para a busca direcional, o método de máximo declive ou *steepest descent* que determina a direção de busca considerando a matriz  $\mathbf{B}_k$  como sendo a matriz identidade.

## 3.2.2.1

**Método de Newton**

Fazendo a expansão em série de Taylor até a segunda ordem da função  $f$  em torno de  $\mathbf{x}^k$  tem-se:

$$f(\mathbf{x}^k + \mathbf{d}^k) \cong f(\mathbf{x}^k) + (\mathbf{d}^k)^T \cdot \nabla f(\mathbf{x}^k) + \frac{1}{2} (\mathbf{d}^k)^T \cdot \nabla^2 f(\mathbf{x}^k) \mathbf{d}^k \quad (3.10)$$

Uma estimativa do mínimo de  $f$  é obtida derivando-se a Equação (3.10) em relação a  $\mathbf{d}^k$ . Assumindo que a inversa da hessiana exista, tem-se que  $\mathbf{d}^k$  é dado por (Nocedal e Wright, 2006):

$$\mathbf{d}^k = -[\nabla^2 f(\mathbf{x}^k)]^{-1} \nabla f(\mathbf{x}^k) \quad (3.11)$$

O gradiente das funções objetivo (função erro relativo) definidas nas Equações (3.1) e (3.2) pode ser aproximado pela fórmula de diferenças finitas centradas dada por (Nocedal e Wright, 2006):

$$\nabla E(\mathbf{x}^k) = \left[ \frac{\partial E}{\partial x_i^k} \right] \cong \left[ \frac{E(\mathbf{x}^k + \epsilon \mathbf{e}_i) - E(\mathbf{x}^k - \epsilon \mathbf{e}_i)}{2\epsilon} \right] \quad (3.12)$$

onde  $\mathbf{e}_i$  é o vetor unitário na direção  $i$  e  $\epsilon$  é um escalar positivo pequeno. Para um problema de dimensão  $n$  são necessárias  $2n$  avaliações da função objetivo.

As derivadas de segunda ordem, necessárias para popular a matriz hessiana, podem ser calculadas pelas seguintes aproximações:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial (x_i^k)^2} \cong \frac{E(\mathbf{x}^k + \epsilon \mathbf{e}_i) - 2E(\mathbf{x}^k) + E(\mathbf{x}^k - \epsilon \mathbf{e}_i)}{\epsilon^2} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E}{\partial x_i^k \partial x_j^k} \cong & \frac{E(\mathbf{x}^k + \epsilon \mathbf{e}_i + \epsilon \mathbf{e}_j) - E(\mathbf{x}^k + \epsilon \mathbf{e}_i) - E(\mathbf{x}^k + \epsilon \mathbf{e}_j) + E(\mathbf{x}^k)}{2\epsilon^2} + \frac{E(\mathbf{x}^k)}{\epsilon^2} \\ & + \frac{E(\mathbf{x}^k - \epsilon \mathbf{e}_i - \epsilon \mathbf{e}_j) - E(\mathbf{x}^k - \epsilon \mathbf{e}_i) - E(\mathbf{x}^k - \epsilon \mathbf{e}_j) + E(\mathbf{x}^k)}{2\epsilon^2} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Considerando que as fórmulas para as derivadas de segunda ordem já incluem termos calculados na aproximação da derivada de primeira ordem, o cálculo da matriz hessiana exigirá  $n^2 + 1$  novas avaliações da função objetivo.

Para problemas de dimensão elevada, determinar a direção de busca a partir da Equação (3.11) pode implicar em custo computacional muito alto uma vez que

contém a determinação da inversa da hessiana. O cálculo da direção de busca pode ser feito a partir da resolução do sistema linear dado por:

$$\nabla^2 E(\mathbf{x}^k) \mathbf{d}^k = -\nabla E(\mathbf{x}^k) \quad (3.15)$$

A direção calculada pelo método de Newton pode não ser definida uma vez que a inversa  $[\nabla^2 f(\mathbf{x}^k)]^{-1}$  pode nem existir. Mesmo em casos em que exista sua inversa a propriedade  $(\mathbf{d}^k)^T \cdot \nabla f(\mathbf{x}^k) < 0$  pode não ser satisfeita e a direção de busca  $\mathbf{d}^k$  determinada pelo método pode não ser adequada. Nestes casos alguns métodos de busca linear modificam a direção de busca para fazê-la satisfazer a condição de descida enquanto mantém o benefício da informação de segunda ordem contido na hessiana  $\nabla^2 f(\mathbf{x}^k)$  (Nocedal e Wright, 2006).

### 3.2.2.2 Método BFGS

Embora o método de Newton proporcione uma rápida convergência, o cálculo da direção de busca é caro por envolver estimativa de derivadas de segunda ordem da função objetivo. Alguns métodos denominados de quase-Newton usam uma aproximação para a matriz hessiana, que é atualizada a cada passo levando em consideração a informação adquirida no passo corrente.

Uns dos algoritmos quase-Newton mais conhecidos é o BFGS – acrônimo dado em função dos seus desenvolvedores Broyden, Fletcher, Goldfarb e Shanno. Neste algoritmo, a hessiana é aproximada por uma matriz de posto 2,  $\mathbf{B}^k$ , atualizada por sucessivas iterações dada pela fórmula recursiva de BFGS (Nocedal e Wright, 2006):

$$\mathbf{B}^{k+1} = \mathbf{B}^k - \frac{\mathbf{B}^k \mathbf{s}^k (\mathbf{s}^k)^T \mathbf{B}^k}{(\mathbf{s}^k)^T \mathbf{B}^k \mathbf{s}^k} + \frac{\mathbf{y}^k (\mathbf{y}^k)^T}{(\mathbf{y}^k)^T \mathbf{y}^k} \quad (3.16)$$

onde:

$$\mathbf{s}^k = \mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k \quad (3.17)$$

$$\mathbf{y}^k = \nabla f(\mathbf{x}^{k+1}) - \nabla f(\mathbf{x}^k) \quad (3.18)$$

Nocedal e Wright (2006) demonstra que a atualização de  $\mathbf{B}^k$  gera sucessivas matrizes positivas definidas desde que  $\mathbf{B}^0$  seja positiva definida.

Uma implementação ainda mais vantajosa do método BFGS evita a necessidade de fatorar  $\mathbf{B}^k$  a cada passo, já fornecendo a atualização de sua inversa diretamente.

### 3.3 Método simplex de Nelder-Mead

O método simplex de Nelder-Mead faz parte da categoria de métodos de otimização irrestrita de busca direta sem a utilização de derivadas da função objetivo. O método foi originalmente desenvolvido para otimização determinística. Porém, desde sua criação, inúmeras melhorias têm sido agregadas ao método para trabalhar estatisticamente no algoritmo de forma buscar um mínimo global dentro de um domínio pré-estabelecido.

O simplex é a figura geométrica mais simples do espaço  $n$ -dimensional contendo  $n + 1$  vértices. No espaço bidimensional o simplex é um triângulo e no espaço tridimensional é um tetraedro.

Spendley *et al* (1962) introduziu a ideia de buscar o mínimo a partir da avaliação da função em  $n + 1$  pontos correspondentes às coordenadas dos vértices de um simplex. O pior ponto, onde a avaliação da função objetivo tem maior valor, é descartado. Um novo simplex é formado a partir da reflexão deste ponto no hiperplano formado pelos pontos remanescentes. Desta forma, a sucessão de simplex formados caminham numa direção de descida da função objetivo.

Nelder e Mead (1965) incorporaram uma importante melhoria no algoritmo de Spendley permitindo que o simplex mude de forma e tamanho a cada passo conformando melhor ao comportamento da função na região do simplex. Originalmente o simplex era atualizado com os movimentos de reflexão, expansão e contração. Ao longo dos anos, movimentos adicionais como contração interna, contração externa e redução foram adicionados ao algoritmo. A Figura 3.6 mostra uma representação geométrica dos movimentos do simplex.

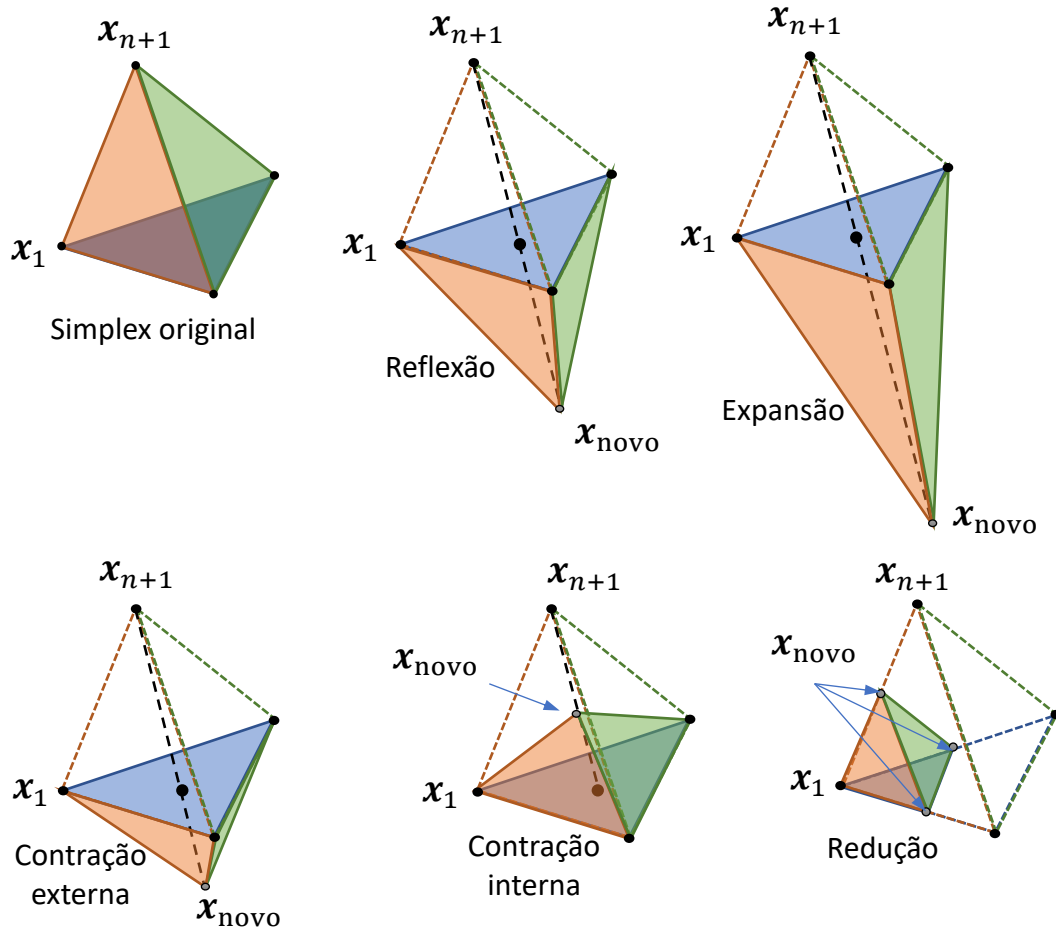


Figura 3.6: Representação geométrica da reflexão, expansão, contração externa, contração interna e redução de um simplex tridimensional.

Os pontos  $x_1, x_2, \dots, x_{n+1}$  são ordenados de tal forma que  $f(x_1) < f(x_2) < \dots < f(x_{n+1})$  e calcula-se o centróide dos pontos excluindo o ponto  $x_{n+1}$ :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.19)$$

A partir do centróide, os novos pontos são calculados a partir das expressões:

- Reflexão:

$$x_r = \bar{x} + \alpha(\bar{x} - x_{n+1}) \quad (3.20)$$

- Expansão:

$$x_e = \bar{x} + \beta(x_r - \bar{x}) \quad (3.21)$$

- Contração externa:

$$\mathbf{x}_{oc} = \bar{\mathbf{x}} + \gamma(\mathbf{x}_r - \bar{\mathbf{x}}) \quad (3.22)$$

- Contração interna:

$$\mathbf{x}_{ic} = \bar{\mathbf{x}} - \gamma(\mathbf{x}_r - \bar{\mathbf{x}}) \quad (3.23)$$

- Redução:

$$\mathbf{x}_{s,i} = \mathbf{x}_1 - \delta(\mathbf{x}_{i+1} - \mathbf{x}_1), \text{ para } i = 1, 2, \dots, n \quad (3.24)$$

onde os parâmetros de escala  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\delta$  considerados neste trabalho são, respectivamente 1, 2,  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{1}{2}$ .

O primeiro passo do algoritmo é determinar o ponto referente a reflexão do simplex. A Figura 3.7 mostra um fluxograma com a primeira parte do algoritmo simplex de Nelder-Mead.

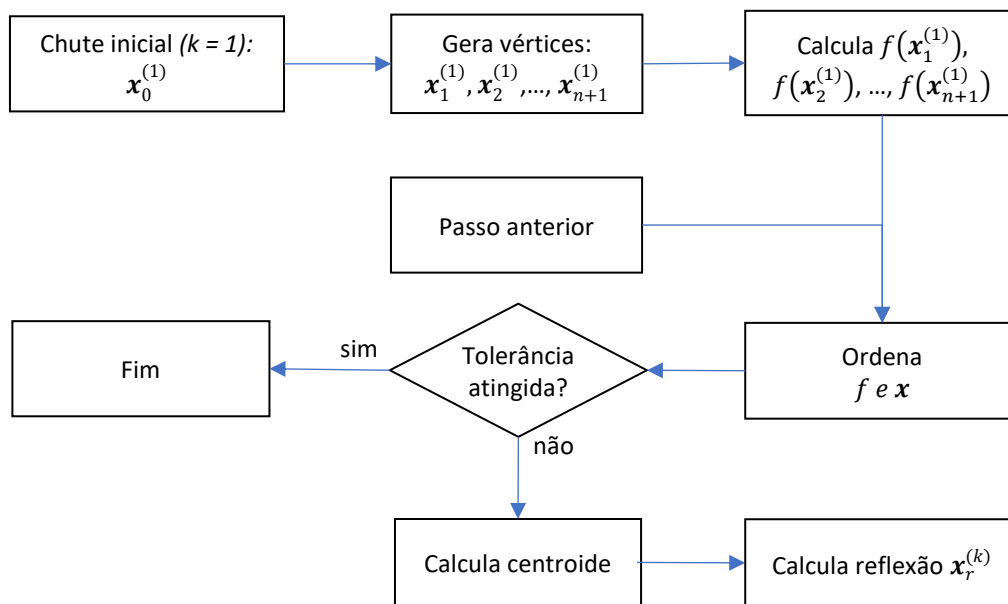


Figura 3.7: Fluxograma do algoritmo simplex de Nelder-Mead: primeira parte.

A escolha de qual movimento o simplex fará depende de quão boa é a avaliação do ponto refletido, isto é, em que posição na sequência de pontos o ponto refletido ficaria. O fluxograma da Figura 3.8 contém a segunda parte do algoritmo mostrando como é tomada a decisão em relação a qual movimento seguir.

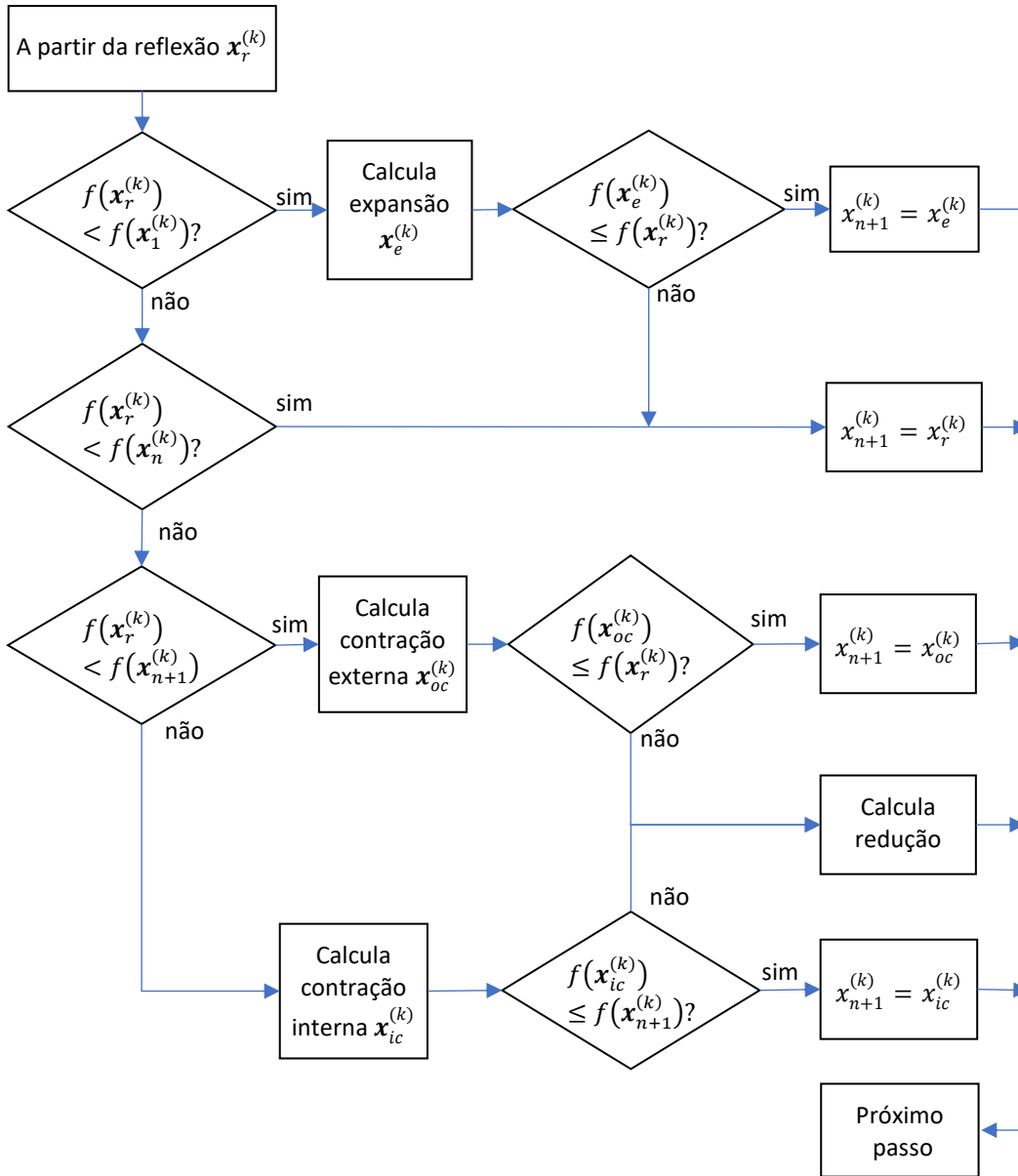


Figura 3.8: Fluxograma do algoritmo simplex de Nelder-Mead: segunda parte.

O principal critério de parada, indicando que o método pode ter encontrado um mínimo local é quando este torna-se suficientemente pequeno. O critério de parada pelo tamanho adotado, adaptado daquele sugerido por Luersen e Riche (2004), é dado por:

$$\max_{j=1,\dots,n} \left\{ \sum_{i=1}^n |x_{i+1}^j - x_i^j| \right\} < \varepsilon_s \quad (3.25)$$

onde  $x_i^j$  é o  $j$ -ésimo componente do  $i$ -ésimo vértice do simplex  $n$ -dimensional e  $\varepsilon_s$  é uma tolerância definida para o tamanho do simplex.

Por ser um algoritmo heurístico, a qualidade do mínimo encontrado não pode ser quantificada. A convergência do algoritmo simplex de Nelder-Mead tem sido alvo de inúmeros estudos, principalmente quando se trata de um problema de dimensão elevada, porém uma quantidade limitada de teorias a respeito de sua convergência está disponível. Mesmo assim, sua utilização tem se mostrado bastante eficiente e apresentado bons resultados na determinação de mínimos locais em problemas multi-modais de baixa dimensionalidade (Langarias *et al*, 1996).

Outros critérios de parada precisam ser implementados uma vez que o tamanho do simplex pode ficar estagnado devido a deformações específicas que ele sofre podendo representar, inclusive, uma falha do método ao determinar um mínimo local.

Uma destas deformações é o achatamento do simplex. O simplex é dito chato quando não há mais variação significativa do valor da função avaliada nos vértices da simplex, expresso por:

$$|f(\mathbf{x}_{n+1}) - f(\mathbf{x}_1)| < \varepsilon_f \quad (3.26)$$

onde  $\mathbf{x}_{n+1}$  e  $\mathbf{x}_1$  são o pior e o melhor ponto do simplex, respectivamente, e  $\varepsilon_f$  é a tolerância estabelecida para o achatamento.

O simplex também pode ser degenerado significando que ele colapsou em um subespaço do domínio de busca. Um critério que pode ser utilizado para dizer que o simplex degenerou é (Luersen e Riche, 2004):

$$\frac{\min_{i=1,\dots,n} \{\|\mathbf{x}_{i+1} - \mathbf{x}_i\|\}}{\max_{i=1,\dots,n} \{\|\mathbf{x}_{i+1} - \mathbf{x}_i\|\}} < \varepsilon_d \quad (3.27)$$

Onde  $\|\cdot\|$  representa a norma euclidiana e  $\varepsilon_d$  é uma tolerância estabelecida para o achatamento. O termo  $\|\mathbf{x}_{i+1} - \mathbf{x}_i\|$  refere-se ao comprimento de uma das arestas do simplex.

### 3.3.1

#### Busca global com o método simplex de Nelder-Mead

Parte dos casos tratados no problema inverso de avaliação de formações apresentam múltiplos mínimos locais. Embora este trabalho tenha se limitado em encontrar mínimos locais nas implementações dos algoritmos de busca linear com



método de Newton e BFGS, na implementação do algoritmo com o método simplex de Nelder-Mead, optou-se por incluir um método de reinício probabilístico a cada vez que o algoritmo atinge um dos critérios de parada descritos no item 3.3.

Vários métodos de otimização global utilizam-se do artifício de reiniciar a busca por um mínimo a partir de um novo ponto de partida com uma maior probabilidade de resultar em um mínimo local diferente dos previamente encontrados. Estes métodos precisam guardar um histórico dos pontos de partida e dos mínimos locais previamente encontrados e estabelecer uma relação que lhes permite estimar um novo ponto de partida com maior probabilidade de sucesso.

Luersen e Riche (2004) desenvolveram um método que considera o reinício probabilístico associado ao método de Nelder-Mead modificado para otimização com restrições de contorno, o qual denominaram de GBNM (*Globalized Bounded Nelder-Mead*). No seu trabalho, diferentes estratégias de reinício para a busca local são discutidas e o algoritmo GBNM é testado e comparado com um algoritmo evolucionário em um problema de maximização da rigidez longitudinal de uma placa de material compósito. O GBNM se mostrou mais eficiente do que o algoritmo evolucionário testado. Os autores não especificam qual algoritmo evolucionário foi utilizado.

Ghiasi *et al* (2007) implementaram melhorias no algoritmo GBNM para uma aplicação semelhante à de Luersen e Riche: o projeto de um suporte de material compósito. Uma de suas melhorias foi sugerir um procedimento de reinício utilizando uma função de densidade de probabilidade adaptativa unidimensional, a qual foi implementada no algoritmo utilizado neste trabalho.

No algoritmo aqui implementado, o domínio é estabelecido como sendo o hipercubo cujas extremidades são variáveis de entrada do usuário. O simplex inicial é originado no centro do domínio e suas coordenadas são calculadas a partir da seguinte regra (Haftka e Gürdal, 1992):

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_0 + p\mathbf{e}_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n q\mathbf{e}_k, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.28)$$

onde:

$$p = \frac{a}{n\sqrt{2}}(\sqrt{n+1} + n - 1) \quad (3.29)$$

$$q = \frac{a}{n\sqrt{2}}(\sqrt{n+1} - 1) \quad (3.30)$$

$\mathbf{x}_0$  é o ponto central do domínio (média dos extremos das variáveis),  $\mathbf{e}_i$  é o vetor unitário na direção  $i$ ,  $n$  é a dimensão do problema e  $a$  é um fator de escala o qual foi adotado  $a = 0,2$ .

A procura por um mínimo global é feita reiniciando repetidas vezes uma otimização local a partir de pontos diferentes. Uma forma de evitar encontrar o mesmo mínimo previamente encontrado é fazer com que os novos pontos sejam escolhidos o mais distante possível dos anteriores. Para o reinício probabilístico atribui-se uma densidade de probabilidade adaptativa para  $N_R$  pontos aleatoriamente distribuídos no domínio. A função densidade de probabilidade utilizada é baseada na menor distância entre os pontos já utilizados (Ghiasi *et al*, 2007):

$$\phi(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}(1 - e^{-0,5(d_{min}/\sigma)^2}) \quad (3.31)$$

$$d_{min}(\mathbf{x}) = \min_{k=1,\dots,m} \left\{ \sqrt{\sum_{j=1}^n \left( \frac{x_k^j - x^j}{x_u^j - x_l^j} \right)^2} \right\} \quad (3.32)$$

onde  $\mathbf{x}$  é o ponto do conjunto aleatório de pontos cuja probabilidade está sendo avaliada,  $m$  é o número de pontos cujo algoritmo de busca local já considerou como ponto de partida,  $x_k^j$  é o  $j$ -ésimo componente do  $k$ -ésimo ponto pré-avaliado no problema  $n$ -dimensional. Os subscritos  $u$  e  $l$  referem-se os limites superior e inferior do domínio, respectivamente.

A variância da densidade de probabilidade normal, dada pela Equação (3.31) é atualizada a cada reinício, decrescendo com o aumento do número de pontos previamente utilizados, dada por  $\sigma = (3\sqrt[n]{m})^{-1}$  (Ghiasi *et al*, 2007).

O algoritmo implementado segue o fluxograma mostrado na Figura 3.9 que é uma mescla das propostas de Luersen e Riche (2004) e Ghiasi *et al* (2007).

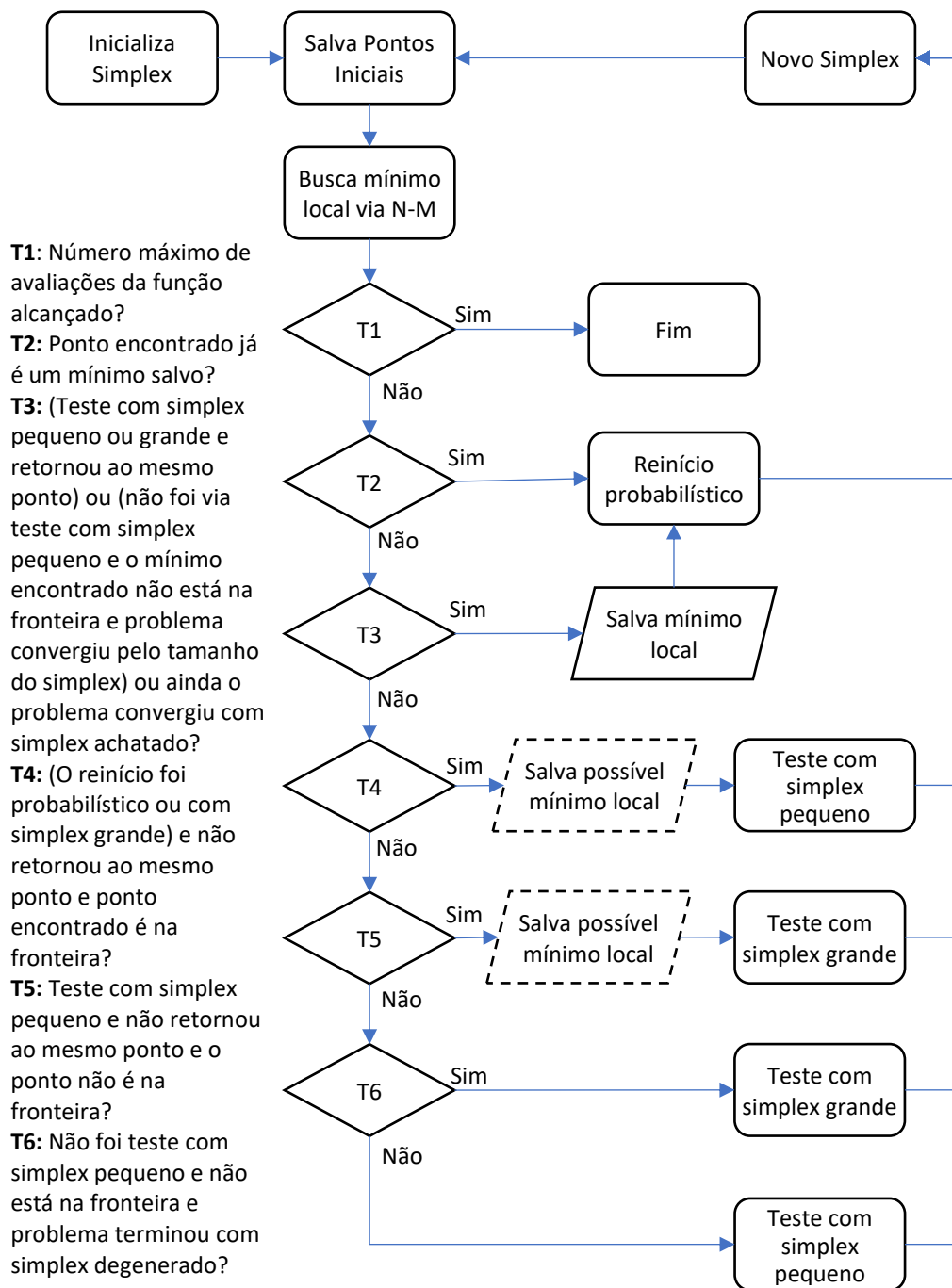


Figura 3.9: Fluxograma do algoritmo de busca global com simplex de Nelder-Mead, adaptado de Luersen e Riche (2004) e Ghiasi *et al* (2007).

Outros tipos de reinício adotados são a realização de pequenos testes no ponto em que o algoritmo de busca encontrou um possível mínimo, conforme o fluxograma da Figura 3.9. A depender do critério de parada, reinicia-se com um simplex pequeno ( $\alpha = 0,02$ ) ou grande ( $\alpha = 0,1$ ).

O problema implementado desta forma busca o mínimo global exaustivamente até que um número máximo de avaliações da função é atingido. Como resultado, tem-se um conjunto de mínimos e o mínimo global pode ou não estar neste conjunto. Portanto, a sua execução não é garantia de que o mínimo global foi encontrado. Quanto maior o número de avaliações da função for permitido, maior o número de reinícios que o programa fará aumentando a chance de encontrar o mínimo global.

Para a resolução do problema inverso onde foi identificada a existência de múltiplos mínimos locais, foi estabelecido o limite de 5000 avaliações da função objetivo. A escolha deste limite levou em consideração o recurso computacional, o tempo disponível e a característica do problema. Como poderá ser observado no capítulo seguinte, com 5000 avaliações da função objetivo foi possível resolver o problema inverso para a maioria dos casos.

### 3.4

#### Considerações acerca de restrições

O problema inverso tratado neste trabalho considera o uso de técnicas de otimização sem restrições em função da característica do problema de avaliação de formações. No entanto há que se considerar que o domínio de busca será sempre estabelecido com relações do tipo  $x_{\min}^j \leq x^j \leq x_{\max}^j$  para  $x^j$  sendo cada uma das variáveis do problema, como por exemplo, permeabilidade, porosidade, raio de dano, etc.

Eventualmente, na execução dos algoritmos de otimização, a busca poderá ir em direção aos limites estabelecidos. Neste caso, o algoritmo de busca é interrompido e uma nova direção de busca ou um novo simplex é estabelecido a partir deste ponto. Porém, frequentemente o algoritmo irá terminar indicando um mínimo local localizado na fronteira do domínio.

## 4

## Aplicação da Metodologia e Resultados

Este capítulo trata da aplicação dos métodos de otimização descritos no capítulo 3 fazendo uma comparação entre os métodos de Newton, BFGS e simplex de Nelder-Mead. Será feita ainda uma comparação entre as otimizações a partir das variáveis de pressão e temperatura como entradas para o cálculo da função objetivo tal como definida pelas Equações (3.1) e (3.2). Será apresentado também uma comparação entre os resultados para o problema inverso com os dados de pressão e temperatura tomados no canhoneio e tomados a uma distância especificada do canhoneio para representar uma localização mais realista da posição do registrador no poço. Por último, uma verificação da robustez da avaliação é feita introduzindo-se ruídos nos sinais conhecidos a priori.

O simulador descrito a partir da modelagem numérica tratada no capítulo 2 foi utilizado para gerar a informação dos registros de pressão e temperatura, no canhoneio e em um ponto especificado do poço para cada um dos 3 casos descritos. Este simulador também foi agregado como uma sub-rotina do programa de otimização para o cálculo da função objetivo. Nos problemas avaliados, a função objetivo foi calculada a partir de 300 a 500 pontos distribuídos ao longo do período de fluxo e estática, variando entre os casos 1, 2 e 3.

### 4.1

### Descrição dos problemas analisados

Foram estabelecidos três tipos de problema inverso para avaliação de parâmetros de reservatórios a partir da modelagem não isotérmica. Para cada problema foram testados os três casos descritos nos itens 2.4.1, 2.4.2 e 2.4.3.

O problema 1 é a avaliação simultânea da permeabilidade e porosidade onde o reservatório será tratado como isotrópico e homogêneo, ou seja, essas propriedades não variam no reservatório. No problema 1, a função erro relativo é

definida em função de  $\mathbf{x} = (k, \phi)$ . Este problema foi utilizado para comparar os métodos de otimização e definir um deles para ser adotado nos demais problemas.

O problema 2 tem como objetivo avaliar um reservatório com heterogeneidade da região próxima do poço, seja por dano ou estimulação utilizando-se do conceito de *skin*. Trata-se de um problema com três variáveis no qual a região de *skin* é caracterizada por uma permeabilidade diferente  $k_s$  e delimitada por um raio  $r_s$  próximo ao poço. No problema também é avaliada a permeabilidade do restante do reservatório  $k$ . No problema 2, a função erro relativo é definida em função de  $\mathbf{x} = (k_s, k, r_s)$ .

O problema 3 trata de um reservatório radialmente composto definido por duas permeabilidades diferentes:  $k_1$  para  $r_w \leq r \leq L$  e  $k_2$  para  $r > L$ . Este problema visa representar um teste de formação no qual uma heterogeneidade distante  $L$  do poço é identificada. Também é um problema de dimensão 3 sendo  $\mathbf{x} = (k_1, k_2, L)$ .

## 4.2

### Avaliação dos parâmetros de reservatório a partir de sinais sem ruído

A primeira abordagem será feita para a informação do transiente de pressão de temperatura e pressão sem ruído. Isso significa dizer que se  $\mathbf{x}^*$  é o mínimo global das funções erro relativo definidas nas Equações (3.1) e (3.2),  $E_p(\mathbf{x}^*) = 0$  e  $E_T(\mathbf{x}^*) = 0$ .

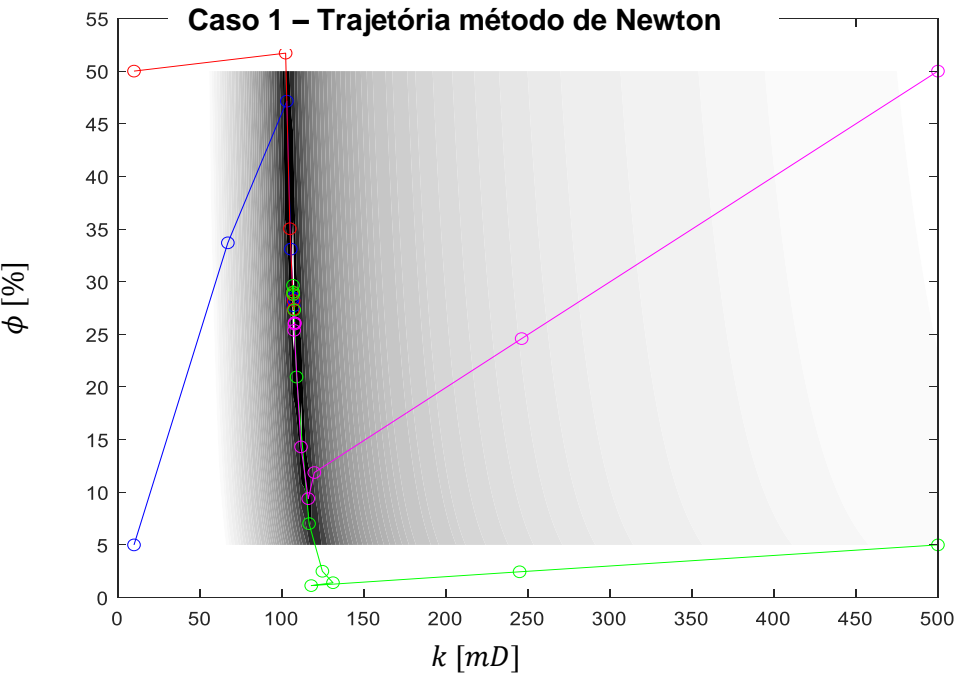
#### 4.2.1

##### Problema 1: Avaliação da permeabilidade $k$ e porosidade $\phi$

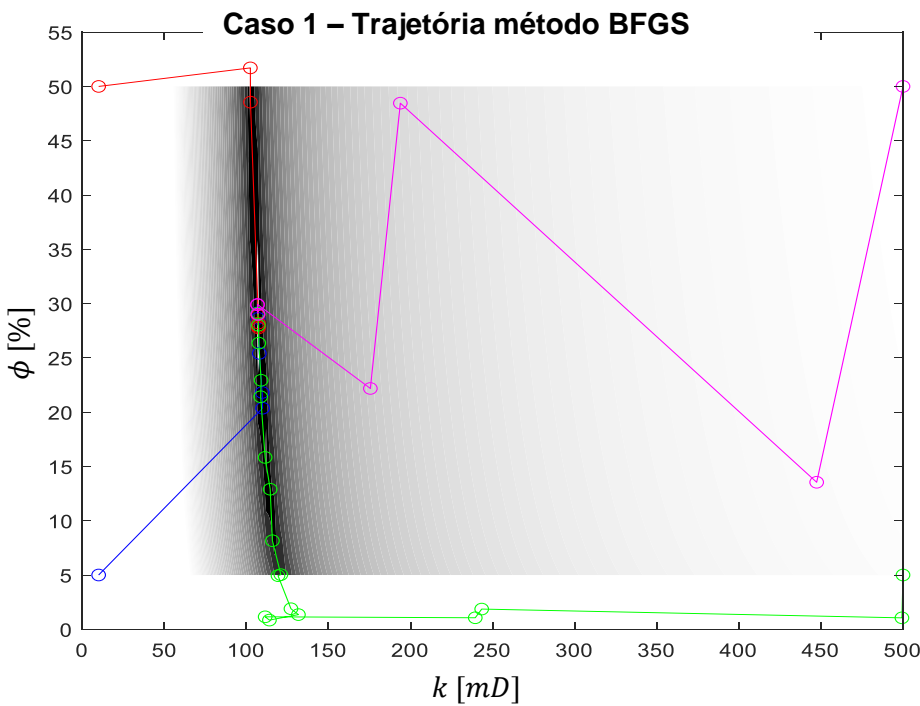
Primeiramente é preciso estabelecer uma região de busca. Para os casos 1 e 2, cuja permeabilidade são semelhantes, estabeleceu-se a região  $5 \text{ mD} \leq k \leq 500 \text{ mD}$ ;  $5\% \leq \phi \leq 50\%$ . Para executar um teste robusto utilizou-se como ponto de partida um ponto em cada extremidade da região de busca.

A Figura 4.1 mostra a trajetória no plano  $k\phi$  dos pontos  $\mathbf{x} = (k, \phi)$  percorridos no método de Newton e no método BFGS e a trajetória do simplex para cada um dos 4 pontos de partida nas extremidades para o caso 1, cuja solução é  $\mathbf{x}^* = (107 \text{ mD}, 29\%)$ . As avaliações consideraram a pressão tomada no canhoneio. A

figura apresenta também as curvas de nível da função  $E_p(k, \phi)$ , sendo o valor menor em tons mais escuros.



(a)



(b)

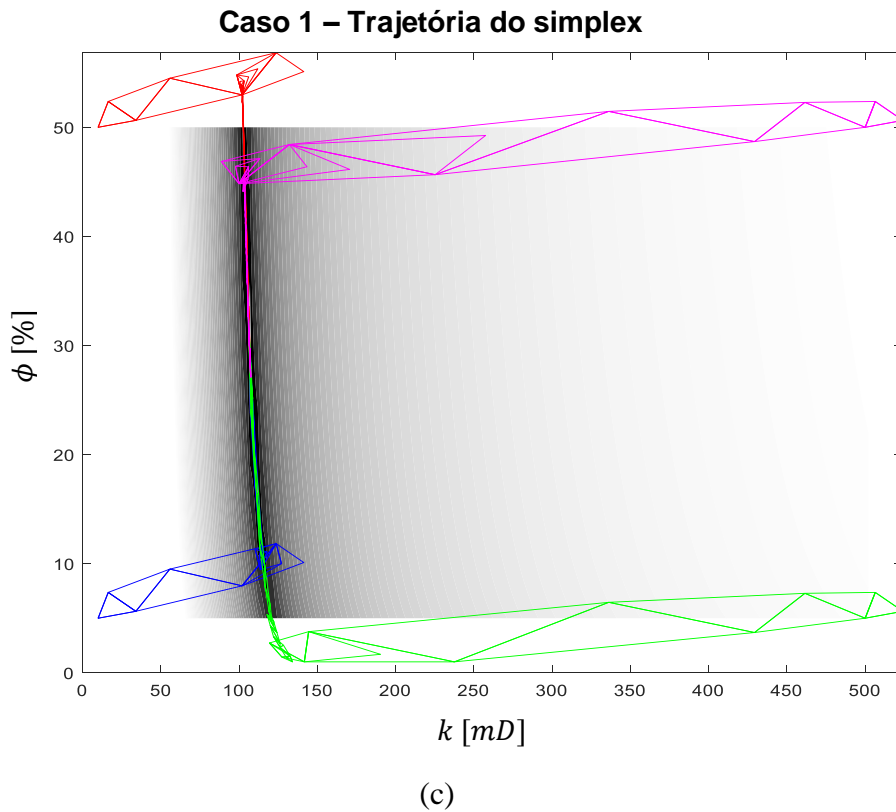


Figura 4.1: Trajetórias executadas pelos métodos de (a) Newton, (b) BGFS e (c) Simplex de Nelder-Mead na execução do problema 1, caso 1, para  $E_p(k, \phi)$ .

As trajetórias para a resolução do mesmo problema aplicado ao caso 2 podem ser consultadas no apêndice A.1.1.

O número de avaliações da função objetivo é dependente da tolerância dada para a estimativa das variáveis e é um bom indicativo a eficiência do método, dado que o custo computacional dos passos de cada método é diferente. Em todos os casos foi estipulado uma tolerância de  $10^{-2}$  para fins de comparação dos métodos. O gráfico da Figura 4.2 mostra a evolução da estimativa das variáveis e o número de avaliações da função que cada método exigiu para o caso 1 e ponto inicial  $\mathbf{x}^0 = (10 \text{ mD}, 5\%)$ . As avaliações consideraram a pressão tomada no canhoneio. Para os demais pontos iniciais e para o caso 2, os gráficos são apresentados no apêndice A.1.2.



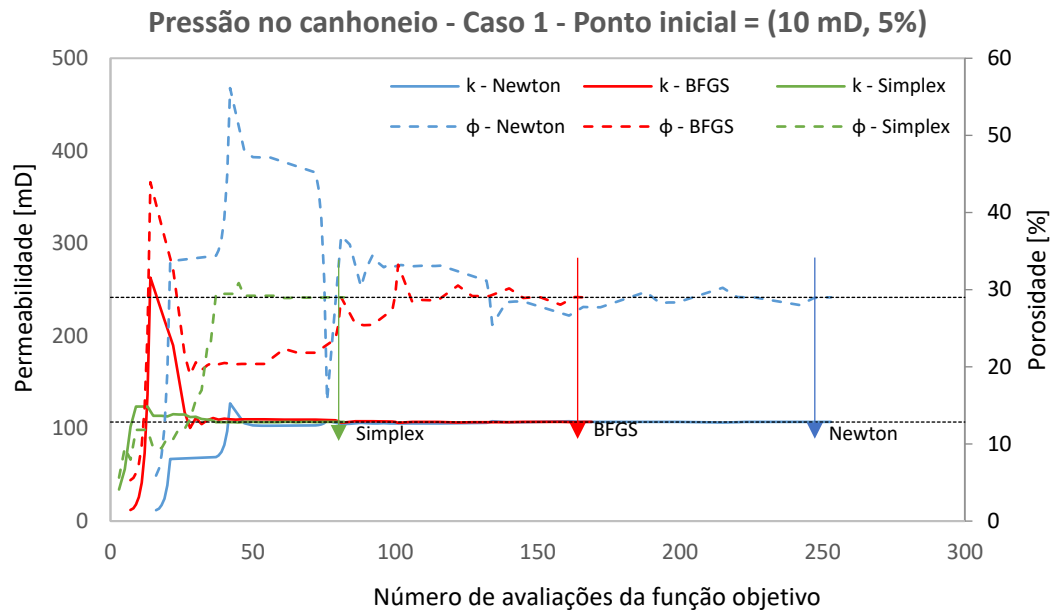


Figura 4.2: Caso 1,  $x^0 = (10\text{ mD}, 5\%)$ . Evolução da estimativa dos parâmetros de permeabilidade e porosidade por método em função do número de avaliações da função objetivo.

A Tabela 4.1 apresenta um resumo com o número de avaliações da função objetivo para que o critério de convergência fosse atingido. Em todos os casos avaliados a solução esperada foi encontrada. O método simplex de Nelder-Mead se mostrou o de menor custo computacional e por isso foi utilizado para as demais avaliações.

Tabela 4.1: Número de avaliações da função objetivo  $E_p(x)$  por caso, método e ponto inicial.

Caso	Ponto inicial	Método		
		Newton	BFGS	Simplex
Caso 1	$k = 10\text{ mD}, \phi = 5\%$	253	169	82
	$k = 10\text{ mD}, \phi = 50\%$	304	234	92
	$k = 500\text{ mD}, \phi = 5\%$	319	361	115
	$k = 500\text{ mD}, \phi = 50\%$	246	162	144
Caso 2	$k = 10\text{ mD}, \phi = 5\%$	172	227	92
	$k = 10\text{ mD}, \phi = 50\%$	291	243	100
	$k = 500\text{ mD}, \phi = 5\%$	253	186	131
	$k = 500\text{ mD}, \phi = 50\%$	188	294	81

Outro fato determinante para a escolha do método Simplex de Nelder-Mead foi a não necessidade de avaliação de derivadas. Em cada passo dos métodos BFGS e de Newton-Raphson, o cálculo da direção de descida foi realizado a partir da aproximação por diferenças finitas do gradiente e hessiana expressas nas Equações 3.12 a 3.14. A escolha do parâmetro  $\epsilon$  é fundamental para uma correta avaliação das derivadas e consequentemente da direção. Neste trabalho foi adotado  $\epsilon$  necessariamente menor do que a tolerância do problema (de 1 a 10% da tolerância) para uma boa avaliação da direção próximo ao ponto de mínimo, facilitando a convergência. No entanto, em regiões mais afastadas do ponto de mínimo, a função objetivo tende a ser plana e a avaliação da direção fica prejudicada.

Como a variável temperatura também apresenta uma assinatura característica que revela informações a respeito do reservatório a ser avaliado e está disponível na maioria dos registros dos testes de formação, foi testado o desempenho de sua utilização para avaliação dos parâmetros do reservatório, via resolução do problema inverso a partir da função objetivo definida na Equação (3.2).

A Figura 4.3 mostra um exemplo da função  $E_T(\mathbf{x})$  para um problema bidimensional  $\mathbf{x} = (k, \phi)$  aplicado ao caso 1 (item 2.4.1) em um problema de reservatório radial infinito homogêneo não-isotérmico cuja resposta de temperatura é dada pela Equação (2.29). Neste exemplo, para computar a função  $E_T(\mathbf{x})$  foram tomados 20 pontos logaritmicamente espaçados no período de fluxo apenas.

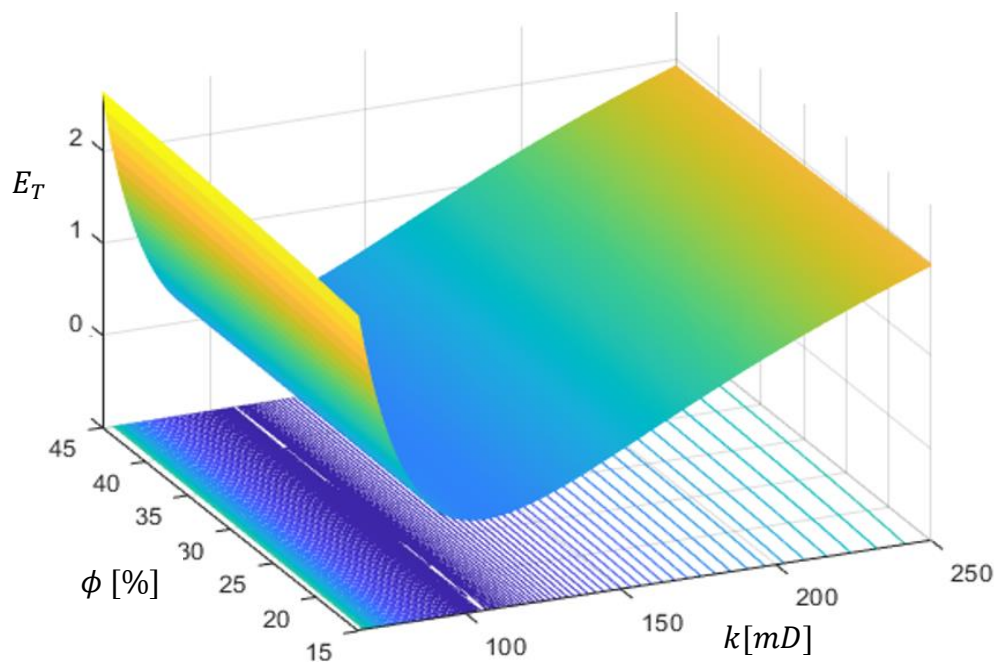


Figura 4.3: Superfície e curvas de nível de  $E_T(k, \phi)$  para  $65 \text{ mD} \leq k \leq 250 \text{ mD}$  e  $15\% \leq \phi \leq 45\%$ . Mínimo de  $E_T$  é em  $k = 107 \text{ mD}$  e  $\phi = 29\%$ .

Observa-se que o valor da função erro relativo considerando a pressão,  $E_p(\mathbf{x})$ , é de três a quatro ordens de grandeza maior que o erro relativo considerando a temperatura,  $E_T(\mathbf{x})$ , variando conforme o caso estudado. Definindo-se uma função erro relativo total a partir de uma combinação linear de  $E_p(\mathbf{x})$  e  $E_T(\mathbf{x})$ , poder-se-ia resolver o problema acoplando as variáveis de pressão e temperatura. Contudo, foi observado que a medida em que se aproxima do ponto de mínimo, a razão  $E_p(\mathbf{x})/E_T(\mathbf{x})$  se amplifica fazendo com que o problema seja resolvido basicamente a partir da avaliação do erro relativo à pressão quando a busca se aproxima da região da solução. Em outras palavras, pode-se dizer que as funções  $E_p(\mathbf{x})$  e  $E_T(\mathbf{x})$  apresentam um comportamento que dificulta o estabelecimento de uma combinação linear que mantém a paridade entre elas em um domínio de busca amplificado. Por esta razão, neste trabalho, optou-se por analisar os problemas a partir das funções  $E_p(\mathbf{x})$  e  $E_T(\mathbf{x})$  separadamente.

Dado que o simulador desenvolvido inclui a modelagem do poço, é possível tomar como referência uma posição qualquer dentro do poço para os registros de pressão e temperatura, simulando uma real posição do registrador. A função objetivo é então calculada tomando esta posição de referência tanto para a informação conhecida a priori – subscrito *med* das Equações (3.1) e (3.2) – quanto para a informação calculada (subscrito *calc*). Ao fazer isso, as distorções discutidas no item 2.4.3 e mostradas na Figura 2.19 são corrigidas.

Na Tabela 4.2 é mostrado o número de vezes que a função objetivo é calculada para determinar o ponto de mínimo para cada um dos 3 casos, considerando a variável pressão e temperatura tomadas no canhoneio e no poço. Para o caso 1, o ponto de referência no poço é a 150 m do canhoneio, para o caso 2 é a 139 m e para o caso 3 é a 188 m. A tolerância adotada foi de  $10^{-2}$  e o método é o simplex de Nelder-Mead.

Tabela 4.2: Número de avaliações da função objetivo  $E_p(\mathbf{x})$  e  $E_T(\mathbf{x})$  por caso e ponto de registro utilizando o método simplex de Nelder-Mead.

Caso	Solução	Variável e ponto de registro			
		Pressão		Temperatura	
		Canhoneio	Poço	Canhoneio	Poço
1	$k = 107 \text{ mD}, \phi = 29\%$	84	85	90	90
2	$k = 100 \text{ mD}, \phi = 12\%$	74	74	88	83
3	$k = 9000 \text{ mD}, \phi = 12\%$	125	123	91	108

O ponto de partida para a busca com o método simplex de Nelder-Mead é o centro da região definida para busca. Para os casos 1 e 2 estabeleceu-se a região  $5 \text{ mD} \leq k \leq 500 \text{ mD}$ ;  $5\% \leq \phi \leq 50\%$  e para o caso 3, a região  $5 \text{ mD} \leq k \leq 15000 \text{ mD}$ ;  $5\% \leq \phi \leq 50\%$ .

O número de avaliações da função objetivo pode ser entendido como uma medida da dificuldade na resolução do problema inverso. Observa-se que não há variação significativa neste número entre o cálculo a partir do canhoneio ou do ponto de referência no poço. Para os casos 1 e 2, de menor capacidade de vazão, a avaliação a partir da pressão foi levemente mais rápida do que a partir da temperatura, apresentando comportamento inverso para o caso 3. Porém, independentemente disto, fato é que a resolução do problema permeabilidade-porosidade é de baixo custo computacional exigindo um pequeno número de avaliações da função objetivo (na ordem de 100).

Outro importante comentário é que a execução do algoritmo de otimização para este primeiro problema (problema  $k - \phi$ ) resultou no mínimo esperado na primeira busca, sem a necessidade de realizar múltiplos reinícios. Apesar de não ser uma prova formal é forte indicativo da convexidade das funções  $E_p(k, \phi)$  e  $E_T(k, \phi)$  nos domínios estabelecidos significando que o mínimo existente é um mínimo global.

#### 4.2.2

#### Avaliação da zona de *Skin* e a existência de múltiplos mínimos locais

Antes de dar prosseguimento para os problemas de maior dimensão com o objetivo de estudar heterogeneidades na permeabilidade do reservatório, é

interessante a discussão de um problema ainda bidimensional da avaliação da região próxima ao poço.

A interação entre os fluidos de perfuração e amortecimento com os fluidos do reservatório e/ou com a rocha da formação pode provocar um dano na região próxima ao poço reduzindo sua permeabilidade. Este efeito, conhecido como efeito de película ou efeito de *skin* que introduz uma queda de pressão adicional ao dado registrado de pressão no canhoneio, foi alvo de estudos durante as décadas de 1940 e 1950. A partir da conhecida expressão para o fator de *skin* introduzida por Hawkins (1956) dada pela Equação(4.1), a solução para a pressão no canhoneio para o problema isotérmico [Equação (2.11)] é reescrita na seguinte forma:

$$S = \left( \frac{k_o}{k_s} - 1 \right) \ln \left( \frac{r_s}{r_w} \right) \quad (4.1)$$

$$p_{wf}(t) = p(t = 0) + \frac{Q_{sco} B_o \mu_o}{4\pi k_o h} \left[ \text{Ei} \left( -\frac{r_w^2}{4\eta_o t} \right) - 2S \right] \quad (4.2)$$

onde  $S$  é o fator adimensional de *Skin*,  $k_o$  é a permeabilidade relativa ao óleo do reservatório,  $k_s$  é a permeabilidade relativa ao óleo na região de *skin* próxima ao poço,  $r_s$  é o raio da região afetada próxima ao poço e  $p_{wf}(t)$  a pressão no canhoneio.

O fator de *skin*  $S$  é positivo quando  $k_s < k_o$  sendo referido como dano do poço. Para o caso em que  $k_s > k_o$ , o fator de *skin*  $S$  é negativo e ocorre quando o poço é estimulado via acidificação ou fraturamento hidráulico com o objetivo de aumentar sua produtividade.

Como pode ser observado pela Equação (4.1) são infinitos os pares  $(k_s, r_s)$  que resultam no mesmo fator de *skin*  $S$  determinando a mesma resposta de pressão dada pela Equação (4.2)<sup>11</sup>. Isso explica porque as técnicas convencionais de avaliações de formação, desenvolvidas a partir dos modelos de escoamento isotérmico em meios porosos, não permitem identificar separadamente a permeabilidade da região de *skin*,  $k_s$ , e o raio afetado por esta região diferenciada,

<sup>11</sup> A dedução da Equação (4.2) a partir da fórmula para o *skin* de Hawkins leva em consideração a modelagem de van Everdingen e Hurst (1953) na qual toda a perda de carga adicional devido a região danificada,  $\Delta p_{skin}$  está concentrada no comprimento infinitesimal na face da formação, onde  $\Delta p_{skin} = \frac{Q_{sco} B_o \mu_o}{2\pi k_o h} S$ .

$r_S$ . Apenas é possível determinar o fator de *skin*  $S$ , que atende a imensa maioria dos casos práticos.

Se fôssemos tentar resolver o problema inverso de determinação dos parâmetros  $k_S$  e  $r_S$  ( $k_o$  conhecido a priori) a partir de uma modelagem isotérmica, cairíamos no problema mal posto com infinitas soluções para o par  $(k_S, r_S)$  que satisfazem a Equação (4.1). As superfícies da Figura 4.4 representam a função objetivo dada pelo erro relativo relacionado à pressão definido na Equação (3.1) calculados a partir de 20 pontos tomados durante o período de fluxo do caso 2, usando o equacionamento do modelo isotérmico expressos nas Equações (4.1) e (4.2). Como pode ser observado, não há um ponto de mínimo e sim uma curva de mínimos dados pelos pares  $(k_S, r_S)$  que satisfazem a Equação (4.1).

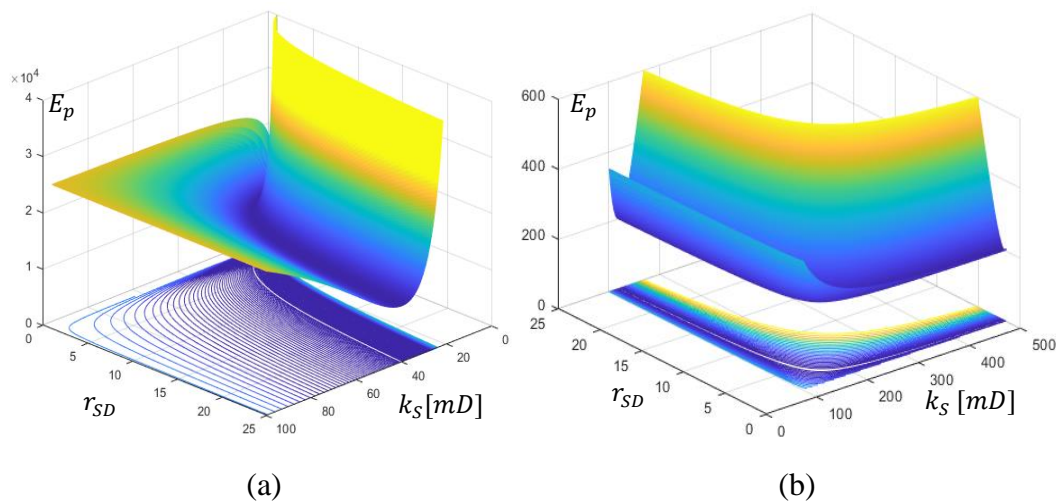


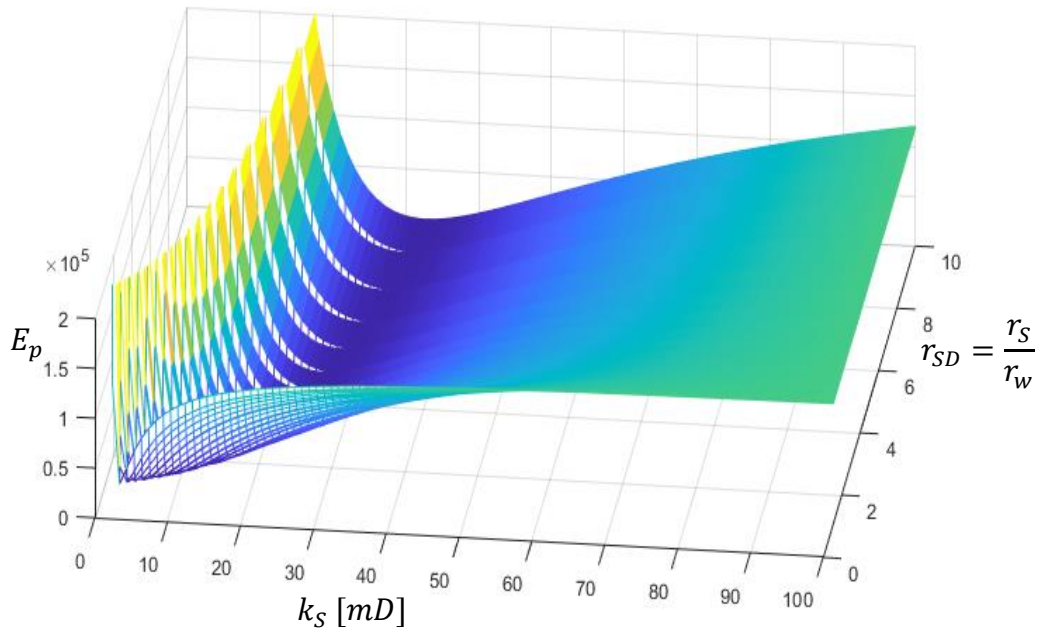
Figura 4.4: Superfícies e curvas de nível de  $E_p(k_S, r_S)$  elaborado a partir dos dados do caso 2 onde em (a) tem-se  $S = 4,83$  e em (b) tem-se  $S = -0,52$  considerando modelo isotérmico.

A partir da modelagem não isotérmica do reservatório, Doru e Horne (2011a) indicam que é possível obter dados relevantes da região próxima do poço que as tradicionais análises do transiente de pressão não mostram. Em seu trabalho é mostrado que na assinatura do registro de temperatura a região próxima ao poço não é mascarada tão facilmente pela estocagem do poço como ocorre na PTA.

A questão agora levantada é: a função objetivo definida com o erro relativo quadrático das Equações (3.1) e (3.2) calculado a partir dos dados de pressão e

temperatura obtidos com o modelo não isotérmico, tem um mínimo absoluto que permite determinar o par  $(k_S, r_S)$ ?

Para visualização deste problema, tomemos como exemplo o caso 2 cuja permeabilidade do reservatório é 100 mD. Será considerada uma região com dano de permeabilidade  $k_S = 25 \text{ mD}$  e raio  $r_S = 5r_w$  que resulta em  $S = 4,83$ . As funções  $E_p(k_S, r_S)$  e  $E_T(k_S, r_S)$  foram calculadas no intervalo  $0 < k_S \leq 100 \text{ mD}$  e  $r_w < r_S \leq 10r_w$  e seus gráficos estão representados na Figura 4.5. Observa-se que o valor do erro apresenta degraus no sentido da variável  $r_S$ . Isso é fruto da discretização do reservatório em elementos radiais para resolução numérica do problema não isotérmico, ou seja, dois valores muito próximos de  $r_S$  podem resultar no mesmo valor de  $E_p$  ou  $E_T$  se estes valores de  $r_S$  caírem no mesmo elemento.



(a)

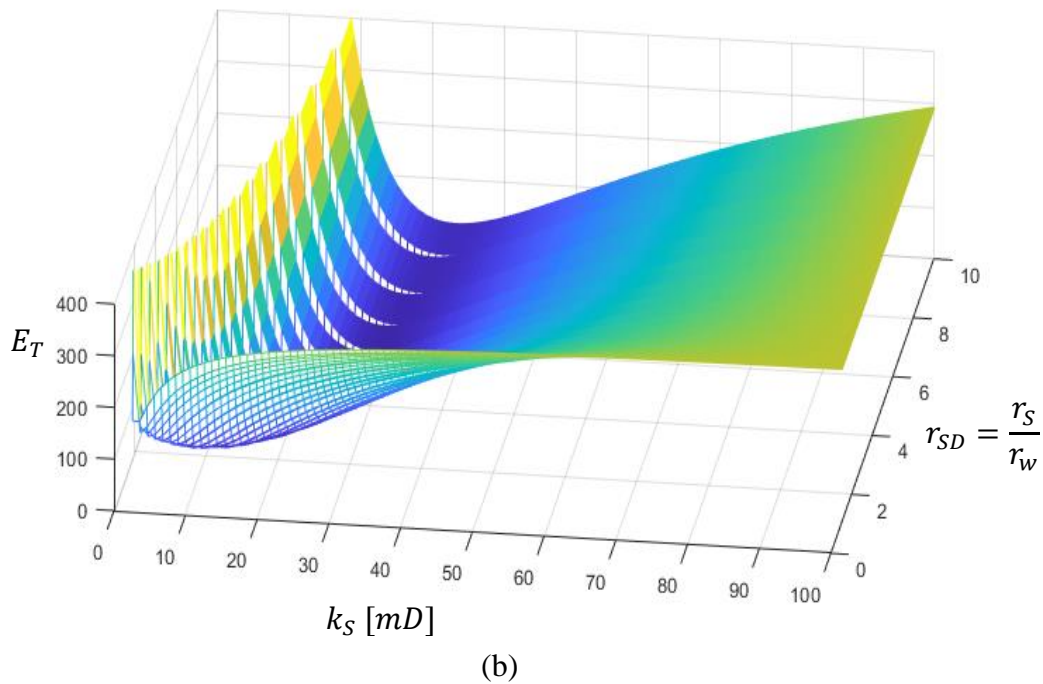


Figura 4.5: Gráfico superfície de (a)  $E_p(k_S, r_S)$  e (b)  $E_T(k_S, r_S)$  elaborado a partir dos dados do caso 2 com  $S = 4,83$  considerando modelo não-isotérmico.

As superfícies da Figura 4.5 se assemelham bastante com a da Figura 4.4a apresentando uma região de vale com a forma da curva definida pela Equação (4.1) para  $S = 4,83$ . Para cada degrau da superfície é possível determinar um valor de permeabilidade  $k_S$  que minimiza o erro relativo utilizando uma das técnicas de busca unidirecional discutidas no item 3.2.1. A Tabela 4.3 mostra o  $k_{S,min}$  e o erro relativo mínimo calculado a partir da pressão e da temperatura no canhoneio para alguns valores de  $r_{SD} = r_S/r_w$  próximos à solução conhecida  $r_{SD} = 5$ . É possível notar que existe um par  $(k_S, r_S)$  que minimiza globalmente o erro relativo. Outra importante observação é que em função da discretização do reservatório que segue uma malha de concentração segundo uma função hiperbólica [Equação (2.70)], o raio  $r_{SD,i} = 4,61$  refere-se ao elemento limitado pelo intervalo  $4,38r_w < r_S \leq 5,01r_w$ , contendo, portanto, a solução buscada.



Tabela 4.3: Pares  $(k_S, r_S)$  que minimizam a função  $E_p$  e  $E_T$  para um dado  $r_S$  para o caso 2 com  $S = 4,83$ .

$r_{SD,i}$	$k_{S,min}$	$E_p(k_{S,min}, r_{S,i})$	$E_T(k_{S,min}, r_{S,i})$
2,09	14,07	8,32	20,72
2,29	15,51	7,25	15,95
2,54	17,04	5,73	11,58
2,82	18,62	4,33	7,73
3,16	20,20	2,82	4,51
3,57	21,78	1,60	2,07
4,04	23,40	0,44	0,53
<b><u>4,61</u></b>	<b><u>25,01</u></b>	<b><u>0,06</u></b>	<b><u>0,00</u></b>
5,28	26,59	0,62	0,54
6,08	28,17	3,00	2,18
7,02	29,70	7,70	4,85
8,14	31,20	16,06	8,45
9,47	32,64	29,51	12,89

O mesmo processo de busca por um mínimo global, elemento a elemento do reservatório, foi feito para o caso 2 considerando um poço estimulado com  $k_S = 400 \text{ mD}$  e raio  $r_S = 2r_w$  que resultando em  $S = -0,52$ . A Figura 4.6 mostra os pares  $(k_S, r_S)_{min}$  encontrados para os dois estudos ( $S = 4,83$  e  $S = -0,52$ ) comparando com a curva dada pela Equação (4.1).

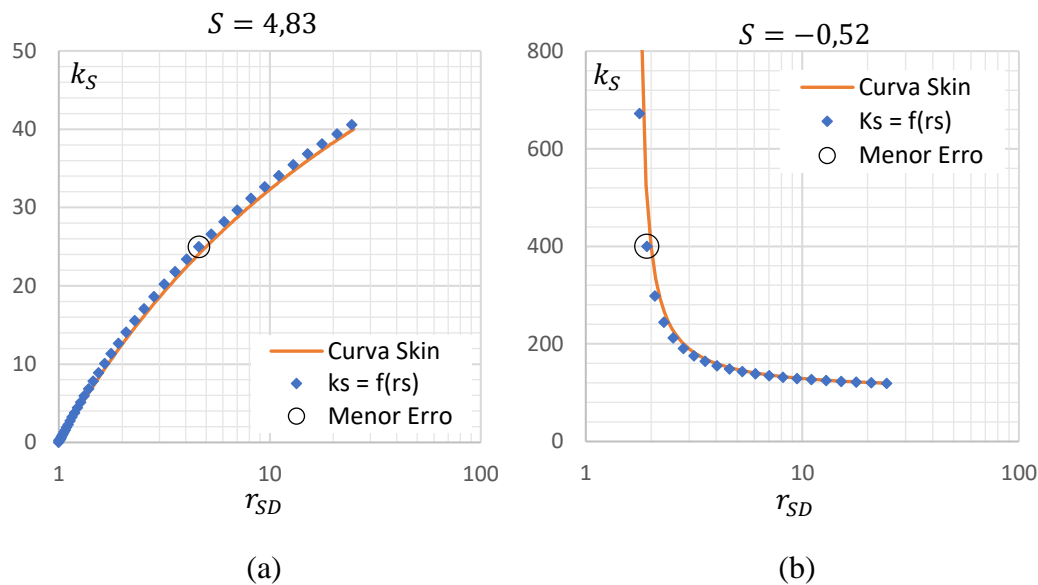


Figura 4.6: Caracterização da região de *Skin* para (a)  $S = 4,83$  e (b)  $S = -0,52$  aplicado ao caso 2.

Observa-se que os pontos de mínimo encontrados quase coincidem com a curva definida pela equação do *skin* de Hawkins e que, ao longo desta curva, existe um ponto que minimiza o erro relativo.

#### 4.2.3

##### **Problema 2: Avaliação dos parâmetros $k_s$ , $r_s$ e $k$ do problema de poço com dano ou estimulado**

A possibilidade de caracterizar a região de *skin*, danificada ou estimulada, via problema inverso, determinando o par  $(k_s, r_s)$  sendo a permeabilidade do reservatório já conhecida nos encoraja a tentar resolver um problema no qual queremos também determinar a permeabilidade do reservatório. Neste problema, o objetivo será determinar o trio de parâmetros  $\mathbf{x} = (k_s, k, r_s)$  que minimiza as funções objetivo erro relativo quadrático associado às leituras de pressão e temperatura.

Não somente devido à característica de múltiplos mínimos na região de *skin*, pode-se esperar que este se trata de um problema inverso mal posto dado que inúmeras combinações  $(k_s, k)$  também tendem a fornecer o mesmo resultado de transiente de pressão. É natural que para o problema tridimensional o algoritmo de otimização encontre mínimos locais para a função objetivo. Por isso, este problema foi resolvido aplicando-se o algoritmo de reinício probabilístico da rotina de otimização via simplex de Nelder-Mead, como discutido no item 3.3.1. Em todas as avaliações estabeleceu-se um máximo de 5000 avaliações da função objetivo na busca do mínimo global.

#### 4.2.3.1

##### **Caso 1**

A primeira aplicação foi para o caso 1, onde se estabeleceu uma região de dano com  $k_s = 35$  mD,  $r_s = 11r_w$  resultando em  $S = 4,93$ . Além disso o problema inverso deve identificar a permeabilidade do reservatório  $k = 107$  mD, obtendo a solução  $\mathbf{x}^* = (35 \text{ mD}, 107 \text{ mD}, 11)$ . O programa foi elaborado com o raio no formato adimensional  $r_{SD} = r_s/r_w$ .

Dentro do limite de 5000 avaliações da função, considerando o erro relativo relacionado à pressão no canhoneio, foram encontrados 19 pontos de mínimo

diferentes. Isso não significa que a rotina de otimização pelo simplex de Nelder-Mead foi reiniciada apenas 19 vezes. Como mostrado no fluxograma da Figura 3.9, eventualmente a rotina pode encontrar um mínimo já encontrado anteriormente e este mínimo não é computado novamente. A Tabela 4.4 mostra os 10 melhores mínimos encontrados na execução do programa, indicando quantas avaliações foram feitas até obter cada mínimo.

Tabela 4.4: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_p(k_s, k, r_s)$  para a pressão tomada no canhoneio e dados do caso 1 com  $S = 4,93$ .

$k_s$ [mD]	$k$ [mD]	$r_{SD}$	$S$	$E_p$	Avaliações
35,00	107,00	11,46 <sup>12</sup>	5,02	0,00	4003
35,64	107,39	11,83	4,97	46,65	2882
37,47	108,74	15,35	5,19	891,85	1045
26,47	104,20	5,01	4,73	2704,71	4398
24,92	103,97	4,37	4,67	3193,29	4806
22,57	103,71	3,51	4,52	3823,08	1330
39,76	111,01	20,97	5,45	4360,18	1596
18,67	103,41	2,68	4,47	4605,95	2018
13,51	103,19	2,00	4,60	5269,87	292
41,88	113,91	28,30	5,75	11452,48	587

Como pode ser observado na primeira linha, o mínimo absoluto correspondente à solução conhecida foi encontrado ao custo de 4003 avaliações da função objetivo. A mesma informação para o caso de avaliação através da função erro relativo calculada a partir da pressão no poço (a 150 m do canhoneio) e a partir da temperatura lida no canhoneio e no poço estão no apêndice A.2.1.

A Tabela 4.5 apresenta um resumo da melhor estimativa de mínimo para a avaliação a partir da pressão e da temperatura tomadas no canhoneio e em uma localidade de referência no poço a 150 m do canhoneio.

<sup>12</sup> Devido a composição discreta dos elementos do reservatório, qualquer raio dentro do intervalo  $10,72 < r_{SD} \leq 11,53$  pertence ao mesmo elemento do reservatório.

Tabela 4.5: Melhores estimativas para os parâmetros  $k_S$ ,  $k$  e  $r_{SD}$  para o caso 1 com  $S = 4,93$ .

Parâmetro	Critério para cálculo da função erro relativo			
	Pressão		Temperatura	
	Canhoneio	Poço @ 150 m	Canhoneio	Poço @ 150 m
$k_S$ [mD]	35,00	35,64	35,42	35,37
$k$ [mD]	107,00	107,38	121,58	126,32
$r_{SD}$	11,46	12,32	11,88	11,74
$S$	5,02	5,06	6,02	6,33
Nº de avaliações	4003	2810	3473	3970

Pode ser observado que a estimativa dos parâmetros feita a partir do registro de pressão é mais precisa do que àquela feita a partir da temperatura. Provavelmente um limite maior para o número de avaliações da função objetivo poderia melhorar a estimativa feita a partir da temperatura.

#### 4.2.3.2 Caso 2

Na segunda aplicação do problema 2, utilizou-se o caso 2 (reservatório com  $k = 100$  mD) dividindo o problema em dois tipos:

- $\mathbf{x}^* = (25 \text{ mD}, 100 \text{ mD}, 5)$ : considerando dano na região próxima do poço com  $S = 4,83$ .
- $\mathbf{x}^* = (400 \text{ mD}, 100 \text{ mD}, 2)$ : considerando estímulo na região próxima do poço com  $S = -0,52$ .

As Tabelas 4.6 e 4.7 apresentam um resumo com os melhores pontos (mínimos globais encontrados) para a estimativa dos parâmetros  $k_S$ ,  $k$  e  $r_{SD}$  para o caso com dano e o caso estimulado, respectivamente. Nelas são apresentados os resultados para as estimativas com o erro relativo calculado a partir da pressão e temperatura lidos no canhoneio e no poço, a 139 m do canhoneio. A listagem dos 10 melhores mínimos para cada um destes casos, com seus respectivos erros relativos está apresentada no apêndice A.2.2.

Tabela 4.6: Melhores estimativas para os parâmetros  $k_S$ ,  $k$  e  $r_{SD}$  para o caso 2 com  $S = 4,83$ .

Parâmetro	Critério para cálculo da função erro relativo			
	Pressão		Temperatura	
	Canhoneio	Poço @ 139 m	Canhoneio	Poço @ 139 m
$k_S$ [mD]	25,00	26,55	26,01	24,01
$k$ [mD]	100,00	100,19	126,73	85,32
$r_{SD}$	4,92	5,30	5,18	4,36
$S$	4,78	4,63	6,37	3,76
Nº de avaliações	1136	4898	1102	666

Tabela 4.7: Melhores estimativas para os parâmetros  $k_S$ ,  $k$  e  $r_{SD}$  para o caso 2 com  $S = -0,52$ .

Parâmetro	Critério para cálculo da função erro relativo			
	Pressão		Temperatura	
	Canhoneio	Poço @ 139 m	Canhoneio	Poço @ 139 m
$k_S$ [mD]	297,99	400,00	400,00	400,00
$k$ [mD]	100,00	100,00	100,00	100,00
$r_{SD}$	2,05	2,01	1,99	1,95
$S$	-0,48	-0,52	-0,52	-0,50
Nº de avaliações	1761	5196	938	858

Para o problema com dano, novamente os resultados das avaliações a partir da leitura de pressão foram melhores do que àqueles a partir da leitura da temperatura. Já para o problema com poço estimulado, a avaliação se mostrou precisa, com exceção daquela referente à leitura da pressão no canhoneio. Mesmo assim, pode ser observado que o melhor mínimo encontrado neste caso corresponde ao segundo melhor mínimo encontrado nos demais (ver apêndice A.2.2). Isso pode significar que o limite de 5000 avaliações pode não ter sido suficiente para alcançar o mesmo mínimo encontrado nos outros casos.

## 4.2.3.3

**Caso 3**

O caso 3 (reservatório com  $k = 9000 \text{ mD}$ ) também foi aplicado ao problema 2 para avaliação da região de *skin* caracterizada por  $k_S = 1000 \text{ mD}$  e  $r_S = 3,5r_W$ , o que resulta em um fator de *skin* aproximado de  $S = 10$ . A Tabela 4.8 apresenta um resumo da melhor estimativa de mínimo para a avaliação a partir da pressão e da temperatura e considerando a tomada destas variáveis no canhoneio e em uma localidade de referência no poço a 188 m do canhoneio. Somente a estimativa feita a partir da pressão no canhoneio não foi a mais adequada apesar do par  $(k_S, k)$  resultar no valor preciso do fator de *skin*.

Tabela 4.8: Melhores estimativas para os parâmetros  $k_S$ ,  $k$  e  $r_{SD}$  para o caso 3 com  $S = 10,02$ .

Parâmetro	Critério para cálculo da função erro relativo			
	Pressão		Temperatura	
	Canhoneio	Poço @ 188 m	Canhoneio	Poço @ 188 m
$k_S \text{ [mD]}$	579,42	1000,00	996,46	1000,00
$k \text{ [mD]}$	8964,44	9000,00	9315,52	8999,99
$r_{SD}$	2,00	3,50	3,70	3,54
$S$	10,03	10,02	10,93	10,11
Nº de avaliações	305	3628	506	2152

A listagem dos 10 melhores mínimos para cada um destes casos, com seus respectivos erros relativos está apresentada no apêndice A.2.3.

## 4.2.4

**Problema 3: Avaliação dos parâmetros  $k_1$ ,  $k_2$  e  $L$  do problema de reservatório radial bicomposto**

Este problema tenta caracterizar um reservatório radialmente composto de duas camadas tal como representado na Figura 4.7. Da mesma forma que para o problema 2, existem infinitas combinações  $\mathbf{x} = (k_1, k_2, L)$  que resultariam na mesma permeabilidade equivalente tendo a mesma resposta de pressão se considerássemos o modelo de reservatório isotérmico. Utilizando o modelo não-isotérmico, podemos identificar a existência de vários mínimos locais e, ao

categorizá-los em ordem crescente pode-se identificar o melhor dos mínimos para tomá-lo como uma estimativa de resolução do problema inverso. Como feito para o problema 2, estabeleceu-se o limite de 5000 avaliações da função objetivo erro relativo para a busca do melhor mínimo utilizando-se da implementação do reinício probabilístico.

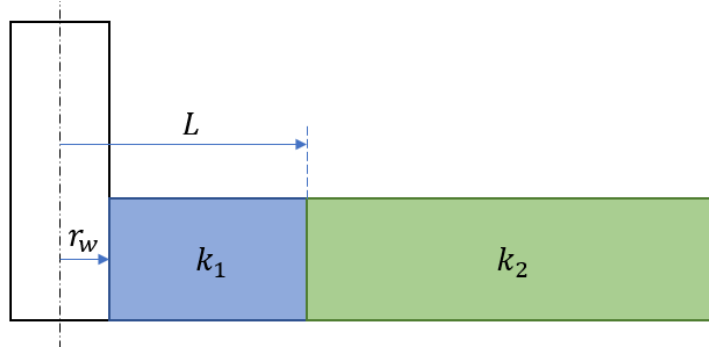


Figura 4.7: Esquema do reservatório radialmente bicomposto.

O problema foi aplicado aos 3 casos e os resultados são mostrados nos itens a seguir. Para que seja possível a identificação de uma descontinuidade no reservatório é importante que ela se encontre dentro do raio de investigação do teste de formação. O raio de investigação pode ser entendido como uma aproximação de engenharia para identificar a distância máxima dentro do reservatório que o efeito da produção do poço pode ser percebido. Uma expressão para estimar o raio de investigação é dada por:

$$r_{inv} = 1,5 \sqrt{\frac{k_o t}{\phi \mu c_t}} \quad (4.3)$$

onde  $t$  é o tempo de produção do teste de formação.

A Tabela 4.9 contém o valor aproximado do raio de investigação para os casos 1, 2 e 3 considerando o reservatório homogêneo tal como descritos nos itens 2.4.1, 2.4.2 e 2.4.3.

Tabela 4.9: Raio de investigação para os 3 casos de teste de formação considerando reservatório homogêneo.

Caso	$k_o$ [mD]	$t_p$ [h]	$r_{inv}$ [m]
1	107	120	291
2	100	48	519
3	9000	24	3480

4.2.4.1  
Caso 1

A primeira aplicação do problema 3 considerou o caso 1 (reservatório originalmente com  $k = 107\text{ mD}$ ) dividindo o problema em dois tipos.

No primeiro, tem-se  $k_1 = 107\text{ mD}$ ,  $k_2 = 50\text{ mD}$  e  $L = 150\text{ m}$ . A resposta esperada para a derivada logarítmica do diferencial de pressão é um patamar referente à primeira permeabilidade e um segundo patamar, mais elevado, indicando a existência de uma camada em regime de fluxo radial infinito de permeabilidade menor. A Figura 4.8 mostra um gráfico com o perfil de pressão no reservatório e o gráfico diagnóstico. Na Figura 4.8a pode ser percebido uma variação no perfil em  $r = 150\text{ m}$  devido à diferença de permeabilidade. Na Figura 4.8b observa-se o início da elevação do patamar da derivada logarítmica do diferencial de pressão. O tempo de teste de produção não foi suficiente para caracterizar de forma clara a existência do segundo patamar.

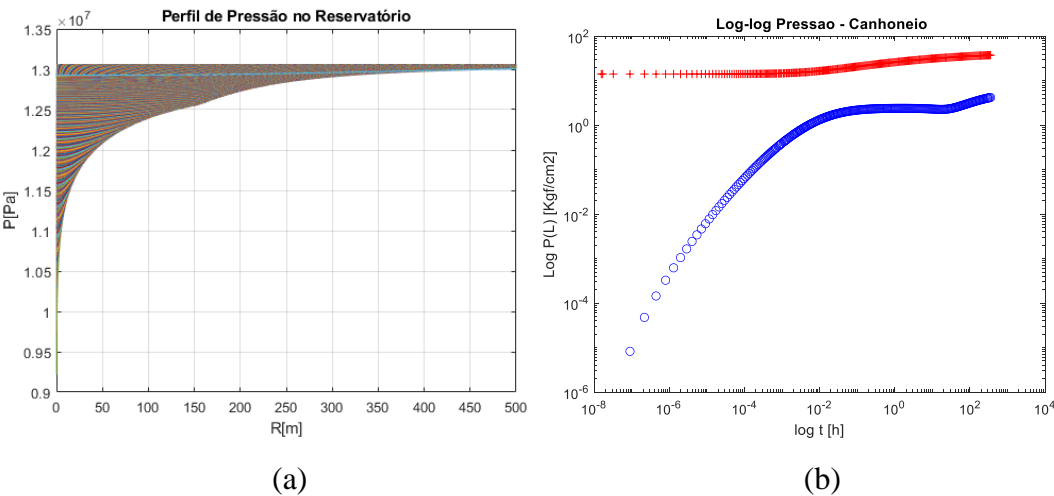


Figura 4.8: Caso 1 com  $k_1 = 107\text{ mD}$ ,  $k_2 = 50\text{ mD}$  e  $L = 150\text{ m}$ . (a) Perfil de pressão nos 500 primeiros metros do reservatório. (b) Gráfico diagnóstico do teste de formação com a pressão lida no canhoneio.



A execução do programa do problema inverso para este problema conseguiu encontrar de forma satisfatória o ponto  $\mathbf{x} = (k_1, k_2, L)$  considerando tanto a leitura de pressão quanto a de temperatura, seja no canhoneio ou no poço, a 150 m do canhoneio. A Tabela 4.10 contém o melhor ponto de mínimo encontrado para cada tipo de avaliação da função erro relativo. Para os demais pontos de mínimo para cada caso, consultar o apêndice A.3.1.

Tabela 4.10: Melhores estimativas para os parâmetros  $k_1$ ,  $k_2$  e  $L$  para o caso 1 com  $\mathbf{x}^* = (107\text{ mD}, 50\text{ mD}, 150\text{ m})$ .

Parâmetro	Critério para cálculo da função erro relativo			
	Pressão		Temperatura	
	Canhoneio	Poço @ 150 m	Canhoneio	Poço @ 150 m
$k_1$ [mD]	107,00	107,00	107,00	106,99
$k_2$ [mD]	50,00	50,00	50,00	53,71
$L$ [m]	150,12	153,58	155,12	147,18
Nº de avaliações	1667	1941	409	4325

Ainda com o caso 1, foi testado um segundo tipo de configuração de reservatório considerando  $k_1 = 107\text{ mD}$ ,  $k_2 = 300\text{ mD}$  e  $L = 150\text{ m}$ . A Figura 4.9 mostra um gráfico com o perfil de pressão no reservatório e o gráfico diagnóstico para o teste neste reservatório. No caso da Figura 4.9b, observa-se o início da existência de um segundo patamar mais baixo indicando uma região de permeabilidade mais elevada.

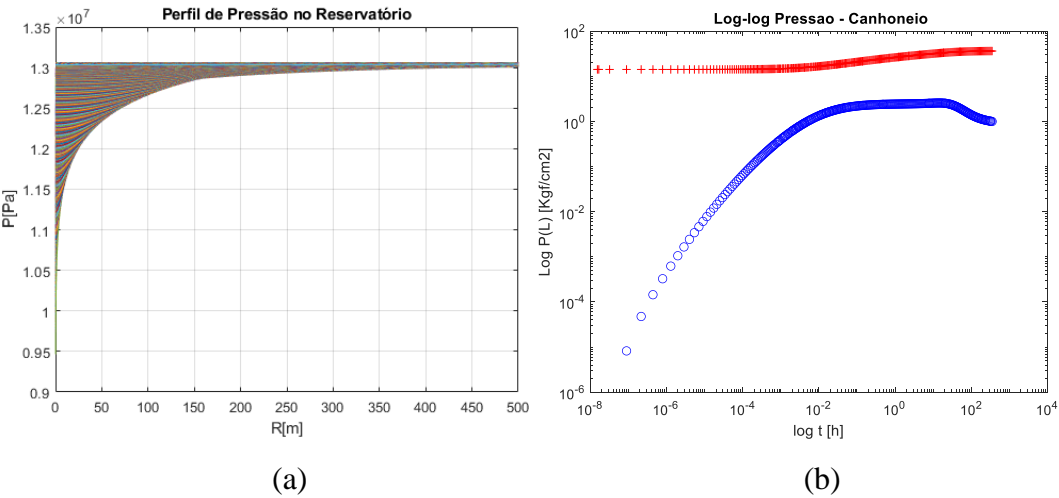


Figura 4.9: Caso 1 com  $k_1 = 107\text{ mD}$ ,  $k_2 = 300\text{ mD}$  e  $L = 150\text{ m}$ . (a) Perfil de pressão nos 500 primeiros metros do reservatório. (b) Gráfico diagnóstico do teste de formação com a pressão lida no canhoneio.

Os resultados da avaliação para esta configuração também se mostraram relativamente satisfatórios como pode ser visto na Tabela 4.11. Nela são indicados o melhor ponto de mínimo encontrado para cada tipo de avaliação da função erro relativo considerando a leitura de pressão e de temperatura, no canhoneio e no poço a 150 m do canhoneio. Para os demais pontos de mínimo para cada caso, consultar o apêndice A.3.1.

Tabela 4.11: Melhores estimativas para os parâmetros  $k_1$ ,  $k_2$  e  $L$  para o caso 1 com  $x^* = (107 \text{ mD}, 300 \text{ mD}, 150 \text{ m})$ .

Parâmetro	Critério para cálculo da função erro relativo			
	Pressão		Temperatura	
	Canhoneio	Poço @ 150 m	Canhoneio	Poço @ 150 m
$k_1$ [mD]	107,00	107,00	107,01	106,99
$k_2$ [mD]	300,00	300,00	310,91	340,17
$L$ [m]	151,46	152,95	157,09	163,66
Nº de avaliações	3995	1598	2766	2355

#### 4.2.4.2

##### Caso 2

Na segunda aplicação do problema 3, utilizou-se o caso 2 no qual os 100 m metros do reservatório tem permeabilidade de 100 mD e o restante tem permeabilidade de 500 mD.

A Figura 4.10 mostra o perfil de pressão no reservatório ao final do período de fluxo e o gráfico diagnóstico mostrando a existência de um segundo patamar mais baixo, indicativo do aumento da permeabilidade de 100 mD para 500 mD.

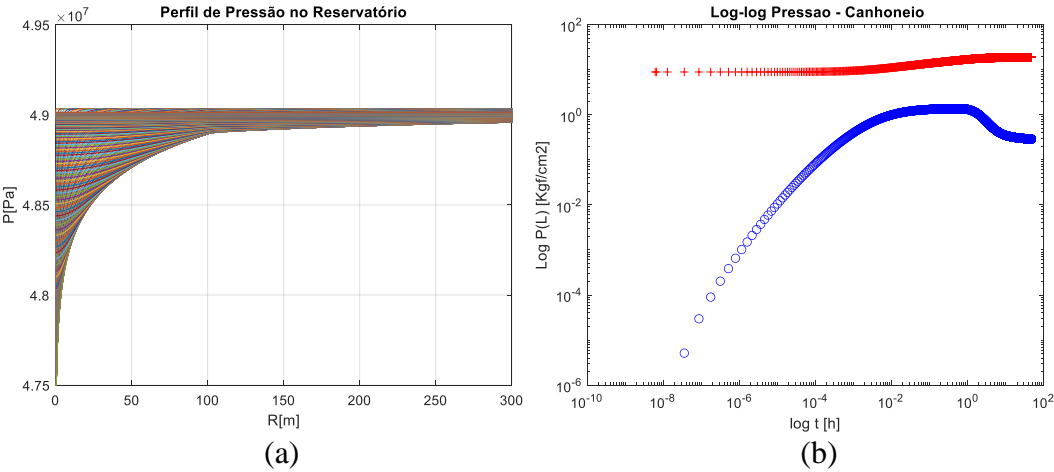


Figura 4.10: Caso 2 com  $k_1 = 100 \text{ mD}$ ,  $k_2 = 500 \text{ mD}$  e  $L = 100 \text{ m}$ . (a) Perfil de pressão nos 300 primeiros metros do reservatório. (b) Gráfico diagnóstico do teste de formação com a pressão lida no canhoneio.

Os resultados da avaliação para esta configuração também se mostraram satisfatórios como pode ser visto na Tabela 4.12. Nela são indicados o melhor ponto de mínimo encontrado para cada tipo de avaliação da função erro relativo considerando a leitura de pressão e de temperatura, no canhoneio e no poço a 139 m do canhoneio. Para os demais pontos de mínimo para cada caso, consultar o apêndice A.3.2.

Tabela 4.12: Melhores estimativas para os parâmetros  $k_1$ ,  $k_2$  e  $L$  para o caso 2 com  $\mathbf{x}^* = (100 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 100 \text{ m})$ .

Parâmetro	Critério para cálculo da função erro relativo			
	Pressão		Temperatura	
	Canhoneio	Poço @ 139 m	Canhoneio	Poço @ 139 m
$k_1$ [mD]	100,00	100,00	100,00	99,65
$k_2$ [mD]	500,00	500,00	500,00	434,76
$L$ [m]	100,67	100,76	103,28	113,69
Nº de avaliações	2822	547	982	2218

#### 4.2.4.3 Caso 3

A última aplicação do problema 3 considerou o caso 3 no qual uma região de permeabilidade bem inferior existe após 300 m do poço. Nesta avaliação tem-se  $k_1 = 9000$  mD,  $k_2 = 500$  mD e  $L = 300$  m.

A Figura 4.11 mostra o perfil de pressão no reservatório ao final do período de fluxo e o gráfico diagnóstico mostrando a existência de um segundo patamar mais elevado, fruto da redução da permeabilidade de 9000 mD para 500 mD.

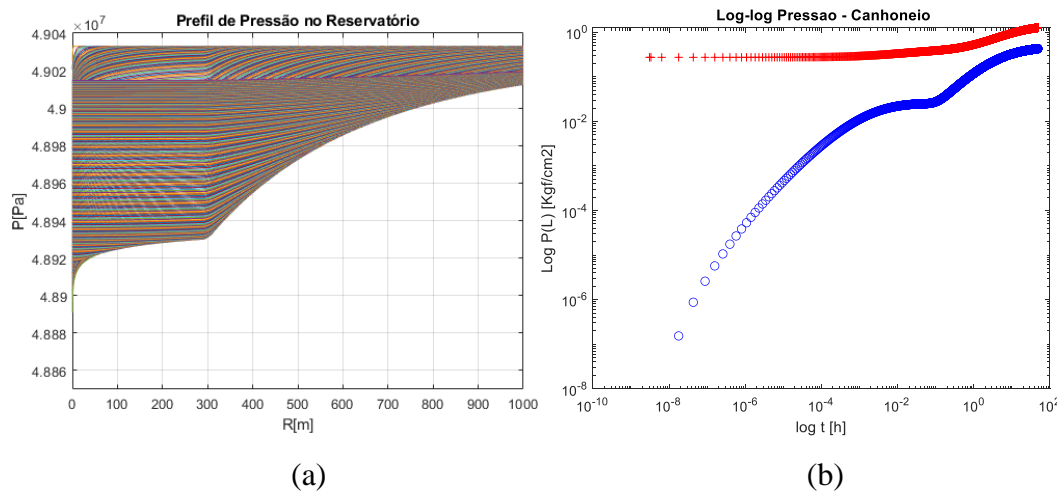


Figura 4.11: Caso 3 com  $k_1 = 9000$  mD,  $k_2 = 500$  mD e  $L = 300$  m. (a) Perfil de pressão nos 1000 primeiros metros do reservatório. (b) Gráfico diagnóstico do teste de formação com a pressão lida no canhoneio.

Os resultados da avaliação para esta configuração também se mostraram relativamente satisfatórios como pode ser visto na Tabela 4.13. Nela são indicados o melhor ponto de mínimo encontrado para cada tipo de avaliação da função erro relativo considerando a leitura de pressão e de temperatura, no canhoneio e no poço a 188 m do canhoneio. Apenas o resultado obtido a partir da leitura da temperatura no poço apresentou o melhor mínimo um pouco afastado do resultado conhecido, muito provavelmente porque 5000 avaliações da função foi insuficiente para chegar no mínimo global procurado. Para os demais pontos de mínimo para cada caso, consultar o apêndice A.3.3.

Tabela 4.13: Melhores estimativas para os parâmetros  $k_1$ ,  $k_2$  e  $L$  para o caso 3 com  $\mathbf{x}^* = (9000 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 300 \text{ m})$ .

Parâmetro	Critério para cálculo da função erro relativo			
	Pressão		Temperatura	
	Canhoneio	Poço @ 188 m	Canhoneio	Poço @ 188 m
$k_1$ [mD]	9000,00	9018,37	9000,00	9973,83
$k_2$ [mD]	500,00	499,66	500,00	408,24
$L$ [m]	292,39	294,73	289,50	438,80
Nº de avaliações	2942	1395	4906	2293

### 4.3

#### Avaliação dos parâmetros de reservatório a partir de sinais com ruído

A resolução do problema inverso até agora considerou que a informação conhecida a priori era precisa, isenta de ruídos e incertezas. Nessa abordagem, o erro relativo dado pelas Equações (3.1) e (3.2) calculado no ponto de mínimo global é nulo. Foi o que aconteceu com todas as avaliações para o problema bidimensional  $k - \phi$  que convergiram para um mínimo, sugerindo que existe um único mínimo no domínio estabelecido para a busca, que foi bastante amplo.

Já para os problemas de dimensão 3, no qual o método de busca simplex de Nelder-Mead foi reiniciado a partir de vários pontos escolhidos dentro do domínio, vários mínimos foram encontrados para o mesmo problema sendo que a função erro relativo não tenha sido necessariamente nula. Porém, na grande maioria dos casos o mínimo global parece ter sido encontrado dentro do limite de 5000 avaliações da função, uma vez que o erro associado a este mínimo também foi nulo<sup>13</sup>.

No entanto, faz-se interessante avaliar quão robusta pode ser a avaliação dos parâmetros do reservatório a partir da modelagem não isotérmica considerando ruídos que as variáveis de pressão e temperaturas podem ter, lidas no canhoneio (hipoteticamente) ou no poço. Com o objetivo de verificar em quanto a avaliação fica prejudicada para cada nível de ruído em cada problema, foi introduzido um nível crescente de ruído ao sinal de pressão e temperatura, tomado no canhoneio ou

<sup>13</sup> Diz-se nulo considerando a tolerância estabelecida para a convergência do processo iterativo de otimização.

no poço. Os resultados das estimativas dos parâmetros em função do nível de ruídos são mostrados e discutidos a seguir.

#### 4.3.1

##### **Descrição do ruído**

Para representar um dado mais realista das leituras de pressão e temperatura foi introduzido ao sinal simulado do problema direto um ruído composto pela média entre uma parcela harmônica e uma parcela aleatória. A parcela harmônica é composta por 3 ondas somadas com períodos de 12 horas, 1 min e 10 segundos com amplitudes relativas de 10, 1 e 2, respectivamente, para representar os ruídos oriundos da variação de marés e ondas frequentemente percebidos nos sensores de pressão dos poços nos períodos de estática. A parcela aleatória<sup>14</sup> tem objetivo de representar os ruídos na leitura e transmissão dos sinais dos instrumentos. Convencionou-se ainda estabelecer que a amplitude do ruído durante o período de estática é 20% da amplitude do ruído durante o fluxo para representar a perturbação que existe na leitura dos sinais com o poço produzindo. Em todos os dados mostrados, a amplitude referenciada corresponde a amplitude do período de fluxo.

Cada caso discutido apresenta um diferencial de pressão e de temperatura durante o teste de formação que é maior quanto menor for a transmissibilidade do reservatório e mais longo for o período de fluxo. Isso significa que um mesmo nível de ruído, em termos absolutos, terá muito mais influência no caso 3 do que no caso 1. Para que seja possível uma comparação entre os casos e garantir que o ruído não mascare completamente os sinais, os problemas são testados com a amplitude do ruído até aproximadamente 20% do diferencial de pressão e temperatura de cada caso.

#### 4.3.2

##### **Problema 1: Avaliação da permeabilidade $k$ e porosidade $\phi$**

Nesta seção será verificada a influência do ruído na avaliação da permeabilidade e na porosidade dos reservatórios homogêneos. A resolução deste

---

<sup>14</sup> A parcela aleatória foi gerada a partir do comando “rand” do Matlab que produz uma sequência de números pseudoaleatórios uniformemente distribuídos dentro de um intervalo especificado.

primeiro problema se mostrou ser bem rápida exigindo em média 100 avaliações da função objetivo (Tabela 4.2). Dado que o sinal ruidoso é diferente a cada execução do programa, para este problema a avaliação para cada nível de ruído foi feita 10 vezes.

#### 4.3.2.1 Caso 1

Neste caso, onde o reservatório tem  $k = 107$  mD,  $\phi = 29\%$  e o poço produz por 120 horas, tem-se como resultado um diferencial de pressão e temperatura no canhoneio de aproximadamente  $38$  kgf/cm<sup>2</sup> e  $0,64$  °C, respectivamente. A amplitude dos ruídos de pressão e temperatura considerados foram até  $10$  kgf/cm<sup>2</sup> e  $0,175$  °C, respectivamente. Os gráficos da Figura 4.12 apresentam uma visualização dos sinais de pressão e temperatura para 2 níveis de ruídos nesta faixa.

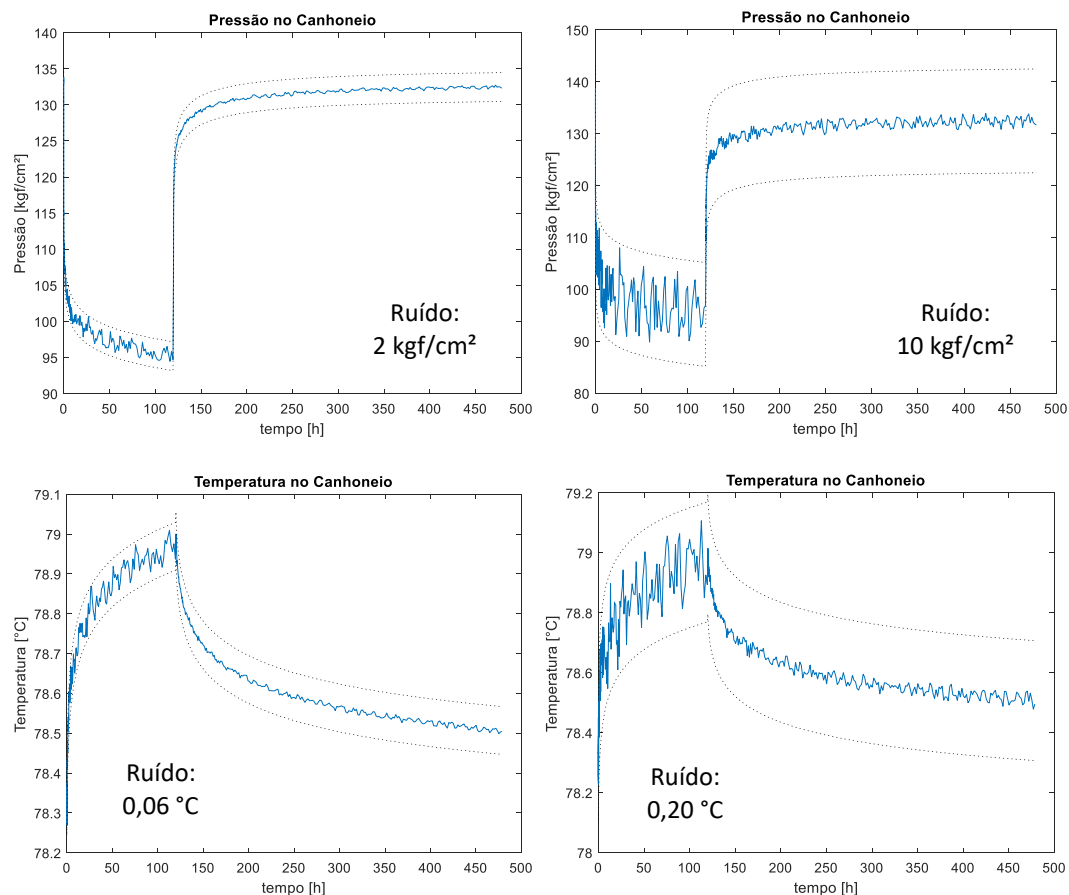
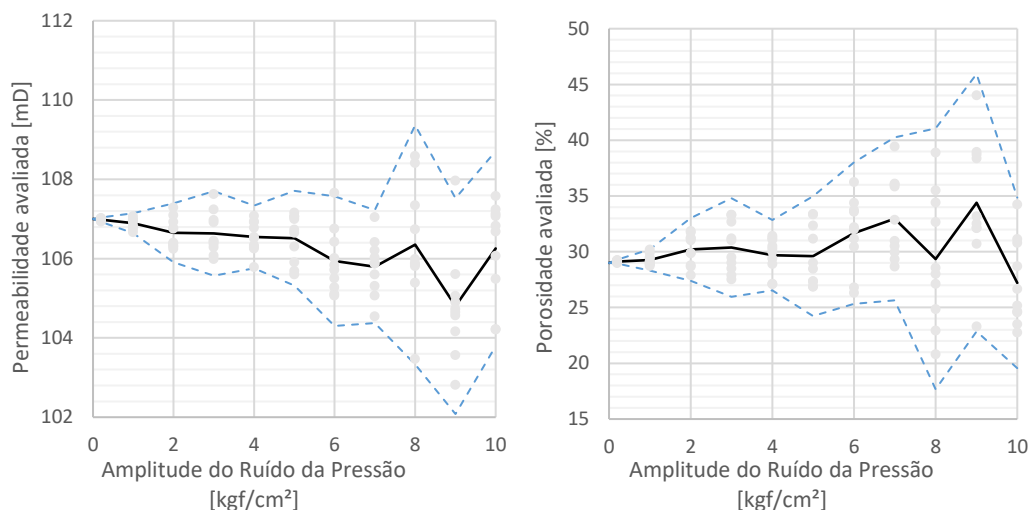


Figura 4.12: Sinal para avaliação do problema inverso do caso 1 com diferentes níveis de ruído.

A Figura 4.13 contém o resultado das estimativas encontradas para o valor da permeabilidade e da porosidade em função do nível crescente de ruído. Nos gráficos é mostrado a média (linha cheia preta) e uma medida da dispersão dos resultados encontrados indicado pelas curvas dois desvios-padrão acima e abaixo da média (linhas azuis tracejadas). Os pontos claros são os valores encontrados em cada execução do programa.

Avaliação a partir da pressão no canhoneio



Avaliação a partir da temperatura no canhoneio

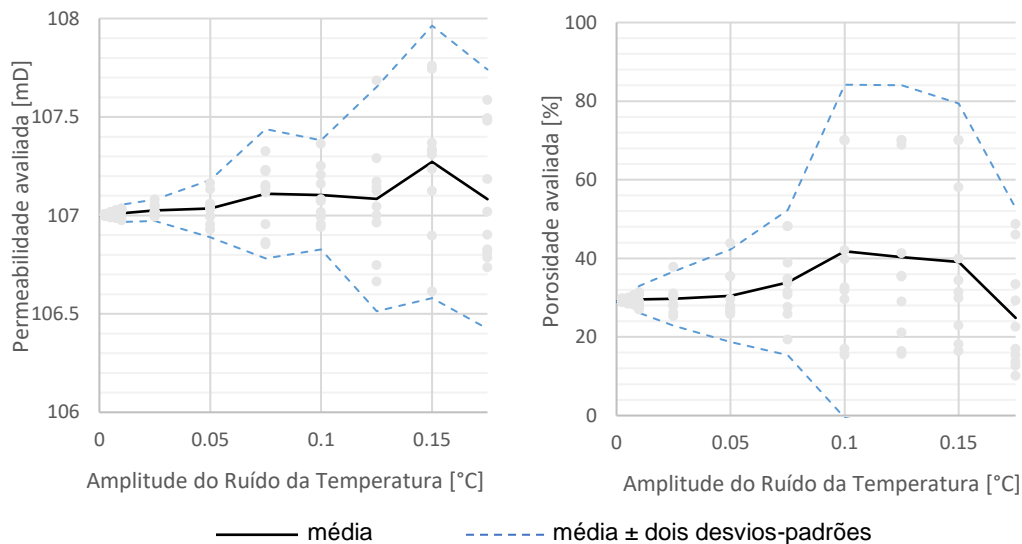


Figura 4.13: Resultado da avaliação da permeabilidade e porosidade para o caso 1 com dados obtidos a partir do canhoneio.

A mesma avaliação foi feita para o caso 1 a partir dos dados tomados no poço, a 150 m do canhoneio estão no apêndice B.1.1.



Como esperado, a dispersão dos resultados aumenta à medida em que o ruído no sinal também aumenta, porém a avaliação da permeabilidade se mostra bem mais robusta do que a avaliação da porosidade. Esse resultado foi observado tanto para o sinal de pressão quanto para o sinal de temperatura, seja ele tomado no canhoneio ou em alguma posição de referência no poço. Focando apenas na estimativa da porosidade, é possível observar que a avaliação a partir da temperatura é muito sensível aos ruídos sendo, em termos práticos, a temperatura ineficaz para avaliação da porosidade. Muitos dos resultados da avaliação a partir da temperatura no poço convergiram para o limite que foi estabelecido para o valor de porosidade (70%).

Olhando o comportamento da função erro relativo calculada a partir dos sinais de pressão e de temperatura na região próxima da solução, é possível entender estes resultados (Figura 4.14). As funções apresentam curvaturas muito mais expressivas no sentido da variação da permeabilidade do que da porosidade  $\left(\left|\frac{\partial E_{p,T}}{\partial k}\right| > \left|\frac{\partial E_{p,T}}{\partial \phi}\right|\right)$ . No caso da porosidade, a avaliação a partir da pressão é melhor do que àquela feita a partir da temperatura porque  $\left|\frac{\partial E_p}{\partial \phi}\right| > \left|\frac{\partial E_T}{\partial \phi}\right|$ .

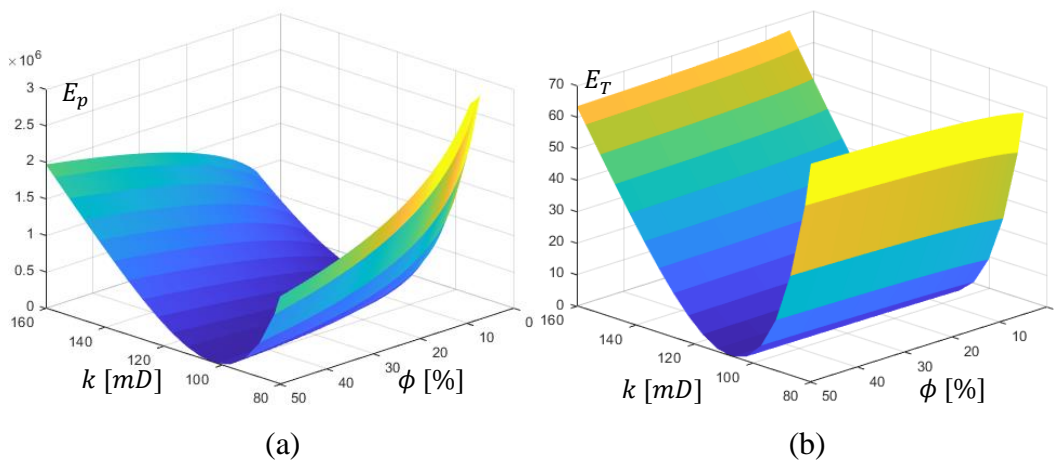


Figura 4.14: Gráfico de superfície da função erro relativo para (a) pressão e (b) temperatura para o caso 1.

#### 4.3.2.2

##### Caso 2

No caso 2, onde o reservatório tem  $k = 100$  mD,  $\phi = 12\%$  e o poço produz por 48 horas, tem-se como resultado um diferencial de pressão e temperatura no canhoneio de aproximadamente  $22 \text{ kgf/cm}^2$  e  $0,24 \text{ }^\circ\text{C}$ , respectivamente. A

amplitude dos ruídos de pressão e temperatura considerados foram até 5 kgf/cm<sup>2</sup> e 0,05 °C, respectivamente.

A Figura 4.15 contém o resultado das estimativas encontradas para o valor da permeabilidade e da porosidade em função do nível crescente de ruído dos sinais lidos no canhoneio. As estimativas de permeabilidade e porosidade para este caso a partir dos sinais tomados no poço a 139 m do canhoneio estão no apêndice B.1.2.

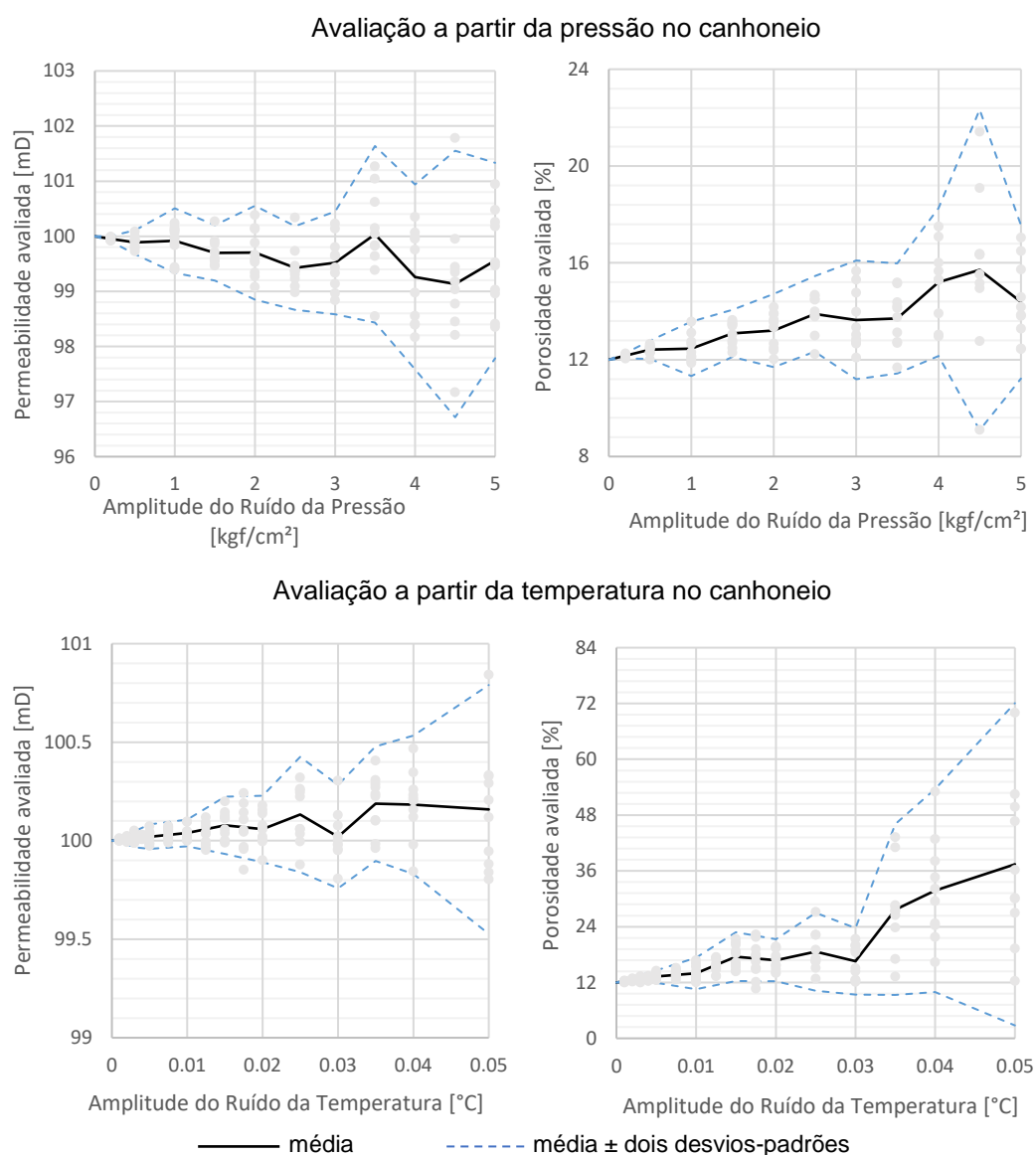


Figura 4.15: Resultado da avaliação da permeabilidade e porosidade para o caso 2 com dados obtidos a partir do canhoneio.

As mesmas tendências observadas no caso 1 são observadas no caso 2.

### 4.3.2.3 Caso 3

No caso 3, o reservatório tem  $k = 9000$  mD,  $\phi = 12\%$  e o poço produz por 24 horas. Ao final do período de fluxo o diferencial de pressão e temperatura no canhoneio de aproximadamente  $0,53$  kgf/cm<sup>2</sup> e  $0,004$  °C, respectivamente. Neste caso, a amplitude dos ruídos de pressão e temperatura considerados ficaram restritos a  $0,02$  kgf/cm<sup>2</sup> e  $0,001$  °C, respectivamente.

Na Figura 4.16 são mostrados os resultados das estimativas encontradas para o valor da permeabilidade e da porosidade em função do nível crescente de ruído dos sinais lidos no canhoneio. As estimativas destes parâmetros para os sinais tomados no poço a 188 m do canhoneio estão no apêndice B.1.3.

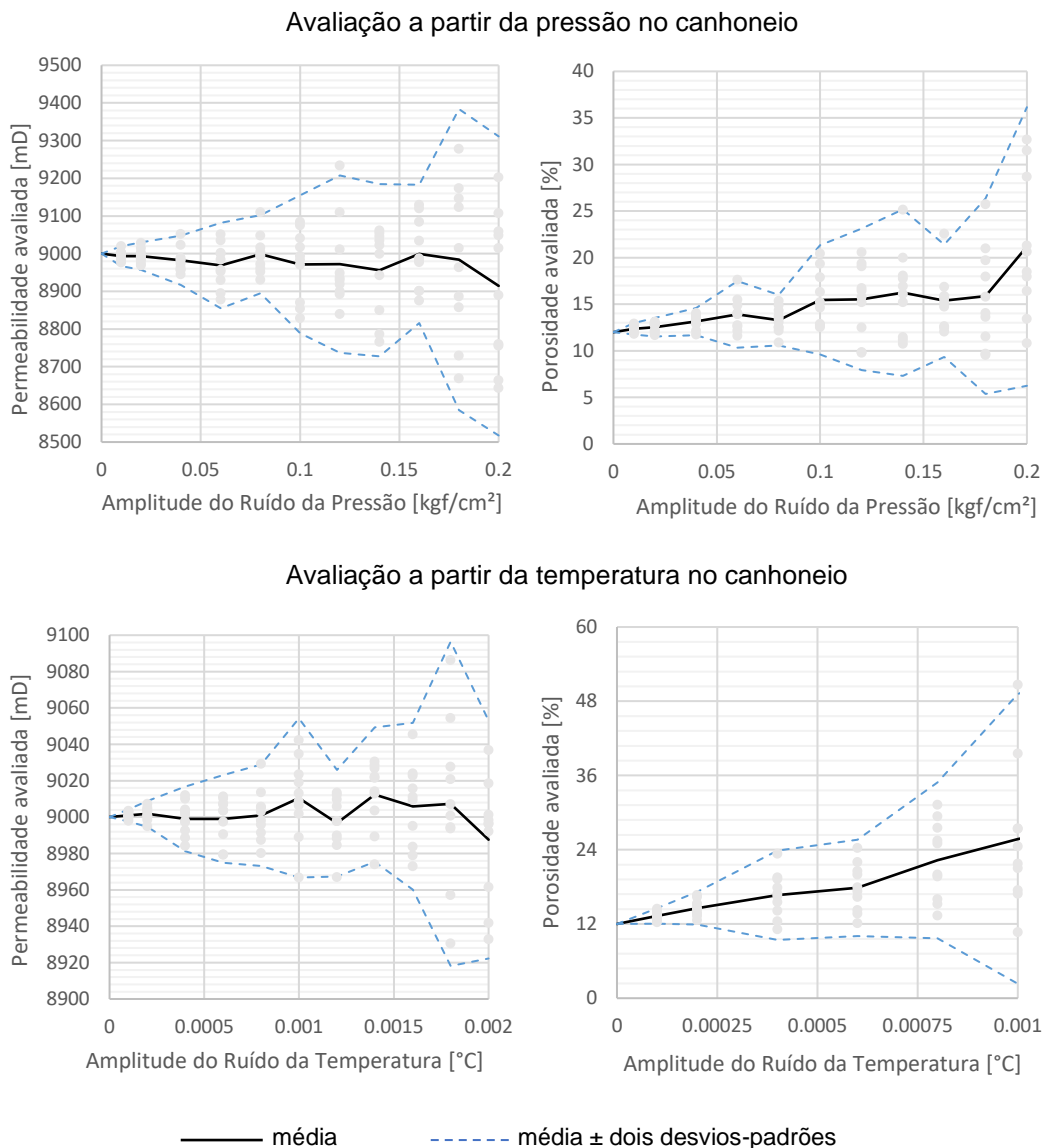


Figura 4.16: Resultado da avaliação da permeabilidade e porosidade para o caso 3 com dados obtidos a partir do canhoneio.

O nível de ruído associado ao sinal de temperatura capaz de distorcer os resultados é muito pequeno. Isso inviabiliza a utilização desse sinal para estimativa de parâmetros em reservatórios de alta permeabilidade com baixo *drawdown* como o do caso 3. No entanto, semelhante aos demais casos, a avaliação a partir do sinal de pressão possui a robustez necessária para uma avaliação adequada.

É importante destacar que o sinal de pressão, uma vez oriundo do modelo não isotérmico, já contempla os efeitos dos ruídos térmicos relatados por Hasan *et al* (1997) e Galvão *et al* (2018, 2020). Dessa forma, a avaliação da permeabilidade, mesmo com o sinal de pressão tomado no poço (Figura. B.3) ainda caracteriza bem o reservatório.

Para comparar a resposta ao problema 1 (avaliação da permeabilidade e porosidade considerando reservatório homogêneo) entre os diferentes casos é apresentado no apêndice B.1.4 o erro relativo na estimativa de permeabilidade e porosidade em função do ruído relativo tendo como referência o diferencial de pressão e temperatura ao final do período de fluxo. Os dados apresentados se referem aos valores médios da série de simulações para cada caso.

#### 4.3.3

##### **Problema 2: Avaliação dos parâmetros $k_s$ , $r_s$ e $k$ do problema de poço com dano ou estimulado**

O efeito do ruído nas variáveis estimadas pelo problema 2 foi testado para o caso 1 com fator de *skin*  $S = 4,83$  ( $k_s = 35$  mD,  $r_s = 11r_w$ ) e permeabilidade do reservatório  $k = 107$  mD. A avaliação dos parâmetros  $k_s$ ,  $k$  e  $r_s$  foram feitas a partir dos dados ruidosos de pressão e temperatura, no canhoneio e no poço a 150m do canhoneio. Devido ao alto custo para a resolução deste tipo de problema, apenas uma execução do programa por nível de ruído foi feita.

A Figura 4.17 mostra o resultado encontrado para a permeabilidade do reservatório em função do nível crescente de ruído. Conforme já adiantado pela análise das respostas ao problema  $k\phi$ , a avaliação a partir dos dados de pressão se mostram mais robustas do que àquela feita a partir dos dados de temperatura. Na Figura 4.18 é mostrado o valor do *skin*, calculado a partir dos parâmetros  $k_s$ ,  $k$  e  $r_s$  avaliados individualmente.

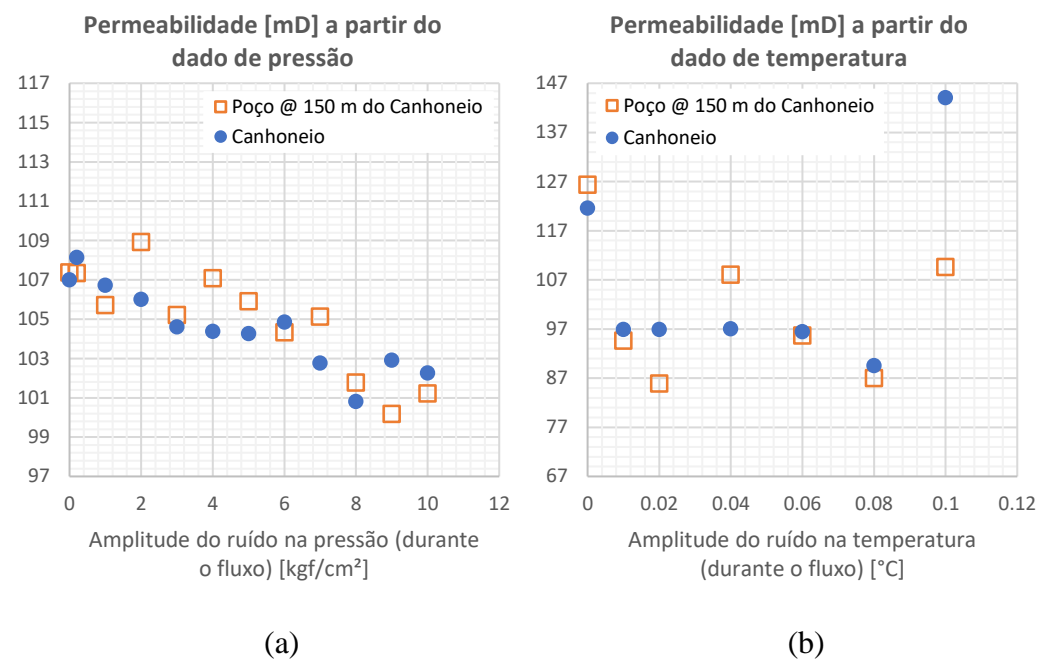


Figura 4.17: Resultado da avaliação da permeabilidade para o caso 1 no problema 2 com ruído crescente dos sinais de (a) pressão e (b) temperatura.

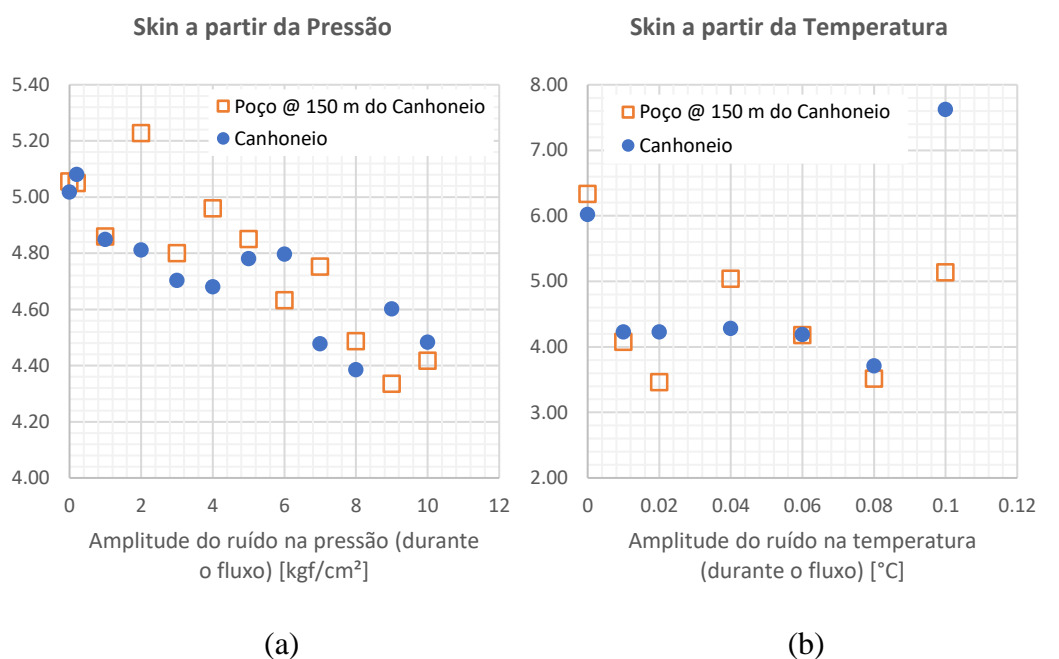


Figura 4.18: Resultado da avaliação do *skin* para o caso 1 no problema 2 com ruído crescente dos sinais de (a) pressão e (b) temperatura.

## 4.3.4

**Problema 3: Avaliação dos parâmetros  $k_1$ ,  $k_2$  e  $L$  do problema de reservatório radial bicomposto**

O caso 3 com a configuração  $k_1 = 9000$  mD,  $k_2 = 500$  mD e  $L = 300$  m foi o escolhido para o estudo da influência dos ruídos na avaliação dos parâmetros. As Figuras 4.19, 4.20 e 4.21 mostram o resultado da avaliação dos parâmetros  $k_1$ ,  $k_2$  e  $L$  respectivamente. Foram feitas execuções do programa com erro relacionado ao sinal de pressão e de temperatura tomados no canhoneio e no poço a 188 m do canhoneio.

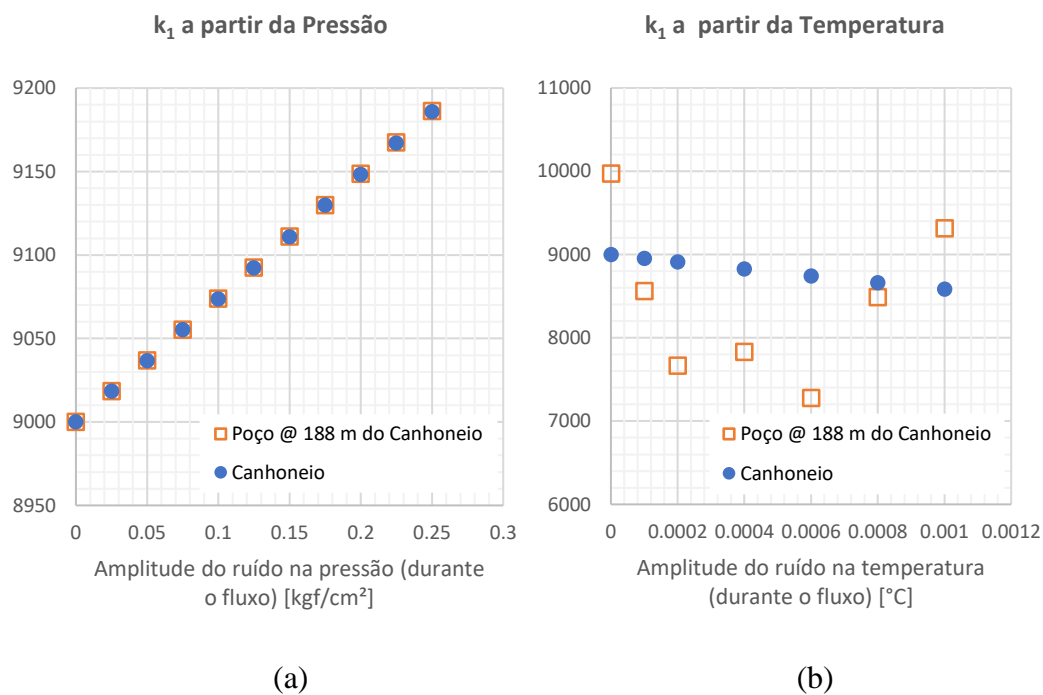


Figura 4.19: Resultado da avaliação de  $k_1$  para o caso 3 no problema 3 com ruído crescente dos sinais de (a) pressão e (b) temperatura.

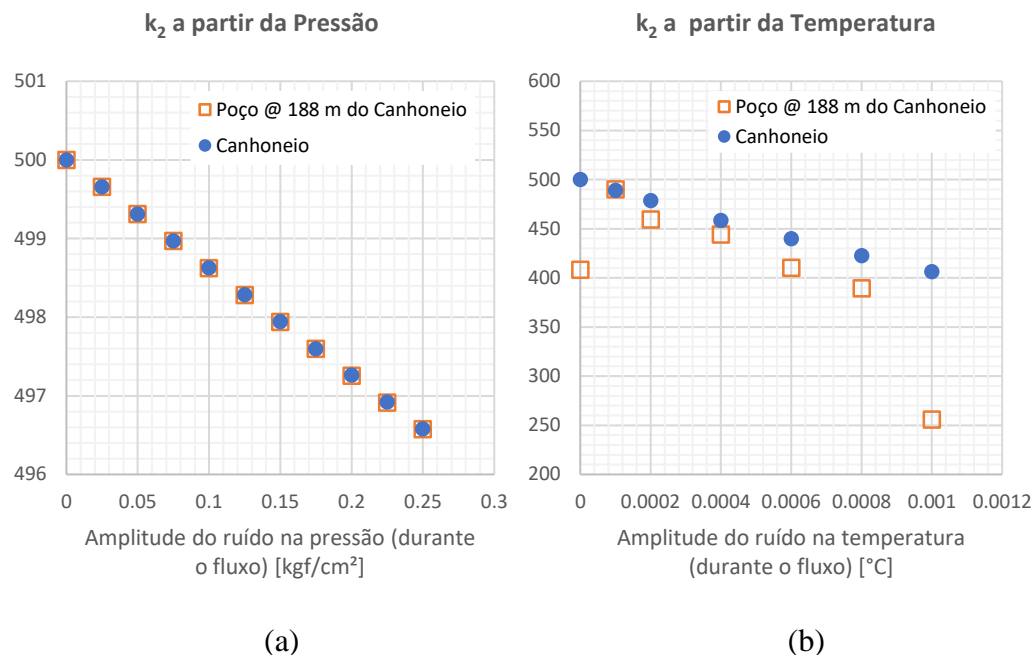


Figura 4.20: Resultado da avaliação de  $k_2$  para o caso 3 no problema 3 com ruído crescente dos sinais de (a) pressão e (b) temperatura.

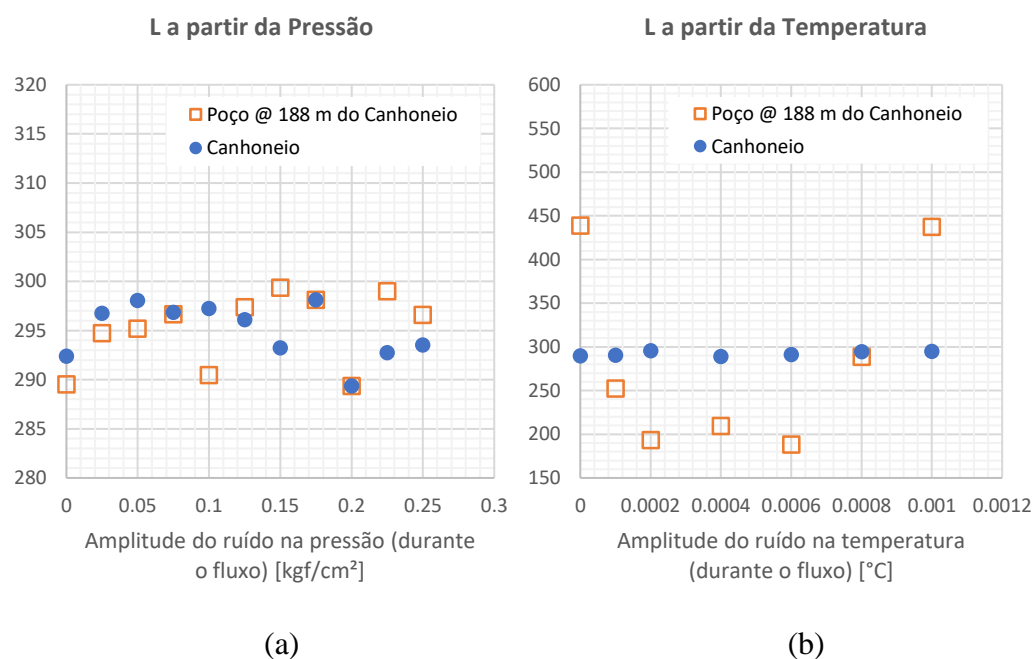


Figura 4.21: Resultado da avaliação de  $L$  para o caso 3 no problema 3 com ruído crescente dos sinais de (a) pressão e (b) temperatura.

## 5 Conclusões e Considerações Finais

### 5.1 Conclusões deste trabalho

Este trabalho teve como principal objetivo resolver o problema inverso para estimar parâmetros de reservatórios a partir de um modelo não isotérmico de um sistema acoplado poço-reservatório, utilizando-se de métodos de otimização. O modelo estudado é unidimensional sendo radial no reservatório e linear no poço.

Na primeira parte, foi desenvolvido em conjunto com o grupo do LMMP da PUC-Rio, um simulador em Matlab para a predição dos perfis transientes de pressão e temperatura no poço e no reservatório. No equacionamento feito para montar o motor de cálculo do simulador, algumas considerações foram feitas para se obter um sistema linear na resolução simultânea das equações do poço e do reservatório discretizadas por diferenças finitas. A aplicação de três casos hipotéticos no simulador mostrou resultados aderentes às soluções analíticas para a resposta de pressão e temperatura no canhoneio. Apenas a solução para o transiente de temperatura no período de estática, quando comparada à solução analítica dado por Galvão *et al* (2018), apresentou pequena diferença.

Na segunda parte do trabalho, três métodos de otimização foram testados para a resolução do primeiro problema inverso cujo objetivo era determinar o par permeabilidade-porosidade para um reservatório homogêneo. O método Simplex de Nelder-Mead se mostrou mais eficiente exigindo, em média, a metade do número de avaliações da função objetivo que os métodos de Newton e BFGS. Os movimentos de conformação da figura do simplex e o fato de não ser necessário o cálculo de derivadas da função objetivo são os maiores responsáveis pela economia no número de avaliações da função objetivo.

A função objetivo erro relativo, definida pelas Equações (3.1) e (3.2) para o problema permeabilidade-porosidade aparenta ter um único ponto de mínimo dentro dos domínios testados nos estudos de caso. Em todas as aplicações dos



algoritmos de otimização para este problema inverso, a solução esperada foi encontrada. Embora não tenha sido apresentada uma prova formal da convexidade da função objetivo, as superfícies e curvas de nível apresentadas para a função e a facilidade com que os algoritmos de otimização encontraram o mínimo buscado é forte indicativo que este problema tenha um único mínimo.

Ainda em relação ao problema permeabilidade-porosidade, quando da aplicação de ruídos aos sinais de pressão e temperatura, ficou evidenciado que a variação da permeabilidade é bem mais expressiva do que a variação da porosidade na resposta ao teste de formação. Com o aumento do ruído nos sinais de pressão e temperatura, a avaliação da porosidade se tornou mais imprecisa ao passo que a imprecisão na avaliação da permeabilidade foi pequena. As superfícies da função erro relativo nos mostram um gradiente consideravelmente maior no sentido da permeabilidade do que da porosidade, evidenciando o comportamento sensível na avaliação da porosidade via problema inverso. Este efeito ainda é mais pronunciado na avaliação a partir do sinal de temperatura do que a partir do sinal de pressão.

Foi mostrada uma rápida avaliação da região próxima do poço com o objetivo de caracterizar a permeabilidade e o raio da região danificada ou estimulada. Embora esta região não possa ser completamente caracterizada a partir do equacionamento clássico do *skin* de Hawkins (modelo isotérmico), para o modelo não isotérmico foi encontrado mínimo global para a função erro relativo. Isso permitiu caracterizar a região de *skin* (permeabilidade e raio), sendo mais expressivo para os sinais de temperatura, conforme já sugeriam os trabalhos de Doru (2011a) e Sidorova *et al* (2015).

Os problemas 2 e 3 procuraram investigar, ainda que de forma simplificada, a avaliação da permeabilidade de reservatórios heterogêneos. Pôde ser mostrado que, com o limite de 5000 avaliações da função objetivo, foi possível na maioria dos casos encontrar o mínimo global. Esse mínimo fornece os valores das permeabilidades do reservatório dividido em duas regiões e da posição em que acontece esta divisão, seja próxima do poço (caso de dano ou estimulação) ou distante do poço (caso do reservatório radialmente bi composto).

A inclusão de ruídos nos sinais de pressão e temperatura permitiu observar que a avaliação das permeabilidades parece ser mais robusta que a avaliação das posições em que ocorre a mudança de permeabilidade. Ainda se observa que as

avaliações baseadas no sinal de pressão são mais robustas do que àquelas baseadas no sinal de temperatura.

Vale destacar que, mesmo para os sinais de pressão, como o problema inverso foi baseado no modelo não isotérmico, a variação de temperatura está incluída no sinal de pressão. Com isso, os efeitos do ruído térmico descrito por Galvão *et al* (2020) e evidenciado no caso 3 (item 2.4.3) foram considerados quando da resolução do problema inverso.

## 5.2

### Propostas de trabalhos futuros

Neste trabalho foi considerado o escoamento unidimensional no poço e no reservatório radial. Estudos podem ser realizados para modelar o escoamento bi e tridimensional, inclusive considerando o gradiente de temperatura inicial existente em função da profundidade. Reservatórios de grandes espessuras apresentam gradação composicional de fluidos resultando em diferentes propriedades ao longo do eixo vertical. O estudo de modelos não isotérmicos bidimensionais e de canhoneio finito poderá incorporar informações importantes para a avaliação de formações baseada na análise do transiente de temperatura.

Este trabalho não considerou a variação da viscosidade do fluido devido aos efeitos da temperatura. App (2010) abordou a variação de viscosidade em fluidos de reservatórios de alta pressão e baixa permeabilidade. Neste cenário a produção ocorre com elevado diferencial de pressão e, conseqüentemente um diferencial de temperatura mais alto. Uma sensibilidade na variação da viscosidade a partir de correlações com a pressão e temperatura pode ser incorporada aos estudos.

Nos estudos aqui realizados a água conata existente nos poros é imóvel, apenas considerando escoamento do óleo. Trabalhos futuros podem considerar a possibilidade de escoamento multifásico, os efeitos de capilaridade e em testes de injeção.

Este trabalho não considerou a estocagem térmica descrita e modelada por Hasan *et al* (1997, 2005). Uma avaliação de sensibilidade deste parâmetro na resposta do problema direto pode ser realizada. Alternativamente, o efeito de capacitância térmica do poço pode ser incluído no simulador.

Foram testados métodos de otimização por busca direcional (Newton e BFGS) e busca direta (Simplex de Nelder-Mead) para a resolução do problema inverso de pequena dimensão. Métodos mais poderosos baseados em *machine learning* e algoritmos genéticos, podem incorporar maior eficiência na resolução do problema inverso permitindo caracterizar o reservatório totalmente heterogêneo com menos avaliações da função objetivo.

## Referências Bibliográficas

AL-HADHRAMI, A. K.; ELLIOTT, L.; INGHAM, D. B. **A new Model for Viscous Dissipation in Porous Media Across a Range of Permeability Values.** Transport in Porous Media, 53(1): 117-122, doi: 10.1023/A:1023557332542, 2003.

APP, J. F. **Field Cases: Nonisothermal Behavior Due to Joule-Thompson and Transient Fluid Expansion/Compression Effects.** Society of Petroleum Engineers, doi:10.2118/124338-MS, 2009.

APP, J. F. **Nonisothermal and Productivity Behavior of High-Pressure Reservoirs.** Society of Petroleum Engineers, doi:10.2118/114705-PA, 2010.

BARENBLATT, G. I.; ENTOV, V. M.; RYZHIK, V. M. **Theory of Fluid Flows Through Natural Rocks.** Norwell, MA (USA): Kluwer Academic Publishers, 1989.

COLEBROOK, C.F. **Turbulent Flow in Pipes with Particular Reference to the Transition Region between the Smooth and Rough Pipe Laws.** Journal of the Institution of Civil Engineers, 11, 133-156, 1939.

COMPUTER MODELLING GROUP (CMG). **CMG-STARs** v2017.10.6504.34460, Advanced Process and Thermal Simulator. Calgary: CMG, 2017.

CRANK, J.; NICOLSON, P. **A Practical Method for Numerical Evaluation of Solutions of Partial Differential Equations of the Heat-Conduction Type.** In Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, volume 43, pages 50–67. Cambridge University Press, 1947.

DURU, O. O.; HORNE, R. N. **Simultaneous Interpretation of Pressure, Temperature, and Rate Data for Improved Model Identification and Reservoir Parameter Estimation.** Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/124827-MS, 2009.

DURU, O. O.; HORNE, R. N. **Modeling Reservoir Temperature Transients and Reservoir-Parameters Estimation Constrained to the Model.** Society of Petroleum Engineers, doi:10.2118/115791-PA, 2010a.

DURU, O. O.; HORNE, R. N. **Joint Inversion of Temperature and Pressure Measurements for Estimation of Permeability and Porosity Fields.** Society of Petroleum Engineers, doi:10.2118/134290-MS, 2010b.

DURU, O. O.; HORNE, R. N. **Combined Temperature and Pressure Data Interpretation: Applications to Characterization of Near-Wellbore Reservoir Structures**. Society of Petroleum Engineers, doi:10.2118/146614-MS, 2011a.

DURU, O. O.; HORNE, R. N. **Simultaneous Interpretation of Pressure, Temperature, and Flow-Rate Data Using Bayesian Inversion Methods**. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/124827-PA, 2011b.

FASANINO, G.; MOLINARD, J. E., MARSILY, G., PELCE, V. **Inverse Modeling in Gas Reservoirs**. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/15592-MS, 1986.

GALVÃO, M. S.; CARVALHO, M. S., BARRETO JR, A. B., **Analytical Models for Thermal Wellbore Effects on Pressure Transient Testing**. Dissertação de mestrado em engenharia de mecânica. PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2018.

GALVÃO, M. S.; CARVALHO, M. S.; BARRETO JR, A. B., **A Coupled Transient Wellbore/Reservoir-Temperature Analytical Model**. Society of Petroleum Engineers, doi:10.2118/195592-PA, 2019.

GALVÃO, M. S.; CARVALHO, M. S.; BARRETO JR, A. B., **Thermal Impacts on Pressure Transient Tests Using a Coupled Wellbore/Reservoir Analytical Model**. Journal of Petroleum Science and Engineering, Volume 191, 106992, 2020.

GHIASI, M. H.; DAMIANO, P.; LARRY, L. **Improved globalized Nelder-Mead method for optimization of a composite bracket**. ICCM International Conferences on Composite Materials, 2007.

HAFTKA, R.T.; GÜRDAL, Z. **Elements of Structural Optimization**. 3rd rev. and expanded ed. Kluwer Academic Publishers, 1992.

HASAN, A. R.; KABIR, C. S. **Aspects of Wellbore Heat Transfer During Two-Phase Flow**. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/22948-PA, 1994.

HASAN, A. R.; KABIR, C. S.; WANG, X. **Development and Application of a Wellbore/Reservoir Simulator for Testing Oil Wells**. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/29892-PA, 1997.

HASAN, A. R.; KABIR, C. S. **Fluid Flow and Heat Transfer in Wellbores**. 1st ed. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers, 2002. 181 p., p. 64-68. ISBN 1-55563-094-4.

HASAN, A. R.; KABIR, C. S.; LIN, D. **Analytic Wellbore Temperature Model for Transient Gas-Well Testing**. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/84288-PA, 2005.

HAWKINS, M. F. **A Note on the Skin Effect**. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/732-G, 1956.

LANGARIAS, J. C.; REEDS, J. A.; WRIGHT, M. H.; WRIGHT, P. E. **Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Algorithm in Low Dimensions**. SIAM, Journal of Optimization, 9(1), pages 112-147, 1996.

LUERSEN, M. A.; RICHE, R. **Globalized Nelder-Mead method for engineering optimization**. Computers & Structures. Volume 82, Issues 23-26, Pages 2251-2260, ISSN 0045-7949, <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2004.03.072>, 2004.

NELDER, J. A.; MEAD, R. **A Simplex Method for Function Minimization**. The Computer Journal, Volume 7, Issue 4, Pages 308-313, <https://doi.org/10.1093/comjnl/7.4.308>, 1965.

NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. **Numerical Optimization**. 2ª ed. Nova Iorque: Springer, 2006.

ONUR, M.; CINAR, M. **Temperature Transient Analysis of Slightly Compressible, Single-Phase Reservoirs**. SPE Europec 78th EAGE Conference and Exhibition. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/180074-MS, 2016.

ONUR, M.; CINAR, M. **Analysis of Sandface-Temperature-Transient Data for Slightly Compressible, Single-Phase Reservoirs**. SPE Journal, v. 22(04), p. 1134-1155. doi:10.2118/180074-PA, 2017a.

ONUR, M.; ULKER, G.; KOCAK, S.; GOK, I.M. **Interpretation and Analysis of Transient-Sandface- and Wellbore-Temperature Data**. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/181710-PA, 2017b.

RAMEY, H. J. **Wellbore Heat Transmission**. Journal of Petroleum Technology, v. 14(04), p. 427-435. doi:10.2118/96-PA, 1962.

SAGAR, R.; DOTY, D. R.; SCHMIDT, Z. **Predicting Temperature Profiles in a Flowing Well**. SPE Production Engineering, v. 6(04), p. 441-448. doi:10.2118/19702-PA, 1991.

SAVIOLI, G. B.; GROTONI, C. A.; BIDNER, M. S. **On the Inverse Problem Application to Reservoir Characterization**. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/25522-MS, 1992.

SIDOROVA, M.; SHAKO, V.; PIMENOV, V.; THEUNEY, B. **The Value of Transient Temperature Responses in Testing Operations**. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/172758-MS, 2015.

SILVA, V. M. R.; QUINONES, D. M.; CARVALHO, M. S. **Permeability estimation of homogeneous reservoir based on transient temperature and pressure data**. 10.26678/ABCM.COBEM2019.COB2019-1157, 2019.

SPENDLEY W.; HEXT, G. R.; HIMSWORTH, F. R. **Sequential Application of Simplex Designs in Optimisation and Evolutionary Operation**, Technometrics, 4:4, 441-461, DOI: 10.1080/00401706.1962.10490033, 1962

STAUFFER, P. H.; LEWIS, K. C.; STEIN, J. S.; TRAVIS, B.J.; LICHTNER, P.; ZYVOLOSKI, G. **Joule-Thomson Effects on the Flow of Liquid Water Transport in Porous Media**, V. 105 (3): 471-485, 2014.

TARANTOLA, Albert, **Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation**, SIAM, Institut de Physique du Globe de Paris, Université de Paris, Paris, 2005.

THEIS, C.V. **The Relation Between the Lowering of the Piezometric Surface and the Rate and Duration of Discharge of Well Using Ground Water Storage**. AGU 16 (2): 519-524. <https://doi.org/10.1029/TR016i002p00519>. 1935.

ULKER G. **Modeling and Interpreting transient Wellbore Temperature Distributions in Wellbores Under Nonisothermal Single-Phase Liquid Flow Conditions in Oil and Geothermal Reservoirs**. MS Thesis, Dep. of Pet. And Nat. Gas Eng., ITU Graduate School of Science Engineering and Technology, Istanbul Technical University, Istanbul, Turkey, 2016.

VINOKUR, M. **On one-dimensional stretching functions for finite-difference calculations**. Journal of Computational Physics, 50(2):215 – 234, 1983.

WILLHITE, G. P. **Over-all Heat Transfer Coeficients in Steam and Hot Water Injection Wells**. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/1449-PA, 1967.

## A

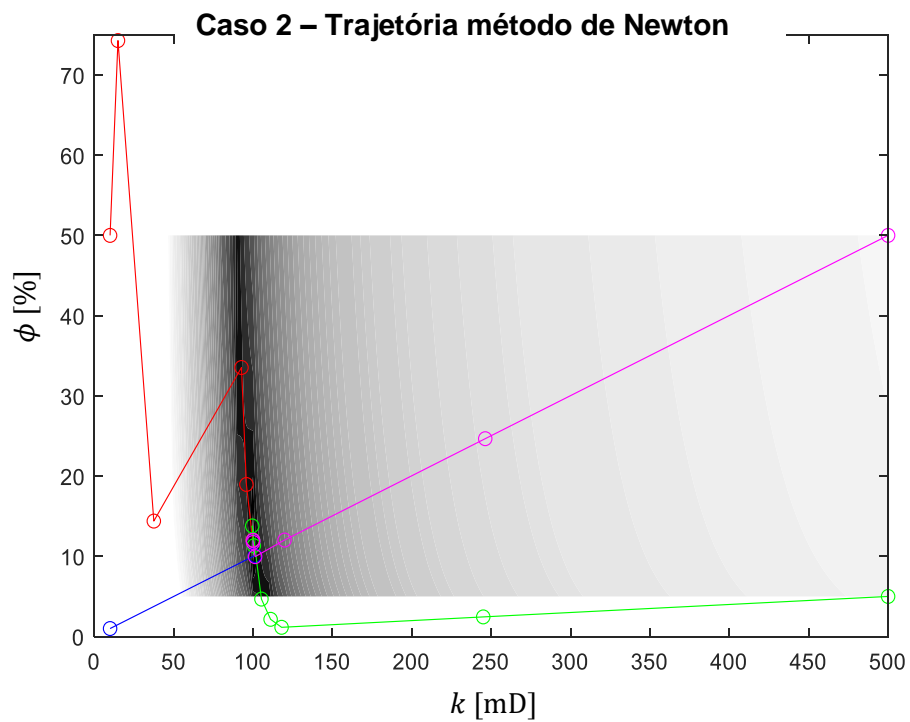
### Resultados dos Problemas Sem Ruídos

#### A.1

#### Problema 1: Avaliação da permeabilidade $k$ e porosidade $\phi$

##### A.1.1

##### Trajetoórias



(a)



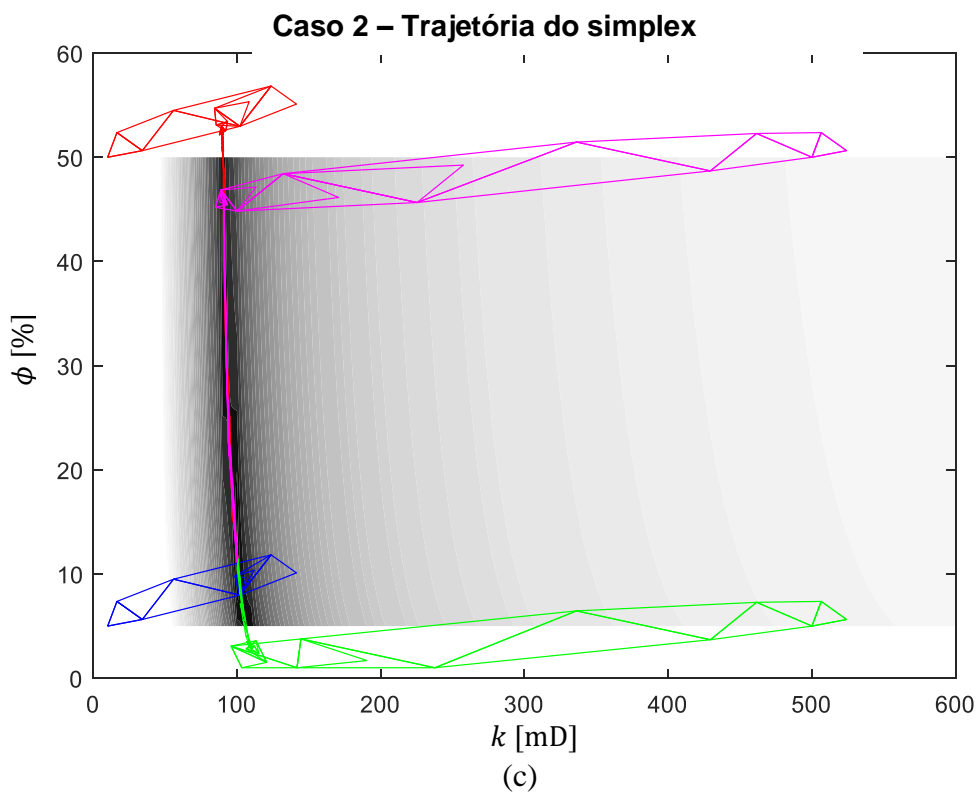
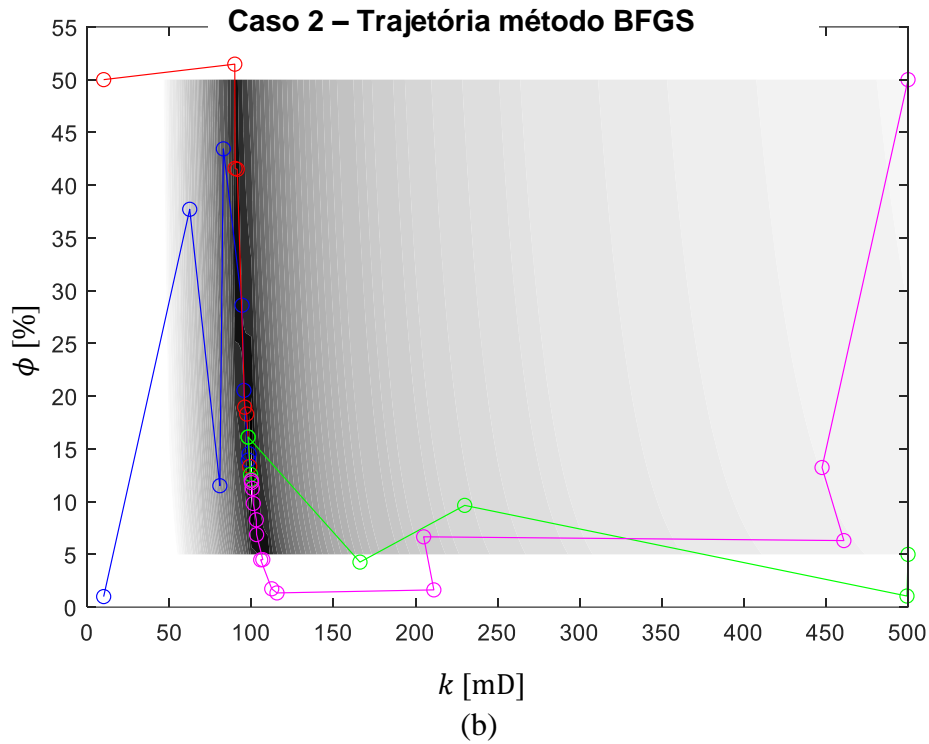


Figura. A.1: Trajetórias executadas pelos métodos de (a) Newton, (b) BFGS e (c) Simplex de Nelder-Mead na execução do problema 1, caso 2.

### A.1.2 Número de avaliações da função objetivo

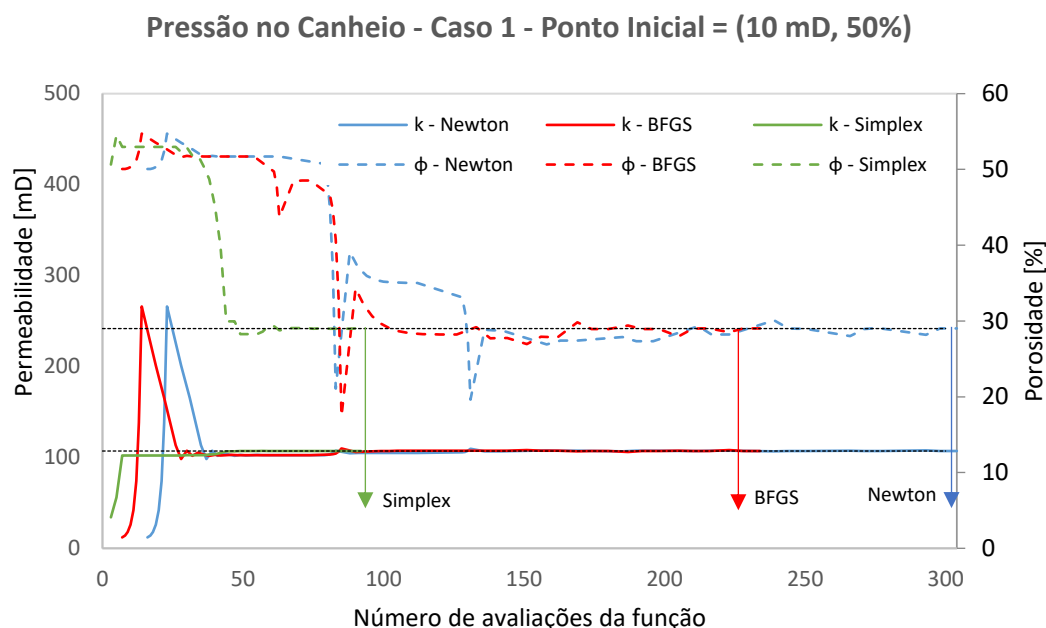


Figura. A.2: Caso 1,  $x^0 = (10 \text{ mD}, 50\%)$ . Evolução da estimativa dos parâmetros de permeabilidade e porosidade por método em função do número de avaliações da função objetivo.

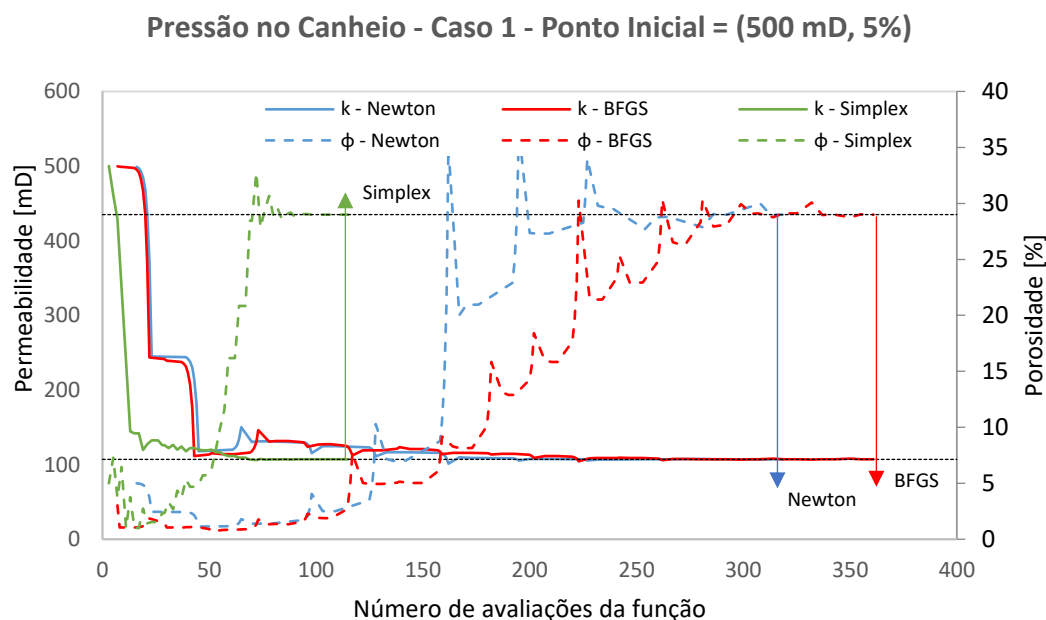


Figura. A.3: Caso 1,  $x^0 = (500 \text{ mD}, 5\%)$ . Evolução da estimativa dos parâmetros de permeabilidade e porosidade por método em função do número de avaliações da função objetivo.

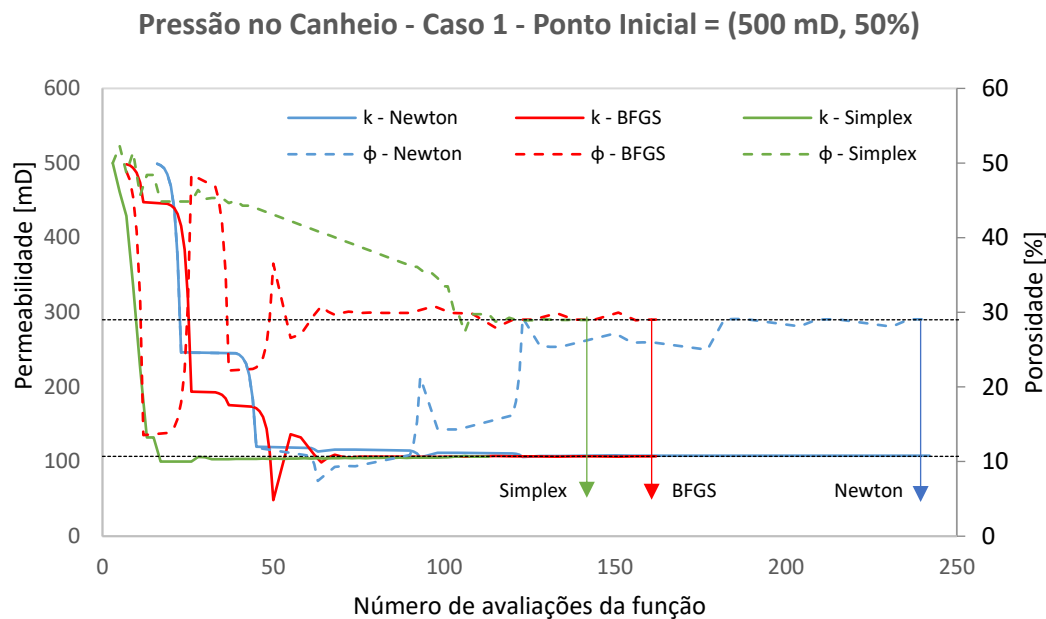


Figura. A.4: Caso 1,  $\mathbf{x}^0 = (500 \text{ mD}, 50\%)$ . Evolução da estimativa dos parâmetros de permeabilidade e porosidade por método em função do número de avaliações da função objetivo.

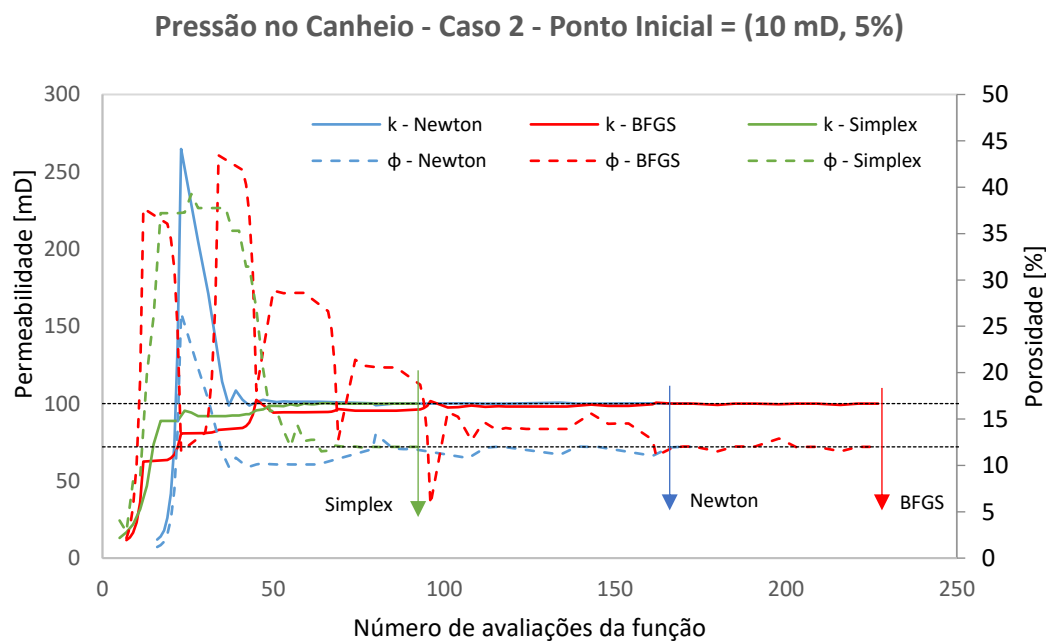


Figura. A.5: Caso 2,  $\mathbf{x}^0 = (10 \text{ mD}, 5\%)$ . Evolução da estimativa dos parâmetros de permeabilidade e porosidade por método em função do número de avaliações da função objetivo.

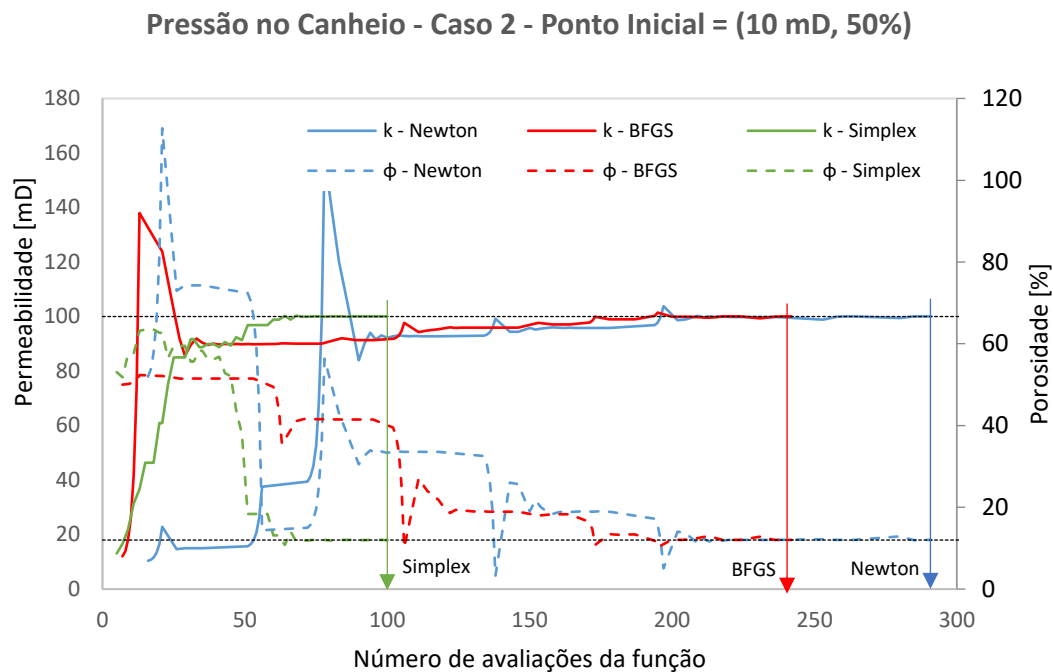


Figura. A.6: Caso 2,  $x^0 = (10 \text{ mD}, 50\%)$ . Evolução da estimativa dos parâmetros de permeabilidade e porosidade por método em função do número de avaliações da função objetivo.

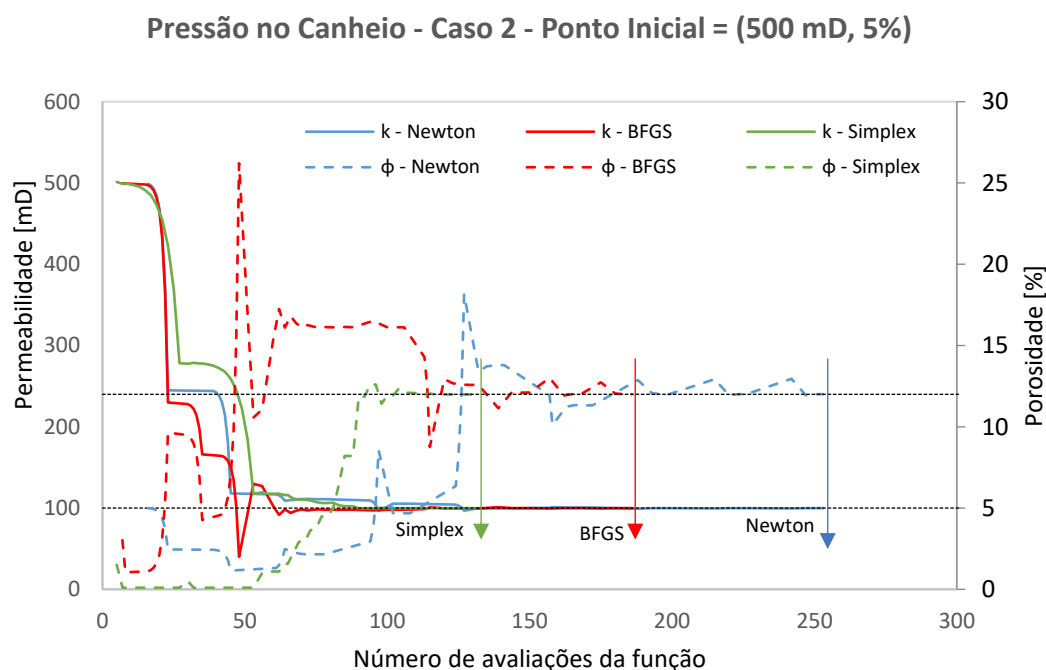


Figura. A.7: Caso 2,  $x^0 = (500 \text{ mD}, 5\%)$ . Evolução da estimativa dos parâmetros de permeabilidade e porosidade por método em função do número de avaliações da função objetivo.

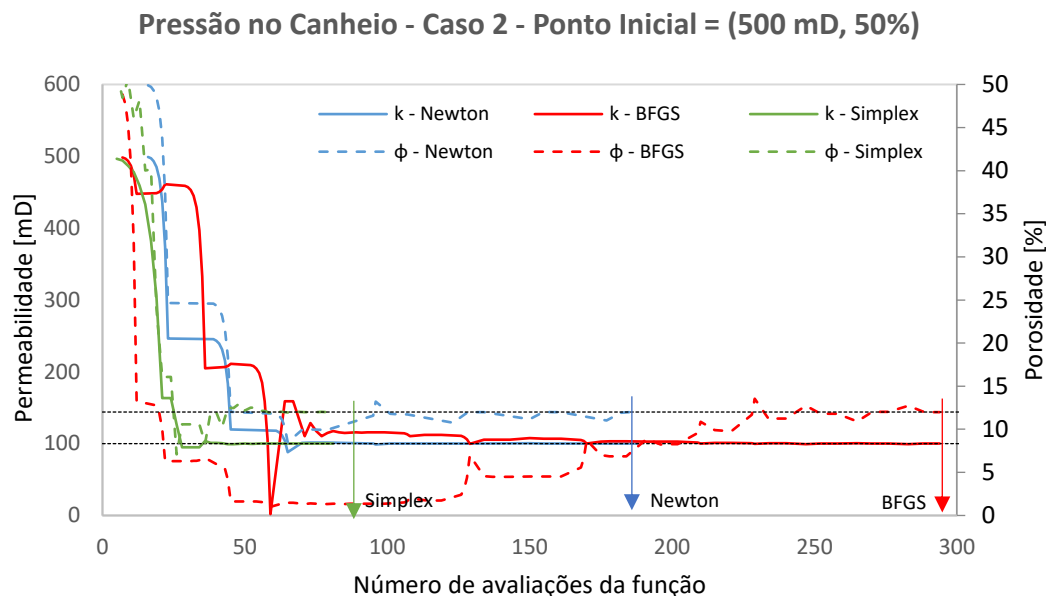


Figura. A.8: Caso 2,  $x^0 = (500 \text{ mD}, 50\%)$ . Evolução da estimativa dos parâmetros de permeabilidade e porosidade por método em função do número de avaliações da função objetivo.

## A.2

### Problema 2: Avaliação dos parâmetros $k_s$ , $r_s$ e $k$ do problema de poço com dano ou estimulado

#### A.2.1

#### Mínimos locais para o caso 1

Tabela. A.1: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_p(k_s, k, r_s)$  para a pressão tomada no poço a 150 m do canhoneio e dados do caso 1 com  $S = 4,93$ .

$k_s$ [mD]	$k$ [mD]	$r_{SD}$	$S$	$E_p$	Avaliações
35,64	107,38	12,32	5,06	59,44	2810
33,69	106,32	9,58	4,87	195,42	4994
33,69	106,32	9,93	4,95	195,42	3823
36,26	107,80	12,58	5,00	252,86	4076
36,88	108,24	13,59	5,05	603,71	2948
13,50	103,24	2,00	4,61	6757,30	558
40,85	112,30	23,33	5,51	9430,03	1779
41,89	113,82	28,51	5,75	14592,11	4475
42,39	114,64	29,84	5,79	17682,00	4264
42,39	114,64	28,86	5,73	17682,00	2605

Tabela. A.2: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_T(k_S, k, r_S)$  para a temperatura tomada no canhoneio e dados do caso 1 com  $S = 4,93$ .

$k_S$ [mD]	$k$ [mD]	$r_{SD}$	$S$	$E_T$	Avaliações
35,42	121,58	11,88	6,02	0,09	3473
33,80	83,92	8,99	3,26	0,73	1071
36,31	184,09	14,15	10,78	0,77	1649
36,31	184,10	14,26	10,82	0,77	4990
36,78	266,95	14,73	16,83	1,35	363
36,78	266,95	14,43	16,70	1,35	592
36,78	266,95	14,95	16,93	1,35	180
36,78	266,95	15,37	17,10	1,35	1442
36,78	266,95	15,19	17,02	1,35	3328
37,24	499,76	15,62	34,14	2,03	4404

Tabela. A.3: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_T(k_S, k, r_S)$  para a temperatura tomada no poço a 150 m do canhoneio e dados do caso 1 com  $S = 4,93$ .

$k_S$ [mD]	$k$ [mD]	$r_{SD}$	$S$	$E_T$	Avaliações
35,37	126,32	11,74	6,33	0,04	3970
35,37	126,32	12,09	6,41	0,04	2628
34,32	85,56	9,86	3,42	0,13	920
36,19	224,81	13,89	13,72	0,33	1228
36,19	224,81	13,65	13,62	0,33	4448
36,06	308,07	14,39	20,11	0,41	175
33,70	74,05	8,47	2,56	0,47	1527
35,99	382,54	14,40	25,68	0,52	2491
35,97	400,44	13,37	26,27	0,55	2782
36,62	398,53	15,42	27,04	0,60	3323

**A.2.2****Mínimos locais para o caso 2**Tabela. A.4: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_p(k_s, k, r_s)$  para a pressão tomada no canhoneio e dados do caso 2 com  $S = 4,83$ .

$k_s$ [mD]	$k$ [mD]	$r_{SD}$	$S$	$E_p$	Avaliações
25,00	100,00	4,92	4,78	0,00	1136
23,43	99,85	4,30	4,76	0,38	174
26,55	100,19	5,62	4,79	0,52	2535
26,55	100,19	5,76	4,86	0,52	754
26,55	100,19	5,30	4,63	0,52	4870
21,85	99,72	3,81	4,77	1,28	2852
28,07	100,42	6,32	4,75	2,45	863
28,07	100,42	5,91	4,58	2,45	3989
29,55	100,71	7,10	4,72	6,48	1698
29,55	100,71	7,21	4,76	6,48	2664

Tabela. A.5: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_p(k_s, k, r_s)$  para a pressão tomada no poço a 139 m do canhoneio e dados do caso 2 com  $S = 4,83$ .

$k_s$ [mD]	$k$ [mD]	$r_{SD}$	$S$	$E_p$	Avaliações
26,55	100,19	5,30	4,63	0,62	4898
26,55	100,19	5,76	4,86	0,62	942
21,85	99,71	3,81	4,77	1,58	2985
28,07	100,43	6,31	4,75	2,87	1063
28,07	100,43	5,91	4,58	2,87	4038
29,55	100,72	7,10	4,72	7,49	1801
29,55	100,72	7,58	4,88	7,49	3761
29,55	100,71	7,21	4,76	7,49	2788
29,55	100,71	6,90	4,65	7,49	3933
29,55	100,72	6,73	4,59	7,49	1627

Tabela. A.6: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_T(k_S, k, r_S)$  para a temperatura tomada no canhoneio e dados do caso 2 com  $S = 4,83$ .

$k_S$ [mD]	$k$ [mD]	$r_{SD}$	$S$	$E_T$	Avaliações
26,01	126,73	5,18	6,37	0,09	1102
26,01	126,73	5,44	6,56	0,09	2924
23,01	75,81	3,43	2,83	0,32	4376
23,01	75,81	3,71	3,01	0,32	376
27,04	187,85	5,86	10,51	0,35	779
27,04	187,85	6,19	10,84	0,35	1714
27,04	187,85	6,31	10,95	0,35	5055
27,04	187,85	5,97	10,62	0,35	572
26,75	233,54	6,64	14,64	0,45	2268
28,08	448,25	6,65	28,34	0,77	2006

Tabela. A.7: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_T(k_S, k, r_S)$  para a temperatura tomada no poço a 139 m do canhoneio e dados do caso 2 com  $S = 4,93$ .

$k_S$ [mD]	$k$ [mD]	$r_{SD}$	$S$	$E_T$	Avaliações
24,01	85,32	4,36	3,76	0,05	666
26,02	125,88	5,75	6,72	0,06	5086
26,02	125,88	5,02	6,19	0,06	3233
27,07	184,21	5,82	10,22	0,23	1774
27,07	184,21	6,10	10,50	0,23	3391
26,93	215,10	5,76	12,23	0,24	856
26,87	234,55	6,64	14,64	0,25	2327
26,41	526,33	5,76	33,15	0,44	2492
28,09	483,40	6,88	31,27	0,51	237
28,09	483,40	7,53	32,72	0,51	4083



Tabela. A.8: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_p(k_s, k, r_s)$  para a pressão tomada no canhoneio e dados do caso 2 com  $S = -0,52$ .

$k_s$ [mD]	$k$ [mD]	$r_{SD}$	$S$	$E_p$	Avaliações
297,99	100,00	2,05	-0,48	0,00	1761
244,86	99,99	2,23	-0,47	0,00	3126
212,54	99,99	2,64	-0,51	0,01	4164
175,65	99,97	3,03	-0,48	0,03	204
175,66	99,97	3,39	-0,53	0,03	2271
164,31	99,96	3,42	-0,48	0,05	537
155,62	99,95	4,15	-0,51	0,08	3479
143,32	99,92	5,60	-0,52	0,15	2705
138,86	99,90	5,89	-0,50	0,21	312
138,86	99,90	6,35	-0,52	0,21	667

Tabela. A.9: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_p(k_s, k, r_s)$  para a pressão tomada no poço a 139 m do canhoneio e dados do caso 2 com  $S = -0,52$ .

$k_s$ [mD]	$k$ [mD]	$r_{SD}$	$S$	$E_p$	Avaliações
400,00	100,00	2,01	-0,52	0,00	5196
297,83	100,00	2,04	-0,48	0,00	2574
3420,21	100,00	1,61	-0,46	0,00	1687
175,57	99,98	3,39	-0,53	0,01	3091
164,26	99,97	3,52	-0,49	0,01	4532
164,26	99,97	3,42	-0,48	0,01	537
155,60	99,95	4,19	-0,51	0,03	4263
208,78	100,12	2,71	-0,52	0,05	179
14952,05	99,79	1,63	-0,49	0,10	1314
143,35	99,92	5,60	-0,52	0,13	3548

Tabela. A.10: Listagem dos 6 mínimos encontrados para  $E_T(k_S, k, r_S)$  para a temperatura tomada no canhoneio e dados do caso 2 com  $S = -0,52$ .

$k_S$ [mD]	$k$ [mD]	$r_{SD}$	$S$	$E_T$	Avaliações
400,00	100,00	1,99	-0,52	0,00	938
307,52	99,13	2,14	-0,51	0,00	309
141,16	79,34	6,78	-0,84	0,14	143
136,52	74,59	7,79	-0,93	0,15	609
136,52	74,59	8,21	-0,95	0,15	759
126,79	60,96	11,00	-1,25	0,15	476

Tabela. A.11: Listagem dos 6 mínimos encontrados para  $E_T(k_S, k, r_S)$  para a temperatura tomada no poço a 139 m do canhoneio e dados do caso 2 com  $S = -0,52$ .

$k_S$ [mD]	$k$ [mD]	$r_{SD}$	$S$	$E_T$	Avaliações
400,00	100,00	1,95	-0,50	0,00	858
304,69	99,48	2,04	-0,48	0,00	302
141,47	84,14	7,18	-0,80	0,06	692
141,47	84,15	6,72	-0,77	0,06	132
141,47	84,15	7,54	-0,82	0,06	568
137,18	79,60	8,83	-0,91	0,07	445

### A.2.3

#### Mínimos locais para o caso 3

Tabela. A.12: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_p(k_s, k, r_s)$  para a pressão tomada no canhoneio e dados do caso 2 com  $S = 10,02$ .

$k_s[\text{mD}]$	$k[\text{mD}]$	$r_{SD}$	$S$	$E_p$	Avaliações
579,42	8964,44	2,00	10,03	0,01	305
1746,69	9051,35	12,26	10,48	0,07	1050
1833,90	9050,45	14,39	10,49	0,08	2722
1877,11	9050,09	15,52	10,48	0,09	2946
939,45	10094,86	3,48	12,16	0,11	3437
2004,46	9053,82	19,29	10,41	0,12	4292
2045,99	9057,89	21,65	10,54	0,13	547
2045,98	9057,91	20,88	10,41	0,13	4447
2045,98	9057,94	21,88	10,57	0,13	3913
2086,99	9063,87	22,73	10,44	0,14	4077

Tabela. A.13: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_p(k_s, k, r_s)$  para a pressão tomada no poço a 139 m do canhoneio e dados do caso 2 com  $S = 10,02$ .

$k_s[\text{mD}]$	$k[\text{mD}]$	$r_{SD}$	$S$	$E_p$	Avaliações
1000,00	9000,00	3,50	10,02	0,00	3628
576,66	9019,31	2,00	10,15	0,01	301
1633,97	8858,55	9,88	10,13	0,08	3815
1726,65	8821,99	11,16	9,91	0,11	2673
2233,67	8843,39	30,00	10,06	0,14	4305
2233,68	8843,33	29,77	10,04	0,14	1693
1907,52	8766,73	15,10	9,76	0,17	987
2117,12	8785,76	22,01	9,74	0,17	4803
1951,12	8761,36	17,11	9,91	0,18	1213
2076,86	8773,07	20,64	9,76	0,18	503

Tabela. A.14: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_T(k_S, k, r_S)$  para a temperatura tomada no canhoneio e dados do caso 2 com  $S = 10,02$ .

$k_S$ [mD]	$k$ [mD]	$r_{SD}$	$S$	$E_T$	Avaliações
996,46	9315,52	3,70	10,93	1,13E-05	506
1031,39	10637,52	3,84	12,52	6,19E-05	1347
937,91	7059,12	3,24	7,68	2,45E-04	2737
1062,98	13243,74	4,15	16,30	2,46E-04	2586
1062,98	13243,87	3,95	15,73	2,46E-04	1611
1056,20	14780,24	4,21	18,67	2,90E-04	3423
907,21	6437,50	2,98	6,66	5,42E-04	1112
1104,33	15000,00	4,37	18,56	6,28E-04	4627
876,73	5949,26	2,89	6,15	9,47E-04	988
669,82	4210,20	2,00	3,66	5,97E-03	721

Tabela. A.15: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_T(k_S, k, r_S)$  para a temperatura tomada no poço a 139 m do canhoneio e dados do caso 2 com  $S = 10,02$ .

$k_S$ [mD]	$k$ [mD]	$r_{SD}$	$S$	$E_T$	Avaliações
1000,00	8999,99	3,54	10,11	1,81E-15	2152
1029,79	10802,77	3,89	12,88	3,79E-05	2346
1029,79	10802,90	3,74	12,53	3,79E-05	4758
1029,79	10802,93	3,91	12,95	3,79E-05	1129
941,47	6920,69	3,13	7,24	1,41E-04	1907
800,01	4732,13	2,39	4,29	1,37E-03	1692
1188,62	12051,47	4,80	14,34	1,46E-03	3518
1228,79	12729,06	5,14	15,33	2,13E-03	456
689,63	3980,15	2,00	3,31	2,72E-03	1487
1720,99	15000,00	23,31	24,30	2,54E-02	5042

**A.3****Problema 3: Avaliação dos parâmetros  $k_1$ ,  $k_2$  e  $L$  do problema de reservatório radial bicomposto****A.3.1****Mínimos locais para o caso 1**Tabela. A.16: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_p(k_1, k_2, L)$  para a pressão tomada no canhoneio e dados do caso 1 com  $\mathbf{x}^* = (107 \text{ mD}, 50 \text{ mD}, 150 \text{ m})$ .

$k_1[\text{mD}]$	$k_2 [\text{mD}]$	$L [\text{m}]$	$E_p$	Avaliações
107,00	50,00	150,12	0,00	1667
107,12	52,61	146,54	42,10	3670
107,24	55,13	137,96	159,42	4971
107,46	59,83	120,85	568,80	1531
107,46	59,83	121,69	568,80	3458
106,00	27,27	239,47	3669,78	4156
105,62	15,85	286,73	8036,00	4805
105,42	10,00	338,18	11564,74	2925
105,42	10,00	340,81	11564,74	1050
105,42	10,00	337,59	11564,74	2837

Tabela. A.17: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_p(k_1, k_2, L)$  para a pressão tomada no poço a 150 m do canhoneio e dados do caso 1 com  $\mathbf{x}^* = (107 \text{ mD}, 50 \text{ mD}, 150 \text{ m})$ .

$k_1[\text{mD}]$	$k_2 [\text{mD}]$	$L [\text{m}]$	$E_p$	Avaliações
107,00	50,00	153,58	0,00	1941
107,46	59,89	122,91	698,09	4927
107,46	59,89	123,19	698,09	1769
107,56	62,07	117,13	1028,34	3672
106,01	27,17	238,07	4523,86	4233
105,63	15,76	286,67	9902,41	4740
105,56	12,98	306,76	11342,21	2190
105,60	10,00	303,45	11588,21	2101
105,44	10,00	341,05	14241,19	1228
105,44	10,00	341,18	14241,19	1004

Tabela. A.18: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_T(k_1, k_2, L)$  para a temperatura tomada no canhoneio e dados do caso 1 com  $\mathbf{x}^* = (107 \text{ mD}, 50 \text{ mD}, 150 \text{ m})$ .

$k_1$ [mD]	$k_2$ [mD]	$L$ [m]	$E_T$	Avaliações
107,00	50,00	155,12	2,65E-11	409
107,15	42,98	200,45	4,68E-04	5010
107,21	39,84	217,54	8,73E-04	652
107,26	36,33	250,81	1,36E-03	4449
107,26	36,32	251,92	1,36E-03	2256
107,28	34,38	259,38	1,61E-03	1527
107,28	34,38	263,52	1,61E-03	1840
107,28	34,38	261,71	1,61E-03	3626
107,32	30,03	291,31	2,14E-03	1013
106,85	72,44	73,25	3,14E-03	3909

Tabela. A.19: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_T(k_1, k_2, L)$  para a temperatura tomada no poço a 150 m do canhoneio e dados do caso 1 com  $\mathbf{x}^* = (107 \text{ mD}, 50 \text{ mD}, 150 \text{ m})$ .

$k_1$ [mD]	$k_2$ [mD]	$L$ [m]	$E_T$	Avaliações
106,99	53,71	147,18	9,59E-07	4325
107,01	45,91	159,27	1,01E-06	384
106,95	65,27	115,66	2,21E-05	2222
107,05	25,78	194,95	2,84E-05	4652
107,07	15,25	215,86	6,14E-05	1275
107,08	10,00	236,09	8,47E-05	737
107,08	10,00	236,24	8,47E-05	590
107,13	10,00	242,75	1,39E-04	3524
107,13	10,00	243,17	1,39E-04	3322
107,23	10,00	312,19	5,31E-04	1834

Tabela. A.20: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_p(k_1, k_2, L)$  para a pressão tomada no canhoneio e dados do caso 1 com  $\mathbf{x}^* = (107 \text{ mD}, 300 \text{ mD}, 150 \text{ m})$ .

$k_1[\text{mD}]$	$k_2 [\text{mD}]$	$L [\text{m}]$	$E_p$	Avaliações
107,00	300,00	151,46	0,00	3995
106,90	274,81	146,11	21,81	4510
106,90	274,81	147,84	21,81	1645
106,90	274,81	146,00	21,81	4389
106,90	274,81	146,53	21,81	2486
107,10	332,12	164,92	24,10	223
107,10	332,12	163,52	24,10	2962
107,10	332,12	157,34	24,10	3792
107,10	332,12	160,73	24,10	2328
107,20	374,13	172,81	101,33	758

Tabela. A.21: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_p(k_1, k_2, L)$  para a pressão tomada no poço a 150 m do canhoneio e dados do caso 1 com  $\mathbf{x}^* = (107 \text{ mD}, 300 \text{ mD}, 150 \text{ m})$ .

$k_1[\text{mD}]$	$k_2 [\text{mD}]$	$L [\text{m}]$	$E_p$	Avaliações
107,00	300,00	152,95	0,00	1598
106,90	274,68	147,56	26,76	4840
106,90	274,68	146,69	26,76	2929
106,90	274,68	147,30	26,76	4311
107,10	332,32	164,64	29,57	3404
107,10	332,33	160,16	29,57	2773
107,20	374,67	169,36	124,33	569
107,20	374,67	168,80	124,33	2158
106,71	237,94	130,60	218,03	4488
107,31	431,95	182,90	293,85	409

Tabela. A.22: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_T(k_1, k_2, L)$  para a temperatura tomada no canhoneio e dados do caso 1 com  $\mathbf{x}^* = (107 \text{ mD}, 300 \text{ mD}, 150 \text{ m})$ .

$k_1$ [mD]	$k_2$ [mD]	$L$ [m]	$E_T$	Avaliações
107,01	310,91	157,09	2,69E-06	2766
106,98	320,39	162,20	1,63E-05	484
107,02	356,48	165,63	3,59E-05	808
107,06	243,05	123,68	2,32E-04	4674
106,93	422,38	193,22	2,79E-04	590
107,15	480,35	157,09	3,62E-04	2333
106,89	427,75	204,27	4,36E-04	3078
106,89	180,63	120,50	5,76E-04	4464
106,83	386,74	208,53	6,55E-04	4556
106,73	201,37	190,94	1,00E-03	4935

Tabela. A.23: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_T(k_1, k_2, L)$  para a temperatura tomada no poço a 150 m do canhoneio e dados do caso 1 com  $\mathbf{x}^* = (107 \text{ mD}, 300 \text{ mD}, 150 \text{ m})$ .

$k_1$ [mD]	$k_2$ [mD]	$L$ [m]	$E_T$	Avaliações
106,99	340,17	163,66	1,12E-06	2355
106,98	405,38	174,65	4,65E-06	548
107,02	505,03	172,76	2,24E-05	223
106,93	473,47	184,16	3,21E-05	4694
107,03	186,36	108,36	4,16E-05	3475
106,91	422,30	193,21	4,72E-05	324
106,84	386,73	208,52	1,94E-04	3256
106,86	168,95	143,50	2,12E-04	4806
107,24	357,59	124,08	2,89E-04	2091
106,84	147,73	131,78	2,93E-04	4081



**A.3.2****Mínimos locais para o caso 2**Tabela. A.24: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_p(k_1, k_2, L)$  para a pressão tomada no canhoneio e dados do caso 2 com  $\mathbf{x}^* = (100 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 100 \text{ m})$ .

$k_1$ [mD]	$k_2$ [mD]	$L$ [m]	$E_p$	Avaliações
100,00	500,00	100,67	0,00	2822
100,00	500,00	99,10	0,00	4930
100,22	536,65	105,08	0,50	168
100,66	633,18	116,91	4,60	1106
101,31	886,72	133,95	18,87	2362
100,88	1123,48	136,93	24,21	744
101,52	1029,43	143,16	25,83	3783
101,73	1230,24	145,38	33,90	414
101,73	1230,25	149,61	33,90	1742
101,34	1654,03	150,27	38,27	3132

Tabela. A.25: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_p(k_1, k_2, L)$  para a pressão tomada no poço a 139 m do canhoneio e dados do caso 2 com  $\mathbf{x}^* = (100 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 100 \text{ m})$ .

$k_1$ [mD]	$k_2$ [mD]	$L$ [m]	$E_p$	Avaliações
100,00	500,00	100,76	0,00	547
100,22	536,65	105,10	0,52	173
100,88	698,38	119,17	8,63	4438
98,88	380,57	80,03	12,12	2582
100,63	978,28	130,71	20,11	3518
100,63	984,50	124,77	20,45	1542
100,98	1066,33	130,71	23,24	1142
101,52	1029,63	137,75	27,00	4966
101,73	1230,56	146,84	35,42	4732
101,21	1858,53	150,27	43,52	3233

Tabela. A.26: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_T(k_1, k_2, L)$  para a temperatura tomada no canhoneio e dados do caso 2 com  $\mathbf{x}^* = (100 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 100 \text{ m})$ .

$k_1[\text{mD}]$	$k_2 [\text{mD}]$	$L [\text{m}]$	$E_T$	Avaliações
100,00	500,00	103,28	7,17E-15	982
100,29	1191,85	113,69	6,54E-05	698
100,39	1287,45	106,50	8,51E-05	5087
99,72	1740,99	143,45	1,04E-03	1500
99,46	1410,74	194,98	1,58E-03	133
97,92	10,00	753,99	1,95E-03	3086
98,03	113,74	228,29	1,98E-03	3594
97,94	10,00	990,81	2,07E-03	4148
97,89	96,94	10,00	2,09E-03	2181
97,94	53,36	1000,00	2,09E-03	1769

Tabela. A.27: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_T(k_1, k_2, L)$  para a temperatura tomada no poço a 139 m do canhoneio e dados do caso 2 com  $\mathbf{x}^* = (100 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 100 \text{ m})$ .

$k_1[\text{mD}]$	$k_2 [\text{mD}]$	$L [\text{m}]$	$E_T$	Avaliações
99,65	434,76	113,69	8,98E-06	2218
99,55	379,84	115,16	1,47E-05	2929
100,41	1287,40	106,58	3,41E-05	4833
100,80	1634,07	90,09	3,62E-05	460
101,00	3703,33	94,38	5,59E-05	1304
100,88	7883,26	103,59	7,20E-05	4552
99,06	627,61	183,76	1,23E-04	3339
99,18	1226,39	198,60	1,54E-04	268
98,90	1745,30	234,92	2,18E-04	3467
98,59	1780,32	287,91	3,01E-04	912

**A.3.3****Mínimos locais para o caso 3**

Tabela. A.28: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_p(k_1, k_2, L)$  para a pressão tomada no canhoneio e dados do caso 3 com  $\mathbf{x}^* = (9000 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 300 \text{ m})$ .

$k_1$ [mD]	$k_2$ [mD]	$L$ [m]	$E_p$	Avaliações
9000,00	500,00	292,39	0,00	2942
9000,00	500,00	293,32	0,00	4186
9000,00	500,00	295,44	0,00	1396
9000,00	500,00	288,75	0,00	2334
8726,76	480,78	312,44	0,07	467
8726,69	480,78	302,07	0,07	1199
9601,78	537,64	265,99	0,27	1707
7998,66	421,60	358,15	1,25	211
7782,20	401,43	374,37	2,00	2678
7135,18	462,18	330,87	2,88	5050

Tabela. A.29: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_p(k_1, k_2, L)$  para a pressão tomada no poço a 188 m do canhoneio e dados do caso 3 com  $\mathbf{x}^* = (9000 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 300 \text{ m})$ .

$k_1$ [mD]	$k_2$ [mD]	$L$ [m]	$E_p$	Avaliações
9018,37	499,66	294,73	0,06	1395
9311,19	518,60	275,58	0,13	2638
8743,60	480,44	304,16	0,14	636
8743,54	480,44	305,49	0,14	3884
8011,66	421,31	358,79	1,37	247
7588,58	380,80	397,12	3,17	3025
12601,83	660,05	190,66	4,77	1674
7055,18	301,56	417,07	8,38	986
6865,67	298,13	478,68	9,69	3483
6865,72	298,13	472,68	9,69	4412

Tabela. A.30: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_T(k_1, k_2, L)$  para a temperatura tomada no canhoneio e dados do caso 3 com  $\mathbf{x}^* = (9000 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 300 \text{ m})$ .

$k_1[\text{mD}]$	$k_2 [\text{mD}]$	$L [\text{m}]$	$E_T$	Avaliações
9000,00	500,00	289,50	1,25E-15	4906
9075,90	495,57	304,12	1,00E-06	3923
9298,84	551,79	315,89	2,27E-06	271
8983,55	588,64	246,73	1,65E-05	2513
8983,37	588,59	247,76	1,65E-05	2290
10999,40	2263,83	126,78	1,37E-04	594
11393,43	1011,02	668,66	1,37E-04	4168
11827,11	1345,83	805,38	1,63E-04	2886
12093,07	1702,24	953,65	1,78E-04	1983
12093,41	1703,49	934,25	1,78E-04	3672

Tabela. A.31: Listagem dos 10 melhores mínimos para  $E_T(k_1, k_2, L)$  para a temperatura tomada no poço a 188 m do canhoneio e dados do caso 3 com  $\mathbf{x}^* = (9000 \text{ mD}, 500 \text{ mD}, 300 \text{ m})$ .

$k_1[\text{mD}]$	$k_2 [\text{mD}]$	$L [\text{m}]$	$E_T$	Avaliações
9973,83	408,24	438,80	8,50E-07	2293
9973,88	408,25	444,21	8,50E-07	1100
10162,17	370,58	490,80	1,30E-06	368
10252,63	349,37	520,09	1,57E-06	4535
10252,65	349,38	518,36	1,57E-06	1581
10252,58	349,36	524,88	1,57E-06	1870
6700,30	424,94	141,39	2,04E-06	3614
10426,62	302,55	575,26	2,18E-06	2087
10591,30	250,53	603,92	2,89E-06	3465
10591,32	250,53	614,20	2,89E-06	593

## B Resultados dos Problemas Com Ruídos

### B.1

#### Problema 1: Avaliação da permeabilidade $k$ e porosidade $\phi$

##### B.1.1

##### Caso 1

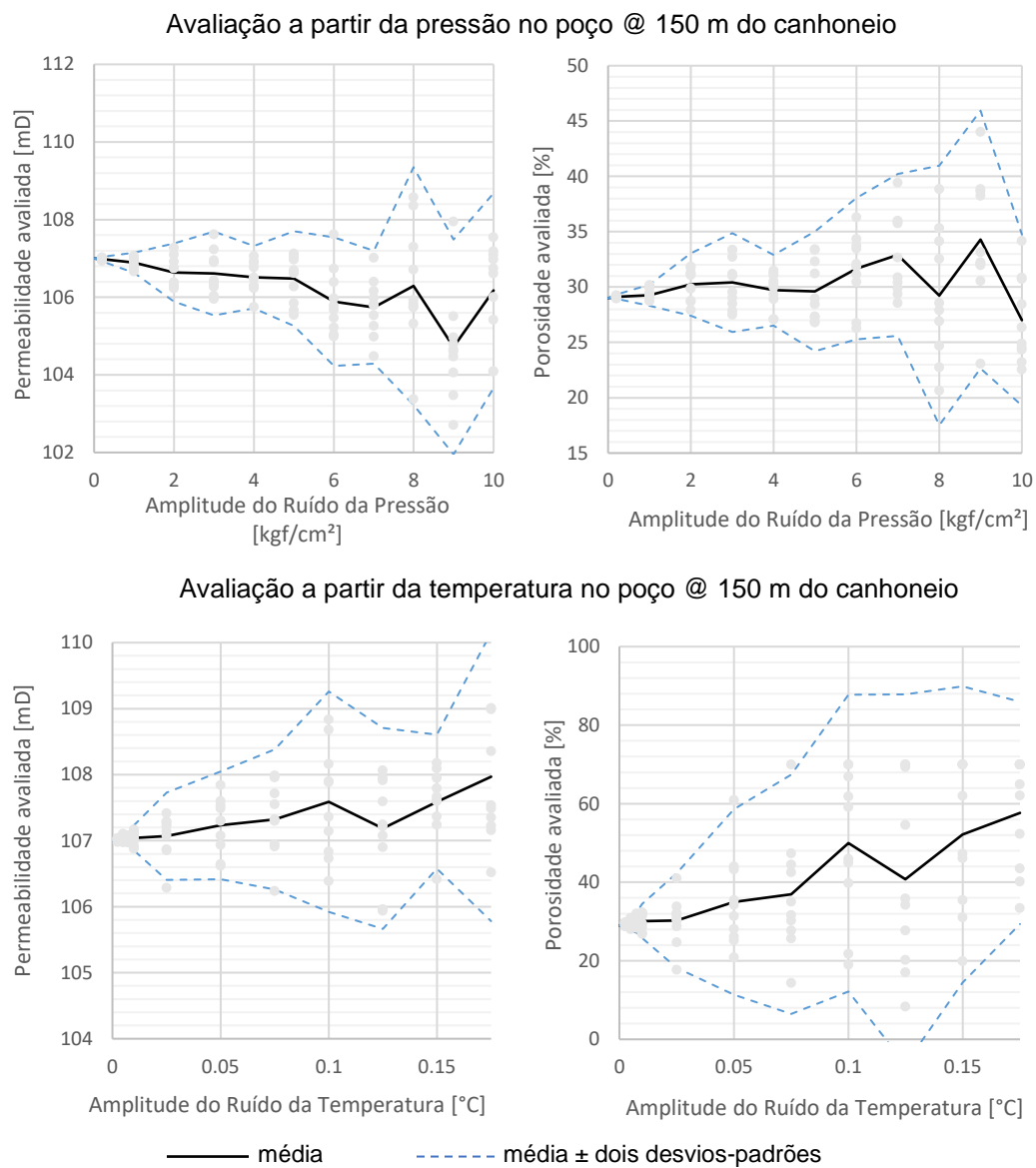


Figura. B.1: Resultado da avaliação da permeabilidade e porosidade para o caso 1 com dados obtidos a partir do poço a 150 m do canhoneio.

### B.1.2 Caso 2

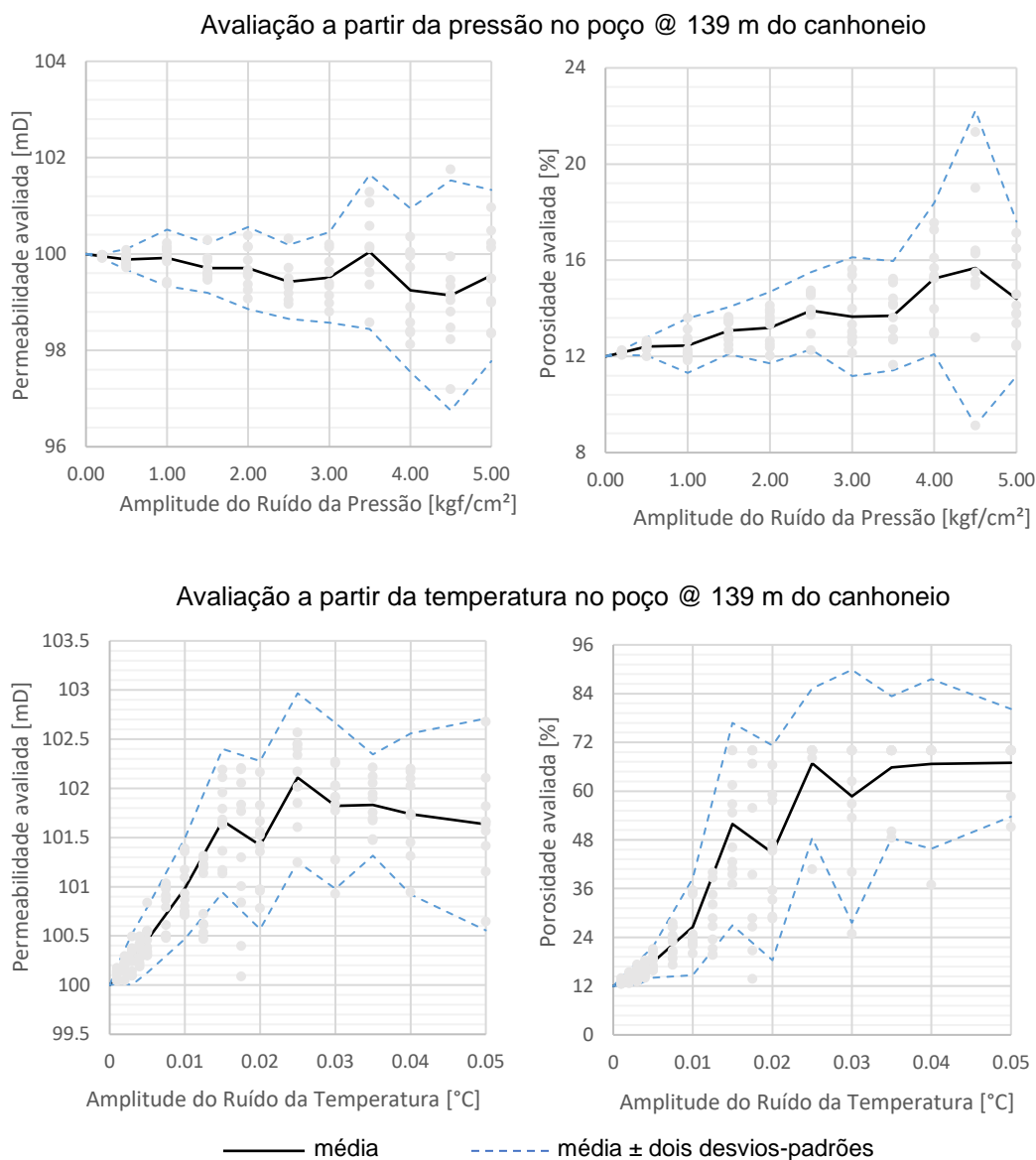
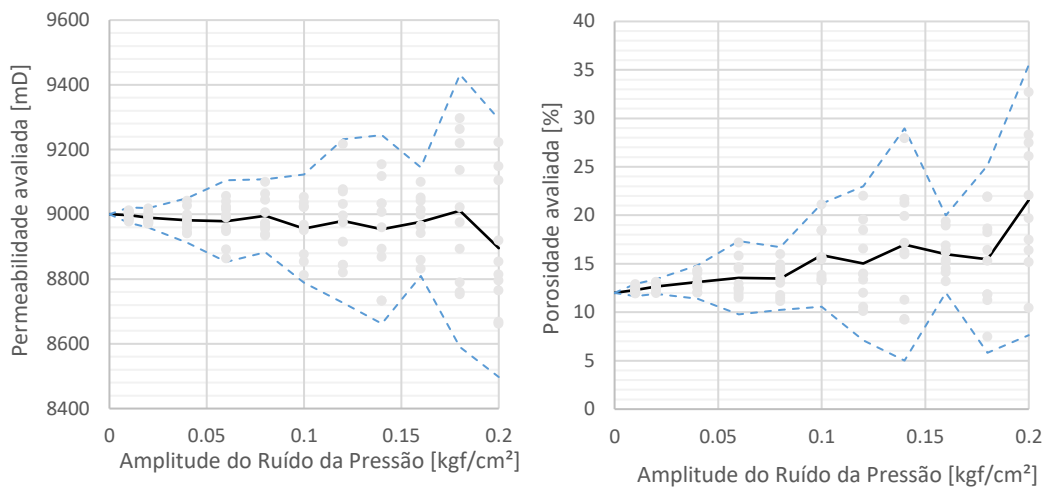


Figura. B.2: Resultado da avaliação da permeabilidade e porosidade para o caso 2 com dados obtidos a partir do poço a 139 m do canhoneio.

### B.1.3 Caso 3

Avaliação a partir da pressão no poço @ 188 m do canhoneio



Avaliação a partir da temperatura no poço @ 188 m do canhoneio

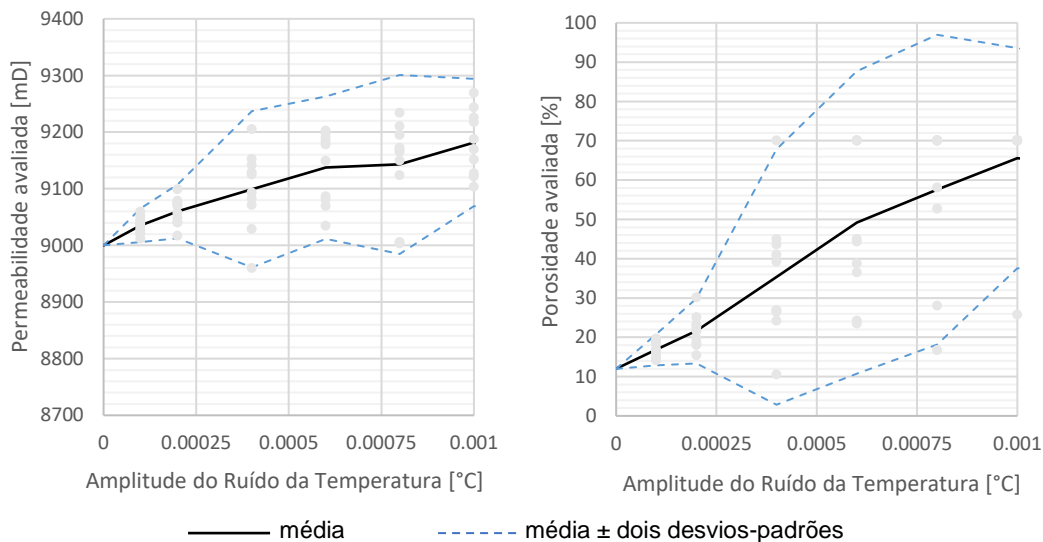


Figura. B.3: Resultado da avaliação da permeabilidade e porosidade para o caso 3 com dados obtidos a partir do poço a 188 m do canhoneio.

### B.1.4 Comparação entre os casos

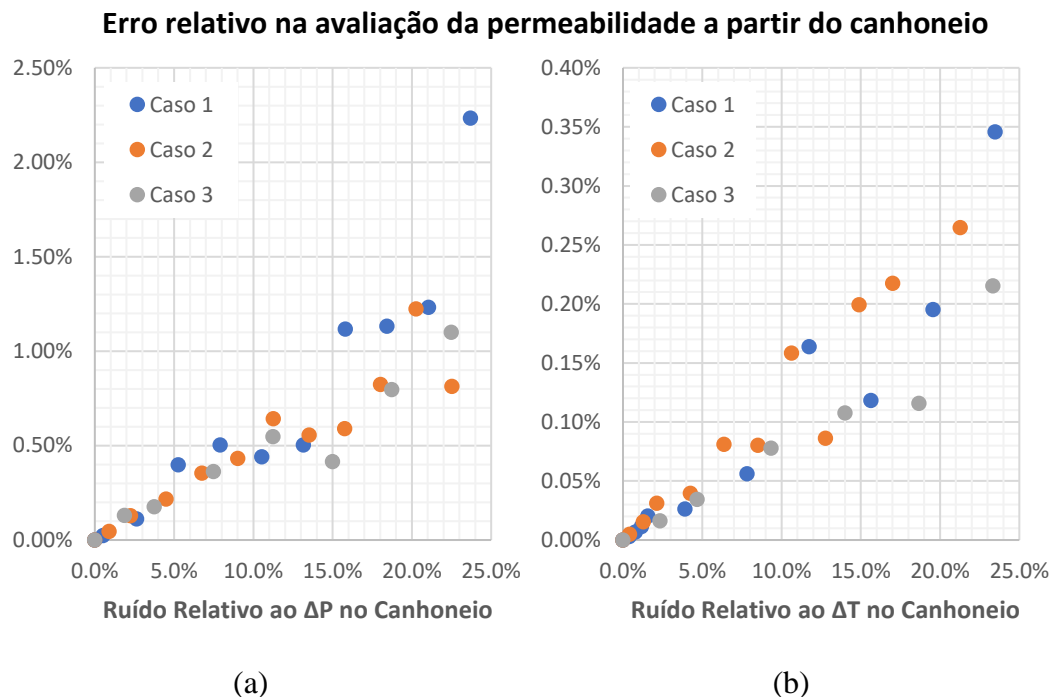


Figura. B.4: Comparação entre os erros na avaliação da permeabilidade para a leitura de (a) pressão e (b) temperatura no canhoneio.

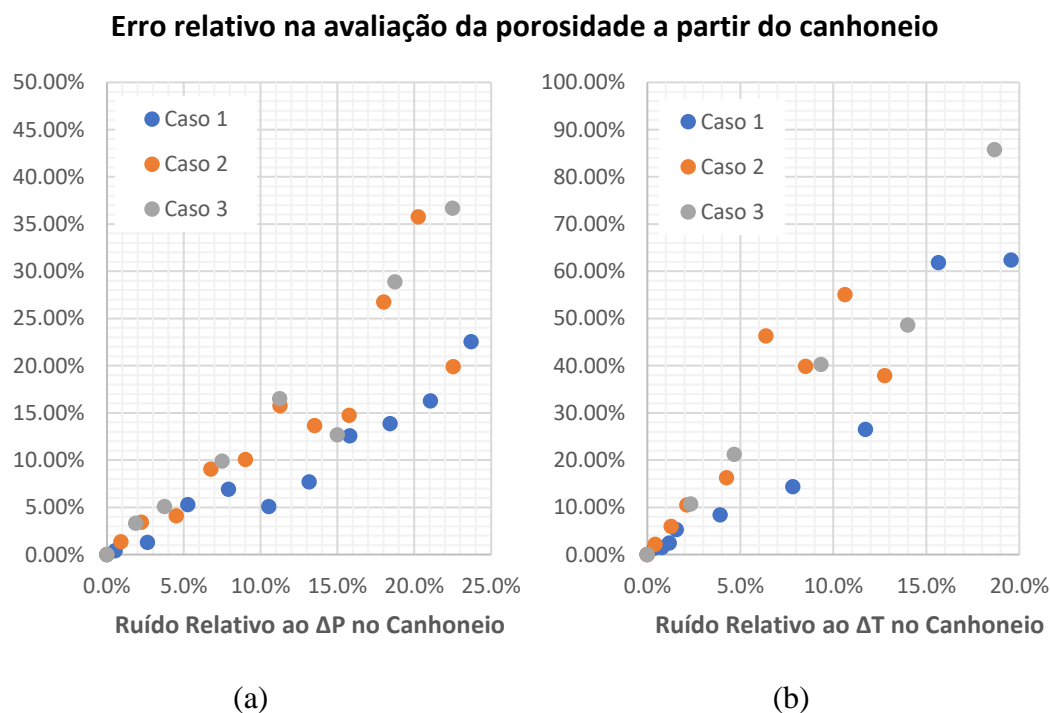
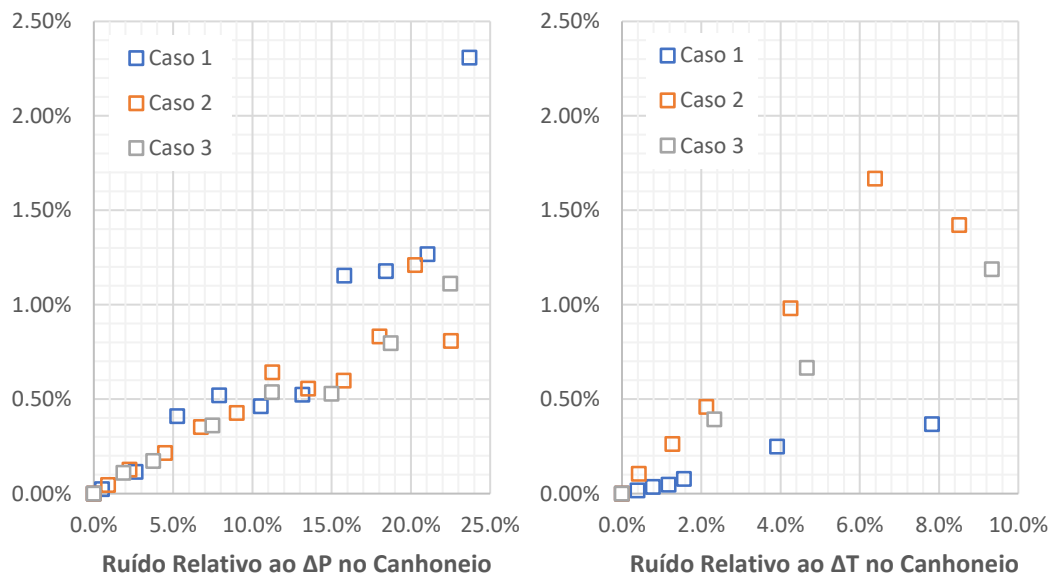


Figura. B.5: Comparação entre os erros na avaliação da porosidade para a leitura de (a) pressão e (b) temperatura no canhoneio.



**Erro relativo na avaliação da permeabilidade a partir do poço**

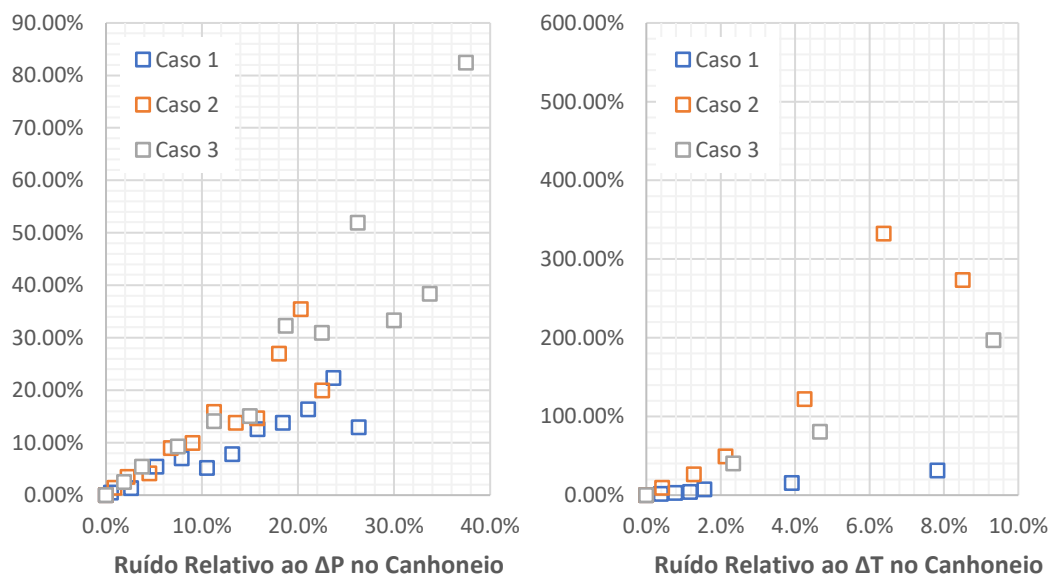


(a)

(b)

Figura. B.6: Comparação entre os erros na avaliação da permeabilidade para a leitura de (a) pressão e (b) temperatura no poço.

**Erro relativo na avaliação da porosidade a partir do poço**



(a)

(b)

Figura. B.7: Comparação entre os erros na avaliação da porosidade para a leitura de (a) pressão e (b) temperatura no poço.