



Fabricio Fernández

**Modelagem Numérica de Problemas
Geotécnicos de Grandes Deformações
Mediante o Método do Ponto Material**

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

Orientador : Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr.
Co-orientador: Dr. André Luís Müller

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2020



Fabrizio Fernández

**Modelagem Numérica de Problemas
Geotécnicos de Grandes Deformações
Mediante o Método do Ponto Material**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr.

Orientador

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Dr. André Luís Müller

Co-orientador

Instituto de Desenvolvimento de Software Técnico-Científico –
TECGRAF/PUC-Rio

Prof. Daniel Dias

Universidade Grenoble Alpes – Laboratório 3SR/Politécnico de
Grenoble

Prof. Ivan Fábio Mota de Menezes

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. Luiz Fernando Martha

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Dr. Marcio Arab Murad

Departamento de Mecânica Computacional – Laboratório
Nacional de Computação Científica

Rio de Janeiro, 4 de Fevereiro de 2020

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Fabrizio Fernández

Graduou-se em Engenharia Civil na Universidad Nacional de Cuyo - UNCuyo, em Mendoza, Argentina, em 2012. Onde participou de projetos de pesquisa nas áreas de simulação numérica, dinâmica de estruturas e fluxos em meios porosos durante o período 2009-2012. Em 2015 obteve o título de Mestre em Engenharia Civil na área de Geotécnica na Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC-Rio. Atualmente forma parte do grupo de pesquisa Geoanálise da PUC-Rio, atuando principalmente na área de geomecânica computacional.

Ficha Catalográfica

Fernández, Fabrizio

Modelagem numérica de problemas geotécnicos de grandes deformações mediante o método do ponto material / Fabrizio Fernández; orientador: Eurípedes do Amaral Vargas Jr.; co-orientador: André Luís Müller – 2020.

168 f. : il. color. ; 30 cm

Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2020.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Civil e Ambiental – Teses. 2. Fluxo de detritos. 3. Deslizamentos de solo em taludes. 4. Método do Ponto Material (MPM). 5. Grandes deformações. 6. Acoplamento fluido mecânico. I. Vargas, Eurípedes do Amaral. II. Müller, André Luís. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. IV. Título.

A Irene e Jacinto.

Agradecimentos

Ao Professor Vargas, pelas enriquecedoras discussões que contribuíram na orientação deste trabalho e na minha formação.

À Professora Raquel Velloso, pelas oportunidades e pela confiança.

Ao Dr. André Müller pela disponibilidade do código MVGimp.

A todas as pessoas que conformam o Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

Aos membros participantes da Comissão examinadora.

O presente trabalho foi realizado com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Resumo

Fernández, Fabricio; Vargas, Eurípedes do Amaral; Müller, André Luís. **Modelagem Numérica de Problemas Geotécnicos de Grandes Deformações Mediante o Método do Ponto Material**. Rio de Janeiro, 2020. 168p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Os problemas geotécnicos e geológicos envolvem a descrição do comportamento de materiais tais como solo e rocha e sua eventual interação com fluidos e estruturas. Em geral, a evolução desses problemas é caracterizada por grandes deformações e deslocamentos, descontinuidades, heterogeneidades e um comportamento constitutivo complexo. A abordagem deste tipo de problemas requer técnicas numéricas que levem em conta essas características, sem apresentar inconvenientes numéricos associados à distorção dos elementos como acontece no método dos elementos finitos (FEM). A presente tese desenvolve um algoritmo computacional baseado no método do ponto material (MPM) para aproximar a solução das equações governantes dos fenômenos mencionados. O algoritmo é baseado numa formulação dinâmica tridimensional do contínuo, considerando grandes deformações. Os amortecimentos de Rayleigh e o local não viscoso são incorporados para modelar problemas dinâmicos e quase-estáticos. A geração dinâmica das poro-pressões é formulada assumindo o meio poroso saturado e um ponto material para discretizar a mistura. Diversas técnicas de suavização das pressões são avaliadas em problemas de impacto sobre meios saturados. Diferentes modelos constitutivos são implementados para modelar tanto a formação da superfície de ruptura e o processo de escoamento da massa de solo durante as instabilidades, quanto a gênese, evolução e quantificação de zona de falhas nos processos geológicos. Para a abordagem da discretização de problemas de escala geológica de grande número de partículas usando o MPM, uma metodologia é proposta e verificada com a discretização do deslizamento do Daguangbao, na China. Visando à diminuição do tempo computacional, o algoritmo é implementado segundo o paradigma de programação paralela.

Palavras-chave

Fluxo de Detritos; Deslizamentos de Solo em Taludes; Método do Ponto Material (MPM); Grandes Deformações; Acoplamento Fluido Mecânico; Processos Geológicos;

Abstract

Fernández, Fabricio; Vargas, Eurípedes do Amaral (Advisor); Müller, André Luís (Co-Advisor). **Numerical Modeling of Geotechnical Problems of Large Deformations Using the Material Point Method**. Rio de Janeiro, 2020. 168p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Geotechnical and geological problems involve the description of the behavior of materials such as soil and rock, and their eventual interaction with fluids and structures. In general, the evolution of these problems is characterized by large deformations and displacements, discontinuities, heterogeneities and complex constitutive behavior. Addressing these problems requires numerical techniques that take these characteristics into account, without numerical drawbacks associated with element distortion as occurs in the finite element method (FEM). In this thesis is developed a computational algorithm based on the material point method (MPM) to approximate the solution of the governing equations to the mentioned phenomena. The algorithm is based on a three-dimensional dynamic formulation of the continuum considering large deformations. Rayleigh damping and non-viscous local damping are incorporated to model dynamic and quasi-static problems. The dynamic generation of pore pressures is formulated assuming the saturated porous medium and a single material point to discretize the mixture. Different techniques are evaluated to mitigate spurious pressure in impact problems on saturated media. Different constitutive models are implemented to model the failure surface and the soil mass flow process during slope instabilities, as well as the genesis, evolution and failure zone quantification in geological processes. To address the discretization of large-scale geological problems using MPM, a methodology is proposed and validated with the discretization of the Daguangbao landslide, in China. In order to decrease the computational time, the algorithm is implemented according to the parallel programming paradigm.

Keywords

Debris Flow; Soil Displacements on Slopes; Material Point Method (MPM); Large Strains; Hydromechanical Coupled Analysis; Geological Processes;

Sumário

1	Introdução	22
1.1	Revisão bibliográfica	25
1.1.1	Introdução à modelagem do sólido geomecânico	25
1.1.2	Revisão dos principais métodos numéricos disponíveis baseados no enfoque contínuo	25
1.1.3	Uso do MPM na modelagem de processos de grandes deformações	29
1.2	Escopo e objetivos	29
1.3	Contribuição da tese	30
1.4	Estrutura do trabalho	32
2	Método do Ponto Material - MPM	34
2.1	Introdução ao Método do Ponto Material	34
2.2	Formulação matemática	35
2.2.1	Discretização das equações de movimento	35
2.2.2	Integração no tempo	39
2.2.2.1	Integração explícita	39
2.2.2.2	Estabilidade do algoritmo explícito	41
2.2.3	Amortecimento	41
2.2.3.1	Amortecimento de Rayleigh	42
2.2.3.2	Amortecimento local	42
2.2.4	Condições de contorno não refletoras	43
2.2.5	Algoritmo explícito no MPM	44
2.3	Implementação computacional do MPM	46
2.3.1	Exemplo de arquivo de entrada de dados do programa MPM-PUCRio	47
3	Modelagem constitutiva	49
3.1	Definições e convenções	49
3.2	Taxas de tensões objetivas	50
3.3	Formulação incremental	51
3.4	Modelo elástico linear	52
3.4.1	Implementação numérica do modelo elástico linear	54
3.5	Modelos elasto-plásticos	55
3.5.1	Algoritmo de retorno	57
3.5.2	Modelo Drucker-Prager	58
3.5.2.1	Corretor plástico do modelo Drucker-Prager	60
3.5.2.2	Corretor plástico de cisalhamento do modelo Drucker-Prager	61
3.5.2.3	Corretor plástico de tração do modelo Drucker-Prager	63
3.5.2.4	Implementação numérica do modelo Drucker-Prager	64
3.5.3	Modelo Mohr-Coulomb	65
3.5.3.1	Corretor plástico do modelo Mohr-Coulomb	67
3.5.3.2	Corretor plástico de cisalhamento do Modelo Mohr-Coulomb	67
3.5.3.3	Corretor plástico de tração do modelo Mohr-Coulomb	69
3.5.3.4	Implementação numérica do Modelo Mohr-Coulomb	70
3.5.4	Modelo de transição sólido - fluido viscoso	71

3.5.4.1	Implementação numérica do modelo de transição	74
4	Acoplamento fluido mecânico	75
4.1	Revisão do acoplamento fluido mecânico no MPM	75
4.2	Fases do meio poroso	77
4.3	Princípio das tensões efetivas	78
4.4	Conservação de massa	78
4.5	Equações de movimento	80
4.6	Discretização das equações governantes	80
4.7	Implementação numérica do acoplamento fluido mecânico	83
4.8	Procedimento de suavização das pressões espúrias	85
5	Discretização de modelos MPM de escala geológica	87
5.1	Introdução à discretização de modelos de escala geológica	87
5.2	Revisão dos procedimentos de discretização usados no MPM	87
5.3	Procedimento para criação de modelos MPM de escala geológica	89
5.4	Exemplo de aplicação	90
5.5	Gerador de partículas	92
6	Resultados	95
6.1	Verificações das implementações computacionais	95
6.1.1	Condição de contorno não refletora	95
6.1.2	Talude elástico amortecido	96
6.1.3	Talude elasto-plástico	99
6.1.4	Talude elasto-plástico heterogêneo	101
6.1.5	Acoplamento fluido mecânico	105
6.1.5.1	Coluna poro-elástica: problema de Terzaghi	106
6.1.5.2	Esfera poro-elástica: problema de Cryer	108
6.1.5.3	Propagação de ondas não drenadas	110
6.1.5.4	Verificação do procedimento de suavização de pressões espúrias	112
6.2	Ruptura de túnel 3D	115
6.2.1	Estudo paramétrico e análise do escorregamento da massa do túnel	122
6.3	Simulação de processos geológicos	123
6.4	Talude natural em Oregon, Estados Unidos	128
6.5	Impacto de bloco de rocha sobre meio saturado	132
6.6	Deslizamento de Daguangbao, China	137
6.6.1	Características do deslizamento de Daguangbao	137
6.6.2	Discretização do domínio em modelo MPM	139
6.6.3	Características do terremoto de Wenchuan, China	142
6.6.4	Resultados das análises do deslizamento de Daguangbao	143
6.6.4.1	Resultados da análise em 2D	144
6.6.4.2	Resultados da análise em 3D	147
6.6.4.3	Comentários finais e discussão dos resultados	152
7	Considerações finais	153
7.1	Conclusões	153
7.2	Sugestões para futuros trabalhos	155
	Referências bibliográficas	157

A	Publicações produzidas durante o presente trabalho	165
B	Exemplo de Arquivo de Entrada de Dados	166
B.1	Convenção da numeração dos nós do elementos do 8 nós	168

Lista de figuras

Figura 1.1	Fluxo de detrito na vila <i>La Conchita</i> , California, após chuva intensa onde 10 pessoas resultaram mortas [13].	23
Figura 1.2	Deslizamentos de terra em Rio de Janeiro, 2011, deixam 916 pessoas mortas. a) Imagem aérea da devastação em área de Nova Friburgo. b) Deslizamento de terra em Nova Friburgo [14].	23
Figura 1.3	Enfoque discreto e contínuo do sólido geomecânico.	26
Figura 1.4	Deformação de elemento finito de 4 nós. Variação do Jacobiano dentro do elemento.	30
Figura 1.5	Revisão de 40 publicações sobre o MPM entre os anos 1994 e 2018.	31
Figura 2.1	Esquema de discretização do domínio contínuo em pontos materiais. Configuração geral do modelo numérico MPM.	35
Figura 2.2	Ciclo computacional no método do ponto material.	35
Figura 2.3	Esquema de diferenças finitas centrais usado na integração explícita no tempo.	40
Figura 2.4	Condições de contorno não refletoras em meios semi-infinitos. a) Pulso num meio contínuo semi-infinito. b) Reflexão de pulso devido às condições de contorno do modelo numérico.	43
Figura 2.5	Esquema de funcionamento e características do programa MPM-PUCRio.	47
Figura 3.1	Vetores normais aos planos positivos em torno ao ponto A.	50
Figura 3.2	Tensor de tensões de Cauchy num ponto A. a) Tensor de tensões para o estado inicial $\phi = 0$. b) Tensor de tensões sobre rotação do corpo rígido de $\phi = \pi/2$.	51
Figura 3.3	Curva de resposta tensão - deformação de material elasto-plástico.	56
Figura 3.4	Passo preditor elástico e corretor plástico do algoritmo de retorno.	57
Figura 3.5	Modelo Drucker-Prager ajustado em diferentes pontos do modelo Mohr-Coulomb.	58
Figura 3.6	Modelo Drucker-Prager composto com limitação à resistência máxima de tração.	59
Figura 3.7	Modelo Drucker-Prager dividido em zonas para determinar a regra do fluxo plástico na interseção entre f^t e f^s .	60
Figura 3.8	Modelo de Mohr-Coulomb com limitação à resistência máxima de tração.	65
Figura 3.9	Modelo Mohr-Coulomb dividido em zonas para determinar a regra do fluxo plástico no ponto de interseção entre f^t e f^s .	66
Figura 3.10	Modelo numérico para solos de comportamento elasto-plástico-viscoso com transição.	72

Figura 4.1	Fases do meio poroso. a) Meio poroso real. b) Representação numérica do meio poroso de diferentes fases.	77
Figura 4.2	Procedimento de suavização das pressões espúrias.	85
Figura 5.1	Procedimentos de discretização normalmente usados no MPM. a) Pontos materiais definidos por célula. b) Pontos materiais em malha de elementos finitos de suporte. c) Pontos materiais definidos de maneira individual.	88
Figura 5.2	Sequência para criação de modelos MPM heterogêneos em 3D de escala geológica.	90
Figura 5.3	Sequência para criação de modelos MPM heterogêneos em 3D de escala geológica. a) Dados digitais de elevação do terreno e de cada material. b) Mapeamento de cada ponto DEM do terreno P com cada ponto DEM de cada material M_i .	91
Figura 5.4	Cubo heterogêneo com onda plana de interface entre os materiais.	91
Figura 5.5	Discretização de cubo heterogêneo com nível de refinamento de 0.1 m. a) 5270 partículas distribuídas usando o centroide de cada elemento finito da malha de suporte. b) $8.0e+3$ partículas distribuídas uniformemente em cada célula de $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.1$ m usando uma malha de elementos finitos para identificar os materiais. c) $8.0e+3$ partículas distribuídas usando uma onda plana como dado de elevação do material 2.	93
Figura 5.6	Discretização de cubo heterogêneo com nível de refinamento de 0.05 m. a) 36253 partículas distribuídas usando o centroide de cada elemento finito da malha de suporte. b) $64.0e+3$ partículas distribuídas uniformemente em cada célula de $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.05$ m usando uma malha de elementos finitos para identificar os materiais. c) $64.0e+3$ partículas distribuídas usando uma onda plana como dado de elevação do material 2.	94
Figura 6.1	Verificação das condições de contorno não refletoras. a) Modelo de coluna vertical com pulso externo e diferentes condições de contorno. b) Variação das ondas longitudinais no tempo.	96
Figura 6.2	Geometria e condições de contorno de talude elástico.	97
Figura 6.3	Deslocamentos horizontais u_x do ponto de controle A do talude elástico. Modelo MPM e FEM com amortecimento de Rayleigh $\alpha^R = \beta^R = 0.05$.	97
Figura 6.4	Deslocamentos horizontais u_x do ponto de controle A do talude elástico. Modelo MPM com amortecimento local não viscoso $\alpha^{nv} = 0.075$. Modelo FEM com amortecimento de Rayleigh $\alpha^R = \beta^R = 0.05$.	98
Figura 6.5	Geometria do talude elasto-plástico.	99
Figura 6.6	Comparativa dos resultados com o código MPM3D-F90 [38].	100
Figura 6.7	Evolução da ruptura do talude elasto-plástico.	100

- Figura 6.8 Talude heterogêneo. Definição de geometria, distribuição de materiais e condições de contorno. 101
- Figura 6.9 a) Malha de elementos finitos usada no método NLA. b) Distribuição de pontos materiais usada no MPM. 102
- Figura 6.10 Fator de segurança obtido por diferentes métodos. a) SRF obtido com NLA [102]. b) Deslocamentos adimensionais obtidos com FEM (Abaqus) [102]. c) Deslocamentos máximos para cada SRF obtido com MPM. d) Taxa de deslocamentos máximos obtida com MPM. 103
- Figura 6.11 Mecanismo de ruptura do talude heterogêneo. a) Distribuição de velocidades obtidas com NLA para SF=1.11 [102]. b) Distribuição de deslocamentos obtidos com FEM (Abaqus) para SRF=0.98 [102]. c) Campo de deslocamentos obtidos com MPM para SF=1.19. 104
- Figura 6.12 Verificação da implementação do acoplamento fluido mecânico com a coluna poro-elástica. a) Modelo da coluna poro-elástica com pressão aplicada no extremo permeável, condições iniciais e de contorno. b) Comparação de resultados numérico e analítico em termos de pressão no tempo. 107
- Figura 6.13 Verificação da implementação do acoplamento fluido mecânico com a esfera poro-elástica. a) Modelo da esfera poro-elástica com carregamento radial aplicado no contorno permeável. b) Comparação de resultados numérico e analítico em termos de pressão normalizada no centro da esfera. 109
- Figura 6.14 Variação do acréscimo de poro-pressão relativo à tensão total no contorno, num ponto de controle na posição $z = 0.58$ m. 111
- Figura 6.15 Geometria e condições de contorno do modelo de verificação do algoritmo de suavização das pressões. 112
- Figura 6.18 Evolução das pressões do fluido no ponto de controle na posição $z = 7.0$ m (ver Figura 6.16). 113
- Figura 6.16 Evolução do campo de pressões durante o impacto do bloco sobre o meio saturado. a) Caso 1: sem suavização, $t = 0.152$ s. b) Caso 2: suavização simplificada, $t = 0.152$ s. c) Caso 3: com suavização, $t = 0.152$ s. d) Caso 1: sem suavização, $t = 0.153$ s. e) Caso 2: suavização simplificada, $t = 0.153$ s. f) Caso 3: com suavização, $t = 0.153$ s. ● ≡ ponto de controle em $z = 7.0$ m. 114
- Figura 6.17 Evolução do campo de pressões durante o impacto do bloco sobre o meio saturado. a) Caso 1: sem suavização, $t = 0.157$ s. b) Caso 2: suavização simplificada, $t = 0.157$ s. c) Caso 3: com suavização, $t = 0.157$. d) Caso 1: sem suavização, $t = 0.165$ s. e) Caso 2: suavização simplificada, $t = 0.165$ s. f) Caso 3: com suavização, $t = 0.165$ s. ● ≡ ponto de controle em $z = 7.0$ m. 114
- Figura 6.19 Geometria do modelo do túnel, condições de contorno, e posição dos transdutores no topo do modelo. 116
- Figura 6.20 Registro dos deslocamentos superficiais nos transdutores $h1-h6$ durante a redução da pressão na face do túnel. 117

- Figura 6.21 Modelo MPM do túnel. Diferentes pontos materiais usados no modelo para representar as partículas de areia, a lâmina de plástico onde é aplicada a pressão e as partículas das paredes do túnel. 118
- Figura 6.22 Configuração final de colapso. Formação de cratera em superfície como consequência das altas deformações pós-ruptura. 119
- Figura 6.23 Evolução dos deslocamentos pós-ruptura do modelo do túnel 3D. A linha amarela representa a parede do túnel durante a ruptura. 120
- Figura 6.24 Magnitude dos deslocamentos totais no colapso $|\mathbf{u}|$. a) Resultados obtidos com MPM. b) Resultados obtidos com FEM por Sterpi *et al.* (2004) [106]. 121
- Figura 6.25 Deslocamentos superficiais numéricos e experimentais. a) Valores registrados nos transdutores h_1 , h_2 e h_3 . b) Valores registrados nos transdutores h_4 , h_5 e h_6 (ver Figura 6.19). 121
- Figura 6.26 Energia cinética do modelo MPM durante a evolução do processo de ruptura. 122
- Figura 6.27 Comparação da configuração deformada da massa de solo na ruptura para diferentes ângulos de atrito residual. 123
- Figura 6.28 Comparação da configuração deformada da massa de solo na ruptura para diferentes ângulos de atrito residual. 123
- Figura 6.29 Geometria do modelo de caixa de areia usado para simulação de formação de falhas induzidas por deformação de compressão de velocidade constante. 124
- Figura 6.30 Evolução da formação de falhas e da deformação plástica acumulada ϵ_p . 124
- Figura 6.31 Comparação do ângulo da superfície do modelo para diferentes deslocamentos compressionais. Resultados obtidos por diferentes modelos numéricos e análogos [108]. 126
- Figura 6.32 Comparação do número de falhas formadas nos modelos para diferentes deslocamentos compressionais. Resultados obtidos por diferentes modelos numéricos e análogos (Modificado de S.Buiter *et al.*(2006) [108]). 126
- Figura 6.33 Estado de deformação para 14cm de deslocamento compressional. a) Modelos numéricos I2ELVIS, LAPEX-2D, Microfem, PFC2D e Sopale [108]. b) Modelos análogos Univ. Bern, Univ. Parma, Univ. Pavia, IFP Rueil-Malmaison e Univ. Toronto [108]. c) Modelo MPM mostrando, à esquerda, o estado de deformação e, à direita, as deformações plásticas acumuladas ϵ_p . 127
- Figura 6.34 a) Curvas de nível do terreno e do nível de água. b) Altura da camada de solo sobre a rocha (Adaptado de Camargo *et al.*(2016) [112]). 129
- Figura 6.35 a) Geometria inicial e definição de materiais. b) Modelo MPM formado por $1130304 \approx 1.1e+6$ partículas. 129
- Figura 6.36 Comparação da zona de ruptura calculada com NLA [112] e MPM, com a zona de ruptura observada. Evolução da zona de ruptura para 3, 6 e 9 segundos obtida com MPM. 130

Figura 6.37 Evolução da zona de ruptura em termos da magnitude dos deslocamentos $ u (m)$, para 3, 6 e 9 segundos.	131
Figura 6.38 Geometria do problema do bloco de rocha impactando sobre meio poroso saturado. a) Plano X-Y, $b_y = b_x = 5$ m; b) Plano Z-Y, $b_z = 2$ m, $h_r = 2$ m, $h_s = 1$ m, $H_r = 1.7$ m, $H_s = 2.5$ m; c) Perspectiva tridimensional.	133
Figura 6.39 Evolução da energia cinética do sistema.	134
Figura 6.40 Evolução da pressão do fluido nos pontos de controle p_1 e p_2 .	134
Figura 6.41 Processo de falha durante o impacto do bloco de rocha sobre o solo saturado. Evolução das zonas de falhas em termos da deformação efetiva plástica $\epsilon^p = \sqrt{(2/3\epsilon_{ij}^p\epsilon_{ij}^p)}$.	135
Figura 6.42 Processo de falha durante o impacto do bloco de rocha sobre o solo saturado. Evolução das zonas de falhas em termos da deformação efetiva plástica $\epsilon^p = \sqrt{(2/3\epsilon_{ij}^p\epsilon_{ij}^p)}$.	136
Figura 6.43 Mapa geológico do deslizamento de Daguangbao [120].	138
Figura 6.44 Seção geológica pós-terremoto [122] definida como \overline{AB} na Figura 6.43.	138
Figura 6.45 Topografia da região do deslizamento de Daguangbao antes do terremoto. a) Curvas de níveis e dimensões do domínio. b) Perspectiva tridimensional da topografia.	139
Figura 6.46 Posições das seções utilizadas para definir heterogeneidades.	139
Figura 6.47 Dados digitais de elevação de cada material. a) Material 1 = grupo Z. b) Material 2 = grupo D. c) Material 3 = grupo P.	140
Figura 6.48 Modelo discreto MPM formado por $1.8e + 6$ partículas. a) Elevação $x_z^0(m)$. b) Distribuição espacial de materiais.	140
Figura 6.49 Seção característica do deslizamento de Daguangbao. Seção $\overline{A'B'}$ definida na Figura 6.47. a) Elevação $x_z^0(m)$. b) Distribuição espacial dos materiais e posição dos pontos de controle p_1 , p_2 e p_3 .	141
Figura 6.50 Identificação de zona de ruptura. a) Zona de ruptura observada. b) Zona de ruptura no modelo MPM.	142
Figura 6.51 Terremoto considerado na análise. Deslocamentos u , velocidades \dot{u} e acelerações \ddot{u} no tempo, nas direções x , y e z .	144
Figura 6.52 Comparação da superfície de falha e da configuração da topografia pós-terremoto. Resultados obtidos com MPM e valores reportados [122]. Modelo 2D.	146
Figura 6.53 Evolução da superfície de falha em termos de deformação efetiva plástica $\epsilon^p = \sqrt{(2/3\epsilon_{ij}^p\epsilon_{ij}^p)}$. Modelo 2D.	146
Figura 6.54 Evolução dos deslocamentos nos pontos de controle p_1 , p_2 e p_3 . a) Deslocamentos verticais u_z (m). b) Deslocamentos horizontais u_x (m). Modelo 2D.	147
Figura 6.55 Comparação da superfície de falha e da configuração final da topografia pós-terremoto. Resultados numéricos obtidos com MPM em 3D e valores reportados [122].	149

Figura 6.56 Evolução da superfície de falha em termos da deformação efetiva plástica $\epsilon^p = \sqrt{(2/3\epsilon_{ij}^p\epsilon_{ij}^p)}$. Modelo 3D.	149
Figura 6.57 Comparação da superfície de falha e da configuração final da topografia pós-terremoto. Resultados numéricos obtidos com MPM e valores reportados [122].	150
Figura 6.58 Área afetada pelo deslizamento de Daguangbao. a) Magnitude dos deslocamentos na condição de equilíbrio pós-terremoto. b) Comparação da área afetada obtida numericamente com a reportada.	151
Figura 6.59 Comparação da topografia na configuração final pós-ruptura. a) Modelo numérico MPM em 3D. b) Parede vertical [120]. c) Zona de acumulação [120].	151
Figura B.1 Exemplo de arquivo de entrada de dados do programa MPM-PUCRio. a) Malha de cubo de 1mx1mx1m formada por 8 elementos de 8 nós. b) Modelo MPM com 8 partículas por elemento.	166
Figura B.2 Convenção de numeração do elemento de 8 nós.	168

Lista de tabelas

Tabela 1.1	Instabilidades e movimentos de grandes massas de terra com um grande número de vítimas fatais (Modificado de De Blasio <i>et al.</i> [1]).	24
Tabela 1.2	Principais programas computacionais do MPM.	31
Tabela 5.1	Comparação do número de pontos materiais incorretamente colocados usando a malha de suporte e a metodologia proposta.	92
Tabela 6.1	Parâmetros da coluna elástica com condição de contorno não refletora.	96
Tabela 6.2	Parâmetros do talude elástico amortecido.	98
Tabela 6.3	Parâmetros do talude elasto-plástico.	99
Tabela 6.4	Propriedades dos materiais do talude heterogêneo.	102
Tabela 6.5	Fator de segurança e tempo computacional do talude heterogêneo.	105
Tabela 6.6	Parâmetros da coluna poro-elástica.	107
Tabela 6.7	Parâmetros da esfera poro-elástica.	109
Tabela 6.8	Parâmetros da propagação de ondas no meio saturado.	111
Tabela 6.9	Parâmetros da verificação do algoritmo de suavização de pressões espúrias.	113
Tabela 6.10	Parâmetros do modelo do túnel 3D.	116
Tabela 6.11	Parâmetros do modelo geológico compressional.	125
Tabela 6.12	Parâmetros do talude natural em Oregon.	128
Tabela 6.13	Comparação dos fatores de segurança do talude natural em Oregon.	130
Tabela 6.14	Parâmetros do impacto de bloco sobre meio saturado.	133
Tabela 6.15	Características do terremoto de Wenchuan.	143
Tabela 6.16	Parâmetros de correção do terremoto.	143
Tabela 6.17	Parâmetros da análise 2D do deslizamento de Daguangbao.	145
Tabela 6.18	Parâmetros da análise 3D do deslizamento de Daguangbao.	148
Tabela 6.19	Área afetada pelo evento. Estado de equilíbrio pós-terremoto.	148
Tabela 6.20	Altura da parede vertical e altura do material depositado sobre o vale Huangdongzi. Configuração pós-terremoto. Comparação de resultados numéricos com valores reportados.	150

Lista de símbolos

- Ω – Domínio material
 M^Ω – Massa total do domínio material
 Ω_{ij} – Tensor de rotação
 Γ – Contorno do domínio
 p – Partícula ou ponto material, Pressão do fluido
 n_p – Número de partículas
 Ω_p – Domínio da partícula
 m_p – Massa da partícula
 ∇ – Operador Nabla
 Δ – Incremento finito
 δ_{ij} – Delta de Kronecker
 m_{IJ} – Matriz de massa
 \mathbf{b}, b_i – Vetor de forças de corpo por unidade de massa
 u_i – Vetor de deslocamentos
 \dot{u}_i – Vetor de velocidades
 $\dot{\mathbf{v}}, \dot{v}_i, \ddot{u}_i$ – Vetor de acelerações
 δu_i – Deslocamentos arbitrários
 $\delta u_{i,j}$ – Derivadas j dos deslocamentos arbitrários
 \mathbf{x}_p – Vetor de posição da partícula
 v_{iI} – Vetor de velocidades nodais
 d_c – Dimensão de uma célula da malha Euleriana
 I – Nó da malha Euleriana
 L – Estado das variáveis no final da etapa Lagrangiana
 l_e – Comprimento característico de elemento
 $\hat{\mathbf{n}}$ – Vetor normal ao plano positivo em torno de um ponto
 N_{Ip} – Função de interpolação do nó I avaliada na posição \mathbf{x}_p da partícula
 $N_{Ip,j}$ – Gradiente da função de interpolação do nó I
 \hat{w}_i – Funções de ponderação
 $\boldsymbol{\sigma}, \sigma_{ij}$ – Tensor de tensões de Cauchy
 σ_{ij}^* – Tensão específica
 σ'_{ij} – Tensão efetiva no esqueleto sólido
 σ_m – Tensão média
 $\dot{\sigma}_{ij}^J$ – Taxa de tensões de Jaumann

- σ_{ext} – Pulso externo
 σ^t – Resistência a tração
 S_y^B – Tensão de escorregamento de Bingham
 S_y^{MC} – Tensão desviadora de ruptura do modelo de Mohr-coulomb
 ϵ, ϵ_{ij} – Tensor de deformação
 $\dot{\epsilon}_{vol}$ – Taxa da deformação volumétrica
 ϵ_e – Tensor de deformações elásticas
 ϵ_p – Tensor de deformações plásticas
 $\bar{\epsilon}_{vol}$ – Deformação volumétrica média na partícula
 ϵ – Deformação volumétrica
 J – Determinante do gradiente de deformação
 E – Módulo de Young
 E^{edo} – Módulo de compressão confinada
 E_{kin} Energia cinética
 K – Módulo volumétrico
 K_m – Módulo volumétrico do meio poroso
 K_f – Módulo volumétrico do fluido no meio poroso
 K_s – Módulo volumétrico do sólido no meio poroso
 G – Módulo cisalhante
 ν – Coeficiente de Poisson
 λ, μ – Constantes de Lamé
 g – Gravidade
 ρ – Densidade de massa
 C_{ijkl} – Tensor elástico de quarto ordem
 c_v – Coeficiente de adensamento
 c_w – Velocidade da onda de compressão da água
 c_p – Velocidade do som na partícula
 c_e – Velocidade do som no elemento
 c_d, c_s – Velocidades de ondas compressionais e cisalhantes
 t – Tempo
 T_v – Fator de tempo
 f^{dmp} – Força de amortecimento
 f_I – Força não balanceada no nó I
 f_{iI}^{sb} – Força viscosa não refletiva no nó I
 $\hat{\sigma}_i, \hat{\tau}_i$ – Força normal e tangencial do contorno não refletivo
 t_i – Força de tração no contorno
 α, β – Coeficientes de amortecimento de Rayleigh
 α^{nv} – Coeficiente de amortecimento local não viscoso
 $\mathbf{v}_n, \mathbf{v}_t$ – Velocidades normais e tangenciais ao contorno

- ψ – Função de potencial plástico
 λ – Parâmetro de carga
 f – Função de fluência
 f^t, f^s – Funções de fluência de tração e de cisalhamento
 J_2 – Segundo invariante do tensor desviador
 ϕ – Ângulo de atrito
 c – Coesão do material
 q_ϕ, k_ϕ – Constantes do critério de ruptura Drucker-Prager
 S_i – Operadores lineares de integração
 η – Viscosidade
 d^2W – Critério do trabalho de segunda ordem
 n – Porosidade
 e – Relação de vazios
 V_v – Volume de vazios
 V_s – Volume de sólidos
 v^s – Velocidade do sólido
 v^w – Velocidade do fluido
 S_f – Grau de saturação
 k_{ij} – Tensor de condutividade hidráulica
 S_p – Coeficiente de armazenamento
 α_B – Coeficiente de Biot
 \square_I – Relativo ao nó da malha Euleriana
 \square^p – Parâmetro de pico
 \square^r – Parâmetro residual
 \square^s, \square_s – Relativo ao sólido
 \square^w, \square_w – Relativo ao fluido
 \square_{dev} – Tensor desviador
 \square_m – Valor médio ou *hidrostático*
 \square_{vol} – Relativo a volumétrico
 $\square^E, \square^P, \square^V$ – Componentes elásticas, plásticas e viscosas
 \square^k – Relativo ao passo de tempo computacional
 2D – Duas dimensões
 3D – Três dimensões
 UE – União Europeia
 PB – Países Baixos
 ILC – Interface de linha de comandos
 MPM – *Material Point Method*
 FEM – *Finite Element Method*
 FDM – *Finite-Difference Method*

ALE – *Arbitrary Lagrangian Eulerian*
CEL – *Coupled Eulerian - Lagrangian*
SPH – *Smooth Particle Hydrodynamics*
PFEM – *Particle Finite-Element Method*
FEMLIP – *FEM with Lagrangian Integration Points*
EFG – *Element-Free Galerkin*
USF – *Update Stress First*
USL – *Update Stress Last*
NLA – *Numerical Limit Analysis*
PFC – *Particle Flow Code*
ASC – *Advanced Simulation and Computing*
SRF – *Strength Reduction Factor*
RC – *Research Community*

1 Introdução

As instabilidades de taludes, em particular os movimentos que envolvem grandes massas de material geológico, constituem uma ação geomorfológica constante sobre o ambiente natural [1] e um risco de desastre natural para os centros urbanos, tanto para as pessoas (ver Tabela 1.1) quanto para as infraestruturas (ver Figuras 1.1 e 1.2). O desafio que se apresenta para a comunidade está relacionado com a redução deste risco mediante a previsão do fenômeno, e principalmente mediante o entendimento dos mecanismos envolvidos [2].

Dentro dos diferentes tipos de eventos de instabilidade de material geológico, os movimentos classificados como *tipo fluxo* [3, 4, 5, 6] apresentam algumas das seguintes características:

- Elevada quantidade de movimento devido às altas velocidades durante o processo de escorregamento;
- Grandes distâncias de escorregamento em comparação com a escala da massa envolvida;
- Elevada periculosidade e risco de catástrofe natural;

Do ponto de vista geotécnico, o fenômeno da ruptura da massa de solo pode ser dividido em duas etapas: a) Etapa inicial de ruptura, onde a capacidade de suporte é crítica e conseqüentemente as condições de estabilidade da massa são comprometidas; b) Etapa pós-ruptura, onde grandes deformações e deslocamentos são acompanhados de uma considerável liberação de energia. Em relação às etapas mencionadas, se evidencia que a modelagem constitutiva deste tipo de evento requerer modelos com mudanças de reologia, onde se leve em conta um comportamento constitutivo diferencial para a massa em função do nível de deformação. Neste sentido, uma primeira aproximação pode ser assumir um material do tipo sólido na etapa anterior à ruptura e um material do tipo fluido na etapa posterior à ruptura [7].

O entendimento dos mecanismos envolvidos durante a ruptura e no escorregamento pós-ruptura requerem a identificação das principais variáveis envolvidas, tais como: efeito da saturação em massas de solos não saturados [8]; efeito da vegetação nas camadas superiores e sua influência na sucção [8];

variação cíclica da pressão de poros nas características de cimentação [9]; ação dinâmica de terremotos [10]; efeito do intemperismo sobre a poro pressão [11]; efeitos de mudanças climáticas [12]; entre outras.



Figura 1.1: Fluxo de detrito na vila *La Conchita*, California, após chuva intensa onde 10 pessoas resultaram mortas [13].



Figura 1.2: Deslizamentos de terra em Rio de Janeiro, 2011, deixam 916 pessoas mortas. a) Imagem aérea da devastação em área de Nova Friburgo. b) Deslizamento de terra em Nova Friburgo [14].

Com estas características, a ocorrência de movimentos de grandes massas constitui um fenômeno que apresenta um desafio ao tentar antecipá-lo com exatidão. Em geral, os dados estão disponíveis depois da ocorrência do

escoamento; os materiais envolvidos resultam anisotrópicos, não lineares, não homogêneos, com propriedades variáveis no tempo; os ensaios de laboratório não representam os níveis de deformações envolvidas; ou se dispõe de pouca ou nula informação antes da ocorrência do escoamento.

Tabela 1.1: Instabilidades e movimentos de grandes massas de terra com um grande número de vítimas fatais (Modificado de De Blasio *et al.*[1]).

Lugar	País	Data	Mortes	Características
Gansu	China	16/12/1920	180000	Fluxo de lama
Armero	Colômbia	13/11/1985	25000	Fluxo de lama
Yungay	Peru	31/05/1970	18000	Avalanche de rochas
Khait	Tajikistan	1949	12000	Avalanche de rochas
Huaraz	Peru	12/1941	5000	Fluxo de detritos
Kelud	Indonésia	1919	5160	Drenagem cratera
Yungay	Peru	10/01/1962	4500	Avalanche de rochas
Colima	Honduras	20/09/1973	2800	–
Ranrahirca	Peru	10/01/1962	4000	Avalanche/Fluxo detritos
Longarone	Itália	09/10/1963	2000	Avalanche de rochas
Bihar, Bengal	India	01/10/1968	1000	Terremoto
Villa Tina	Colômbia	27/9/217	2000	Solos residuais
La Conchita	USA	10/01/2005	2000	Fluxo de detritos

Os métodos clássicos de análises geotécnicas estão focados principalmente na previsão da ruptura no início do escorregamento e na estimativa de um fator de segurança para o projeto de estruturas de suporte [7]. Algumas das principais características dos métodos clássicos de análise geotécnica são:

- Previsão de ruptura no início do escorregamento;
- Projeto de estruturas para suportar cargas em função de um fator de segurança;
- Pouca ou nenhuma informação do comportamento pós-ruptura;
- Em geral, envolvem análise mecânica do solo submetido a forças extremas;
- Em geral, são análises estáticas;
- Uso do conceito de equilíbrio limite;
- Uso de modelos rígidos perfeitamente plásticos;
- Uso de métodos clássicos:
 - ◊ Método de gráficos de estabilidade mediante o número de estabilidade [15, 16];
 - ◊ Método ordinário das fatias de Fellenius a partir do conceito de trabalho virtual [17];

◇ outros métodos clássicos [18];

Com estas características, os métodos tradicionais de análise geotécnicos não permitem descrever adequadamente o comportamento pós-falha das massas de solo com grandes deformações e deslocamentos. Surge conseqüentemente a necessidade de desenvolver novas metodologias para simular não somente o início da ruptura, mas também o comportamento dinâmico pós-ruptura.

1.1

Revisão bibliográfica

Na sequência apresenta-se uma revisão bibliográfica dos métodos numéricos atuais utilizados para modelagem de movimentos de grandes massas de terra e problemas de estabilidade de taludes de grandes deformações. Os objetivos particulares da presente revisão bibliográfica são: 1) Identificar as vantagens e desvantagens de cada metodologia numérica; 2) Identificar a relevância do Método do Ponto Material (MPM) na simulação de problemas de grandes deformações; 3) Avaliar a necessidade de pesquisa no MPM.

1.1.1

Introdução à modelagem do sólido geomecânico

A modelagem dos materiais geomecânicos é o processo de idealização do material limitando o número de variáveis envolvidas para seu uso em relações constitutivas e equações governantes. Este processo de modelagem implica o conhecimento prévio do material com o objetivo de estabelecer diferentes hipóteses de comportamento. Em função da escala e do tipo de fenômeno envolvido, os materiais geomecânicos podem ser modelados segundo uma abordagem discreta ou contínua (ver Figura 1.3). No enfoque discreto a modelagem é em nível do grão de solo, ou de grupos de elementos individuais, a partir das interações ou contatos entre eles [19]. O enfoque discreto apresenta uma limitação computacional relacionada à quantidade de partículas individuais que podem ser simuladas para representar o comportamento macroscópico dos fenômenos de deslocamentos de grandes massas de solo. O enfoque contínuo considera o comportamento do solo mediante equações governantes e relações constitutivas macroscópicas.

1.1.2

Revisão dos principais métodos numéricos disponíveis baseados no enfoque contínuo

A seguir apresenta-se uma revisão dos principais métodos numéricos baseados no enfoque contínuo, em particular aqueles utilizados na modelagem

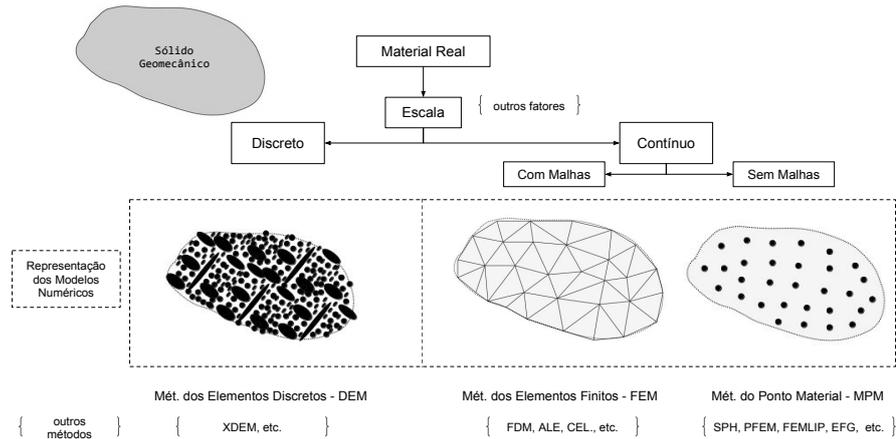


Figura 1.3: Enfoque discreto e contínuo do sólido geomecânico.

de movimentos de grandes massas de solo. A revisão dos métodos contínuos baseia-se no trabalho de Soga *et al.* (2015) [2]. Para cada método é feita uma breve descrição e são comentadas as vantagens e desvantagens no contexto de problemas de grandes deformações.

Em geral os métodos numéricos para problemas de grandes deformações podem ser classificados conforme são baseados em malhas ou não.

- Métodos baseados em malhas
 - ◇ *Finite-Element Method* - FEM
 - ◇ *Finite-Difference Method* - FDM
 - ◇ *Arbitrary Lagrangian Eulerian* - ALE
 - ◇ *Coupled Eulerian - Lagrangian* - CEL
- Métodos sem malhas
 - ◇ *Material Point Method* - MPM
 - ◇ *Smooth Particle Hydrodynamics* - SPH
 - ◇ *Particle Finite-Element Method* - PFEM
 - ◇ *FEM with Lagrangian Integration Points* - FEMLIP
 - ◇ *Element-Free Galerkin* - EFG

O método dos elementos finitos (FEM) [20] utiliza uma malha para a discretização do modelo matemático em componentes de geometria simples chamados de elementos finitos. A resposta de cada elemento é expressa em termos de um número finito de graus de liberdade, caracterizada pelo valor de funções nos pontos nodais. Em relação às análises de movimentos de massas de solo, o FEM foi utilizado na modelagem hidromecânica de diferentes cenários de falha de encosta de solo solto, submetido a infiltração vertical de água

[21]; para a modelagem do início da ruptura de um talude induzida por chuvas em encosta íngreme usando análise de acoplamento fluido mecânico [22]; entre outros. As principais desvantagens que o FEM apresenta neste tipo de problemas estão relacionadas à distorção da malha em problemas de grandes deformações, aos custos computacionais associados ao processo de refazer a malha, e aos erros adicionais no remapeamento de variáveis.

No método das diferenças finitas (FDM), as derivadas da equação diferencial parcial são aproximadas por combinações lineares dos valores da função nos pontos de uma grade. O domínio é particionado no espaço e no tempo. Estudos relevantes que usaram esta técnica na simulação de movimentos gravitacionais de rocha superficial ao longo do tempo [23] e na modelagem de grandes deformações em taludes pelo rebaixamento do nível de água [24], mostram a aplicabilidade do método para simular problemas de grandes deformações. Durante as grandes deformações, as coordenadas da grade são atualizadas. As desvantagens deste método estão relacionadas ao seu uso para domínios de geometrias simples, ao fato da distorção da malha causar inconvenientes em problemas de grande deformação e ao alto custo computacional [2].

No método Euleriano Lagrangeano Arbitrário (ALE) os nós da malha computacional podem se movimentar com o contínuo conforme uma abordagem Lagrangiana, ou serem mantidos fixos de forma Euleriana, ou ser movimentados de alguma forma arbitrária [25]. Este método dá liberdade de movimento à malha computacional, o que permite simular maiores distorções com melhor resolução do que o oferecido por uma abordagem puramente Euleriana. As desvantagens do método estão relacionadas à limitação da liberdade de movimento da malha, à necessidade de um passo convectivo para deslocar nós, e ao efeito convectivo sobre as variáveis dependentes do histórico de deformação [2].

No método Euleriano-Lagrangeano Acoplado (CEL), o enfoque Lagrangeano é usado para modelar a estrutura em movimento, enquanto o enfoque Euleriano é usado para o solo. O limite do domínio Lagrangiano é modelado mediante uma interface entre os domínios. Diferentes modelos de interface usam a velocidade do contorno do domínio Lagrangiano como uma condição de contorno na malha Euleriana [26]. O método resulta efetivo para modelar interações sólido-fluido [27]. Ele requer termos advectivos adicionais para as variáveis que se movimentam com a malha e maior tempo computacional que o ALE. A solução numérica depende da malha Euleriana [2].

O Método do Ponto Material (MPM) é um método híbrido Euleriano-Lagrangiano que utiliza pontos materiais que se movimentam sobre uma malha computacional de fundo [28]. O contínuo é representado por um conjunto de

pontos materiais e as leis do movimento de Newton determinam os deslocamentos. O MPM tem a capacidade de simular problemas de grandes deformações sem os inconvenientes associados à distorção da malha [29], como também permite a simulação da interação sólido-fluido [30]. O uso de funções de forma lineares para problemas de grandes deformações provoca erros numéricos devido aos pontos materiais que atravessam a grade, num fenômeno numérico chamado de *cell crossing noise*. O uso de funções de forma de alta ordem requer maior tempo computacional. O custo computacional é superior ao FEM [2] em problemas de pequenas deformações.

No método SPH, o domínio é discretizado em partículas que têm uma distância espacial chamada de comprimento de suavização (*smoothing length*), sobre a qual as propriedades do material são aproximadas por uma função chamada de *kernel function* [2, 31]. O SPH foi utilizado para simular problemas de grandes deformações [32]. O método requer um tratamento especial no contorno, tal como o uso de nós fantasmas, e apresenta instabilidades numéricas devido à integração pontual. Um número insuficiente de partículas vizinhas causam inconsistências nos resultados. O SPH é computacionalmente custoso como resultado da busca das partículas vizinhas. O método sofre de instabilidade de tração o que pode provocar fratura numérica [2].

O PFEM usa uma malha de elementos finitos para discretizar o sólido e para integrar as equações diferenciais. Os nós da malha se movimentam de acordo com as equações de movimento num enfoque Lagrangiano. Os nós transportam todas as suas propriedades físicas, comportando-se como partículas. No final de cada intervalo de tempo a malha é reconstruída mediante triangulação para conectar as partículas na nova posição. A malha também é usada para identificar contatos e superfícies livres [33, 2]. O contato entre os nós sólido-sólido e fluido-sólido necessitam de tratamento especial. As grandes deformações exigem refazer a malha [2].

O FEMLIP é derivado da formulação rápida implícita do MPM [34]. Os pontos materiais são utilizados como pontos de integração em cada elemento. Todas as propriedades do material são armazenadas nos pontos materiais. O método tem a capacidade de simular grandes deformações [35], porém, para deformações extremas se requer de tratamento especial sobre os volumes nas partículas. Para manter o volume representativo de cada partícula, novas partículas são criadas. O FEMLIP demanda alto custo de armazenamento e computacional. A solução depende do espaçamento da malha computacional [2].

No método EFG as funções de interpolação são obtidas mediante um enfoque de mínimos quadrados em movimento, onde cada nó tem uma área de

influência [36]. As funções de ponderação são frequentemente *splines* e funções exponenciais contínuas. Desde que os subdomínios sejam superpostos cobrindo o domínio total, se garante o equilíbrio global e as condições de contorno. O método apresenta um custo computacional muito alto [2].

1.1.3

Uso do MPM na modelagem de processos de grandes deformações

Dos métodos numéricos utilizados para a modelagem de processos de grandes deformações, se evidencia que aqueles que são baseados em malhas, em geral, apresentam inconvenientes a ela associados. Em particular, inconvenientes relacionados com a sua distorção (FEM, FDM e ALE), ou com a sua dependência na solução (CEL). No entanto, os métodos sem malhas apresentam um custo computacional mais elevado (MPM, SPH, PFEM, FEMLIP e EFG). Alguns deles também apresentam inconvenientes de triangulação em processos de deformação extrema (PFEM), problemas de fratura numérica em sólidos (SPH), e problemas de interpolação ao utilizar funções lineares (MPM).

Em particular, o MPM apresenta-se como um método de grande interesse na simulação de processos de grandes deformações, com um custo computacional maior que o FEM em pequenas deformações, porém menor que outros métodos sem malhas que precisam de busca de vizinhos (SPH) e de retriangulação (PFEM). Os inconvenientes associados ao uso de funções lineares de interpolação no MPM podem ser contornados utilizando funções de ordem superior [37]. Pelos motivos acima mencionados, o MPM é o método utilizado e desenvolvido no presente trabalho para estudar o comportamento de massas de solo que apresentam grandes deslocamentos e deformações.

1.2

Escopo e objetivos

O presente trabalho foca-se no estudo e no desenvolvimento de implementações computacionais para contribuir na resolução e no entendimento de problemas geotécnicos, onde os métodos mais frequentemente utilizados para sua abordagem, como o método dos elementos finitos (FEM), apresentam deficiências ou limitações na sua aplicação. Exemplos desse tipo de problemas são os que apresentam grandes deformações, onde a excessiva distorção dos elementos da malha que se deforma com o sólido leva a imprecisões na solução numérica, ou até à falha do processo de cálculo devido a valores negativos do Jacobiano nos pontos de integração (Equação 4-35). Considere-se como exemplo um elemento bilinear isoparamétrico de quatro nós em coordenadas globais, no qual a variação do determinante da matriz jacobiana da transformação de

coordenadas $|\mathbf{J}| = |\partial\mathbf{x}/\partial\xi|$ é calculada a medida que um dos nós é deslocado simulando a distorção do elemento (ver Figura 1.4).

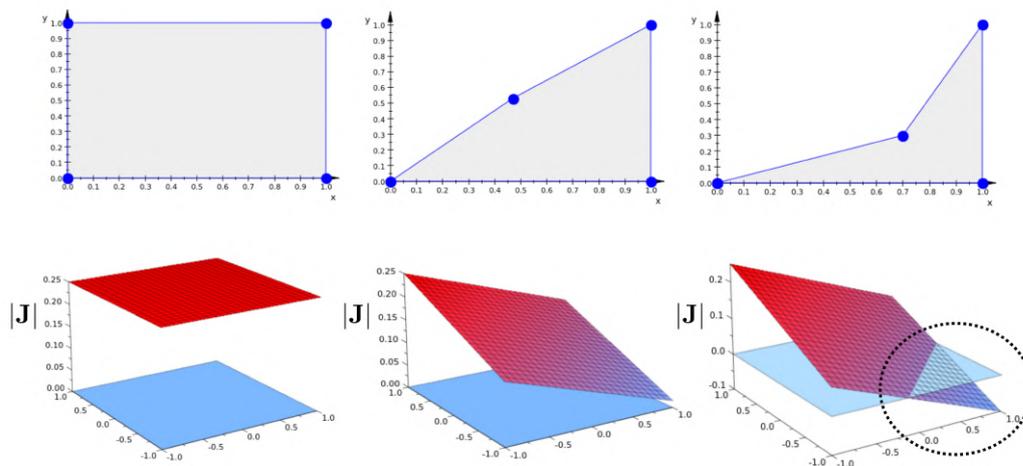


Figura 1.4: Deformação de elemento finito de 4 nós. Variação do Jacobiano dentro do elemento.

Os objetivos da presente tese de doutorado são:

- Desenvolver um algoritmo computacional para aproximar a solução das equações governantes do fenômeno de escoamento de massas de solo de grandes deformações mediante o método do ponto material;
- Implementar diferentes modelos constitutivos para modelar de forma adequada tanto a formação da superfície de ruptura, como o escoamento da massa de solo;
- Incluir o efeito da presença da água nos poros do material mediante o conceito de mistura;
- Otimizar o tempo computacional para modelos de grande número de partículas segundo o paradigma de programação paralela.

1.3

Contribuição da tese

Uma revisão das 40 publicações mais relevantes do MPM, entre os anos 1994 e 2018, releva uma tendência ao desenvolvimento do método para problemas em duas dimensões e sem a consideração do acoplamento fluido mecânico na sua formulação (ver Figura 1.5).

A Tabela 1.2 mostra os principais códigos MPM disponíveis e que são usados para contextualizar a contribuição da presente tese, que se resume a seguir:

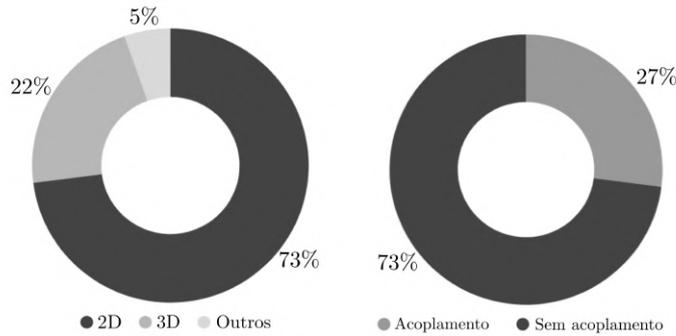


Figura 1.5: Revisão de 40 publicações sobre o MPM entre os anos 1994 e 2018.

Tabela 1.2: Principais programas computacionais do MPM.

Programa	Autor	País	Universidade
MPM3D-F90[38]	Zhang, X.	China	Tsinghua
Anura3D[39]	Anura3D-RC	UE(PB)	UE
NairnMPM[40]	Nairn, J.	USA	U.Utah
CB-Geo[41]	Kumar, K	USA	U.Texas
C-SAFE[42]	ASC Center	USA	U.Utah
MPMsim[43]	MPMsim Ltd.	ENG	–

- Desenvolvimento de um simulador MPM em 3D com acoplamento fluido mecânico, cujas principais características em relação aos códigos atuais são as seguintes:
 - ◇ Dos códigos mencionados, somente o Nairn-MPM tem implementada a transição sólido-fluido na modelagem constitutiva, porém, esta implementação tem um enfoque puramente térmico. No programa desenvolvido, a transição sólido-fluido é considerada segundo o critério do trabalho de segunda ordem, adequado para modelagem de materiais do tipo solo conforme evidências experimentais. No modelo implementado, o sólido é caracterizado pelo modelo de Mohr-Coulomb com amolecimento e o fluido é considerado viscoso.
 - ◇ As condições de contorno não refletivas para análises dinâmicas não foram implementadas de forma específica nos códigos mencionados. No programa desenvolvido, as condições de contorno não refletivas são incorporadas mediante partículas especiais. Estas partículas podem ter qualquer orientação em relação ao contorno do domínio computacional e podem ser aplicadas a diferentes corpos simultaneamente.
 - ◇ Dos programas mostrados na Tabela 1.2, CB-Geo e Anura3D estão orientados às análises geotécnicas. Dos quais, apenas o último in-

corpora o acoplamento fluido mecânico usando um ponto material para representar a mistura e sem aplicar nenhuma técnica de suavização das pressões espúrias. Na presente tese o acoplamento fluido mecânico é implementado usando uma partícula para discretizar a mistura e são incorporadas duas técnicas de suavização das pressões espúrias.

- ◇ Dos códigos mencionados, somente Nairn-MPM e CB-Geo reportam no seus manuais a implementação da paralelização computacional das análises e permitem o seu controle explícito. No programa desenvolvido, as principais operações estão paralelizadas mediante o paradigma de memória compartilhada usando *OpenMP* e o número de processadores é controlado explicitamente no arquivo de entrada de dados.
- Desenvolvimento de um gerador de partículas adequado para geração de modelos MPM de escala geológica de grande números de partículas e com variabilidade espacial das heterogeneidades. Os programas mencionados não possuem ferramentas específicas para este tipo de problemas (Ver revisão no Capítulo 5).
- Estudo de casos que não foram analisados previamente em 3D, incorporando grandes deformações, com modelos de transição sólido-fluido e com acoplamento fluido mecânico.

1.4

Estrutura do trabalho

A presente tese se organiza em sete capítulos, cujos conteúdos estão descritos na sequência:

No *Capítulo 1*, introduz-se o tema da presente tese em conjunto a uma revisão bibliográfica do MPM e dos diferentes métodos numéricos relevantes no contexto da modelagem geomecânica de grandes deformações. Apresenta-se o escopo e os objetivos do presente trabalho, em particular se detalha a contribuição da tese.

O *Capítulo 2* é dedicado ao método do ponto material. Apresenta-se uma introdução ao método, junto com os conceitos e as características fundamentais. Descreve-se em detalhe a formulação matemática e a obtenção das equações de movimento em forma discreta. Apresentam-se os algoritmos de integração explícita no tempo, os tipos de amortecimentos e as condições de contorno não refletivas para análises dinâmicas.

No *Capítulo 3* descrevem-se os modelos constitutivos implementados. Define-se a convenção adotada, as taxas objetivas e a formulação incremental

usada na integração das tensões. Para cada modelo constitutivo, apresenta-se a formulação matemática e seu algoritmo de integração.

O *Capítulo 4* é dedicado ao acoplamento fluido mecânico. É feita uma revisão bibliográfica do acoplamento no contexto do MPM. Definem-se elementos conceituais como fases do meio poroso, princípio das tensões efetivas e conservação de massa. São apresentadas em detalhe as equações governantes, junto com sua discretização e o algoritmo computacional. Finalmente, o método de suavização das pressões é apresentado junto com seu algoritmo de implementação.

No *Capítulo 5* apresenta-se uma metodologia para discretização de modelos MPM de escala geológica. É introduzido ao tema da discretização de modelos MPM de geometrias complexas e heterogeneidades espaciais. Apresenta-se uma metodologia para a abordagem deste tipo de problemas, junto com um exemplo de verificação e o algoritmo computacional correspondente.

O *Capítulo 6* é dedicado à verificação dos algoritmos e aos resultados dos problemas analisados. A primeira parte é dedicada à verificação dos algoritmos mediante uma serie de exemplos. Alguns deles com solução teórica, e outros verificados pela comparação com outros programas computacionais. A segunda parte é dedicada ao estudo de cinco casos de interesse: a ruptura de um túnel em 3D; a simulação de processos geológicos de grandes deformações; o estudo da estabilidade do talude natural em Oregon (Estados Unidos); o impacto de bloco de rocha sobre meio saturado e o deslizamento de Daguangbao (China).

O *Capítulo 7* apresenta as conclusões da tese juntamente com as sugestões para futuros trabalhos.

2

Método do Ponto Material - MPM

O capítulo seguinte é dedicado ao Método do Ponto Material - MPM. Apresenta-se uma introdução ao método, os conceitos e as características fundamentais. Descrevem-se em detalhe a formulação matemática e a obtenção das equações de movimento em forma discreta. Apresentam-se os algoritmos de integração explícita no tempo, os tipos de amortecimentos e as condições de contorno não refletivas para análises dinâmicas.

2.1

Introdução ao Método do Ponto Material

O MPM é um método numérico de partículas baseado na mecânica dos meios contínuos [47], no qual são combinadas as vantagens dos métodos Lagrangiano e Euleriano para permitir abordar problemas de grandes deformações. No MPM, o domínio material Ω é discretizado num conjunto de pontos p que representam sub-domínios Ω_p , tal que $\Omega = \sum_p \Omega_p$. Cada ponto p é chamado de ponto material e nele são concentradas todas as variáveis de interesse do meio: tensões, deformações, deslocamentos, poro pressão, temperatura, parâmetros de modelos constitutivos, entre outras. Os pontos materiais podem se deslocar livremente sobre uma malha computacional fixa, onde são resolvidas as equações governantes (ver Figura 2.1). Os pontos materiais levam consigo todas as informações atualizadas durante a simulação dando uma característica Lagrangiana ao MPM. No entanto, a malha computacional de fundo permanece fixa durante a simulação dando uma característica Euleriana ao MPM.

Em cada passo de tempo, todas as variáveis armazenadas nos pontos materiais são interpoladas para os nós da malha Euleriana, onde são resolvidas as equações governantes (ver Figura 2.2). A solução obtida nos nós é interpolada para os pontos materiais. Com todas as variáveis atualizadas, os pontos materiais se deslocam para as novas posições e todas as variáveis da malha são reiniciadas para sua configuração inicial (ver Figura 2.2).

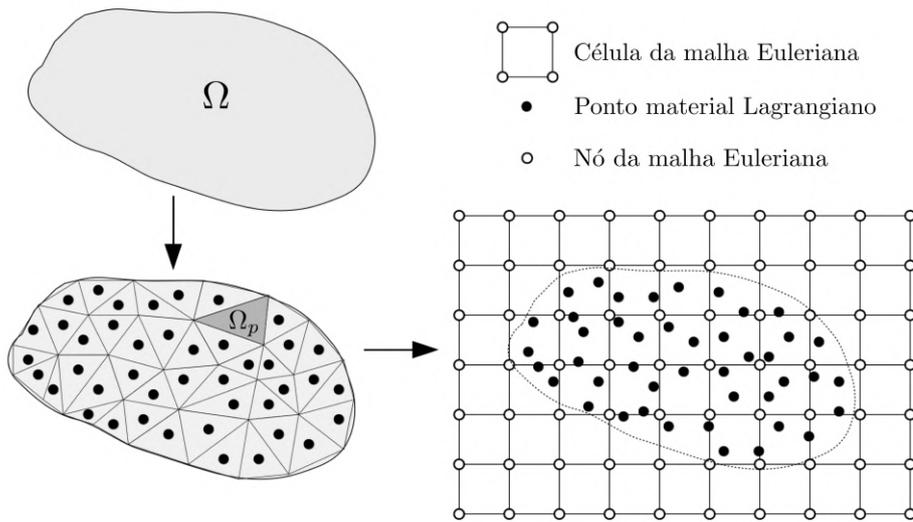


Figura 2.1: Esquema de discretização do domínio contínuo em pontos materiais. Configuração geral do modelo numérico MPM.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1521880/CA

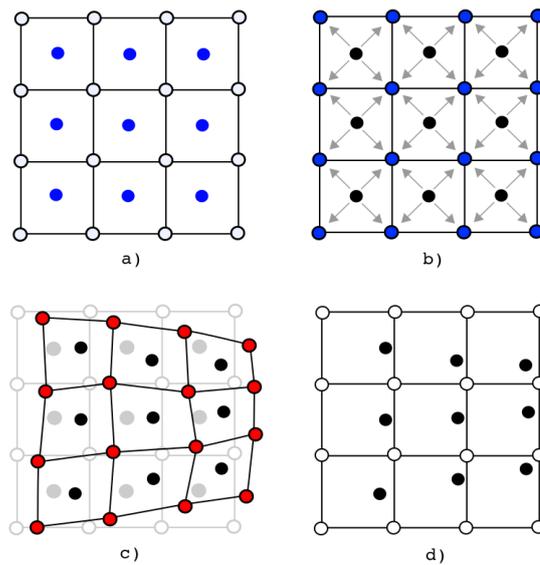


Figura 2.2: Ciclo computacional no método do ponto material.

2.2

Formulação matemática

2.2.1

Discretização das equações de movimento

No MPM, o domínio contínuo a analisar é dividido em sub-domínios cujas informações são concentradas em pontos (ou partículas). A formulação matemática do MPM se baseia na mecânica dos meios contínuos para estabelecer a lei de movimento dos pontos. A equação de movimento de um meio contínuo é

dada pela equação de conservação da quantidade de movimento ou momentum linear

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{b} = \rho \dot{\mathbf{v}} \quad (2-1)$$

onde $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$, $\boldsymbol{\sigma}$ é o tensor de tensões, ρ é a densidade, \mathbf{b} é o vetor das forças de corpo por unidade de massa atuando no contínuo e $\dot{\mathbf{v}}$ é o vetor de acelerações. A Equação 2-1 é equivalente à segunda lei de Newton.

A formulação matemática do MPM se baseia na forma fraca da Equação 2-1 [28]. A forma fraca da Equação 2-1 é obtida aplicando o método de Galerkin dos resíduos ponderados sobre o domínio material Ω e aplicando integração por partes sobre o termo do tensor $\boldsymbol{\sigma}$:

$$\int_{\Omega} \rho \ddot{u}_i \delta u_i dV + \int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta u_{i,j} dV - \int_{\Omega} \rho b_i \delta u_i dV - \int_{\Gamma} t_i \delta u_i dA = 0 \quad (2-2)$$

onde u_i é o vetor de deslocamentos em notação de índices ($i = x, y, z$), δu_i são deslocamentos arbitrários (funções de ponderação) tal que $\delta u|_{\Gamma} = 0$ no contorno Γ , t_i é uma tensão aplicada no contorno Γ e $\delta u_{i,j}$ são as derivadas j dos deslocamentos virtuais.

Cada sub-domínio Ω_p do meio contínuo é representado de forma pontual com pontos materiais. A densidade do meio assim representado pode ser expressa como

$$\rho(\mathbf{x}) = \sum_p m_p \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p) \quad (2-3)$$

onde m_p é a massa da partícula¹ p , δ é a função delta de Dirac e \mathbf{x}_p é a coordenada espacial da partícula p . Dado que o número de partículas não muda durante a simulação, a conservação de massa no domínio material é automaticamente cumprida no MPM.

$$\int_{\Omega_p} f(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p) = \begin{cases} f(\mathbf{x}_p) & \mathbf{x}_p \in \Omega_p \\ 0 & \mathbf{x}_p \notin \Omega_p \end{cases} \quad (2-4)$$

$$M^{\Omega} = \int_{\Omega} \rho(\mathbf{x}) d\Omega \quad (2-5)$$

$$M^{\Omega} = \sum_p m_p \quad (2-6)$$

A Equação 2-6 mostra que a massa total do domínio material M^{Ω} resulta igual à massa total nas partículas.

¹No presente trabalho o termo partícula e ponto material são usados indistintamente.

Os deslocamentos virtuais δu_i , os deslocamentos das partículas u_{ip} e suas derivadas $u_{ip,j}$ podem ser interpolados com os valores nodais da malha Euleriana

$$\delta u_{ip} = N_{Ip} \delta u_{iI} \quad (2-7)$$

$$u_{ip} = N_{Ip} u_{iI} \quad (2-8)$$

$$u_{ip,j} = N_{Ip,j} u_{iI} \quad (2-9)$$

onde I é um nó da malha e $N_{Ip} = N_I(\mathbf{x}_p)$ é a função de interpolação do nó I avaliada na posição \mathbf{x}_p da partícula.

Substituindo a Equação 2-3 na Equação 2-2 e definindo a tensão específica $\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij}/\rho$, a forma fraca da equação da quantidade de movimento pode ser escrita como

$$\sum_p m_p \ddot{u}_{ip} \delta u_{ip} + \sum_p m_p \sigma_{ijp}^* \delta u_{ip,j} - \sum_p m_p b_{ip} \delta u_{ip} - \sum_p m_p t_{ip}^* \delta u_{ip} = 0 \quad (2-10)$$

os deslocamentos virtuais e as acelerações da Equação 2-10 podem ser aproximados usando as Equações 2-7 e 2-8

$$\sum_p m_p N_{Ip} N_{Jp} \ddot{u}_{iJ} = \sum_p m_p N_{Ip} b_{ip} + \sum_p N_{Ip} t_{ip} \frac{m_p}{\rho_p} - \sum_p N_{Ip,j} \sigma_{ijp} \frac{m_p}{\rho_p} \quad (2-11)$$

A Equação 2-11 é a forma discreta da equação de movimento expressada nos nós da malha computacional. Ela pode ser escrita em forma compacta como

$$\dot{p}_{iI} = f_{iI}^{\text{int}} + f_{iI}^{\text{ext}} \quad (2-12)$$

onde $i = x, y, z$ são os componentes do espaço e

$$\dot{p}_{iI} = m_{IJ} \ddot{u}_{iJ} \quad (2-13)$$

$$f_{iI}^{\text{int}} = - \sum_p N_{Ip,j} \sigma_{ijp} \frac{m_p}{\rho_p} \quad (2-14)$$

$$f_{iI}^{\text{ext}} = \sum_p m_p N_{Ip} b_{ip} + \sum_p N_{Ip} t_{ip} \frac{m_p}{\rho_p} \quad (2-15)$$

O termo m_{IJ} representa a matriz de massa definida na Equação 2-11 como

$$m_{IJ} = \sum_p m_p N_{Ip} N_{Jp} \quad (2-16)$$

Assumindo que não existe acoplamento cruzado entre os componentes da matriz m_{IJ} , ou seja, o valor de massa associado a um nó I fica determinado somente pela distribuição de massa das partículas conforme sua posição, e ele não depende do valor de massa de qualquer outro nó J . Resulta conveniente do ponto de vista computacional expressar a matriz de massa na forma concentrada [28] no nó I mediante um vetor m_I definido na Equação 2-17.

$$m_I = \sum_J m_{IJ} = \sum_p m_p N_{Ip} \quad (2-17)$$

Usando o vetor de massas m_I , a equação da quantidade de movimento nos nós 2-13 pode ser reescrita como

$$\dot{p}_{iI} = m_I \ddot{u}_{iI} \quad (2-18)$$

ou

$$m_I \ddot{u}_{iI} = f_{iI}^{\text{int}} + f_{iI}^{\text{ext}} \quad (2-19)$$

A Equação 2-19 permite obter as velocidades e as posições de cada partícula

$$v_{ip}^L = v_{ip} + \Delta t \sum_I N_{Ip} \ddot{u}_{iI} \quad (2-20)$$

e

$$x_{ip}^L = x_{ip} + \Delta t \sum_I N_{Ip} \dot{u}_{iI}^L \quad (2-21)$$

onde L representa o estado das variáveis no final da etapa Lagrangiana (ver Figura 2.2.c), N_{Ip} é a função de interpolação do nó I avaliada na posição da partícula p , ou seja $N_{Ip} = N_I(\mathbf{x}_p)$.

Uma vez que as variáveis da malha computacional são reiniciadas (ver Figura 2.2.d), o campo de velocidades pode ser novamente calculado a partir das novas velocidades das partículas

$$v_{iI} = \frac{1}{m_I} \sum_p N_{Ip} m_p v_{ip} \quad (2-22)$$

onde $i = x, y, z$ são os componentes dimensionais, $I = 1 \dots n_g$ são os nós da malha Euleriana.

No MPM, as tensões e as deformações são concentradas e armazenadas nas partículas. O incremento de deformação $\Delta \epsilon_{ijp}$ e de rotação $\Delta \Omega_{ijp}$, em cada ponto material, são obtidos a partir das definições da mecânica do contínuo [45] [46] usando os valores das velocidades nodais v_{iI} da Equação 2-22

$$\Delta \epsilon_{ijp} = \frac{1}{2} (N_{Ip,j} v_{iI} + N_{Ip,i} v_{jI}) \Delta t \quad (2-23)$$

$$\Delta \Omega_{ijp} = \frac{1}{2} (N_{Ip,j} v_{iI} - N_{Ip,i} v_{jI}) \Delta t \quad (2-24)$$

onde $N_{Ip,j}$ representa o gradiente da função de interpolação do nó I avaliado na posição da partícula p .

2.2.2

Integração no tempo

A Equação 2-12 representa um sistema de equações diferenciais ordinárias de segunda ordem em relação ao tempo. A solução do sistema está dada pelos valores de deslocamentos u_i , velocidades \dot{u}_i e acelerações \ddot{u}_i nos tempos $t^k = t^0, t^1, t^2, \dots, t^n$. A solução do sistema pode ser aproximada de forma implícita ou explícita. Os métodos explícitos permitem obter uma aproximação no tempo $t^{k+1} = t^k + \Delta t$ a partir do estado do sistema no tempo corrente $\delta^{k+1} = F(\delta^k)$. Nos métodos implícitos se requer a solução do sistema $G(\delta^{k+1}, \delta^k) = 0$ para obter δ^{k+1} [28], onde o passo de tempo pode ser escolhido até várias centenas de vezes maior do que o mínimo requerido no método explícito [44]. No entanto, os métodos explícitos que usam uma matriz de massa diagonal (Equação 2-17) não requerem a solução de um sistema de equações [48] e apresentam uma restrição no passo de tempo mínimo requerido para a estabilidade da solução.

O MPM tem sido amplamente implementado com métodos explícitos [49] [47] [50] tanto pela sua facilidade de implementação quanto pela sua aplicação a problemas dinâmicos, onde o passo de tempo requerido para capturar o fenômeno resulta menor que o passo de tempo crítico. Para problemas onde a taxa de deformação do material resulta consideravelmente menor do que a velocidade de propagação de uma onda elástica [51], os métodos implícitos mostraram ser computacionalmente eficientes [51] [44] [52] [53].

2.2.2.1

Integração explícita

No presente trabalho se implementou um esquema explícito de integração no tempo baseado em diferenças finitas centrais [54].

A partir da Figura 2.3, a velocidade $\dot{u}_i^{k+1/2}$ no tempo $t^{k+1/2}$ e a aceleração \ddot{u}_i^k no tempo t^k , podem ser aproximadas mediante

$$\dot{u}_{iI}^{k+1/2} = \frac{u_{iI}^{k+1} - u_{iI}^k}{\Delta t} \quad (2-25)$$

$$\ddot{u}_{iI}^k = \frac{\dot{u}_{iI}^{k+1/2} - \dot{u}_{iI}^{k-1/2}}{\Delta t} \quad (2-26)$$

Neste esquema de integração são utilizados valores intermediários do passo de tempo para aproximar as variáveis. As equações 2-25 e 2-26 podem ser reescritas como

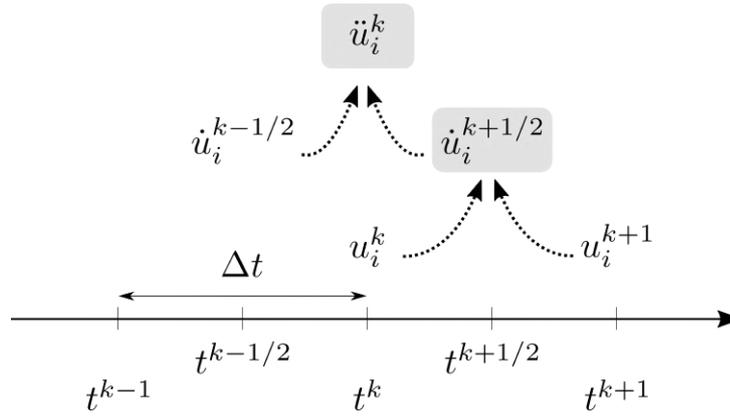


Figura 2.3: Esquema de diferenças finitas centrais usado na integração explícita no tempo.

$$u_{iI}^{k+1} = u_{iI}^k + \Delta t \dot{u}_{iI}^{k+1/2} \quad (2-27)$$

e

$$\dot{u}_{iI}^{k+1/2} = \dot{u}_{iI}^{k-1/2} + \Delta t \ddot{u}_{iI}^k \quad (2-28)$$

As equações 2-27 e 2-28 permitem obter as posições u_{iI}^{k+1} no tempo t^{k+1} usando as velocidades calculadas no passo intermédio $t^{k+1/2}$, como é mostrado no Algoritmo 1.

Algoritmo 1: integração explícita

1. Computar a aceleração \ddot{u}_{iI}^k no tempo t^k a partir da Equação 2-19:

$$m_I^k \ddot{u}_{iI}^k = f_{iI}^{\text{int},k} + f_{iI}^{\text{ext},k} \quad (2-29)$$

2. Computar a velocidade $\dot{u}_{iI}^{k+1/2}$ no tempo $t^{k+1/2}$ usando a Equação 2-28:

$$\dot{u}_{iI}^{k+1/2} = \dot{u}_{iI}^{k-1/2} + \Delta t \ddot{u}_{iI}^k \quad (2-30)$$

3. Computar a posição u_{iI}^{k+1} no tempo t^{k+1} usando a Equação 2-27:

$$u_{iI}^{k+1} = u_{iI}^k + \Delta t \dot{u}_{iI}^{k+1/2} \quad (2-31)$$

4. Avançar no tempo $t^{k+1} = \Delta t + t^k$.
5. Ir para 1.

2.2.2.2

Estabilidade do algoritmo explícito

O método de integração explícito é condicionalmente estável em relação ao passo de tempo [55]. De modo que o Δt deve ser menor que um certo valor chamado de passo de tempo crítico²

$$\Delta t \leq \Delta t_{cr} \quad (2-32)$$

O passo de tempo crítico para um elemento de malha de deformação constante é dado por [56]

$$\Delta t_{cr} = \frac{2}{\omega_{\max}} \leq \min_e \frac{2}{\omega_e} = \min_e \frac{l_e}{c_e} \quad (2-33)$$

onde ω_{\max} é a máxima frequência do sistema, l_e é o comprimento característico do elemento e e c_e é a velocidade do som no elemento e .

O passo de tempo crítico Δt_{cr} no MPM é calculado usando a dimensão da célula da malha Euleriana e a velocidade do som do material associado a cada partícula do sistema

$$\Delta t_{cr} = \frac{d_c}{\max_p(c_p)} \quad (2-34)$$

onde d_c é a dimensão de uma célula da malha Euleriana e c_p a velocidade do som na partícula, dada por

$$c_p = \sqrt{\frac{E_p(1-\nu_p)}{(1+\nu_p)(1-2\nu_p)\rho_p}} \quad (2-35)$$

onde E_p é o módulo de Young, ν_p o coeficiente de Poisson e ρ_p a densidade da partícula p .

A expressão final para o passo de tempo no MPM pode ser obtida substituindo as Equações 2-35 e 2-34 na Equação 2-32

$$\Delta t \leq \frac{d_c}{\max_p \left(\sqrt{\frac{E_p(1-\nu_p)}{(1+\nu_p)(1-2\nu_p)\rho_p}} \right)} \quad (2-36)$$

onde $\max_p(f(p))$ se refere ao valor máximo da função f avaliada em cada partícula p .

2.2.3

Amortecimento

O amortecimento é uma forma de dissipação de energia associada a sistemas dinâmicos. Diferentes mecanismos dão origem ao amortecimento, tais como o atrito da estrutura interna do material, o comportamento plástico,

²Também chamado de passo de tempo estável [56].

entre outros. Os mecanismos que produzem amortecimento são complexos e sua consideração é feita de forma conjunta [57]. No MPM, o amortecimento é considerado de forma conjunta em relação aos mecanismos que o produzem, mediante diferentes enfoques abordados a seguir.

2.2.3.1

Amortecimento de Rayleigh

As análises numéricas da dinâmica estrutural que envolvem terremotos, em geral, usam o amortecimento de Rayleigh [58], onde os parâmetros de amortecimento são obtidos no laboratório para cada material.

No contexto do MPM, o amortecimento de Rayleigh é incorporado mediante uma força adicional f^{dmp} na Equação 2-19:

$$\mathbf{m}_I \ddot{\mathbf{u}}_{iI} = \mathbf{f}_{iI}^{\text{int}} + \mathbf{f}_{iI}^{\text{ext}} + \mathbf{f}_{iI}^{\text{dmp}} \quad (2-37)$$

onde a força de amortecimento f^{dmp} é dada por [59]

$$f_{iI}^{\text{dmp}} = -\alpha \sum_p m_p N_{Ip} v_{ip} - \beta \sum_p \frac{m_p}{\rho_p} N_{Ip,j} \left(C_{ijkl} \frac{\Delta \epsilon_{kl,p}}{\Delta t} \right) \quad (2-38)$$

na qual, m_p é a massa da partícula, N_{Ip} é a função de interpolação do nó I avaliada na posição da partícula x_{ip} , ρ_p é a densidade de massa da partícula, $N_{Ip,j}$ o gradiente da função de interpolação, C_{ijkl} é o tensor elástico (ver Capítulo 3), $\Delta \epsilon_{kl,p}$ é o incremento de deformação e α e β são os coeficientes de amortecimento de Rayleigh, cujos valores dependem do material.

Este tipo de amortecimento resulta simples de implementar, porém os parâmetros α e β dependem da frequência de vibração do sistema [60], e pode não ser adequado em modelos nos quais o amortecimento precise variar em diferentes partes dele, como por exemplo na interação solo-estrutura [48].

2.2.3.2

Amortecimento local

O amortecimento local não viscoso apresentado por Cundall [19] é definido mediante uma força de direção oposta à velocidade, e de magnitude proporcional às forças não balanceadas da Equação 2-19 de movimento. A força não balanceada é

$$f_{iI} = f_{iI}^{\text{int}} + f_{iI}^{\text{ext}} \quad (2-39)$$

A Equação 2-19 pode ser reescrita como

$$\mathbf{m}_I \ddot{\mathbf{u}}_{iI} = \mathbf{f}_{iI} + \mathbf{f}_{iI}^{\text{dmp}} \quad (2-40)$$

onde a força de amortecimento f_{iI}^{dmp} é definida como

$$f_{iI}^{\text{dmp}} = -\alpha^{\text{nv}} |f_I| \left(\frac{v_{iI}}{|v_I|} \right) \quad (2-41)$$

sendo $|f_I|$ a magnitude do vetor de forças não balanceadas f_{iI} no nó I , e α^{nv} o coeficiente de amortecimento local não viscoso.

Na Seção 6.1.2, verifica-se a implementação dos amortecimentos local e de Rayleigh no MPM, na análise dos deslocamentos no pé de um talude elástico.

2.2.4

Condições de contorno não refletoras

Considere-se um pulso de tensões viajando num meio contínuo semi-infinito desde um ponto A até o infinito, passando por um ponto B como se mostra na Figura 2.4. A análise numérica do meio semi-infinito requer a consideração de um domínio finito e de condições de contorno que não aparecem no meio semi-infinito a ser modelado (ver Figura 2.4.b). As condições de contorno introduzidas no modelo finito geram reflexão de ondas. Portanto, a energia refletida interage com o meio modificando o seu estado tensional.

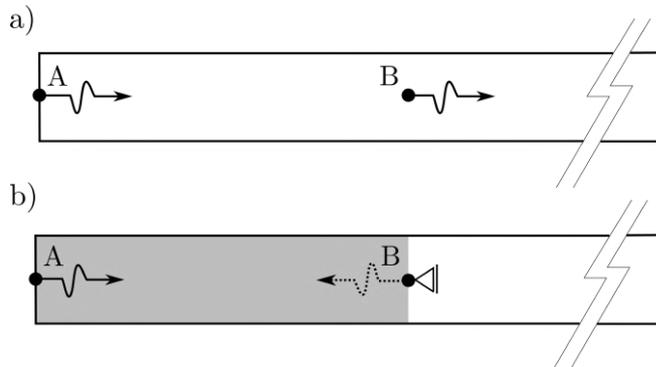


Figura 2.4: Condições de contorno não refletoras em meios semi-infinitos. a) Pulso num meio contínuo semi-infinito. b) Reflexão de pulso devido às condições de contorno do modelo numérico.

As condições de contorno *não refletoras* ou *absorventes* que permitem absorver os pulsos compressionais e cisalhantes foram propostas por Lysmer e Kuhlemeyer [61] mediante as seguintes relações

$$\sigma = -\rho c_d \mathbf{v}_n \quad (2-42)$$

e

$$\tau = -\rho c_s \mathbf{v}_t \quad (2-43)$$

onde ρ é a densidade de massa do material, \mathbf{v}_n e \mathbf{v}_t são as velocidades normais e tangenciais ao contorno considerado, $c_d = \sqrt{\frac{\lambda+2G}{\rho}}$ e $c_s = \sqrt{G/\rho}$ são as

velocidades das ondas compressoriais e cisalhantes³.

No contexto do MPM, Shen e Chen [62] usaram as Equações 2-42 e 2-43 aplicando uma força externa nas partículas do contorno.

Para incluir a condição de contorno não reflexiva no MPM, a Equação 2-19 de movimento é modificada como

$$m_I \ddot{u}_{iI} = f_{iI}^{\text{int}} + f_{iI}^{\text{ext}} + f_{iI}^{\text{sb}} \quad (2-44)$$

onde a força viscosa não reflexiva no nó I é definida como $f_{iI}^{\text{sb}} = f_{iI}^{\sigma} + f_{iI}^{\tau}$ e seus componentes normal e tangencial são definidos por

$$f_{iI}^{\sigma} = \sum_p m_p N_{Ip} \frac{\hat{\sigma}_i}{\Delta l_{\sigma\rho}} \quad (2-45)$$

$$f_{iI}^{\tau} = \sum_p m_p N_{Ip} \frac{\hat{\tau}_i}{\Delta l_{\tau\rho}} \quad (2-46)$$

As forças $\hat{\sigma}_i$ e $\hat{\tau}_i$ são avaliadas nas partículas do contorno e seu valor numérico é dado pelas Equações 2-42 e 2-43, respectivamente. Δl é o comprimento da célula na direção da onda.

2.2.5

Algoritmo explícito no MPM

Durante a simulação, os pontos materiais levam consigo todas as variáveis de interesse como a massa, a velocidade, as deformações, as tensões, entre outras. Em cada ciclo computacional todas as variáveis nas partículas são interpoladas para os nós da malha computacional, onde são resolvidas as equações governantes. A solução obtida nos nós é interpolada novamente para os pontos materiais, onde as variáveis são atualizadas e os pontos materiais se deslocam para novas posições.

Após resolver a equação de movimento nos nós da malha, as posições e velocidades nas partículas são atualizadas. Com as novas posições e velocidades, as deformações e rotações requeridas para determinar os incrementos de tensões são obtidas mediante o campo de velocidades nos nós da malha. Em função do tempo do campo de velocidades utilizado para atualizar as tensões, diferentes esquemas surgem dentro do MPM. Se as velocidades nodais no início do passo de tempo, $v_{iI}^{k-1/2}$, são utilizadas para atualizar as tensões, o esquema é chamado USF[63]. Se as velocidades nodais usadas são aquelas obtidas no final do passo de tempo $v_{iI}^{k+1/2}$, o esquema é chamado de USL[40].

No presente trabalho é adotado o esquema de integração USL. O esquema USF pode ser facilmente incorporado ao algoritmo de integração modificando

³ λ e G são as constantes de Lamé, definidas na Seção 3.4

o campo de velocidades usado na atualização das tensões. Na sequência apresenta-se o algoritmo de integração implementado.

Algoritmo 2: USL - parte I

1. Computar a massa nodal m_I^k utilizando a Equação 2-17:

$$m_I^k = \sum_J m_{IJ}^k = \sum_p m_p^k N_{Ip}^k \quad (2-47)$$

2. Computar a quantidade de movimento nodal $p_{iI}^{k-1/2}$:

$$p_{iI}^{k-1/2} = \sum_p m_p^k \dot{u}_{ip}^{k-1/2} N_{Ip}^k = \sum_p p_{ip}^{k-1/2} N_{Ip}^k \quad (2-48)$$

3. Calcular as forças nodais f_{iI}^{int} e f_{iI}^{ext} usando as Equações 2-14 e 2-15:

$$f_{iI}^{\text{int}} = - \sum_p N_{Ip,j}^k \sigma_{ijp}^k \frac{m_p^k}{\rho_p^k} \quad (2-49)$$

$$f_{iI}^{\text{ext}} = \sum_p m_p^k N_{Ip}^k b_{ip}^k + \sum_p N_{Ip}^k t_{ip}^k \frac{m_p^k}{\rho_p^k} \quad (2-50)$$

4. Computar a aceleração nodal \ddot{u}_{iI}^k no tempo t^k a partir da Equação 2-19:

$$m_I^k \ddot{u}_{iI}^k = f_{iI}^{\text{int},k} + f_{iI}^{\text{ext},k} \quad (2-51)$$

5. Computar a velocidade nodal $\dot{u}_{iI}^{k-1/2}$ no tempo t^k :

$$\dot{u}_{iI}^{k-1/2} = p_{iI}^{k-1/2} / m_I^k \quad (2-52)$$

6. Aplicar condições de contorno nas velocidades $\dot{u}_{iI}^{k-1/2}$ e nas acelerações \ddot{u}_{iI}^k nós I do contorno Γ . (Continua na Página 46)

Algoritmo 2: USL - parte II

7. Computar a velocidade $\dot{u}_{iI}^{k+1/2}$ no tempo $t^{k+1/2}$ usando a Equação 2-28:

$$\dot{u}_{iI}^{k+1/2} = \dot{u}_{iI}^{k-1/2} + \Delta t \ddot{u}_{iI}^k \quad (2-53)$$

8. Computar o incremento de deformações nas partículas mediante a Equação 2-23:

$$\Delta \epsilon_{ijp}^{k+1/2} = \sum_I \frac{1}{2} \left(N_{Ip,j}^k v_{iI}^{k+1/2} + N_{Ip,i}^k v_{jI}^{k+1/2} \right) \Delta t \quad (2-54)$$

9. Computar o tensor de rotação usando a Equação 2-24:

$$\Delta \Omega_{ijp}^{k+1/2} = \sum_I \frac{1}{2} \left(N_{Ip,j}^k v_{iI}^{k+1/2} - N_{Ip,i}^k v_{jI}^{k+1/2} \right) \Delta t \quad (2-55)$$

10. Atualizar as posições u_{ip}^{k-1} e as velocidades $\dot{u}_{ip}^{k-1/2}$ das partículas usando as Equações 2-21 e 2-20:

$$\dot{u}_{ip}^{k+1/2} = \dot{u}_{ip}^{k-1/2} + \Delta t \sum_I N_{Ip}^k \ddot{u}_{iI}^k \quad (2-56)$$

$$u_{ip}^{k+1} = u_{ip}^{k-1} + \Delta t \sum_I N_{Ip}^k \dot{u}_{iI}^{k+1/2} \quad (2-57)$$

11. Atualizar as tensões σ_{ijp}^{k+1} mediante um modelo constitutivo adequado usando $\Delta \Omega_{ijp}^{k+1/2}$ e $\Delta \epsilon_{ijp}^{k+1/2}$.

12. Avançar no tempo $t^{k+1} = \Delta t + t^k$.

13. Ir para 1 (Página 45).

2.3**Implementação computacional do MPM**

Nesta seção são apresentados aspectos fundamentais da implementação computacional do MPM no programa MPM-PUCRio. O programa MPM-PUCRio incorpora todos os algoritmos apresentados no presente trabalho. Ele foi implementado na linguagem de programação *C++*, usando paralelização das operações para reduzir o tempo computacional. O programa é multiplataforma e pode ser executado em diversos sistemas operacionais.

O funcionamento do programa pode ser entendido por três etapas: entrada de dados, execução do modelo e visualização de resultados. Na Figura 2.5 mostram-se cada uma das etapas.

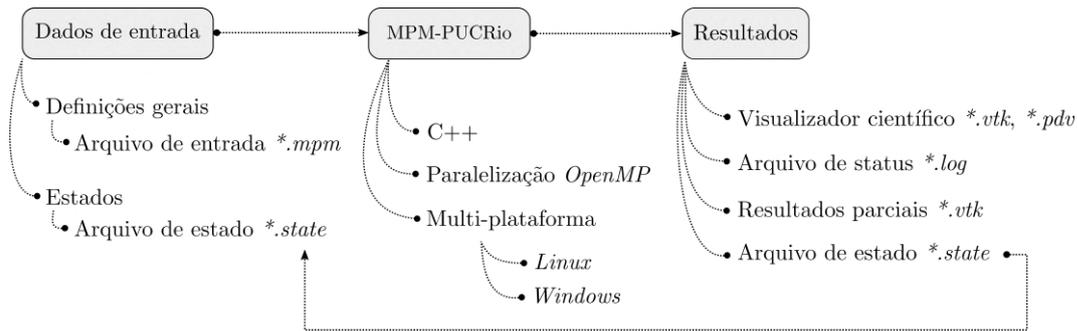


Figura 2.5: Esquema de funcionamento e características do programa MPM-PUCRio.

Os dados de entrada do programa são divididos em dois: (1) arquivo de entrada, que contém as definições gerais do modelo, cuja extensão é **.mpm*; (2) arquivo de estado, com os valores das variáveis de interesse escritos durante uma análise prévia, cuja extensão é **.state*.

A execução do programa MPM-PUCRio é feita mediante um terminal de linha de comandos⁴, especificando o nome do arquivo **.mpm* a ser executado:

```
user@pc:~$ ./MPM-PUCRio ./nome_do_arquivo
```

Durante a execução do programa algumas informações relevantes da simulação são visualizadas no terminal de linha de comandos: tempo de simulação, porcentagem da análise, energia cinética do sistema e outras informações específicas da análise.

Os resultados da análise são escritos em arquivos de extensão **.vtk*, compatíveis com visualizadores científicos de alto desempenho como *Paraview* [64]. Os resultados da análise são escritos de forma parcial durante a simulação. O número de resultados a escrever é especificado no arquivo de entrada **.mpm*. No final da simulação, é escrito um arquivo de registro de extensão **.log*, com as informações da simulação executada.

2.3.1

Exemplo de arquivo de entrada de dados do programa MPM-PUCRio

O programa MPM-PUCRio requer a definição completa do modelo para iniciar a simulação. Esta definição é feita mediante um arquivo de entrada de dados baseado em palavras-chaves com extensão **.mpm*.

No Apêndice B apresenta-se um exemplo completo de um arquivo de entrada de dados para a simulação de um cubo de 1.0 m³ de volume discretizado

⁴Também chamada de *interface de linha de comandos*(ILC)

por 64 partículas usando uma malha de suporte de 8 elementos. Na sequência descreve-se cada uma das palavras-chaves usadas no arquivo do exemplo.

- *LIMITS*: limites da malha Euleriana x_{\min} y_{\min} z_{\min} x_{\max} y_{\max} z_{\max} .
- *GRIDCELL*: dimensão da célula da malha Euleriana em 3D Δx Δy Δz .
- *TIME*: tempo total da simulação t_{tot} .
- *DT.FRACTION*: define o passo de tempo como uma fração do passo de tempo crítico $\Delta t / \Delta t_{cr}$.
- *DAMPING.RAYLEIGH*: amortecimento de Rayleigh α β .
- *MATERIALS*: número de materiais no modelo.
- *MATERIAL.LINEAR*: definição dos parâmetros do material linear: identificador id , módulo de Young E , coeficiente de Poisson ν e densidade de massa ρ .
- *BOUNDARY.FIXED*: condições de contorno cinemáticas nos 6 planos da malha Euleriana. Plano x_0 x_n y_0 y_n z_0 z_n . Onde o plano x_0 passa pela origem (ou mínimo valor definido em *LIMITS*) e tem a sua normal na direção contrária ao eixo x . Os valores podem ser 0,1,2 para a condição livre, fixa, ou fixa na direção perpendicular ao plano, respectivamente.
- *NODE.COORDINATES*: define as coordenadas de cada um dos nós da malha. Na primeira linha se define o número total de nós. Na sequência define-se cada nó segundo um identificador id e as coordenadas espaciais x y z .
- *ELEMENT.GMSH.BRICK8*: define as conectividades dos elementos da malha n_1 n_2 n_3 n_4 n_5 n_6 n_7 n_8 . Neste caso, uma malha criada com o gerador de malhas 3D Gmsh [65] formada por elementos de 8 nós. Com o objetivo de permitir a modelagem de geometrias complexas, o programa MPM-PUCRio permite o uso de malhas em diversos formatos e convenções definidas no arquivo **.mpm*.

Existem outras palavras-chaves no programa MPM-PUCRio para ativar características específicas e definir o modelo. Dado que não é a intenção da presente seção constituir um manual do programa, somente algumas delas foram aqui apresentadas. O manual do programa MPM-PUCRio está atualmente em processo de redação, nele encontra-se uma lista completa das palavras-chaves disponíveis junto com sua especificação.

3

Modelagem constitutiva

Quando um sistema de cargas (estáticas, dinâmicas, térmicas, outras) atua sobre um corpo deformável, este responde a essas cargas em termos cinemáticos mediante deslocamentos, rotações e deformações. A descrição matemática da resposta do material frente a um sistema de cargas atuantes é a modelagem constitutiva. A modelagem constitutiva fornece relações do tipo tensão-deformação que, juntamente com as equações de conservação (massa, movimento e energia) e as relações cinemáticas (condições de contorno e condições iniciais), permitem formular as equações governantes do sistema [28].

A implementação de modelos constitutivos no contexto do MPM consiste em computar o tensor de tensões σ_{ijp}^{k+1} no tempo t^{k+1} , a partir do estado corrente de tensões σ_{ijp}^k no tempo t^k e dos incrementos de deformações $\Delta\epsilon_{ijp}^{k+1/2}$ e rotações $\Delta\Omega_{ijp}^{k+1/2}$. O algoritmo computacional desenvolvido para integrar as equações constitutivas expressas em termos de taxas é chamado de *algoritmo de integração constitutiva* ou *algoritmo de atualização das tensões* [56].

No capítulo seguinte descrevem-se os modelos constitutivos implementados no presente trabalho. Define-se a convenção adotada, as taxas objetivas e a formulação incremental da integração das tensões. Para cada modelo constitutivo apresenta-se a formulação matemática e seu correspondente algoritmo de integração.

3.1

Definições e convenções

Diferentes convenções podem ser adotadas na modelagem constitutiva para definir o sinal das tensões e das deformações. Para estabelecer claramente a convenção a ser usada no presente trabalho, considere-se a Figura 3.1. Um plano é positivo se sua normal aponta na direção positiva do eixo. Um plano é negativo se sua normal aponta na direção negativa do eixo. Na Figura 3.1 os vetores $\hat{\mathbf{n}}^1$, $\hat{\mathbf{n}}^2$ e $\hat{\mathbf{n}}^3$ são vetores normais aos planos positivos em torno do ponto A . Neste trabalho, os componentes tensoriais são considerados positivos quando atuam num plano positivo e em direção positiva do eixo, e quando atuam num plano negativo e em direção negativa do eixo. Assim, um estado de compressão isotrópica no ponto A é dado por um tensor de tensões σ_{ij} ,

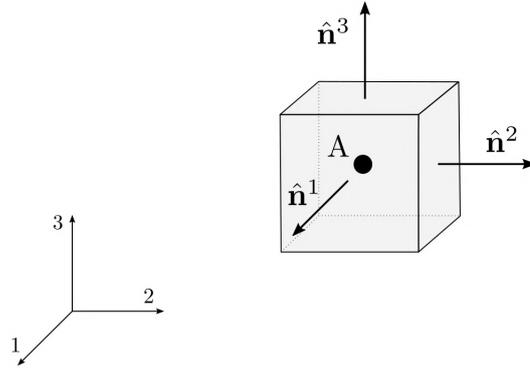


Figura 3.1: Vetores normais aos planos positivos em torno ao ponto A.

cujos componentes não nulas são: $-\sigma_{11}$, $-\sigma_{22}$ e $-\sigma_{33}$.

3.2 Taxas de tensões objetivas

Considere-se um corpo deformável cujo campo de tensões internas está em equilíbrio com um sistema de cargas aplicado. Se as condições do sistema não mudam no tempo, ou seja, o material, as condições de contorno e o carregamento são contantes, então o campo de tensões internas independe do sistema de referência usado.

Na Figura 3.2, o tensor de Cauchy é usado para representar as tensões num ponto A. Inicialmente, as tensões estão dadas em resposta ao estado de carregamento no ponto A (Figura 3.2.a). Após a rotação de corpo rígido de $\pi/2$, o tensor de tensões muda de componentes (Figura 3.2.b), mostrando que o tensor de tensões de Cauchy não é objetivo em relação à rotação de corpo rígido. O tensor de tensões de Cauchy muda com a rotação de corpo rígido porque sua derivada no tempo não é *objetiva* [66].

O MPM é um método numérico onde grandes deformações e rotações podem acontecer, portanto o uso de taxas objetivas na modelagem constitutivas é necessário para capturar corretamente a resposta do material. Diferentes taxas de tensões objetivas podem ser utilizadas para levar em consideração o efeito das grandes deformações [67]. No presente trabalho, o tensor de Cauchy é corrigido para levar em consideração rotações de corpo rígido através de um tensor co-rotacional, cuja derivada no tempo é usualmente chamada de *taxa de tensões de Jaumann* [28]. A taxa de tensões de Jaumann $\dot{\sigma}_{ij}^J$ é definida em função do tensor de tensões de Cauchy σ_{ij} , de sua derivada temporal $\dot{\sigma}_{ij}$ e do tensor de rotação Ω_{ij}

$$\dot{\sigma}_{ij}^J = \dot{\sigma}_{ij} - \Omega_{ij} \cdot \sigma_{ij} - \sigma_{ij} \cdot \Omega_{ij}^T \quad (3-1)$$

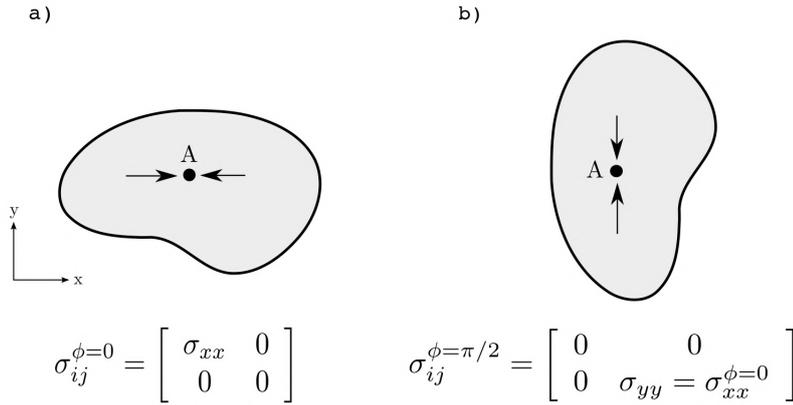


Figura 3.2: Tensor de tensões de Cauchy num ponto A. a) Tensor de tensões para o estado inicial $\phi = 0$. b) Tensor de tensões sobre rotação do corpo rígido de $\phi = \pi/2$.

onde o tensor de rotação Ω_{ij} é definido na Equação 2-24.

3.3 Formulação incremental

A integração numérica de modelos não lineares usualmente é feita mediante a forma incremental das equações constitutivas. Na forma incremental, as tensões σ_{ij}^{k+1} no tempo t^{k+1} são atualizadas por intermédio da taxa de tensões $\dot{\sigma}_{ij}^{k+1/2}$

$$\sigma^{k+1} = \sigma^k + \dot{\sigma}^{k+1/2} \Delta t \quad (3-2)$$

Dado que o tensor de tensões de Cauchy não é objetivo, depende do sistema de referência, a taxa de tensões da Equação 3-2 deve ser corrigida mediante a Equação 3-1, que relaciona a taxa Jaumann e a taxa do tensor de Cauchy. A taxa do tensor de Cauchy no tempo t^{k+1} pode ser escrita usando a Equação 3-1

$$\dot{\sigma}^{k+1/2} = \dot{\sigma}^{J(k+1/2)} + \sigma^k \cdot (\Omega^{k+1/2})^T + \Omega^{k+1/2} \cdot \sigma^k \quad (3-3)$$

O tensor de tensões de Cauchy no tempo t^{k+1} pode ser obtido combinando as Equações 3-2 e 3-3

$$\sigma^{k+1} = \sigma^k + \{ \dot{\sigma}^{J(k+1/2)} + \sigma^k \cdot (\Omega^{k+1/2})^T + \Omega^{k+1/2} \cdot \sigma^k \} \Delta t \quad (3-4)$$

ou

$$\sigma^{k+1} = \sigma^k + \dot{\sigma}^{J(k+1/2)} \Delta t + \{ \sigma^k \cdot (\Omega^{k+1/2})^T + \Omega^{k+1/2} \cdot \sigma^k \} \Delta t \quad (3-5)$$

A Equação 3-5 pode ser reescrita como

$$\boldsymbol{\sigma}^{k+1} = \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^k + \dot{\boldsymbol{\sigma}}^{J(k+1/2)} \Delta t \quad (3-6)$$

onde

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^k = \boldsymbol{\sigma}^k + \{ \boldsymbol{\sigma}^k \cdot (\boldsymbol{\Omega}^{k+1/2})^T + \boldsymbol{\Omega}^{k+1/2} \cdot \boldsymbol{\sigma}^k \} \Delta t \quad (3-7)$$

representa o tensor de tensões de Cauchy modificado pelas rotações, dadas pelo tensor de rotação $\Omega_{ij}^{k+1/2}$ da Equação 2-24.

3.4

Modelo elástico linear

A relação entre as taxas de tensões e deformações no modelo elástico linear está dada pela relação linear

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} \quad (3-8)$$

onde C_{ijkl} é o tensor elástico de quarta ordem definido por

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (3-9)$$

onde λ e μ são as constantes de Lamé¹. A relação constitutiva incremental em função das constantes de Lamé é obtida substituindo a Equação 3-9 na Equação 3-8

$$\dot{\sigma}_{ij} = \lambda \delta_{ij} \dot{\epsilon}_{kk} + 2\mu \dot{\epsilon}_{ij} \quad (3-10)$$

Aplicando o somatório de Einstein [68] e fazendo o delta de Kronecker $\delta_{ij} = 1$ para $i = j$ e $\delta_{ij} = 0$ para $i \neq j$, a Equação 3-10 pode ser escrita em forma matricial como

$$\begin{bmatrix} \dot{\sigma}_{xx} \\ \dot{\sigma}_{yy} \\ \dot{\sigma}_{zz} \\ \dot{\sigma}_{yz} \\ \dot{\sigma}_{xz} \\ \dot{\sigma}_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\mu + \lambda & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 2\mu + \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & 2\mu + \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{xx} \\ \dot{\epsilon}_{yy} \\ \dot{\epsilon}_{zz} \\ \dot{\epsilon}_{yz} \\ \dot{\epsilon}_{xz} \\ \dot{\epsilon}_{xy} \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

As Equações 3-10 e 3-2 permitem atualizar o tensor de tensões no tempo t^{k+1} , porém, o efeito das rotações devem ser levadas em conta para tornar a integração independente do sistema de referência (Seção 3.2). O tensor de tensões de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$ pode ser escrito em termos do tensor desviador $\boldsymbol{\sigma}_{dev}$ e do tensor médio ou *hidrostático* σ_m

$$^1\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_{dev} + \sigma_m \mathbf{I} \quad (3-12)$$

onde \mathbf{I} é a matriz identidade e $\sigma_m = (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})/3$ é a tensão média. Para incorporar o efeito das rotações, a Equação 3-8 é reescrita em termos da taxa de tensões de Jaumann

$$\dot{\sigma}_{ij}^J = C_{ijkl}^J \dot{\epsilon}_{kl} \quad (3-13)$$

A Equação 3-13 pode ser decomposta numa parcela de tensão desviadora e numa de tensão média [28]

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{dev} = 2G\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{dev} \quad (3-14)$$

$$\dot{\sigma}_m = K\dot{\epsilon}_{vol} \quad (3-15)$$

onde $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{dev}$ é a taxa do desviador da deformação e $\dot{\epsilon}_{vol}$ é a taxa de deformação volumétrica.

As equações de integração do modelo elástico linear no tempo t^{k+1} são obtidas substituindo a Equação 3-14 e 3-15 na Equação 3-6

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{dev}^{k+1} = \dot{\boldsymbol{\sigma}}_{dev}^k + 2G\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{dev}^{k+1} \Delta t \quad (3-16)$$

$$\sigma_m^{k+1} = \sigma_m^k + K\dot{\epsilon}_{vol}^{k+1} \Delta t \quad (3-17)$$

3.4.1

Implementação numérica do modelo elástico linear

A seguir apresenta-se o algoritmo de integração das tensões do modelo elástico linear, seguindo o esquema de integração apresentado na Seção 2.2.2.1.

Algoritmo 3: integração do modelo elástico linear

1. Computar a taxa desviadora $\dot{\epsilon}_{dev}$ e volumétrica $\dot{\epsilon}_{vol}$ de deformação $\dot{\epsilon}$ no tempo $t^{k+1/2}$:

$$\dot{\epsilon}_{vol}^{k+1/2} = \dot{\epsilon}_{11}^{k+1/2} + \dot{\epsilon}_{22}^{k+1/2} + \dot{\epsilon}_{33}^{k+1/2} \quad (3-18)$$

$$\dot{\epsilon}_{dev}^{k+1/2} = \dot{\epsilon}^{k+1/2} - 1/3(\dot{\epsilon}_{vol}^{k+1/2})\mathbf{I} \quad (3-19)$$

2. Atualizar a parcela volumétrica do tensor de tensões mediante a Equação 3-17:

$$\sigma_m^{k+1} = \sigma_m^k + K\dot{\epsilon}_{vol}^{k+1/2}\Delta t \quad (3-20)$$

3. Computar o tensor desviador co-rotacional $\tilde{\sigma}_{dev}^k$ usando a Equação 3-7 e a Equação 2-55:

$$\tilde{\sigma}_{dev}^k = \sigma_{dev}^k + \{\sigma_{dev}^k \cdot (\Omega^{k+1/2})^T + \Omega^{k+1/2} \cdot \sigma_{dev}^k\}\Delta t \quad (3-21)$$

4. Atualizar a parcela desviadora do tensor de tensões usando a Equação 3-16:

$$\sigma_{dev}^{k+1} = \tilde{\sigma}_{dev}^k + 2G\dot{\epsilon}_{dev}^{k+1/2}\Delta t \quad (3-22)$$

5. Compor o tensor de tensões de Cauchy usando a Equação 3-12:

$$\sigma^{k+1} = \sigma_{dev}^{k+1} + \sigma_m^{k+1}\mathbf{I} \quad (3-23)$$

3.5 Modelos elasto-plásticos

Os modelos elasto-plásticos são aqueles que sob determinadas condições desenvolvem deformações permanentes. As deformações permanentes, ou plásticas, não são recuperáveis uma vez retirado o carregamento. A Figura 3.3 mostra uma curva de resposta tensão-deformação de um material elasto-plástico. No início, no ponto O , o material tem tensão e deformação nulas. Durante o processo inicial de carregamento, a relação entre a tensão e a deformação é linear e está dada pelo segmento \overline{OA} , cujo coeficiente angular é igual ao módulo de Young E . Neste nível de tensão, um descarregamento total do material implica uma recuperação total das deformações. As deformações recuperáveis são deformações elásticas. Se durante um novo carregamento o material ultrapassar o nível de tensão dado pelo ponto A , o material começará a desenvolver deformações permanentes, ou seja, deformações não recuperáveis após descarregamento. Na Figura 3.3 este nível de tensão é chamado de tensão de ruptura ou de fluência σ_y do material. Após o ponto A a relação tensão-deformação não segue uma linha reta. No ponto B a deformação total do material ϵ é composta pelas deformações elásticas ϵ_e (recuperáveis) e as deformações plásticas ϵ_p (permanentes)

$$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_p \quad (3-24)$$

Um descarregamento no ponto B produz uma resposta seguindo uma linha reta da mesma inclinação do segmento \overline{OA} , ou seja, a resposta de descarregamento é linear. Um novo carregamento produz uma resposta linear até o ponto B novamente, a partir do qual começam a ter lugar maiores deformações plásticas. O processo do aumento do nível de tensão para o qual as deformações plásticas tem lugar novamente é chamado de endurecimento do material.

Para descrever completamente a resposta do material elasto-plástico são necessárias as seguintes definições [56] [28]:

- Os incrementos de deformação se decompõem numa parcela elástica (reversível) e outra plástica (permanente)

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p \quad (3-25)$$

- Um critério de ruptura $f = (\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})$ determina, a partir do estado de tensões $\boldsymbol{\sigma}$ e das variáveis internas \mathbf{q} do material, o momento onde as deformações plásticas podem acontecer.

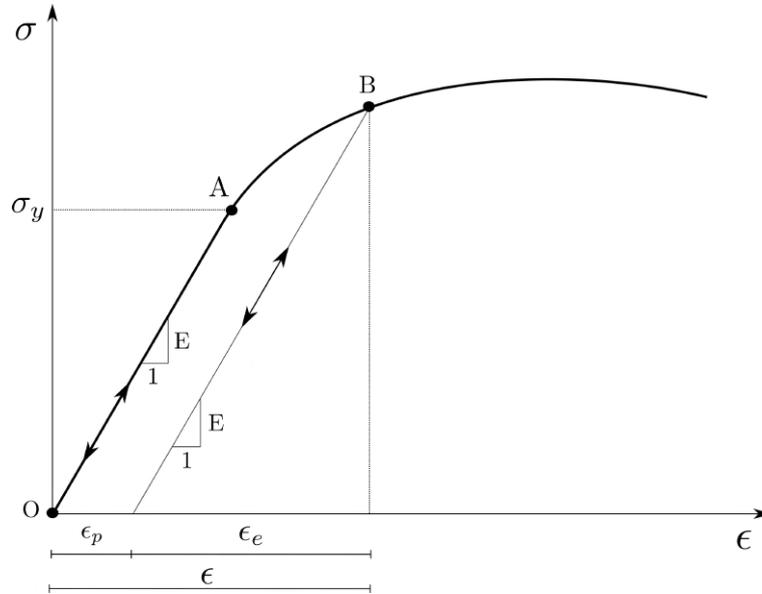


Figura 3.3: Curva de resposta tensão - deformação de material elasto-plástico.

- Uma regra de fluxo plástico determina os incrementos de deformações plásticas $\Delta \epsilon_p$

$$\dot{\epsilon}_p = \dot{\lambda} \frac{\partial \psi}{\partial \sigma} \quad (3-26)$$

onde $\dot{\lambda}$ é um escalar, chamado de parâmetro de carga, tal que $\dot{\lambda} \geq 0$ representa um carregamento plástico e ψ é a função de potencial plástico (se $\psi \equiv f$, o fluxo plástico é chamado de fluxo associado).

- Uma função de evolução $\dot{q} = \dot{\lambda} h(\sigma, q)$ determina as variáveis internas do material.

As condições de *Kuhn-Tucker* [56] [66], ou condições de carga-descarga, estabelecem as relações entre o parâmetro de carga λ e a função de fluência f

$$\dot{\lambda} \geq 0, \quad f \leq 0, \quad \dot{\lambda} f = 0 \quad (3-27)$$

A primeira condição $\dot{\lambda} \geq 0$ indica que a taxa do parâmetro de carga é sempre positiva; a segunda condição $f \leq 0$ indica que o campo de tensões deve ser admissível, ou seja, que deve estar representado por um ponto dentro, ou sobre a superfície de ruptura; a terceira condição $\dot{\lambda} f = 0$ estabelece que durante um carregamento plástico ($\dot{\lambda} > 0$) as tensões permanecem sobre a superfície de ruptura. Durante o carregamento plástico, $f = 0$ e, portanto, $\dot{f} = 0$. A última condição pode ser reescrita usando taxas de f

$$\dot{\lambda} \dot{f} = 0 \quad (3-28)$$

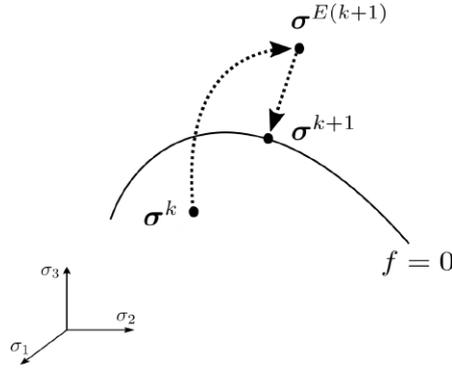


Figura 3.4: Passo preditor elástico e corretor plástico do algoritmo de retorno.

A Equação 3-28 é chamada de *condição de consistência* [56] [66], ou condição de consistência plástica [28], a partir da qual o parâmetro de carga $\dot{\lambda}$ pode ser calculado.

3.5.1 Algoritmo de retorno

O algoritmo computacional para integrar as equações constitutivas expressas como taxas é chamado de algoritmo de integração constitutiva ou algoritmo de atualização das tensões [56]. Dadas as deformações ϵ^k , as deformações plásticas ϵ_p^k e o estado das variáveis internas q^k , no tempo t^k , a integração do modelo constitutivo se refere a obter as novas deformações plásticas ϵ_p^{k+1} , as variáveis internas atualizadas q^{k+1} , e o parâmetro de carga $\dot{\lambda}^{k+1}$, no tempo t^{k+1} , devido a um incremento na deformação total $\Delta\epsilon^{k+1}$ [28]. O algoritmo de retorno, ou algoritmo de mapeamento de retorno, é um algoritmo que integra modelos constitutivos elasto-plásticos em dois passos [69]:

1. Passo preditor elástico: o material é assumido com comportamento elástico. As tensões² $\sigma^{E(k+1)}$ são calculadas mediante o incremento total de deformação $\Delta\epsilon^{k+1}$.
2. Passo corretor plástico: se as tensões $\sigma^{E(k+1)}$ estão no regime elástico (isto é $f(\sigma^{E(k+1)}) < 0$), então as novas tensões são elásticas e $\sigma^{k+1} = \sigma^{E(k+1)}$, se não, as tensões são projetadas sobre a superfície de fluência no tempo t^{k+1} (ver Figura 3.4).

²Observe-se que $\sigma^{E(k+1)}$ são as tensões obtidas no passo preditor elástico, no tempo t^{k+1} .

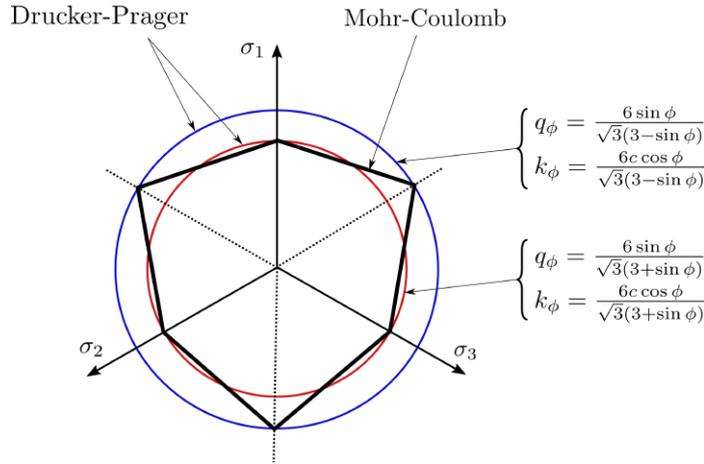


Figura 3.5: Modelo Drucker-Prager ajustado em diferentes pontos do modelo Mohr-Coulomb.

3.5.2 Modelo Drucker-Prager

O modelo Drucker-Prager é um modelo elasto-plástico representado por um cone no espaço das tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 . O modelo leva em consideração a resistência ao cisalhamento e a tensão média conforme a seguinte equação [28]:

$$f^s = \tau + q_\phi \sigma_m - k_\phi \quad (3-29)$$

onde $\tau = \sqrt{J_2}$, J_2 é o segundo invariante do tensor desviador definido por $J_2 = 1/2 (\boldsymbol{\sigma}_{dev} : \boldsymbol{\sigma}_{dev})$ e σ_m é a tensão média definida na Equação 3-12. A constante q_ϕ controla a influência da tensão média no critério de ruptura e k_ϕ representa a tensão de ruptura para um estado de cisalhamento puro, com tensão média nula. As constantes do modelo podem ser escritas em termos do ângulo de atrito ϕ e a coesão do material c como:

$$q_\phi = \frac{6 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 \mp \sin \phi)} \quad (3-30)$$

$$k_\phi = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 \mp \sin \phi)} \quad (3-31)$$

Os sinais $-$ e $+$ determinam o tipo de ajuste com o modelo de Mohr-Coulomb. O sinal $-$ ajusta o modelo nos pontos exteriores, o sinal $+$ ajusta o modelo nos pontos interiores (ver Figura 3.5).

Os incrementos de deformações plásticas são descritos de forma geral a partir da regra de fluxo não associado

$$\psi^s = \tau + q_\psi \sigma_m \quad (3-32)$$

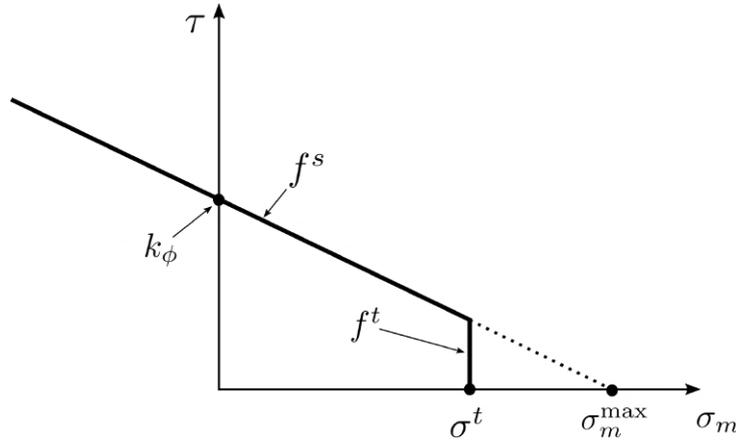


Figura 3.6: Modelo Drucker-Prager composto com limitação à resistência máxima de tração.

onde q_ψ é determinado pela Equação 3-30, usando o ângulo de dilatância ψ do material.

O critério de ruptura dado pela Equação 3-29 representa uma linha reta no plano τ - σ_m . A tensão média máxima σ_{\max} do critério está dada pelo ponto da linha, onde $\tau = 0$

$$\sigma_m^{\max} = \frac{k_\phi}{q_\phi} \quad (3-33)$$

A limitação da tensão média máxima (tração positiva) ou resistência de tração do modelo pode ser feita mediante

$$f^t = \sigma_m - \sigma^t \quad (3-34)$$

onde σ^t é a resistência de tração do material. O fluxo plástico associado ao critério de tração é

$$\psi^t = \sigma_m \quad (3-35)$$

A Figura 3.6 mostra o critério de ruptura composto pelas duas superfícies f^s e f^t .

A regra de fluxo plástico permite determinar os incrementos de deformações plásticas mediante a Equação 3-26, que resulta num vetor normal à superfície de ruptura. Na Figura 3.6 observa-se que o vetor normal ao critério de ruptura no ponto de interseção entre f^s e f^t não está definido. Para determinar o vetor normal, o critério é dividido em duas zonas: *I* e *II* (ver Figura 3.7).

A equação da reta de interseção h entre f^t e f^s é dada por [70]

$$h = \tau - \beta - \alpha (\sigma_m - \sigma^t) = 0 \quad (3-36)$$

onde

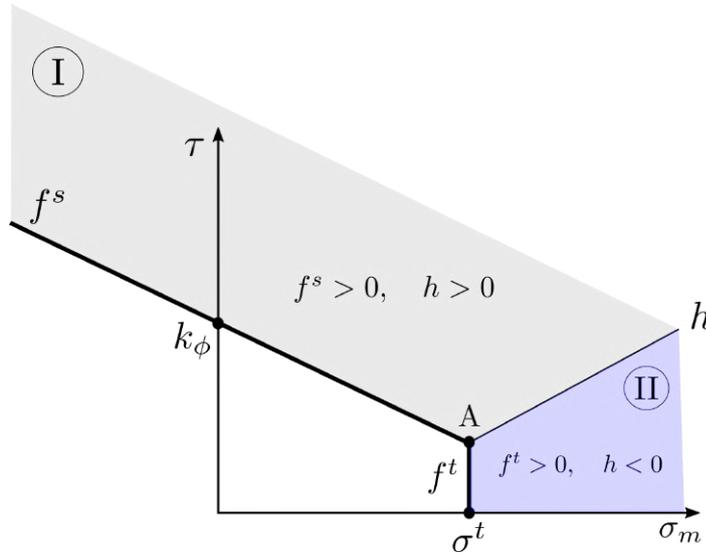


Figura 3.7: Modelo Drucker-Prager dividido em zonas para determinar a regra do fluxo plástico na interseção entre f^t e f^s .

$$\beta = k_\phi - q_\phi \sigma^t \quad (3-37)$$

e

$$\alpha = \sqrt{1 + q_\phi^2} - q_\phi \quad (3-38)$$

3.5.2.1

Corretor plástico do modelo Drucker-Prager

O primeiro passo do algoritmo de retorno é o passo preditivo elástico, onde são calculadas as tensões $\sigma^{E(k+1)}$ no tempo t^{k+1} mediante o incremento total de deformação $\Delta \epsilon^{k+1}$. Estas tensões são utilizadas para verificar a condição de ruptura do critério composto por f^s e f^t . Se as tensões são tais que $f^s(\sigma^{E(k+1)}) \leq 0$ e $f^t(\sigma^{E(k+1)}) \leq 0$, o material está no regime elástico e as tensões no tempo t^{k+1} são elásticas $\sigma^{k+1} = \sigma^{E(k+1)}$. Caso o modelo não cumpra com as duas condições anteriores, o regime plástico tem lugar e o corretor plástico tem que ser aplicado. Em função da zona onde as tensões estiverem na superfície de ruptura (ver Figura 3.7), o corretor plástico pode ser de cisalhamento (zona I) ou de tração (zona II). A zona I está determinada pela condição $f^s(\sigma^{E(k+1)}) > 0$ e $h(\sigma^{E(k+1)}) > 0$, onde o fluxo plástico é dado pelo potencial plástico ψ^s . A zona II está determinada pela condição $f^t(\sigma^{E(k+1)}) > 0$ e $h(\sigma^{E(k+1)}) < 0$, onde o fluxo plástico é dado pelo potencial plástico ψ^t .

3.5.2.2

Corretor plástico de cisalhamento do modelo Drucker-Prager

Se as tensões $\sigma^{E(k+1)}$ obtidas com o preditor elástico estiverem na zona I, o comportamento plástico é descrito mediante a função de potencial plástico ψ^s e a equação do critério de ruptura f^s . A taxa do tensor de tensões em termos de deformação plástica pode ser obtida usando a decomposição de deformações dada pela Equação 3-24, onde a taxa do tensor de tensões devido a deformações elásticas são dadas pela Equação 3-1

$$\dot{\sigma}_{ij}^J = C_{ijkl}^J (\dot{\epsilon}_{kl} - \dot{\epsilon}_{kl}^p) \quad (3-39)$$

Usando a Equação 3-2, a relação incremental das tensões a corrigir no tempo t^{k+1} podem ser escritas como

$$\sigma_{ij}^{k+1} = \tilde{\sigma}_{ij}^k + C_{ijkl}^J (\Delta \epsilon_{kl} - \Delta \epsilon_{kl}^p) \quad (3-40)$$

ou

$$\sigma_{ij}^{k+1} = \tilde{\sigma}_{ij}^k + C_{ijkl}^J \Delta \epsilon_{kl} - C_{ijkl}^J \Delta \epsilon_{kl}^p \quad (3-41)$$

agrupando as tensões elásticas, tem-se

$$\sigma_{ij}^{k+1} = \tilde{\sigma}_{ij}^{E(k)} - C_{ijkl}^J \Delta \epsilon_{kl}^p \quad (3-42)$$

ou

$$\sigma_{ij}^{k+1} = \tilde{\sigma}_{ij}^{E(k)} + \Delta \sigma_{ij}^{k+1} \quad (3-43)$$

onde

$$\Delta \sigma_{ij}^{k+1} = -C_{ijkl}^J \Delta \epsilon_{kl}^p \quad (3-44)$$

é o corretor plástico a determinar.

A tensão σ_{ij}^{k+1} deve estar sobre a superfície de ruptura, ou seja

$$f^s(\sigma_{ij}^{k+1}) = 0, \quad (3-45)$$

a qual, pode ser reescrita usando as Equações 3-43 e 3-44 como

$$f^s(\tilde{\sigma}_{ij}^{E(k)} - C_{ijkl}^J \Delta \epsilon_{kl}^p) = 0 \quad (3-46)$$

Aproximando f^s segundo a série de Taylor em torno ao ponto $f^s(\sigma_{ij}^{k+1})$, tem-se

$$f^s(\sigma_{ij}^{k+1}) = \left. \frac{\partial f^s}{\partial \sigma_{ij}} \right|_{\sigma_{ij}^{k+1}} C_{ijkl}^J \Delta \epsilon_{kl}^p \quad (3-47)$$

O incremento de deformação plástica $\Delta \epsilon_{ij}^p$ é determinado usando a regra do fluxo plástico da Equação 3-26 e o potencial plástico de cisalhamento ψ^s

$$\Delta \epsilon_{ij}^p = \Delta \lambda^s \frac{\partial \psi^s}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3-48)$$

Substituindo a Equação 3-48 na Equação 3-47 tem-se uma equação para o parâmetro de carga $\Delta \lambda^s$

$$\Delta \lambda^s = \frac{f^s (\sigma_{ij}^{E(n+1)})}{\frac{\partial f^s}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^{\sigma J} \frac{\partial \psi^s}{\partial \sigma_{ij}}} \quad (3-49)$$

No modelo de Drucker Prager, a função f^s está dada pela Equação 3-29 e o potencial plástico ψ^s pela Equação 3-32. Usando estas duas definições na Equação 3-49, o parâmetro de carga para o modelo Drucker Prager fica definido como

$$\Delta \lambda^s = \frac{f^s (\sigma_{ij}^{E(n+1)})}{G + K q_\phi q_\psi} \quad (3-50)$$

Efetuando a derivação correspondente sobre o potencial plástico ψ^s (Equação 3-32) e substituindo os termos na Equação 3-48, os incrementos de deformação plástica desviadora $\Delta \epsilon_{dev}^p$ e de deformação plástica média $\Delta \epsilon_m^p$ podem ser escritos como

$$\Delta \epsilon_{dev}^p = \Delta \lambda^s \frac{\boldsymbol{\sigma}_{dev}}{2\tau} \quad (3-51)$$

$$\Delta \epsilon_m^p = \Delta \lambda^s q_\psi \quad (3-52)$$

As Equações 3-16 e 3-15 permitem expressar as tensões $\boldsymbol{\sigma}$ no tempo t^{k+1} em termos do tensor desviador $\boldsymbol{\sigma}_{dev}$ e da tensão média σ_m . Escrevendo a tensão σ_{ij}^{k+1} da Equação 3-43 em termos do desviador e da tensão média, e usando os incrementos plásticos $\Delta \epsilon_{dev}^p$ e $\Delta \epsilon_m^p$ das Equações 3-52 e 3-51 para computar os incrementos plásticos, a tensão desviadora $\boldsymbol{\sigma}_{dev}^{k+1}$ e a tensão média σ_m^{k+1} no tempo t^{k+1} resultam em

$$\boldsymbol{\sigma}_{dev}^{k+1} = \boldsymbol{\sigma}_{dev}^{E(k+1)} - G \Delta \lambda^s \frac{\boldsymbol{\sigma}_{dev}^{k+1}}{\tau^{k+1}} \quad (3-53)$$

e

$$\sigma_m^{k+1} = \sigma_m^{E(k+1)} - K q_\psi \Delta \lambda^s \quad (3-54)$$

As Equações 3-53 e 3-54 permitem obter as tensões no tempo t^{k+1} , corrigindo o preditor elástico mediante o corretor plástico de cisalhamento do modelo Drucker-Prager.

3.5.2.3

Corretor plástico de tração do modelo Drucker-Prager

Se as tensões $\sigma^{E(k+1)}$ obtidas com o preditor elástico estiverem na zona II, o comportamento plástico é descrito mediante a função de potencial plástico ψ^t e a função f^t . Para obter o parâmetro de carga de tração $\Delta\lambda^t$, a Equação 3-49 é particularizada usando as funções f^t e ψ^t

$$\Delta\lambda^t = \frac{\sigma_m^{E(k+1)} - \sigma^t}{K} \quad (3-55)$$

O incremento de deformação plástica $\Delta\epsilon_{kl}^p$ é determinado usando a regra do fluxo plástico da Equação 3-26 e o potencial plástico de tração ψ^t

$$\Delta\epsilon_{ij}^p = \frac{1}{3}\Delta\lambda^t\delta_{ij} \quad (3-56)$$

Os incrementos de deformação plástica $\Delta\epsilon_{ij}^p$ podem ser separados numa parcela desviadora e numa parcela média

$$\Delta\epsilon_{dev}^p = 0 \quad (3-57)$$

$$\Delta\epsilon_m^p = \Delta\lambda^t \quad (3-58)$$

Escrevendo a tensão σ^{k+1} da Equação 3-43 em termos do desviador e da tensão média, e usando os incrementos plásticos $\Delta\epsilon_{dev}^p$ e $\Delta\epsilon_m^p$ das Equações 3-58 e 3-57 para computar os incrementos plásticos, a tensão desviadora σ_{dev}^{k+1} e a tensão média σ_m^{k+1} no tempo t^{k+1} resultam em

$$\sigma_{dev}^{k+1} = \sigma_{dev}^{E(k+1)} \quad (3-59)$$

e

$$\sigma_m^{k+1} = \sigma_m^{E(k+1)} - K\Delta\lambda^t \quad (3-60)$$

As Equações 3-59 e 3-60 permitem obter as tensões no tempo t^{k+1} corrigindo o preditor elástico mediante o corretor plástico de tração do modelo Drucker-Prager. Observe-se que durante o fluxo plástico de tração, a tensão desviadora não é corrigida, permanecendo com o valor do passo preditor elástico.

3.5.2.4

Implementação numérica do modelo Drucker-Prager

Na sequência apresenta-se o algoritmo de integração das tensões do modelo Drucker-Prager, seguindo o esquema de integração apresentado na Seção 2.2.2.1.

Algoritmo 4: integração do modelo Drucker-Prager

1. Utilizar o algoritmo elástico linear da Página 54 para computar a tensão desviadora $\sigma_{dev}^{E(k+1)}$ e a tensão média elástica $\sigma_m^{E(k+1)}$.

2. Computar a tensão de cisalhamento efetiva elástica $\tau^{E(k+1)}$:

$$\tau^{E(k+1)} = \sqrt{1/2 \left(\sigma_{dev}^{E(k+1)} : \sigma_{dev}^{E(k+1)} \right)} \quad (3-61)$$

3. Se $f^s(\tau^{E(k+1)}, \sigma_m^{E(k+1)}) > 0$ e $h(\tau^{E(k+1)}, \sigma_m^{E(k+1)}) > 0$ (Zona I), computar o parâmetro de carga λ^s usando a Equação 3-50 e atualizar as tensões σ_{dev}^{k+1} e σ_m^{k+1} usando as Equações 3-53 e 3-54:

$$\sigma_{dev}^{k+1} = \sigma_{dev}^{E(k+1)} - G\Delta\lambda^s \frac{\sigma_{dev}^{k+1}}{\tau^{k+1}} \quad (3-62)$$

$$\sigma_m^{k+1} = \sigma_m^{E(k+1)} - Kq_\psi\Delta\lambda^s \quad (3-63)$$

4. Se $f^t(\tau^{E(k+1)}, \sigma_m^{E(k+1)}) > 0$ e $h(\tau^{E(k+1)}, \sigma_m^{E(k+1)}) \leq 0$ (Zona II), computar o parâmetro de carga λ^t usando a Equação 3-55 e atualizar as tensões σ_{dev}^{k+1} e σ_m^{k+1} usando as Equações 3-53 e 3-54:

$$\sigma_{dev}^{k+1} = \sigma_{dev}^{E(k+1)} \quad (3-64)$$

$$\sigma_m^{k+1} = \sigma_m^{E(k+1)} - K\Delta\lambda^t \quad (3-65)$$

5. Se as tensões do passo preditor elástico não cumprirem com as condições 3 ou 4, o material estará no regime elástico. As tensões do preditor elástico são as tensões do material no tempo t^{k+1} .

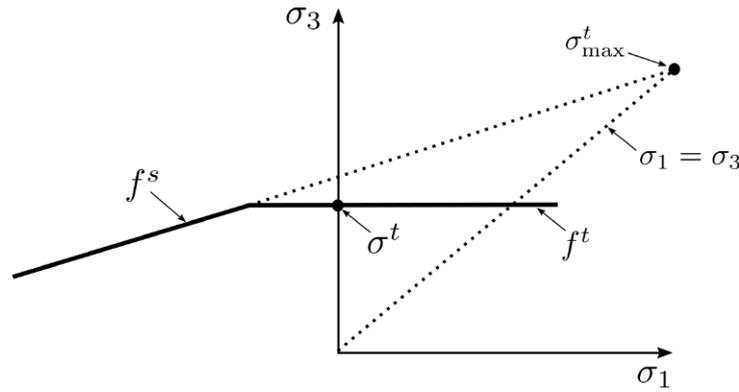


Figura 3.8: Modelo de Mohr-Coulomb com limitação à resistência máxima de tração.

3.5.3 Modelo Mohr-Coulomb

O modelo Mohr-Coulomb é um modelo elasto-plástico que permite descrever a ruptura de materiais tais como solos e rochas. No espaço das tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 , o modelo é definido por seis planos formando uma superfície, como é mostrado na Figura 3.5. No presente trabalho, é adotada a convenção de tensão de compressão negativa e as tensões principais são assumidas como $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. O modelo de Mohr-Coulomb pode ser escrito no plano $\sigma_1 - \sigma_3$ como [70]

$$f^s = -\sigma_1 + \sigma_3 N_\phi - 2c\sqrt{N_\phi} \quad (3-66)$$

onde ϕ é o ângulo de atrito interno do material, c é a coesão e

$$N_\phi = \frac{1 + \sin(\phi)}{1 - \sin(\phi)} \quad (3-67)$$

A resistência máxima de tração do modelo está dada pela interseção da reta f^s com a reta $\sigma_1 = \sigma_3$. A tensão máxima de tração é obtida fazendo $\tau = c - \sigma \tan \phi = 0$, ou seja

$$\sigma_{\max}^t = \frac{c}{\tan \phi} \quad (3-68)$$

A função de ruptura por tração f^t permite limitar o valor de tração máxima no material. f^t é definida por

$$f^t = \sigma^t - \sigma_3 \quad (3-69)$$

fazendo do modelo Mohr-Coulomb, um modelo composto definido por f^s e f^t . A função f^t representa uma reta tal que $\sigma^t = \sigma_3$ (Ver Figura 3.8).

O fluxo plástico não associado de cisalhamento ($\psi^s \neq f^s$) é definido pela função de potencial

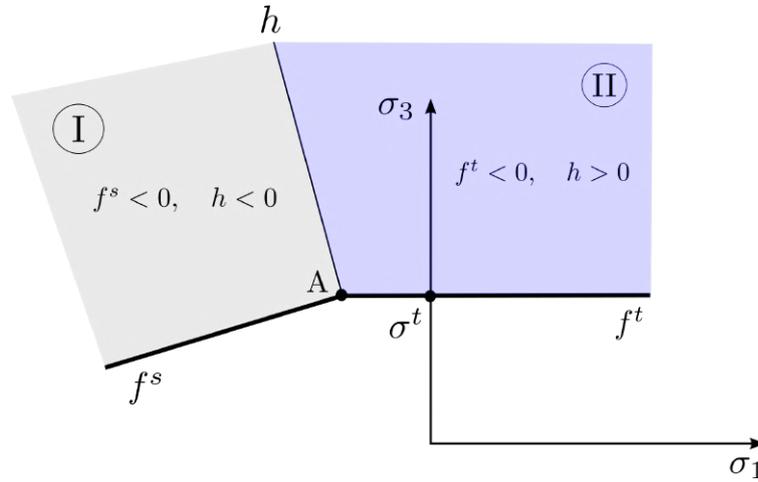


Figura 3.9: Modelo Mohr-Coulomb dividido em zonas para determinar a regra do fluxo plástico no ponto de interseção entre f^t e f^s .

$$\psi^s = \sigma_1 - \sigma_3 N_\psi \quad (3-70)$$

O parâmetro N_ψ é determinado pela Equação 3-67 usando o ângulo de dilatação ψ do material. O fluxo plástico associado de tração ($\psi^t = f^t$) é definido pela função de potencial

$$\psi^t = \sigma^t - \sigma_3 \quad (3-71)$$

O modelo assim definido é composto por duas superfícies f^t e f^s . No plano $\sigma_1 - \sigma_3$ as funções f^s e f^t representam duas retas, cujas normais estão definidas em todos os seus pontos. No ponto de intersecção entre as duas retas, a normal não está definida (ponto A da Figura 3.9).

Para evitar o cálculo da normal no ponto A, duas zonas são definidas. Na zona I: $f^s < 0$, $h < 0$ e o fluxo plástico é dado pela função potencial de cisalhamento ψ^s . Na zona II: $f^t < 0$, $h > 0$ e o fluxo plástico é dado pela função potencial de tração ψ^t . A reta de interseção h é dada por [70]

$$h = \sigma^3 - \sigma^t + \alpha(\sigma_1 - \beta) \quad (3-72)$$

onde α e β são constantes definidas por

$$\alpha = \sqrt{1 + N_\phi^2} + N_\phi \quad (3-73)$$

e

$$\beta = \sigma^t N_\phi - 2c\sqrt{N_\phi} \quad (3-74)$$

3.5.3.1

Corretor plástico do modelo Mohr-Coulomb

O primeiro passo do algoritmo de retorno é o preditivo elástico, onde as tensões $\sigma^{E(k+1)}$ no tempo t^{k+1} são obtidas usando o incremento total de deformação $\Delta\epsilon^{k+1}$. Estas tensões são utilizadas para verificar a condição de ruptura composto por f^s e f^t . Se as tensões são tais que $f^s(\sigma^{E(k+1)}) \leq 0$ e $f^t(\sigma^{E(k+1)}) < 0$, então o material está no regime elástico e as tensões no tempo t^{k+1} são elásticas: $\sigma^{k+1} = \sigma^{E(k+1)}$. Caso o modelo não cumpra com as condições anteriores, o regime plástico tem lugar e o corretor plástico tem que ser aplicado. Segundo a zona onde as tensões estiverem (ver Figura 3.9), o corretor plástico é de cisalhamento (zona I) ou de tração (zona II). A zona I está determinada pela condição $f^s(\sigma^{E(k+1)}) < 0$ e $h(\sigma^{E(k+1)}) < 0$, e o fluxo plástico correspondente é dado pelo potencial plástico ψ^s . A zona II está determinada pela condição $f^t(\sigma^{E(k+1)}) < 0$ e $h(\sigma^{E(k+1)}) > 0$, e o fluxo plástico é dado pelo potencial plástico ψ^t .

3.5.3.2

Corretor plástico de cisalhamento do Modelo Mohr-Coulomb

Se as tensões obtidas com o preditor elástico estiverem na zona I, o comportamento plástico é de cisalhamento e é descrito pela função de potencial plástico ψ^s . Os incrementos elásticos, obtidos pela Equação 3-8, são reescritos como

$$\Delta\sigma = S_i(\Delta\epsilon^E) \quad (3-75)$$

onde S_i são operadores *lineares* que relacionam as deformações elásticas ϵ^E com os incrementos de tensão σ (Ver Equação 3-87). Conforme esta notação, a Equação 3-39 é reescrita como

$$\Delta\sigma = S_i(\Delta\epsilon - \Delta\epsilon^p) \quad (3-76)$$

ou

$$\Delta\sigma = S_i(\Delta\epsilon) - S_i(\Delta\epsilon^p) \quad (3-77)$$

Os incrementos de deformação plástica ϵ^p foram definidos na Equação 3-48. Usando esta definição, os incrementos de tensão são escritos como

$$\Delta\sigma = S_i(\Delta\epsilon) - \lambda S_i\left(\frac{\partial\psi^s}{\partial\sigma}\right) \quad (3-78)$$

O estado de tensão obtido a partir dos incrementos $\Delta\sigma$ deve permanecer sobre a superfície de ruptura, ou seja

$$f^s(\sigma + \Delta\sigma) = 0 \quad (3-79)$$

Para o caso particular onde f^s é uma função linear de σ

$$f^s(\sigma) + f^s(\Delta\sigma) - f_0^s = 0 \quad (3-80)$$

onde f_0^s são os termos constantes de f^s requeridos para não adicionar duas vezes as constantes durante a separação linear³.

Agrupando o termo constante como $\tilde{f}^s = f^s - f_0^s$, a Equação 3-80 pode ser reescrita como

$$f^s(\sigma) + \tilde{f}^s(\Delta\sigma) = 0 \quad (3-81)$$

Para um ponto σ sobre a superfície de ruptura $f^s(\sigma) = 0$. Usando os operadores lineares da Equação 3-75 na Equação 3-81 tem-se

$$\tilde{f}^s[S_i(\Delta\epsilon)] - \lambda \tilde{f}^s \left[S_i \left(\frac{\partial \psi}{\partial \sigma} \right) \right] = 0 \quad (3-82)$$

Observe-se que $S_i(\Delta\epsilon)$ são as tensões obtidas com o preditor elástico. A partir da Equação 3-82, o parâmetro de carga do modelo pode ser calculado como

$$\lambda = \frac{f^s(\sigma^E)}{f^s[S_i(\partial\psi^s/\partial\sigma)] - f_0^s} \quad (3-83)$$

Para determinar os operadores lineares S_i , a lei de Hooke é escrita em termos das tensões principais σ_1, σ_2 e σ_3

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_1 &= \alpha_1 \Delta\epsilon_1^E + \alpha_2 (\Delta\epsilon_2^E + \Delta\epsilon_3^E) \\ \Delta\sigma_2 &= \alpha_1 \Delta\epsilon_2^E + \alpha_2 (\Delta\epsilon_1^E + \Delta\epsilon_3^E) \\ \Delta\sigma_3 &= \alpha_1 \Delta\epsilon_3^E + \alpha_2 (\Delta\epsilon_1^E + \Delta\epsilon_2^E) \end{aligned} \quad (3-84)$$

onde α_1 e α_2 são constantes dependentes dos módulos K e G

$$\alpha_1 = K + \frac{4}{3}G \quad (3-85)$$

$$\alpha_2 = K - \frac{2}{3}G \quad (3-86)$$

A partir da Equação 3-84, os operadores lineares S_i são

$$\begin{aligned} S_1 &= \alpha_1 \Delta\epsilon_1^E + \alpha_2 (\Delta\epsilon_2^E + \Delta\epsilon_3^E) \\ S_2 &= \alpha_1 \Delta\epsilon_2^E + \alpha_2 (\Delta\epsilon_1^E + \Delta\epsilon_3^E) \\ S_3 &= \alpha_1 \Delta\epsilon_3^E + \alpha_2 (\Delta\epsilon_1^E + \Delta\epsilon_2^E) \end{aligned} \quad (3-87)$$

Usando a definição dos operadores lineares S_i (Equação 3-87), a função de ruptura f^s (Equação 3-66) e as derivadas da função do potencial plástico ψ^s (Equação 3.9), o parâmetro de carga λ^s é finalmente definido por

³Observe-se que se $f(x) = ax + b$ e $f(\Delta x) = a\Delta x + b$ então $f(x + \Delta x) = a(x + \Delta x) + 2b$.

$$\lambda^s = \frac{f^s \left(\boldsymbol{\sigma}^{E(k+1)} \right)}{(\alpha_1 - \alpha_2 N_\psi) - (-\alpha_1 N_\psi + \alpha_2) N_\phi} \quad (3-88)$$

Usando a Equação 3-87 e as derivadas de ψ^s na Equação 3-78, os incrementos de tensões resultam em

$$\begin{aligned} \sigma_1^{k+1} &= \sigma_1^{E(k+1)} - \lambda^s (\alpha_1 - \alpha_2 N_\psi) \\ \sigma_2^{k+1} &= \sigma_2^{E(k+1)} - \lambda^s \alpha_2 (1 - N_\psi) \\ \sigma_3^{k+1} &= \sigma_3^{E(k+1)} - \lambda^s (-\alpha_1 N_\psi + \alpha_2) \end{aligned} \quad (3-89)$$

Os incrementos de deformação plástica são obtidos usando o parâmetro de carga λ^s na Equação 3-48

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_1^p &= \lambda^s \\ \Delta \epsilon_2^p &= 0 \\ \Delta \epsilon_3^p &= -\lambda^s N_\psi \end{aligned} \quad (3-90)$$

3.5.3.3

Corretor plástico de tração do modelo Mohr-Coulomb

Usando a definição dos operadores lineares S_i (Equação 3-87), a função de ruptura f^t (Equação 3-69) e as derivadas da função do potencial plástico ψ^t (Equação 3.9) na Equação 3-83, o parâmetro de carga λ^t de tração é

$$\lambda^t = \frac{\sigma^t - \sigma_3}{\sigma_t + \alpha_1 - \sigma_t} = \frac{\sigma^t - \sigma_3}{\alpha_1} \quad (3-91)$$

Usando a Equação 3-87 e as derivadas de ψ^s na Equação 3-78, os incrementos de tensões resultam em

$$\begin{aligned} \sigma_1^{k+1} &= \sigma_1^{E(k+1)} + \lambda^t \alpha_2 \\ \sigma_2^{k+1} &= \sigma_2^{E(k+1)} + \lambda^t \alpha_2 \\ \sigma_3^{k+1} &= \sigma_3^{E(k+1)} + \lambda^t \alpha_1 \end{aligned} \quad (3-92)$$

Os incrementos de deformação plástica são obtidos usando o parâmetro de carga de tração λ^t na Equação 3-48

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_1^p &= 0 \\ \Delta \epsilon_2^p &= 0 \\ \Delta \epsilon_3^p &= -\lambda^t \end{aligned} \quad (3-93)$$

3.5.3.4

Implementação numérica do Modelo Mohr-Coulomb

Na sequência apresenta-se o algoritmo de integração das tensões do modelo Mohr-Coulomb, seguindo o esquema de integração apresentado na Seção 2.2.2.1.

Algoritmo 5: integração do modelo Mohr-Coulomb

1. Utilizar o algoritmo elástico linear da Página 54 para obter a predição elástica $\boldsymbol{\sigma}^{E(k+1)}$.
2. Computar as tensões principais $\sigma_1^{E(k+1)}, \sigma_2^{E(k+1)}, \sigma_3^{E(k+1)}$, e as direções principais $\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \vec{\mathbf{a}}_3$ do tensor $\boldsymbol{\sigma}^{E(k+1)}$.
3. Se $f^s(\sigma_i^{E(k+1)}) < 0$ e $h(\sigma_i^{E(k+1)}) < 0$ (Zona I), computar o parâmetro de carga λ^s usando a Equação 3-88 e atualizar as tensões σ_i^{k+1} usando as Equações 3-89:

$$\begin{aligned}\sigma_1^{k+1} &= \sigma_1^{E(k+1)} - \lambda^s (\alpha_1 - \alpha_2 N_\psi) \\ \sigma_2^{k+1} &= \sigma_2^{E(k+1)} - \lambda^s \alpha_2 (1 - N_\psi) \\ \sigma_3^{k+1} &= \sigma_3^{E(k+1)} - \lambda^s (-\alpha_1 N_\psi + \alpha_2)\end{aligned}\quad (3-94)$$

4. Se $f^t(\sigma_i^{E(k+1)}) < 0$ e $h(\sigma_i^{E(k+1)}) > 0$ (Zona II), computar o parâmetro de carga λ^t usando a Equação 3-91, e atualizar as tensões σ_i^{k+1} usando as Equações 3-92:

$$\begin{aligned}\sigma_1^{k+1} &= \sigma_1^{E(k+1)} + \lambda^t \alpha_2 = \sigma_1^{E(k+1)} - (\sigma_3^{E(k+1)} - \sigma^t) \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \\ \sigma_2^{k+1} &= \sigma_2^{E(k+1)} + \lambda^t \alpha_2 = \sigma_2^{E(k+1)} - (\sigma_3^{E(k+1)} - \sigma^t) \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \\ \sigma_3^{k+1} &= \sigma_3^{E(k+1)} + \lambda^t \alpha_1 = \sigma^t\end{aligned}\quad (3-95)$$

5. Reconstruir o tensor $\boldsymbol{\sigma}^{k+1}$ a partir das direções principais $\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2$ e $\vec{\mathbf{a}}_3$:

$$\boldsymbol{\sigma}^{k+1} = [\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \vec{\mathbf{a}}_3] \begin{bmatrix} \sigma_1^{k+1} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^{k+1} & \\ 0 & 0 & \sigma_3^{k+1} \end{bmatrix} [\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \vec{\mathbf{a}}_3]^T \quad (3-96)$$

6. Se as tensões $\sigma_i^{E(k+1)}$ não satisfizerem as condições dos passos 3 ou 4, o material está no regime elástico. As tensões do preditor elástico $\boldsymbol{\sigma}^{E(k+1)}$ são as tensões do material no tempo t^{k+1} .

3.5.4

Modelo de transição sólido - fluido viscoso

O processo completo de falha de uma massa de solo, isto é, desde o início da formação de um mecanismo pelo qual a massa se encontra num estado de ruptura iminente, até a posterior evolução das deformações da massa no tempo, não é um problema de simples solução. Neste contexto, Pastor *et al.* (2002) [71] modelaram a falha de uma barragem de rejeitos usando um modelo numérico de elementos finitos com elasto-plasticidade para estimar a superfície de ruptura, e posteriormente, um modelo de integração em altura junto com um modelo de fluido viscoso para avaliar o escorregamento da massa. No trabalho de Nicot *et al.* (2011) [72] verifica-se, numérica e experimentalmente, a relação entre o trabalho de segunda ordem e uma liberação de energia em amostras de solo, sugerindo uma transição entre um comportamento de sólido para fluido. Prime e Dufour (2013) [35] apresentam um modelo que descreve a resposta elasto-plástica do solo mediante o modelo de Perzyna usando o trabalho de segunda ordem como critério de ativação do comportamento viscoso do material, em particular, o modelo de Bingham é usado para modelar o fluido viscoso.

Na sequência desenvolve-se um modelo numérico elasto-plástico-viscoso com transição, onde a plasticidade é dada pelo modelo de Mohr-Coulomb e a parcela viscosa é dada pelo modelo de Bingham. O trabalho de segunda ordem é usado como critério de transição.

Considere-se o sistema reológico da Figura 3.10. O modelo pode ser entendido como um sistema em série de dois componentes: um componente elasto-plástico, caracterizado pelo módulo de cisalhamento G e a tensão desviadora de ruptura do modelo de Mohr-coulomb S_y^{MC} , e um componente viscoso caracterizado pela viscosidade η . Observe-se que o modelo viscoso somente é ativado segundo a tensão de escorregamento de Bingham S_y^B e o critério do trabalho de segunda ordem d^2W , dado por

$$d^2W = d\sigma_{ij}d\epsilon_{ij} \quad (3-97)$$

ou, pelo trabalho de segunda ordem normalizado

$$d^2\hat{W} = d\sigma_{ij}d\epsilon_{ij}/(|d\sigma_{ij}||d\epsilon_{ij}|) \quad (3-98)$$

As parcelas desviadoras de tensão e de deformação são definidas conforme Equação 3-12

$$\boldsymbol{\sigma}_{dev} = \boldsymbol{\sigma} - \sigma_m \mathbf{I} \quad (3-99)$$

$$\boldsymbol{\epsilon}_{dev} = \boldsymbol{\epsilon} - 1/3\epsilon_{vol} \mathbf{I} \quad (3-100)$$

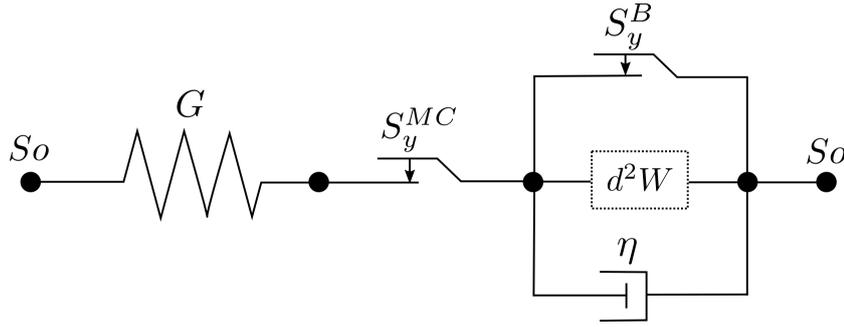


Figura 3.10: Modelo numérico para solos de comportamento elasto-plástico-viscoso com transição.

onde $\sigma_m = \sigma_{kk}/3$ e $\epsilon_{vol} = \epsilon_{kk}$ são a tensão média e a deformação volumétrica, respectivamente.

Conforme a Figura 3.10, o incremento de deformação total desviadora $\Delta\epsilon_{dev}$ é a soma dos componentes do sistema em série:

$$\Delta\epsilon_{dev} = \Delta\epsilon_{dev}^E + \Delta\epsilon_{dev}^P + \Delta\epsilon_{dev}^V \quad (3-101)$$

onde \square^E , \square^P , \square^V se refere aos componentes elásticos, plásticos e viscosos, respectivamente. A parcela elástica está dada pelas Equações 3-16 e 3-17:

$$\Delta\epsilon_{dev}^E = \frac{\Delta\sigma_{dev}}{2G} \quad (3-102)$$

A parcela plástica do modelo de Mohr-Coulomb é definida a partir da Equação 3-48

$$\Delta\epsilon_{dev}^P = \Delta\lambda^s \frac{\partial\psi}{\partial\sigma} - 1/3\Delta\epsilon_{vol}\mathbf{I} \quad (3-103)$$

A parcela viscosa é dada pelo modelo de Bingham [35]

$$\Delta\epsilon_{dev}^V = \frac{J_2 - S_y^B}{2\eta} \frac{\sigma_{dev}}{J_2} \Delta t \quad (3-104)$$

onde J_2 é o segundo invariante do tensor desviador, definido por $J_2 = 1/2(\sigma_{dev} : \sigma_{dev})$, S_y^B é a tensão de escorregamento e η é a viscosidade.

Agrupando as parcelas elásticas e plásticas de deformação desviadora, da Equação 3-101, e usando as definições dadas pelas Equações 3-104 e 3-102, tem-se

$$\Delta\epsilon_{dev} - \Delta\epsilon_{dev}^P = \frac{\Delta\sigma_{dev}}{2G} + \frac{J_2 - S_y^B}{2\eta} \frac{\bar{\sigma}_{dev}}{J_2} \Delta t \quad (3-105)$$

onde $\bar{\sigma}_{dev} = (\sigma_{dev}^{k+1} + \sigma_{dev}^k)/2$ é o valor da tensão desviadora média [103], e $\Delta\sigma_{dev} = \sigma_{dev}^{k+1} - \sigma_{dev}^k$ é o incremento de tensão no intervalo Δt . A Equação 3-105 pode ser reescrita como

$$\Delta\epsilon_{dev} - \Delta\epsilon_{dev}^P = \frac{\sigma_{dev}^{k+1} - \sigma_{dev}^k}{2G} + \frac{J_2 - S_y^B (\sigma_{dev}^{k+1} + \sigma_{dev}^k)/2}{2\eta J_2} \Delta t \quad (3-106)$$

Trabalhando sobre a Equação 3-106, a tensão σ_{dev}^{k+1} pode ser calculada como

$$\sigma_{dev}^{k+1} = \frac{2G(\Delta\epsilon_{dev} - \Delta\epsilon_{dev}^P)}{1+a} - \sigma_{dev}^k \frac{1-a}{1+a} \quad (3-107)$$

onde

$$a = \frac{G\Delta t}{2\eta} (J_2 - S_y^B) \quad (3-108)$$

Observe-se que o modelo constitutivo proposto é baseado nos componentes desviadores. A parcela volumétrica é assumida elasto-plástica. Usando a Equação 3-17, a parcela hidrostática do tensor de tensões pode ser calculada como

$$\sigma_m^{k+1} = \sigma_m^k + K(\Delta\epsilon_{vol} - \Delta\epsilon_{vol}^P) \quad (3-109)$$

3.5.4.1

Implementação numérica do modelo de transição

Na sequência apresenta-se o algoritmo de integração das tensões do modelo de transição sólido fluido viscoso, seguindo o esquema de integração apresentado na Seção 2.2.2.1.

Algoritmo 6: integração do modelo Elasto-Plástico Viscoso com Transição

1. Utilizar o algoritmo elasto-plástico de Mohr-Coulomb da Página 70 para obter os incrementos plásticos de deformação $\Delta\epsilon^{P(k+1)}$ e o tensor de tensões elasto-plásticas $\sigma^{P(k+1)}$.
2. Calcular o segundo invariante do tensor desviador como $J_2 = 1/2 (\sigma_{dev}^k : \sigma_{dev}^k)$.
3. Calcular a tensão de fluência da parcela viscosa usando a tensão de Mohr-Coulomb

$$S_y^B \equiv S_y^{MC} = (\sigma_1^{P(k+1)} - \sigma_3^{P(k+1)})/2 \cos(\phi) \quad (3-110)$$

e o trabalho de segunda ordem usando a Equação 3-97

$$d^2W = (\sigma_{ij}^k - \sigma_{ij}^{k-1}) : (\dot{\epsilon}_{ij}^k \Delta t) \quad (3-111)$$

4. Se $J_2 > S_y^B$ e $d^2W < 0$, a parcela viscosa tem lugar e as novas tensões são calculadas usando as Equações 3-107 e 3-109:

$$\sigma_{dev}^{k+1} = \frac{2G(\Delta\epsilon_{dev}^{k+1} - \Delta\epsilon_{dev}^{P(k+1)})}{1+a} - \sigma_{dev}^k \frac{1-a}{1+a} \quad (3-112)$$

e

$$\sigma_m^{k+1} = \sigma_m^k + K(\Delta\epsilon_{vol}^{k+1} - \Delta\epsilon_{vol}^{P(k+1)}) \quad (3-113)$$

onde o parâmetro a é dado pela Equação 3-108:

$$a = \frac{G\Delta t}{2\eta}(J_2 - S_y^B) \quad (3-114)$$

4

Acoplamento fluido mecânico

Os materiais porosos, como os solos e as rochas, podem ser estudados assumindo que são formados por um *esqueleto sólido* e por *vazios*. O esqueleto sólido são os grãos numa areia e os vazios são as redes de cavidades formadas pelos espaços entre os grãos. Frequentemente, estes materiais estão em ambientes com presença de fluidos, como água ou petróleo, e este ocupa os *vazios interconectados*. Nesta condição, o meio poroso está *saturado* ou *parcialmente saturado* se o fluido ocupa total ou parcialmente os vazios do meio. Quando um meio poroso é submetido a um carregamento, a sua resposta em termos de deformação depende da rigidez do esqueleto sólido e do comportamento do fluido nos poros. Se um meio poroso possui baixa permeabilidade, a deformação do esqueleto é retardada em relação ao carregamento, e a resposta geral depende do fluxo de fluido em seus poros. O estudo simultâneo da deformação do esqueleto sólido e do fluxo de fluido em seus poros é o *Acoplamento Fluido Mecânico*.

O capítulo seguinte é dedicado ao acoplamento fluido mecânico. É feita uma revisão bibliográfica do acoplamento no contexto do MPM. Definem-se elementos conceituais tais como: fases do meio poroso, princípio das tensões efetivas e conservação de massa. São apresentadas em detalhe as equações governantes junto com sua discretização e o algoritmo computacional. Finalmente, é apresentado o método de suavização das pressões e seu algoritmo de implementação.

4.1

Revisão do acoplamento fluido mecânico no MPM

O estudo do comportamento mecânico do material poroso contemplando o fluxo do fluido nos vazios, abordado desde uma perspectiva acoplada propriamente dita, começa com a teoria da consolidação no trabalho de Terzaghi de 1925 [73], onde o problema foi abordado em 1D, assumindo incompressibilidade do fluido e das partículas e com a hipótese de tensões totais constantes durante o processo de carregamento.

A forma geral das equações governantes da dinâmica dos meios porosos saturados foi apresentada por Biot em 1941 [74], e em 1956 [75]. O problema foi

abordado de forma geral em 3D, considerando a compressibilidade das partículas e do fluido. A resolução analítica destas equações de acoplamento fluido mecânico não resulta trivial para geometrias relativamente complexas ou para materiais não lineares. O desenvolvimento do método dos elementos finitos permitiu uma abordagem numérica do problema acoplado e sua aplicação em diversos casos de interesse. No contexto do FEM, diversas formulações do problema acoplado foram desenvolvidas [76], como as formulações $v - p$ e $v - w$. A formulação $v - w$ considera a velocidade do sólido v^s e a velocidade do fluido v^w como variáveis principais e resulta na formulação mais geral para modelar numericamente o comportamento acoplado. No contexto do MPM, a formulação $v - w$ tem sido amplamente aplicada por diferentes autores para modelar o comportamento dinâmico do solo e do fluido nos poros de forma geral [30, 77], principalmente nos problemas que envolvem propagação de ondas.

A formulação $v - p$ considera a velocidade do sólido v^s e a pressão do fluido p como variáveis principais. Nesta formulação, assume-se que a aceleração do sólido é igual à aceleração do fluido $\dot{v}^s = \dot{v}^w$, de modo que as equações governantes resultam simplificadas. Van Esch *et al.* (2011) [78] mostram que a formulação $v - p$ incorpora uma restrição adicional ao passo de tempo na integração explícita. A formulação $v - p$ foi principalmente aplicada no MPM em problemas de taxas de deformação lentas e sem foco na propagação de ondas [80, 29], dado que somente a formulação $v - w$ captura adequadamente a resposta dinâmica de propagação de ondas [79].

No MPM, o domínio é discretizado por um conjunto de pontos (ou *partículas*) que representam sub-domínios e que podem se movimentar livremente dentro da malha computacional. O problema acoplado, em particular, pode ser abordado a partir de diferentes opções de discretização. Uma primeira opção é considerar ao meio como uma mistura representada por um único ponto material [29, 81, 79, 82]. Uma segunda opção é considerar a discretização do esqueleto e do fluido separadamente, usando um ponto material para o esqueleto sólido e um outro ponto para o fluido [83, 30, 84, 77]. A última opção, ainda não explorada no MPM, é representar ao meio de forma geral usando um ponto material para cada fase.

No presente trabalho um ponto material é usado para discretizar as equações governantes baseadas na formulação $v - w$, onde a velocidade do esqueleto sólido v^s e a velocidade do fluido v^w são as variáveis principais. A implementação computacional apresentada é uma extensão do algoritmo desenvolvido no Capítulo 2.

4.2

Fases do meio poroso

Na análise com acoplamento fluido mecânico, o meio poroso formado pelo esqueleto sólido e os vazios é idealizado mediante uma representação por fases como se mostra na Figura 4.1. O volume do meio poroso V é formado por o volume de sólidos V_s , o volume de ar V_a e o volume de água V_w

$$V = V_s + V_w + V_a \quad (4-1)$$

O volume de vazios V_v são as redes de cavidades que o fluido pode ocupar

$$V_v = V_w + V_a \quad (4-2)$$

A *porosidade* do meio poroso é a relação entre o volume de vazios V_v e o volume do meio V

$$n = \frac{V_v}{V} \quad (4-3)$$

O *índice de vazios* do meio poroso é a relação entre o volume de vazios V_v e o volume de sólidos V_s

$$e = \frac{V_v}{V_s} \quad (4-4)$$

Substituindo V_v da Equação 4-4, usando a Equação 4-3 e invocando a $V = V_s + V_v$ se tem que

$$n = \frac{e}{1 + e} \quad (4-5)$$

e

$$e = \frac{n}{1 - n} \quad (4-6)$$

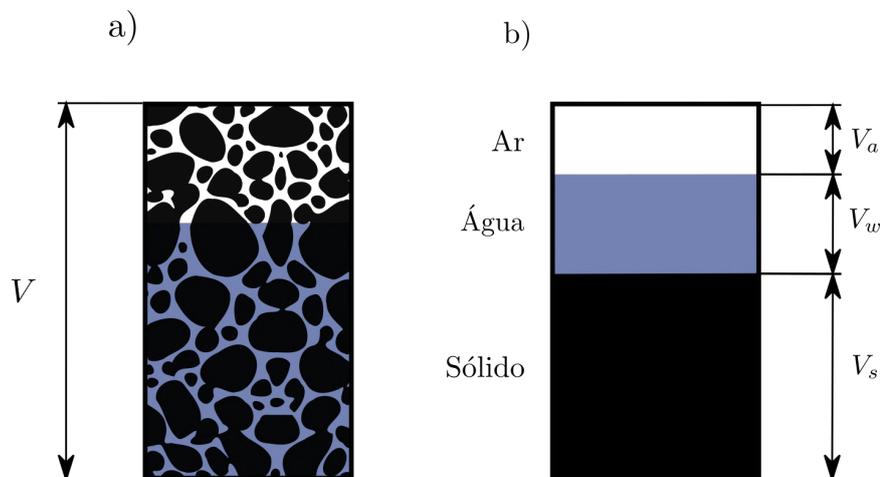


Figura 4.1: Fases do meio poroso. a) Meio poroso real. b) Representação numérica do meio poroso de diferentes fases.

O meio poroso está saturado ou parcialmente saturado, se o fluido ocupar total ou parcialmente os vazios do meio. O *grau de saturação*, ou simplesmente a *saturação*, do fluido f no meio é definido por

$$S_f = \frac{V_f}{V_v} \quad (4-7)$$

Se $S_f = 1$ o meio está saturado e o fluido ocupa totalmente os vazios. Se $S_f = 0$ o meio está *seco* e não contém fluido nos vazios. Se $0 < S_f < 1$ o meio está *parcialmente saturado*.

No presente trabalho, o meio é assumido saturado $S_f = 1$, onde o único fluido nos vazios é a água $f = w$.

4.3

Princípio das tensões efetivas

O princípio das tensões efetivas [73] introduz o efeito da pressão do fluido nos contatos que efetivamente tem lugar no esqueleto sólido, e que por sua vez governam a deformação do meio. Este princípio pode ser expresso como

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} - p\delta_{ij} \quad (4-8)$$

ou

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + p\delta_{ij} \quad (4-9)$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecker ($\delta_{ij} = 1$ para $i = j$ e $\delta_{ij} = 0$ para $i \neq j$), p é a pressão do fluido nos poros, σ'_{ij} é a *tensão efetiva* no esqueleto sólido e σ_{ij} é a *tensão total*.

No presente trabalho, as tensões de compressão e as pressões inferiores à atmosférica são consideradas negativas. Considere-se um ponto embaixo do critério de ruptura da Figura 3.6 tal que $f_s < 0$. Conforme à convenção mencionada, um incremento de pressão $-\Delta p$ produz uma variação na tensão efetiva de $\Delta\sigma'_{ij} = -\Delta p$ (Equação 4-8) deslocando o ponto de tensão à esquerda, afastando-se da superfície de ruptura.

4.4

Conservação de massa

Considere-se um elemento diferencial no interior de um meio poroso, onde todas as fases presentes são contínuas dentro do elemento. A conservação de massa da fase sólida no elemento é dada por

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1 - n)\rho^s] + \frac{\partial}{\partial x_i} [(1 - n)\rho^s v_i^s] = 0 \quad (4-10)$$

onde n é a porosidade do meio, v_i^s a velocidade do sólido e ρ_s a densidade do sólido. Da mesma forma, a conservação de massa do fluido resulta igual a

$$\frac{\partial}{\partial t} (n\rho^w) + \frac{\partial}{\partial x_i} (n\rho^w v_i^w) = 0 \quad (4-11)$$

onde v_i^w é a velocidade do fluido e ρ_w é a densidade de massa do fluido.

Assumindo que os grãos são incompressíveis no tempo $\frac{\partial \rho^s}{\partial t} = 0$, que a porosidade não varia no espaço $\frac{\partial n}{\partial x_i} = 0$ e que a densidade do sólido não varia no espaço $\frac{\partial \rho^s}{\partial x_i} = 0$, a Equação 4-10 pode ser reescrita como

$$-\rho^s \frac{\partial n}{\partial t} + (1-n)\rho^s \frac{\partial v_i^s}{\partial x_i} = 0 \quad (4-12)$$

ou, considerando que $\rho^s \neq 0$

$$-\frac{\partial n}{\partial t} + (1-n) \frac{\partial v_i^s}{\partial x_i} = 0 \quad (4-13)$$

A partir da Equação 4-13, a variação da porosidade no tempo fica definida como

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (1-n) \frac{\partial v_i^s}{\partial x_i} \quad (4-14)$$

Entretanto, assumindo que a porosidade do meio e a densidade do fluido não variam no espaço dentro do elemento ($\frac{\partial n}{\partial x_i} = 0$ e $\frac{\partial \rho^w}{\partial x_i} = 0$), a Equação 4-11 pode ser reescrita como

$$n \frac{\partial \rho^w}{\partial t} + \rho^w \frac{\partial n}{\partial t} + n\rho^w \frac{\partial v_i^w}{\partial x_i} = 0 \quad (4-15)$$

Substituindo a Equação 4-14 na Equação 4-15, tem-se que

$$n \frac{\partial \rho^w}{\partial t} + \rho^w (1-n) \frac{\partial v_i^s}{\partial x_i} + n\rho^w \frac{\partial v_i^w}{\partial x_i} = 0 \quad (4-16)$$

A relação entre a pressão e a densidade do fluido é assumida segundo a seguinte lei constitutiva linear

$$\frac{d\rho_w}{dp} = \frac{\rho_w}{K_w} \quad (4-17)$$

Aplicando a regra da cadeia tem-se

$$\frac{d\rho_w}{dt} = \frac{dp}{dt} \frac{\rho_w}{K_w} \quad (4-18)$$

onde K_w é o módulo volumétrico do fluido.

Substituindo a Equação 4-18 na Equação 4-16, a variação da pressão no tempo é dada por

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{K_w}{n} \left[(1-n) \frac{\partial v_i^s}{\partial x_i} + n \frac{\partial v_i^w}{\partial x_i} \right] \quad (4-19)$$

A Equação 4-19 representa a conservação de massa da mistura, ou seja, do solo saturado. Esta equação permite computar a variação no tempo da pressão do fluido mediante os gradientes de velocidades.

4.5

Equações de movimento

Para descrever dinamicamente o comportamento acoplado do meio é necessário considerar a conservação da quantidade de movimento da mistura (Equação 2-1)

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + n\rho^w b_i + (1-n)\rho^s b_i = (1-n)\rho^s \dot{v}_i^s + n\rho^w \dot{v}_i^w \quad (4-20)$$

onde $n\rho^w b_j$ representa a força de corpo por unidade de volume total V devido à massa do fluido e $(1-n)\rho^s b_j$ representa a força de corpo por unidade de volume devido à massa do sólido. Observe-se que o equilíbrio é considerado usando as *tensões totais* $\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} - p\delta_{ij}$ (Ver Seção 4.3).

A Equação da quantidade de movimento do fluido é dada por [60]

$$-\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho^w b_i - \frac{n\rho^w g}{k_{ij}}(v_j^w - v_j^s) = \rho^w \dot{v}_i^w \quad (4-21)$$

onde k_{ij} é o tensor de permeabilidade, ou condutividade hidráulica do fluido no meio poroso.

4.6

Discretização das equações governantes

A discretização das Equações 4-20 e 4-21 baseia-se na sua formulação fraca, que é obtida usando o método de Galerkin dos resíduos ponderados sobre o domínio material e a integração por partes dos termos gradientes.

A forma fraca da Equação 4-20 é

$$-\int_{\Omega} \hat{w}_{i,j} \sigma_{ij} + \int_{\partial\Omega} \hat{w}_i t^\sigma(x_i) dA + \int_{\Omega} \hat{w}_i n\rho^w b_i + \int_{\Omega} \hat{w}_i (1-n)\rho^s b_i = \int_{\Omega} \hat{w}_i (1-n)\rho^s \dot{v}_i^s + \int_{\Omega} \hat{w}_i n\rho^w \dot{v}_i^w \quad (4-22)$$

A forma fraca da Equação 4-21 resulta em

$$\int_{\Omega} \hat{w}_{i,j} p^w - \int_{\partial\Omega} \hat{w}_i t^p(x_i) dA + \int_{\Omega} \hat{w}_i \rho^w b_i - \int_{\Omega} \hat{w}_i \frac{n\rho^w g}{k_{ij}}(v_j^w - v_j^s) = \int_{\Omega} \hat{w}_i \rho^w \dot{v}_i^w \quad (4-23)$$

onde \hat{w}_i são funções de ponderação, $\hat{w}_{i,j}$ são os gradientes das funções de ponderação, $t^\sigma(x_i)$ são condições de contorno de tensões e $t^p(x_i)$ são condições de contorno de pressões. Observe-se que os termos gradientes foram reduzidos usando integração por partes sobre as Equações 4-20 e 4-21.

Aplicando o mesmo procedimento que na Seção 2.2.1, as funções de ponderação \hat{w}_i , suas derivadas $\hat{w}_{i,j}$, a velocidade do fluido nas partículas v_{ip}^w e a velocidade do sólido nas partículas v_{ip}^s são interpoladas desde os valores nodais da malha Euleriana mediante

$$\hat{w}_{ip} = N_{Ip}w_{iI} \quad (4-24)$$

$$\hat{w}_{ip,j} = N_{Ip,j}w_{iI} \quad (4-25)$$

$$v_{ip}^w = N_{Ip}v_{iI}^w \quad (4-26)$$

$$v_{ip}^s = N_{Ip}v_{iI}^s \quad (4-27)$$

Substituindo as Equações 4-24, 4-25, 4-26 e 4-27, nas Equações 4-22 e 4-23 da forma fraca, tem-se a forma discreta das Equações governantes.

A forma discreta da Equação 4-22 de quantidade de movimento da mistura resulta em

$$\begin{aligned} & - \sum_p \sigma_{ij} V_p N_{Ip,i} + \int_{\partial\Omega} t^\sigma(x_i) \hat{w}_i dA + b_{iI} \sum_p m_p^w N_{Ip} \\ & + b_{iI} \sum_p m_p^s N_{Ip} = \dot{v}_{iI}^s \sum_p m_p^s N_{Ip} + \dot{v}_{iI}^w \sum_p m_p^w N_{Ip} \end{aligned} \quad (4-28)$$

A forma discreta da Equação 4-23 de quantidade de movimento do fluido resulta em

$$\begin{aligned} & \sum_p n p^w V_p N_{Ip,i} - \int_{\partial\Omega} t^p(x_i) \hat{w}_i dA + b_{iI} \sum_p m_p^w N_{Ip} \\ & - \sum_p \frac{m_p^w n g}{k_{ijp}} (v_{jp}^w - v_{jp}^s) N_{Ip} = \dot{v}_{iI}^w \sum_p m_p^w N_{Ip} \end{aligned} \quad (4-29)$$

onde $N_{Ip,i}$ representa o gradiente da função de interpolação do nó I avaliado na posição da partícula p , n representa a porosidade do meio, V_p é o volume da partícula e m_p^s e m_p^w as massas do sólido e do fluido nas partículas.

As Equações discretas podem ser escritas na seguinte forma compacta:

$$\dot{v}_{iI}^s m_I^s = F_{iI}^{s,int} + F_{iI}^{s,ext} - \dot{v}_{iI}^w m_I^w \quad (4-30)$$

$$\dot{v}_{iI}^w m_I^w = F_{iI}^{w,int} + F_{iI}^{w,ext} \quad (4-31)$$

onde:

$$\begin{aligned}
 m_I^s &= \sum_p m_p^s N_{Ip} \\
 F_{iI}^{s,int} &= - \sum_p \sigma'_{ij} V_p N_{Ip,i} + \sum_p p^w V_p N_{Ip,i} \\
 F_{iI}^{s,ext} &= \sum_p b_{iI} m_p^w N_{Ip} + \sum_p b_{iI} m_p^s N_{Ip} + \int_{\partial\Omega} t^\sigma(x_i) N_I dA
 \end{aligned} \tag{4-32}$$

e

$$\begin{aligned}
 m_I^w &= \sum_p m_p^w N_{Ip} \\
 F_{iI}^{w,int} &= \sum_p n p^w V_p N_{Ip,i} \\
 F_{iI}^{w,ext} &= - \int_{\partial\Omega} t^p(x_i) N_I^k dA + \sum_p m_p^w b_{iI} N_{Ip} - \\
 &\quad \sum_p \frac{m_p^w n g}{k_{ijp}} (v_{jp}^w - v_{jp}^s) N_{Ip}
 \end{aligned} \tag{4-33}$$

Observe-se que \square^s representa a fase sólida, \square^w o fluido, \square_p a partícula, p a pressão, \square_I o nó da malha Euleriana, $\square_{,i}$ o gradiente espacial, \square_i e \square_j os componentes tensoriais e $\partial\Omega$ o contorno do domínio.

As acelerações nodais de cada fase são calculadas pelas Equações 4-31 e 4-30. Após o cálculo das acelerações nodais, a atualização das variáveis cinemáticas nas partículas é similar à metodologia apresentada na Seção 2.2.5.

No presente trabalho, um ponto material é usado para representar a mistura, ou seja, o esqueleto sólido e o fluido nos poros. Os deslocamentos que efetivamente deslocam as partículas são os deslocamentos do esqueleto sólido.

Uma vez computados os gradientes de deformação de cada fase, a porosidade do meio e a pressão do fluido são atualizadas. A pressão do fluido é computada usando a Equação 4-19. A porosidade na partícula é atualizada a partir do gradiente de deformação $\mathbf{F}^{k+1} = (\mathbf{I} + \Delta t \nabla v^k) \mathbf{F}^k$

$$n_p^{k+1} = 1 - (1 - n_p^0)/J \tag{4-34}$$

onde J é o determinante do gradiente de deformação, que relaciona o volume corrente com o volume inicial

$$J = \det(\mathbf{F}^{k+1}) = V^{k+1}/V^0 \tag{4-35}$$

4.7

Implementação numérica do acoplamento fluido mecânico

Na sequência apresenta-se a implementação numérica do acoplamento fluido mecânico.

Algoritmo 7: acoplamento fluido mecânico - parte I

1. Computar a massa nodal $m_I^{\alpha,k}$ para cada fase α utilizando a Equação 2-17:

$$m_I^{\alpha,k} = \sum_J m_{IJ}^{\alpha,k} = \sum_p m_p^{\alpha,k} N_{Ip}^k \quad (4-36)$$

2. Computar a quantidade de movimento nodal $p_{iI}^{\alpha,k-1/2}$ para cada fase:

$$p_{iI}^{\alpha,k-1/2} = \sum_p m_p^{\alpha,k} \dot{u}_{ip}^{\alpha,k-1/2} N_{Ip}^k = \sum_p p_{ip}^{\alpha,k-1/2} N_{Ip}^k \quad (4-37)$$

3. Calcular as forças nodais internas e externas usando as Equações 4-32 e 4-33:

$$F_{iI}^{s,k,int} = - \sum_p \sigma_{ij}^k V_p^k N_{Ip,i}^k + \sum_p p^{w,k} V_p^k N_{Ip,i}^k \quad (4-38)$$

$$F_{iI}^{s,k,ext} = \sum_p b_{iI}^k m_p^w N_{Ip}^k + \sum_p b_{iI}^k m_p^{s,k} N_{Ip}^k + \sum_p \hat{t}^\sigma N_I \quad (4-39)$$

$$F_{iI}^{w,k,int} = \sum_p n^k p^{w,k} V_p^k N_{Ip,i}^k \quad (4-40)$$

$$F_{iI}^{w,k,ext} = - \sum_p \hat{t}^{p,k} N_I^k + \sum_p m_p^{w,k} b_{iI}^k N_{Ip}^k - \sum_p \frac{m_p^{w,k} n^k g}{k_{ijp}^k} (v_{jp}^{w,k} - v_{jp}^{s,k}) N_{Ip}^k \quad (4-41)$$

4. Computar a aceleração nodal de cada fase $\dot{v}_{iI}^{\alpha,k}$ no tempo t^k mediante as Equações 4-31 e 4-30:

$$\dot{v}_{iI}^{s,k} m_I^{s,k} = F_{iI}^{s,k,int} + F_{iI}^{s,k,ext} - \dot{v}_{iI}^{w,k} m_I^{w,k} \quad (4-42)$$

$$\dot{v}_{iI}^w m_I^{w,k} = F_{iI}^{w,k,int} + F_{iI}^{w,k,ext} \quad (4-43)$$

5. Computar a velocidade nodal de cada fase $\dot{u}_{iI}^{\alpha,k-1/2}$ no tempo t^k :

$$\dot{u}_{iI}^{\alpha,k-1/2} = p_{iI}^{\alpha,k-1/2} / m_I^{\alpha,k} \quad (4-44)$$

Algoritmo 7: acoplamento fluido mecânico - parte II

6. Aplicar condições de contorno em termos de $\dot{u}_{iI}^{\alpha,k-1/2}$ e $\dot{v}_{iI}^{\alpha,k}$ nos nós I do contorno Γ .

7. Computar velocidades $\dot{u}_{iI}^{\alpha,k+1/2}$ no tempo $t^{k+1/2}$ usando a Equação 2-28:

$$\dot{u}_{iI}^{\alpha,k+1/2} = \dot{u}_{iI}^{\alpha,k-1/2} + \Delta t \dot{v}_{iI}^{\alpha,k} \quad (4-45)$$

8. Computar os incrementos de deformação mediante a Equação 2-23:

$$\Delta \epsilon_{ijp}^{k+1/2} = \sum_I \frac{1}{2} \left(N_{Ip,j}^k v_{iI}^{k+1/2} + N_{Ip,i}^k v_{jI}^{k+1/2} \right) \Delta t \quad (4-46)$$

9. Computar o tensor de rotação usando a Equação 2-24:

$$\Delta \Omega_{ijp}^{\alpha,k+1/2} = \sum_I \frac{1}{2} \left(N_{Ip,j}^k v_{iI}^{\alpha,k+1/2} - N_{Ip,i}^k v_{jI}^{\alpha,k+1/2} \right) \Delta t \quad (4-47)$$

10. Atualizar as posições $u_{ip}^{s,k-1}$ e as velocidades $\dot{u}_{ip}^{\alpha,k-1/2}$ nas partículas usando as Equações 2-21 e 2-20:

$$\dot{u}_{ip}^{\alpha,k+1/2} = \dot{u}_{ip}^{\alpha,k-1/2} + \Delta t \sum_I N_{Ip}^k \dot{v}_{iI}^{\alpha,k} \quad (4-48)$$

$$u_{ip}^{s,k+1} = u_{ip}^{s,k-1} + \Delta t \sum_I N_{Ip}^k \dot{u}_{iI}^{s,k+1/2} \quad (4-49)$$

11. Atualizar a porosidade do meio e a pressão do fluido usando as Equações 4-34 e 4-19:

$$n_p^{k+1} = 1 - (1 - n_p^0)/J \quad (4-50)$$

$$p_p^{w,k+1} = p_p^{w,k} - \frac{\Delta t K_w}{n_p^{k+1}} [(1 - n_p^{k+1}) v_{i,i}^s + n_p^{k+1} v_{i,i}^w] \quad (4-51)$$

12. Aplicar condições de contorno em termos de pressões.

13. Atualizar as tensões σ'_{ijp}^{k+1} mediante um modelo constitutivo adequado usando $\Delta \Omega_{ijp}^{s,k+1/2}$ e $\Delta \epsilon_{ijp}^{s,k+1/2}$.

14. Avançar no tempo $t^{k+1} = \Delta t + t^k$.

15. Ir para 1 (Página 83).

4.8

Procedimento de suavização das pressões espúrias

Na formulação acoplada no MPM que usa uma partícula para representar a mistura podem ser observadas pressões espúrias, ou seja, pressões não físicas que se devem propriamente à formulação. Em particular, estas pressões são frequentemente observadas em problemas de impacto sobre meios saturados. Zhang *et al.* (2009) [85] mostram que as formulações com duas partículas na representação do esqueleto sólido e do fluido, não apresentam estas pressões não físicas. Conforme Kafaji (2013) [79] um procedimento de suavização das pressões pode estar baseado na modificação do cálculo do incremento de pressão mediante o uso de um valor médio da deformação volumétrica.

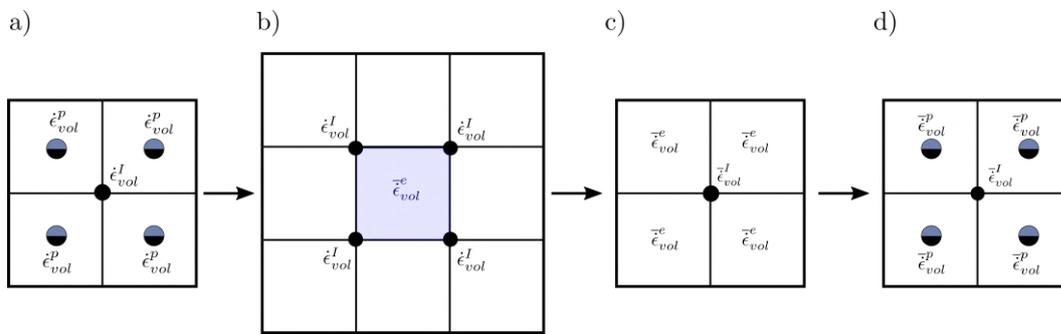


Figura 4.2: Procedimento de suavização das pressões espúrias.

A Equação 4-51 pode ser reescrita como

$$p_p^{w,k+1} = p_p^{w,k} - \frac{\Delta t K_w}{n_p^{k+1}} [(1 - n_p^{k+1}) \bar{\epsilon}_{vol}^s + n_p^{k+1} \bar{\epsilon}_{vol}^w] \quad (4-52)$$

onde $\bar{\epsilon}_{vol}$ é a deformação volumétrica média na partícula, cujo cálculo é detalhado na sequência:

Algoritmo 8: suavização de pressões espúrias

1. Computar o incremento de deformação volumétrica em cada nó (Figura 4.2.a):

$$\dot{\epsilon}_{vol}^I = \sum_p \dot{\epsilon}_{vol}^p N_{Ip} \quad (4-53)$$

2. Para cada elemento, computar o incremento de deformação volumétrica média (Figura 4.2.b):

$$\bar{\epsilon}_{vol}^e = \frac{\sum_I \dot{\epsilon}_{vol}^I}{n_e^e} \quad (4-54)$$

onde n_e^e é o número total de nós no elemento.

3. Para cada nó, computar o valor médio do incremento de deformação volumétrica usando os elementos ao redor de cada nó (Figura 4.2.c):

$$\bar{\epsilon}_{vol}^I = \frac{\sum_e \bar{\epsilon}_{vol}^e}{n_e^I} \quad (4-55)$$

onde n_e^I é o número total de elementos no nó.

4. Interpolar os valores médios nodais para as partículas (Figura 4.2.d):

$$\bar{\epsilon}_{vol}^p = \sum_I \bar{\epsilon}_{vol}^I N_{Ip} \quad (4-56)$$

5. Usar a Equação 4-52 para atualizar a pressão na partícula:

$$p_p^{w,k+1} = p_p^{w,k} - \frac{\Delta t K_w}{n_p^{k+1}} [(1 - n_p^{k+1}) \bar{\epsilon}_{vol}^s + n_p^{k+1} \bar{\epsilon}_{vol}^w] \quad (4-57)$$

5

Discretização de modelos MPM de escala geológica

Neste capítulo são tratados conceitos relacionados ao processo de discretização de domínios de escala geológica em modelos numéricos de partículas, adequados para serem usados no MPM. Primeiramente, é feita uma introdução ao problema da discretização de modelos de escala geológica com ênfase em problemas que apresentam heterogeneidades de variação espacial. Em segundo lugar, são revisados os métodos de discretização usados por diferentes códigos MPM disponíveis. Em terceiro lugar, um procedimento de discretização é proposto para abordar este tipo de problema. A metodologia proposta tem duas características principais: não requer de malhas de suporte e as heterogeneidades são definidas a partir de dados digitais de elevação de cada material. Finalmente, apresenta-se um exemplo de verificação, onde são comparados os diferentes procedimentos de discretização com a metodologia proposta.

5.1

Introdução à discretização de modelos de escala geológica

A topografia do terreno em regiões montanhosas pode ser altamente variável. A geometria da topografia é influenciada por processos geológicos, sísmicos, climáticos, entre outros. A criação de modelos numéricos em 3D destas topografias, incluindo uma definição adequada das variabilidades espaciais das heterogeneidades, representa um desafio na modelagem numérica.

5.2

Revisão dos procedimentos de discretização usados no MPM

O processo de discretização de domínios em partículas para ser usado em códigos MPM pode ser dividido em três grupos: aqueles que usam uma malha computacional para distribuir partículas, onde a célula (ou elemento) pode estar completa ou parcialmente cheia; aqueles que usam uma malha de suporte para dispor as partículas; e aqueles onde as partículas e suas propriedades são definidos individualmente.

No primeiro grupo, cada região do domínio é discretizada estabelecendo o número de partículas e a posição dentro de cada célula (ver Figura 5.1.a). Portanto, as propriedades são definidas mediante a distribuição de densidade

e o número de partículas por célula. Não existe impedimento para usar células parcialmente cheias para definir contornos e as propriedades das partículas podem ser relacionadas diretamente com o número de pontos por célula [86, 87].

O segundo grupo define os pontos materiais usando uma malha de suporte, onde as partículas são colocadas no centroide ou nos pontos de Gauss dos elementos da malha (ver Figura 5.1.b). As propriedades da região são definidas pelo número de pontos materiais dentro de cada elemento [88, 89].

No terceiro grupo, as partículas são definidas de maneira individual, sem o uso da malha Euleriana ou de uma malha de suporte (ver Figura 5.1.c). Neste grupo, todas as propriedades são especificadas para cada partícula que representa um sub-domínio da região a discretizar.

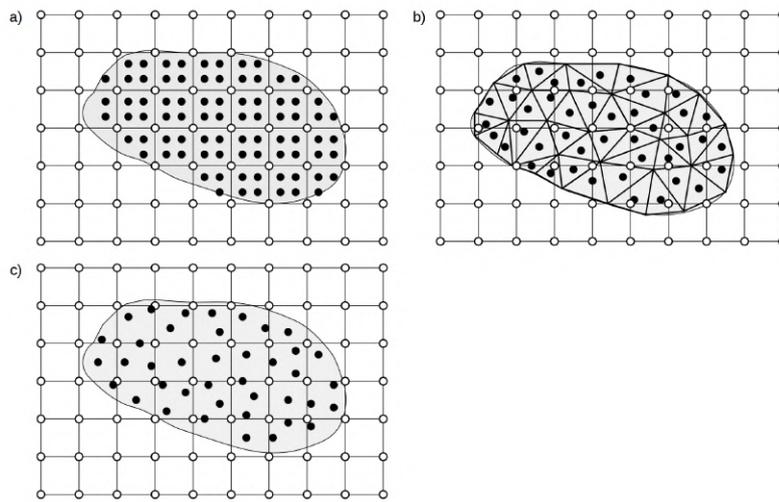


Figura 5.1: Procedimentos de discretização normalmente usados no MPM. a) Pontos materiais definidos por célula. b) Pontos materiais em malha de elementos finitos de suporte. c) Pontos materiais definidos de maneira individual.

Nos códigos MPM disponíveis, a geração de modelos numéricos de partículas está dentro dos grupos mencionados, ou numa combinação deles. O código aberto MPM3D-F90 [28, 38] discretiza o domínio de três formas possíveis: por partículas, por blocos, ou por esferas. Na discretização por partículas, os pontos materiais são definidos individualmente. Na discretização por blocos e por esferas, as partículas são uniformemente distribuídas sobre a região definida por eles. No código NairnMPM [90], o modelo discreto é criado mediante regiões, usando definições individuais de partículas, ou mediante interpretação de imagens digitais. A interpretação de imagens digitais define regiões a partir da identificação digital das diferentes cores na imagem. O código CB-Geo [41] cria modelos discretos MPM usando uma malha de elementos finitos de suporte, onde as partículas são colocadas nos pontos de

Gauss de cada elemento. Neste código, o número de pontos de Gauss pode variar com o parâmetro de discretização.

No trabalho de Xu *et al.*(2019) [7], a simulação do deslizamento de Hongshiyuan, ocorrido na China em 2014, foi realizada com MPM e o programa ArcGIS [91] foi usado para criar o modelo discreto 3D. Nesse trabalho, os dados de elevação da topografia (DEM) e a elevação relativa da massa que rompeu foram usados para colocar pontos materiais somente na massa envolvida na ruptura, assumida como homogênea.

Na metodologia proposta, os dados de elevação da topografia e de cada material são usados para criar modelos discretos MPM com variação espacial da topografia e das heterogeneidades.

5.3

Procedimento para criação de modelos MPM de escala geológica

O objetivo da metodologia proposta é a criação de modelos numéricos MPM em 3D, a partir dos dados de elevação (DEM) do terreno para modelos homogêneos, e a partir dos dados de elevação de cada material para modelos heterogêneos. A metodologia proposta é resumida na Figura 5.2. No caso geral de um modelo heterogêneo em 3D, as informações iniciais requeridas são a definição da topografia do terreno e dos materiais. Estas definições podem ser curvas de níveis, pontos 3D no espaço, ou outro tipo de dado que permita a completa descrição da característica no domínio de interesse. Com estas definições são criados os modelos de elevação (DEM) usando programas de informação geográfica como QGIS [92] ou ArcGIS [91]. A Figura 5.3.a mostra os dados DEM do terreno P de cada material M^i no modelo. Para construir o modelo discreto MPM cada ponto de elevação M^i de cada material i é associado a um ponto do terreno P . Na Figura 5.3.b o ponto p tem associado os pontos M^i e M^{i+1} . Uma vez feito o mapeamento para todos os materiais i , o modelo MPM é construído colocando partículas ao redor de cada ponto P desde a base até o topo. Para fazer isto, os parâmetros de discretização Δx , Δy , Δz e o número de partículas por célula devem ser definidos. Assim, se a elevação da partícula corrente resultar igual o maior à elevação do material M_z^i , então o material i é atribuído como material da partícula. O algoritmo completo para geração de modelos MPM é dado no Algoritmo 9.

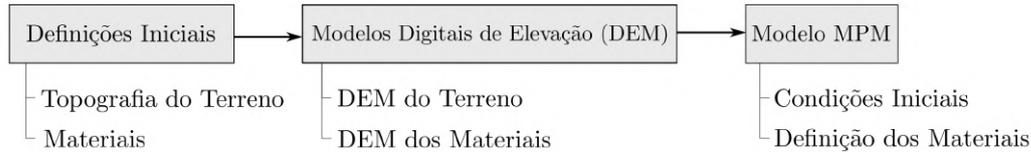


Figura 5.2: Sequência para criação de modelos MPM heterogêneos em 3D de escala geológica.

Algoritmo 9: geração de modelos MPM de escala geológica

1. Obter os dados DEM do terreno e de cada material.
2. Para cada ponto do terreno P determinar as elevações de cada material M_z^i .
3. Definir os parâmetros de discretização do modelo MPM: Δx , Δy , Δz e ppc .
4. Estabelecer o material da base do modelo como material corrente.
5. Para cada ponto P inserir partículas desde a base do modelo até o topo considerando o número de partículas por célula ppc .
6. Se a elevação da partícula resultar maior ou igual que a elevação do material M_z^i em P , então mudar o material corrente para i .
7. Iniciar as partículas com o material corrente.

5.4

Exemplo de aplicação

Com o objetivo de comparar os procedimentos normalmente usados no contexto do MPM com a metodologia proposta, a discretização de um cubo heterogêneo de $1.0 \times 1.0 \times 1.0$ m é considerada, para dois níveis de refinamento: 0.1 m e 0.05 m. O cubo é formado por dois materiais cuja interface é definida por uma onda plana $z(x, y) = \alpha \sin(\omega y)$, como é mostrado na Figura 5.4.

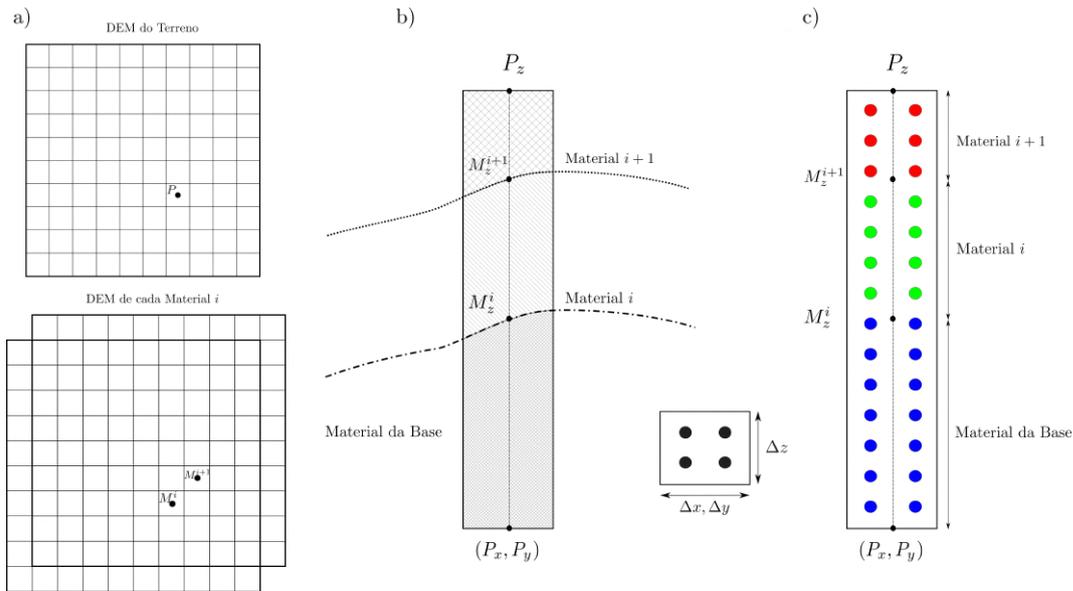


Figura 5.3: Sequência para criação de modelos MPM heterogêneos em 3D de escala geológica. a) Dados digitais de elevação do terreno e de cada material. b) Mapeamento de cada ponto DEM do terreno P com cada ponto DEM de cada material M_i .

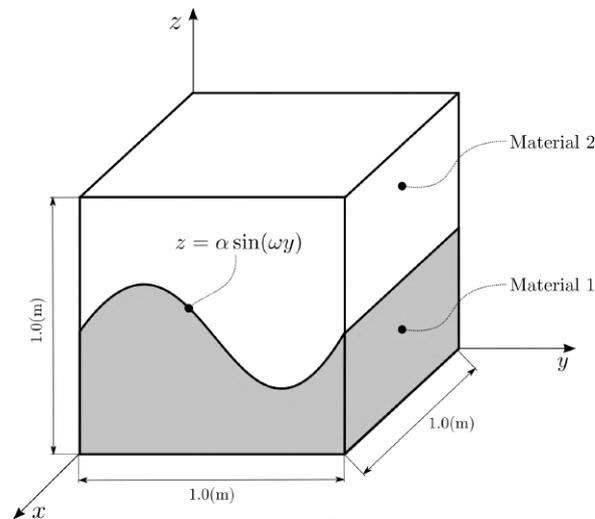


Figura 5.4: Cubo heterogêneo com onda plana de interface entre os materiais.

A Figura 5.5 mostra a discretização do cubo para um refinamento de 0.1 m. A Figura 5.5.a mostra 5270 partículas colocadas no centroide de cada elemento finito de uma malha de suporte, cuja dimensão característica é de $\bar{l}^e \approx 0.1$ m. A Figura 5.5.b mostra $8.0e+3$ partículas distribuídas uniformemente em cada célula da malha Euleriana de $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.1$ m, usando uma malha de elementos finitos para identificar os materiais nas células (ver Figura 5.1.a). A Figura 5.5.c mostra $8.0e+3$ partículas distribuídas usando a metodologia proposta, onde a equação da onda plana é considerada como dado de elevação

do material 2. A Figura 5.6 mostra a discretização do cubo correspondente a um nível de discretização de 0.05 m.

A comparação do número de pontos materiais incorretamente colocados usando a malha de suporte e a metodologia proposta mostra-se na Tabela 5.1. O erro é computado pela relação entre o número de partículas de material 2 embaixo da interfase e o número total de partículas de material 2. A metodologia proposta apresenta um erro ≈ 10 vezes menor que o obtido com a malha de suporte, para o mesmo nível de refinamento.

Discretização	Malha de suporte		Metodologia proposta	
	0.1	0.05	0.1	0.05
Grade	8000	64000	8000	64000
Total de partículas	4720	34400	4000	32000
Material 2 (1)	3280	29600	4000	32000
Material 1	640	2200	40	200
Material 2 embaixo $\alpha \sin(\omega y)$ (2)				
Erro ((2)/(1)%)	13.56%	6.40%	1.00%	0.63%

Tabela 5.1: Comparação do número de pontos materiais incorretamente colocados usando a malha de suporte e a metodologia proposta.

5.5

Gerador de partículas

O Algoritmo 9 foi implementado computacionalmente usando a linguagem de programação C++. O programa resultante foi o *mpm-generator* [93], ele foi liberado publicamente no formato de código de acesso livre. O gerador de partículas *mpm-generator* foi utilizado para criar o modelo discreto do deslizamento de Daguangbao (ver Seção 6.6), dando como resultado um total de $1787068 \approx 1.7e+6$ partículas descrevendo o domínio heterogêneo 3D do local de interesse. O gerador demorou 17.8 segundos em criar o modelo de Daguangbao num computador convencional (i7-5000U CPU @ 2.4 GHz x 2 processadores e 16.0 GB de memória RAM), mostrando a eficiência do Algoritmo 9 em criar modelos de grande número de partículas e com heterogeneidades de variação espacial.

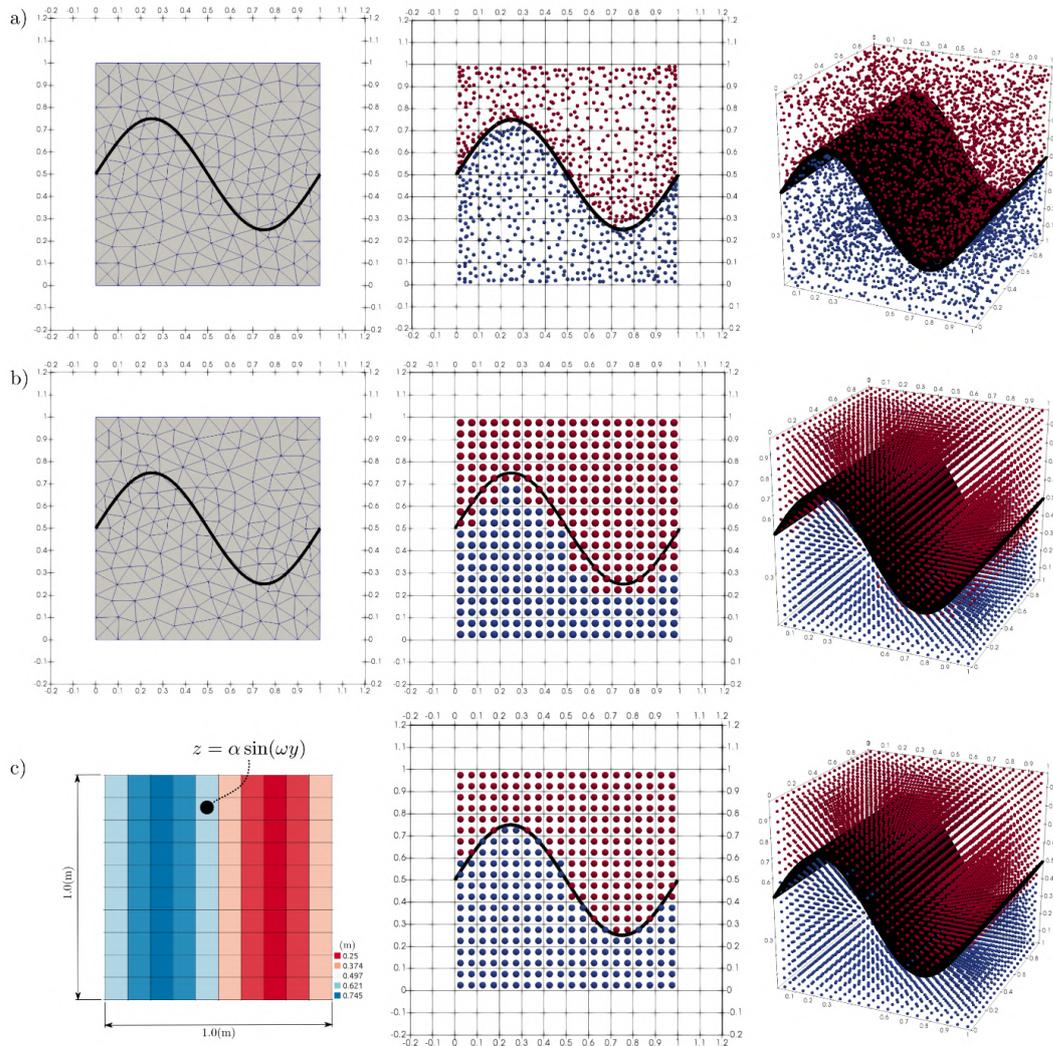


Figura 5.5: Discretização de cubo heterogêneo com nível de refinamento de 0.1 m. a) 5270 partículas distribuídas usando o centroide de cada elemento finito da malha de suporte. b) 8.0e+3 partículas distribuídas uniformemente em cada célula de $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.1$ m usando uma malha de elementos finitos para identificar os materiais. c) 8.0e+3 partículas distribuídas usando uma onda plana como dado de elevação do material 2.

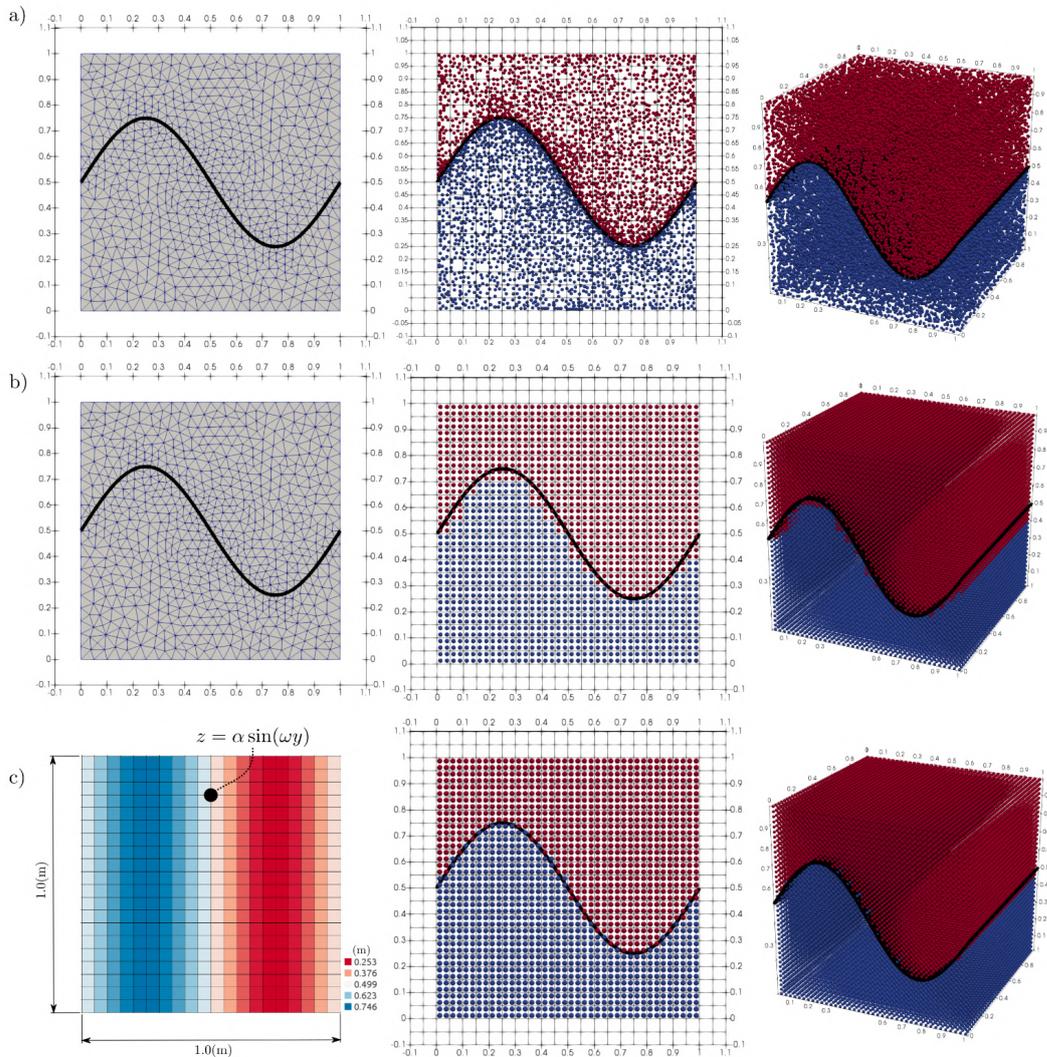


Figura 5.6: Discretização de cubo heterogêneo com nível de refinamento de 0.05 m. a) 36253 partículas distribuídas usando o centroide de cada elemento finito da malha de suporte. b) 64.0e+3 partículas distribuídas uniformemente em cada célula de $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.05$ m usando uma malha de elementos finitos para identificar os materiais. c) 64.0e+3 partículas distribuídas usando uma onda plana como dado de elevação do material 2.

6 Resultados

O capítulo seguinte é dedicado à verificação dos algoritmos implementados e aos resultados dos problemas analisados na presente tese. A primeira parte é dedicada à verificação dos algoritmos mediante uma serie de exemplos. Alguns deles com solução teórica e outros verificados pela comparação com outros programas computacionais. A segunda parte é dedicada ao estudo de cinco casos de interesse: a ruptura de um túnel em 3D; a simulação de processos geológicos de grandes deformações; o estudo da estabilidade de um talude natural em Oregon; o impacto de bloco de rocha sobre meio saturado; e o deslizamento de Daguangbao.

6.1 Verificações das implementações computacionais

6.1.1 Condição de contorno não refletora

As condições de contorno não refletoras foram apresentadas na Seção 2.2.4. Na sequência apresenta-se uma verificação da implementação computacional das Equações 2-46 e 2-45 para modelar condições de contorno não refletoras no MPM.

Para esta verificação consideram-se uma coluna vertical de 1 m de comprimento e um pulso de $4e-2$ MPa de tração atuando no contorno (Figura 6.1.a). O ponto de controle A , a 0.25 m do contorno superior, é usado para avaliar a evolução das tensões no tempo para três condições: domínio estendido, contorno não refletor e contorno livre.

A Figura 6.1.b mostra a variação da tensão no tempo no ponto de controle A , para os três casos analisados. Observa-se que ao usar as condições de contorno não refletoras a energia refletida resulta amortecida. Os resultados apresentam boa coincidência em relação ao caso de domínio estendido de reflexão nula, verificando a implementação.

Tabela 6.1: Parâmetros da coluna elástica com condição de contorno não refletora.

Comprimento da coluna	l_c	1.00	m
Malha Euleriana	$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	1e-2	m
Partículas	n_p	3232	–
Passo de tempo	Δt	2e-6	s
Pulso externo	σ_{ext}	4e-2	MPa
Módulo de Young	E	11.0	GPa
Módulo de Poisson	ν	0.25	–

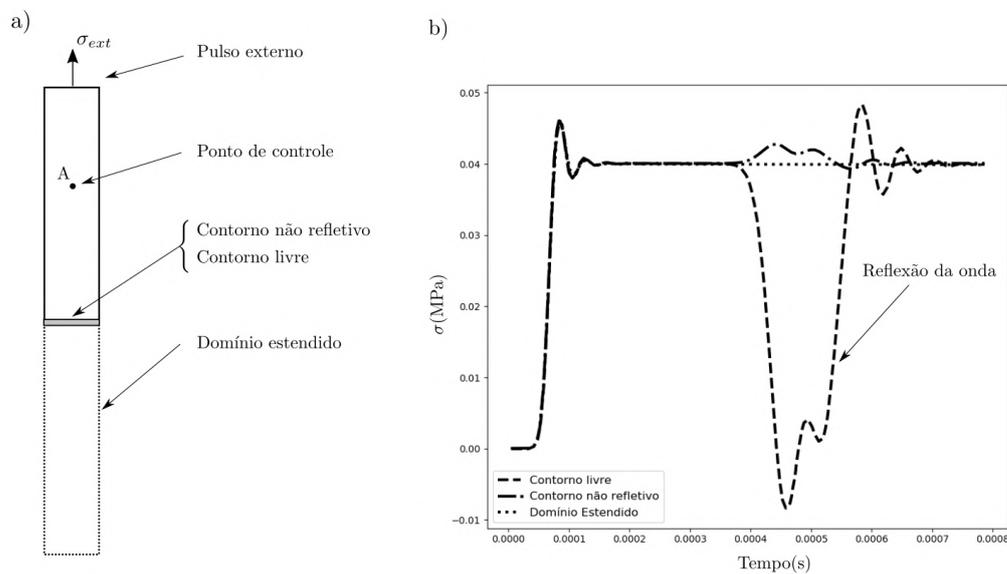


Figura 6.1: Verificação das condições de contorno não refletoras. a) Modelo de coluna vertical com pulso externo e diferentes condições de contorno. b) Variação das ondas longitudinais no tempo.

6.1.2 Talude elástico amortecido

No exemplo seguinte, a resposta dinâmica de um talude elástico submetido a peso próprio é analisada usando MPM e o programa comercial PLAXIS V.8 [94]. O exemplo tem como objetivo verificar a implementação do algoritmo elástico linear (Seção 3.4), o amortecimento de Rayleigh (Equação 2-38) e o amortecimento local não viscoso (Equação 2-41). Para isto, são comparados os deslocamentos horizontais $u_x(t)$ no ponto de controle A , quando o talude

se deforma por peso próprio (ver Figura 6.2). Os parâmetros específicos do problema são apresentados na Tabela 6.2. Para o modelo MPM, foram usadas 1540 partículas uniformemente distribuídas numa malha Euleriana regular de $\Delta x = \Delta y = 0.5$ m. Para o modelo FEM, foram usados 435 elementos triangulares com uma área média de 0.21 m^2 ($\approx 0.45 \text{ m} \times 0.45 \text{ m}$) por elemento.

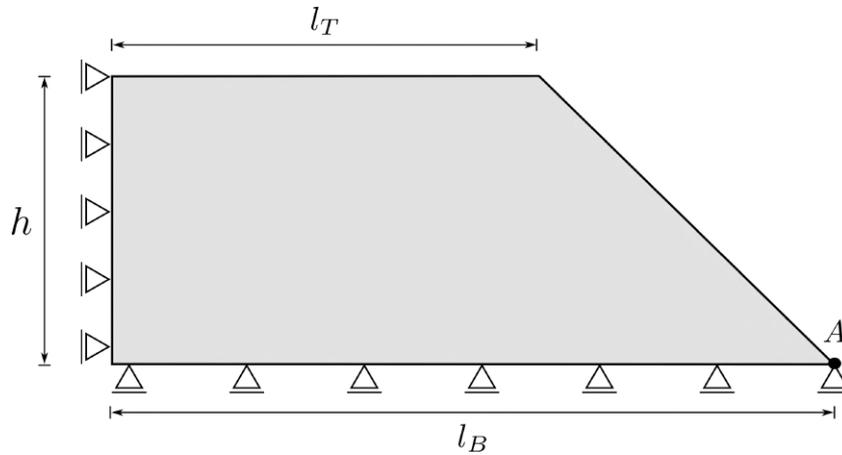


Figura 6.2: Geometria e condições de contorno de talude elástico.

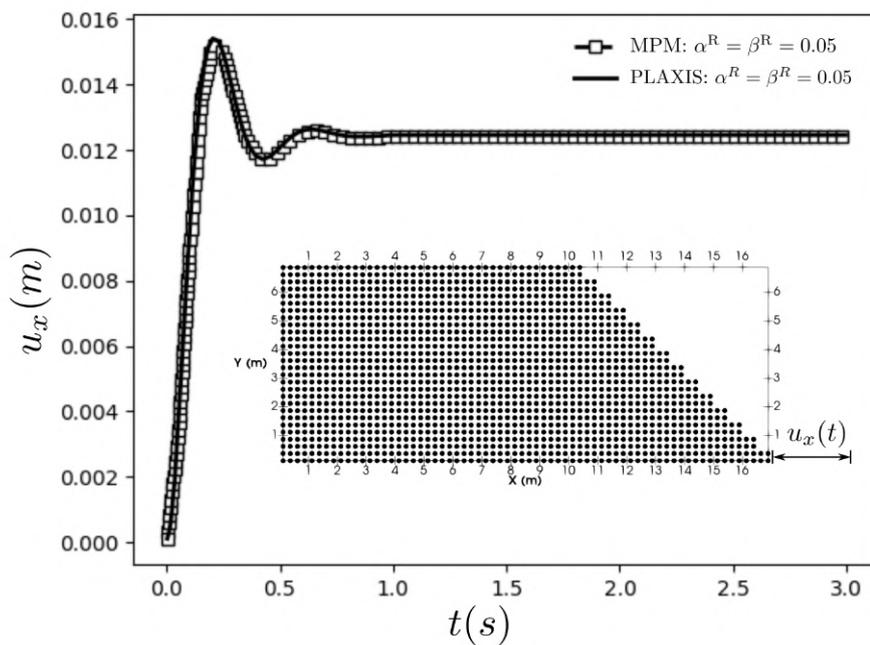


Figura 6.3: Deslocamentos horizontais u_x do ponto de controle A do talude elástico. Modelo MPM e FEM com amortecimento de Rayleigh $\alpha^R = \beta^R = 0.05$.

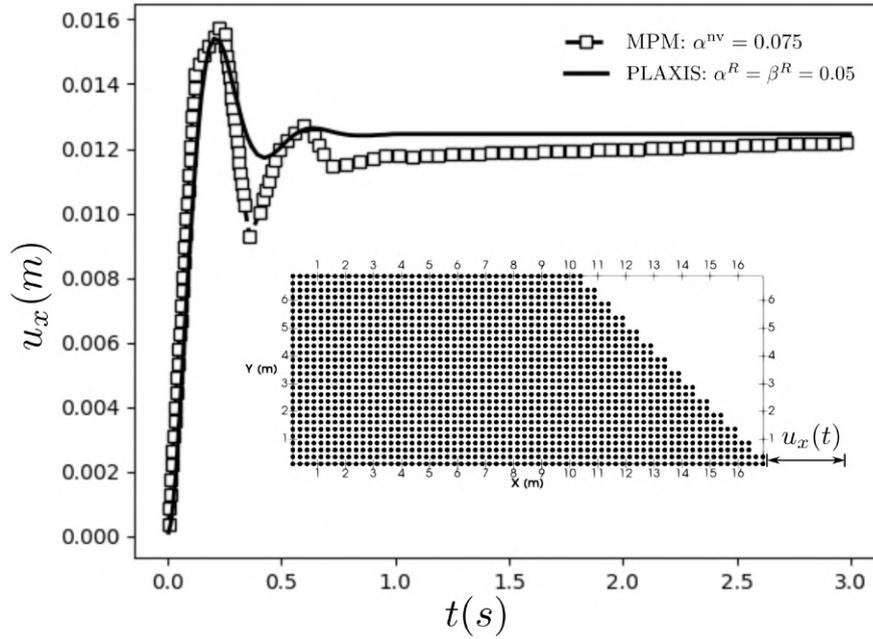


Figura 6.4: Deslocamentos horizontais u_x do ponto de controle A do talude elástico. Modelo MPM com amortecimento local não viscoso $\alpha^{nv} = 0.075$. Modelo FEM com amortecimento de Rayleigh $\alpha^R = \beta^R = 0.05$.

Tabela 6.2: Parâmetros do talude elástico amortecido.

Dimensão da base	l_B	17	m
Dimensão do topo	l_T	10	m
Altura	h	7	m
Malha Euleriana	$\Delta x, \Delta y$	0.5	m
Partículas	n_p	1540	–
Passo de tempo	Δt	$3e-5$	s
Gravidade	g_y	-9.81	m/s
Módulo de Young	E	50	MPa
Módulo de Poisson	ν	0.3	–
Massa específica	ρ	2500	kg/m ³

A Figura 6.3 mostra que os deslocamentos horizontais u_x usando o amortecimento de Rayleigh $\alpha^R = \beta^R = 0.05$ são coincidentes entre o MPM e o FEM (PLAXIS). Para verificar o amortecimento local não viscoso se ajusta o parâmetro α^{nv} de modo de reproduzir o amortecimento de Rayleigh. Os resultados da Figura 6.4 mostram que o parâmetro de amortecimento local não viscoso $\alpha^{nv} = 0.075$ produz deslocamentos próximos dos obtidos com o amortecimento de Rayleigh $\alpha^R = \beta^R = 0.05$.

6.1.3

Talude elasto-plástico

Na sequência apresenta-se um exemplo de verificação do algoritmo elasto-plástico. A verificação consiste na modelagem numérica da ruptura de um talude elasto-plástico, que atinge a ruptura pela ação da gravidade. Os resultados obtidos com o programa da presente tese são comparados com os obtidos pelo código MPM3D-F90 [28, 38].

Na Figura 6.5 mostra-se a geometria do modelo. Os parâmetros específicos do problema são apresentados na Tabela 6.3.

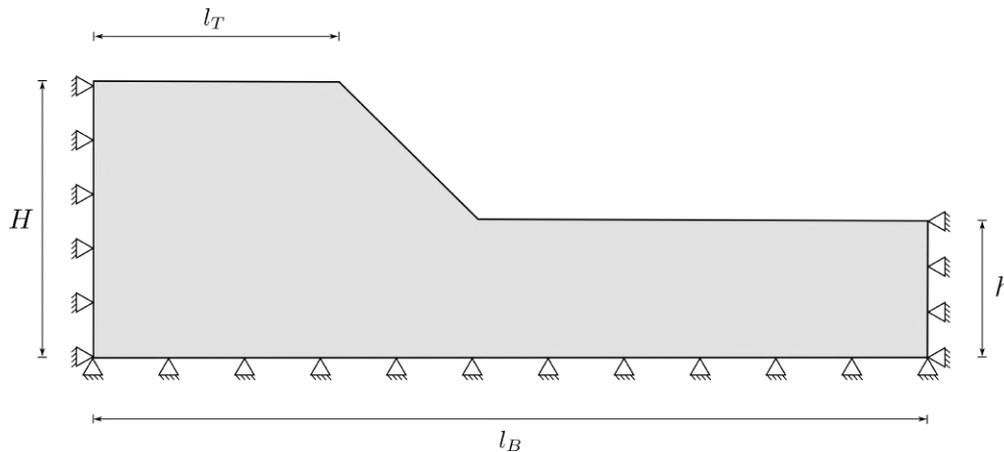


Figura 6.5: Geometria do talude elasto-plástico.

Tabela 6.3: Parâmetros do talude elasto-plástico.

Dimensão da base	l_B	110	m
Dimensão do topo	l_T	30	m
Altura maior	H	35	m
Altura menor	h	15	m
Malha Euleriana	$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	1.0	m
Partículas	n_p	19680	–
Passo de tempo	Δt	4e-4	s
Gravidade	g_y	-9.81	m/s
Módulo de Young	E	70	MPa
Módulo de Poisson	ν	0.3	–
Massa específica	ρ	2100	kg/m ³
Ângulo de atrito interno	ϕ	20.0	°
Coesão	c	1.0	kPa
Resistência a tração	σ^t	27.48	kPa
Parâmetro do modelo Drucker-Prager	q_ϕ	0.35	–
Parâmetro do modelo Drucker-Prager	k_ϕ	0.97	kPa

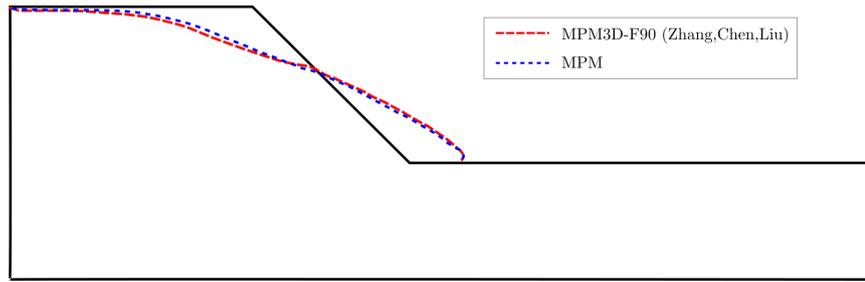


Figura 6.6: Comparativa dos resultados com o código MPM3D-F90 [38].

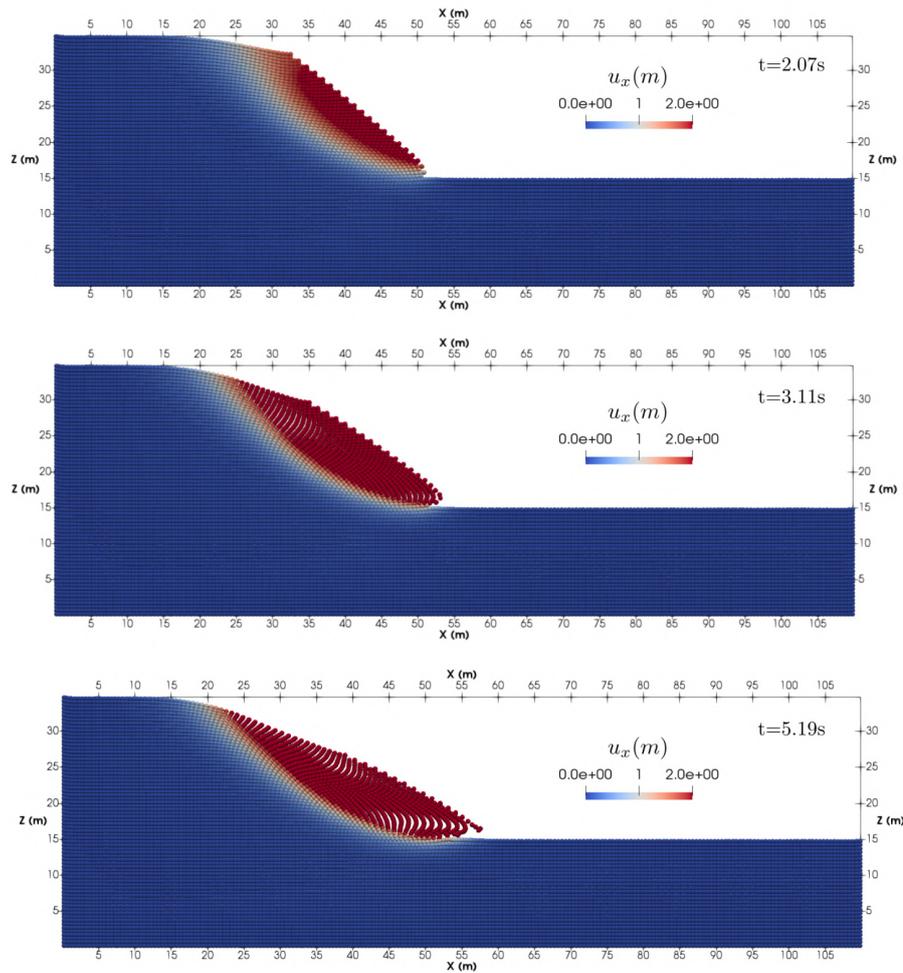


Figura 6.7: Evolução da ruptura do talude elasto-plástico.

Os resultados apresentados na Figura 6.6 mostram boa coincidência, verificando a implementação computacional do modelo constitutivo Drucker-Prager [28].

6.1.4 Talude elasto-plástico heterogêneo

No exemplo seguinte analisa-se o problema da estabilidade de um talude heterogêneo composto por dois materiais. O fator de segurança do talude frente à ruptura e o mecanismo de colapso são determinados usando MPM. Os resultados do MPM são comparados com os resultados obtidos com Análise Limite Numérica (NLA) e com o Método dos Elementos Finitos (FEM).

A NLA é uma metodologia numérica baseada no FEM e na programação matemática, que permite determinar o fator de segurança e o mecanismo de colapso do modelo. Em NLA, os teoremas da plasticidade são escritos como um problema de otimização. Observa-se uma alta eficiência computacional em modelos 3D [95, 96] para relaciones constitutivas cônicas. Contudo, o uso de modelos não cônicos requer de técnicas especiais; o método não permite fluxo plástico não associado; e os modelos são formulados sem amolecimento. Para uma leitura compreensiva sobre o NLA, o leitor é direcionado para os trabalhos de Anderheggen (1972) [97], Bottero (1980) [98] e Lysmer (1970) [99].

A Figura 6.8 mostra a geometria do talude heterogêneo, a distribuição de materiais e as condições de contorno. Para o talude heterogêneo, dois materiais são considerados. O material inferior é mais resistente que o material superior. A Tabela 6.4 apresenta os parâmetros do modelo. As condições de contorno são de deslocamentos impedidos nas paredes laterais e na base do modelo. A única força externa considerada é o peso próprio.

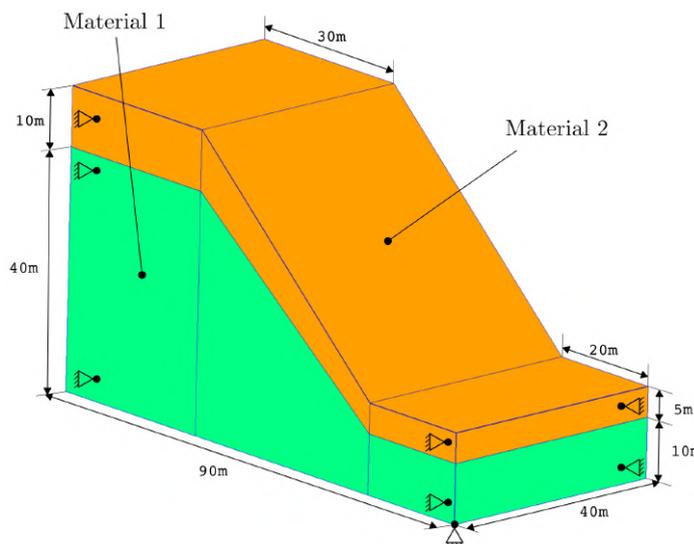


Figura 6.8: Talude heterogêneo. Definição de geometria, distribuição de materiais e condições de contorno.

A Figura 6.9 mostra a malha de elementos finitos usada nas análises NLA e FEM e a distribuição de partículas usada na discretização do MPM. Para

Tabela 6.4: Propriedades dos materiais do talude heterogêneo.

Material id	E MPa	ν –	γ kN/m ³	c kPa	ϕ °
1	150.0	0.3	18.0	20.0	30.0
2	150.0	0.3	17.0	15.0	25.0

a análise MPM, 30464 partículas foram distribuídas na malha de elementos finitos usada na análise NLA (Figura 6.9.a), usando 8 partículas por elemento.

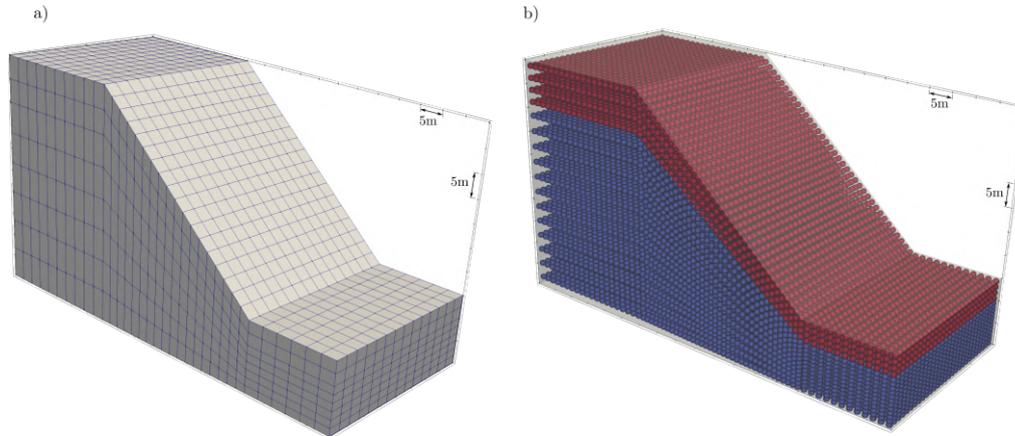


Figura 6.9: a) Malha de elementos finitos usada no método NLA. b) Distribuição de pontos materiais usada no MPM.

O fator de segurança FS (ou SF) é determinado mediante a redução dos parâmetros resistentes dos materiais usando um valor escalar SRF (*strength reduction factor*). Nas análises convencionais de estabilidade de taludes, o fator de segurança FS é o máximo valor de SRF para o qual a solução converge, nesse caso $F \approx \text{SRF}$ [100]. Os parâmetros resistentes para cada valor de SRF são definidos por

$$c^* = \frac{c}{\text{SRF}} \tag{6-1}$$

$$\phi^* = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \phi}{\text{SRF}} \right) \tag{6-2}$$

Na Figura 6.10 são apresentados os valores de SRF para cada método: NLA, FEM (Abaqus) e MPM. Os resultados obtidos com FEM são expressados em termos do deslocamento adimensional

$$\delta = d_{\max} E / (\gamma H^2) \tag{6-3}$$

onde d_{\max} é o deslocamento máximo, E o módulo de Young, γ o peso específico e H a altura do talude. O fator de segurança para NLA corresponde ao valor

de $\lambda = 1.0$, onde λ é um parâmetro da otimização chamado de fator de colapso (para maior detalhe sobre o fator de colapso veja [101]).

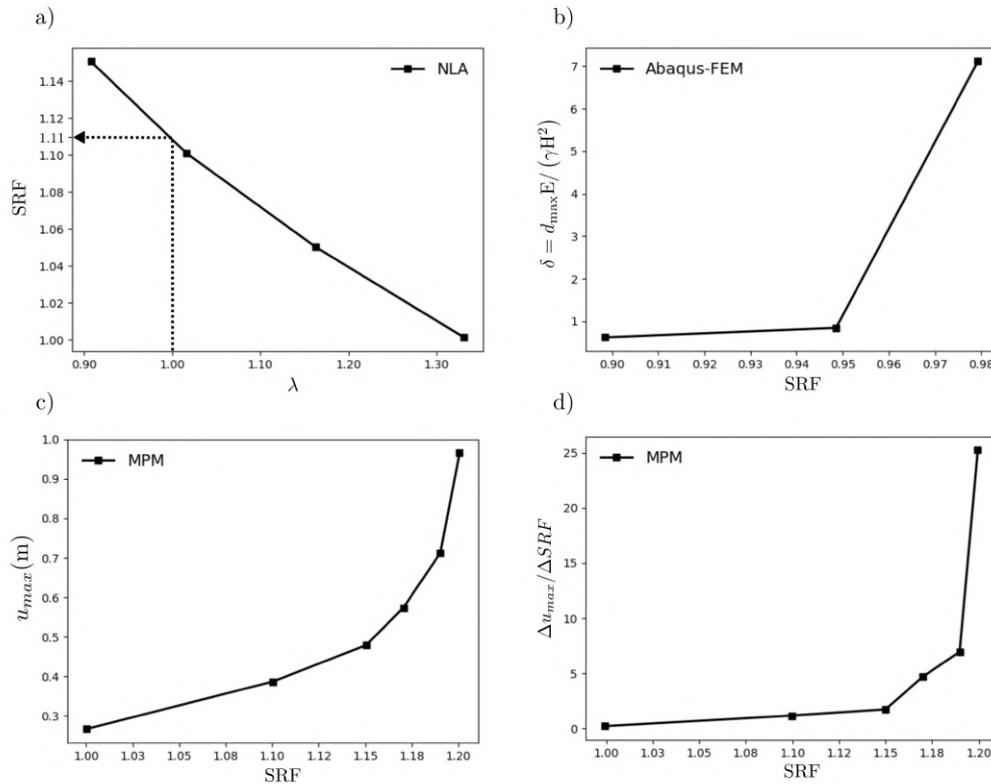


Figura 6.10: Fator de segurança obtido por diferentes métodos. a) SRF obtido com NLA [102]. b) Deslocamentos adimensionais obtidos com FEM (Abaqus) [102]. c) Deslocamentos máximos para cada SRF obtido com MPM. d) Taxa de deslocamentos máximos obtida com MPM.

A Figura 6.11 mostra o mecanismo de colapso obtido por cada método. Observa-se que os mecanismos de ruptura sugeridos por cada método resultam muito similares entre eles. A ruptura do talude desenvolve-se sobre a interface entre o material 1 e 2. Os deslocamentos obtidos com MPM e com FEM estão concentrados na parte superior da frente do talude. A análise NLA permite visualizar a distribuição de velocidades no talude, sugerindo que as máximas velocidades estão no pé do talude e que a ruptura acontece pela interface entre os materiais.

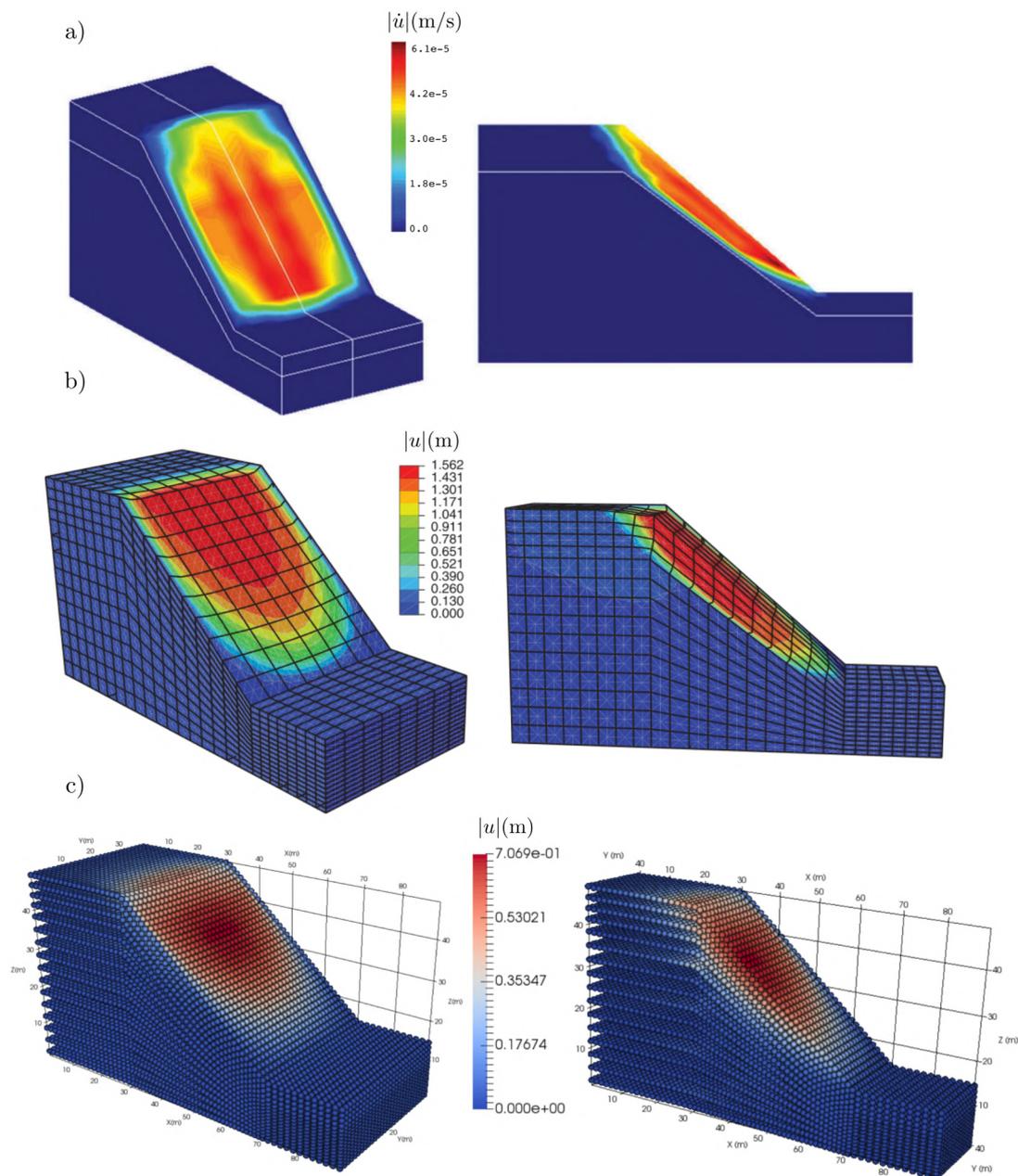


Figura 6.11: Mecanismo de ruptura do talude heterogêneo. a) Distribuição de velocidades obtidas com NLA para $SF=1.11$ [102]. b) Distribuição de deslocamentos obtidos com FEM (Abaqus) para $SRF=0.98$ [102]. c) Campo de deslocamentos obtidos com MPM para $SF=1.19$.

Na Tabela 6.5 são apresentados os fatores de segurança para cada método e o tempo computacional requerido para cada análise. Os fatores de segurança foram similares para os três métodos. Em particular, os fatores obtidos com NLA e MPM resultam muito próximos entre eles, no entanto, o fator obtido com FEM resulta menor. Os tempos computacionais requeridos por NLA e por MPM são da mesma ordem de magnitude, no entanto, o tempo requerido por

FEM foi da ordem de ≈ 600 vezes maior. O tempo computacional requerido por FEM resulta extremamente alto devido a que no colapso, o modelo numérico FEM não converge.

Tabela 6.5: Fator de segurança e tempo computacional do talude heterogêneo.

Método	Fator de segurança	Tempo computacional
id	FS	s
NLA	1.11	16.0
MPM	1.19	20.0
FEM	0.98	12303.0

6.1.5

Acoplamento fluido mecânico

Na seção seguinte são apresentados três exemplos de verificação da implementação computacional do algoritmo de acoplamento fluido mecânico desenvolvido no Capítulo 4.

O primeiro, é um exemplo de uma coluna poro-elástica, onde o processo de adensamento acontece conforme um carregamento externo comprime o meio poroso e os excessos de poro-pressão são dissipados no tempo.

O segundo exemplo é a análise de uma esfera poro-elástica, onde um carregamento externo, radial, é aplicado no contorno permeável da esfera iniciando o processo de dissipação no tempo.

No terceiro exemplo, é analisada a propagação de ondas no meio poroso saturado. Para isso, um carregamento instantâneo é aplicado sobre uma coluna de solo saturado, a partir do qual a propagação de ondas tem lugar.

Nos exemplos analisados as soluções analíticas permitem verificar a implementação do acoplamento fluido mecânico no MPM.

6.1.5.1

Coluna poro-elástica: problema de Terzaghi

A implementação computacional do acoplamento fluido mecânico é verificada mediante a modelagem numérica do problema da coluna poro-elástica e a comparação dos resultados numéricos com a solução analítica do problema. O problema do adensamento 1D foi estudado por Terzaghi [73] considerando somente deslocamentos verticais, tensão total constante e fluxo vertical. A equação diferencial governante deste problema é dada por [60]

$$\frac{\partial p}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \quad (6-4)$$

na qual, p é a pressão no interior da coluna e c_v é o coeficiente de adensamento, dado por

$$c_v = \frac{kE^{\text{edo}}}{\rho^w g} \quad (6-5)$$

onde $E^{\text{edo}} = \Delta\sigma'_{\text{vol}}/\Delta\epsilon_{\text{vol}}$ é o *módulo de compressão confinada* ou *módulo edométrico* do esqueleto sólido.

Para o caso 1D, o coeficiente de adensamento pode ser escrito como

$$c_v^{\text{1D}} = \frac{kE(1-\nu)}{\rho^w g(1-2\nu)(1+\nu)} \quad (6-6)$$

A solução analítica da Equação 6-4 é dada por [103]

$$p(z, t) = \frac{4p_0}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \sin \frac{m\pi z}{2H} e^{-\frac{m^2\pi^2}{4} T_v} \quad (6-7)$$

onde p_0 é a pressão inicial, H a altura da coluna e $T_v = c_v/H^2 t$ o fator de tempo.

Para o modelo numérico MPM foram usadas 320 partículas distribuídas de forma uniforme numa malha Euleriana de $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.1$ m, sobre a altura total da coluna $H = 1$ m. Os parâmetros usados na simulação numérica são apresentados na Tabela 6.6.

A condição inicial do problema é dada por uma pressão do fluido de $p_0 = 10$ kPa. As condições de contorno são: carregamento externo $\sigma_z = -10.0$ kPa no topo, contornos laterais e base impermeáveis e contorno superior permeável (ver Figura 6.12).

Os resultados numéricos obtidos com o MPM são apresentados na Figura 6.12. A variação da pressão normalizada p/p_0 na coluna obtida numericamente apresenta boa coincidência com a solução analítica dada pela Equação 6-7.

Tabela 6.6: Parâmetros da coluna poro-elástica.

Dimensão da base	l_x, l_y	0.2	m
Altura	H	1.0	m
Malha Euleriana	$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	0.1	m
Partículas	n_p	320	–
Passo de tempo	Δt	$1.4e-4$	s
Módulo de Young	E	10	MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.3	–
Módulo volumétrico do fluido	K_w	100	MPa
Massa específica do sólido	ρ^s	2650	kg/m ³
Massa específica do fluido	ρ^w	1000	kg/m ³
Condutividade hidráulica	k	$1e-3$	m/s
Porosidade	n	0.3	–
Pressão inicial	p_0	10.0	kPa
Carga no contorno	σ_z	-10.0	kPa

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1521880/CA

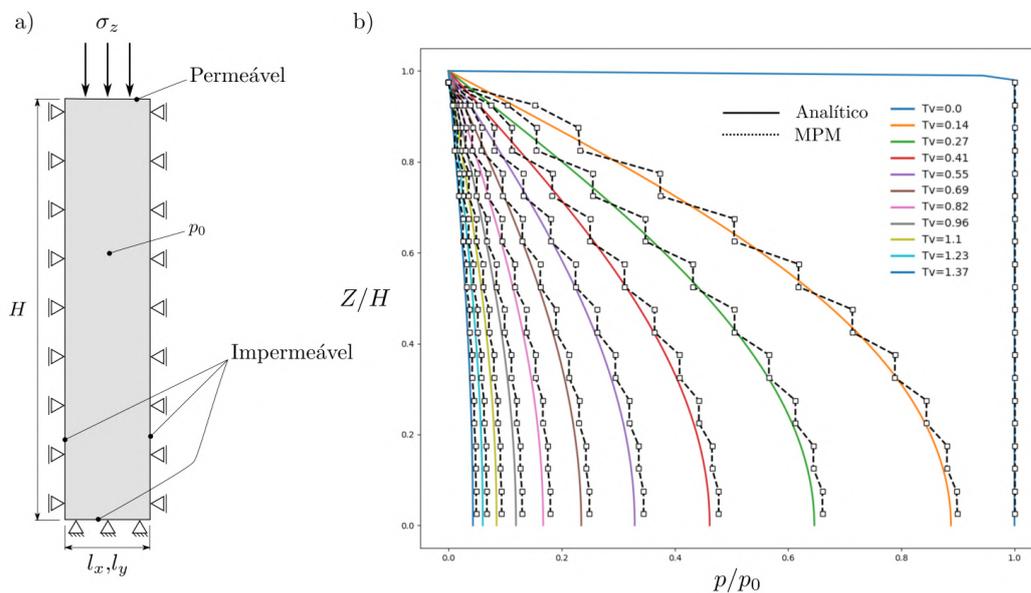


Figura 6.12: Verificação da implementação do acoplamento fluido mecânico com a coluna poro-elástica. a) Modelo da coluna poro-elástica com pressão aplicada no extremo permeável, condições iniciais e de contorno. b) Comparação de resultados numérico e analítico em termos de pressão no tempo.

6.1.5.2

Esfera poro-elástica: problema de Cryer

No exemplo seguinte, a implementação computacional do acoplamento fluido mecânico no MPM é verificada em 3D mediante a modelagem numérica de uma esfera poro-elástica submetida a uma pressão radial constante.

Este problema foi estudado por Cryer [104] considerando o fluido e as partículas de solo incompressíveis. As equações diferenciais governantes do problema são formuladas em coordenadas esféricas. O problema é descrito completamente por duas equações governantes: a equação de conservação de massa

$$\alpha_B \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + S_p \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k}{\gamma_w} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \quad (6-8)$$

e a equação de equilíbrio radial

$$\left(K + \frac{4}{3}G \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = \alpha_B \frac{\partial p}{\partial r} \quad (6-9)$$

na qual, ε é a deformação volumétrica em termos dos deslocamentos radiais u_r

$$\varepsilon = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{2u_r}{r} \quad (6-10)$$

onde $\alpha_B = 1 - K_m/K_s$ é o coeficiente de Biot e $S_p = n/K_f + (\alpha_B + n)/K_s$ é o coeficiente de armazenamento.

A solução do problema no centro da esfera ($r = 0$) é dada por [60]

$$\frac{p}{p_0} = 2m \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\sin \xi_j - \xi_j}{m\xi_j \cos \xi_j + (2m - 1) \sin \xi_j} \exp \left(-\xi_j^2 ct / \beta r^2 \right) \quad (6-11)$$

onde os coeficientes ξ_j são as raízes de

$$\left(1 - m\xi_j^2 \right) \sin \xi_j - \xi_j \cos \xi_j = 0 \quad (6-12)$$

e os parâmetros c , β e m são definidos por

$$c = \frac{k \left(K + \frac{4}{3}G \right)}{\gamma_f}, \quad \beta = \alpha_B^2 + \left(K + \frac{4}{3}G \right) S_p \quad (6-13)$$

e

$$m = \frac{\left(K + \frac{4}{3}G \right) (1 + K S_p / \alpha_B^2)}{4G} \quad (6-14)$$

O modelo numérico MPM está formado por 268096 partículas distribuídas numa malha Euleriana de $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.05$ m. Os parâmetros usados na simulação numérica são apresentados na Tabela 6.7.

Tabela 6.7: Parâmetros da esfera poro-elástica.

Diâmetro	D	2.0	m
Malha Euleriana	$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	0.05	m
Partículas	n_p	268096	–
Passo de tempo	Δt	$5.4e-5$	s
Módulo de Young	E	10	MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.2	–
Módulo volumétrico do fluido	K_w	100	MPa
Massa específica do sólido	ρ^s	2650	kg/m ³
Massa específica do fluido	ρ^w	1000	kg/m ³
Condutividade hidráulica	k	$1e-3$	m/s
Porosidade	n	0.3	–
Pressão inicial	p_0	10.0	kPa
Carga no contorno	σ_z	-10.0	kPa

A condição inicial do problema é dada por uma pressão do fluido de $p_0 = 10$ kPa. As condições de contorno são dadas por um carregamento radial externo de $\sigma_z = -10.0$ kPa, aplicado no contorno permeável da esfera (ver Figura 6.13).

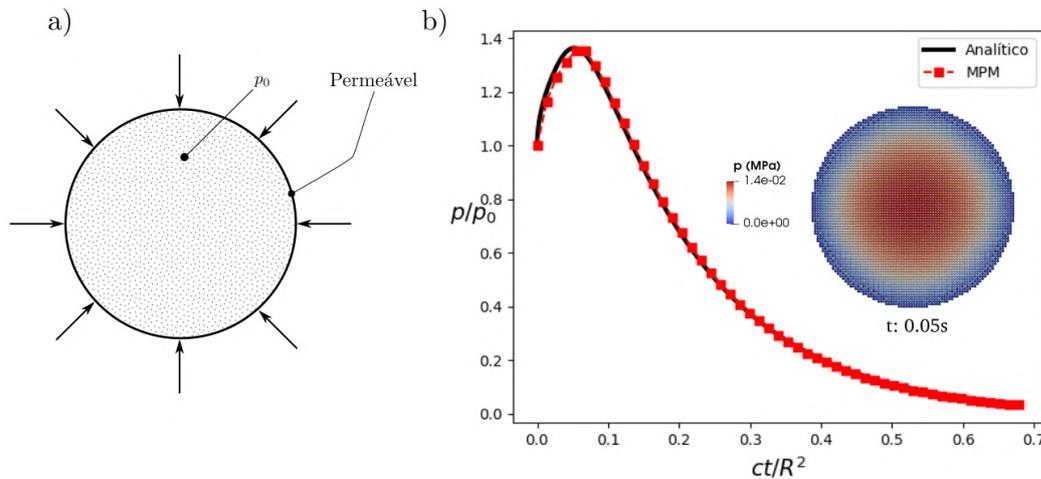


Figura 6.13: Verificação da implementação do acoplamento fluido mecânico com a esfera poro-elástica. a) Modelo da esfera poro-elástica com carregamento radial aplicado no contorno permeável. b) Comparação de resultados numérico e analítico em termos de pressão normalizada no centro da esfera.

Os resultados numéricos obtidos com o MPM são apresentados na Figura 6.13. A variação da pressão normalizada p/p_0 obtida numericamente apresenta boa coincidência com a solução analítica dada pela Equação 6-11. Observa-se um incremento da pressão no centro da esfera antes de iniciar o processo de dissipação, efeito conhecido como *Mandel-Cryer*.

6.1.5.3

Propagação de ondas não drenadas

No exemplo seguinte, a propagação de ondas numa coluna de solo saturado é analisada numericamente com o MPM, e a solução analítica do problema é usada para comparar os resultados numéricos.

Durante a propagação de ondas num meio poroso, as partículas do fluido podem se deslocar junto com o esqueleto sólido ($v^w = v^s$), no caso onde o meio poroso é de baixa permeabilidade, ou podem se deslocar com direções opostas, no caso onde a permeabilidade do meio é alta [60]. No primeiro caso, a onda é chamada de *onda não drenada*. No segundo caso, o fluxo oposto à direção do sólido gera interações adicionais, e portanto maior amortecimento: é por isto que a segunda onda é chamada de *onda amortecida*.

A velocidade de propagação da onda não drenada é dada por [79]

$$c_1 = \sqrt{\frac{E^{\text{edo}} + \frac{K_w}{n}}{\rho_{\text{sat}}}} \quad (6-15)$$

onde $\rho_{\text{sat}} = n\rho^w + (1 - n)\rho^s$ é a massa específica do meio saturado.

A velocidade da onda amortecida é dada por

$$c_2 = c_w \sqrt{\frac{n \frac{E^{\text{edo}}}{K_w}}{1 - n + n \frac{E^{\text{edo}}}{K_w}}} \quad (6-16)$$

onde $c_w = \sqrt{K_w/\rho_w}$ é a velocidade da onda de compressão da água.

O valor teórico do acréscimo de poro-pressão relativo Δp_0 à tensão total aplicada no topo da coluna σ_{tot} é dado por

$$\Delta p_0/\sigma_{\text{tot}} = \frac{\frac{1}{E^{\text{edo}}}}{\frac{1}{E^{\text{edo}}} + \frac{n}{K_w}} \quad (6-17)$$

Para analisar a propagação de ondas de pressão, uma coluna poro-elástica de $H = 2.5$ m de altura é submetida a uma pressão instantânea de $p = 10$ kPa e a um carregamento de $\sigma_{\text{exttot}} = 10$ kPa no contorno. A coluna é discretizada usando 12800 partículas distribuídas numa malha Euleriana de $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.025$ m. As condições de contorno de fluxo são: bordas laterais e base impermeáveis, topo permeável. Os deslocamentos do sólido nos contornos laterais são permitidos somente na direção vertical. Na base do modelo, os deslocamentos verticais são impedidos e são livres no topo do modelo (ver Figura 6.14).

A Tabela 6.8 apresenta os parâmetros usados no modelo MPM. Conforme estes parâmetros, a velocidade da onda não drenada (Equação 6-15) é de $c_1 = 1961.35$ m/s, e a velocidade da onda amortecida (Equação 6-16) é

de $c_2 = 972.59$ m/s. O acréscimo de poro-pressão relativo à tensão total no contorno (Equação 6-17) é $\Delta p_0/\sigma_{tot} = 0.65$. No ponto de controle na posição inicial $z = 0.58125$ m, as ondas chegam nos tempos $t_1 = 0.00098$ s e $t_2 = 0.00197$ s.

Tabela 6.8: Parâmetros da propagação de ondas no meio saturado.

Dimensão da base	l_x, l_y	0.1	m
Altura	H	2.5	m
Malha Euleriana	$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	0.025	m
Partículas	n_p	12800	–
Passo de tempo	Δt	5e-6	s
Módulo de Young	E	2000	MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.3	–
Módulo volumétrico do fluido	K_w	2000	MPa
Massa específica do sólido	ρ^s	2666	kg/m ³
Massa específica do fluido	ρ^w	1000	kg/m ³
Condutividade hidráulica	k	1e-3	m/s
Porosidade	n	0.4	–
Pressão inicial	p_0	0.0	kPa
Carga no contorno	σ_{tot}	-10.0	kPa
Pressão no contorno	p	10.0	kPa

A Figura 6.14 mostra que o modelo numérico MPM consegue capturar a onda não drenada e a onda amortecida. Os valores das chegadas das ondas e o acréscimo de poro-pressão calculados analiticamente são reproduzidos pelo modelo MPM.

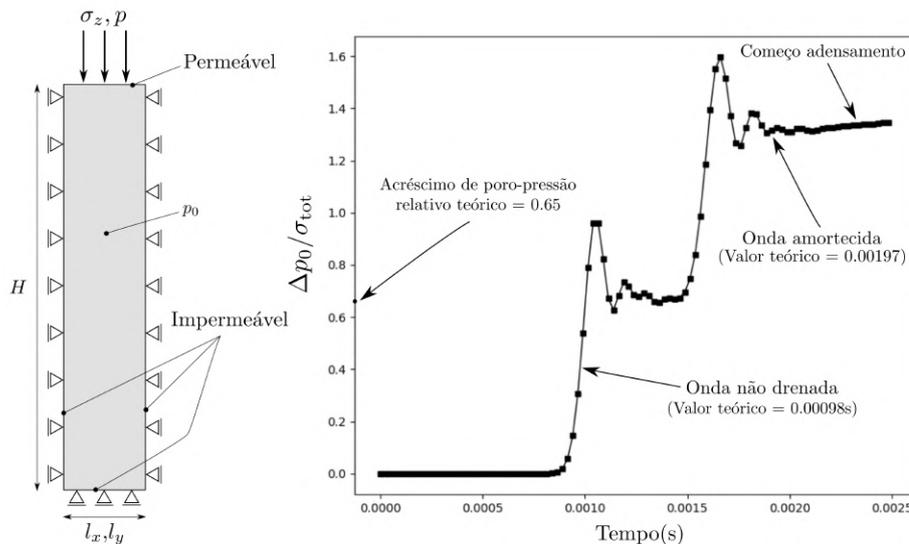


Figura 6.14: Variação do acréscimo de poro-pressão relativo à tensão total no contorno, num ponto de controle na posição $z = 0.58$ m.

6.1.5.4

Verificação do procedimento de suavização de pressões espúrias

Na Seção 4.8 se apresentou um procedimento de suavização de pressões espúrias. Em particular, estas pressões são observadas em modelos que usam uma partícula para representar a mistura e que são submetidos a estados de tensões complexos, como aqueles observados em problemas dinâmicos de impacto [85].

Esta seção apresenta a análise numérica de um bloco sólido não poroso que impacta sobre um meio poroso saturado. O impacto do bloco permite observar pressões espúrias no campo de pressões. O algoritmo apresentado na Seção 4.8 permite realizar o processo de suavização. Para permitir a comparação, consideram-se três casos: (1) sem suavização; (2) suavização simplificada usando somente os passos 1 e 4 do Algoritmo 8; (3) suavização dada pelo Algoritmo 8.

A Figura 6.15 mostra a geometria do problema e as condições de contorno consideradas na análise. Um bloco elástico não poroso de $1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ de lado cai com velocidade inicial $v_z^0 = 5 \text{ m/s}$ desde uma altura $h = 11 \text{ m}$. O bloco impacta sobre um meio saturado de $10 \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ de contornos permeáveis e cuja pressão inicial no fluido é de $p_w^0 = 0.0 \text{ MPa}$. Na tabela 6.9 detalham-se os parâmetros usados no exemplo.

O impacto do bloco no meio saturado gera neste uma variação do campo de pressões no tempo. A evolução do campo de pressões para os três casos é mostrada nas Figuras 6.16 e 6.17.

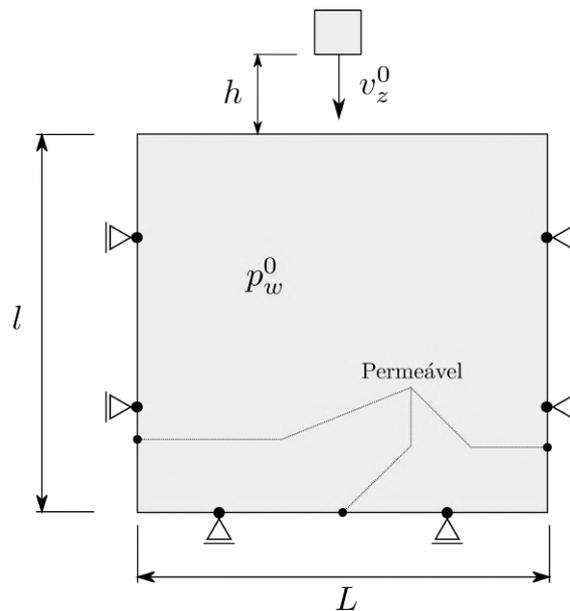


Figura 6.15: Geometria e condições de contorno do modelo de verificação do algoritmo de suavização das pressões.

Tabela 6.9: Parâmetros da verificação do algoritmo de suavização de pressões espúrias.

Malha Euleriana	$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	0.25	m
Partículas	n_p	51712	–
Passo de tempo	Δt	$1.0e-5$	s
Dimensão da base	L	10.0	m
Altura	l	10.0	m
Distância de queda	h	1.0	m
Dimensão do bloco	l_x, l_y, l_z	1.0	m
<i>Material do bloco sólido</i>			
Módulo de Young	E_b	200.0e+3	MPa
Coefficiente de Poisson	ν_b	0.2	–
Massa específica	ρ_b	2200.0	kg/m ³
Velocidade inicial	v_z^0	–5.0	m/s
<i>Material poroso saturado</i>			
Módulo de Young	E_s	50.0	MPa
Coefficiente de Poisson	ν_s	0.3	–
Massa específica	ρ_s	2647.0	kg/m ³
Permeabilidade	k	$1.0e-3$	m/s
Módulo volumétrico da água	K_w	505.5	MPa
Porosidade inicial	n^0	0.322	–
Pressão inicial	p_w^0	0.0	MPa

No Caso 1, em que não é usado o procedimento de suavização, observam-se valores de pressões não físicas durante o avanço da onda de pressão. Os dois procedimentos de suavização produzem um campo de pressões com valores espúrios menores e uma frente de onda adiantada no tempo (ver Figura 6.18).

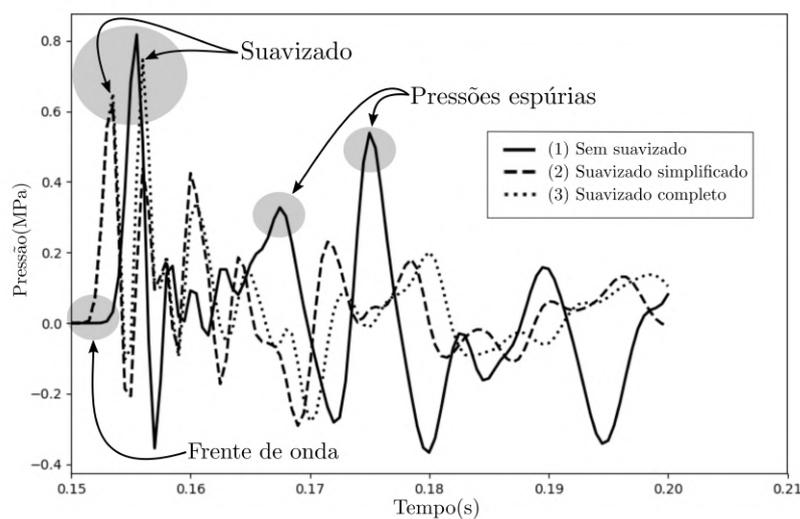


Figura 6.18: Evolução das pressões do fluido no ponto de controle na posição $z = 7.0$ m (ver Figura 6.16).

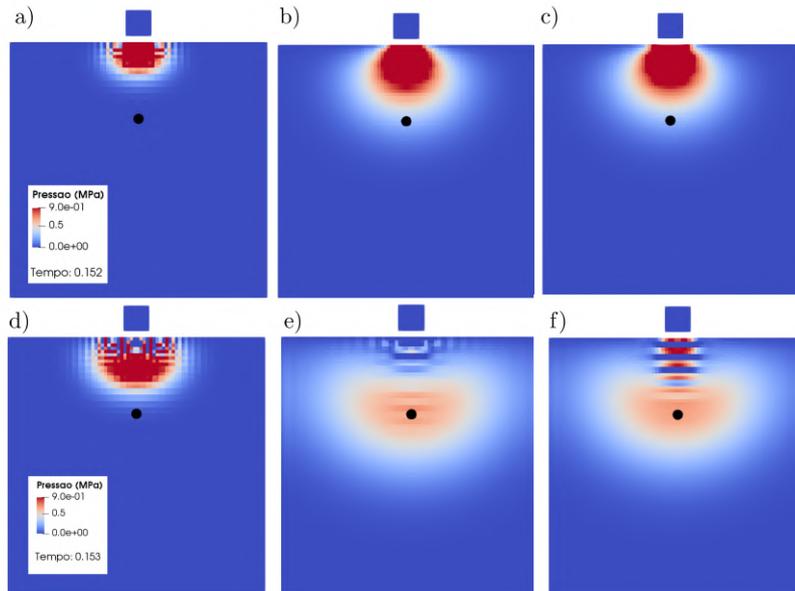


Figura 6.16: Evolução do campo de pressões durante o impacto do bloco sobre o meio saturado. a) Caso 1: sem suavização, $t = 0.152$ s. b) Caso 2: suavização simplificada, $t = 0.152$ s. c) Caso 3: com suavização, $t = 0.152$ s. d) Caso 1: sem suavização, $t = 0.153$ s. e) Caso 2: suavização simplificada, $t = 0.153$ s. f) Caso 3: com suavização, $t = 0.153$ s. ● \equiv ponto de controle em $z = 7.0$ m.

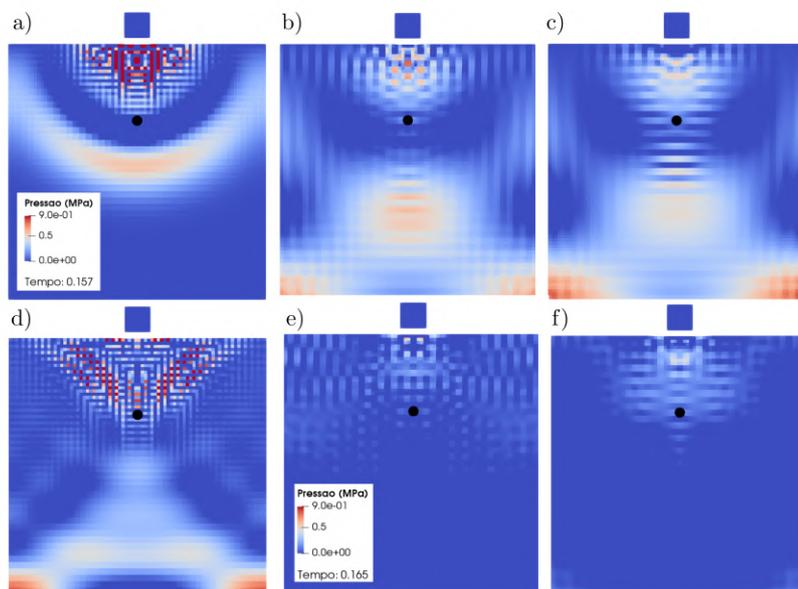


Figura 6.17: Evolução do campo de pressões durante o impacto do bloco sobre o meio saturado. a) Caso 1: sem suavização, $t = 0.157$ s. b) Caso 2: suavização simplificada, $t = 0.157$ s. c) Caso 3: com suavização, $t = 0.157$ s. d) Caso 1: sem suavização, $t = 0.165$ s. e) Caso 2: suavização simplificada, $t = 0.165$ s. f) Caso 3: com suavização, $t = 0.165$ s. ● \equiv ponto de controle em $z = 7.0$ m.

Os procedimentos de suavização mostram ser adequados na redução dos valores espúrios da pressão. O procedimento simplificado, onde são usados somente os passos 1 e 4 do Algoritmo 8, resulta computacionalmente mais eficiente quando comparado com o algoritmo completo. Observe-se que o procedimento simplificado integra os incrementos de deformação volumétrica nos nós, para interpolar novamente os valores nos pontos materiais.

6.2

Ruptura de túnel 3D

No exemplo seguinte, o MPM é usado para estudar a estabilidade da parede e a previsão de deslocamentos que tem lugar durante a ruptura do modelo físico de um túnel 3D. O experimento da ruptura do modelo físico do túnel foi documentado e analisado numericamente usando o FEM nos trabalhos de Sterpi *et al.* (1996, 2004) [105, 106]. Os principais objetivos do presente exemplo são:

- Verificar os deslocamentos na parede do túnel mediante a comparação dos valores numéricos do MPM com os valores do experimento.
- Avaliar a capacidade do MPM de simular processos de deformação pós-ruptura, incluindo a eventual formação da cratera em superfície.
- Avaliar a capacidade do MPM para estimar a força mínima de ruptura na face do túnel.

O modelo físico do experimento consiste numa areia depositada por gravidade no interior de um container de aço de $3.85 \text{ m} \times 3.0 \text{ m} \times 3.5 \text{ m}$. Dentro do container, uma tubulação de aço de 1.35 m de altura permite modelar as paredes laterais do túnel e uma lâmina de plástico no interior da tubulação permite aplicar uma pressão de suporte na face do túnel.

Depois de colocada a areia por gravidade no container, o experimento consiste em reduzir a pressão da face do túnel até que a ruptura aconteça. Os deslocamentos são registrados nos transdutores $h1-h6$ posicionados na superfície do modelo (ver Figura 6.19). A Figura 6.20 mostra os deslocamentos superficiais conforme a pressão na face do túnel é reduzida.

O modelo MPM do experimento consiste em 139680 partículas distribuídas de forma uniforme numa malha Euleriana de $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.1 \text{ m}$. Partículas com diferentes comportamentos foram usadas para modelar o experimento. As partículas que representam a areia possuem um comportamento elasto-plástico com amolecimento por deformação. As partículas que representam a lâmina de plástico usada para aplicar a pressão na face do túnel, podem se deslocar livremente e são sujeitas a uma pressão externa. As partículas que

representam a parede lateral do túnel são restritas aos deslocamentos, permanecendo fixas durante a simulação. Na Figura 6.21 observa-se o modelo MPM com as diferentes partículas do modelo. Os parâmetros do modelo numérico são apresentados na Tabela 6.10.

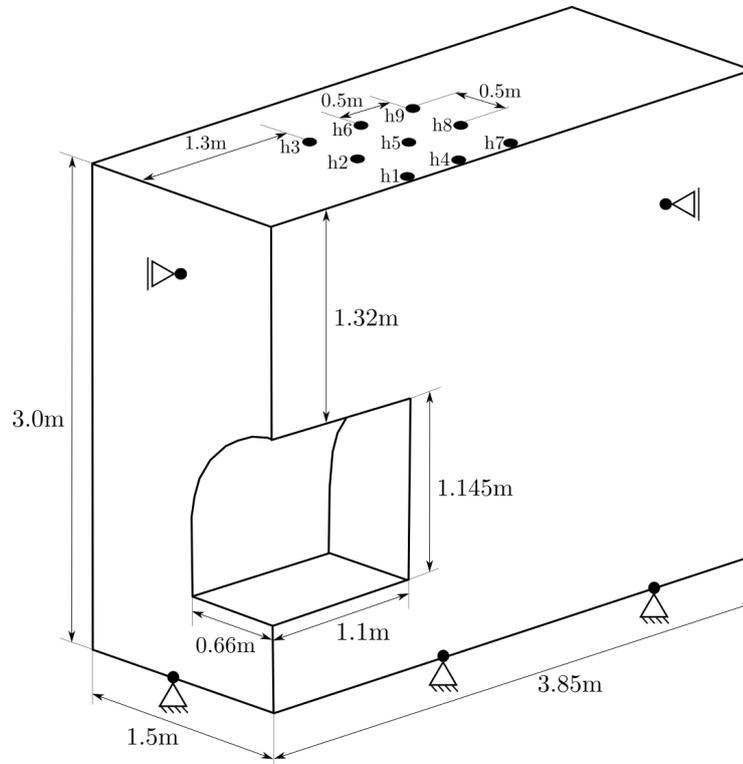


Figura 6.19: Geometria do modelo do túnel, condições de contorno, e posição dos transdutores no topo do modelo.

Tabela 6.10: Parâmetros do modelo do túnel 3D.

Malha Euleriana	$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	0.1	m
Partículas	n_p	139680	–
Passo de tempo	Δt	$2.5e-4$	s
Módulo de Young	E	8.2	MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.35	–
Massa específica da areia	ρ	1440	kg/m ³
Ângulo de atrito interno de pico	ϕ^p	32	°
Ângulo de atrito interno residual	ϕ^r	24	°
Coesão	c	0.0	kPa
Ângulo de dilatância de pico	ψ^p	6.5	°
Ângulo de dilatância residual	ψ^r	0	°
Deformação plástica de pico	ϵ_p^p	0.05	–
Deformação plástica residual	ϵ_p^r	0.2	–
Parâmetro do modelo Drucker-Prager	q_ϕ	0.52	–
Parâmetro do modelo Drucker-Prager	k_ϕ	0.00	kPa

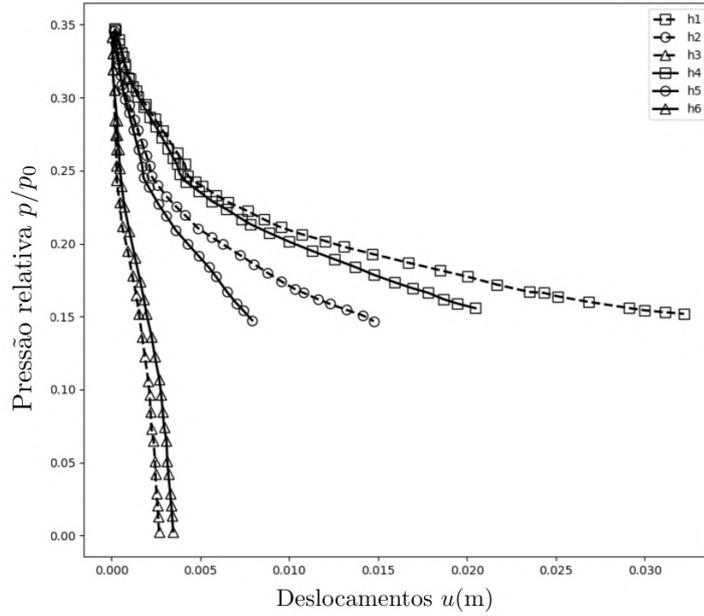


Figura 6.20: Registro dos deslocamentos superficiais nos transdutores $h1$ - $h6$ durante a redução da pressão na face do túnel.

Os resultados experimentais [106] estão expressados em termos relativos à pressão aplicada na face do túnel p e a pressão geostática p_0 . Para permitir a comparação, duas pressões são consideradas: uma pressão geostática, calculada a partir do coeficiente de empuxo lateral de terras $K_0 = 0.5$, e uma pressão geostática calculada com o MPM.

A pressão geostática pode ser obtida com o MPM fixando as partículas da face do túnel (partículas de lâmina na Figura 6.21) e efetuando a integração do campo de tensões na direção normal à face. Usando este enfoque, a pressão média resulta em $\sigma_{geo}^{MPM} = 13.72$ kPa. A pressão obtida com $K_0 = 0.5$ resulta em $\sigma_{geo}^{K_0} = 13.63$ kPa. A pressão geostática é a mínima pressão na face do túnel requerida para o equilíbrio. O estado de equilíbrio é determinado mediante a energia cinética do modelo, dada por

$$E_{kin} = \sum_p \frac{1}{2} m_p |\mathbf{v}_p|^2 \quad (6-18)$$

A pressão mínima de equilíbrio não produz liberação de energia cinética no tempo. A pressão mínima de equilíbrio obtida com o MPM resulta em $p = 2.34$ kPa. A pressão relativa mínima de equilíbrio obtida com MPM resulta entre 17.1% e 17.2%. O valor experimental da pressão relativa foi reportado entre 15% e 20% [106]. Isto demonstra a potencialidade do MPM para aproximar a pressão mínima de equilíbrio na face do túnel 3D.

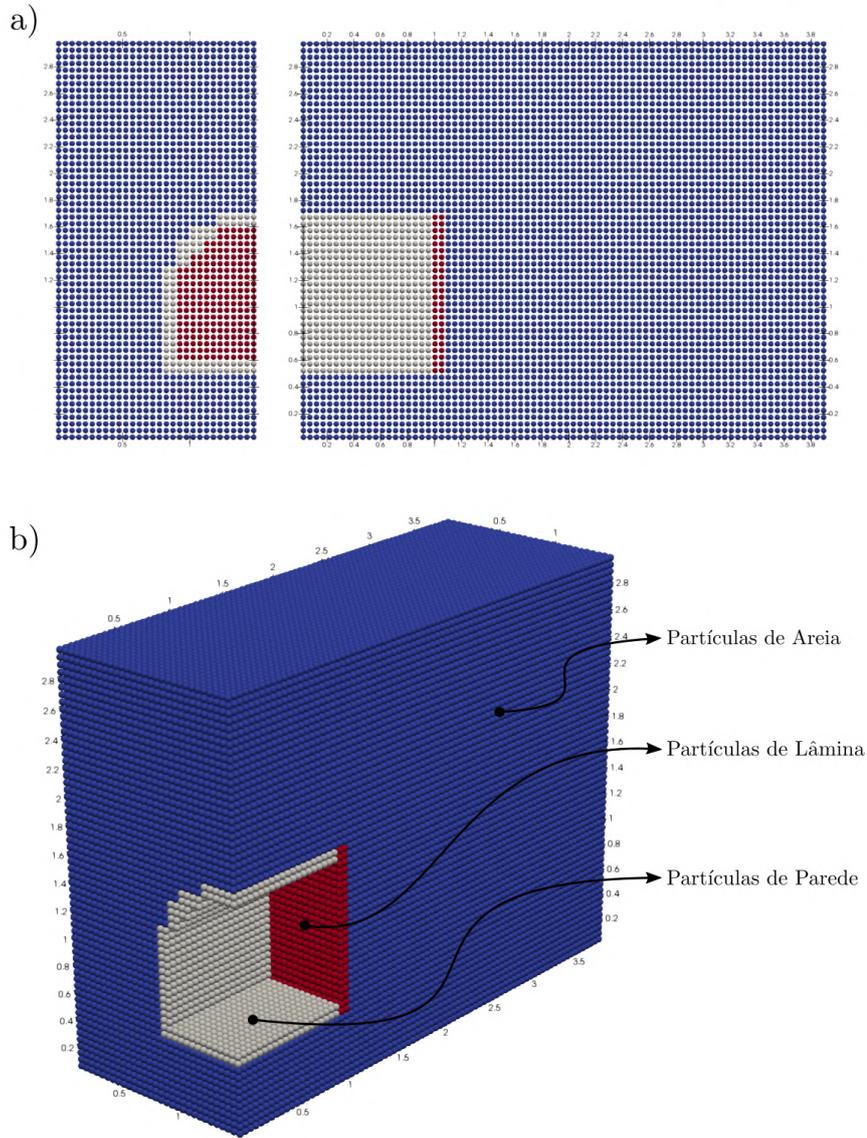


Figura 6.21: Modelo MPM do túnel. Diferentes pontos materiais usados no modelo para representar as partículas de areia, a lâmina de plástico onde é aplicada a pressão e as partículas das paredes do túnel.

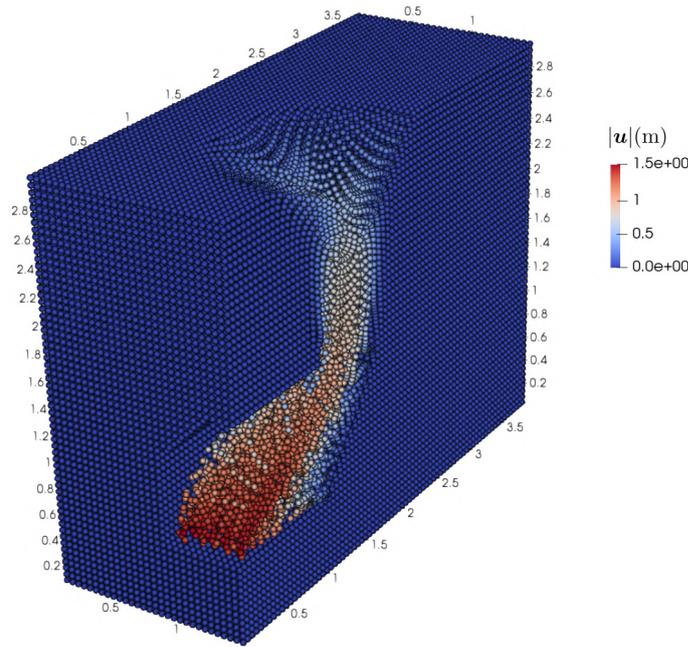


Figura 6.22: Configuração final de colapso. Formação de cratera em superfície como consequência das altas deformações pós-ruptura.

A Figura 6.24 mostra os deslocamentos no colapso, obtidos numericamente com MPM e com FEM [106]. Os resultados numéricos são muito próximos entre eles. Em ambos os casos, os deslocamentos máximos estão concentrados na face do túnel (frente de escavação) e sua distribuição se estende verticalmente sobre ela.

Os transdutores posicionados na superfície do modelo permitem a comparação entre os resultados experimentais e numéricos. A Figura 6.25 mostra a similaridade na forma da zona de ruptura para cada método numérico e para os resultados experimentais. Os resultados do modelo MPM correspondem ao estado de colapso para $t = 2.5$ s e para uma pressão constante na face do túnel de $p = 2.34$ kPa.

Os resultados obtidos com MPM apresentam uma boa coincidência com os valores experimentais. Os valores registrados nos transdutores $h1$, $h2$ e $h3$ são muito próximos aos valores numéricos. Não obstante, uma leve diferença observa-se nos transdutores $h4$, $h5$ e $h6$. Os resultados numéricos mostram uma tendência semelhante na forma de ruptura quando comparados com os resultados experimentais.

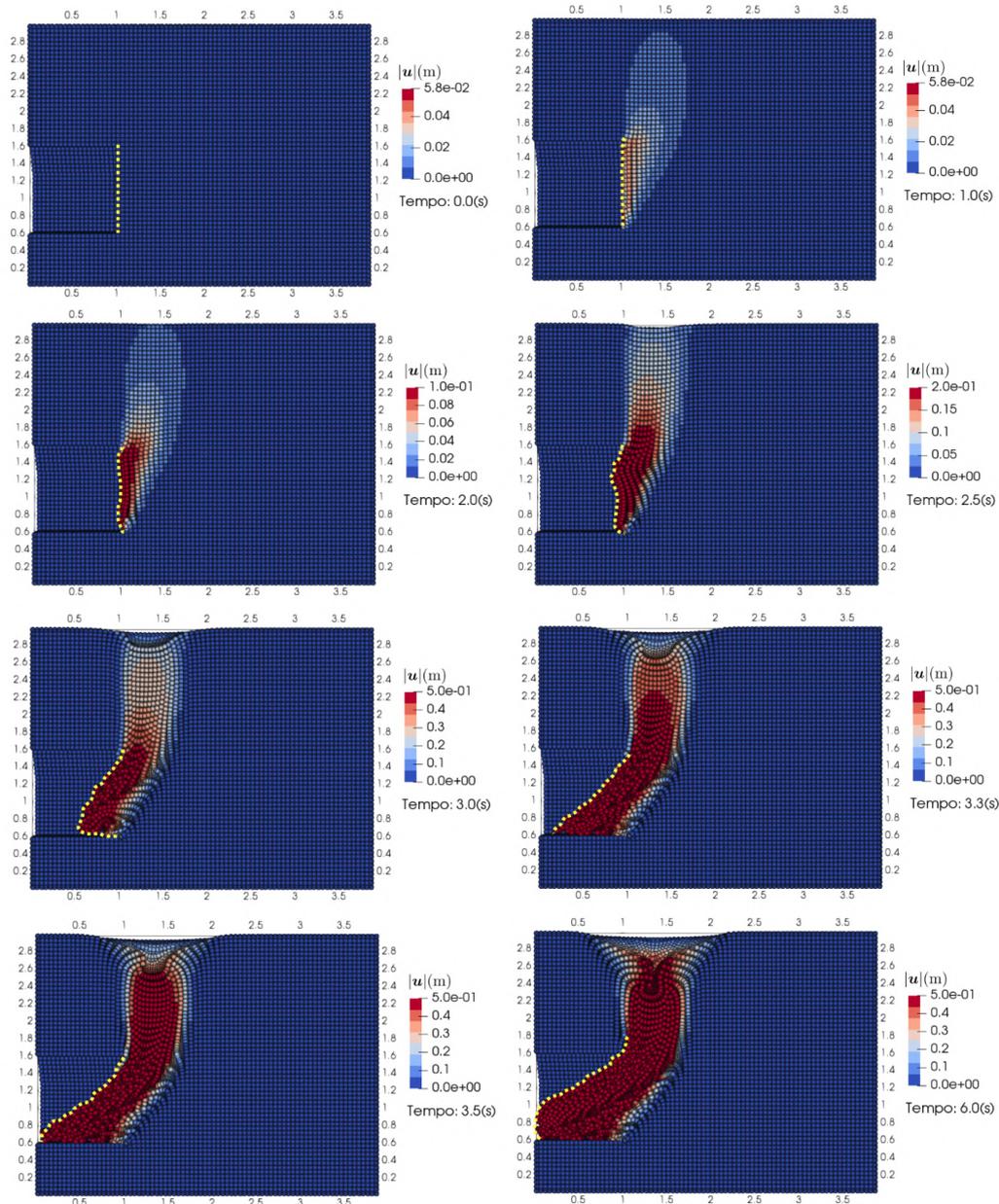


Figura 6.23: Evolução dos deslocamentos pós-ruptura do modelo do túnel 3D. A linha amarela representa a parede do túnel durante a ruptura.

A energia cinética do modelo MPM é mostrada na Figura 6.26. Durante a evolução do processo de ruptura três estados característicos podem ser identificados:

- (a) Estado geostático inicial: caracterizado por um incremento linear da energia cinética e uma posterior diminuição, com tendência para o estado estático.
- (b) Estado de colapso: caracterizado por uma grande liberação da energia.

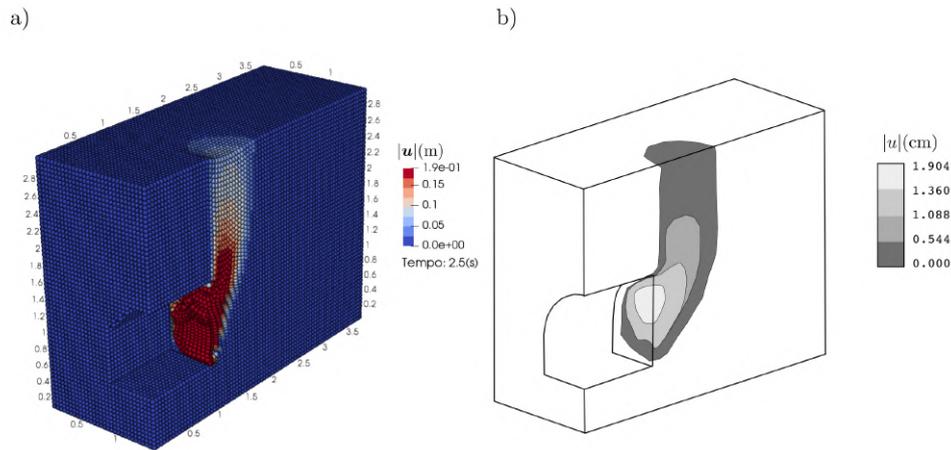


Figura 6.24: Magnitude dos deslocamentos totais no colapso $|u|$. a) Resultados obtidos com MPM. b) Resultados obtidos com FEM por Sterpi *et al.* (2004) [106].

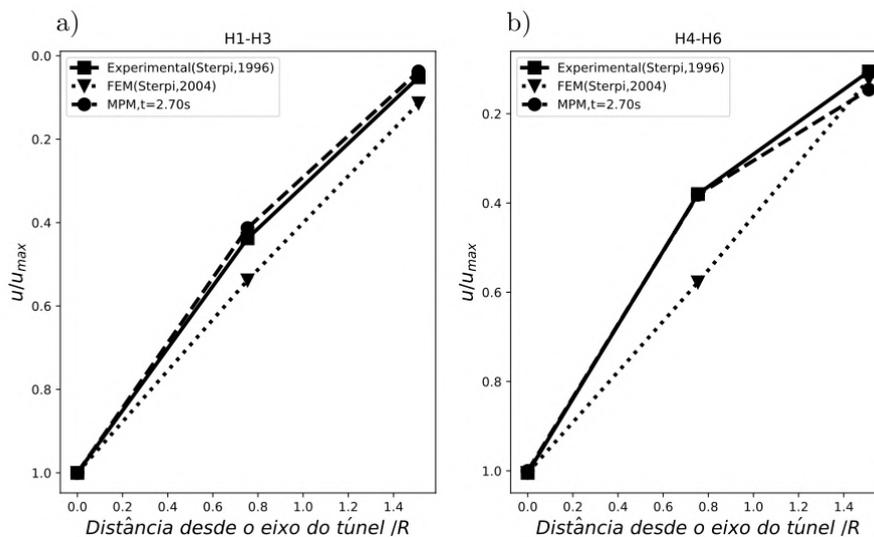


Figura 6.25: Deslocamentos superficiais numéricos e experimentais. a) Valores registrados nos transdutores h_1 , h_2 e h_3 . b) Valores registrados nos transdutores h_4 , h_5 e h_6 (ver Figura 6.19).

(c) Estado pós-ruptura: caracterizado por uma diminuição da energia e uma redistribuição das tensões para os valores residuais de resistência (ver Figuras 6.22 e 6.23).

A predição do mecanismo de ruptura obtido com MPM mostra boa coincidência com o observado experimentalmente e com o obtido por FEM. A predição da forma da ruptura no topo do modelo, segue a tendência

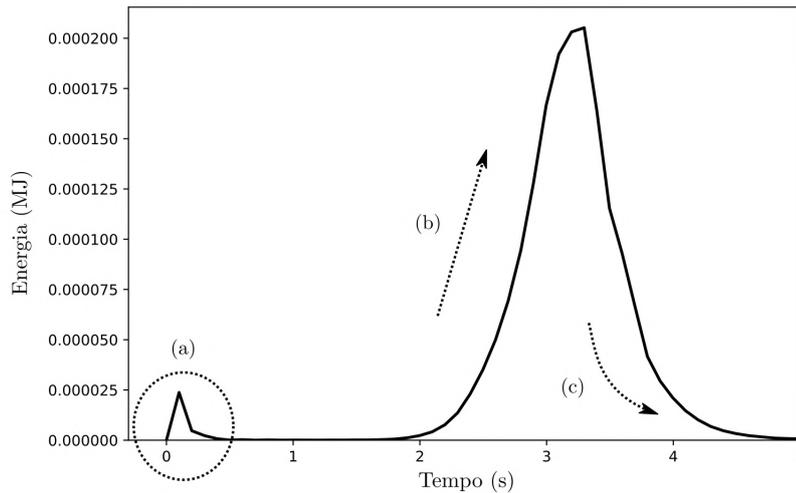


Figura 6.26: Energia cinética do modelo MPM durante a evolução do processo de ruptura.

dos resultados experimentais. Em particular, uma boa concordância com os resultados experimentais foi obtida para o valor da pressão mínima de equilíbrio.

Os resultados obtidos neste exemplo verificaram a potencialidade do MPM para estimar a forma e o mecanismo de ruptura do túnel, a obtenção da pressão mínima de equilíbrio na face do túnel e a evolução dos deslocamentos de grandes deformações no tempo.

6.2.1

Estudo paramétrico e análise do escorregamento da massa do túnel

Na seção seguinte estuda-se a influência do ângulo de atrito residual no escorregamento da massa na ruptura. A geometria original do túnel é estendida na direção do escorregamento, e quatro ângulos de atrito residual são considerados: $\phi_r = 24^\circ, 21.6^\circ, 20.4^\circ, 19.2^\circ$. A força na parede do túnel é mantida constante no valor da condição de ruptura.

A Figura 6.27 mostra as configurações finais da massa na ruptura para os diferentes ângulos de atrito considerados, e a Figura 6.28, a comparação entre todos os estados.

Observa-se que o ângulo de atrito residual afeta diretamente a configuração final da massa na ruptura, com uma taxa de variação aproximada de deslocamento máximo de ≈ -0.08 m/o. Para os ângulos de atrito residual usados, não observa-se influência significativa na deformação superficial na cratera no topo do modelo.

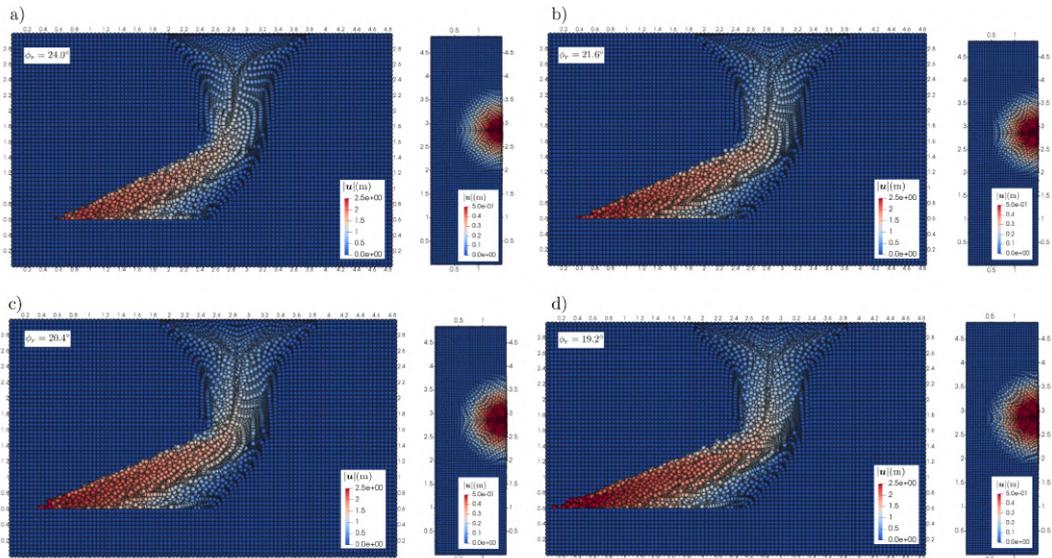


Figura 6.27: Comparação da configuração deformada da massa de solo na ruptura para diferentes ângulos de atrito residual.

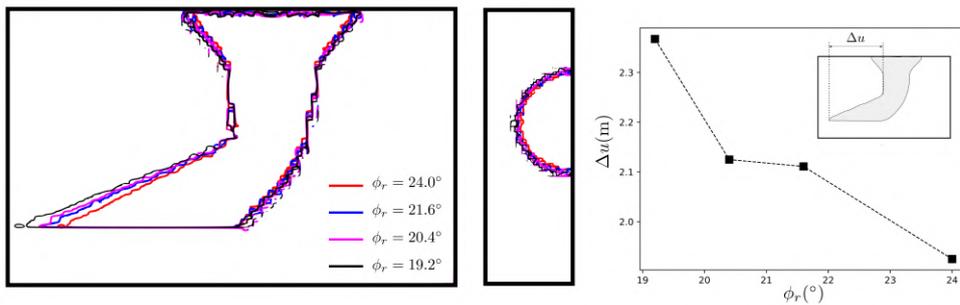


Figura 6.28: Comparação da configuração deformada da massa de solo na ruptura para diferentes ângulos de atrito residual.

6.3 Simulação de processos geológicos

O comportamento constitutivo complexo, as grandes deformações e as discontinuidades nos sistemas geológicos representam um desafio na sua modelagem numérica [107].

Na seção seguinte é apresentada uma aplicação do MPM num problema de interesse em Geologia Estrutural, procurando avaliar e enfatizar o uso do MPM para simular diversos processos envolvendo grandes deformações, ruptura, e em particular, as possibilidades de representação da localização de deformações e formação de falhas.

Para isto, é simulado numericamente o experimento de compressão por

deformação de velocidade constante da caixa de areia, descrito no trabalho de S. Buitter *et al.* (2006) [108]. Os resultados obtidos com o MPM são comparados com diferentes modelos numéricos e com modelos físicos, ou análogos.

A Figura 6.29 mostra a configuração geral do modelo, a distribuição dos materiais e as condições de contorno. Os parâmetros específicos do modelo numérico são definidos na tabela 6.11.

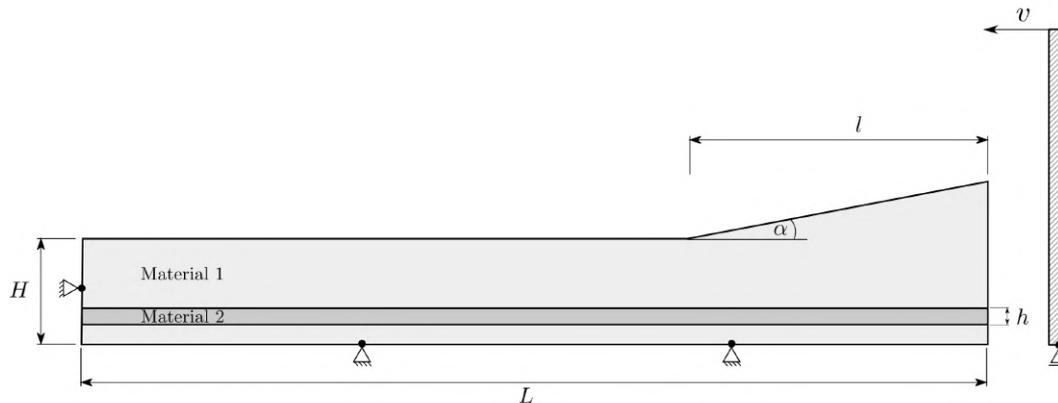


Figura 6.29: Geometria do modelo de caixa de areia usado para simulação de formação de falhas induzidas por deformação de compressão de velocidade constante.

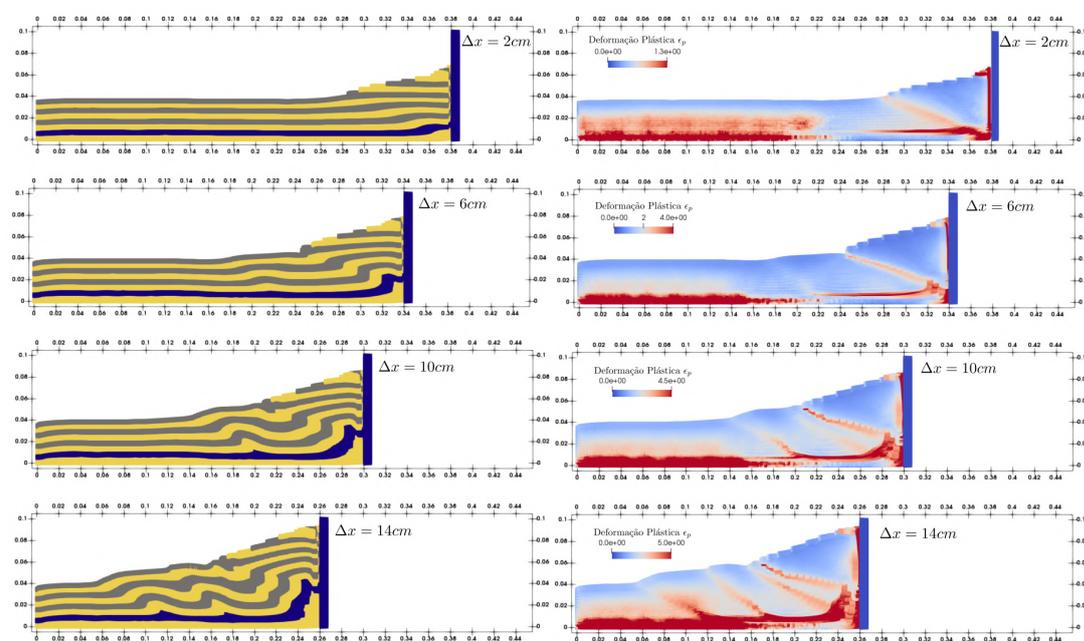


Figura 6.30: Evolução da formação de falhas e da deformação plástica acumulada ϵ_p .

Tabela 6.11: Parâmetros do modelo geológico compressional.

Malha Euleriana	$\Delta x, \Delta y$	2.5e-2	m
Dimensão da base	L	40.0e-2	m
Dimensão segmento inclinado	l	10.0e-2	m
Inclinação	α	10.0	°
Altura maior	H	3.5e-2	m
Altura menor	h	0.5e-2	m
Velocidade	v	0.01	m/s
Partículas	n_p	9924	-
Passo de tempo	Δt	7.0e-6	s
Coefficiente de Poisson	ν_1, ν_2	0.25	-
Coesão	c_1, c_2	0.0	MPa
Deformação plástica de pico	$\epsilon_{p1}^p, \epsilon_{p2}^p$	0.5	-
Deformação plástica residual	$\epsilon_{p1}^r, \epsilon_{p2}^r$	1.0	-
<i>Material 1</i>			
Módulo de Young	E_1	1.0	MPa
Massa específica	ρ_1	1560	kg/m ³
Ângulo de atrito de pico	ϕ_1^p	36.0	°
Ângulo de atrito residual	ϕ_1^r	31.0	°
<i>Material 2</i>			
Módulo de Young	E_2	0.5	MPa
Massa específica	ρ_2	1480	kg/m ³
Ângulo de atrito de pico	ϕ_2^p	22.0	°
Ângulo de atrito residual	ϕ_2^r	20.0	°

Conforme a parede rígida de velocidade constante deforma os materiais 1 e 2, as deformações no modelo são desenvolvidas por zonas. A Figura 6.30 mostra a evolução da formação de falhas e da deformação plástica acumulada ϵ_p , durante o processo de deformação. Observa-se que a formação das falhas são coincidentes com zonas de elevada concentração de deformação plástica.

Conforme o modelo se deforma, o ângulo médio da superfície do modelo varia. A Figura 6.31 mostra a comparação do ângulo da superfície do modelo para diferentes deslocamentos compressoriais.

A comparação qualitativa dos resultados revela semelhanças entre os resultados numéricos apresentados (ver Figura 6.33). A comparação quantitativa dos resultados numéricos indica uma grande variabilidade no número de falhas e na inclinação da superfície do modelo. Os modelos análogos evidenciam uma tendência geral em relação à evolução do sistema e à localização de zonas de concentração de deformações cisalhantes.

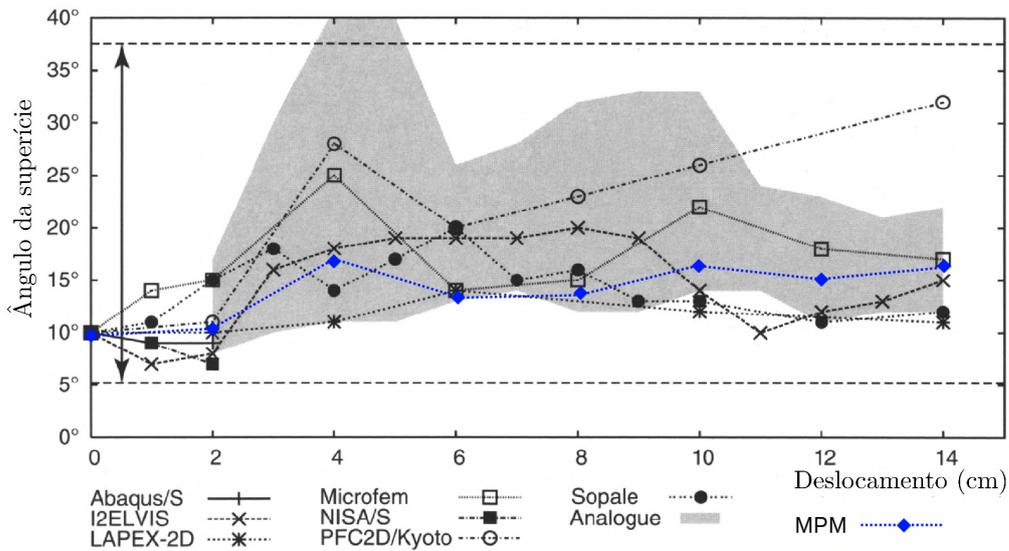


Figura 6.31: Comparação do ângulo da superfície do modelo para diferentes deslocamentos compressoriais. Resultados obtidos por diferentes modelos numéricos e análogos [108].

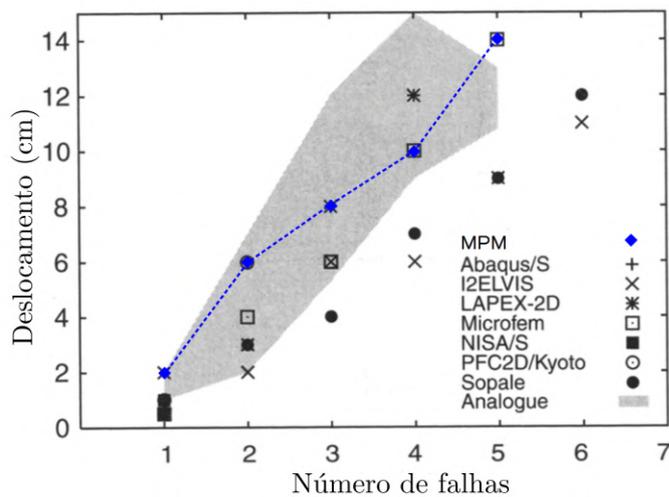


Figura 6.32: Comparação do número de falhas formadas nos modelos para diferentes deslocamentos compressoriais. Resultados obtidos por diferentes modelos numéricos e análogos (Modificado de S.Buiter *et al.*(2006) [108]).

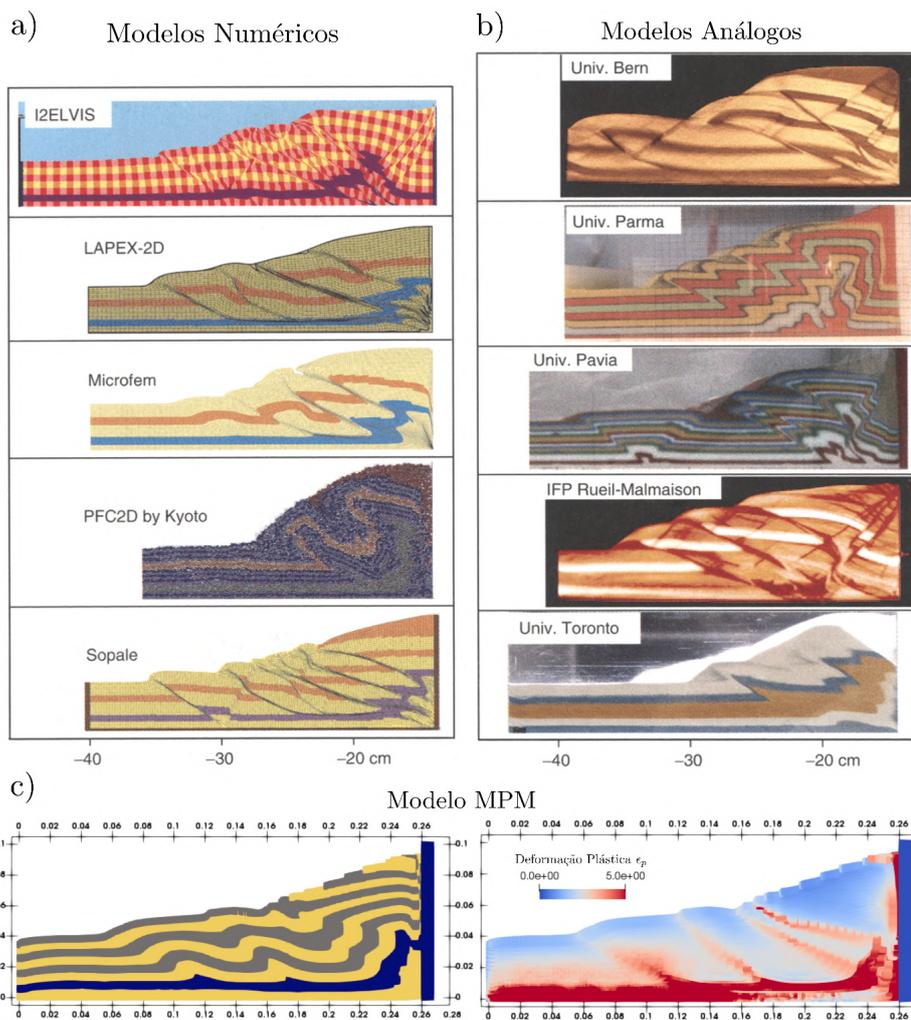


Figura 6.33: Estado de deformação para 14cm de deslocamento compressional. a) Modelos numéricos I2ELVIS, LAPEX-2D, Microfem, PFC2D e Sopale [108]. b) Modelos análogos Univ. Bern, Univ. Parma, Univ. Pavia, IFP Rueil-Malmaison e Univ. Toronto [108]. c) Modelo MPM mostrando, à esquerda, o estado de deformação ϵ , à direita, as deformações plásticas acumuladas ϵ_p .

Este exemplo revela que a evolução estrutural e as principais características do processo compressional foram capturados pelo MPM. Em particular, a geração e propagação de zonas de concentração de deformações cisalhantes e a influência da camada fraca na região inferior do modelo foram adequadamente capturadas pelo MPM.

6.4

Talude natural em Oregon, Estados Unidos

O caso seguinte em estudo é o talude natural em Oregon, Estados Unidos. Esta área rompeu e colapsou como fluxo de detritos após um período de intensas chuvas [118]. Os detalhes hidrogeológicos da área em questão estão documentados nos trabalhos de Anderson (1997) [109], Ebel (2007) [110] e Montgomery (2009) [111].

Nesta seção apresentam-se os resultados da análise do talude natural de Oregon com o MPM. Primeiramente, o cálculo do fator de segurança obtido com o MPM é comparado com o valor obtido com NLA e com os valores publicados na literatura. Em segundo lugar, o mecanismo de colapso obtido com MPM é comparado com o mecanismo sugerido por NLA e com a zona de ruptura observada. Por fim, apresenta-se a evolução pós-ruptura da massa que rompe, obtida com MPM, para 3, 6 e 9 segundos.

A Figura 6.34.a mostra as curvas de nível do terreno e a distribuição da altura de água no talude. A distribuição da altura da camada de solo sobre a rocha está definida na Figura 6.34.b. Com a elevação da superfície do terreno e com a altura do solo é criada uma malha de elementos finitos da massa de solo envolvida na ruptura, onde as partículas são distribuídas nos centroides dos elementos¹. O modelo numérico MPM é formado por $1130304 \approx 1.1e+6$ partículas dispostas numa malha Euleriana de $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 3.0e-1$ m.

Na Figura 6.35 detalha-se a geometria inicial e a definição dos materiais. Os parâmetros do solo estão detalhados na Tabela 6.12. O material rochoso é fixado durante a simulação, isto é $\dot{u}_i(t) = 0$ e $\ddot{u}_i(t) = 0 \forall t$. A pressão de água nos poros é considerada não acoplada do comportamento mecânico, introduzindo seu efeito mediante as relações constitutivas.

Tabela 6.12: Parâmetros do talude natural em Oregon.

Malha Euleriana	$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	3.0e-1	m
Partículas	n_p	1130304	-
Passo de tempo	Δt	4.66e-4	s
Módulo de Young do solo	E	70.0	MPa
Densidade do solo	ρ	1373	kg/m ³
Coefficiente de Poisson do solo	ν	0.3	-
Ângulo de atrito do solo	ϕ	40.0	°
Coesão do solo	c	0.9	kPa

¹Ver procedimento de discretização no Capítulo 5

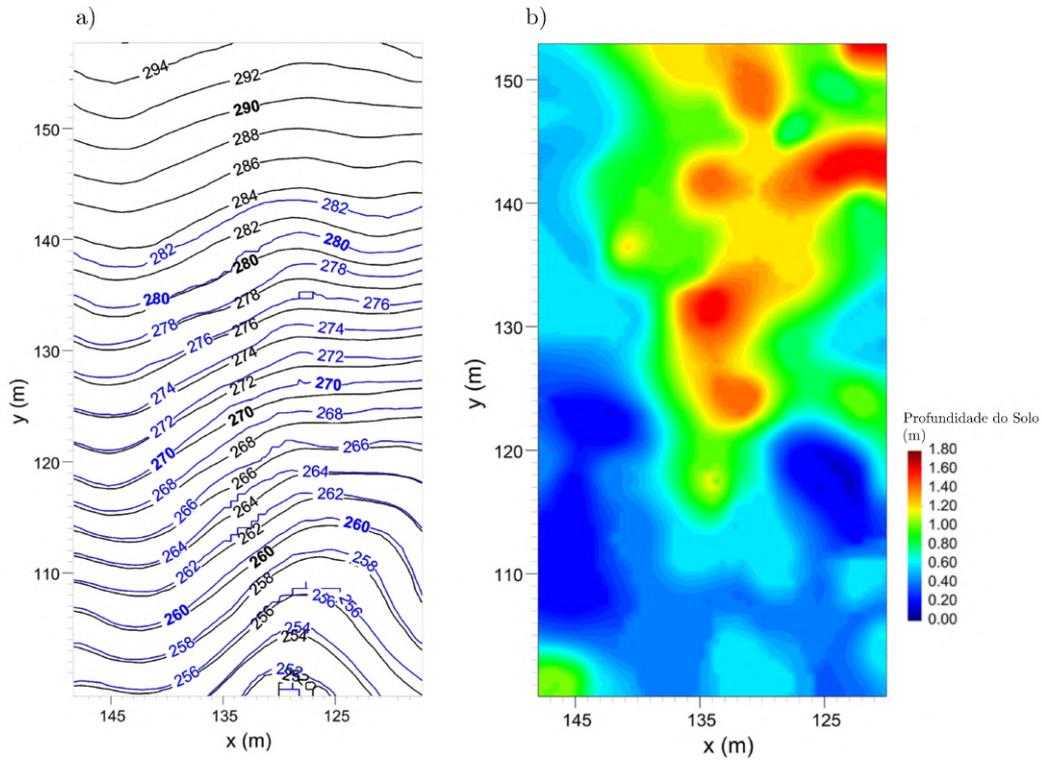


Figura 6.34: a) Curvas de nível do terreno e do nível de água. b) Altura da camada de solo sobre a rocha (Adaptado de Camargo *et al.*(2016) [112]).

PUC-Rio - Certificação Digital N° 1521880/CA

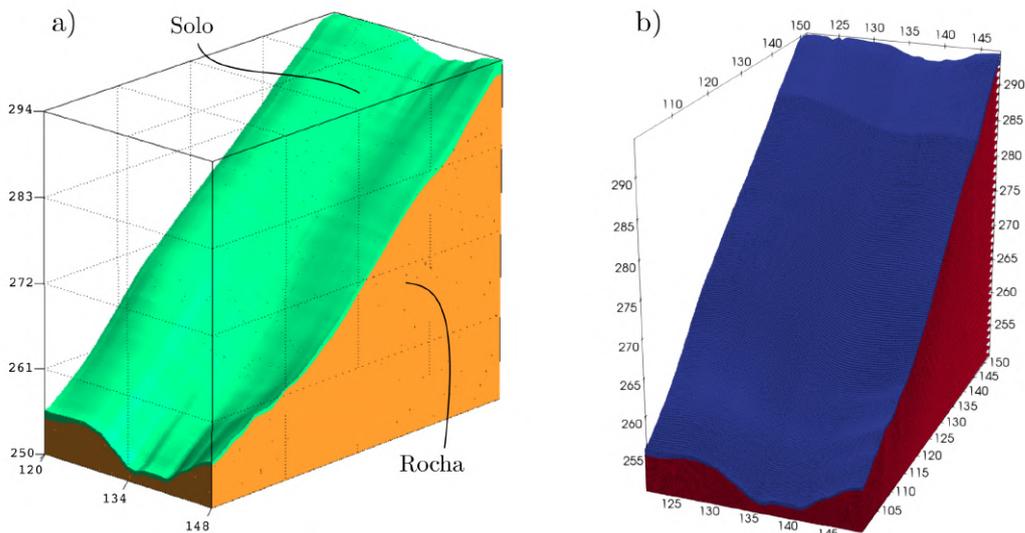


Figura 6.35: a) Geometria inicial e definição de materiais. b) Modelo MPM formado por 1130304 \approx 1.1e+6 partículas.

A comparação dos fatores de segurança do talude natural apresenta-se na Tabela 6.13. Todos os valores comparados estão próximos de 1.0, indicando que nas condições analisadas, o talude se encontra no colapso iminente.

Tabela 6.13: Comparação dos fatores de segurança do talude natural em Oregon.

Método	Fator de segurança
NLA[112]	1.02
MD-STAB[113]	1.00
MPM	0.97

A zona de ruptura calculada pelo MPM resulta sensivelmente próxima à obtida com NLA. As zonas de rupturas obtidas por ambos métodos numéricos são consistentes com a zona de ruptura observada (ver Figura 6.36).

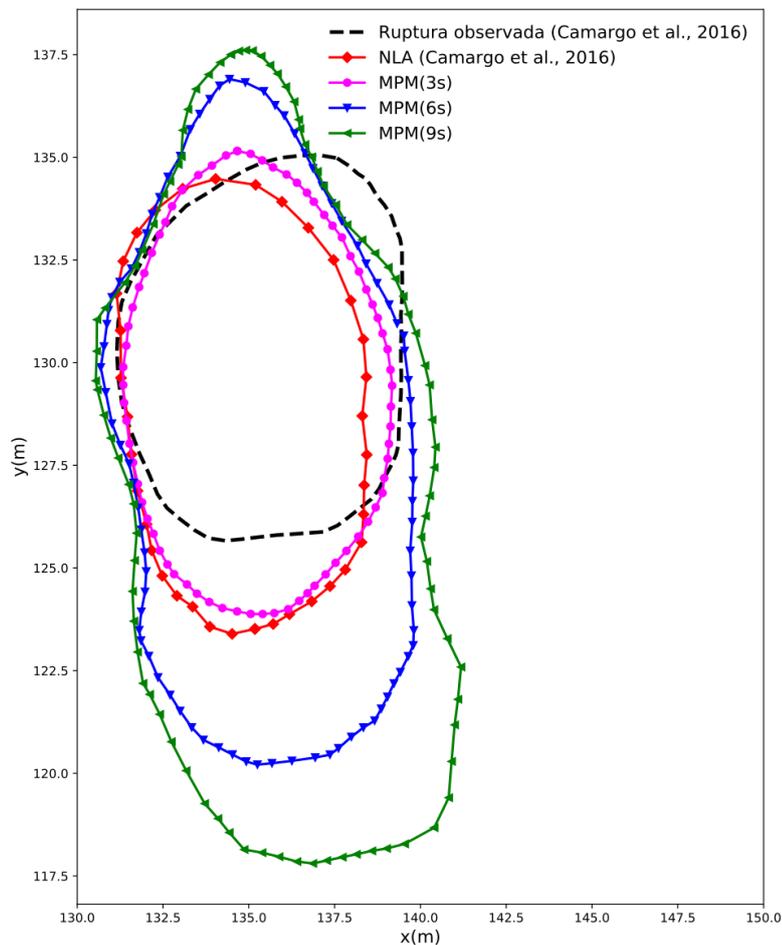
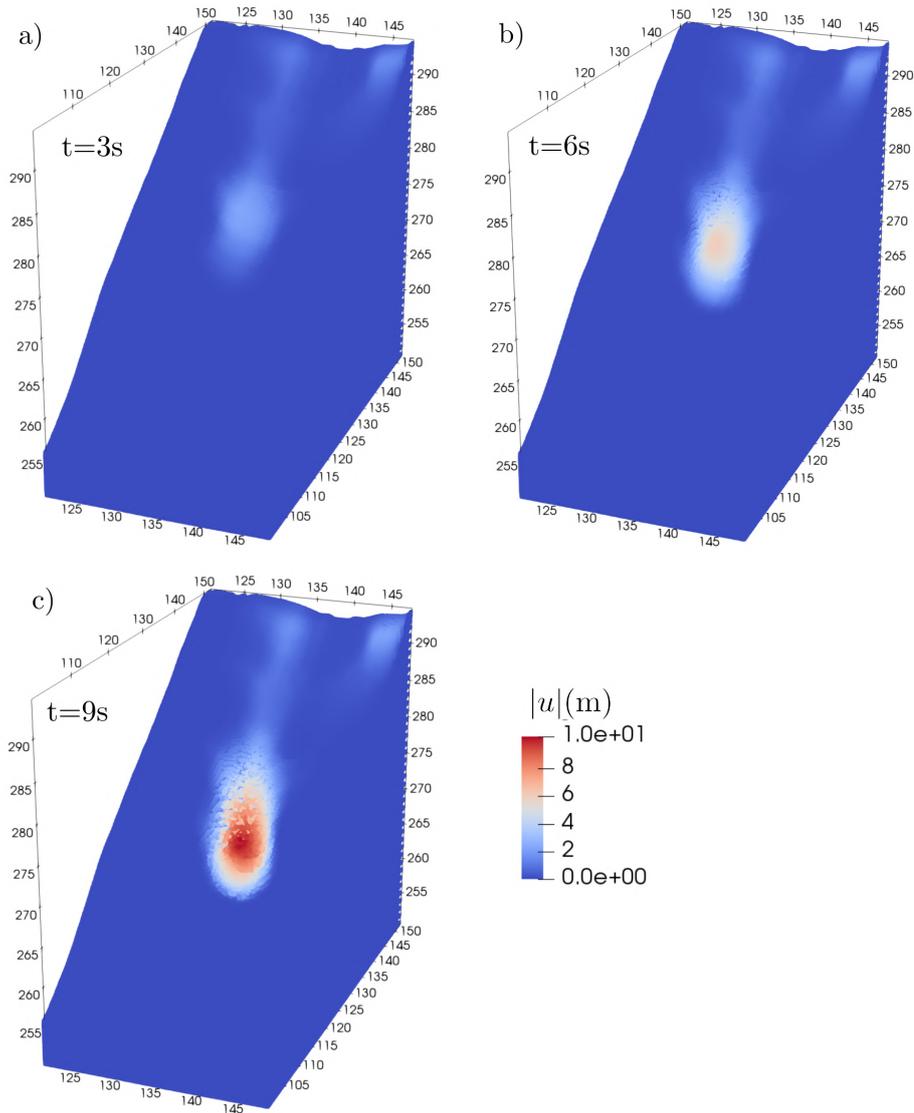


Figura 6.36: Comparação da zona de ruptura calculada com NLA [112] e MPM, com a zona de ruptura observada. Evolução da zona de ruptura para 3, 6 e 9 segundos obtida com MPM.

A possibilidade do MPM de simular processos de grandes deformações permite obter a evolução da zona de ruptura para 3, 6 e 9 segundos, como é mostrada na Figura 6.37.

A evolução da zona de ruptura sugere que a massa escorrega predominantemente na direção y em sentido da menor cota de elevação.



PUC-Rio - Certificação Digital N° 1521880/CA

Figura 6.37: Evolução da zona de ruptura em termos da magnitude dos deslocamentos $|u|(m)$, para 3, 6 e 9 segundos.

6.5

Impacto de bloco de rocha sobre meio saturado

No Rio de Janeiro, em 1988, um fluxo de detritos provocou a morte de 53 pessoas. Os detalhes do evento, documentado por Barros [114, 115] e Lacerda [116, 117], revelam que após 18 dias de intensa chuva, um bloco de rocha impactou sobre uma camada saturada de colúvio, iniciando um processo de falha e escorregamento da massa saturada. Este problema foi previamente analisado por Müller e Vargas (2019) [119]. Neste estudo, os autores usaram o MPM em 2D para resolver o problema acoplado de grandes deformações. Na modelagem constitutiva usaram um modelo com mudanças reológicas para descrever um comportamento sólido, antes da ruptura, e um comportamento viscoso durante processo de escorregamento.

Nesta seção apresenta-se a análise em 3D do problema do bloco de rocha impactando sobre um meio poroso saturado. Os principais objetivos da análise são: (1) capturar a zona de influência do impacto do bloco no meio saturado e descrever o mecanismo de falha provável de forma realista em 3D; (2) verificar a habilidade do MPM na modelagem de massas de solo que apresentam mudanças de reologia na sua modelagem constitutiva.

O comportamento do solo saturado como fluxo de detritos é considerado mediante a modelagem constitutiva usando um modelo de transição, entre um comportamento do tipo elasto-plástico e um do tipo fluido viscoso. O critério de Mohr-Coulomb descreve o início da ruptura e o modelo viscoso de Bingham descreve a resposta pós-ruptura. A transição entre os dois tipos de comportamento é dado pelo critério do trabalho de segunda ordem (ver modelo de transição na Seção 3.5.4).

A Figura 6.38 mostra a geometria do modelo, cuja extensão vertical e horizontal é de 50 m e de 100 m \times 30 m, respectivamente. Um talude de 45° é formado por uma camada de $H_s = 2.5$ m de solo saturado sobre uma camada de rocha de $H_r = 1.7$ m. O impacto é produzido por um bloco de rocha de 5 m \times 5 m \times 2 m que cai desde uma posição inicial $u_z^0 = 44$ m e com velocidade inicial de $v_z^0 = -10$ m/s. A pressão inicial do fluido no material poroso é $p_w^0 = 0.0$ MPa. A gravidade é considerada na análise e todos os planos do modelo possuem condições de contornos fixas em termos de deslocamentos. O modelo MPM consiste em $925968 \approx 1.0e+6$ partículas que se movimentam numa malha Euleriana regular de $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.5$ m. As partículas que representam a rocha são fixadas durante toda a simulação. Na Tabela 6.14 se apresentam os parâmetros da simulação.

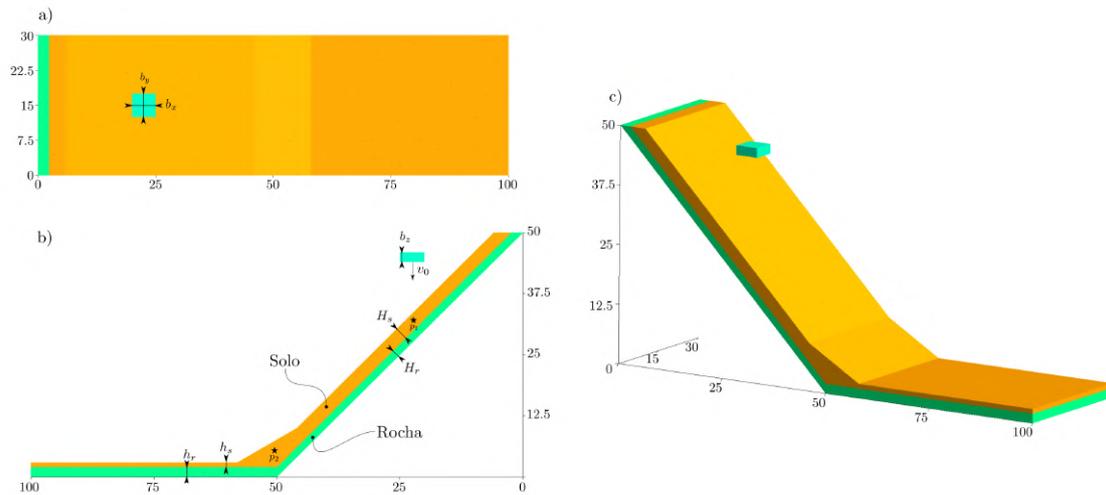


Figura 6.38: Geometria do problema do bloco de rocha impactando sobre meio poroso saturado. a) Plano X-Y, $b_y = b_x = 5$ m; b) Plano Z-Y, $b_z = 2$ m, $h_r = 2$ m, $h_s = 1$ m, $H_r = 1.7$ m, $H_s = 2.5$ m; c) Perspectiva tridimensional.

Tabela 6.14: Parâmetros do impacto de bloco sobre meio saturado.

Malha Euleriana	$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	5.0e-1	m
Partículas	n_p	925968 $\approx 1.0e + 6$	-
Passo de tempo	Δt	2.0e-5	s
Velocidade inicial	v_z^0	-10.0	m/s
<i>Parâmetros do Solo</i>			
Módulo de Young	E	20.0	MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.40	-
Coesão	c	0.02	MPa
Massa específica	ρ	2000	kg/m ³
Ângulo de atrito	ϕ	36.0	°
Viscosidade	η	1.0e - 3	MPa·s
Permeabilidade	k	1.0e - 3	m/s
Módulo volumétrico da água	K_w	505.5	MPa
Porosidade inicial	n^0	0.4	-
Pressão inicial	p_w^0	0.0	MPa
<i>Parâmetros da Rocha</i>			
Módulo de Young	E	1.0e + 3	MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.25	-
Massa específica	ρ	2500	kg/m ³

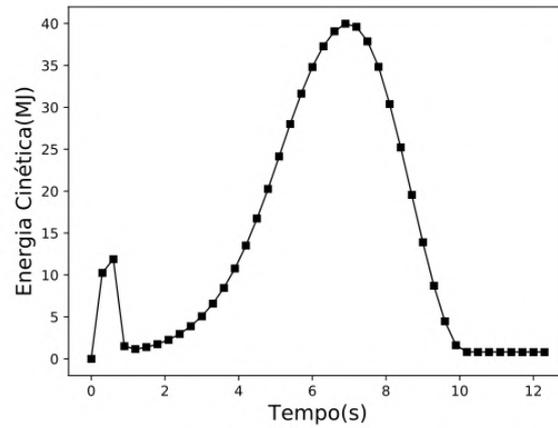


Figura 6.39: Evolução da energia cinética do sistema.

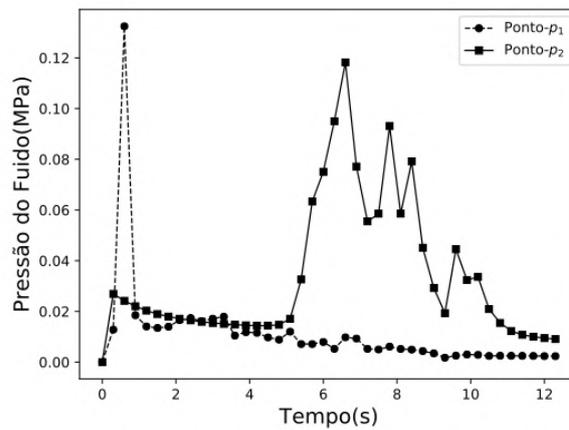


Figura 6.40: Evolução da pressão do fluido nos pontos de controle p_1 e p_2 .

No tempo $t = 0.6$ s o bloco impacta sobre o solo saturado. A energia cinética do sistema se reduz e as deformações induzidas causam um acréscimo da pressão do fluido ao redor da zona de impacto, como é mostrado no ponto p_1 na Figura 6.40. O mecanismo generalizado de falha é ativado após a ruptura da camada de solo. A energia cinética do sistema aumenta progressivamente até atingir o valor máximo, no tempo $t = 7$ s, quando o bloco se posiciona no pé do talude, em consequência disso, a pressão do fluido aumenta no ponto p_2 . O bloco se detém após ter se deslocado $\Delta x \approx 42$ m.

O processo de escorregamento é inicializado após o impacto do bloco de rocha, o qual produz um incremento progressivo da energia cinética do sistema. A massa envolvida no escorregamento se incrementa progressivamente na direção do bloco e a extensão lateral atinge os 30 m em $t = 7.5$ s. A massa se detém na coordenada $x = 80$ m.

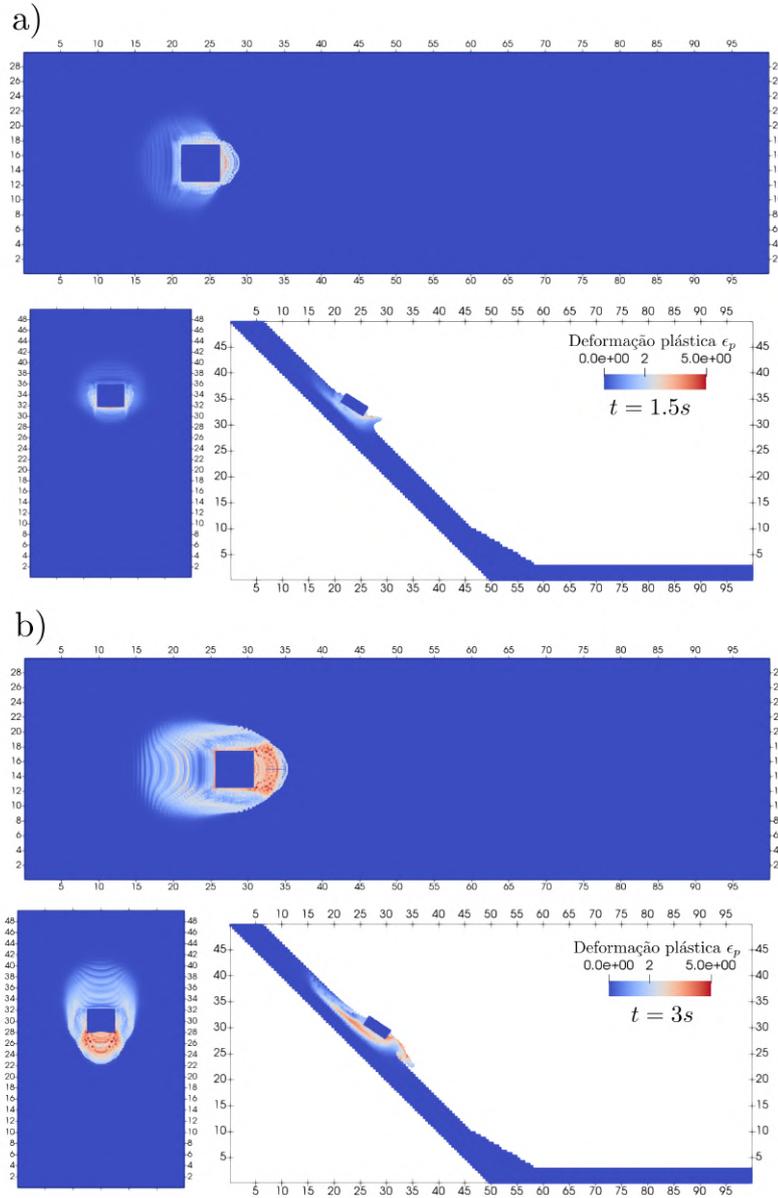


Figura 6.41: Processo de falha durante o impacto do bloco de rocha sobre o solo saturado. Evolução das zonas de falhas em termos da deformação efetiva plástica $\epsilon^p = \sqrt{(2/3\epsilon_{ij}^p\epsilon_{ij}^p)}$.

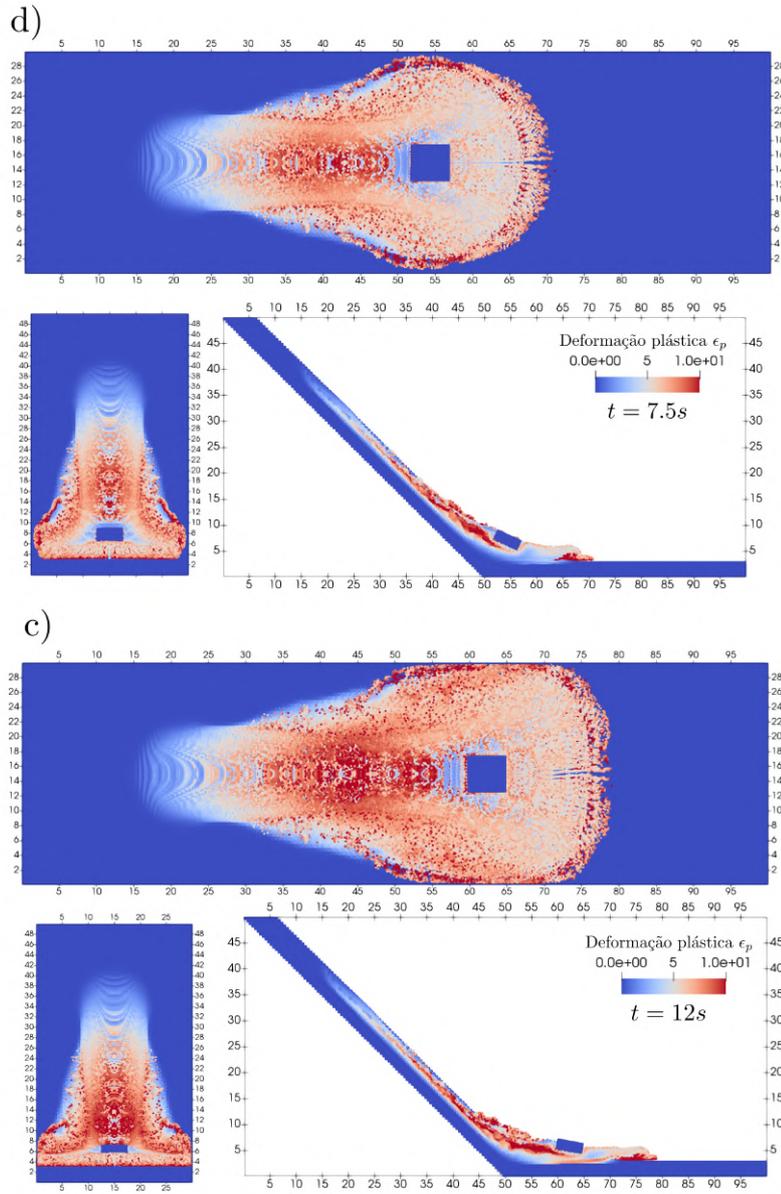


Figura 6.42: Processo de falha durante o impacto do bloco de rocha sobre o solo saturado. Evolução das zonas de falhas em termos da deformação efetiva plástica $\epsilon^p = \sqrt{(2/3\epsilon_{ij}^p\epsilon_{ij}^p)}$.

6.6

Deslizamento de Daguangbao, China

Na seção seguinte apresenta-se a análise do deslizamento de Daguangbao usando MPM. Em primeiro lugar, são definidas as características relevantes do evento, a geometria e a topografia do local, as características geomorfológicas predominantes, a distribuição espacial dos materiais e o terremoto. Em segundo lugar, apresenta-se o processo de discretização do domínio em modelos numéricos MPM. Em terceiro lugar, apresentam-se as análises em 2D e 3D do evento. E finalmente, algumas considerações sobre os resultados obtidos.

O deslizamento de Daguangbao foi previamente analisado usando MPM [121]. Nesse trabalho, os autores usaram um modelo MPM em 2D, os materiais envolvidos na ruptura foram considerados elasto-plásticos perfeitos (sem amolecimento) e sem resistência a tração. Na presente tese, a análise do evento é feita em 2D e 3D. Os materiais são modelados com amolecimento, visando capturar o escorregamento da massa, e a resistência a tração é incorporada para capturar a formação de estruturas verticais, tais como as observadas no local do evento. Os parâmetros resistentes de pico são considerados iguais aos do trabalho acima mencionado. Os parâmetros de amolecimento são obtidos mediante retro-análise.

6.6.1

Características do deslizamento de Daguangbao

O terremoto de Wenchuan, ocorrido na China em 2008, produz centenas de deslizamentos [120]. O maior deles foi o deslizamento de Daguangbao, cuja área coberta foi estimada em 7.8 km^2 com uma extensão máxima de 2.2 km e um volume estimado de $7.5e+8 \text{ m}^3$ (ver Figura 6.43). A massa envolvida na ruptura deslocou-se aproximadamente 4.0 km, bloqueando o vale Huangdongzi e formando uma barragem de 600 m de altura [120] (ver Figura 6.44). Devido a estas características, o deslizamento de Daguangbao é considerado um evento de elevada energia cinética cujo mecanismo de ruptura apresenta grandes deformações e fraturas [121].

O sistema litológico é formado principalmente pelo grupo Guanyinyan (Z_g) e pelo grupo Dengyin (Z_d), os quais estão formados principalmente por argilito, calcário e dolomita. Sobre o sistema rochoso encontra-se o grupo Shawozi do sistema Devonian (D), caracterizado por rochas dolomíticas. Nas cotas superiores, encontram-se os grupos P do sistema Permian, caracterizado por rochas calcárias e bioclásticas (ver mapa geológico na Figura 6.43).

A topografia da região envolvida no evento apresenta uma extensão em planta de 5400 m × 4500 m. Em altura, uma cota máxima de 3047 m no cerro Daguangbao e uma cota mínima de 1080 m no vale Huangdongzi (ver Figura 6.45 e 6.44).

A variação espacial de cada grupo litológico é caracterizada a partir de uma serie de secções: 1-1, 2-2, I-I, II-II, III-III e IV-IV, cujas posições em planta são definidas na Figura 6.46. Estas secções são utilizadas para determinar as características heterogêneas do domínio computacional em 3D.

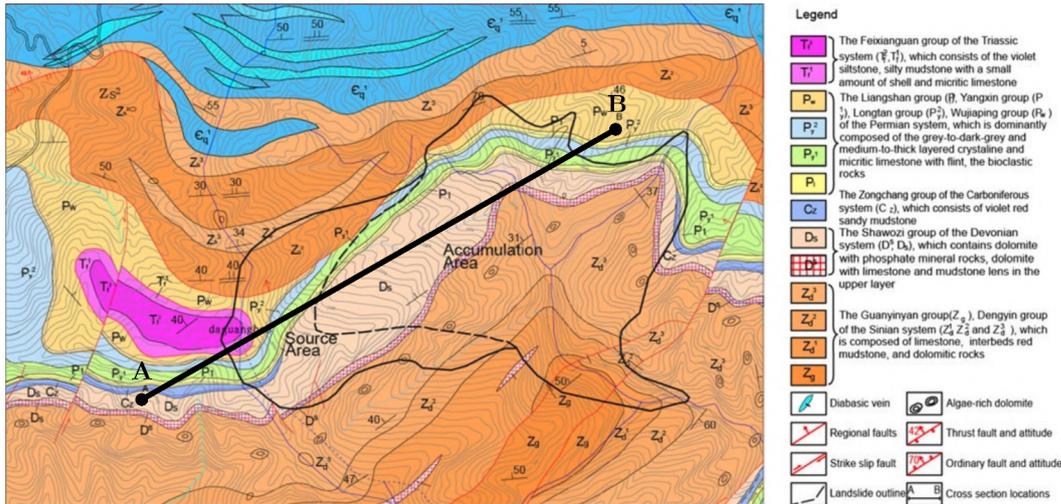


Figura 6.43: Mapa geológico do deslizamento de Daguangbao [120].

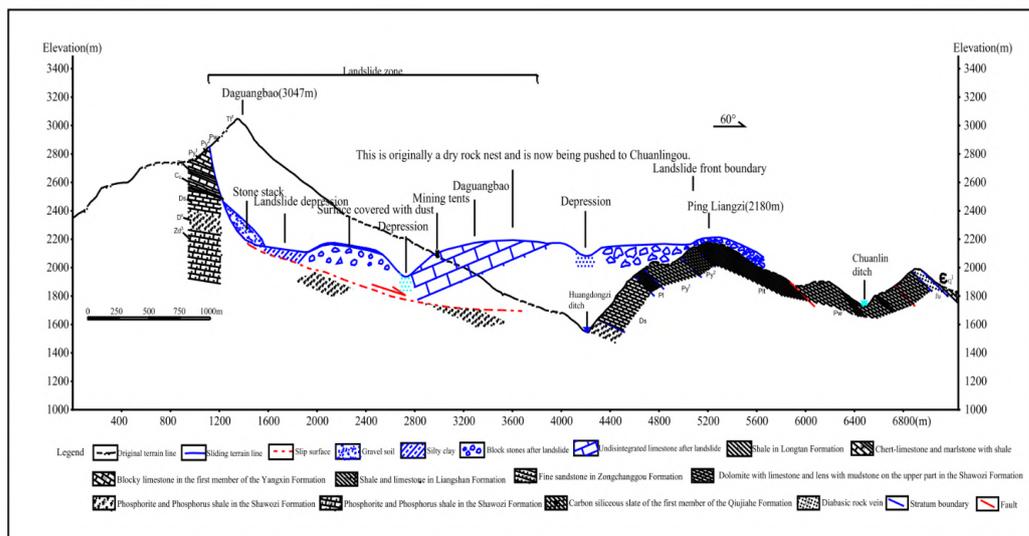


Figura 6.44: Seção geológica pós-terremoto [122] definida como \overline{AB} na Figura 6.43.

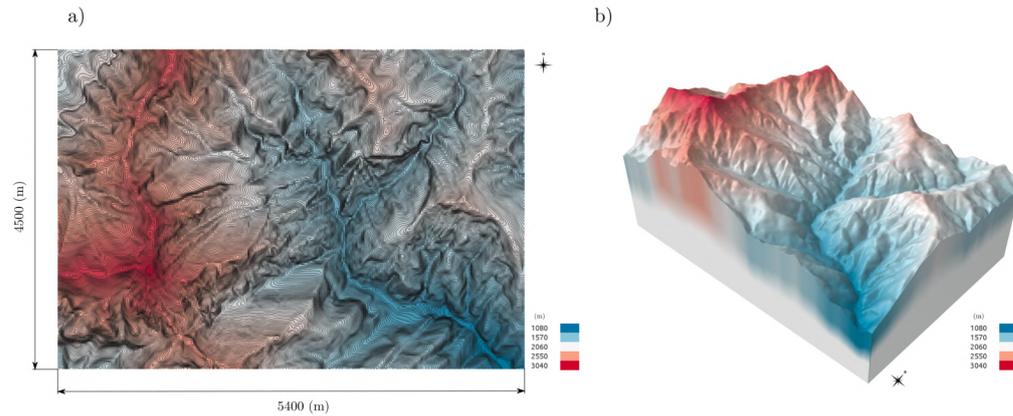


Figura 6.45: Topografia da região do deslizamento de Daguangbao antes do terremoto. a) Curvas de níveis e dimensões do domínio. b) Perspectiva tridimensional da topografia.

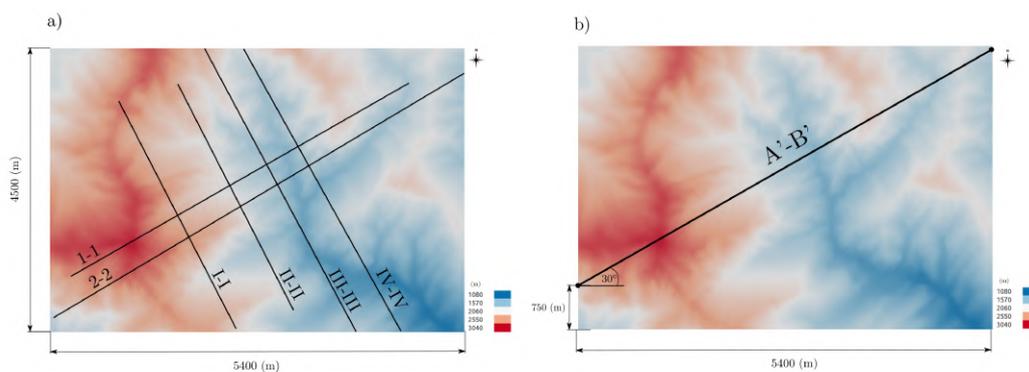


Figura 6.46: Posições das seções utilizadas para definir heterogeneidades.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1521880/CA

6.6.2 Discretização do domínio em modelo MPM

A partir da distribuição de materiais nas seções 1-1, 2-2, I-I, II-II, III-III e IV-IV, são interpoladas três superfícies planas no espaço na forma de dados digitais de elevação², um para cada grupo litológico Z , D e P . Na Figura 6.47 mostram-se as três superfícies resultantes da interpolação usadas para definir as heterogeneidades do modelo 3D.

A discretização do domínio 3D heterogêneo em pontos materiais é feita seguindo o procedimento descrito no Capítulo 5. Uma grade de 50 m × 50 m é definida na planta do domínio. Para cada célula do grid se determina a altura

²Ver procedimento de discretização de modelos MPM de escala geológica no Capítulo 5

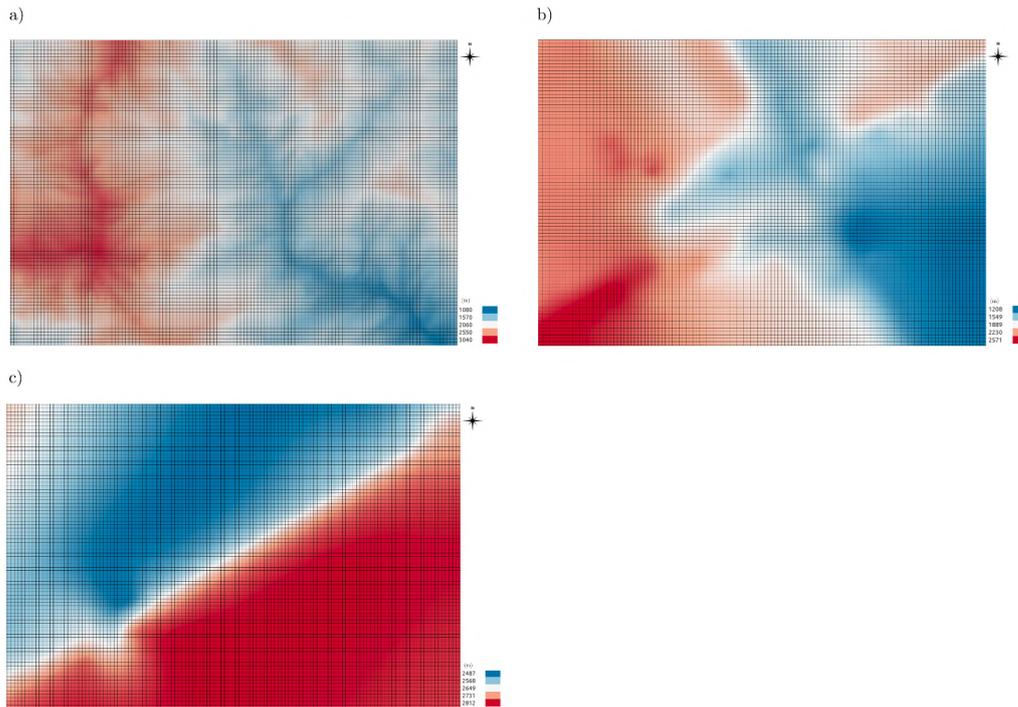


Figura 6.47: Dados digitais de elevação de cada material. a) Material 1 = grupo Z. b) Material 2 = grupo D. c) Material 3 = grupo P.

máxima da topografia e as heterogeneidades, usando os dados de elevação de cada material.

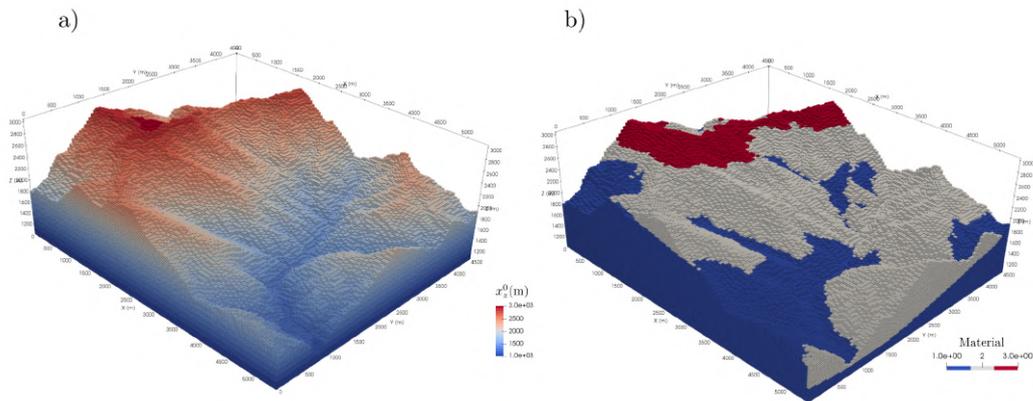


Figura 6.48: Modelo discreto MPM formado por $1.8e+6$ partículas. a) Elevação $x_z^0(m)$. b) Distribuição espacial de materiais.

Na Figura 6.49 mostra-se a seção característica do deslizamento de Daguangbao obtida com o MPM. Três pontos de controle são definidos para quantificar os deslocamentos durante o processo de escorregamento.

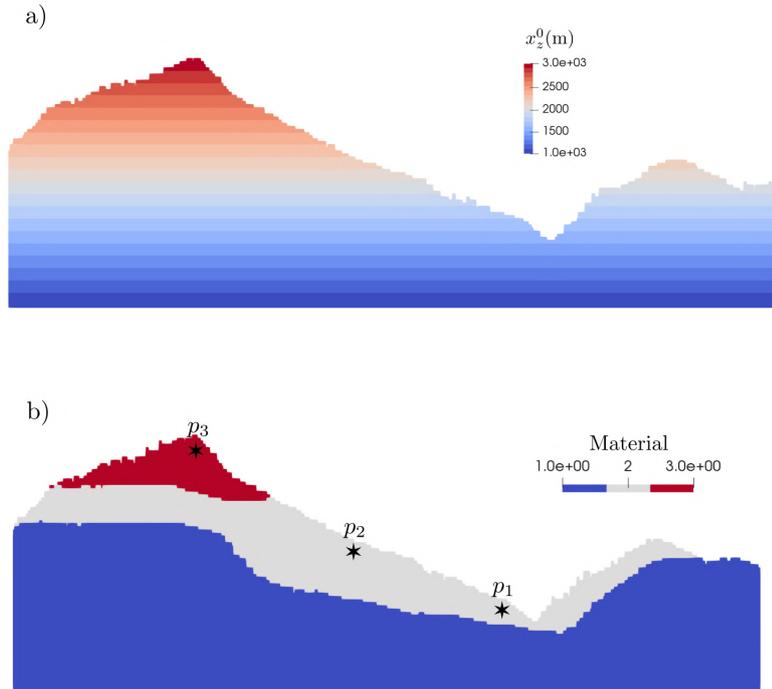


Figura 6.49: Seção característica do deslizamento de Daguangbao. Seção $\overline{A'B'}$ definida na Figura 6.47. a) Elevação x_z^0 (m). b) Distribuição espacial dos materiais e posição dos pontos de controle p_1 , p_2 e p_3 .

Nas tabelas 6.17 e 6.18 são apresentados os parâmetros da modelagem do deslizamento de Daguangbao. A discretização adotada é de 1 partícula por célula numa célula de 25 m de lado, dando um volume representativo de $25 \times 25 \times 25 \text{ m}^3$ por partícula. Os parâmetros resistentes de referência para a modelagem dos materiais foram os publicados no trabalho de de He e outros [121]. Nesse trabalho, os materiais são assumidos sem amolecimento e sem resistência a tração. Os estudos de caracterização geomecânica da área do evento [120] revelam a presença de fraturas de tração e elevada deformação da massa pós-ruptura. Para atender as evidências observadas, principalmente na formação de um talude quase-vertical, são considerados o amolecimento e a resistência a tração nas análises 2D e 3D.

A zona de ruptura reportada no mapa geológico e os dados de elevação do terreno foram exportados para o programa *Google Earth Pro*, onde foi possível identificar a zona de ruptura do evento. A zona identificada permite assumir a hipótese de que a rocha fora da zona de ruptura permanece intacta durante o evento. Os materiais do modelo MPM em 3D foram modificados para levar em conta esta hipótese (ver Figura 6.50).

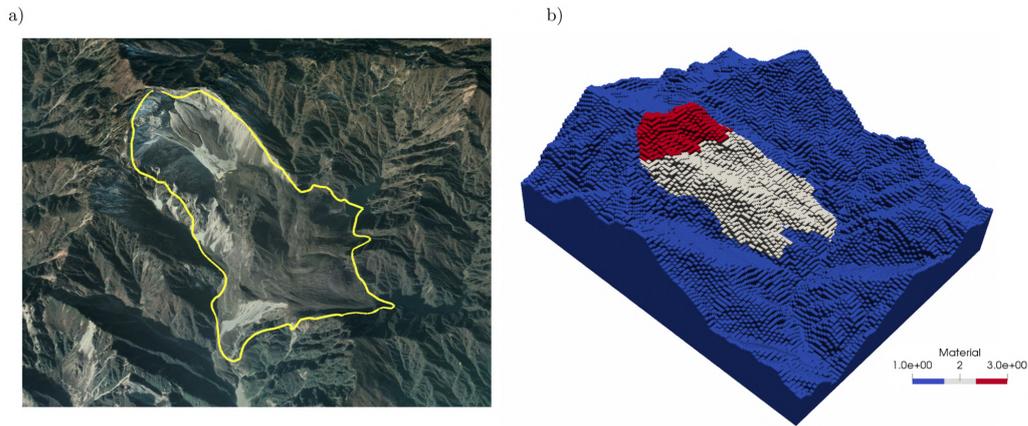


Figura 6.50: Identificação de zona de ruptura. a) Zona de ruptura observada. b) Zona de ruptura no modelo MPM.

6.6.3

Características do terremoto de Wenchuan, China

Em maio de 2008, o terremoto de Wenchuan (31.002°N. , 103.322°E.) de magnitude $M_w = 7.9$ aconteceu como resultado de uma falha inversa oblíqua superficial ao noroeste (N.W.) da margem da bacia de Sichuan, a uma profundidade de 19.0 km [123]. O terremoto foi o mais importante desde 1955 (29.981°N. , 101.613°E. - $M_w = 7.5$) causando significantes perdas econômicas e humanas: ao menos 69185 pessoas morreram, 45.5 milhões de pessoas foram afetadas em 10 estados, e as perdas econômicas foram estimadas em 86 bilhões de dólares.

A partir do processamento dos registros do terremoto da estação Qingping é possível determinar as principais características do movimento, resumidas na Tabela 6.15.

O registro do terremoto contém acelerações em três direções: NS, EW e vertical. Estas acelerações devem ser filtradas com o objetivo de eliminar velocidades e deslocamentos residuais, produto do processo de integração [70]. A correção dos deslocamentos e velocidades residuais é chamada de correção da linha de base. A correção da linha de base é realizada usando o programa computacional *SeismoSignal* com os parâmetros dados na Tabela 6.16.

O terremoto corrigido é mostrado na Figura 6.51. O terremoto usado nas análises incorpora um tempo adicional de 15.0 s no início e no final do registro. Observe-se que durante o processo de filtragem a magnitude das acelerações não muda, pois o objetivo principal é modificar os deslocamentos para que sejam nulos após o terremoto [70].

Tabela 6.15: Características do terremoto de Wenchuan.

Característica	NS	EW	Vertical
Aceleração máxima (g)	0.803	0.824	0.623
Tempo da aceleração máxima (s)	48.515	46.860	47.240
Velocidade máxima (cm/s)	73.010	127.345	37.154
Tempo da velocidade máxima (s)	38.055	38.105	46.585
Deslocamento máximo (cm)	836.281	389.138	107.229
Tempo do deslocamento máximo (s)	159.990	150.735	138.470
Período predominante (s)	0.040	0.040	0.080
Período médio (s)	0.277	0.323	0.241

Tabela 6.16: Parâmetros de correção do terremoto.

Tipo de polinômio	Linear	–
Tipo de Filtro	<i>Butterworth</i>	–
Configuração do Filtro	<i>Bandpass</i>	–
Ordem do Filtro	4.0	–
Frequência 1	0.1	Hz
Frequência 2	25.0	Hz

Para as análises em 2D o terremoto deve ser projetado conforme à direção da seção a analisar. Conforme orientação do modelo em relação ao terremoto (ver Figura 6.45), a correção é dada por

$$\ddot{u}'_x = \ddot{u}_{EW} \cos \alpha_{EW} + \ddot{u}_{NS} \cos \alpha_{NS} \quad (6-19)$$

onde \ddot{u}'_x é a aceleração na direção x' e α_{EW} é o ângulo formado entre a seção x' e o eixo EW. As velocidades devem ser projetadas de forma similar e os componentes verticais são mantidos sem modificações.

6.6.4

Resultados das análises do deslizamento de Daguangbao

Na seção seguinte apresentam-se os resultados das análises do deslizamento de Daguangbao. O evento foi analisado em 2D e em 3D. Em ambos os casos, os parâmetros de resistência dos materiais incorporam resistência a tração e amolecimento dos materiais para capturar as feições geomorfológicas observadas [120]. As principais características geomorfológicas do evento são: (1) formação de uma parede vertical na esquerda da seção característica de análise, de uma altura aproximada de 380 m; (2) o enchimento do vale Huangdongzi, formando uma barragem de aproximadamente 540 m de altura. Devido a que os dados de amolecimento e resistência a tração dos materiais não estão disponíveis, uma serie de análises paramétricas foram feitas em 2D e 3D para calibrar a resposta do modelo de acordo com os registros topográficos

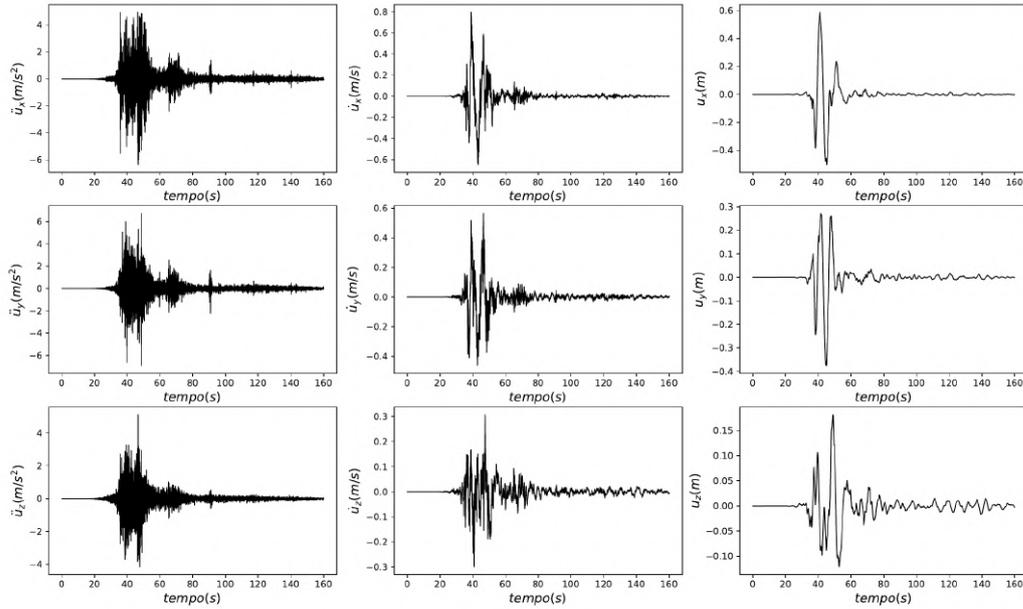


Figura 6.51: Terremoto considerado na análise. Deslocamentos u , velocidades \dot{u} e acelerações \ddot{u} no tempo, nas direções x , y e z .

pós-terremoto [122]. A seção \overline{AB} definida na Figura 6.44 é usada como seção de calibração.

6.6.4.1 Resultados da análise em 2D

Os resultados da análise em 2D são apresentados na sequência. Um estudo paramétrico sobre a resistência a tração e o amolecimento dos materiais, usando a seção \overline{AB} para calibração, permite determinar que para capturar as principais feições observadas no evento deve-se: (1) incorporar uma resistência a tração no material 3 com um valor de $\sigma_t = 1.0$ MPa; (2) incorporar amolecimento nos materiais 2 e 3. Os parâmetros da análise 2D são detalhados na Tabela 6.17.

A seção \overline{AB} apresenta três características geomorfológicas relevantes: (1) a superfície de falha apresenta um trecho quase-vertical formado principalmente pela presença de fraturas no material superior; (2) a superfície de ruptura é contínua e atinge quase o início do vale Huangdongzi (ver Figura 6.45 e 6.44); (3) a configuração da topografia pós-ruptura mostra que o vale é totalmente coberto pelo material que escorregou e a forma final dela é praticamente horizontal.

Tabela 6.17: Parâmetros da análise 2D do deslizamento de Daguangbao.

Malha Euleriana	$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	5.0e+1	m
Passo de tempo	Δt	2.5e-3	s
Partículas	n_p	26136	–
<i>Material 1</i>			
Módulo de Young	E	12500.0	MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.25	–
Massa específica	ρ	2600	kg/m ³
<i>Material 2</i>			
Módulo de Young	E	4000.0	MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.25	–
Massa específica	ρ	2250	kg/m ³
Coesão	c	4.0	MPa
Ângulo de atrito de pico	ϕ^p	27.0	°
Ângulo de atrito residual	ϕ^r	6.0	°
Deformação plástica de pico	ϵ_p^p	1.0e-3	–
Deformação plástica residual	ϵ_p^r	8.0e-3	–
<i>Material 3</i>			
Módulo de Young	E	5750.0	MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.25	–
Massa específica	ρ	2250	kg/m ³
Coesão	c	2.7	MPa
Ângulo de atrito de pico	ϕ^p	25.5	°
Ângulo de atrito residual	ϕ^r	10.0	°
Deformação plástica de pico	ϵ_p^p	1.0e-2	–
Deformação plástica residual	ϵ_p^r	8.0e-3	–
Resistência a tração	σ_t	1.0	MPa

Na Figura 6.52 mostra-se a superfície de falha e a configuração final da topografia pós-terremoto, obtidas com MPM em 2D e as observadas [122]. A superfície de ruptura obtida com MPM mostra um trecho inicial quase-vertical com uma leve inclinação para a frente, em relação à superfície observada, que se estende continuamente até atingir o vale. A configuração final da topografia obtida com o MPM é praticamente horizontal na zona do vale e o cobre totalmente.

A evolução da superfície de falha, em termos da deformação efetiva plástica $\epsilon^p = \sqrt{(2/3\epsilon_{ij}^p\epsilon_{ij}^p)}$, do modelo 2D se mostra na Figura 6.53. Inicialmente uma zona de plastificação é observada, coincidente com uma variação brusca na altura do material rochoso de suporte (ver Figura 6.54). Conforme o terremoto libera energia, as deformações plásticas são incrementadas e a ruptura generalizada é atingida por volta dos 63 s. Observe-se que esse tempo corresponde a 48 s no registro corrigido (ver Figura 6.51).

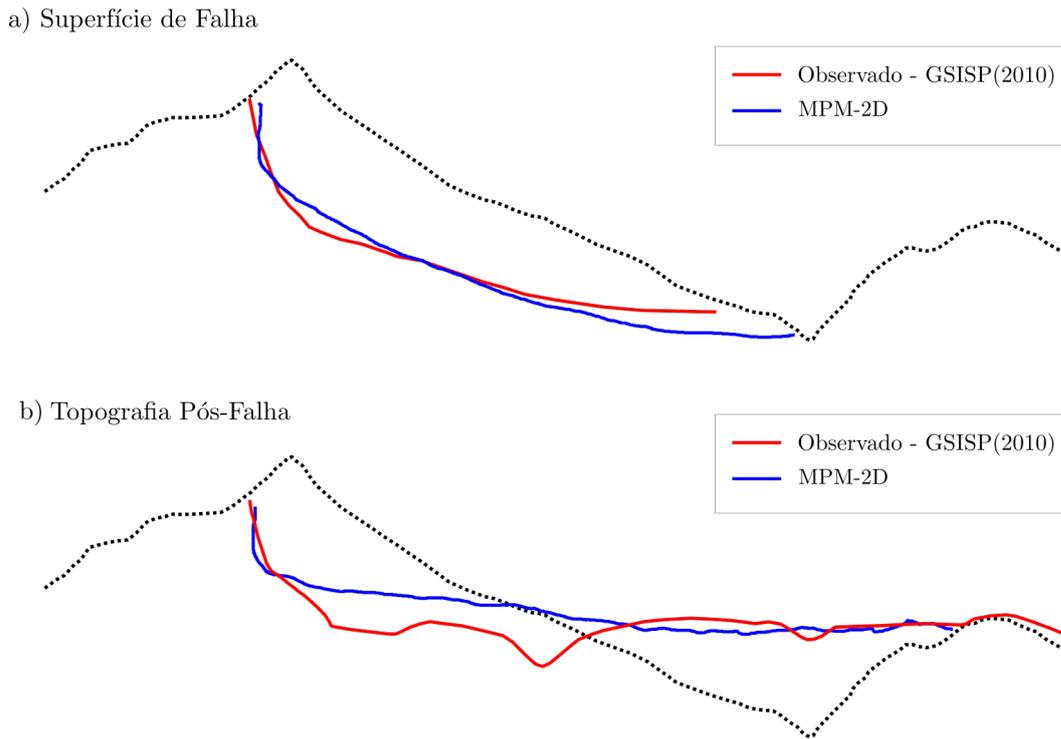


Figura 6.52: Comparação da superfície de falha e da configuração da topografia pós-terremoto. Resultados obtidos com MPM e valores reportados [122]. Modelo 2D.

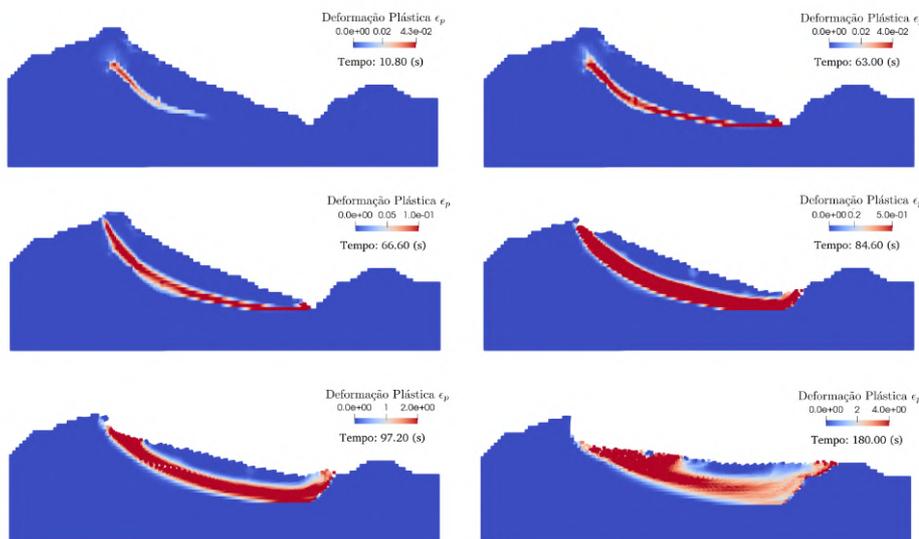


Figura 6.53: Evolução da superfície de falha em termos de deformação efetiva plástica $\epsilon^p = \sqrt{(2/3)\epsilon_{ij}^p\epsilon_{ij}^p}$. Modelo 2D.

Três pontos de controle permitem capturar as características do evento através da evolução dos deslocamentos durante a ruptura (ver Figura 6.54). Os deslocamentos dos pontos de controle evidenciam a magnitude do evento,

onde os deslocamentos estão na ordem de centenas de metros. O ponto p_3 , na crista do talude, apresenta um deslocamento vertical de -800m no início da ruptura generalizada. O registro vertical do ponto p_2 permite ver que aos 100 s, o ponto registra ascensão pela presença do vale Huangdongzi. O registro de deslocamentos horizontais revela que o ponto p_2 apresenta um deslocamento horizontal de 1600 m.

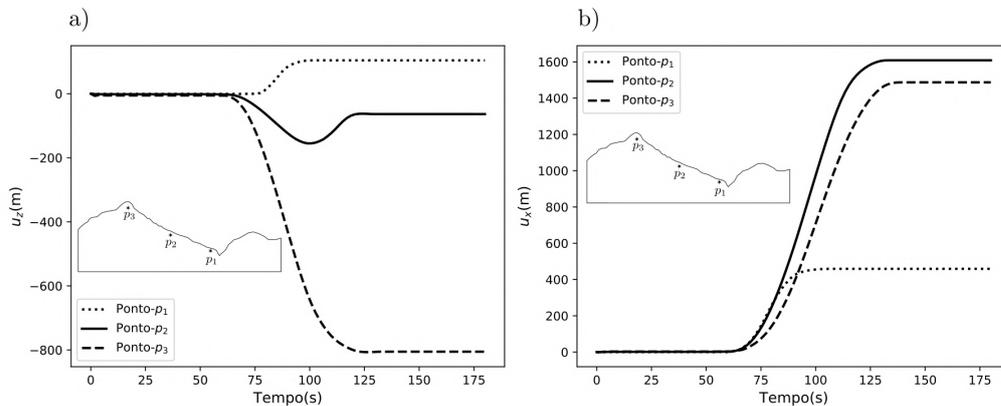


Figura 6.54: Evolução dos deslocamentos nos pontos de controle p_1 , p_2 e p_3 . a) Deslocamentos verticais u_z (m). b) Deslocamentos horizontais u_x (m). Modelo 2D.

6.6.4.2 Resultados da análise em 3D

Os resultados da análise em 3D são apresentados na sequência. Um estudo paramétrico da resistência a tração e do amolecimento dos materiais 2 e 3, usando a seção \overline{AB} para calibração, permitiu estabelecer que para capturar as principais feições observadas no evento deve-se: (1) incorporar uma resistência a tração na modelagem constitutiva do material 3, com um valor de $\sigma_t = 0.8\text{ MPa}$; (2) incorporar amolecimento na modelagem constitutiva do material 2. Os parâmetros usados na análise em 3D são detalhados na Tabela 6.18.

Na Figura 6.55 mostram-se a superfície de falha e a configuração final da topografia pós-terremoto, obtidas numericamente com MPM em 3D e as reportadas [122]. A superfície de ruptura obtida com MPM em 3D resulta, em geral, coincidente com a reportada. Observa-se um trecho inicial quase-vertical, com uma leve inclinação para a frente da superfície observada. A superfície de ruptura obtida numericamente se estende continuamente até atingir o vale. A configuração final da topografia obtida com o MPM em 3D apresenta boa coincidência com a observada, tanto em relação à posição e à altura da parede vertical, quanto ao material depositado sobre o vale.

Tabela 6.18: Parâmetros da análise 3D do deslizamento de Daguangbao.

Malha Euleriana	$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	2.5e+1	m
Passo de tempo	Δt	2.5e-3	s
Partículas	n_p	1.8e+6	-
<i>Material 1</i>			
Módulo de Young	E	12500.0	MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.25	-
Massa específica	ρ	2600	kg/m ³
<i>Material 2</i>			
Módulo de Young	E	4000.0	MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.25	-
Massa específica	ρ	2250	kg/m ³
Coesão	c	4.0	MPa
Ângulo de atrito de pico	ϕ^p	27.0	°
Ângulo de atrito residual	ϕ^r	4.0	°
Deformação plástica de pico	ϵ_p^p	1.0e-4	-
Deformação plástica residual	ϵ_p^r	2.0e-3	-
<i>Material 3</i>			
Módulo de Young	E	5750.0	MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.25	-
Massa específica	ρ	2250	kg/m ³
Coesão	c	2.7	MPa
Ângulo de atrito	ϕ^p	25.5	°
Resistência a tração	σ_t	0.8	MPa

A caracterização geológica pós-terremoto do local do evento, feita por Huang (2012) [120], permite estimar a área total envolvida no escorregamento e suas características geométricas, tais como largura e comprimento. Na Tabela 6.19 são comparadas as áreas obtidas numericamente com MPM e as reportadas.

Tabela 6.19: Área afetada pelo evento. Estado de equilíbrio pós-terremoto.

	Reportado [120]	MPM-3D
Área de influência (km ²)	7.3	7.28
Comprimento da área afetada (km)	4.6	4.1
Largura da área afetada (km)	3.2	3.6

O reporte geológico sobre o evento, publicado pelo Instituto de Estudos Geológicos do Estado de Sichuan [122], permite quantificar a altura da parede vertical e o material depositado sobre o vale Huangdongzi. Na Tabela 6.20 são comparados os valores numéricos obtidos com MPM e os reportados.

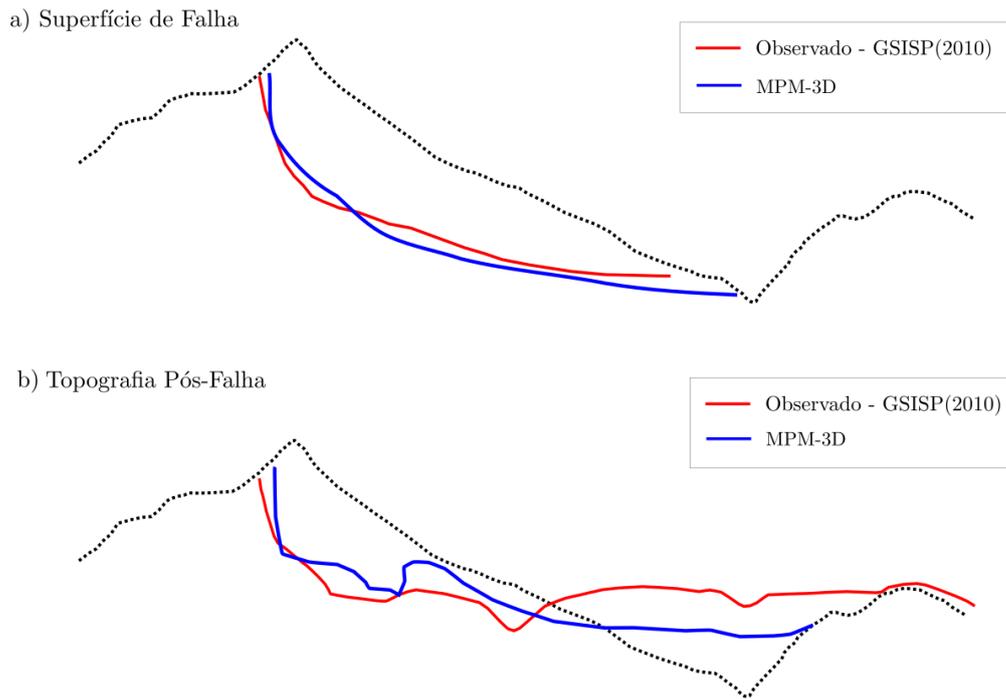


Figura 6.55: Comparação da superfície de falha e da configuração final da topografia pós-terremoto. Resultados numéricos obtidos com MPM em 3D e valores reportados [122].

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1521880/CA

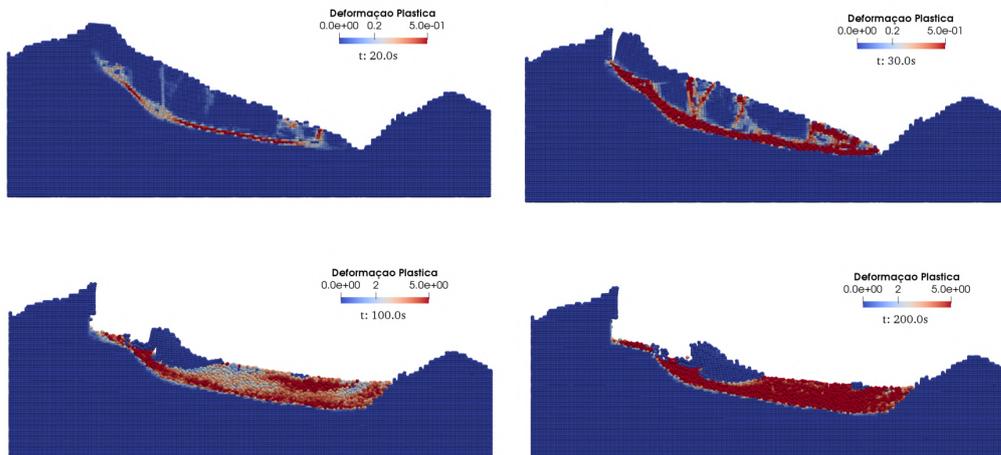


Figura 6.56: Evolução da superfície de falha em termos da deformação efetiva plástica $\epsilon^p = \sqrt{(2/3\epsilon_{ij}^p\epsilon_{ij}^p)}$. Modelo 3D.

Uma característica relevante da análise MPM em 3D de grandes deformações é a possibilidade de estimar a área afetada pelo evento. Para estimar

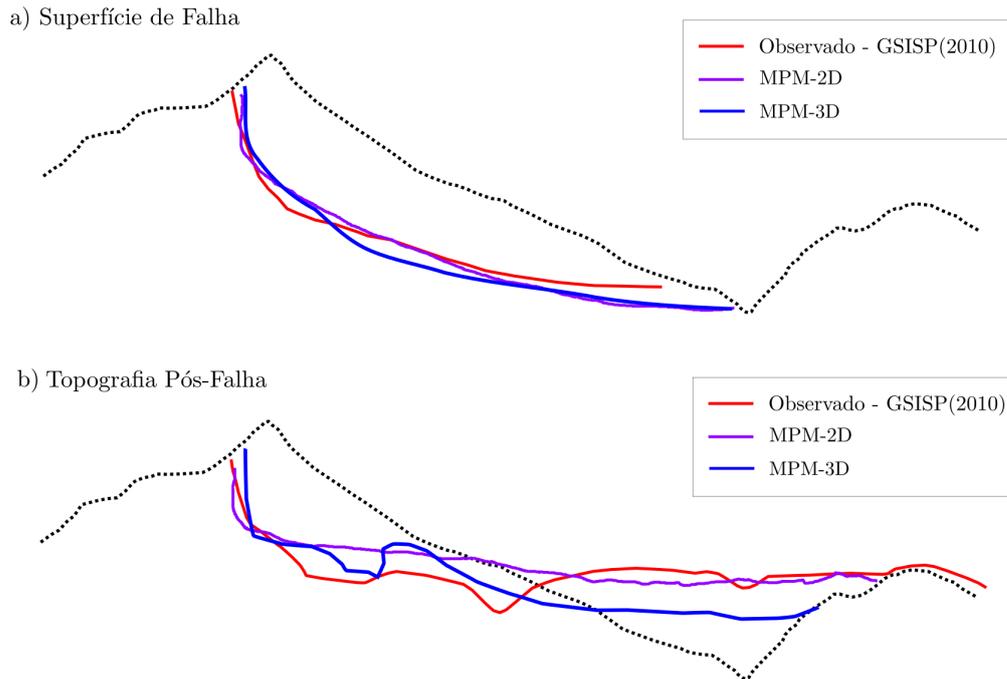


Figura 6.57: Comparação da superfície de falha e da configuração final da topografia pós-terremoto. Resultados numéricos obtidos com MPM e valores reportados [122].

Tabela 6.20: Altura da parede vertical e altura do material depositado sobre o vale Huangdongzi. Configuração pós-terremoto. Comparação de resultados numéricos com valores reportados.

Seção	Reportado [122]	MPM-2D	MPM-3D
	A-B	A-B	A-B
Altura parede (m)	639	638	601
Altura material sobre vale (m)	536	573	306

esta área, a magnitude dos deslocamentos na condição final de equilíbrio são plotados no plano YX do modelo. A área afetada é determinada pelo contorno de mínimos deslocamentos. A Figura 6.58.a mostra a magnitude dos deslocamentos do modelo numérico, na condição final de equilíbrio, e a Figura 6.58.b mostra a comparação com a área reportada.

A Tabela 6.19 mostra que a área estimada pelo MPM apresenta boa coincidência com a área reportada. O comprimento da área obtida com MPM resulta similar à reportada, mostrando que o alcance da massa que escorregou durante a ruptura foi estimado adequadamente. No entanto, a largura da área afetada é levemente superestimada pelo modelo MPM, mostrando que o espalhamento do material durante a ruptura foi estimado adequadamente.

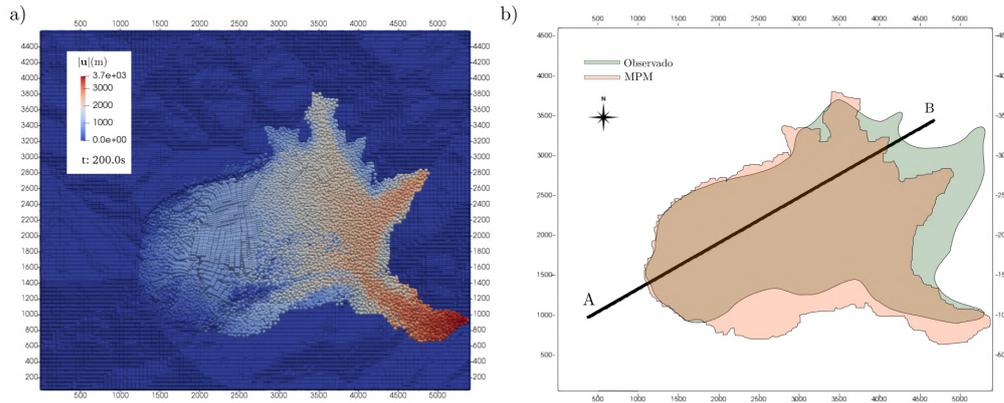


Figura 6.58: Área afetada pelo deslizamento de Daguangbao. a) Magnitude dos deslocamentos na condição de equilíbrio pós-terremoto. b) Comparação da área afetada obtida numericamente com a reportada.

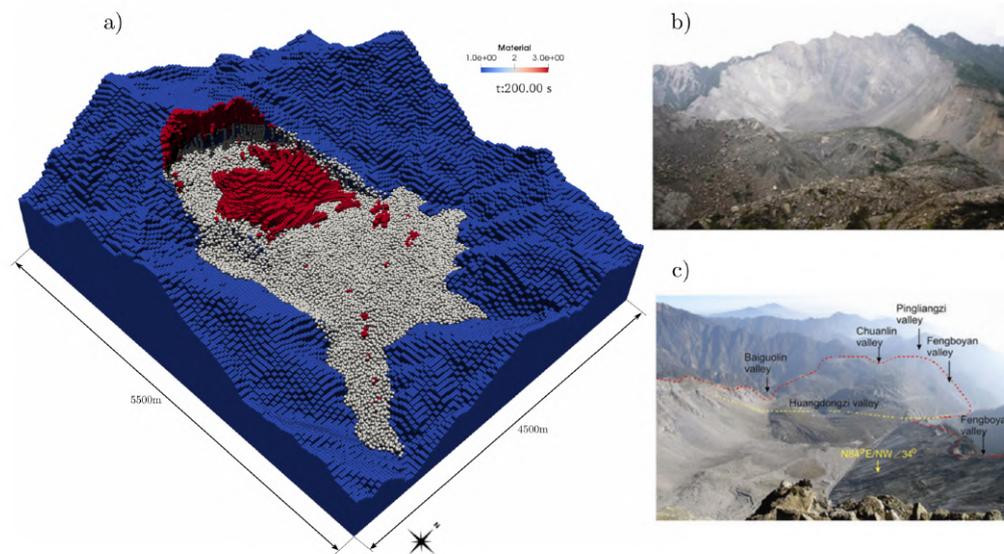


Figura 6.59: Comparação da topografia na configuração final pós-ruptura. a) Modelo numérico MPM em 3D. b) Parede vertical [120]. c) Zona de acumulação [120].

A Figura 6.59 mostra a topografia pós-terremoto obtida com o modelo MPM e duas imagens do local do evento. O modelo MPM capturou a formação de uma parede vertical, formando uma estrutura curva do tipo anfiteatro, e o enchimento do vale na zona de acumulação. Ambas características podem ser observadas nas imagens do local. A Figura 6.59.b mostra a parede vertical e a Figura 6.59.c mostra a zona de acumulação sobre o vale.

6.6.4.3

Comentários finais e discussão dos resultados

O modelo MPM em 3D foi criado a partir de dados digitais de elevação, correspondentes a um estado topográfico prévio ao evento. A distribuição dos materiais no domínio foi estimada mediante a interpretação do mapa geológico e seis secções transversais, interpolando os horizontes de cada material entre as secções. A identificação de rocha intacta no local do evento permitiu delimitar a zona do modelo MPM envolvido na ruptura.

Os resultados das análises MPM em 3D de grandes deformações capturaram as principais características do evento com bastante aproximação: a superfície de ruptura, a configuração final da topografia, a quantidade de material sobre o vale e a formação de uma parede quase-vertical estável na condição de equilíbrio.

- A superfície de ruptura, em geral, apresenta boa coincidência tanto no trecho inicial quanto na sua extensão até o vale. Observa-se uma leve diferença no trecho central mais pronunciada no modelo 3D do que no modelo 2D. Esta diferença pode estar relacionada a eventuais discrepâncias na definição geológica dos materiais, em particular, à definição da rocha subjacente.
- Os dados reportados da topografia na configuração final podem ter sido influenciados pelas condições próprias do local. Em particular, observa-se uma leve depressão na zona do vale e uma marcada depressão na posição $X \approx 2800$ m da seção reportada.
- Ambos modelos, 2D e 3D, capturaram a formação de uma parede vertical de ≈ 600 m. Isto deve-se principalmente à consideração da resistência a tração na modelagem constitutiva do material envolvido na ruptura.

7

Considerações finais

7.1

Conclusões

Os movimentos de grandes massas de material geológico, em particular os relacionados com instabilidades de taludes, requerem ferramentas computacionais específicas para sua modelagem: desde o início do evento, onde são evidenciados os principais mecanismos de ruptura, até o processo de escorregamento e sua posterior evolução no tempo. A modelagem constitutiva usada para representar o comportamento da massa que rompe, deve incluir modelos de diversos comportamentos incluindo mudança de reologia e eventualmente dano. Neste sentido, os métodos numéricos devem considerar as grandes deformações em suas formulações.

A ferramenta computacional desenvolvida na presente tese foi a implementação do MPM para simular problemas de grandes deformações em 3D. O programa MPM-PUCRio está desenvolvido na linguagem de programação *C++*. Para reduzir o tempo computacional, as operações são paralelizadas usando *OpenMP*. A compilação do código é multiplataforma, possibilitando a sua execução em diversos sistemas operacionais. Um sistema de arquivos baseado em palavras-chaves é usado para carregar os modelos, e as análises prévias podem ser carregadas a partir de arquivos de estado.

Diversos modelos constitutivos foram implementados: elástico linear, Drucker-Prager, Mohr-Coulomb, cam-clay, fluidos Bingham e Newtoniano e um modelo de transição elasto-plástico viscoso, onde a transição é considerada mediante o critério do trabalho de segunda ordem.

Os modelos de escala geológica com feições heterogêneas de variação espacial, que eventualmente envolvem grande número de partículas, requerem procedimentos numéricos adequados para sua discretização. Na presente tese, uma metodologia de discretização foi desenvolvida e implementada computacionalmente num gerador de partículas para problemas com essas características. O gerador foi usado para a criação do modelo numérico do deslizamento de Daguangbao.

Os algoritmos implementados foram verificados com modelos de solução

analítica e numérica. Após verificação do código, foram analisados cinco casos de interesse: a ruptura de um túnel em 3D; a simulação de processos geológicos de grandes deformações; o estudo da estabilidade do talude natural em Oregon; o impacto de um bloco de rocha sobre meio saturado; e o deslizamento de Daguangbao.

Os deslocamentos e a força na parede do modelo do túnel 3D estimados com o MPM apresentam boa coincidência com os dados do ensaio, e com os resultados numéricos publicados na literatura. Estes últimos, somente consideram a etapa inicial da ruptura e com pequenas deformações. A modelagem MPM com grandes deformações permitiu avaliar a evolução dos deslocamentos pós-ruptura, em particular, a forma da parede e a formação da cratera no topo do modelo durante o escorregamento. O estudo paramétrico dos valores residuais do ângulo de atrito revela que os deslocamentos máximos da massa envolvida na ruptura aumenta com a diminuição do ângulo residual.

A análise do talude natural em Oregon tem duas partes: o cálculo do fator de segurança e a evolução da massa pós-ruptura. O cálculo do fator de segurança com o MPM resulta menos eficiente que as técnicas baseadas na programação cônica de segunda ordem usadas em NLA. As técnicas de programação cônica de segunda ordem são altamente eficientes para modelos 3D de grande número de elementos. Porém, elas não permitem fluxo plástico não associado, amolecimento e o uso de modelos não cônicos requerem técnicas específicas menos eficientes. O fator de segurança obtido com o FEM requer da análise do modelo até que o algoritmo não converge: isto tem um custo computacional elevado. Neste sentido o MPM se revela como um método competente para este tipo de análises, onde diversos modelos podem ser implementados e não existem problemas de convergência associados ao fenômeno da ruptura ou às grandes deformações.

A influência da geração dinâmica de pressão do fluido nos poros do solo foi estudada mediante o modelo do impacto de um bloco de rocha sobre um meio poroso saturado. O modelo numérico considera grandes deformações, acoplamento fluido mecânico e modelagem constitutiva com transição de reologia. Os resultados mostraram que um aumento repentino da pressão devida ao impacto gera a instabilidade do talude e sua ruptura progressiva. O modelo de transição permitiu estimar o deslocamento total da massa pós-ruptura na direção do escorregamento e na direção perpendicular a ele.

A escala do evento do deslizamento de Daguangbao demandou um modelo de grande número de partículas ($\approx 2.0e+6$). A distribuição das partículas na malha Euleriana requereu do desenvolvimento de uma metodologia específica para levar em conta a variabilidade espacial das heterogeneidades no

domínio. A ação do terremoto foi considerada em três direções e condições de contorno não refletoras foram usadas para dissipar a energia radiante. Os parâmetros de resistência do material envolvido na ruptura foram obtidos de trabalhos prévios, onde não foram considerados o amolecimento e a resistência à tração do material. Uma análise paramétrica dos parâmetros de amolecimento permitiu capturar com bastante aproximação a configuração final reportada. Nas análises 2D e 3D, a consideração da resistência a tração foi fundamental para capturar a formação de uma parede quase-vertical no talude na configuração final. A configuração final na zona do vale é reproduzida adequadamente por ambas análises, observando-se alguma diferença na zona esquerda do talude em 2D e uma leve diferença na altura do material sobre o vale no modelo 3D. O mecanismo de ruptura foi observado principalmente na interfase com o material rochoso da base, característica foi reproduzida pelas análises MPM. Na análise 3D se observam zonas no regime elástico dentro da massa que escorrega. Em quanto a área envolvida no evento, a análise em 3D capturou adequadamente o escorregamento do material, tanto em termos da área total afetada quanto em seu alcance e espalhamento durante o evento.

7.2

Sugestões para futuros trabalhos

Conforme as conclusões, diversos processos de problemas geomecânicos de grandes deformações e de acoplamento fluido mecânico foram capturados mediante as análises numéricas com o código MPM-PUCRio. Os resultados das análises permitem vislumbrar novas características a incorporar às formulações apresentadas. Devido ao estudo feito, as sugestões para futuros trabalhos são as seguintes:

- *Algoritmo de Contato*: Sugere-se implementar um algoritmo de contato para considerar as forças devidas à interação das massas de solo durante o escorregamento. Os algoritmos de contato são custosos computacionalmente quando são abordados mediante a modificação do campo de velocidades de cada corpo do modelo. Sendo assim, se propõe implementar um algoritmo de contato usando partículas especiais de contato, e pesquisar sua aplicação em diversos problemas geotécnicos, visando não aumentar consideravelmente o tempo de computacional.
- *Faturamento e Dano*: Sugere-se pesquisar o uso do fraturamento numérico inerente ao MPM para capturar o fraturamento em materiais geológicos, assim como avaliar a incorporação do dano a partir da modelagem constitutiva e da remoção de partículas do domínio.

- *Múltiplas camadas de pontos materiais*: os problemas de acoplamento fluido mecânico abordados com a teoria da mistura, mediante um ponto material na discretização do meio saturado, limitam a aplicabilidade do algoritmo. Sugere-se implementar múltiplas camadas de pontos materiais representando cada fase com uma partícula. Sugere-se pesquisar o uso de múltiplas camadas de pontos materiais em problemas de estabilidade de talude após chuvas intensas, estudo de enchimento de barragens e produção de areia em poços de petróleo.
- *Paralelização de memória distribuída*: Sugere-se pesquisar o uso da paralelização de memória distribuída junto com a memória compartilhada implementada no presente trabalho. A combinação destas técnicas de paralelização poderia aumentar drasticamente a eficiência computacional ao distribuir o domínio em *clusters* de computação e paralelizando cada porção do domínio.

Referências bibliográficas

- [1] DE BLASIO, F. V.. **Introduction to the physics of landslides: lecture notes on the dynamics of mass wasting**. Springer Science & Business Media, 2011.
- [2] SOGA, K.; ALONSO, E.; YERRO, A.; KUMAR, K. ; BANDARA, S.. **Trends in large-deformation analysis of landslide mass movements with particular emphasis on the material point method**. *Géotechnique*, 66(3):248–273, 2015.
- [3] HIGHLAND, L.; BOBROWSKY, P. T. ; OTHERS. **The landslide handbook: a guide to understanding landslides**. US Geological Survey Reston, 2008.
- [4] HUNGR, O.; EVANS, S. ; HUTCHINSON, I.. **A review of the classification of landslides of the flow type**. *Environmental & Engineering Geoscience*, 7(3):221–238, 2001.
- [5] NOVOTNÝ, J.. **Varnes' landslide classification (1978)**. Faculty of Science, Charles University of Prague http://www.geology.cz/projekt681900/vyukovematerialy/2_Varnes_slides_classification.pdf, 2013.
- [6] HIGHLAND, L.. **Landslide types and processes**. Technical report, 2004.
- [7] XU, X.; JIN, F.; SUN, Q.; SOGA, K. ; ZHOU, G. G.. **Three-dimensional material point method modeling of runout behavior of the hongshiyuan landslide**. *Canadian Geotechnical Journal*, 56(9):1318–1337, 2019.
- [8] TAKAHASHI, T.; DAS, D. K.. **Debris flow: mechanics, prediction and counter-measures**. CRC press, 2014.
- [9] LACERDA, W. A.. **Landslide initiation in saprolite and colluvium in southern brazil: field and laboratory observations**. *Geomorphology*, 87(3):104–119, 2007.
- [10] CHEN, H.; HAWKINS, A.. **Relationship between earthquake disturbance, tropical rainstorms and debris movement: an overview from taiwan**. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 68(2):161–186, 2009.
- [11] GUTHRIE, R. H.; EVANS, S. G.; CATANE, S. G.; ZARCO, M. A. ; SATURAY, R. M.. **The 17 february 2006 rock slide-debris avalanche at guinsaugon philippines: a synthesis**. *Bulletin of engineering geology and the environment*, 68(2):201–213, 2009.
- [12] GARIANO, S. L.; GUZZETTI, F.. **Landslides in a changing climate**. *Earth-Science Reviews*, 162:227–252, 2016.
- [13] JIBSON, R. W.. **Landslide hazards at La Conchita, California**. Citeseer, 2005.
- [14] SHANA REIS/REUTERS/VEJA/VEJA. <https://veja.abril.com.br/tecnologia/parentes-usam-redes-sociais-para-ter-noticias-da-familia/>, 2011.
- [15] TAYLOR, D.. **Fundamentals of soil mechanics**. Chapman And Hall, Limited.; New York, 1948.

- [16] JANBU, N.. **Application of composite slip surface for stability analysis**. In: PROCEEDINGS OF EUROPEAN CONFERENCE ON STABILITY OF EARTH SLOPES, SWEDEN, 1954, volumen 3, p. 43–49, 1954.
- [17] DUNCAN, J. M.. **State of the art: limit equilibrium and finite-element analysis of slopes**. *Journal of Geotechnical engineering*, 122(7):577–596, 1996.
- [18] FURUYA, T.. **Review and comparison of limit equilibrium methods of slices for slope stability analysis: Revised equation of moment equilibrium and buoyancy under steady seepage flow condition**. *Bulletin of the National Research Institute of Agricultural Engineering (Japan)*, 2004.
- [19] CUNDALL, P. A.; STRACK, O. D.. **A discrete numerical model for granular assemblies**. *geotechnique*, 29(1):47–65, 1979.
- [20] ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L.; ZIENKIEWICZ, O. C. ; TAYLOR, R. L.. **The finite element method**, volumen 36. McGraw-hill London, 1977.
- [21] CASCINI, L.; CUOMO, S.; PASTOR, M. ; SACCO, C.. **Modelling the post-failure stage of rainfall-induced landslides of the flow type**. *Canadian Geotechnical Journal*, 50(9):924–934, 2013.
- [22] EICHENBERGER, J.; NUTH, M. ; LALOU, L.. **Modeling landslides in partially saturated slopes subjected to rainfall infiltration**. *Mechanics of unsaturated geomaterials*, p. 233–250, 2013.
- [23] GUGLIELMI, Y.; CAPP, F.. **Regional-scale relief evolution and large landslides: insights from geomechanical analyses in the tinée valley (southern french alps)**. *Geomorphology*, 117(1-2):121–129, 2010.
- [24] JIANG, J.; EHRET, D.; XIANG, W.; ROHN, J.; HUANG, L.; YAN, S. ; BI, R.. **Numerical simulation of qiaotou landslide deformation caused by drawdown of the three gorges reservoir, china**. *Environmental Earth Sciences*, 62(2):411–419, 2011.
- [25] DONEA, J.; GIULIANI, S. ; HALLEUX, J.-P.. **An arbitrary lagrangian-eulerian finite element method for transient dynamic fluid-structure interactions**. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 33(1-3):689–723, 1982.
- [26] BROWN, K. H.; BURNS, S. P. ; CHRISTON, M. A.. **Coupled eulerian-lagrangian methods for earth penetrating weapon applications**. US Department of Commerce, 2002.
- [27] QIU, G.; HENKE, S. ; GRABE, J.. **Application of a coupled eulerian–lagrangian approach on geomechanical problems involving large deformations**. *Computers and Geotechnics*, 38(1):30–39, 2011.
- [28] ZHANG, X.; CHEN, Z. ; LIU, Y.. **The material point method: a continuum-based particle method for extreme loading cases**. Academic Press, 2016.
- [29] ZABALA, F.; ALONSO, E.. **Progressive failure of aznalcóllar dam using the material point method**. *Géotechnique*, 61(9):795–808, 2011.
- [30] JASSIM, I.; STOLLE, D. ; VERMEER, P.. **Two-phase dynamic analysis by material point method**. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 37(15):2502–2522, 2013.

- [31] MONAGHAN, J. J.. **Smoothed particle hydrodynamics**. Reports on progress in physics, 68(8):1703, 2005.
- [32] BUI, H. H.; FUKAGAWA, R.; SAKO, K. ; OHNO, S.. **Lagrangian meshfree particles method (sph) for large deformation and failure flows of geomaterial using elastic–plastic soil constitutive model**. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 32(12):1537–1570, 2008.
- [33] OÑATE, E.; IDELSOHN, S. R.; DEL PIN, F. ; AUBRY, R.. **The particle finite element method—an overview**. International Journal of Computational Methods, 1(02):267–307, 2004.
- [34] MORESI, L.; DUFOUR, F. ; MÜHLHAUS, H.-B.. **A lagrangian integration point finite element method for large deformation modeling of viscoelastic geo-materials**. Journal of Computational Physics, 184(2):476–497, 2003.
- [35] PRIME, N.; DUFOUR, F. ; DARVE, F.. **Solid–fluid transition modelling in geo-materials and application to a mudflow interacting with an obstacle**. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 38(13):1341–1361, 2014.
- [36] BELYTSCHKO, T.; LU, Y. Y. ; GU, L.. **Element-free galerkin methods**. International journal for numerical methods in engineering, 37(2):229–256, 1994.
- [37] BARDENHAGEN, S.; KOBER, E.. **The generalized interpolation material point method**. Computer Modeling in Engineering and Sciences, 5(6):477–496, 2004.
- [38] COMDYM-MPM3D. <http://comdyn.hy.tsinghua.edu.cn/english/mpm3d>, 2018. Computational Dynamics Laboratory led by Professor Xiong Zhang at Tsinghua University in China.
- [39] ANURA3D, A. M. R. C.. **Anura3D MPM Software**. Anura3D MPM Research Community.
- [40] NAIRN, J. A.. **Material point method calculations with explicit cracks**. Computer Modeling in Engineering and Sciences, 4(6):649–664, 2003.
- [41] KUMAR, K.; CAMBRIDGE-BERKELEY ; GEOMECHANICS RESEARCH GROUP. **Cb-geo/mpm-point-generator: V1.0-alpha**, 2018.
- [42] OF UTAH, U. U.. **A doe advanced simulation and computing (asc) center**. <http://uintah.utah.edu/15-projects/projects-old/16-csafe.html>, 2011.
- [43] MPMSIM. **Mpmsim, material point method simulation**. <https://www.mpmsim.com/>, 2019.
- [44] GUILKEY, J. E.; WEISS, J. A.. **Implicit time integration for the material point method: Quantitative and algorithmic comparisons with the finite element method**. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 57(9):1323–1338, 2003.
- [45] LAI, W.; RUBIN, D.; KREMPL, E. ; RUBIN, D.. **Introduction to Continuum Mechanics**. Elsevier Science, 2009.
- [46] REDDY, J.. **An Introduction to Continuum Mechanics**. An Introduction to Continuum Mechanics. Cambridge University Press, 2013.

- [47] SULSKY, D.; CHEN, Z. ; SCHREYER, H. L.. **A particle method for history-dependent materials**. Computer methods in applied mechanics and engineering, 118(1-2):179–196, 1994.
- [48] BATHE, K.-J.. **Finite element procedures**. Prentice Hall, 1995.
- [49] SULSKY, D.; ZHOU, S.-J. ; SCHREYER, H. L.. **Application of a particle-in-cell method to solid mechanics**. Computer physics communications, 87(1-2):236–252, 1995.
- [50] BARDENHAGEN, S.; BRACKBILL, J. ; SULSKY, D.. **The material-point method for granular materials**. Computer methods in applied mechanics and engineering, 187(3-4):529–541, 2000.
- [51] SULSKY, D.; KAUL, A.. **Implicit dynamics in the material-point method**. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 193(12-14):1137–1170, 2004.
- [52] CUMMINS, S.; BRACKBILL, J.. **An implicit particle-in-cell method for granular materials**. Journal of Computational Physics, 180(2):506–548, 2002.
- [53] WANG, B.; VARDON, P. J.; HICKS, M. A. ; CHEN, Z.. **Development of an implicit material point method for geotechnical applications**. Computers and Geotechnics, 71:159–167, 2016.
- [54] SMITH, G.. **Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods**. Open university set book. Clarendon Press, 1978.
- [55] ZIENKIEWICZ, O.; TAYLOR, R.; TAYLOR, R. ; TAYLOR, R.. **The Finite Element Method: The basis**. Fluid Dynamics. Butterworth-Heinemann, 2000.
- [56] BELYTSCHKO, T.; LIU, W.; MORAN, B. ; ELKHODARY, K.. **Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures**. Wiley, 2014.
- [57] KRAMER, S.. **Geotechnical Earthquake Engineering**. Prentice Hall International Series in Civil Engineering And. Prentice Hall, 1996.
- [58] ZIENKIEWICZ, O.. **Computational geomechanics with special reference to earthquake engineering**. John Wiley, 1999.
- [59] ABE, K.; NAKAMURA, S.; NAKAMURA, H. ; SHIOMI, K.. **Numerical study on dynamic behavior of slope models including weak layers from deformation to failure using material point method**. Soils and Foundations, 57(2):155–175, Apr. 2017.
- [60] VERRUIJT, A.. **An Introduction to Soil Dynamics**. Theory and Applications of Transport in Porous Media. Springer Netherlands, 2009.
- [61] LYSMER, J.; KUHLEMEYER, R. L.. **Finite dynamic model for infinite media**. Journal of the Engineering Mechanics Division, 95(4):859–878, 1969.
- [62] SHEN, L.; CHEN, Z.. **A silent boundary scheme with the material point method for dynamic analyses**. Computer Modeling in Engineering & Sciences, 7(3):305–320, 2005.
- [63] BARDENHAGEN, S.. **Energy conservation error in the material point method for solid mechanics**. Journal of Computational Physics, 180(1):383–403, 2002.

- [64] HENDERSON, A.; AHRENS, J.; LAW, C. ; OTHERS. **The ParaView Guide**, volumen 366. Kitware Clifton Park, NY, 2004.
- [65] GEUZAIN, C.; REMACLE, J.-F.. **Gmsh: A 3-d finite element mesh generator with built-in pre-and post-processing facilities**. International journal for numerical methods in engineering, 79(11):1309–1331, 2009.
- [66] SIMO, J.; HUGHES, T.. **Computational Inelasticity**. Interdisciplinary Applied Mathematics. Springer New York, 2000.
- [67] SZABÓ, L.; BALLA, M.. **Comparison of some stress rates**. International journal of solids and structures, 25(3):279–297, 1989.
- [68] ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. ; ZHU, J. Z.. **The finite element method: its basis and fundamentals**. Elsevier, 2005.
- [69] ZIENKIEWICZ, O.; TAYLOR, R. ; TAYLOR, R.. **The Finite Element Method: Solid mechanics**. Fluid Dynamics. Butterworth-Heinemann, 2000.
- [70] ITASCA, F.. **Fast lagrangian analysis of continua**. Itasca Consulting Group Inc., Minneapolis, Minn, 2000.
- [71] PASTOR, M.; QUECEDO, M.; FERNÁNDEZ MERODO, J.; HERREROS, M.; GONZALEZ, E. ; MIRA, P.. **Modelling tailings dams and mine waste dumps failures**. Geotechnique, 52(8):579–591, 2002.
- [72] NICOT, F.; DAOUADJI, A.; LAOUAFA, F. ; DARVE, F.. **Second-order work, kinetic energy and diffuse failure in granular materials**. Granular Matter, 13(1):19–28, 2011.
- [73] TERZAGHI, K.. **Erdbaumechanik**. Franz Deuticke, Vienna, 1, 1925.
- [74] BIOT, M. A.. **General theory of three-dimensional consolidation**. Journal of applied physics, 12(2):155–164, 1941.
- [75] BIOT, M. A.. **Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. ii. higher frequency range**. The Journal of the acoustical Society of america, 28(2):179–191, 1956.
- [76] ZIENKIEWICZ, O.; SHIOMI, T.. **Dynamic behaviour of saturated porous media; the generalized biot formulation and its numerical solution**. International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 8(1):71–96, 1984.
- [77] BANDARA, S.; SOGA, K.. **Coupling of soil deformation and pore fluid flow using material point method**. Computers and Geotechnics, 63:199–214, 2015.
- [78] VAN ESCH, J.; STOLLE, D. ; JASSIM, I.. **Finite element method for coupled dynamic flow-deformation simulation**. In: 2ND INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON COMPUTATIONAL GEOMECHANICS (COMGEO II), número 1, 2011.
- [79] KAJAJI, I. K. A.. **Formulation of a dynamic material point method (MPM) for geomechanical problems**. 2013.
- [80] ZHANG, H.; WANG, K. ; CHEN, Z.. **Material point method for dynamic analysis of saturated porous media under external contact/impact of solid bodies**. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 198(17-20):1456–1472, 2009.

- [81] GHASEMI, P.; MARTINELLI, M.; CUOMO, S. ; CALVELLO, M.. **Mpm modelling of static liquefaction in reduced-scale slope**. In: NUMERICAL METHODS IN GEOTECHNICAL ENGINEERING IX, VOLUME 2, p. 1041–1046. CRC Press, 2018.
- [82] YERRO, A.; ALONSO, E. ; PINYOL, N.. **Modelling the initiation and run-out of rainfall-induced slope instability**. In: LANDSLIDES AND ENGINEERED SLOPES. EXPERIENCE, THEORY AND PRACTICE, p. 2087–2095. CRC Press, 2016.
- [83] ZHANG, H.; WANG, K. ; ZHANG, Z.. **Material point method for numerical simulation of failure phenomena in multiphase porous media**. In: COMPUTATIONAL MECHANICS, p. 36–47. Springer, 2007.
- [84] ABE, K.; SOGA, K. ; BANDARA, S.. **Material point method for coupled hydro-mechanical problems**. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 140(3):04013033, 2013.
- [85] ZHANG, H.; WANG, K. ; CHEN, Z.. **Material point method for dynamic analysis of saturated porous media under external contact/impact of solid bodies**. Computer methods in applied mechanics and engineering, 198(17-20):1456–1472, 2009.
- [86] SULSKY, D.; SCHREYER, H. L.. **Axisymmetric form of the material point method with applications to upsetting and taylor impact problems**. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 139(1-4):409–429, 1996.
- [87] BARDENHAGEN, S.; GUILKEY, J. E.; ROESSIG, K.; BRACKBILL, J.; WITZEL, W. ; FOSTER, J.. **An improved contact algorithm for the material point method and application to stress propagation in granular material**. CMES: Computer Modeling in Engineering & Sciences, 2(4):509–522, 2001.
- [88] NØST, H. A.. **Undrained soft soil modelling with the material point method**. Master's thesis, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, Fakultet for ingeniørvitenskap og teknologi, Institutt for bygg, anlegg og transport, 2011.
- [89] BEUTH, L.. **Formulation and application of a quasi-static material point method**. PhD thesis, Verlag nicht ermittelbar, 2012.
- [90] NAIRNMPM. <http://osupdocs.forestry.oregonstate.edu/index.php/NairnMPM>, 2016. Computational mechanics software from Oregon State University in the research group of Prof. John A. Nairn.
- [91] MAGUIRE, D. J.. **Arcgis: general purpose gis software system**. Encyclopedia of GIS, p. 25–31, 2008.
- [92] QGIS-DEVELOPMENT-TEAM; OTHERS. **Qgis geographic information system**. Open Source Geospatial Foundation Project, 2016.
- [93] FERNÁNDEZ, F.. **mpm-generator:v1.0-alpha**, 2019.
- [94] BRINKGREVE, R.; ENGIN, E.; SWOLFS, W.; WATERMAN, D.; CHESARU, A.; BONNIER, P. ; GALAVI, V.. **Plaxis 2d 2006 v.8**. Plaxis bv, 2006.
- [95] KRABBENHØFT, K.; LYAMIN, A. ; SLOAN, S.. **Formulation and solution of some plasticity problems as conic programs**. International Journal of Solids and Structures, 44(5):1533–1549, 2007.

- [96] MAKRODIMOPOULOS, A.; MARTIN, C.. **Lower bound limit analysis of cohesive-frictional materials using second-order cone programming.** International Journal for Numerical Methods in Engineering, 66(4):604–634, 2006.
- [97] ANDERHEGGEN, E.; KNÖPFEL, H.. **Finite element limit analysis using linear programming.** International Journal of Solids and Structures, 8(12):1413–1431, 1972.
- [98] BOTTERO, A.; NEGRE, R.; PASTOR, J. ; TURGEMAN, S.. **Finite element method and limit analysis theory for soil mechanics problems.** Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 22(1):131–149, 1980.
- [99] LYSMER, J.. **Limit analysis of plane problems in soil mechanics.** Journal of Soil Mechanics & Foundations Div, 1970.
- [100] GRIFFITHS, D.; MARQUEZ, R.. **Three-dimensional slope stability analysis by elasto-plastic finite elements.** Geotechnique, 57(6):537–546, 2007.
- [101] FERNÁNDEZ, F.; VARGAS JR, E. ; VELLOSO, R. Q.. **A study of collapse in slopes using mpm and nla (numerical limit analysis).** In: 2ND INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE MATERIAL POINT METHOD FOR MODELLING SOIL-WATER-STRUCTURE INTERACTION ,UK,2019, 2019.
- [102] CARRIÓN, M.; VARGAS, E. A.; VELLOSO, R. Q. ; FARFAN, A. D.. **Slope stability analysis in 3d using numerical limit analysis (nla) and elasto-plastic analysis (epa).** Geomechanics and Geoengineering, 12(4):250–265, 2017.
- [103] LIU, C.; SUN, Q.; JIN, F. ; ZHOU, G. G.. **A fully coupled hydro-mechanical material point method for saturated dense granular materials.** Powder technology, 314:110–120, 2017.
- [104] CRYER, C.. **A comparison of the three-dimensional consolidation theories of biot and terzaghi.** The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, 16(4):401–412, 1963.
- [105] STERPI, D.; CIVIDINI, A.; SAKURAI, A.; NISHITAKE, S. ; OTHERS. **Laboratory model tests and numerical analysis of shallow tunnels.** In: ISRM INTERNATIONAL SYMPOSIUM-EUROCK 96. International Society for Rock Mechanics and Rock Engineering, 1996.
- [106] STERPI, D.; CIVIDINI, A.. **A physical and numerical investigation on the stability of shallow tunnels in strain softening media.** Rock Mechanics and Rock Engineering, 37(4):277–298, 2004.
- [107] GRAY, G. G.; MORGAN, J. K. ; SANZ, P. F.. **Overview of continuum and particle dynamics methods for mechanical modeling of contractional geologic structures.** Journal of Structural Geology, 59:19–36, 2014.
- [108] BUITER, S. J.; BABEYKO, A. Y.; ELLIS, S.; GERYA, T. V.; KAUS, B. J.; KELLNER, A.; SCHREURS, G. ; YAMADA, Y.. **The numerical sandbox: comparison of model results for a shortening and an extension experiment.** Geological Society, London, Special Publications, 253(1):29–64, 2006.
- [109] ANDERSON, S. P.; DIETRICH, W. E.; MONTGOMERY, D. R.; TORRES, R.; CONRAD, M. E. ; LOAGUE, K.. **Subsurface flow paths in a steep, unchanneled catchment.** Water Resources Research, 33(12):2637–2653, 1997.

- [110] EBEL, B. A.; LOAGUE, K.; VANDERKWAAK, J. E.; DIETRICH, W. E.; MONTGOMERY, D. R.; TORRES, R.; ANDERSON, S. P.. **Near-surface hydrologic response for a steep, unchanneled catchment near coos bay, oregon: 2. physics-based simulations**. *American Journal of Science*, 307(4):709–748, 2007.
- [111] MONTGOMERY, D. R.; SCHMIDT, K. M.; DIETRICH, W. E.; MCKEAN, J.. **Instrumental record of debris flow initiation during natural rainfall: Implications for modeling slope stability**. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 114(F1), 2009.
- [112] CAMARGO, J.; VELLOSO, R. Q.; VARGAS, E. A.. **Numerical limit analysis of three-dimensional slope stability problems in catchment areas**. *Acta Geotechnica*, 11(6):1369–1383, 2016.
- [113] MILLEDGE, D. G.; BELLUGI, D.; MCKEAN, J. A.; DENSMORE, A. L.; DIETRICH, W. E.. **A multidimensional stability model for predicting shallow landslide size and shape across landscapes**. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 119(11):2481–2504, 2014.
- [114] BARROS, W.; AMARAL, C.; SOBREIRA, F.; D'ORSI, R.; MAIA, H.; CUNHA, R.. **Catastrophic avalanche at st. Genoveva clinic slope: Solos e Rochas**, 11:17–25, 1988.
- [115] BARROS, W.; AMARAL, C.; SOBREIRA, F.; D'ORSI, R.; MAIA, H.; CUNHA, R.. **Avalanche catastrófica na encosta À montante da clínica danta genova, rio de janeiro**. Secretaria Municipal de Obras do Rio de Janeiro., 1988.
- [116] LACERDA, W. A.. **Landslide initiation in saprolite and colluvium in southern brazil: field and laboratory observations**. *Geomorphology*, 87(3):104–119, 2007.
- [117] LACERDA, W.. **The behavior of colluvial slopes in a tropical environment**. *Landslides: Evaluation and Stabilization*, 2:1315–1342, 2004.
- [118] BORJA, R. I.; LIU, X.; WHITE, J. A.. **Multiphysics hillslope processes triggering landslides**. *Acta Geotechnica*, 7(4):261–269, 2012.
- [119] MÜLLER, A.; VARGAS, E. A.. **Stability analysis of a slope under impact of a rock block using the generalized interpolation material point method (gimp)**. *Landslides*, 16(4):751–764, 2019.
- [120] HUANG, R.; PEI, X.; FAN, X.; ZHANG, W.; LI, S.; LI, B.. **The characteristics and failure mechanism of the largest landslide triggered by the wenchuan earthquake, may 12, 2008, china**. *Landslides*, 9(1):131–142, 2012.
- [121] HE, M.; E SOUSA, L. R.; MÜLLER, A.; VARGAS JR, E.; SOUSA, R.; OLIVEIRA, C. S.; GONG, W.. **Numerical and safety considerations about the daguangbao landslide induced by the 2008 wenchuan earthquake**. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 11(5):1019–1035, 2019.
- [122] GEOLOGICAL SURVEY INSTITUTE OF SICHUAN PROVINCE, CHANGDU, .. **Daguangbao landslide survey**, 2010.
- [123] USGS. **Magnitude 7.9—eastern sichuan, china, 2008 may 12 06:28:01utc**. <https://earthquake.usgs.gov/earthquakes/eventpage/usp000g650/executive>, 2008.

A

Publicações produzidas durante o presente trabalho

1. Fernández, F., Vargas, E., Velloso, R. Q. (2019). **A 3D discretization procedure for the material point method (MPM)**. DOI: 10.1007/s40571-019-00303-7. **Computational Particle Mechanics**, 1-9.
2. Fernández, F., Vargas, E., Velloso, R., 2019. **A study of collapse in slopes using Material Point Method (MPM) and Numerical Limit Analysis (NLA)**. Trabalho em revisão na **Soil and Foundation Journal**.
3. García, J., Fernández, F., Vargas, E., Velloso, R. **Face stability analysis in 3D of shallow tunnels through numerical limit analysis (NLA) and the material point method (MPM)**. Trabalho em revisão na **Tunnelling and Underground Space Technology**.
4. Fernández, F., Vargas, E., Velloso, R., 2019. **A study of collapse in slopes using MPM and NLA (Numerical Limit Analysis)**. In 2nd International Conference on the Material Point Method for Modelling Soil-Water-Structure Interaction. 8 – 10 January 2019, University Of Cambridge, United Kingdom.
5. Fernández, F., Vargas, E., 2018. **Considerações sobre o uso do MPM (Material Point Method) na simulação numérica de processos de deformação em geologia estrutural**. 49º Congresso Brasileiro de Geologia / 9º Simpósio do Cretáceo do Brasil / VII Simpósio de Vulcanismo e Ambientes Associados. Rio de Janeiro, Brasil, 20 a 24 de agosto de 2018.
6. Moraes, T., Fernández, F., Vargas, E., Velloso, R., 2018. **Análise de Ruptura de Talude Infinito Usando o Método do Ponto Material**. V Simpósio Pan-Americano de Deslizamentos. Rio de Janeiro, Brasil.

B Exemplo de Arquivo de Entrada de Dados

No anexo seguinte apresenta-se um arquivo de entrada de dados para simulação de um exemplo simples usando o programa MPM-PUCRio. A Figura B mostra um cubo de 1.0m^3 de volume a ser discretizado por 64 partículas usando uma malha de suporte de 8 elementos. A descrição de cada palavra-chave é descrita na Seção 2.3 na Página 46.

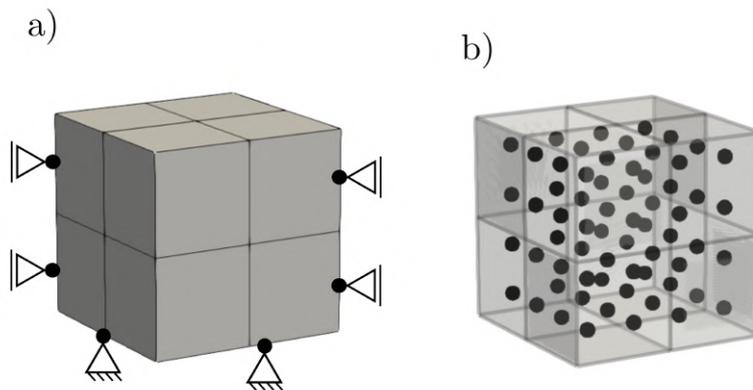


Figura B.1: Exemplo de arquivo de entrada de dados do programa MPM-PUCRio. a) Malha de cubo de $1\text{m} \times 1\text{m} \times 1\text{m}$ formada por 8 elementos de 8 nós. b) Modelo MPM com 8 partículas por elemento.

```
1  !-----!  
2  ! Exemplo de arquivo de entrada de dados      !  
3  ! do programa MPM-PUCRio.                    !  
4  ! Unidades consistentes no SI: L=m M=kg T=s  !  
5  !-----!  
6  
7  *LIMITS  
8  0.0 0.0 0.0 1.0 1.0 1.0  
9  
10 *GRIDCELL  
11 0.5 0.5 0.5  
12  
13 *TIME  
14 1.0  
15
```

```
16 *DT.FRACTION
17 0.1
18
19 *PRINT.RESULTS
20 10
21
22 *RESULTS.OUT
23 5
24 Ux Uy Uz Umagnitude Material
25
26 *NTHREADS
27 1
28
29 *GRAVITY
30 1
31
32 *DAMPING.RAYLEIGH
33 0.05 0.05
34
35 *MATERIALS
36 1
37
38 *MATERIAL.LINEAR
39 1
40 1 50e+6 0.3 2500.0
41
42 *BOUNDARY.FIXED
43 2 2 2 2 1 0
44
45 *NODE.COORDINATES
46 27
47 1 0 0 0
48 2 0 1 0
49 3 1 1 0
50 4 1 0 0
51 5 0 0 1
52 6 0 1 1
53 7 1 1 1
54 8 1 0 1
55 9 0.5 0 1
56 10 1 0 0.5
57 11 0.5 0 0
58 12 0 0 0.5
59 13 0 0.5 1
60 14 0 1 0.5
61 15 0 0.5 0
62 16 0.5 1 1
```

```

63 17 1 1 0.5
64 18 0.5 1 0
65 19 1 0.5 1
66 20 1 0.5 0
67 21 0.5 1 0.5
68 22 1 0.5 0.5
69 23 0.5 0 0.5
70 24 0 0.5 0.5
71 25 0.5 0.5 1
72 26 0.5 0.5 0
73 27 0.5 0.5 0.5
74
75 *ELEMENT .GMSH .BRICK8
76 8
77 1 5 2 0 1 7 17 22 19 16 21 27 25
78 2 5 2 0 1 16 21 27 25 6 14 24 13
79 3 5 2 0 1 19 22 10 8 25 27 23 9
80 4 5 2 0 1 25 27 23 9 13 24 12 5
81 5 5 2 0 1 17 3 20 22 21 18 26 27
82 6 5 2 0 1 21 18 26 27 14 2 15 24
83 7 5 2 0 1 22 20 4 10 27 26 11 23
84 8 5 2 0 1 27 26 11 23 24 15 1 12
85 *END

```

B.1

Convenção da numeração dos nós do elementos do 8 nós

O exemplo do arquivo de entrada de dados do programa MPM-PUCRio usa a convenção de nós do elemento de 8 nós conforme se mostra na Figura B.2.

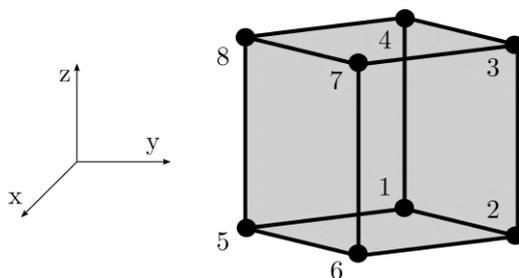


Figura B.2: Convenção de numeração do elemento de 8 nós.