



Vinicius Paiva Cabral Braga

**Análise probabilística de Estabilidade
de uma Barragem de Rejeito**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial
para obtenção do grau de Mestre pelo Programa
de Pós-graduação em Engenharia Civil do
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental
da PUC-Rio

Orientador: Prof. Alberto de Sampaio Ferraz Jardim
Sayão

Rio de Janeiro

Setembro de 2019



Vinicius Paiva Cabral Braga

Análise probabilística de Estabilidade de uma Barragem de Rejeito

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

Prof. Alberto de Sampaio Ferraz Jardim Sayão

Orientador

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental– PUC-Rio

Prof. Sergio Augusto Barreto da Fontoura

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental– PUC-Rio

Prof^a. Anna Laura Lopes da Silva Nunes

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Sandro Salvador Sandroni

Sandro Salvador Engenheiros Associados

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Vinicius Paiva Cabral Braga

Graduou-se em Engenharia Civil pela Universidade Veiga de Almeida (UVA) em 2014, tendo exercido a profissão de Engenheiro Civil durante o período 2014-2017. Ingressou em 2017 no curso de Mestrado em Engenharia Civil da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, na área de Geotecnia, desenvolvendo dissertação de mestrado na linha de pesquisa de Geotecnia Experimental aplicada à Barragens.

Ficha Catalográfica

Braga, Vinicius Paiva Cabral

Análise probabilística de Estabilidade de uma Barragem de Rejeito / Vinicius Paiva Cabral Braga; orientador: Prof. Alberto de Sampaio Ferraz Jardim Sayão. – 2019.

73 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2019.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil e ambiental - Teses. 2. Probabilidade de ruptura. 3. Índice de confiabilidade. 4. Tensões totais. 5. Tensões efetivas. I. Sayão, Alberto de Sampaio Ferraz Jardim. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. III. Título.

CDD: 624

Para à minha família.

Agradecimentos

Inicialmente agradeço a minha mãe e ao meu avô, Carmen e Nerval por me ensinarem que o mais importante é investir em educação e o retorno vem em prosperidade e felicidade.

Agradeço minha avó Neide que lá do céu orou muito para que eu conseguisse finalizar mais esta etapa de minha vida acadêmica.

Ao meu orientador, Prof. Alberto Sayão, pela objetividade, orientação técnica e compreensão de minhas dificuldades ao longo deste período de convivência.

As melhores veteranas Ana Luiza, Andrea, Mariana e Luana que me ajudaram literalmente do início ao final do mestrado deixo aqui meus agradecimentos.

Aos meus amigos da PUC, Thiago, Guilherme, Karl, Carlos, Miguel e Gabriela que deixaram os dias de vida acadêmica mais leves e suportáveis.

Aos funcionários da PUC, Rita e Lenilson, pela atenção e dedicação aos alunos da pós-graduação.

Finalizando, agradeço a Deus pela proteção em todos os momentos de minha vida.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Ao Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio, por me proporcionar tanto conhecimento e por toda ajuda necessária. Ao CNPq e à CAPES, pelo apoio financeiro e oportunidade de desenvolvimento profissional.

Resumo

Braga, Vinicius Paiva Cabral; Sayão, Alberto de Sampaio Ferraz Jardim (Orientador). **Análise probabilística de Estabilidade de uma Barragem de Rejeito**. Rio de Janeiro, 2019. 73p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho apresenta os resultados da aplicação de análises probabilísticas na avaliação da estabilidade de taludes, com base no caso da ruptura de uma barragem de rejeito que rompeu em janeiro de 2019. Realizou-se uma análise estatística dos parâmetros geotécnicos dos materiais presentes na obra, enfatizando a variabilidade inerente dos dados. Nas análises probabilísticas, foi adotado os métodos FOSM. São apresentados os conceitos básicos de confiabilidade e probabilidade de ruptura e as hipóteses e etapas de cálculo consideradas em cada método. Discutem-se brevemente os diferentes métodos de equilíbrio limite utilizados para superfícies circulares de ruptura. Dois cenários foram estudados em relação aos procedimentos adotados: análises em tensões totais, com a resistência da argila mole obtida por ensaios de campo e laboratório; análises em tensões efetivas, com o ângulo de atrito da argila oriundo de ensaios triaxiais e obtidos por ensaios de campo e laboratório. Observou-se que para os dois cenários os valores de probabilidades de ruptura foram, respectivamente da ordem de: 1/3,5 e 1/312,5.

Palavras-chave

Probabilidade de ruptura; índice de confiabilidade; tensões totais; tensões efetivas.

Abstract

Braga, Vinicius Paiva Cabral; Sayão, Alberto de Sampaio Ferraz Jardim (Advisor). **Probability Analysis of the a Tailing Dam**. Rio de Janeiro, 2019. 73p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This work aims the results of the application of probabilistic analyzes in the evaluation of slope stability, based on the case of the rupture of a tailings dam that collapse in January 2019. A statistical analysis of the geotechnical characteristics of the materials present in the work was carried out, emphasizing the inherent variability of the data. In the probabilistic analyzes, the FOSM method was adopted. The basic concepts of reliability and probability of rupture and the hypotheses and calculation steps considered in each method are presented. The different limit equilibrium methods used for circular rupture surfaces are briefly discussed. Two scenarios were studied in relation to the adopted procedures: total stress analysis, with the resistance of soft clay obtained by field and laboratory tests; effective stress analysis with the angle of friction of the clay from field and laboratory tests. It was observed that for the two scenarios the values of probability of rupture were, respectively, in the order of 1/3,5 e 1/312,5.

Keywords

Probability of failure; reliability index; total stress; effective stress.

Sumário

1	Introdução	15
1.1.	Considerações Iniciais	15
1.2.	Objetivos do Estudo	19
1.3.	Estrutura do Trabalho	19
2	Revisão Bibliográfica	20
2.1.	Estabilidade de Taludes	20
2.1.1.	Métodos de Equilíbrio Limite	21
2.1.2.	Abordagem Determinística x Abordagem Probabilística	24
2.2.	Conceitos Fundamentais da Estatística e Probabilidade	26
2.2.1.	Estatística	26
2.2.2.	Probabilidade	28
2.3.	Métodos Probabilísticos para Aplicação Geotécnica	31
2.3.1.	Método do Segundo Momento de Primeira Ordem (FOSM)	32
2.4.	Confiabilidade e Risco de Ruptura	34
2.5.	Trabalhos Anteriores	38
3	Estudo de Caso: Análise da Estabilidade de uma barragem de rejeito	41
3.1.	Apresentação da Obra	41
3.2.	Características Geológico-Geotécnicas	43
3.3.	Seção Típica	43
3.4.	Parâmetros Geotécnicos	48
3.4.1.	Rejeito	48
3.4.2.	Rejeito Saturado	48
3.4.3.	Aterro com minério ultrafino	49
3.4.4.	Aterro em solo compactado e Aterro de rejeito compactado	49
3.4.5.	Parâmetros Utilizados nas Análises	49
3.4.6.	Parâmetros para Análises em Tensões Totais	50
3.4.7.	Parâmetros para Análises em Tensões Efetivas	51

3.5. Definição das Variáveis Aleatórias	52
3.5.1. Aplicação do Método FOSM	53
3.5.2. Verificação da Influência dos Parâmetros	55
3.5.3. Resultados das Análises FOSM	61
3.5.4. Comparação dos Resultados	61
4 Conclusões e Recomendações de Trabalhos Futuros	62
4.1. Conclusões	62
4.2. Recomendações de Trabalhos Futuros	63
5 Referências Bibliográficas	65
Anexo	68
Apêndice	69

Lista de Figuras

Figura 1 – Comparação de duas curvas de distribuição de probabilidade (adaptado de Sayão et al, 2012)	16
Figura 2 – Esquema típico de análises determinísticas com extensões probabilísticas (adaptado de Griffiths, 2007)	17
Figura 3 – Exemplo de fatias no método de equilíbrio limite	21
Figura 4 – Forças atuantes na base da fatia pelo método de Spencer (1967)	23
Figura 5 – Forças atuantes numa fatia genérica, pelo método de Morgenstern-Price (1965)	24
Figura 6 – Representação gráfica de uma distribuição normal (gaussiana) padrão	29
Figura 7 – Representação gráfica de uma distribuição lognormal	31
Figura 8 – Associação entre probabilidades de ruptura e suas consequências (Whitman, 1984)	36
Figura 9 – Relação entre índice de confiabilidade, fator de segurança e coeficiente de variação (Christian et al, 1992)	37
Figura 10 – Relação entre índice de confiabilidade e probabilidade de ruptura (Dell'Avanzi e Sayão, 1998)	38
Figura 11 – Vista aérea da localização do Barragem I	41
Figura 12 – Vista aérea aproximada da barragem	42
Figura 13 – Geometria da Barragem I, na Seção 4 (altura máxima), TUV SUD (2018)	45
Figura 14 – Nível freático da Barragem I, Seção 4 (altura máxima), TUV SUD (2018)	46
Figura 15 – Investigações geotécnicas realizadas na Barragem I, na Seção de estudo (altura máxima), Silva (2010).	47
Figura 16 – Exemplo do cálculo do FS	54

Figura 17 – Influência dos parâmetros na variância do FS – análise em tensões totais (Spencer)	57
Figura 18 – Influência dos parâmetros na variância do FS – análise em tensões totais (Morgenstern-Price)	58
Figura 19 – Influência dos parâmetros na variância do FS – análise em tensões efetivas (Spencer)	59
Figura 20 – Influência dos parâmetros na variância do FS – análise em tensões efetivas (Morgenstern-Price)	60

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Vantagens da análise probabilística na estabilidade de taludes	18
Tabela 2 – Diferenças entre abordagem determinística e abordagem probabilística	26
Tabela 3 – Estudos probabilísticos em geotecnia	40
Tabela 4 – Valores médios utilizados na análise determinística em tensões totais.	50
Tabela 5 – Valores médios utilizadas na análise determinística em tensões efetivas	51
Tabela 6 – Variáveis consideradas em Tensões Totais	52
Tabela 7 – Variáveis consideradas em Tensões Efetivas	53
Tabela 8 – Valores dos fatores de segurança (FS) das análises determinísticas	54
Tabela 9 – Resultado da análise probabilística FOSM para tensões totais	61
Tabela 10 – Resultado da análise probabilística FOSM para tensões efetivas	61
Tabela 11 – Resultado da análise probabilística FOSM para diferentes Obras Geotécnicas	63

Lista de Símbolos

Letras Romanas Minúsculas

$f(x)$	função de probabilidade
n	número de valores da amostra
s_u	resistência não drenada
σ_{v0}	tensão vertical inicial
x	variável aleatória
\bar{x}	média de uma variável aleatória
z	profundidade

Letras Romanas Maiúsculas

CV	coeficiente de variação
FOSM	método probabilístico do Segundo Momento de Primeira Ordem
FS	fator de segurança
FS_{DET}	fator de segurança determinístico
\overline{FS}	fator de segurança médio, para cálculo do índice de confiabilidade
N	número de variáveis aleatórias
NA	nível d'água
P	probabilidade de ocorrência de um evento
PR	probabilidade de ruptura
R	esforço resistente
\bar{R}	média dos esforços resistentes
S	esforço solicitante
\bar{S}	média dos esforços solicitantes
V	variância
Z	variável aleatória padronizada

Letras Gregas

β	índice de confiabilidade
δFS	derivada parcial do fator de segurança
δx	variação infinitesimal de uma variável aleatória
$\Delta \sigma_v$	acrécimo de tensão vertical total
Φ	função da distribuição normal padronizada
ϕ'	ângulo de atrito efetivo
γ_{sat}	peso específico saturado
γ_{nat}	peso específico natural
σ	desvio-padrão
$\sigma [FS]$	desvio-padrão do fator de segurança
σ_R	desvio padrão dos esforços resistentes
σ_S	desvio padrão dos esforços solicitant

1 Introdução

1.1. Considerações Iniciais

A incerteza é um fato inerente à prática geotécnica. A natureza, em sua complexidade, oferece perfis de solos muito diferentes daqueles admitidos em projetos, com cargas e condições ambientais que limitam a investigação, dificultam a precisão dos cálculos e impõem deficiências nos procedimentos de análise do engenheiro.

Métodos probabilísticos, complementares a análises convencionais, fornecem os meios para quantificar os graus de incerteza e avaliar as alternativas de mitigação de riscos. Os métodos probabilísticos permitem a caracterização probabilística do projeto, com a definição da variabilidade e heterogeneidade da estratigrafia e das propriedades do material, facilitando a análise de decisão baseada no risco de um projeto, e nas consequências de uma eventual “falha”, nas etapas de exploração, projeto, construção ou monitoramento.

Uma aplicação importante da análise de probabilística é avaliar e comparar diferentes alternativas de projeto ou ação mitigatória. As decisões de engenharia envolvem sempre alguma incerteza, uma vez que eventos futuros, como a magnitude de um terremoto e a intensidade de uma tempestade, não podem ser previstos com exatidão.

A análise geotécnica tradicional usa a abordagem “Fator de Segurança” para seu dimensionamento de obras geotécnicas. Na análise de fundações, por exemplo, a equação de capacidade de carga de Terzaghi leva a uma estimativa do valor final, que é então dividido pelo Fator de Segurança para dar níveis de carga permitidos para o projeto. De qualquer forma, o Fator de Segurança representa um fator geral que inclui implicitamente todas as fontes de variabilidade e incerteza inerentes à análise.

A relutância de engenheiros para aplicar probabilística é atribuída a quatro fatores. Primeiro, o treinamento de engenheiros em estatística e teoria da

probabilidade é muitas vezes limitado a conceitos básicos durante seus primeiros anos de educação. Consequentemente, eles estão menos à vontade para lidar com probabilidades do que eles estão com fatores determinísticos de segurança. Em segundo lugar, há um equívoco comum que as análises probabilísticas exigem significativamente mais dados, tempo e esforço do que as análises determinísticas. Em terceiro lugar, poucos estudos publicados ilustram a implementação e benefícios de análises probabilísticas. Isso cria dificuldades em compreender os resultados deste tipo de análise.

É importante notar que um método determinístico que indica um fator de segurança $FS = 1,5$ pode representar um risco de ruptura maior do que um outro método que calcule um coeficiente de segurança $FS = 1,2$. Isso se justificaria pelo fato do primeiro valor embutir uma maior dispersão do fator de segurança médio do que o segundo, como indica a Figura 1.

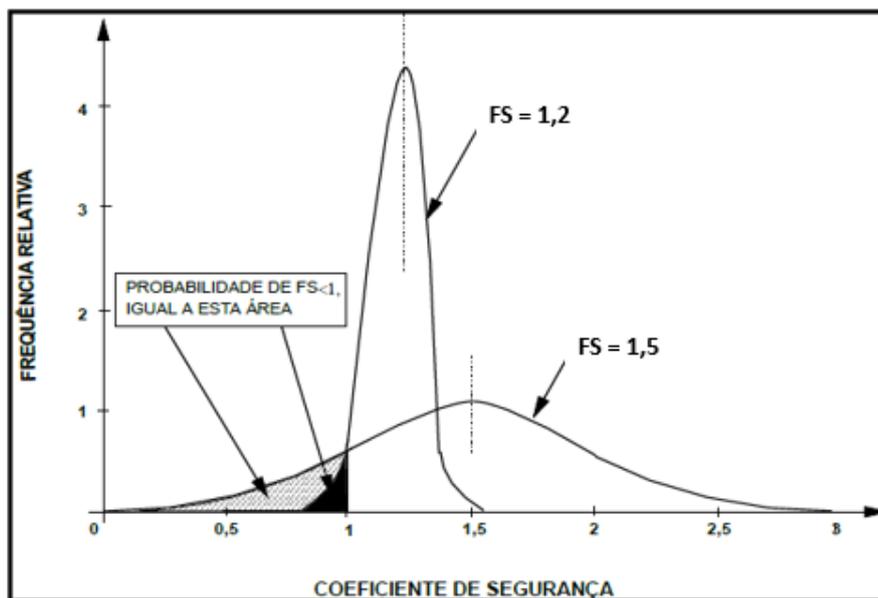


Figura 1 – Comparação de duas curvas de distribuição de probabilidade (adaptado de Sayão *et al*, 2012)

Uma análise probabilística fornece como resultado o índice de confiabilidade ou a probabilidade de ruptura, que, juntamente com o fator de segurança determinístico, apresentam um panorama mais completo das condições de estabilidade ou segurança do projeto em questão.

Griffiths (2007) comenta que o engenheiro dispõe de diversas ferramentas para incluir nos cálculos a incerteza inerente dos parâmetros geotécnicos, em um

problema particular. Em geral, o engenheiro tenta compensar estas incertezas, usando parâmetros conservadores nos cálculos determinísticos, e obtém, portanto, uma solução inadequada. Os métodos probabilísticos permitem aperfeiçoar a solução, de forma a complementar a análise determinística, definindo o grau de incerteza dos parâmetros, e obtendo como resultado uma estimativa da probabilidade de ruptura.

Em Alonso (1976) concluiu que as incertezas existentes nos parâmetros de poropressão e parâmetros de resistência do solo são muito relevantes nas análises de risco.

Griffths (2007) sugere um esquema típico a ser seguido para realização de análises determinísticas com a complementação por métodos probabilísticos que facilita a implantação dessa ferramenta, conforme Figura 2.

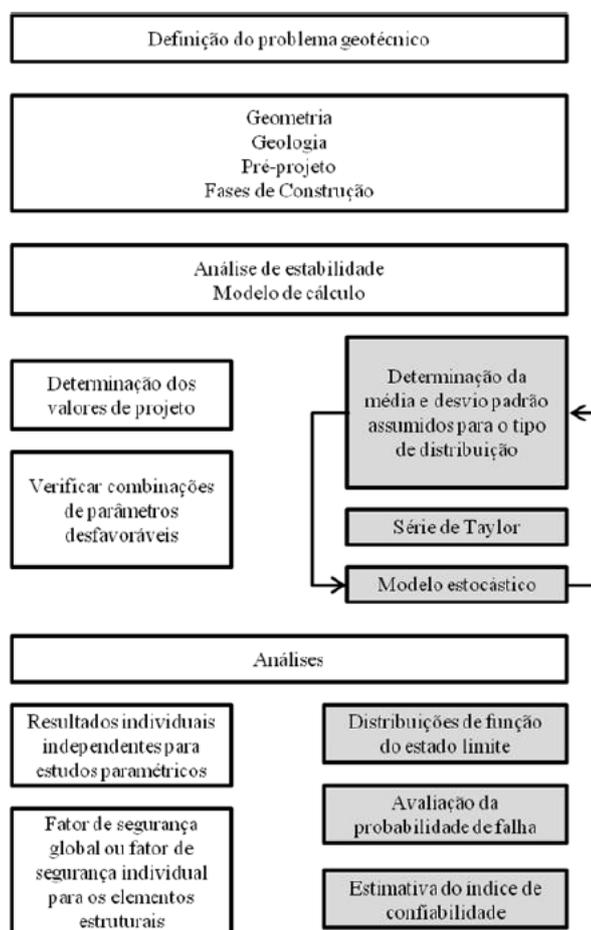


Figura 2 – Esquema típico de análises determinísticas com extensões probabilísticas (adaptado de Griffths, 2007)

Em discussão sobre o uso de análises probabilísticas, Duncan (2001) reuniu as opiniões de vários especialistas; um resumo é apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 – Vantagens da análise probabilística na estabilidade de taludes.

Autor	Benefícios da Análise de Probabilidade, Confiabilidade
Christian e Baecher	Fornecer uma estrutura para estabelecer apropriados fatores de segurança e dirigir melhor a um entendimento da relativa importância das incertezas.
Ladd e Da Re	Fornecer um método sistemático para avaliar combinadas influências de incertezas dos parâmetros que afetam o fator de segurança. Fornecer um sistemático método de determinação do grau de segurança, ao menos em termos relativos.
Moriwaki e Barneich	Quantificar a contribuição de todas as incertezas de cada parâmetro.
Koutsoftas	Fornecer uma ferramenta útil para avaliar o risco associado com recomendações de projeto.

O método determinístico utiliza valores médios de parâmetros e expressa a segurança do projeto por um valor de fator de segurança FS, enquanto o método probabilístico considera os valores médios e as incertezas associadas aos parâmetros, expressando a segurança pelo valor da probabilidade de ruptura PR.

Assim, uma análise determinística é insuficiente para aferir o nível real de segurança de um projeto geotécnico, sendo capital considerar a variabilidade dos parâmetros, quantificada em análises estatísticas.

Outra vantagem dos estudos probabilísticos é permitir uma avaliação direta dos parâmetros com mais influência na estabilidade em um determinado problema, o que pode auxiliar o projetista a decidir de forma objetiva sobre as eventuais ações de estabilização.

O conjunto da informação estatística aliada à experiência do engenheiro e um critério de valor admissível do risco de ruptura contribuem para uma decisão que permita mais segurança e menores custos no projeto.

1.2. Objetivos do Estudo

O trabalho tem como objetivo verificar e avaliar o uso do método probabilístico em análises da segurança de obras geotécnicas, com base no caso real de uma barragem de rejeitos. As ferramentas utilizadas nos cálculos dos foram o *software* Slide 6.0, para os métodos de equilíbrio limite, e o método FOSM (Método do Segundo Momento de Primeira Ordem), nas análises probabilísticas.

Este trabalho apresenta o estudo da estabilidade de uma barragem de rejeitos que rompeu em 2019. O objetivo geral é verificar o nível de risco, ou o valor da probabilidade de ruptura devido às incertezas associadas ao projeto geotécnico da mesma.

Os objetivos específicos são:

- Comparar os resultados dos procedimentos probabilísticos, com métodos distintos de equilíbrio limite;
- Avaliar os parâmetros com maior influência nas análises de estabilidade.

1.3. Estrutura do Trabalho

Para o melhor entendimento dos resultados e os objetivos propostos, este trabalho foi dividido da seguinte forma:

Capítulo 2: uma breve explanação dos conceitos dos métodos de equilíbrio limite, conceitos de estatística e probabilidade, e o procedimento probabilístico pertinentes ao trabalho;

Capítulo 3: introduz o estudo de caso, com o histórico da obra e as análises probabilísticas realizadas, com a definição dos parâmetros de entrada dos materiais, as variáveis aleatórias a serem consideradas, e a seção geométrica de estudo;

Capítulo 4: discutem-se as principais conclusões dos estudos, com comentários sobre os resultados e sugestões de temas a serem abordados em estudos futuros sobre o assunto.

2 Revisão Bibliográfica

2.1. Estabilidade de Taludes

As análises de estabilidade de taludes normalmente utilizam a abordagem do equilíbrio limite supondo a existência de uma superfície de escorregamento com forma conhecida (plana, circular ou irregular) e a aplicabilidade do critério de resistência de Mohr-Coulomb. Calculam-se os esforços atuantes e a força de resistência ao cisalhamento necessária ao equilíbrio do maciço. Então, essa força é comparada com a resistência ao cisalhamento disponível no solo, obtendo-se o coeficiente de segurança ou fator de segurança.

Segundo Soares (1996), o enfoque determinístico nos métodos de estudo de estabilidade de taludes consiste em selecionar valores adequados para as variáveis dominantes e calcular seus fatores de segurança correspondentes a diversas situações de solicitação. O cálculo da relação entre resistências e solicitações é medido pelo fator de segurança que, na verdade, é um outro coeficiente aplicado ao modelo de cálculo selecionado. Assim, nos cálculos fica implícito a inclusão das incertezas que vêm da variabilidade dos parâmetros de resistência e as incertezas sobre a aplicabilidade do modelo para representar o mecanismo de ruptura.

A escolha do coeficiente de minoração e do próprio fator de segurança é um processo arbitrário que demonstra a confiança (ou incerteza) sobre os parâmetros e métodos adotados. No caso particular de um talude, o fator de segurança também demonstrará o seu grau de responsabilidade. Na análise determinística calcula-se o Fator de Segurança (FS) baseado num valor fixo de parâmetros de materiais componentes do talude. Se o FS é maior que 1, o talude é considerado estável, caso contrário, o talude é considerado instável ou susceptível à ruptura. O Fator de Segurança determinístico é dado pela equação 1:

$$FS = \frac{M_R}{M_S}$$

[1]

Onde: M_R é o momento resistente ao deslizamento e M_s o momento solicitante que tende a provocar o deslizamento

A análise da estabilidade de um talude pode ser feita pelas seguintes metodologias:

- Métodos Analíticos: baseiam-se na teoria do equilíbrio limite, na qual a estabilidade é expressa por um fator de segurança (FS) ou por uma probabilidade de ruptura (PR). Neste grupo incluem-se também modelos numéricos baseados na relação tensão-deformação;
- Métodos Experimentais: são testados modelos físicos em escala reduzida;
- Métodos Observacionais: têm como base a experiência de obras anteriores e a retro análise de uma ruptura prévia.

Os métodos de equilíbrio limite classificam-se em: métodos das cunhas e métodos das fatias. Nestes, a massa de solo acima da superfície potencial de ruptura é dividida em fatias, sendo cada uma então avaliada por um sistema de forças nela atuantes. Na Figura 3 pode-se observar um esquema de divisão de um talude em fatias.

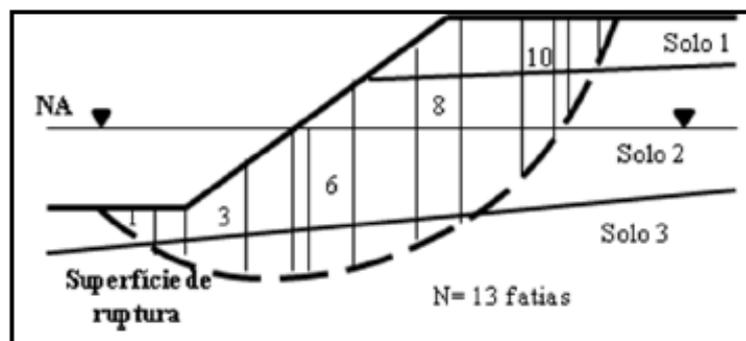


Figura 3 – Exemplo de fatias no método de equilíbrio limite

2.1.1. Métodos de Equilíbrio Limite

Os métodos de equilíbrio limite aplicados à estabilidade de taludes se resumem na avaliação quantitativa da estabilidade global de um dado talude, em função dos seus fatores predisponentes e à ação dos agentes externos e internos de estabilização.

Existem vários métodos para solução de uma análise de estabilidade a partir do equilíbrio limite, os principais métodos com o respectivo resumo das hipóteses adotadas, conforme abaixo:

- Método de Bishop Simplificado - considera uma superfície de ruptura circular, divide a massa deslizante em lamelas, considera a resultante das forças entre as lamelas horizontal e as forças cisalhantes entre lamelas como nulas;
- Método de Spencer - considera uma superfície de ruptura circular, sendo introduzida em 1973 a ruptura por uma superfície qualquer e a resultante das forças entre as lamelas tem inclinação constante através da massa deslizante;
- Método de Morgenstern-Price - considera uma superfície de ruptura qualquer, a direção da resultante das forças entre as lamelas é determinada pelo uso de uma função arbitrada, onde existe um fator da função que deve satisfazer o equilíbrio de forças e momentos e as lamelas de espessura finita.

Segundo Oliveira (2018) nestes métodos, o critério de ruptura de Mohr-Coulomb é normalmente adotado para o cálculo do valor de FS. São vários os métodos de equilíbrio limite disponíveis para estudos de estabilidade, mas serão aqui apresentados apenas os mais conhecidos.

Método de Spencer (1967)

Originalmente, era um método desenvolvido para superfícies de ruptura circulares, sendo depois, em 1973, adaptado para superfícies poligonais. É considerado um método rigoroso, pois soluciona um sistema com todas as equações de equilíbrio e o valor de FS calculado é tido como exato. Admite-se que a resultante das forças entre fatias adjacentes (Q_i) tem uma inclinação constante ao longo da superfície de ruptura, devendo passar pelo ponto de intercessão entre as forças W_i , T_i e N_i . As forças atuantes na fatia são apresentadas na Figura 4 O fator de segurança é obtido quando o equilíbrio de momentos se iguala ao equilíbrio de forças.

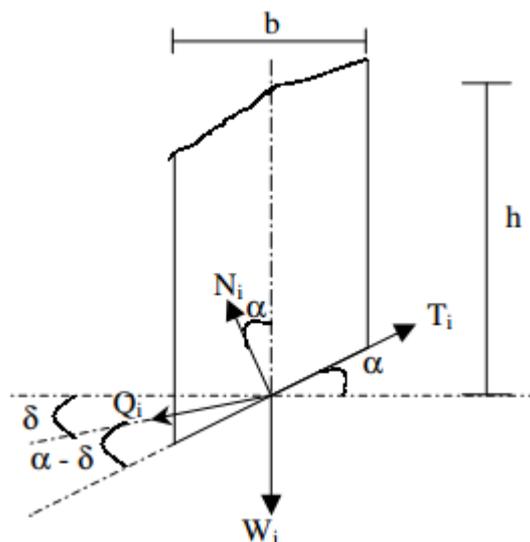


Figura 4 – Forças atuantes na base da fatia pelo método de Spencer (1967)

Este método foi apresentado por Spencer (1967) e satisfaz todas as equações de equilíbrio estático, sendo considerado, portanto, um método rigoroso. Além disso, assim como no Método de Bishop, é aplicado para ruptura de superfícies circulares (CRUZ, 2004).

Devido à utilização de todas as equações de equilíbrio, este método é considerado mais acurado que o de Bishop (HO, 2014).

Enquanto o Método de Bishop Simplificado leva em consideração somente as equações de equilíbrio com relação ao momento, o Método de Spencer leva em conta, além do momento, as forças entre fatias (BRAJA, 2007).

Método de Morgenstern-Price (1965)

É um método rigoroso aplicado para superfícies de ruptura poligonais de formato qualquer. A resultante de força entre fatias adjacentes possui direção determinada por uma função a ser arbitrada. É considerado um método rigoroso, pois satisfaz as condições de estabilidade com todas as equações de equilíbrio de forças e momentos. O resultado do fator de segurança encontrado é mais preciso, porém o cálculo envolve um processo iterativos e as fatias são infinitesimais, sendo necessário o uso de ferramenta computacional. As forças atuantes entre fatias adjacentes estão apresentadas na Figura 5.

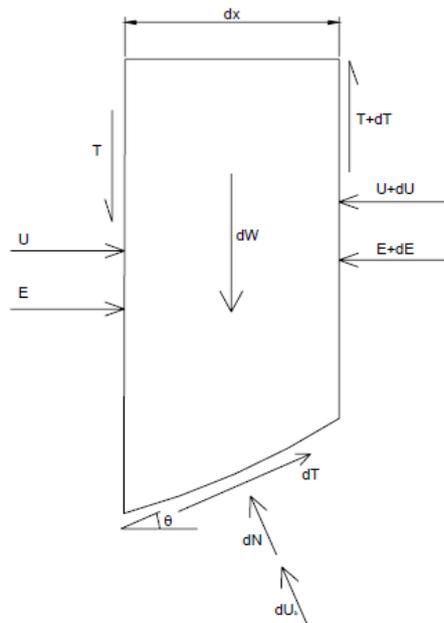


Figura 5 –Forças atuantes numa fatia genérica, pelo método de Morgenstern-Price (1965)

onde:

U = resultante da poropressão na face lateral da fatia;

dU_b = resultante da poropressão na base da fatia;

dW = força peso da fatia;

T = força tangencial entre fatias adjacentes;

E = força normal entre fatias adjacentes;

dN = força normal na base da fatia;

dT = força cisalhante mobilizada na base da fatia.

Neste trabalho serão adotados os métodos determinísticos rigoroso de Spencer (1967) e Morgenster-Price (1965), todos disponíveis na ferramenta de cálculo Slide 6.0.

2.1.2.

Abordagem Determinística x Abordagem Probabilística

A análise determinística da segurança de um talude resulta em um valor de FS, definido anteriormente na Equação 1.

Os esforços solicitantes podem ser força, momento, ou tensão cisalhante. Essas solicitações são obtidas por parâmetros determinados em ensaios de campo ou laboratório. Em geral, estima-se para cada parâmetro seja adotado um valor

médio dos resultados dos ensaios, desprezando a variabilidade natural das características do material, o que caracteriza a análise como determinística. Uma estimativa incorreta de um parâmetro do material pode levar a cálculos irreais do fator de segurança e a eventual ruptura do talude.

Ao se variar um certo parâmetro para verificar sua influência no valor de FS, o estudo torna-se uma análise de sensibilidade, ou análise paramétrica. Numa abordagem probabilística, considera-se também a frequência de ocorrência das informações disponíveis.

Assim como na abordagem determinística, a avaliação probabilística da estabilidade de taludes, utiliza um método de equilíbrio limite, incorporando, contudo, na análise a variação dos parâmetros de projeto (dados disponíveis). Os parâmetros de projeto são os dados de entrada no estudo, e funcionam como variáveis aleatórias no âmbito probabilístico. A fim de se avaliar a variabilidade dos dados de entrada, é essencial desenvolver um estudo estatístico.

Em projetos geotécnicos, avalia-se o terreno de implantação da obra, ou seja, os materiais objetos do estudo são solos e rochas, os quais podem variar no espaço e no tempo. Torna-se, portanto, pertinente que as obras geotécnicas sejam tratadas com a quantificação do risco de ruptura, o qual é associado à probabilidade de ocorrência e suas consequências. Assim, o engenheiro obtém um embasamento mais adequado para suas decisões.

Dessa forma, a abordagem probabilística complementa a determinística, pois se obtém uma distribuição de valores que exprime, por exemplo, a probabilidade de ruptura de um talude para quando tiver FS menor que 1.

Em decorrência desta variabilidade, os valores adotados para os carregamentos e os parâmetros geotécnicos podem sofrer variações. Uma forma de lidar com o risco da obra geotécnica seria através destes métodos estatísticos e probabilísticos, que, diferente da abordagem determinística, conseguem incorporar a variabilidade dos parâmetros e carregamentos no projeto, através de distribuições estatísticas, levando em consideração a frequência de ocorrência dos dados, possibilitando calcular o risco de falha ou a confiabilidade das estruturas. Pode-se dizer que a análise probabilística é uma complementação da análise determinística, onde é possível obter uma distribuição probabilística dos valores, fornecendo, por exemplo, a probabilidade de ruptura de taludes com Fator de Segurança menores ou maiores que 1.

A Tabela 2 apresenta as principais diferenças entre a abordagem determinística e a abordagem probabilística de análises de estabilidade.

Tabela 2 – Diferenças entre abordagem determinística e abordagem probabilística

Abordagem Determinística	Abordagem Probabilística
Parâmetros de projeto são assumidos como constantes	Parâmetros de projeto são variáveis
Resultado calculado é único	Resultado calculado é uma distribuição de probabilidade

2.2.

Conceitos Fundamentais da Estatística e Probabilidade

Segundo Oliveira (2018), diversas são as fontes de incerteza de um parâmetro geotécnico:

- As condições do material em campo são difíceis de reproduzir em laboratório;
- Ocorre amolgamento do solo ao se instalar um equipamento;
- Não observância de alguma característica relevante do subsolo em furos de sondagem pontuais;
- Variabilidade inerente do substrato natural.

Para o uso de métodos probabilísticos em estudos geotécnicos, é necessário conhecer os conceitos básicos de estatística e probabilidade.

2.2.1.

Estatística

Diz respeito a avaliar um conjunto de dados amostrais. Amostra consiste em uma parte representativa de uma população de interesse, e população é o total de valores considerados. Portanto, como é impossível se obter todos os valores de uma população de interesse, a coleta de amostra é capital para estudos estatísticos.

As principais características da amostra coletada são apresentadas por medidas de tendência central e de variação. As medidas de tendência central são: média aritmética, mediana e moda, enquanto as medidas de variação são: variância, desvio padrão e coeficiente de variação.

Neste trabalho, a mediana e a moda não são aplicadas, sendo aqui definidas apenas as demais medidas, para fins de conhecimento estatístico básico.

Média Aritmética

A média aritmética é a soma de todos os valores observados na amostra dividido pelo número de valores coletados. Portanto, dada uma variável aleatória com uma amostra com n valores, a média aritmética é calculada pela Equação 2:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad [2]$$

Como já mencionado, a média de uma variável aleatória corresponde ao valor do parâmetro usualmente adotado em estudos determinísticos.

Variância, Desvio Padrão e Coeficiente de Variação

As medidas de variância, desvio padrão e coeficiente de variação são responsáveis pela quantificação da dispersão dos dados em relação à média aritmética.

A variância é a média do quadrado das diferenças entre o valor observado e média aritmética. Seu cálculo é dado pela Equação 3.

$$V = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \quad [3]$$

O desvio padrão, definido na Equação 4, corresponde à raiz quadrada da variância:

$$\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad [4]$$

Ao definir o valor de uma variável aleatória, ela é dada pela média aritmética do conjunto de valores coletados (amostra), com uma dispersão para mais ou para

menos e cujo valor é o desvio padrão. Sendo assim, uma variável aleatória é definida como: $\bar{x} \pm \sigma$.

O coeficiente de variação é a porcentagem do desvio padrão sobre a média aritmética, conforme indica a Equação 5:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 (\%) \quad [5]$$

2.2.2.

Probabilidade

De acordo com Ang & Tang (1975), sabe-se há bastante tempo que as propriedades geotécnicas dos materiais do solo e da rocha são variáveis, pois os depósitos naturais são formados por camadas irregulares de vários tipos de materiais, de diferentes combinações mineralógicas, e com presença de descontinuidades (no caso de maciços rochosos), resultantes dos processos deformacionais e do intemperismo químico e físico que os mesmos sofrem. Consequentemente apresentam diferentes propriedades de resistência, deformabilidade e permeabilidade do depósito.

Todos os resultados possíveis de uma experiência aleatória formam diferentes amostras, e o conjunto dessas amostras formam uma população. Dentro de uma amostra, qualquer subconjunto desses resultados é considerado um evento. Com essas definições torna-se intuitiva a definição de probabilidade com a Equação 8:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad [6]$$

Onde:

P (A): probabilidade do evento A ocorrer;

n (A): número de elementos do evento A;

n (S): número de elementos do espaço amostral.

Função de Probabilidade

A função de probabilidade descreve a forma (distribuição) da curva de probabilidade. Essa função relaciona a variável aleatória com sua probabilidade de ocorrência, conforme expressão 7:

$$P[a \leq x \leq b] = \int_a^b f(x). dx \quad [7]$$

Para uma variável aleatória x , com possíveis valores dentro de um intervalo $[a, b]$, a probabilidade P é dada por uma função de probabilidade, $f(x)$.

Há várias formas de distribuição, sendo mais usadas em estudos geotécnicos e abordadas neste trabalho as distribuições normais e lognormal.

Distribuição Normal

Também conhecida como distribuição de Gauss, é a mais difundida e utilizada. É caracterizada por sua simetria, sendo descrita pela função de probabilidade na Equação 8:

$$f(x, \bar{x}, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-0,5\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma}\right)^2} \quad [8]$$

onde:

σ : desvio padrão;

x : valor da variável aleatória contínua;

\bar{x} : média da distribuição.

A Figura 6 apresenta a forma gráfica da distribuição normal padrão, com média zero e o desvio padrão igual a 1,0.

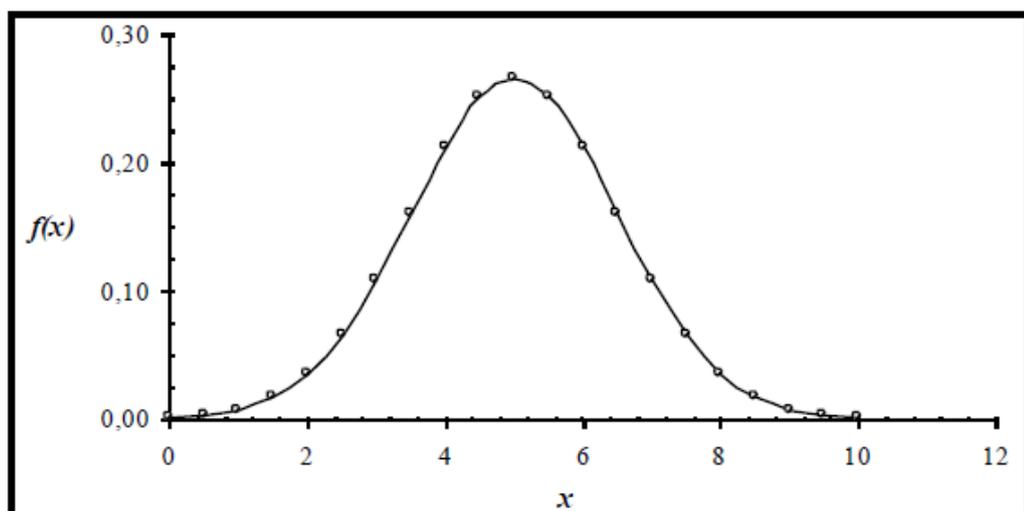


Figura 6 – Representação gráfica de uma distribuição normal (gaussiana) padrão

As probabilidades são, portanto, obtidas a partir da integração numérica dessa curva padronizada, cujos resultados são apresentados em forma de tabela padronizada (Anexo). Ao substituir esses valores de $\bar{x} = 0$ e $\sigma = 1$ na Equação 9, obtém-se uma distribuição reduzida (Equação 10):

$$\Phi(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-Z^2/2} \quad [9]$$

onde:

Z: é uma variável aleatória padronizada, dada por:

$$Z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} \quad [10]$$

Distribuição Lognormal

Nessa distribuição, o logaritmo da função de probabilidade tem distribuição normal (Equação 11):

$$f(x, \bar{x}, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} [\ln(x) - \bar{x}]^2} \quad [11]$$

Esta distribuição é utilizada quando a variável apresenta assimetria à esquerda ou para variáveis cujos valores são maiores que zero. A Figura 7 exibe uma representação gráfica da distribuição lognormal. A média e o desvio padrão dessa distribuição são calculados respectivamente pelas Equações 12 e 13:

$$\bar{x} = \ln(x) - 0,5 \left[\ln \left(1 + \left(\frac{\sigma}{x} \right)^2 \right) \right] \quad [12]$$

$$\sigma = \sqrt{\left[\ln \left(1 + \left(\frac{\sigma}{x} \right)^2 \right) \right]} \quad [13]$$

No âmbito geotécnico, os seguintes parâmetros podem aproximar-se tanto da distribuição normal quanto da lognormal: ângulo de atrito, massa específica (seca e úmida), índice de vazios, teor de umidade e grau de saturação (Silva, 2015).

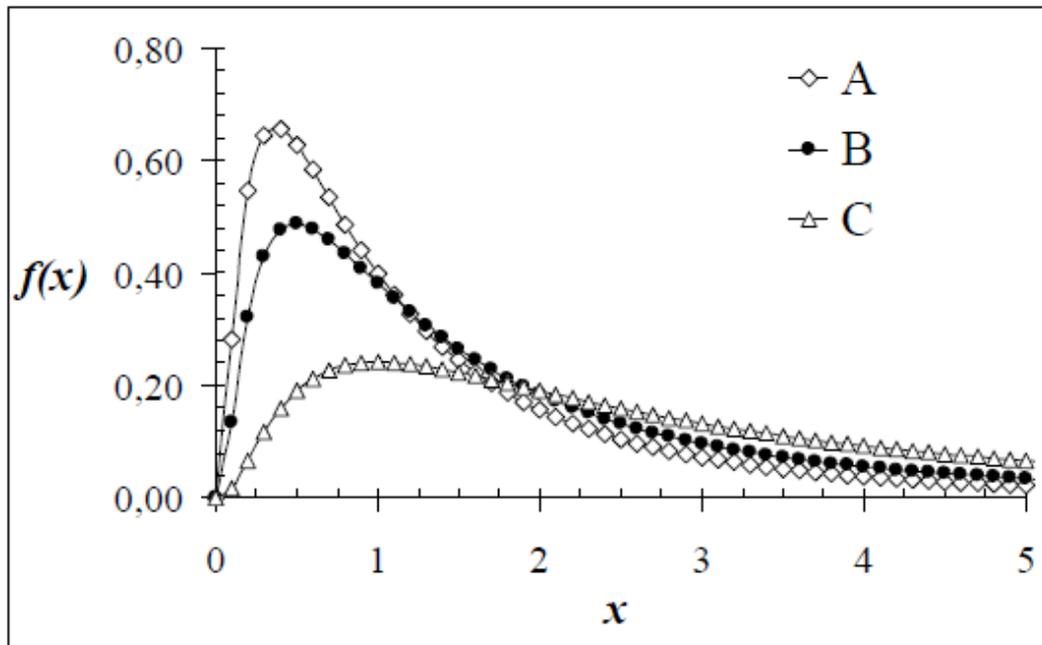


Figura 7 – Representação gráfica de uma distribuição lognormal

2.3.

Métodos Probabilísticos para Aplicação Geotécnica

No cenário geotécnico, são diversas as incertezas inerentes aos dados de entrada ao avaliar um problema: propriedades de solos e rochas, agentes externos, nível d'água e geometria adotada.

Desta forma, o estudo probabilístico complementa o fator de segurança dos estudos determinísticos, pois quantifica algumas das incertezas a partir de um índice de confiabilidade (β), o qual pode ser associado ao valor da probabilidade de ruptura (PR).

Nos métodos probabilísticos, avalia-se a distribuição de probabilidade de uma variável aleatória dependente, a qual é gerada por distribuições estatísticas de variáveis aleatórias independentes. No âmbito geotécnico, considera-se como variáveis independentes os dados de entrada de um problema como coesão, ângulo de atrito, peso específico, poropressão e nível d'água, e a variável aleatória dependente é o fator de segurança resultante das análises.

Segundo Araújo (2018), utilizam-se usualmente na prática geotécnica os três métodos probabilísticos, descritos a seguir. Os métodos do Segundo Momento (ou FOSM, *First Order of Second Moment*) e das Estimativas Pontuais (ou Rosenblueth) admitem uma distribuição probabilística para o fator de segurança

(variável dependente), cuja média e desvio padrão são obtidos por meio das médias e desvios padrão das propriedades e os parâmetros geotécnicos (variáveis independentes). Por outro lado, a distribuição do fator de segurança na Simulação de Monte Carlo é obtida a partir de um determinado número de valores gerados para as propriedades e parâmetros geotécnicos.

Em estudos realizados na PUC-Rio por Ribeiro (2008), Fabrício (2006), Dell'Avanzi (1995), Araújo (2018), Silva (2015), Vecci (2018) e Oliveira (2018) já foi estudado que o melhor método para estimar a probabilidade ruptura em taludes é o método FOSM no qual será o foco deste trabalho e será único método usado.

2.3.1.

Método do Segundo Momento de Primeira Ordem (FOSM)

Este método é considerado simples e consiste em uma aproximação de primeira ordem da série de Taylor, para obter o segundo momento da função. Logo, avaliam-se apenas os dois primeiros momentos, e os demais são desprezados. Designa-se essa aproximação por segundo momento de primeira ordem, como sugerido por Christian *et al.* (1992). No Brasil, a aplicação em estudos da segurança de um talude de grande altura foi reportada por Sandroni e Sayão (1992). Varia-se um parâmetro de cada vez e verifica-se a influência de cada variável sobre a variância do fator de segurança.

Na estatística, média e variância são, respectivamente, o primeiro e o segundo momento que definem uma variável aleatória. Portanto, pode-se definir uma função que calcula sucessivamente as derivadas de uma variável aleatória; essas derivadas definem seus momentos. Essas funções podem ser chamadas de funções geradoras de momentos ou funções de desempenho. Ang & Tang (1975)

As funções de séries de potência permitem o cálculo de integrais e equações diferenciais, realizando uma soma de termos infinitos. No método FOSM, aplica-se a expansão da série de Taylor como uma função de desempenho (ou geradora de momentos).

Em geotecnia, deseja-se obter o fator de segurança (FS), função de desempenho, a partir das propriedades e parâmetros geotécnicos, e da geometria do problema (variáveis aleatórias, x). A função de desempenho sob a forma da série de Taylor em torno do valor médio (\bar{x}) é dada na Equação 14:

$$FS(x) = FS(\bar{x}) + \frac{FS'(\bar{x})}{1!}(x - \bar{x}) + \frac{FS''(\bar{x})}{2!}(x - \bar{x})^2 + \dots \quad [14]$$

onde $FS'(\bar{x})$ e $FS''(\bar{x})$ são a primeira a segunda derivadas, respectivamente.

A partir do terceiro termo, os valores das derivadas são desprezíveis em relação aos primeiros. Logo, trunca-se a série na derivada de primeira ordem, ou seja, no segundo momento da série:

$$FS(x) = FS(\bar{x}) + FS'(\bar{x})(x - \bar{x}) \quad [15a]$$

$$FS(x) - FS(\bar{x}) = FS'(\bar{x})(x - \bar{x}) \quad [15b]$$

O lado esquerdo das Equações 15a e 15b indica o desvio, em relação ao valor médio \bar{x} , do valor da função em x . Ao elevar ao quadrado ambos os lados da equação, obtém-se a variância do fator de segurança, expressa pela Equação 16:

$$V[FS(x)] = (FS'(\bar{x}))^2 \cdot V(x) \quad [16]$$

A Equação 16 diz respeito ao fator de segurança depender de uma única variável independente. Como os problemas de engenharia envolvem diversas variáveis, utiliza-se a Equação 17 para obter a variância do FS, que é calculada por um somatório dos produtos entre o quadrado das derivadas parciais do FS em relação a cada parâmetro variável, e as respectivas variâncias de cada parâmetro:

$$V[FS] = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial FS}{\partial x_i} \right]^2 \cdot V[x_i] \quad [17]$$

Portanto, este método fornece aproximações para média e desvio padrão de uma variável de interesse (no caso, o FS), como função da média e desvio padrão dos parâmetros de entrada (x_i , variáveis independentes). Como vantagem deste método, nota-se que os cálculos são simples, não exigindo o conhecimento das funções de distribuições de probabilidade dos parâmetros de entrada, consideradas por hipótese com distribuição normal como vantagem adicional, este valor ainda permite verificar a influência de cada variável aleatória na variância no fator de segurança. Dell'Avanzi (1995).

Com o valor de FS de um cálculo determinístico, a variância do FS (calculada com a Equação 17), e a distribuição de probabilidade adotada (por

exemplo, normal ou lognormal), pode-se estimar a probabilidade de haver ruptura, ou seja do valor de FS estar abaixo de 1,0.

Pela Equação 18, observa-se que o método demanda o conhecimento das derivadas parciais do FS. A fim de solucionar a dificuldade de obter essas derivadas parciais, Sandroni e Sayão (1992) recomendam variar um parâmetro de cada vez, mantendo fixos os demais. Desta forma, obtém-se um FS diferente para cada variação de parâmetro, e a derivada parcial de FS é calculada por diferenças divididas, como indica a Equação 18. Christian et al, (1992):

$$\frac{\partial FS}{\partial x_i} = \frac{FS(x_i + \partial x_i) - FS(\bar{x}_i)}{\partial x_i} \quad [18]$$

Dell'Avanzi e Sayão (1998), estudando a estabilidade de taludes de grande altura, recomendaram usar uma variação de 10% (positiva ou negativa), sobre o valor médio de cada parâmetro, na aproximação das derivadas parciais, após verificarem que não ocorreu variação dos resultados para variações de até 15%. Para outros problemas de estabilidade, é recomendada uma avaliação prévia do valor adequado a ser usado na variação sobre o valor médio de cada parâmetro, para o cálculo da variância do FS, com base na Equação 17.

2.4.

Confiabilidade e Risco de Ruptura

A diferença entre os esforços resistentes (R) e os esforços solicitantes (S) definem se uma análise de equilíbrio limite é estável ou instável. Quando $R - S > 0$, caracteriza-se uma região estável, e quando $R - S < 0$, uma região é instável. Se $R - S = 0$, significa que as duas regiões se interceptam, definindo uma superfície limite de estado. Christian et al, (1992)

Segundo Oliveira (2018), estabelecer distribuições para essa diferença entre resistência e solicitação envolve dificuldades. Para simplificar, define-se o Índice de Confiabilidade β , que considera o desempenho dessa diferença.

Segundo Ribeiro (2008), obteve-se as primeiras medições de confiabilidade por meio da definição proposta pela Equação 19:

$$\beta = \frac{\bar{x}}{\sigma} \quad [19]$$

Onde \bar{x} é o valor médio e σ é o desvio padrão de uma distribuição de probabilidade. O índice β baseia-se na probabilidade da ruptura ocorrer caso $R - S$ seja inferior a zero.

Com base na Equação 19, o índice β é definido pelas Equações 20 e 21.

$$\beta = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sigma[R - S]} \quad [20]$$

$$\sigma[R - S] = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad [21]$$

onde:

\bar{R} = valor médio dos esforços resistentes;

\bar{S} = valor médio dos esforços solicitantes;

$\sigma[R - S]$ = desvio padrão da diferença entre $R - S$;

σ_R = desvio padrão dos esforços resistentes;

σ_S = desvio padrão dos esforços solicitantes.

Morlá Catalán e Cornell (1976) consideram uma distribuição normal para o índice de confiabilidade, cujo desenvolvimento algébrico é descrito pelas Equações 22a a 22d.

$$\beta = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sigma_R} \quad [22a]$$

$$\beta = \frac{\frac{\bar{R}}{\bar{S}} - 1}{\sigma_R / \bar{S}} \quad [22b]$$

$$\beta = \frac{\overline{FS} - 1}{\sigma[FS]} \quad [22c]$$

$$\beta = \frac{\overline{FS} - 1}{FSxCV} \quad [22d]$$

onde \overline{FS} é o fator de segurança médio e $\sigma[FS]$ é o desvio padrão do fator de segurança. Nota-se que o desvio padrão de FS é igual à razão entre o desvio padrão dos esforços resistentes e o valor médio dos esforços solicitantes. Pode-se dizer que a segurança é quantificada tendo como base o $FS = 1,0$, o qual caracteriza a ruptura em análise de estabilidade.

Em estudos de estabilidade geotécnica, diversos autores utilizam índices de confiabilidade definidos pela Equação 28c (Christian *et al*, 1992; Sandroni e Sayão, 1992).

A importância de um projeto deve ser considerada ao se avaliar o valor da probabilidade de ruptura. Como exemplo, o talude de uma grande barragem deve ter uma probabilidade de ruptura menor do que o talude da estrada provisória de acesso à obra.

A Figura 8, apresentada por Whitman (1984), na 17ª Palestra Terzaghi da ASCE, indica o nível de risco praticado em projetos de engenharia geotécnica, relacionando a probabilidade de ruptura com as consequências de um acidente, representadas pelo perda de vidas humanas ou custo associado. Com base na Figura 8 pode-se observar que o nível de risco (ou valor de PR) em obras de barragens é bem menor do que o praticado em projetos de fundações ou escavações em mineração.

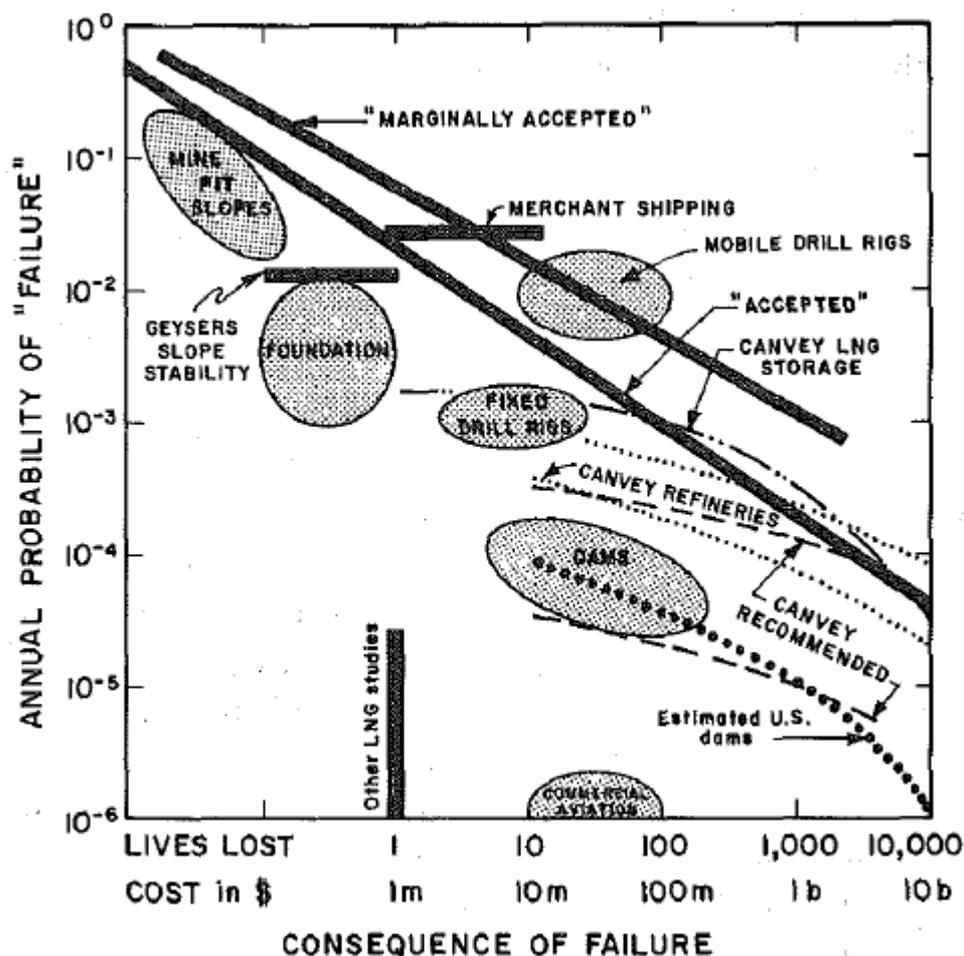


Figura 8 – Associação entre probabilidades de ruptura e suas consequências (Whitman, 1984)

A Figura 9 ilustra a relação entre índice de confiabilidade β , fator de segurança FS, e coeficiente de variação CV, a qual representa a Equação 24d. Nota-se que, para um mesmo fator de segurança, quanto menor for o coeficiente CV, maior é a confiabilidade β .

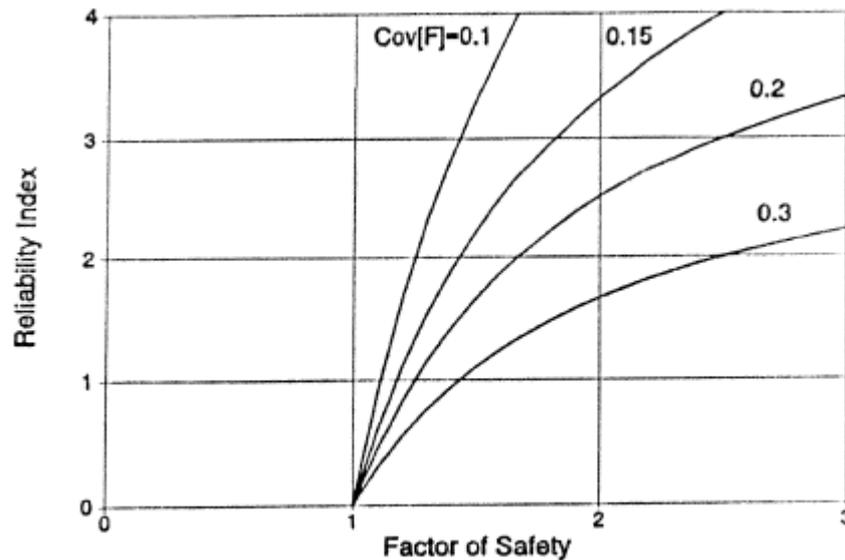


Figura 9 – Relação entre índice de confiabilidade, fator de segurança e coeficiente de variação (Christian *et al*, 1992)

O índice β pode ser relacionado a um valor de PR por meio do gráfico apresentado na Figura 10, por Dell’Avanzi e Sayão (1998), que fornece essa relação para distribuições normal e lognormais e diferentes valores de desvio padrão de FS. Ao analisar esta figura, pode-se concluir que:

- Para um mesmo valor de índice $\beta > 1,0$, a distribuição Normal indica valores de PR maiores que a distribuição Lognormal, podendo ser considerada a hipótese mais conservadora (a favor da segurança);
- Para $\beta < 1,0$, o valor de PR independe do tipo de distribuição;
- Para distribuições lognormais, um valor de FS com maior CV é associado a uma menor confiabilidade β , e, portanto, um maior valor de PR, sendo, assim, a favor da segurança.

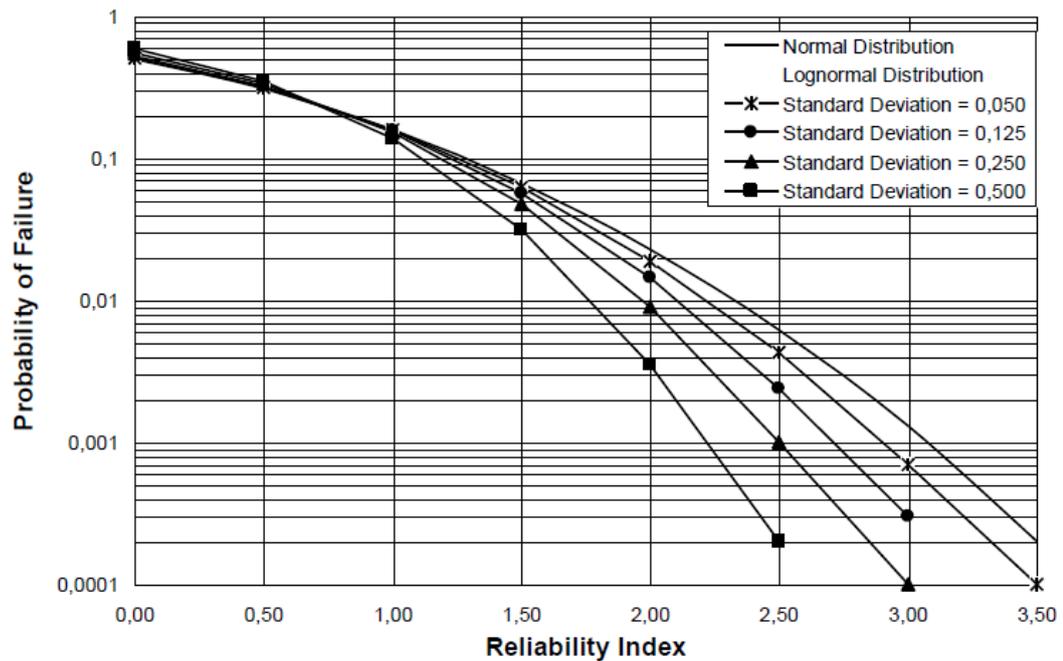


Figura 10 – Relação entre índice de confiabilidade e probabilidade de ruptura (Dell'Avanzi e Sayão, 1998)

2.5.

Trabalhos Anteriores

Ribeiro (2008) apresenta estudos probabilísticos aplicados a diferentes campos da Geotecnia: previsão de recalques de fundações e segurança de muros de arrimo e barragem. O estudo sobre a estabilidade do talude da Barragem de Benguê, construída em 2000 no Ceará, mostrou que os métodos de Bishop e Morgenstern-Price indicaram valores maiores de PR, comparados com os de métodos não rigorosos (Fellenius e Janbu). Além disso, o método FOSM indicou um valor de PR maior do que o de Estimativas Pontuais (EP). Neste estudo, a coesão efetiva foi a variável de maior influência no cálculo da variância do FS.

Fabício (2006) estudou o talude da Barragem de Curuá-Una, no Pará, e, assim como Ribeiro (2008), reportou valores de PR maiores com o método FOSM do que com o método EP. Além disso, concluiu que, mantendo fixa a superfície de ruptura, PR foi maior do que para superfícies de ruptura livres. Por outro lado, neste estudo, o ângulo de atrito efetivo foi a variável de maior influência no cálculo da variância do FS.

Dell'Avanzi (1995) analisou a Barragem de Santa Branca, em São Paulo, pelo método FOSM, e observou que os métodos rigorosos de equilíbrio limite (Spencer

e Sarma) indicaram menores valores de PR do que os métodos simplificados de Janbu e Bishop. Araújo (2018) complementou o estudo de Santa Branca ao comparar o método FOSM com outros métodos probabilísticos, com base no método de equilíbrio limite de Spencer. Assim como Ribeiro (2008), Araújo (2018) concluiu que PR é maior no método FOSM do que no método EP. Araújo (2018) concluiu ainda que o valor de PR obtido no método Monte Carlo foi também maior do que no método EP. Os estudos de Ribeiro (2008) e Araújo (2018) concluíram que a coesão efetiva foi o parâmetro de maior influência na variância do fator de segurança no método FOSM, confirmando os resultados de Ribeiro (2008).

Silva (2015) concluiu, em estudo sobre um talude da Mina de Alegria, que PR é maior pelo método FOSM do que por Monte Carlo e EP, apesar dos três métodos probabilísticos terem chegado a valores não muito diferentes de PR.

Outro estudo da estabilidade em talude da Mina do Cauê (MG) foi apresentado por Guedes (1997). Da mesma forma que Silva (2015), Guedes chegou a valores similares de PR para os métodos FOSM, Monte Carlo e EP, sendo maior o valor obtido por FOSM. Guedes (1997) concluiu ainda que, para taludes com menos de 100 m de altura, a coesão efetiva foi o parâmetro de maior influência no valor de $V[FS]$, enquanto, nos taludes com altura superior a 100 m, o ângulo de atrito efetivo foi o parâmetro de maior influência.

Vecci (2018) também estudou o talude da Mina do Cauê, com 200 m de altura, concluindo que o ângulo de atrito efetivo foi o parâmetro de maior influência na segurança, confirmando o estudo de Guedes (1997). Os maiores valores de PR foram obtidos pelo método EP, quando comparados a FOSM e Monte Carlo. Da mesma forma que Ribeiro (2008) e Dell'Avanzi (1995), valores de PR foram menores com o uso dos métodos rigorosos de equilíbrio limite, do que para os métodos simplificados.

A Tabela 3 apresenta um resumo de alguns estudos probabilísticos realizados na Geotecnia, e que serviram de base para o presente trabalho.

Tabela 3 – Estudos probabilísticos em geotecnia

Autor	Estudo de caso - Estabilidade de Talude	Conclusões
Dell'Avanzi (1995)	Barragem Santa Branca	FOSM: Menores PR com Spencer (1967) e Sarma (1979), FOSM: maiores PR com Janbu (1956) e Bishop Simplificado (1955), Grande influência da coesão efetiva
Guedes (1997)	Mina do Cauê	Maior influência da coesão efetiva para taludes até 100 m de altura, Maior influência do ângulo de atrito efetivo para taludes maiores que 100 m de altura, Quanto maior a inclinação do talude, maior PR, Quanto mais alto o talude, maior PR, Valores de PR muito próximos para FOSM, EP e Monte Carlo, PR de EP > PR de FOSM e Monte Carlo, variando a altura dos taludes.
Fabrizio (2006)	Barragem de Curuá-Una	PR de FOSM > PR de EP. Para nível d'água mais elevado, reduziu a diferença de PR entre os métodos. Para superfície de ruptura fixa, PR foi maior do que para superfícies de ruptura livres, Maior influência do ângulo de atrito efetivo.
Ribeiro (2008)	Barragem de Benguê	FOSM: maior PR por Janbu (1956) e Bishop Simplificado (1955), Grande influência da coesão efetiva, PR de FOSM > PR de EP, Grande influência da coesão efetiva.
Silva (2015)	Mina de Alegria	PR de EP > PR de FOSM > PR de Monte Carlo
Araújo (2018)	Barragem Santa Branca	PR de FOSM > PR de Monte Carlo > PR de EP, Grande influência da coesão efetiva.
Vecci (2018)	Mina do Cauê	maiores PR por métodos de equilíbrio limite não rigorosos do que para métodos aproximados, PR de EP > PR de FOSM > PR de Monte Carlo Maior influência do ângulo de atrito efetivo (talude de grande altura), Pouca variação de PR para superfícies de rupturas fixas ou livres,
Oliveira (2018)	Quebra mar de Sergipe	FOSM e EP são os mais recomendados para estudo probabilístico da estabilidade geotécnica.

Com base nos estudos acima, pode-se observar que o FOSM foi o método com maior aceitação por ter sido utilizado em todos os trabalhos listados. No presente trabalho, as análises probabilísticas ficaram restritas ao método FOSM, por ser o mais indicado para projetos geotécnicos.

3 Estudo de Caso: Análise da Estabilidade de uma barragem de rejeito

3.1. Apresentação da Obra

A Barragem I, examinada no presente trabalho, faz parte da Mina Córrego do Feijão, Complexo Paraopeba, no município de Brumadinho, Estado de Minas Gerais. A Mina Córrego do Feijão pode ser acessada pela rodovia BR-040, partindo de Belo Horizonte, no sentido Rio de Janeiro, por cerca de 13km, até o Bairro Jardim Canadá, em Nova Lima (TUV SUD, 2018). A Figura 11 apresenta a localização da barragem e a Figura 12 uma vista aérea da Barragem I em junho de 2014.

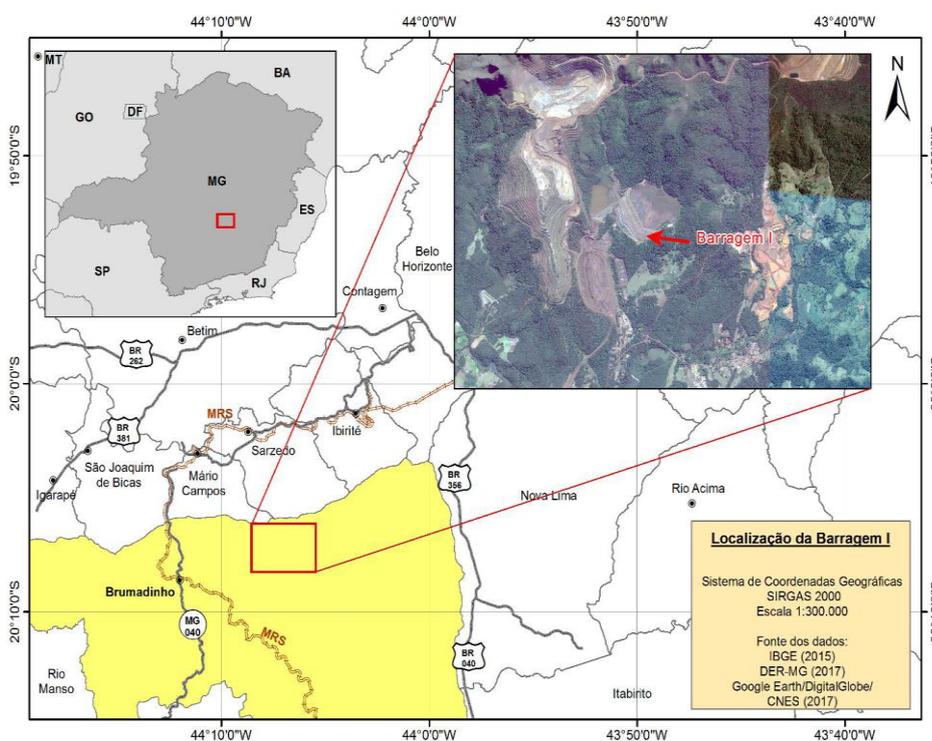


Figura 11 – Vista aérea da localização do Barragem I



Figura 12 – Vista aérea aproximada da barragem

A Barragem I tem como finalidade principal a contenção de rejeitos gerados no processo de beneficiamento através de barras aspersoras posicionadas ao longo da crista da estrutura. Todavia, seu reservatório também serve para clarificação da água a ser extravasada para a Barragem VI. Em julho de 2016 as operações de beneficiamento do minério na instalação de tratamento de minério passaram a ser realizadas de forma a seco e a barragem até a sua ruptura não recebia rejeitos.

Esta barragem estava em operação desde 1976, e apresentava uma altura total de cerca de 81m, tendo sido composta de um dique inicial com alteamentos sucessivos para montante, apoiados nos rejeitos previamente depositados. A crista atual correspondia ao nono alteamento (Geoconsultoria, 2006).

A Barragem I foi executada em etapas, e por várias equipes de projeto e construção. O projeto do dique inicial foi concebido por uma empresa alemã em 1974 e sua implantação finalizada em 1976, tendo sido executado com minério ultra fino (material drenante) e revestido por uma camada de laterita compactada na face de montante e jusante até a crista. Em seguida, foram executados alteamentos menores para montante, com rejeito compactado e cobertos com laterita nos taludes de jusante. Em 1984, foi feito um alteamento pelo método de linha de centro com envelopamento da barragem inicial e dos alteamentos de montante. O terceiro alteamento foi implantado sobre dois pequenos alteamentos para montante na. Posteriormente os alteamentos seguintes foi executado em duas etapas para montante, na forma de dois diques com coroamentos nas elevações (Geoconsultoria, 2006).

3.2.

Características Geológico-Geotécnicas

As informações a respeito da Geologia Regional, apresentadas a seguir, foram obtidas em um relatório elaborado pela TUV SUD (2018).

A Mina de Córrego do Feijão localiza-se ao longo do alinhamento de serra regionalmente conhecido como Serra do Curral, a qual delimita a porção Norte do Quadrilátero Ferrífero.

A Mina Córrego do Feijão, onde a Barragem I se encontra, está localizada em terreno de domínio de solos de alteração de gnaisses, recobertos por colúvios lateríticos.

A maior parte do maciço dos diques de alteamento se encontra apoiada sobre os rejeitos depositados no reservatório que, de maneira geral, apresentam-se como materiais silto-arenosos e areno-siltosos não plásticos.

Na região da Barragem I o maciço rochoso é representado por gnaisses bandados, sendo que a área do barramento se encontra capeada por horizonte de material terroso, constituído de solos saprolitos/residual/coluvionar. Estes solos mostram boa capacidade de suporte e permeabilidade baixa.

Com relação às características de fundação do terreno natural, as informações são bastante exíguas. De maneira geral, trata-se de um material silto-argiloso com índice de penetração (N-SPT) entre 5 e 11 golpes, recobrimdo o horizonte de solo saprolítico mais resistente com N-SPT variável entre 15 e 40 golpes.

3.3.

Seção Típica

Para o estudo no presente trabalho foi selecionada a seção com maior altura da barragem, denominada Seção 4 no projeto, como pode ser visto na Figura 13.

Observa-se ainda que os diversos alteamentos ocorridos ao longo dos anos nesta barragem, feitos com diversos materiais para dique de barramentos, iniciando com minério ultrafino, depois com solo compactado e posteriormente com rejeito compactado.

O nível freático existente na seção de estudo foi obtido com a análise indicadores de nível d'água e interpretados para a elaboração do nível freático, Esse nível freático foi utilizado nas análises contidas neste trabalho e pode ser observado na Figura 14, porém não há leituras suficientes para que seja considerado como uma variável na análise deste trabalho e por essa razão, o nível d'água será fixo para todas as análises .

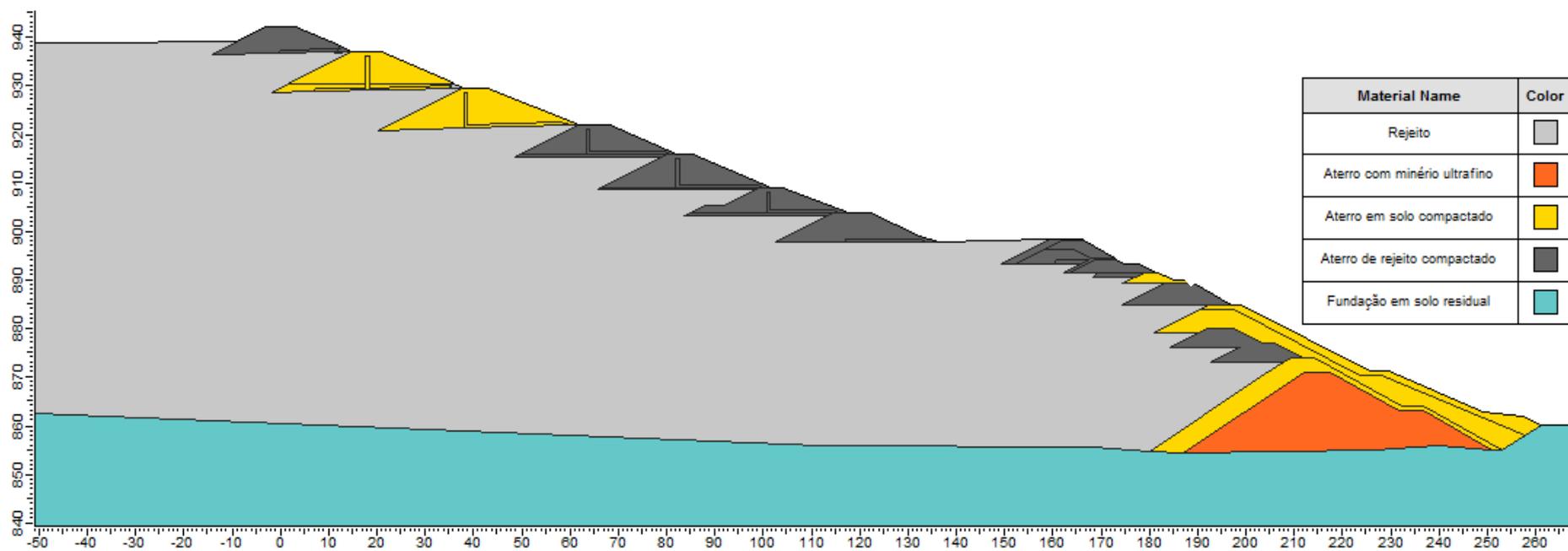


Figura 13 – Geometria da Barragem I, na Seção 4 (altura máxima), TUV SUD (2018)

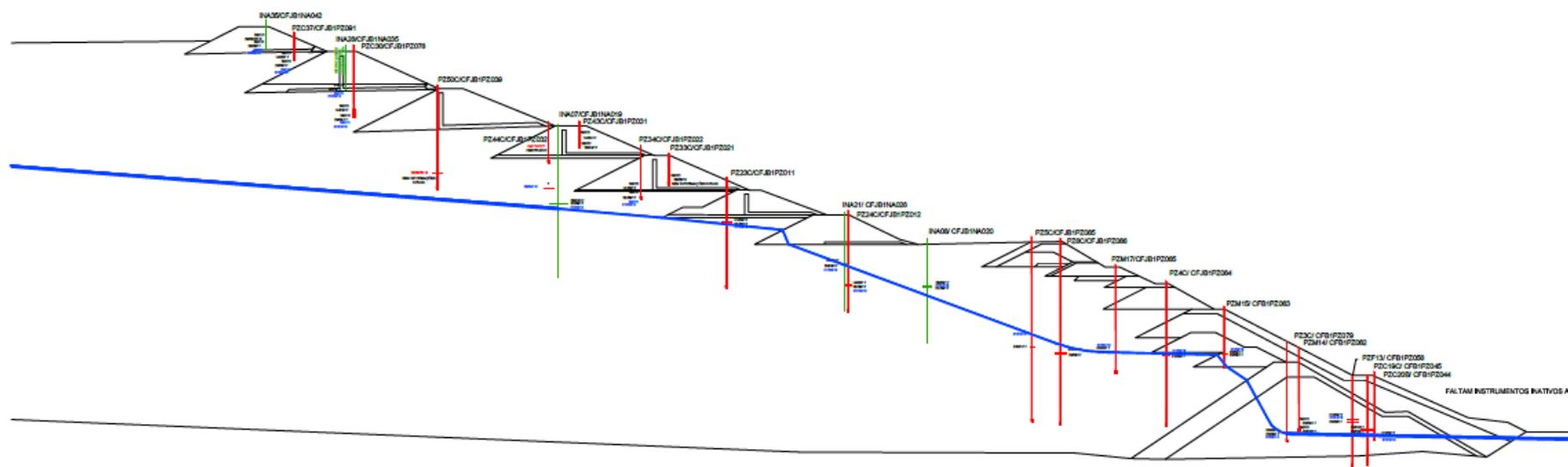


Figura 8.12 – Nível freático interpretado na Seção 4-4.

Figura 14 – Nível freático da Barragem I, Seção 4 (altura máxima), TUV SUD (2018)

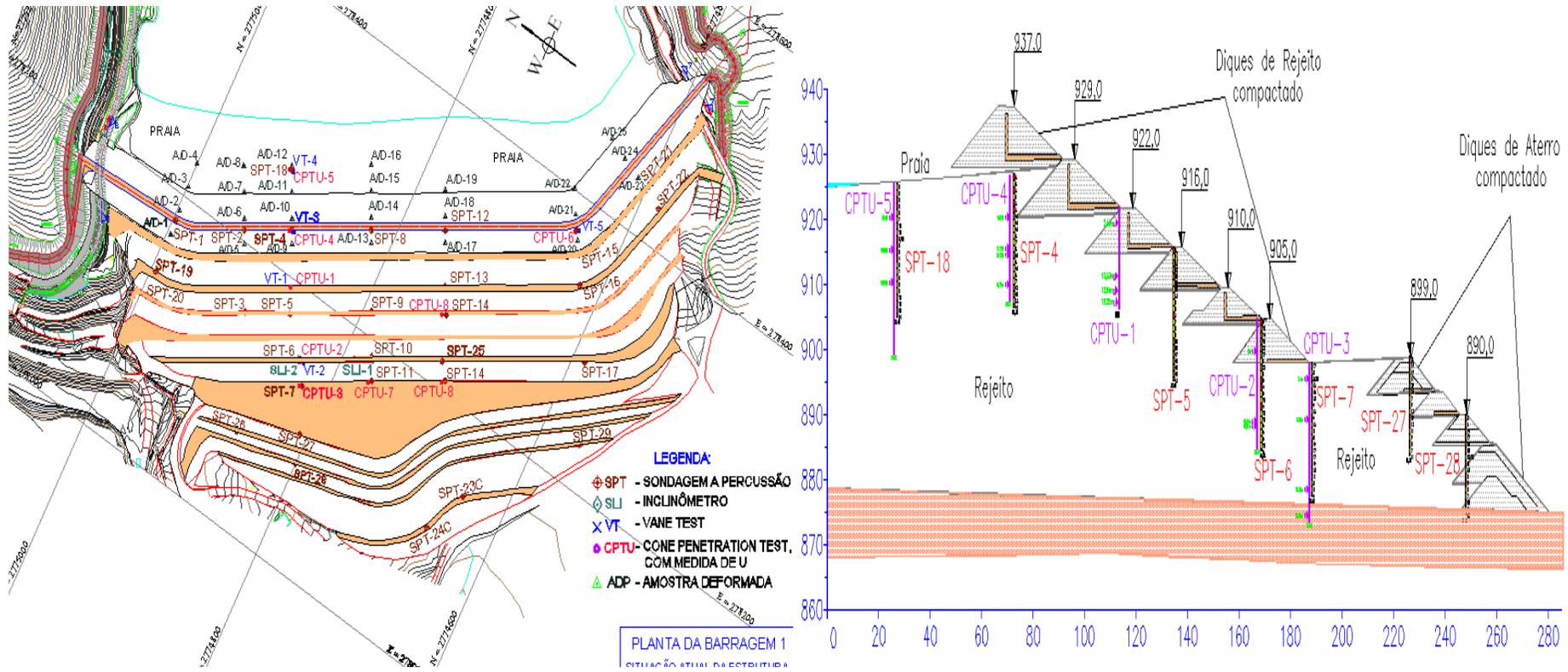


Figura 15 – Investigações geotécnicas realizadas na Barragem I, na Seção de estudo (altura máxima), Silva (2010).

3.4. Parâmetros Geotécnicos

Após a definição da seção típica a ser estudada, foram também definidos os parâmetros geotécnicos, indicados na Figura 13. Esses parâmetros são os dados de entrada para as análises de estabilidade.

As campanhas de investigações geotécnicas realizadas na Barragem I objetivaram a avaliação da segurança da estrutura quanto ao galgamento, cisalhamento e erosão interna (*piping*), para o caso do nono alteamento e para as condições de janeiro de 2019 de um alteamento subsequente (décimo alteamento).

Também visando os estudos de liquefação dos rejeitos, em 2016 foi realizada campanha de investigações geotécnicas.

Em termos de investigações geotécnicas no campo, além do ensaio de peso específico *in situ* utilizando o método frasco de areia, foram executadas sondagens à percussão SPT e piezocone (CPTU).

As análises de equilíbrio limite foram realizadas com a ferramenta computacional Slide 6.0, de uso comum na prática geotécnica.

3.4.1.

Rejeito

Os rejeitos depositados no reservatório são o material que mais condiciona a estabilidade do maciço, pois cerca de 80% da superfície potencial de ruptura encontra-se nesse depósito;

Como este material, que fica estocado na barragem, com uma parte acima do nível d'água, e assim não saturado, foram adotados os pesos específicos natural $\gamma_{\text{nat}} = 21,80 \text{ kN/m}^3$, e ângulo de atrito efetivo $\phi' = 35,3^\circ$.

3.4.2.

Rejeito Saturado

Este material também fica estocado na barragem, porém abaixo do nível d'água, ou seja, saturado. Foram adotados os seguintes parâmetros: peso específico saturado $\gamma_{\text{sat}} = 27,68 \text{ kN/m}^3$, e razão de resistência $S_u/\sigma'_{v0} = 0,28$.

3.4.3.

Aterro com minério ultrafino

A Barragem I foi idealizada para ter alteamentos sucessivos, conforme os rejeitos eram dispostos no reservatório. O maciço inicial foi constituído de material homogêneo drenante (minério ultrafino).

3.4.4.

Aterro em solo compactado e Aterro de rejeito compactado

O material constituinte dos diques de alteamento era o próprio rejeito granular compactado ou o solo local. Em alguns casos há indicação do uso de solo e rejeito após a exaustão da área de empréstimo de solo, porém nesses casos não há *as built* (“como construído”) com indicação regional do material utilizado.

O maciço apresenta compacidade medianamente compacta a compacta, com coeficientes de permeabilidade situando-se na faixa dos 10^{-6} a 10^{-5} cm/s, com valores de até 10^{-7} cm/s.

3.4.5.

Parâmetros Utilizados nas Análises

As análises determinísticas e probabilísticas apresentadas neste trabalho utilizaram parâmetros geotécnicos oriundos de investigações de campo e laboratório descritas nos relatórios técnicos da TUV SUD (2018), disponível na *internet* e na dissertação de mestrado “Estudo do potencial de liquefação estática de uma barragem de rejeito alteada para montante aplicando a metodologia de Olson (2001)” de autoria de Silva (2010).

As investigações utilizadas disponíveis eram pertinentes para um estudo de alteamento e seguiram as melhores práticas e apresentaram resultados esperados.

Para desenvolver uma análise probabilista é necessário realizar inicialmente determinística, na qual são obtidas as médias aritméticas de todas as variáveis para um mesmo parâmetro e com esse valor iniciar as verificações deterministas para posteriormente realizar as probabilísticas

Outra verificação pertinente ao método do equilíbrio limite em uma barragem de rejeito é as análises dos valores de fator de segurança e sua variação para uma situação drenada e não drenada. Por essa razão foi verificada a variação do fator de segurança para tensões efetivas e em tensões totais.

3.4.6.

Parâmetros para Análises em Tensões Totais

Para as análises em tensões totais, foram utilizados os valores de resistência não drenada (s_u) provenientes de ensaios de palheta (*Vane Tests*), ensaios triaxiais do tipo não adensado Não Drenado (UU) e Não Adensado Drenado (CU). Foram também utilizadas correlações empíricas com os resultados de piezocone, para estimar valores de resistência não drenada (s_u). No presente estudo, adotou-se o valor da razão de resistência não drenada (s_u/σ'_{v0}), que abrange os resultados de s_u dos ensaios de laboratório (CU) e de campo (palheta, e piezocone).

Abaixo Na Tabela 4 tem-se os valores que foram considerados para análises em tensões totais.

Tabela 4 – Valores médios utilizados na análise determinística em tensões totais.

Material	Parâmetro	Média (Xi)
Rejeito	$\tan \Phi'$	0,71
	γ_{nat}	21,80
Rejeito Saturado	razão de resistência não drenada (s_u/σ'_{v0})	0,28
	γ_{sat}	27,68
Aterro com minério ultrafino	$\tan \Phi'$	0,70
	γ_{nat}	25,00
Aterro em solo compactado	c'	20,00
	$\tan \Phi'$	0,53
	γ_{nat}	20,00
Aterro de rejeito compactado	$\tan \Phi'$	0,75
	γ_{nat}	28,00

Obs.

c' intercepto coesivo (kPa);

γ_{nat} peso específico natural (kN/m^3);

γ_{sat} peso específico saturado (kN/m^3);
 $\tan \Phi'$ tangente do ângulo de atrito efetivo.

3.4.7.

Parâmetros para Análises em Tensões Efetivas

Para as análises em tensões efetivas, foram utilizados os valores provenientes de ensaios cisalhamento direto, peso específico e triaxiais (CD). A tabela 5 apresenta os valores que foram considerados para análises em tensões efetivas.

Tabela 5 – Valores médios utilizadas na análise determinística em tensões efetivas.

Material	Parâmetro	Média (\bar{X}_i)
Rejeito	$\tan \Phi'$	0,71
	γ_{nat}	21,80
Aterro com minério ultrafino	$\tan \Phi$	0,70
	γ_{nat}	25,00
Aterro em solo compactado	c'	20,00
	$\tan \Phi'$	0,53
	γ_{nat}	20,00
Aterro de rejeito compactado	$\tan \Phi'$	0,75
	γ_{nat}	28,00

Obs

c' intercepto coesivo (kPa);
 γ_{nat} peso específico natural (kN/m^3);
 $\tan \Phi'$ tangente do ângulo de atrito efetivo.

É importante notar que os parâmetros que seriam referentes ao material de fundação não foram considerados pelo fato de que em nenhuma das situações analisadas a superfície de ruptura passaria pela fundação da barragem

3.5.

Definição das Variáveis Aleatórias

Para as análises probabilísticas do caso aqui estudado, é essencial definir os valores dos parâmetros considerados como variáveis aleatórias.

Assim, para cada parâmetro foram definidos os valores de média (X_i) e desvio padrão (σ). Os valores de média já foram definidos no Item 3.4.

O coeficiente de variação (CV) para o peso específico de solos diversos pode variar entre 1 e 10% (Lee *et al*, 1983). Foi, portanto, adotado o valor de 10% para as análises deste trabalho, como sugerido por Dell'Avanzi (1995).

As Tabelas 6 e 7 apresentam os valores das variáveis aleatórias das análises em tensões totais e efetivas, respectivamente.

Tabela 6 – Variáveis consideradas em Tensões Totais

Material	Parâmetro	Desvio-padrão (σ)
Rejeito	$\tan \Phi'$	0,12
	γ_{nat}	2,87
Rejeito Saturado	razão de resistência não drenada (S_u / σ'_{v0})	0,03
	γ_{sat}	1,24
Aterro com minério ultrafino	$\tan \Phi'$	0,00
	γ_{nat}	0,00
Aterro em solo compactado	c'	8,49
	$\tan \Phi'$	0,00
	γ_{nat}	0,00
Aterro de rejeito compactado	$\tan \Phi'$	0,00
	γ_{nat}	0,00

Obs.

c' intercepto coesivo (kPa);

γ_{nat} peso específico natural (kN/m^3);

$\tan \Phi'$ tangente do ângulo de atrito efetivo .

Tabela 7 – Variáveis consideradas em Tensões Efetivas

Material	Parâmetro	Desvio-padrão (σ)
Rejeito	$\tan \Phi'$	0,12
	γ_{nat}	2,87
Aterro com minério ultrafino	$\tan \Phi'$	0,00
	γ_{nat}	0,00
Aterro em solo compactado	c'	8,49
	$\tan \Phi'$	0,00
	γ_{nat}	0,00
Aterro de rejeito compactado	$\tan \Phi'$	0,00
	γ_{nat}	0,00

Obs

c' intercepto coesivo (kPa);

γ_{nat} peso específico natural (kN/m^3);

$\tan \Phi'$ tangente do ângulo de atrito efetivo .

Para os diferentes tipos de análises existentes, o método utilizado neste trabalho foi o FOSM, que tem sido recomendado por vários autores em aplicações geotécnicas, uma vez que este permite uma verificação de quais variáveis aleatórias que mais influenciam a segurança do caso em análise (Christian *et al*, 1992; Sayão, 2012).

3.5.1.**Aplicação do Método FOSM**

Como exposto no Item 2.3.1, o método de cálculo probabilístico demanda, além de n análises de estabilidade inerentes à variação das variáveis aleatórias, uma análise determinística de estabilidade, adotando os valores médios para todos os parâmetros variáveis.

Os métodos de equilíbrio limitem aqui adotados foram: Spencer e Morgenstern-Price, os quais podem ser utilizados para superfícies de ruptura circulares, e são ditos como métodos rigorosos.

Vecci (2018) mostrou a variação da superfície de ruptura crítica para a variação dos parâmetros de todos os materiais envolvidos não influencia nos resultados.

A Tabela 8 apresenta os resultados das análises determinísticas, as quais foram modeladas conforme geometria apresentada na Figura 13.

Tabela 8 – Valores dos fatores de segurança (FS) das análises determinísticas

Tipo de Análise	Método de Equilíbrio Limite	FS
Tensões Totais	Spencer	1,052
	Morgenstern-Price	1,047
Tensões Efetivas	Spencer	1,243
	Morgenstern-Price	1,241

O menor valor encontrado de 1,047 é inferior ao usualmente adotado na prática geotécnica.

A Figura 16 apresenta um exemplo do resultado de uma das análises determinísticas, na qual o FS calculado diz respeito à superfície de ruptura.

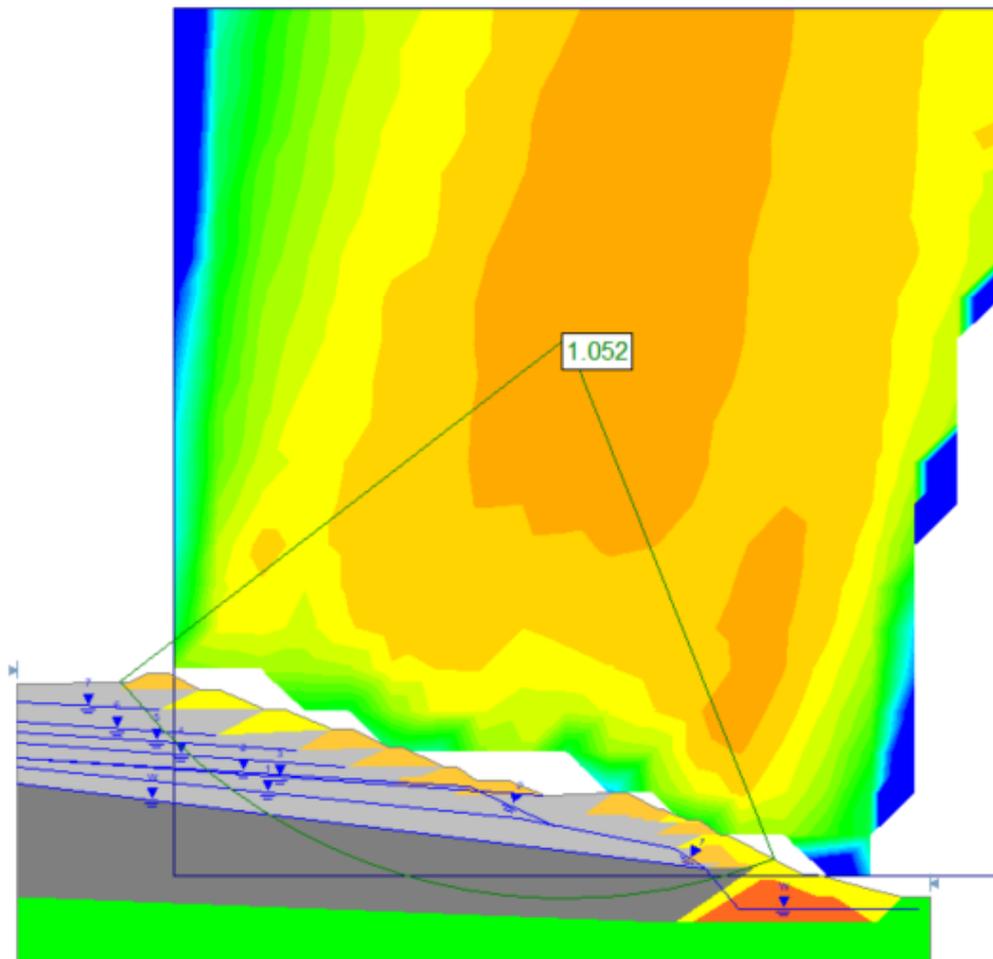


Figura 16 – Exemplo do cálculo do FS

3.5.2.

Verificação da Influência dos Parâmetros

O método FOSM permitiu avaliar as variáveis com maior influência na variação de FS e, portanto, no valor do índice β . Quanto maior for a variação dos parâmetros inseridos, menor será o valor de β (menor será a confiabilidade na análise de estabilidade). Os resultados dessas avaliações são apresentados a seguir, para cada método de equilíbrio limite utilizado neste trabalho, com o procedimento FOSM, detalhado no item 2.3.1.

De acordo com as definições apresentadas pela metodologia FOSM para cálculo do índice de confiabilidade, tem-se:

- \bar{x} = valor médio da variável aleatória;
- $\bar{x} + \partial x$ = valor médio da variável aleatória, com uma pequena variação de 10% (ver Item 2.3.1);
- $FS[\bar{x} + \partial x]$ é o fator de segurança resultante da variação de 10% sobre determinada variável aleatória. O termo $\partial FS/\partial x$ representa a derivada parcial de FS com relação a uma variável x , e pode ser calculada de forma aproximada pela razão entre a variação de FS, causada por pequena variação do parâmetro x (variável aleatória independente), e a variação do parâmetro x . Na prática, os valores de ∂x podem ser positivos ou negativos, de 10% do valor médio da respectiva variável aleatória, já que os termos $\partial FS/\partial x$ são elevados ao quadrado na Equação 20 (item 2.3.1).
- Na Equação 17, $V[x_i]$ é a variância da variável aleatória, obtida pelo quadrado do desvio-padrão;
- A parcela $(\partial FS/\partial x)^2 \cdot V[x]$ diz respeito a quanto cada variável influencia a variação de FS no caso em questão. Essa influência é expressa como uma porcentagem do somatório das parcelas de todas as variáveis.

O método FOSM requer que uma análise de estabilidade seja feita para a variação de cada parâmetro variável (x), com as demais variáveis mantidas fixas. Assim, são necessárias N+1 análises de estabilidade (equilíbrio limite), para obter

$V[x]$, onde N é o número de variáveis aleatórias. Na análise determinística inicial, todas as variáveis são consideradas com seu valor médio.

Os resultados dos parâmetros (variáveis aleatórias) com maior influência na variância de FS nos cálculos probabilísticos com a metodologia FOSM são apresentados nas Figuras 17 a 20.

Pode-se notar a maior influência da razão de resistência s_u / σ_{v0} , do rejeito saturado nas análises em termos de tensões totais, com os dois métodos de equilíbrio limite considerados. Coerentemente, nas análises em tensões efetivas, o ângulo ϕ' do rejeito mostrou ter a maior influência no resultado de FS.

A influência dos parâmetros é decorrente do formato da superfície de ruptura circular estudada neste trabalho. Como grande trecho dessa superfície crítica passa pelas camadas de rejeito e visto que é o material mais presente no corpo da barragem, e, portanto, os parâmetros de resistência destes materiais têm maior influência na variância do FS, seja o rejeito acima ou abaixo do nível freático.

As análises realizadas com base nos dados disponíveis indicaram valores reduzidos de FS (=1,047) e de confiabilidade β (= 0,58), correspondendo a um valor elevado de PR (= 1:3,5). Pode-se concluir que a barragem analisada estava com reduzida margem de segurança, demandando atenção para as ações estabilizadoras, recomendadas por TUV SUD (2018), as quais não se concretizaram devido à ocorrência da ruptura da barragem.

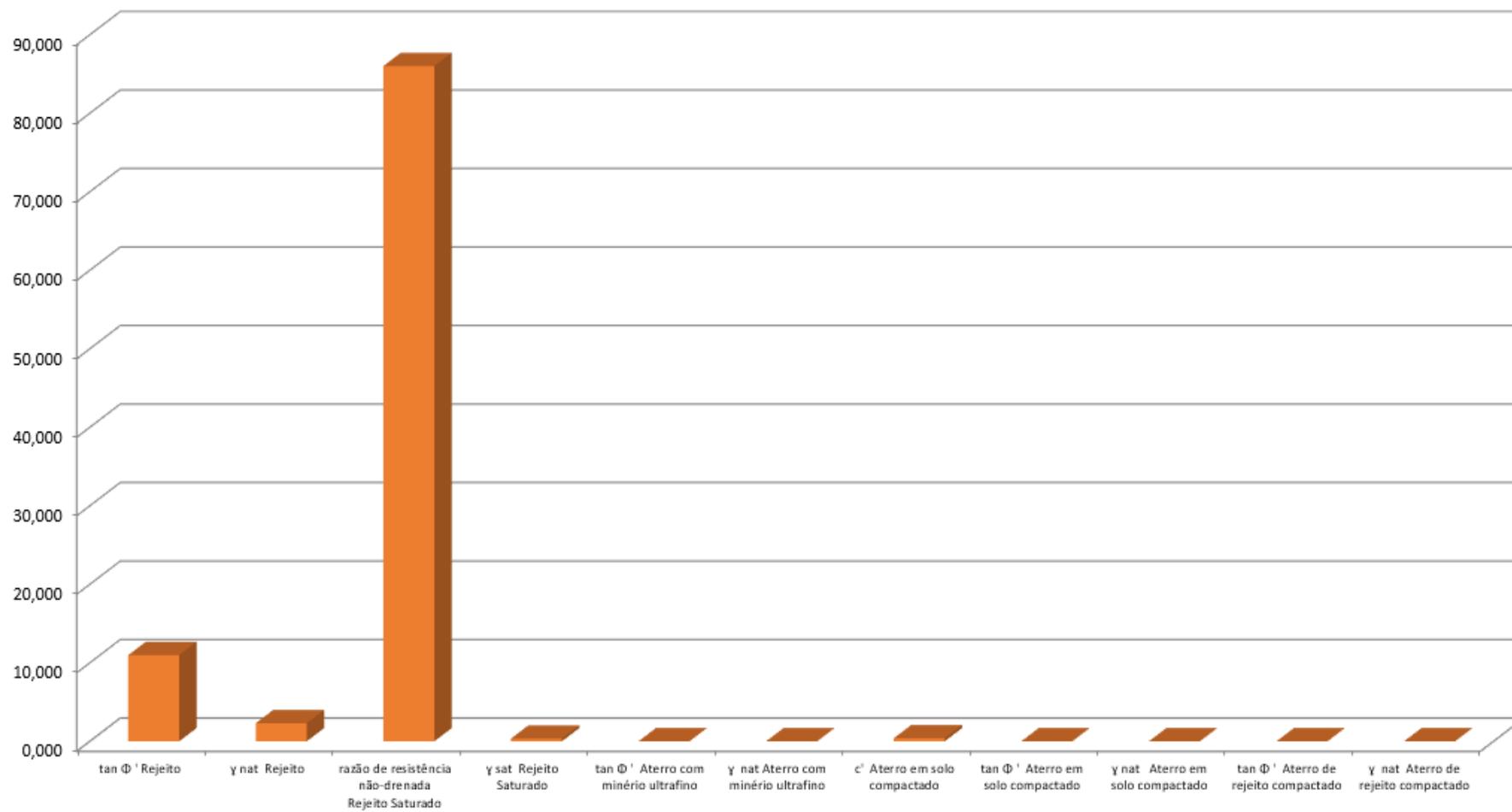


Figura 17 – Influência dos parâmetros na variância do FS – análise em tensões totais (Spencer)

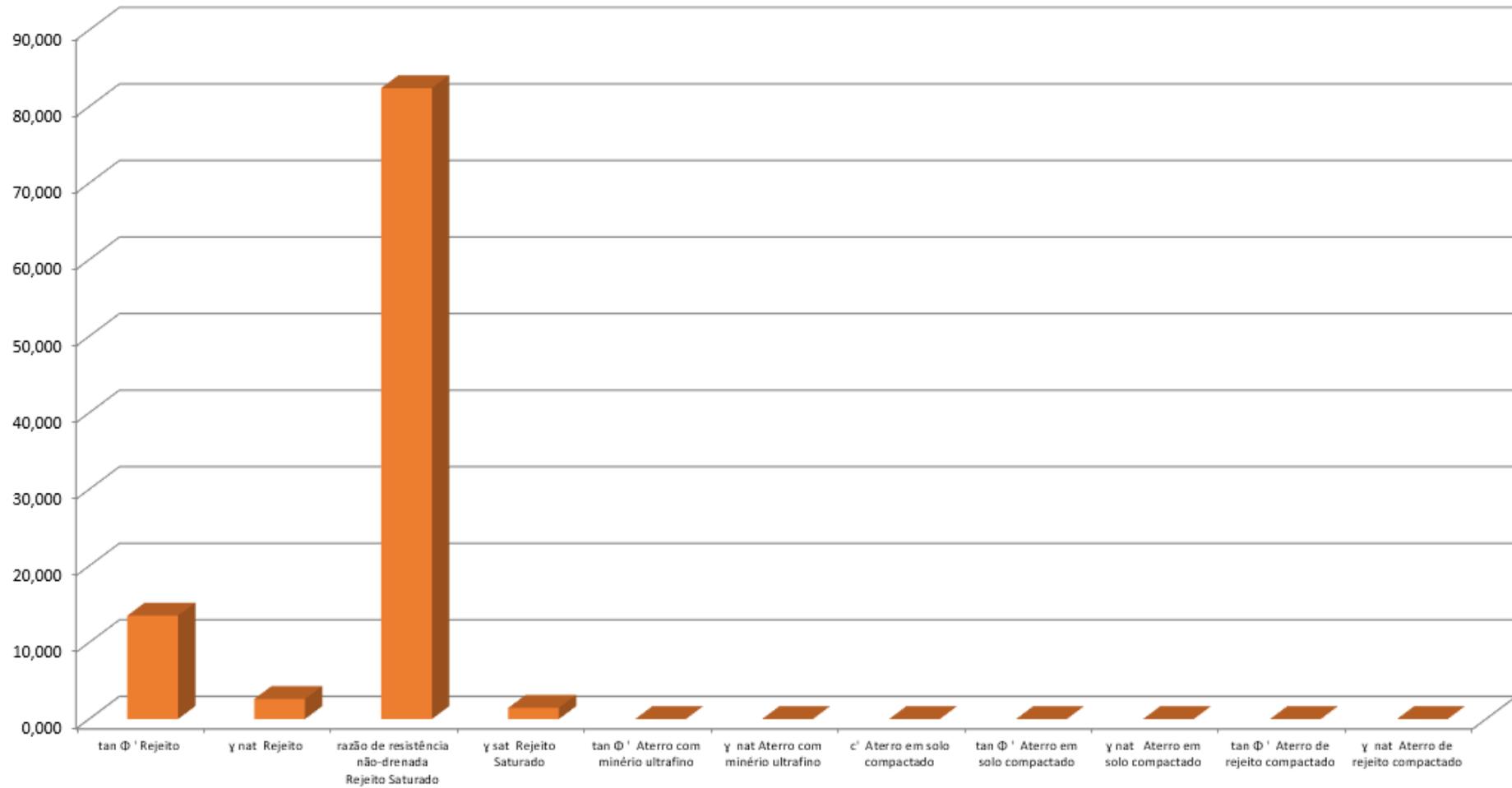


Figura 18 – Influência dos parâmetros na variância do FS – análise em tensões totais (Morgenstern-Price)

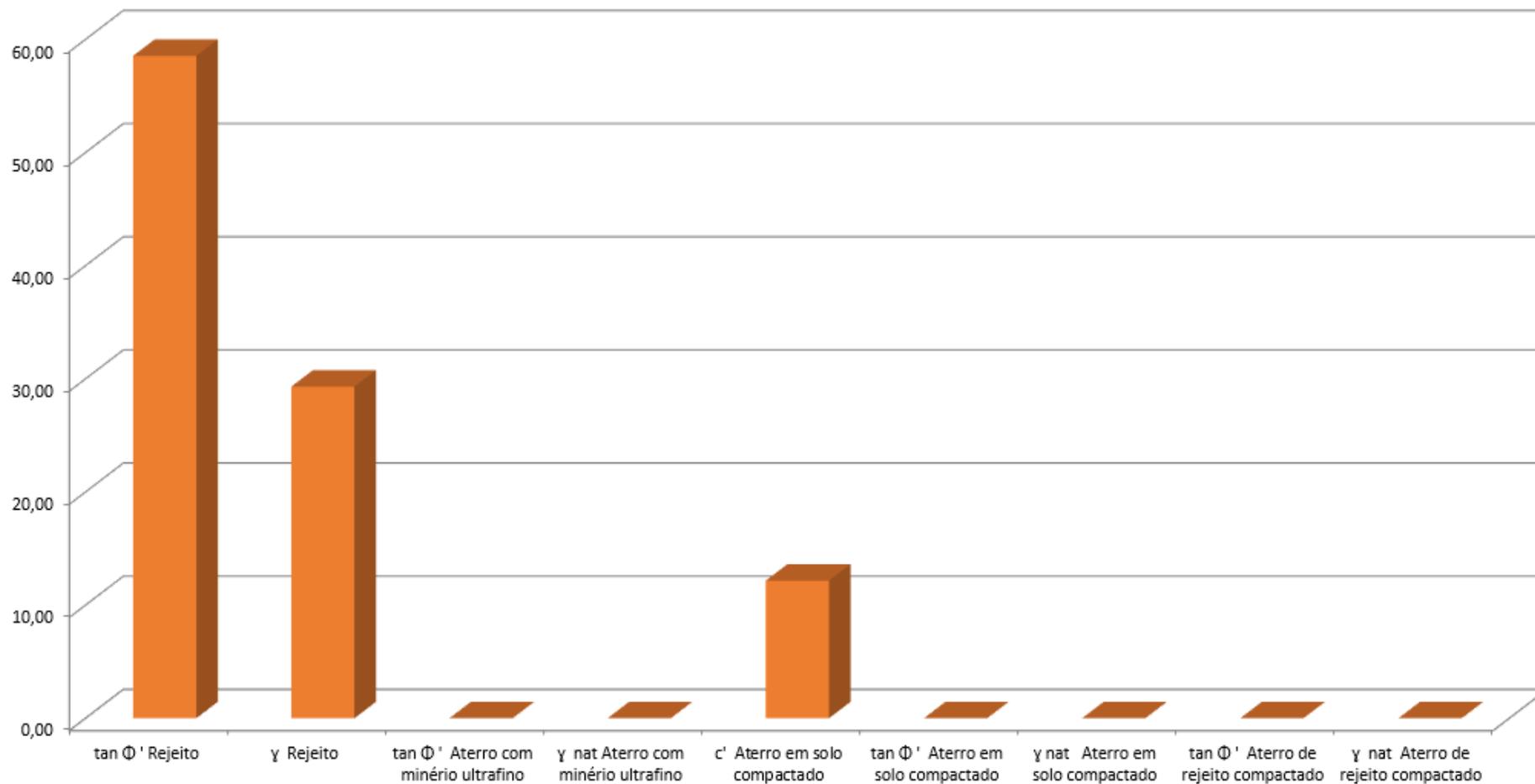


Figura 19 – Influência dos parâmetros na variância do FS – análise em tensões efetivas (Spencer)

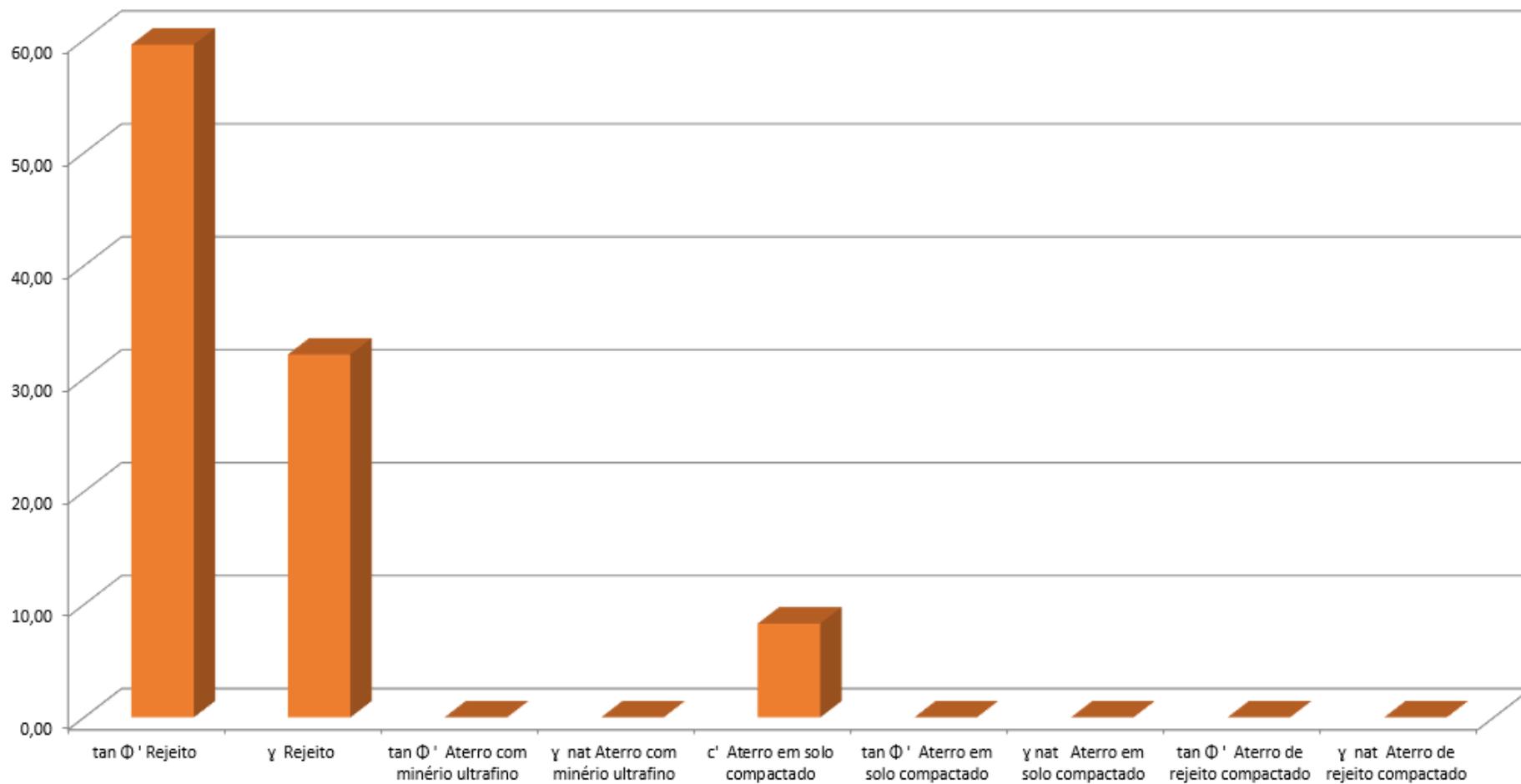


Figura 20 – Influência dos parâmetros na variância do FS – análise em tensões efetivas (Morgenstern-Price)

3.5.3.

Resultados das Análises FOSM

Os cálculos da análise probabilística pela metodologia FOSM são apresentados por meio de planilhas no Apêndice A. Os resultados de índice de confiabilidade (β) e probabilidade de ruptura (PR) estão indicados nas Tabelas 9 e 10, para os respectivos cenários das análises, em tensões totais, ou tensões efetivas.

Nas análises em tensões totais, considerando carregamento não drenado no rejeito, nota-se que o método de Morgenstern-Price apresenta o menor β (ou maior PR).

Tabela 9 – Resultado da análise probabilística FOSM para tensões totais

Método de Equilíbrio Limite	β	PR (%)	PR (fração)
Spencer	0,76	22	1/4,5
Morgenstern-Price	0,58	28	1/3,5

Para as análises em tensões efetivas, observa-se que todos os métodos apresentaram índices de confiabilidade coerentes entre si

Tabela 10 – Resultado da análise probabilística FOSM para tensões efetivas

Método de Equilíbrio Limite	β	PR (%)	PR (fração)
Spencer	2,85	0,22	1/454,5
Morgenstern-Price	2,73	0,32	1/312,5

3.5.4.

Comparação dos Resultados

Independentemente do método de equilíbrio limite adotado, o cenário de análise por tensões totais foi o que apresentou maior probabilidade de ruptura, indicando que, com o rejeito saturado, a barragem é muito mais susceptível à ruptura por uma solicitação não drenada.

O menor valor de PR encontrado foi 1/3,5, sugerindo que, para cada 3 ou 4 barragens construídas de forma similar, uma deveria chegar à ruptura.

4 Conclusões e Recomendações de Trabalhos Futuros

4.1. Conclusões

Este trabalho abordou a aplicação de métodos probabilísticos usuais no meio geotécnico para cálculo de estabilidade de taludes. Inicialmente, foram apresentados os conceitos básicos acerca de estatística e probabilidade, bem como uma comparação entre estudos determinísticos e probabilísticos. Em seguida, alguns estudos de casos anteriores sobre o tema foram discutidos. O método probabilístico aqui apresentado foi o FOSM com aplicação ao caso do Barragem I da Mina Córrego do Feijão e, a qual sofreu uma ruptura em janeiro de 2019. O objetivo foi analisar o nível de segurança do projeto comparando os valores de PR com os de FS, observando com base nos parâmetros de projeto adotados comparando com todos os parâmetros oriundos de investigações e verificando os valores de índice de confiabilidade e probabilidade de ruptura, analisados em 2 cenários distintos:

- Em termos de tensões totais, com a resistência não drenada do rejeito obtida em ensaios de palheta e piezocone, no campo, e ensaios triaxiais no laboratório;
- Em termos de tensões efetivas, com os parâmetros obtidos em ensaios de laboratório.

Considerando os métodos de equilíbrio limite rigorosos, Morgenstern-Price (1965) e Spencer (1967), os resultados apresentam-se bem similares para as análises em tensões totais e análises em tensões efetivas.

O cenário de tensões totais apresenta PR próximas a 1/4 (entre 22 e 28%). As análises em tensões efetivas levaram a valores de PR próximos a 1/300.

Com base nos estudos reportados no presente trabalho, pode-se concluir que os métodos FOSM é o mais recomendado para estudo probabilístico da estabilidade geotécnica, utilizando os métodos de equilíbrio limite rigorosos de Spencer (1967)

ou Morgenstern-Price (1965). Do ponto de vista prático, o método FOSM oferece maior facilidade de cálculo.

Tendo em vista o valor de probabilidade de ruptura reportado neste trabalho ter sido alto, quando comparado ao de obras geotécnicas que romperam, como por exemplo o talude da Mina do Cauê (PR = 1/7) e o Quebra Mar de Sergipe (PR = 1/20), pode-se concluir que o nível de segurança da Barragem estudada estava inferior ao admissível na prática usual da engenharia, o que poderia ter provocado um sinal de alerta, para avaliação de medidas emergenciais de estabilização.

Por fim é importante ressaltar que não existe uma norma regulamentadora para a análise probabilística, então é necessário que cada vez mais esse estudo seja aplicado a obras geotécnicas.

Tabela 11 – Resultado das análises probabilísticas FOSM para diferentes obras geotécnicas

Obra Geotécnica	Método de Equilíbrio Limite	β	PR (%)	PR (fração)
Mina do Cauê	Morgenstern-Price	1,54	6	1/17
Quebra Mar de Sergipe	Morgenstern-Price	1,66	5	1/20
Barragem I	Morgenstern-Price	0,58	28	1/3,5

4.2.

Recomendações de Trabalhos Futuros

O meio geotécnico deve continuar promovendo pesquisas sobre estudos probabilísticos em casos de obra diversos, o que deve colaborar para uma maior compreensão do comportamento de materiais geotécnicos e do nível de segurança das obras.

Este trabalho tratou de um estudo de caso de análise de estabilidade de uma Barragem de Rejeito. Recomenda-se o estudo de outras aplicações geotécnicas, tais como a segurança de fundações, aterros, contenções, escavações, túneis, etc.

Com relação ao estudo de caso apresentado neste trabalho, recomenda-se:

- Estudar outras Barragens de Rejeito construídas da mesma forma que a Barragem de estudo de caso desse trabalho para verificar se há alguma possibilidade de todas elas estarem com PRs altas e propor formas de reduzir isso em projetos futuros.

- Realizar novas análises com o método FOSM, com porcentagens de variação dos parâmetros diferentes do valor adotado (10%), de forma a avaliar as sugestões de Dell’avanzi e Sayão (1998), para a estimativa das derivadas parciais de FS em relação às diversas variáveis consideradas na análise.
- Avaliar o mesmo estudo de caso da Barragem I com métodos probabilísticos disponíveis (Monte Carlo e Estimativas Pontuais).
- Para um trabalho futuro avaliar o comportamento tensão X deformação e verificar a existência de zonas plastificadas no interior da barragem.

Somente a experiência futura quando houver um maior número de estudos onde a análise probabilista for aplicada mostrará o que poderá ser entendido como valores de β e PR “aceitáveis” para determinado projeto

Por fim conclui-se que a maior vantagem do método probabilístico sobre o determinístico é a maior quantidade de dados que aquele gera. Com isso é possível conhecer melhor o comportamento do talude em estudo e refinar melhor o projeto final de forma a deixá-lo mais econômico, porém ainda seguro.

5 Referências Bibliográficas

ALONSO, E. E. (1976). **Risk analysis of slopes and its application to slopes in Canadian sensitive clays**. *Geotechnique* 26, No. 3,453472.

ANG, A. H. S. e TANG, W (1975). **Probability Concepts in Engineering Planning and Design: Basic Principles**. John Wiley & Sons, New York, USA, vol. 1, p.p. 422.

ARAUJO, M. B. (2018). **Considerações Sobre Análise Probabilística em Estabilidade de Taludes de Barragem**. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio.

ARAUJO, M. B. (2018). **Análise probabilística da estabilidade da barragem de Santa Branca**. *Revista Brasileira de Engenharia de Barragens*, ano V nº 06 julho 2018, p.p. 6-12

BAECHER G.B., & CHRISTIAN, J.T. (2003). **Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering**. John Wiley & Sons, USA.

BISHOP, A. W. (1955). **The use of slip circle in the stability analysis of earth slopes**. *Geotéchnique*, Inglaterra, vol. 5, n. 1, p.p. 7-17.

CHRISTIAN, J. T., LADD, C. C. e BAECHER, G. B (1992). **Reliability Applied to Slope Stability Analysis**. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, vol. 120 (12), p.p. 2180-2207.

CRUZ, P.T.; MATERÓN, B.; Freitas, M. **Barragens de enrocamento com face de concreto**. Oficina de textos. São Paulo, 2009.

DAS, BRAJA. M. **Fundamentos de Engenharia Geotécnica**. São Paulo: Ed. Thompson Pioneira, 6. ed., 2007.

DELL'AVANZI, E. (1995). **Confiabilidade e Probabilidade em Análises de Estabilidade de Taludes**. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio.

DELL'AVANZI, E. e SAYÃO, A. S. F. J. (1998). **Avaliação da Probabilidade de Ruptura de Taludes**. XI Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica, ABMS, Brasília.

DUNCAN J. M (2001). **Closure of Discussion of "Factors of Safety and Reliability in Geotechnical Engineering**, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Volume 127, Number 8, p. 717-721.

EL-RAMLY, H. **Probabilistic analyses of landslide hazards and risks: bridging theory and practice**. Thesis (Doctor of Philosophy in Geotechnical Engineering), Faculty of Graduate Studies and Research, Department of Civil and Environmental Engineering, Edmonton, Alberta, Canada, 2001.

FABRÍCIO, J. V. F. (2006). **Análises Probabilísticas da Estabilidade de Taludes e Contencões**. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio.

FELLENIUS, W. (1936). **Calculation of the Stability of Earth Dams**. Transactions 2nd Congress on Large Dams, Washington, D. C., USA, vol. 4, p.p. 445-459.

FLORES, E. A. F. (2008). **Análises Probabilísticas da Estabilidade de Taludes Considerando a Variabilidade Espacial do Solo**. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio.

GEOCONSULTORIA S/C LTDA; (2006). **Relatório de Avaliação de Segurança** (Carta de Risco), 36p.

GRIFFITHS, D. V. & FENTON, G. A. (2007). **Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering**. **Internacional Centre For Mechanical Sciences**, New York, p. 71-112.

GUEDES, M. C. S. (1997). **Considerações sobre Análises Probabilísticas de Estabilidade de Taludes**. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio.

HARR, M. E. (1984). **Reliability-Based Design in Civil Engineering**. 1984 Henry M. Shaw Lecture. Dept. of Civil Engineering, North Carolina State University, Raleigh, USA.

HARR, M.E. (1987). **Reliability – Based Design in Civil Engineering**. McGraw-Hill Publishing Company, New York, USA, 291p.

HO, I.H. **Parametric studies of slope stability analyses using three-dimensional finite element technique: geometric effect**. Journal of GeoEngineering, Vol. 9, No. 1, pp. 33-43, 2014

LEE, I. K., WEEKS, W. e INGLES, O. G. (1983). **Geotechnical Engineering**. Ed. Pitman. Marshfield, USA.

MORGENSTERN, N. R. and PRICE, V. E. (1965). **The Analysis of the Stability of General Slip Surfaces**. Geotéchnique, vol. 15 (1), p.p. 79-93.

OLIVEIRA, A. L. R. V. de (2018) **Avaliação da segurança de um quebra-mar sobre argila mole**; Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2018.

REZENDE, D. A. (2013). **Análises Probabilísticas de Estabilidade de Taludes em Barragens de Rejeito**. Projeto de Graduação, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro.

RIBEIRO, R. C. H. (2008). **Aplicações de Probabilidade e Estatística em Análises Geotécnicas**. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio.

ROCSCIENCE (2018). **Slide versão 6.0**. Rocscience, Toronto, Ontario, Canada.

SANDRONI, S. S. e SAYÃO, A. S. F. J (1992). **Avaliação Estatística do Coeficiente de Segurança de Taludes**. 1ª Conferência Brasileira sobre Estabilidade de Taludes, Rio de Janeiro, ABMS, vol.2, p.p. 523-535.

SANDRONI, S. S., SANTANA, F. C., RAMOS, J. M. S. e SAYÃO, A. S. F. J. (1992). **Talude Rompido em Solo Saprolítico de Micaxisto na Mina do Cauê**. 1ª Conferência Brasileira sobre Estabilidade de Taludes, Rio de Janeiro, ABMS, vol. 1, p.p. 285-292.

SAYÃO, A. S. F. J., SANDRONI, S.S., FONTOURA, S.A.B. e RIBEIRO, R.C.H. (2012). **Considerations on the Probability of Failure of Mine Slopes**. Soils and Rocks, ABMS, vol. 35, N. 1, January-April 2012, p.p. 31-38.

SILVA, C. C. (2015). **Análise de Estabilidade de um talude da Cava de Alegria Utilizando Abordagem Probabilística**. Dissertação de Mestrado, NUGEO, Universidade Federal de Ouro Preto.

SILVA, W. P. (2001). **Estudo do potencial de liquefação estática de uma barragem de rejeito alteada para montante aplicando a metodologia de Olson**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. NUGEO.

SOARES, E. P. – **Análise de Estabilidade de um Talude da Mina de Águas Claras – MBR: Uma Visão Probabilística**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Viçosa, 1996, 66p.

SPENCER E. (1967). **A Method of Analysis of the Stability of Embankment Assuming Inter-Slice Forces**. Geotechnique, vol. 17, p.p.11-26.

TERZAGHI, K (1929), **The Effects of Minor Geologic Details on the Safety of Dams**, Transactions, American Institute of Mining and Metallurgical Engineers, 215, pp. 31-44.

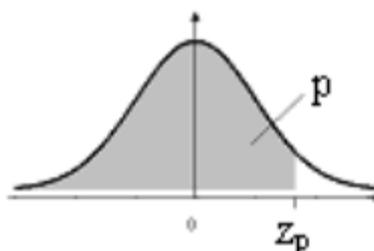
TUV SUD (2018). **Revisão periódica de segurança de barragem mina córrego feijão** –Relatório técnico RC-SP-117/17 24/08/2018.

VECCI, A. N. (2018). **Análises Probabilísticas de um Talude de Mineração**. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio.

WHITMAN, R. V. (1984). **Evaluating Calculated Risk in Geotechnical Engineering**, 17ª Terzaghi Lecture, Journal of the Geotech. Eng. Division, ASCE, vol. 110 (2), p.p. 145-188.

Anexo

Distribuição Normal Padrão Acumulada



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998

Apêndice

Apêndice A – Influência dos parâmetros na variância do FS e Análises probabilísticas – Método FOSM

Tabela A.1 – Análises em tensões totais

Material	Parâmetro	FOSM Morgenstern-Price DET $F_s = 1.047$									
		Média (Xi)	10% da media (δXi)	Média + variação 10%	Variância (V[Xi])	D. padrão ($\sigma[Xi]$)	Fs com variacao do parametro (δFsi)	δFsi	$\delta Fsi/\delta Xi$	V [FS]	V[FS] relativo
Rejeito	$\tan \Phi$ ' Rejeito	0,708	0,097	0,805	0,013	0,116	1,072	0,025	0,258	0,001	13,502
	γ nat Rejeito	21,796	2,180	23,976	8,245	2,871	1,037	-0,010	-0,005	0,000	2,622
Rejeito Saturado	razão de resistência não-drenada Rejeito Saturado	0,280	0,028	0,308	0,001	0,032	1,112	0,065	2,321	0,005	82,418
	γ sat Rejeito Saturado	27,675	2,768	30,443	1,527	1,236	1,069	0,022	0,008	0,000	1,458
Aterro com minério ultrafino	$\tan \Phi$ ' Aterro com minério ultrafino	0,700	0,095	0,795	0,000	0,000	1,048	0,001	0,011	0,000	0,000
	γ nat Aterro com minério ultrafino	25,000	2,500	27,500	0,000	0,000	1,047	0,000	0,000	0,000	0,000
Aterro em solo compactado	c' Aterro em solo compactado	20,000	2,000	22,000	72,004	8,485	1,047	0,000	0,000	0,000	0,000
	$\tan \Phi$ ' Aterro em solo compactado	0,526	0,064	0,590	0,000	0,000	1,048	0,001	0,016	0,000	0,000
	γ nat Aterro em solo compactado	20,000	2,000	22,000	0,000	0,000	1,052	0,005	0,003	0,000	0,000
Aterro de rejeito compactado	$\tan \Phi$ ' Aterro de rejeito compactado	0,754	0,107	0,860	0,000	0,000	1,055	0,008	0,075	0,000	0,000
	γ nat Aterro de rejeito compactado	28,000	2,000	22,000	0,000	0,000	1,500	0,453	0,227	0,000	0,000
						Fs DET Morgenstern-	1,047		V[FS]	0,007	100,000
						Price			σ [FS]	0,081	
									β	0,58	
									Pr	0,28	1/3,5

Tabela A.2 – Análises em tensões totais

Material	Parâmetro	FOSM SPENCER DET $F_s = 1,052$										
		Média (Xi)	10% da media (δXi)	Média + variação 10%	Variância (V[Xi])	D. padrão ($\sigma[Xi]$)	Fs com variacao do parametro (δFs)	δFs	$\delta Fs/\delta Xi$	V [FS]	V[Fs] relativo	
Rejeito	$\tan \Phi'$ Rejeito	0,708	0,097	0,805	0,013	0,116	1,071	0,019	0,196	0,001	10,965	
	γ nat Rejeito	21,796	2,180	23,976	8,245	2,871	1,044	-0,008	-0,004	0,000	2,301	
Rejeito Saturado	razão de resistência não-drenada Rejeito Saturado	0,280	0,028	0,308	0,001	0,032	1,108	0,056	2,000	0,004	86,009	
	γ sat Rejeito Saturado	27,675	2,768	30,443	1,527	1,236	1,061	0,009	0,003	0,000	0,343	
Aterro com minério ultrafino	$\tan \Phi'$ Aterro com minério ultrafino	0,700	0,095	0,795	0,000	0,000	1,049	-0,003	-0,032	0,000	0,000	
	γ nat Aterro com minério ultrafino	25,000	2,500	27,500	0,000	0,000	1,050	-0,002	-0,001	0,000	0,000	
Aterro em solo compactado	c' Aterro em solo compactado	20,000	2,000	22,000	72,004	8,485	1,053	0,001	0,000	0,000	0,382	
	$\tan \Phi'$ Aterro em solo compactado	0,526	0,064	0,590	0,000	0,000	1,053	0,001	0,016	0,000	0,000	
	γ nat Aterro em solo compactado	20,000	2,000	22,000	0,000	0,000	1,053	0,001	0,000	0,000	0,000	
Aterro de rejeito compactado	$\tan \Phi'$ Aterro de rejeito compactado	0,754	0,107	0,860	0,000	0,000	1,059	0,007	0,066	0,000	0,000	
	γ nat Aterro de rejeito compactado	28,000	2,000	22,000	0,000	0,000	1,056	0,004	0,002	0,000	0,000	
						Fs DET SPENCER	1,052			V[FS]	0,005	100,000
										α [FS]	0,07	
										β	0,76	
										Pr	22%	1/4,5

Tabela A.3 – Análises em tensões efetivas

		FOSM SPENCER E LIVRE $F_s = 1.243$									
Material	Parâmetro	Média (Xi)	10% da media (δXi)	Média + variação 10%	Variância (V[Xi])	D. padrão ($\sigma[Xi]$)	Fs com variacao do parametro (δFsi)	δFsi	$\delta Fsi/\delta Xi$	V [FS]	V[Fs] relativo
Rejeito	$\tan \Phi'$ Rejeito	0,71	0,10	0,80	0,01	0,12	1,189	-0,05	-0,56	0,00425	58,54
	γ Rejeito	21,80	2,18	23,98	8,25	2,87	1,208	-0,04	-0,02	0,00213	29,30
Aterro com minério ultrafino	$\tan \Phi'$ Aterro com minério ultrafino	0,70	0,10	0,80	0,00	0,00	1,232	-0,01	-0,12	0,00000	0,00
	γ nat Aterro com minério ultrafino	25,00	2,50	27,50	0,00	0,00	1,232	-0,01	0,00	0,00000	0,00
Aterro em solo compactado	c' Aterro em solo compactado	20,00	2,00	22,00	72,00	8,49	1,250	0,01	0,00	0,00088	12,16
	$\tan \Phi'$ Aterro em solo compactado	0,53	0,06	0,59	0,00	0,00	1,239	0,00	-0,06	0,00000	0,00
	γ nat Aterro em solo compactado	20,00	2,00	22,00	0,00	0,00	1,267	0,02	0,01	0,00000	0,00
Aterro de rejeito compactado	$\tan \Phi'$ Aterro de rejeito compactado	0,75	0,11	0,86	0,00	0,00	1,214	-0,03	-0,27	0,00000	0,00
	γ nat Aterro de rejeito compactado	28,00	2,00	22,00	0,00	0,00	1,237	-0,01	0,00	0,00000	0,00
						Fs DET SPENCER	1,243		V[Fs]	0,00726	100,00
									σ [FS]	0,08518	
									β	2,85	
									Pr	0,22%	1/454,5

Tabela A.4 – Análises em tensões efetivas

Material	Parâmetro	FOSM Morgenstern-Price $F_s = 1.241$									
		Média (Xi)	10% da media (δXi)	Média + variação 10%	Variância (V[Xi])	D. padrão ($\sigma[Xi]$)	Fs com variacao do parametro (δFs)	δFs	$\delta Fs/\delta Xi$	V [Fs]	V[Fs] relativo
Rejeito	$\tan \Phi$ ' Rejeito	0,71	0,10	0,80	0,01	0,12	1,184	-0,06	-0,59	0,00465	59,56
	γ Rejeito	21,80	2,18	23,98	8,25	2,87	1,203	-0,04	-0,02	0,00251	32,13
Aterro com minério ultrafino	$\tan \Phi$ ' Aterro com minério ultrafino	0,70	0,10	0,80	0,00	0,00	1,241	0,00	0,00	0,00000	0,00
	γ nat Aterro com minério ultrafino	25,00	2,50	27,50	0,00	0,00	1,241	0,00	0,00	0,00000	0,00
Aterro em solo compactado	c' Aterro em solo compactado	20,00	2,00	22,00	72,00	8,49	1,247	0,01	0,00	0,00065	8,31
	$\tan \Phi$ ' Aterro em solo compactado	0,53	0,06	0,59	0,00	0,00	1,266	0,02	0,39	0,00000	0,00
	γ nat Aterro em solo compactado	20,00	2,00	22,00	0,00	0,00	1,266	0,02	0,01	0,00000	0,00
Aterro de rejeito compactado	$\tan \Phi$ ' Aterro de rejeito compactado	0,75	0,11	0,86	0,00	0,00	1,246	0,00	0,05	0,00000	0,00
	γ nat Aterro de rejeito compactado	28,00	2,00	22,00	0,00	0,00	1,223	-0,02	-0,01	0,00000	0,00
						Fs DET	1,241		V[Fs]	0,00780	100,00
						Morgenstern-Price			σ [Fs]	0,08832	
									β	2,73	
									Pr	0,32%	1/312,5