

## 4 Análise de Resultados

Visando comparar os resultados obtidos no presente trabalho com dados da literatura, selecionou-se a configuração apresentada nos trabalhos de Issa & Kempf (2003) e Bonizzi (2003), como ilustrada na Fig. 4.1. A tubulação é horizontal e possui  $L = 36$  m de comprimento, com um diâmetro interno de  $D = 0,078$  m. A pressão na saída da tubulação é mantida constante e igual à pressão atmosférica. A fase gasosa é formada pelo ar, com constante de gás  $R$  igual a  $287$  N m / (Kg K) e viscosidade absoluta  $\mu$  igual a  $1,796 \times 10^{-5}$  Pa-s. Como fase líquida utilizou-se água, sendo sua massa específica  $\rho$  definida como  $998,2$  kg/m<sup>3</sup>, e sua viscosidade absoluta  $\mu$  igual a  $1,139 \times 10^{-3}$  Pa-s. A temperatura de referência foi fixada em  $8,6$  °C.

Para tratar o acoplamento velocidade-pressão selecionou-se o algoritmo PRIMER como referência, baseado nas equações de conservação na forma conservativa. Já com relação a discretização da massa específica e fração volumétrica do gás nas faces do volume de controle principal, utilizou-se como caso base, a aproximação linear para ambas as variáveis, isto é, Caso 1, de acordo com a Tabela 3.1.

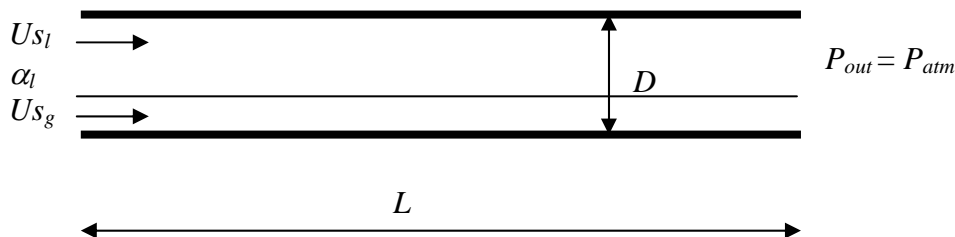


Figura 4.1 – Configuração utilizada.

De acordo com Issa & Kempf (2003) especificou-se as velocidades superficiais  $U_{s_g}$  e  $U_{s_l}$  iguais a  $2,0$  m/s e  $1,0$  m/s, respectivamente. De acordo com a comunicação pessoal de Issa (2004) o valor de  $\alpha_l$  não deve influenciar a solução, e por esta razão não foi apresentado no artigo (Issa & Kempf, 2003). Porém visando comparar a presente solução com os dados do referido artigo, especificou-se o mesmo valor que o

adotado naquele,  $\alpha_l = 0,4$  como informado por Issa (2004). Finalmente, de acordo com o teste de malha realizado por Issa & Kempf (2003), especificou-se uma malha uniforme com 1250 pontos nodais, resultando em um espaçamento igual a  $\Delta x/D = 0,37$ .

As figuras 4.2 e 4.3 apresentam a evolução no tempo da fração volumétrica do líquido (*hold-up* líquido) correspondente ao trabalho de Issa & Kempf (2003) e ao presente trabalho para as mesmas condições iniciais. Nestas figuras ilustra-se a variação do *hold-up* líquido ao longo da tubulação para diferentes instantes de tempo. Cada curva corresponde a um instante de tempo, como indicado na ordenada.

Analisando a Fig. 4.2 observa-se que após um intervalo de tempo inicial, de aproximadamente 7 segundos, o primeiro *slug* é formado em torno da coordenada axial igual a 8 m. Outros *slugs* são formados, crescem de tamanho e se deslocam ao longo da tubulação. Após um intervalo de tempo relativamente grande o regime “permanente”, isto é estatisticamente permanente, é eventualmente obtido.

Os resultados para a evolução temporal do *hold-up* líquido ao longo da tubulação obtidos no presente trabalho podem ser vistos na Fig. 4.3. Observa-se o surgimento do primeiro *slug* aproximadamente no mesmo instante de tempo e coordenada que previsto por Issa & Kempf (2003). Porém apesar do *slug* se deslocar ao longo da tubulação, o surgimento do segundo *slug* leva a uma instabilidade numérica, e a solução oscila entre dois valores de fração volumétrica não convergindo e portanto não sendo possível obter o regime estatisticamente permanente

A seguir são apresentados dois testes, visando comparar com os dados obtidos por Bonizzi (2003), que classificou o primeiro caso como *mal posto* e o segundo como *bem posto*.

As figuras 4.4 e 4.5 apresentam a evolução temporal da fração volumétrica do líquido apresentada por Bonizzi (2003) para um sistema *mal posto* e a obtida no presente trabalho. Neste caso, especificou-se as velocidades superficiais  $U_{s_g}$  e  $U_{s_l}$  iguais a 6,532 m/s e 0,532 m/s respectivamente, o valor da fração volumétrica do líquido igual  $\alpha_l = 0,606$  e foi utilizada uma malha com um espaçamento igual a  $\Delta x/D = 1,15$  como definidos no trabalho de Bonizzi, (2003).

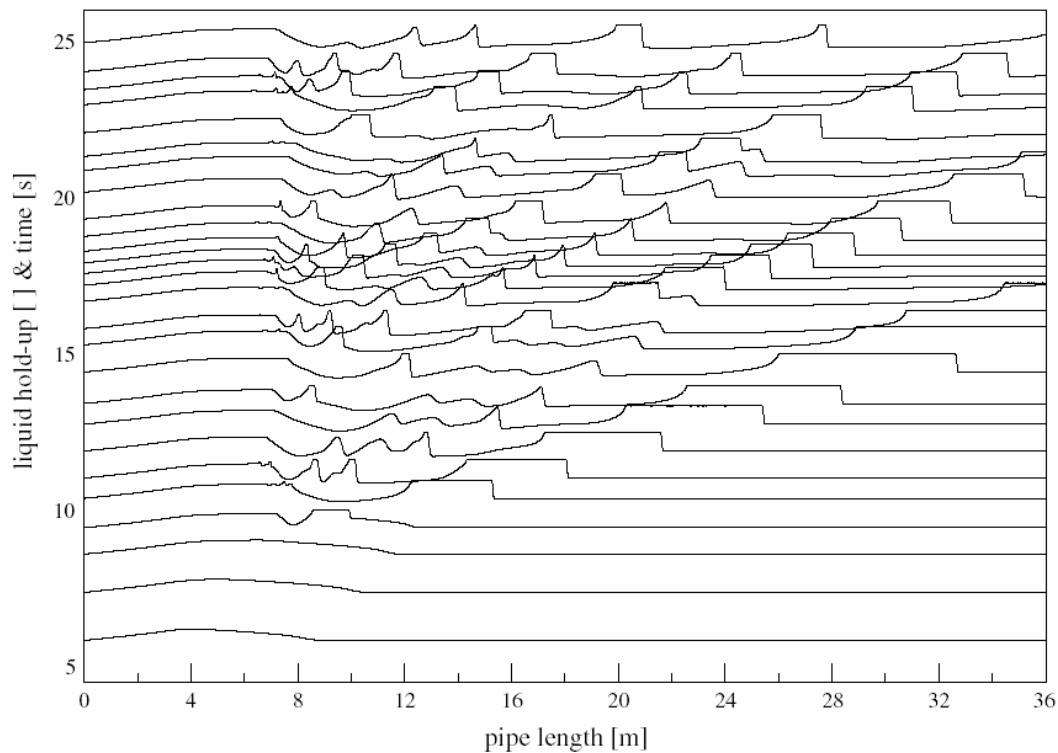


Figura 4.2 – Distribuição do *hold-up* líquido ao longo da tubulação para diferentes instantes de tempo (Issa & Kempf, 2003).  $U_{s_g} = 2,0$  m/s e  $U_{s_l} = 1,0$  m/s.

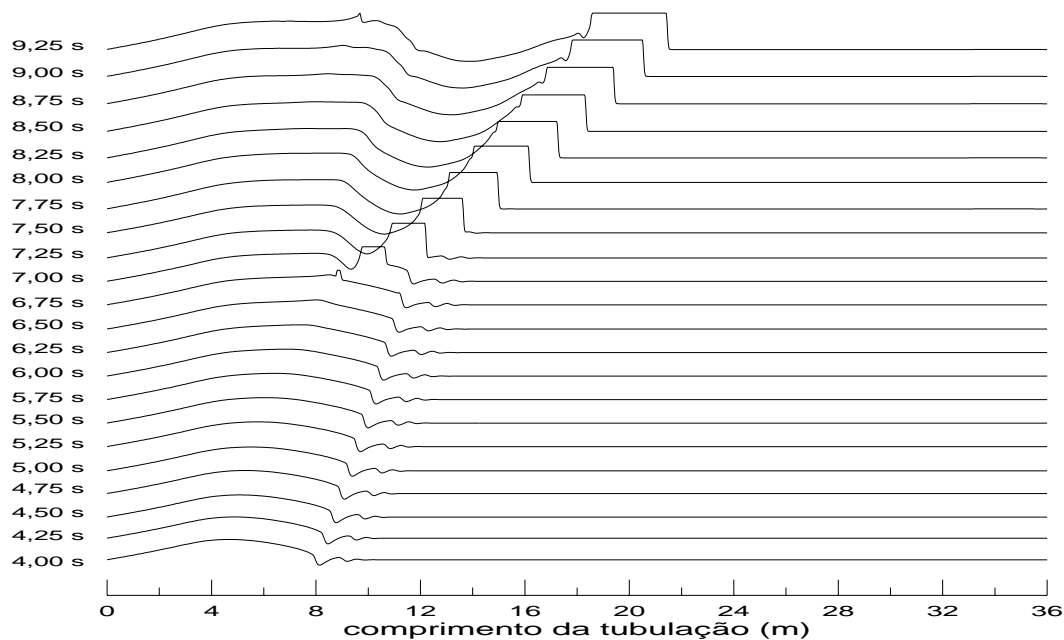


Figura 4.3 – Distribuição do *hold-up* líquido ao longo da tubulação para diferentes instantes de tempo, presente trabalho.  $U_{s_g} = 2,0$  m/s e  $U_{s_l} = 1,0$  m/s.

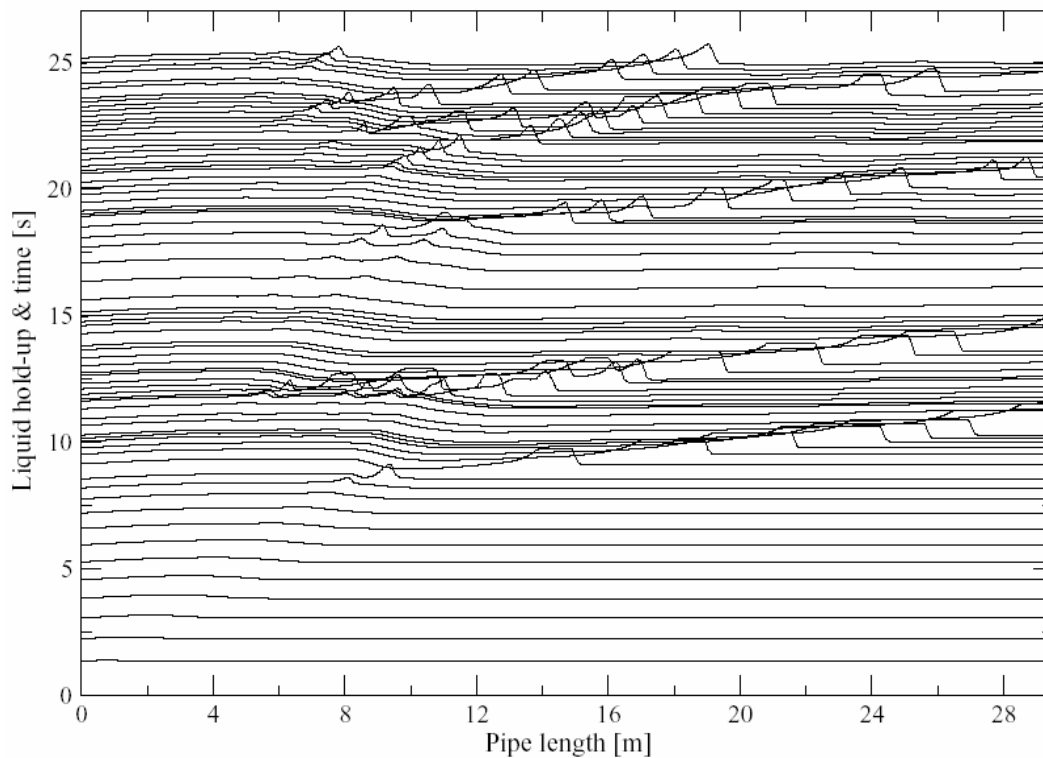


Figura 4.4 – Distribuição do *hold-up* líquido ao longo da tubulação para diferentes instantes de tempo (Bonizzi, 2003).  $U_{sg} = 6,532$  m/s e  $U_{sl} = 0,532$  m/s.

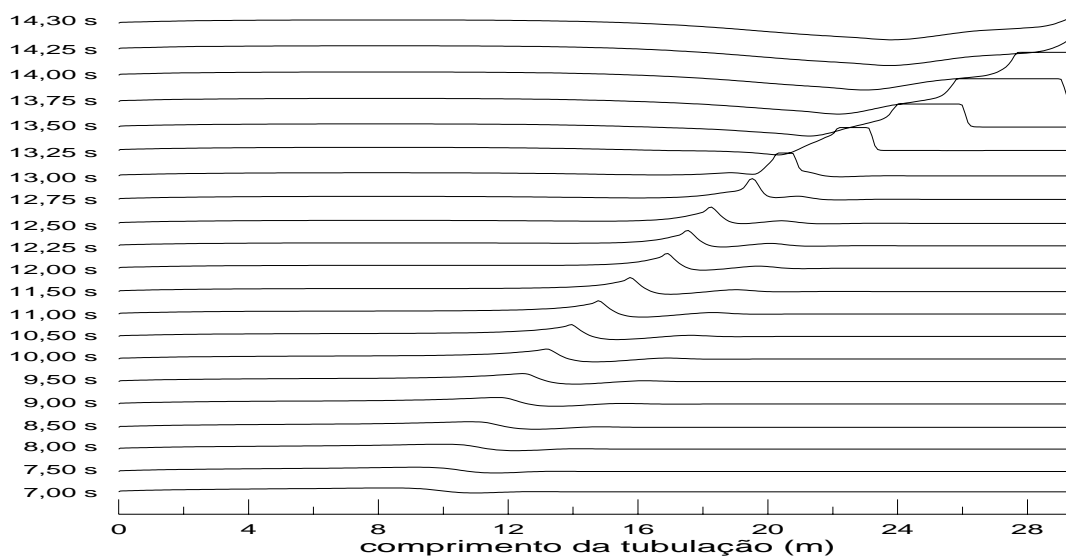


Figura 4.5 – Distribuição do *hold-up* líquido ao longo da tubulação para diferentes instantes de tempo, presente trabalho.  $U_{sg} = 6,532$  m/s e  $U_{sl} = 0,532$  m/s.

Analisando a Fig. 4.4 observa-se novamente o surgimento dos *slugs*, o crescimento e deslocamentos dos mesmos, até atingir o regime estatisticamente permanente. Como este caso é *mal posto*, Bonizzi (2003) afirma não ser possível obter uma solução independente da malha. As mesmas condições iniciais foram

simuladas com o presente trabalho (Fig. 4.5). Pode-se observar o surgimento do primeiro *slug* na Fig. 4.5 e o crescimento do mesmo a medida que o tempo passa. Note que o surgimento e crescimento do *slug* é análogo ao obtido por Bonizzi (2003) (Fig. 4.4). Porém novamente não foi possível obter a solução estatisticamente permanente.

A evolução da fração volumétrica do líquido para um sistema *bem posto* é mostrada nas Figs. 4.6 e 4.7. Utilizou-se velocidades superficiais na entrada  $U_{sg}$  e  $U_{sl}$  iguais a 3,0 m/s e 0,55 m/s, respectivamente, e um valor da fração volumétrica do líquido igual  $\alpha_l = 0,743$ . Neste caso, utilizou-se uma malha com um espaçamento igual a  $\Delta x/D = 0,37$ ; novamente como definido no trabalho de Bonizzi, (2003).

Os comentários apresentados referentes ao caso anterior (Figs. 4.4 e 4.5) são análogos aos observados no presente caso. Nota-se porém, que o surgimento do primeiro *slug* de acordo com Bonizzi (2003) demora um pouco mais para surgir do que nos outros casos. Observa-se ainda que o *slug* previsto neste trabalho apresenta um comprimento maior no presente caso. Sendo este caso *bem posto*, de acordo com Bonizzi, a solução deve ser independente da malha utilizada.

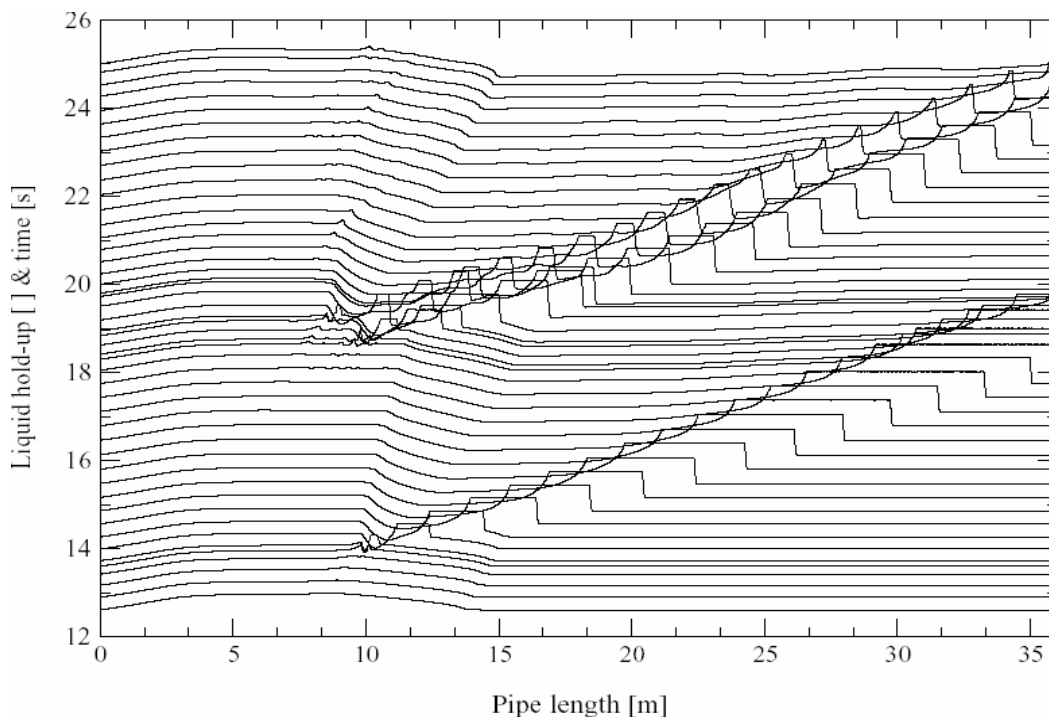


Figura 4.6 – Distribuição do *hold-up* líquido ao longo da tubulação para diferentes instantes de tempo (Bonizzi, 2003).  $U_{sg} = 3,0$  m/s e  $U_{sl} = 0,55$  m/s.

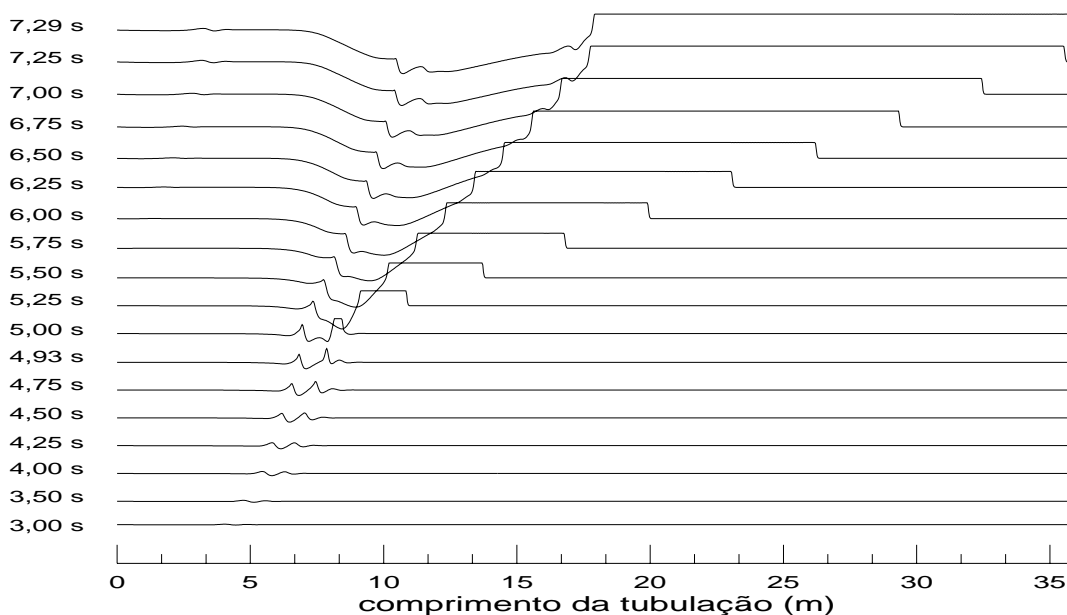


Figura 4.7 – Distribuição do *hold-up* líquido ao longo da tubulação para diferentes instantes de tempo, presente trabalho.  $U_{s_g} = 3,0$  m/s e  $U_{s_l} = 0,55$  m/s.

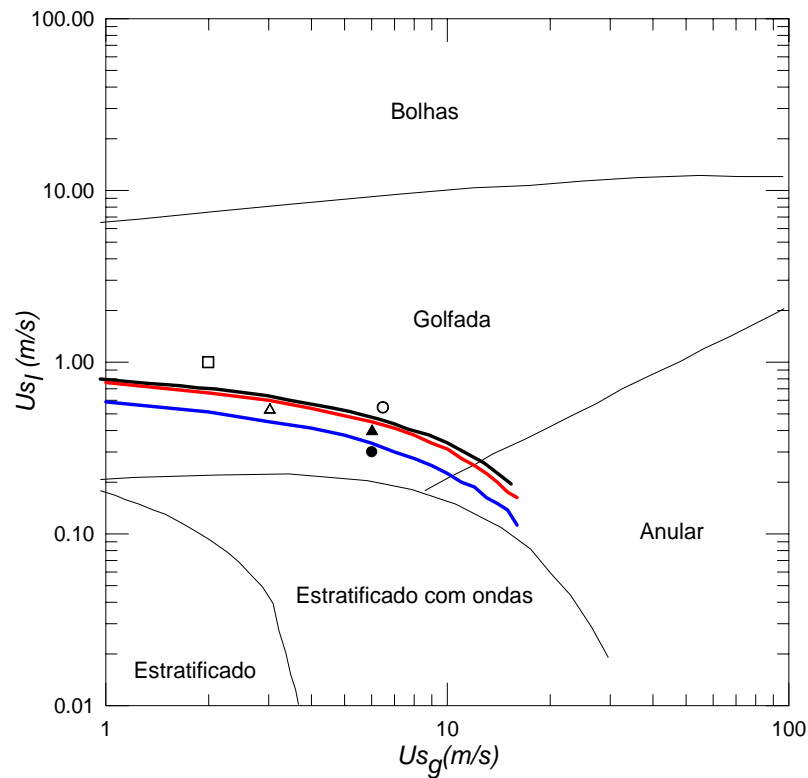
Para ser possível prever o escoamento no padrão *slug*, é necessário que o sistema de equações seja *bem posto*. Adicionalmente, para prever a transição do padrão estratificado para o padrão *slug* é necessário que as condições de contorno dêem origem a um escoamento instável, pois é a presença das instabilidades no escoamento estratificado que dá origem à formação das *slugs*. Portanto, tornou-se necessário realizar a análise de estabilidade de Kelvin-Helmoltz (Taitel & Dukler, 1976) com a finalidade de selecionar as condições de contorno e iniciais adequadas à obtenção daquele padrão, assim como verificar o critério do sistema de equações *bem/mal posto* obtido por Bonizzi (2003).

A análise de estabilidade é baseada num escoamento estratificado em regime permanente para uma determinada geometria, com propriedades constantes. Portanto, esta análise só fornece uma orientação das possíveis condições de contorno e iniciais. Durante a determinação do campo de velocidade e pressão ao longo da tubulação e do tempo é necessário verificar se a solução obtida respeita os critérios de estabilidade e do sistema *bem posto*. Para uma determinada condição de contorno, caso uma solução *mal posta* seja obtida, os dados devem ser descartados.

A Fig. 4.8 apresenta o mapa de padrão de escoamento (Taitel & Dukler, 1976) para uma tubulação igual à utilizada no presente trabalho. Este mapa mostra as faixas das velocidades superficiais do gás e líquido para os quais acontecem os

diferentes padrões de escoamento (bolhas, *slug*, anular, estratificado). Adicionalmente neste mapa foi traçada a curva prevista por Bonzini (2003) que indica se o sistema de equações é *bem ou mal posto*. De acordo com o explicado na secção 2.3, os dados que se encontram debaixo da curva são *bem postos* e os que ficam acima da curva são *mal postos*. Ainda na Fig. 4.8 também se traçou a linha que delimita as regiões que indicam se o sistema é *bem ou mal posto* obtida no presente trabalho.

Pode-se observar que a curva obtida no presente trabalho encontra-se deslocada para baixo em relação à curva apresentada por Bonizzi (2003). Como consequência uma determinada condição na entrada da tubulação (por exemplo,  $U_{sg} = 6,0$  m/s e  $U_{sl} = 0,4$  m/s) pode ser considerada como *bem ou mal posta* dependendo da curva limite.



$$\square \quad \begin{array}{l} U_{sg} = 2,0 \text{ m/s} \\ U_{sl} = 1,0 \text{ m/s} \end{array}$$

$$\circ \quad \begin{array}{l} U_{sg} = 6,532 \text{ m/s} \\ U_{sl} = 0,532 \text{ m/s} \end{array}$$

$$\triangle \quad \begin{array}{l} U_{sg} = 3,0 \text{ m/s} \\ U_{sl} = 0,55 \text{ m/s} \end{array}$$

$$\bullet \quad \begin{array}{l} U_{sg} = 6,0 \text{ m/s} \\ U_{sl} = 0,3 \text{ m/s} \end{array}$$

$$\blacktriangle \quad \begin{array}{l} U_{sg} = 6,0 \text{ m/s} \\ U_{sl} = 0,4 \text{ m/s} \end{array}$$

$$f_{g/i} = 0,046(\text{Re}_{g/i})^{-k}$$

$$\text{—} \quad \text{Bonizzi (2003)}$$

$$\text{—} \quad k = 0,25$$

$$\text{—} \quad k = 0,20$$

Presente  
trabalho

Figura 4.8 – Localização dos casos testados no mapa do padrão de escoamento de Taitel & Dukler (1976).

Uma análise do sistema de equações, formado pelas eqs. (2.31) e (2.34) utilizadas para a construção da curva que delimita as regiões de problemas *bem ou mal postos*, indica que a precisão do modelo depende da utilização de adequadas correlações empíricas de fechamento.

As correlações empíricas para o cálculo dos fatores de atrito entre a fase gasosa e a parede e na interface são reescritas aqui por conveniência como:

$$f_g = 0,046(\mathbf{Re}_g)^{-k}, \quad f_i = 0,046(\mathbf{Re}_i)^{-k} \quad (4.1)$$

onde utilizou-se dois valores para  $k$ . De acordo com Bonizzi (2003) o expoente utilizado na correlação da eq. 4.1 é  $k = 0,25$ , enquanto que Issa Kempt (2003) especificam o expoente igual a  $k = 0,20$ . Observa-se que a presente solução coincide com a solução de Bonizzi (2003) para  $k = 0,20$  (Fig. 4.8). Vale observar que estas curvas são traçadas, utilizando a fração volumétrica do líquido em equilíbrio,  $\alpha_l^{eq}$ .

É interessante notar que os três casos testados anteriormente ( $Us_g = 2,0$  m/s e  $Us_l = 1,0$  m/s;  $Us_g = 6,532$  m/s e  $Us_l = 0,532$  m/s;  $Us_g = 3,0$  m/s e  $Us_l = 0,55$  m/s) encontram-se na região do sistema *mal posto*, quando o expoente  $k = 0,25$  é utilizado. Este fato poderia explicar porque não foi possível obter solução estatisticamente permanente com o presente modelo para estas situações.

Analisando a Fig. 4.8 observa-se que a condição  $Us_g = 6,0$  m/s e  $Us_l = 0,3$  m/s deve corresponder ao padrão *slug bem posto* com ambos expoentes das correlações empíricas.

Para verificar a influência da fração volumétrica do líquido no critério de estabilidade, traçou-se na Fig. 4.9, o critério de estabilidade de Kelvin-Kelmoltz viscoso (eq. 2.35) e não viscoso (eq. 2.31) em função da fração volumétrica do líquido, baseado na velocidade superficial do gás igual a 6,0 m/s e na velocidade superficial do líquido igual a 0,3 m/s. Estas velocidades foram selecionadas, pois se encontram na região do padrão *slug* e na região do sistema *bem posto*, para ambos expoentes das correlações empíricas do fator de atrito. Nesta mesma figura é também traçada a curva de velocidade relativa  $u_r = u_g - u_l$  em função de  $\alpha_g$ .

Como explicado no Capítulo 2, para que o problema seja *bem posto* e instável, e portanto podendo dar origem a formação de *slugs*, é necessário que a velocidade relativa seja menor que o critério IKH (para ser *bem posto*) e maior que VKH (para ser instável). Os *hold-up* líquidos de equilíbrio 0,519 e 0,573,



correspondentes a com  $k = 0,2$  e  $0,25$  respectivamente, calculados de acordo com a condição de escoamento estratificado em regime permanente (eq. 2.34) encontram-se indicados na Fig. 4.9. A figura indica a faixa de fração volumétrica do líquido onde a solução é *bem posta* e indica ainda que os valores de equilíbrio  $\alpha_l^{eq}$  concordam com a análise de estabilidade de Kelvin Helmholtz.

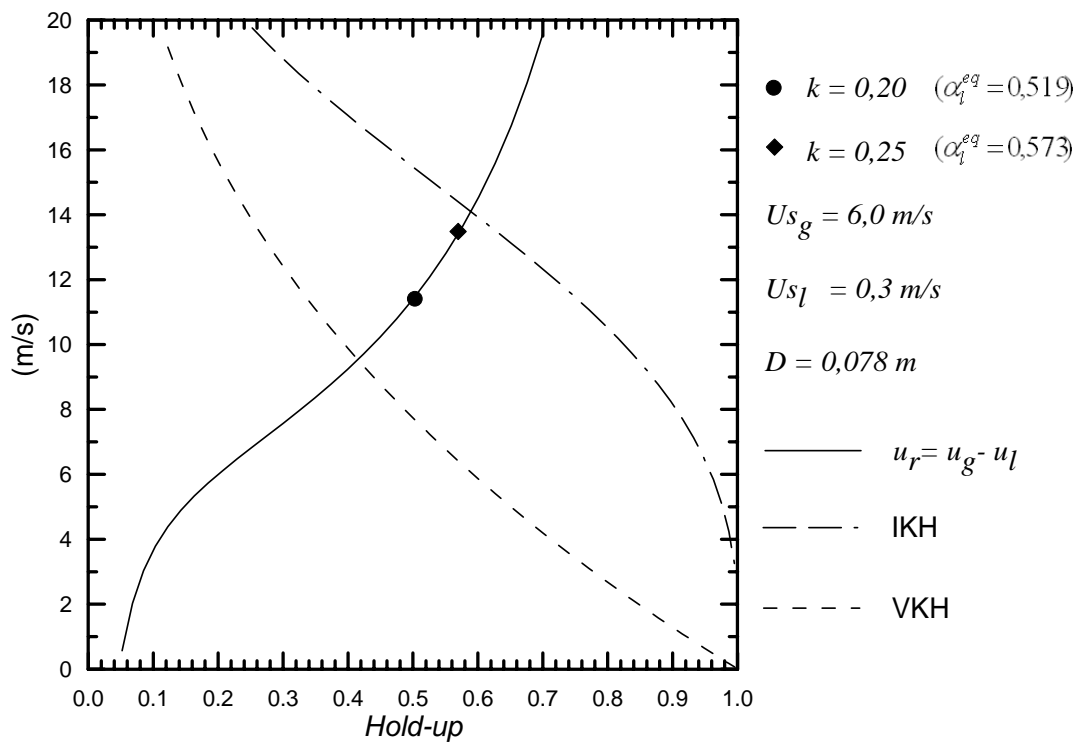


Figura 4.9 – Análise de estabilidade de Kelvin Helmholtz.

$$U_{s_g} = 6,0 \text{ m/s e } U_{s_l} = 0,3 \text{ m/s.}$$

Utilizando os dois expoentes da correlação do fator de atrito ( $k = 0,25$  e  $k = 0,2$ ) investigou-se a variação temporal do *hold-up* líquido, considerando a velocidade superficial do gás igual a  $6,0$  m/s e velocidade superficial do líquido igual a  $0,3$  m/s e fração volumétrica do líquido igual a  $0,573$ . Pode-se observar na Fig. 4.10, correspondente a  $k = 0,25$ , o crescimento do *slug*. No entanto, novamente como nos casos anteriores a solução não converge, oscila entre dois valores de fração volumétrica e não atinge o regime estatisticamente permanente. Ao utilizar o expoente igual a  $0,2$  obteve-se o padrão estratificado de escoamento, o que não concorda com o padrão de escoamento indicado no mapa. Pode-se concluir portanto que o expoente é um parâmetro que influencia fortemente a modelagem matemática do problema.

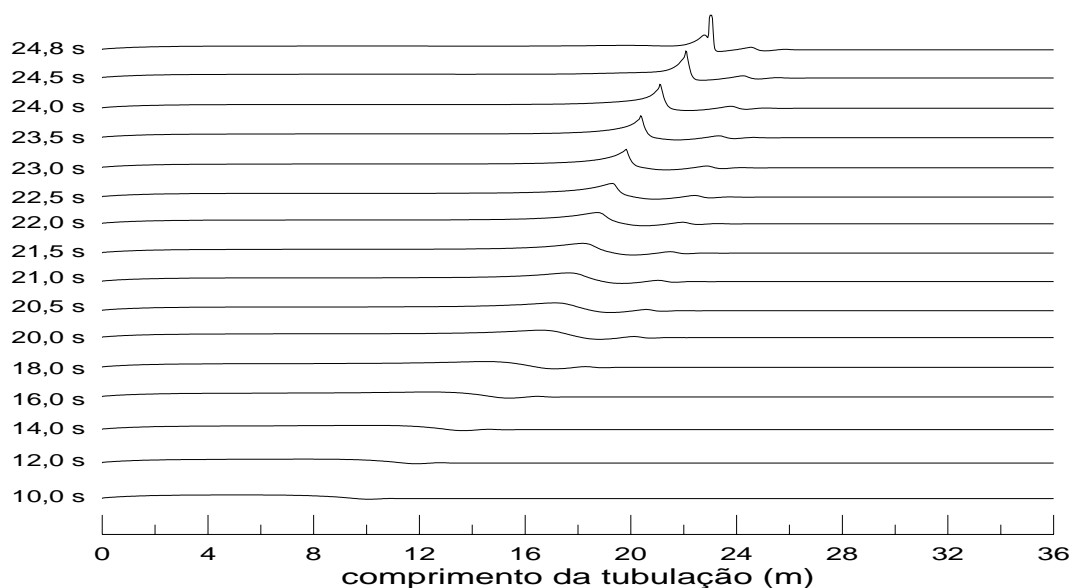


Figura 4.10 – Evolução do hold-up líquido no espaço e tempo,

$U_{sg} = 6,0$  m/s e  $U_{sl} = 0,3$  m/s;  $k = 0,25$ ; algoritmo PRIMER.

Na realização dos testes descritos não foi possível obter soluções estatisticamente permanente. Observou-se que as correlações empíricas influenciam fortemente a solução. Uma vez especificada a condição de contorno adequada para a obtenção de uma situação instável, porém *bem posto*, os *slugs* se formam, mas eventualmente o problema não converge. Como mencionado no Capítulo 2, a análise de estabilidade proposta por Barnea e Taitel (1994) pode não ser totalmente válida para as equações discretizadas, pois devido aos erros de truncamento gerados pelos processos de discretização as equações discretizadas podem não corresponder exatamente às equações diferenciais. Procurando identificar e eliminar este problema, diversos testes foram realizados de acordo com os seguintes critérios:

- Efeito do *holdup* líquido de equilíbrio.
- Efeito do algoritmo de acoplamento velocidade-pressão.
- Influência da forma de discretização das grandezas.
- Influência do perfil da pressão na condição inicial.
- Influência da utilização da forma não conservativa.

#### 4.1 Efeito do *holdup* líquido de equilíbrio

Para investigar o efeito do *holdup* líquido na entrada da tubulação foram

realizados testes com três valores diferentes da fração volumétrica do líquido, sendo as velocidades superficiais do gás e líquido iguais a 6,0 m/s e 0,4 m/s respectivamente. Utilizou-se o expoente das correlações do fator de atrito igual a  $k = 0,25$ .

Os valores selecionados para a fração volumétrica do líquido encontram-se indicados na Fig. 4.11, juntamente com as curvas que delimitam as regiões de estabilidade e do sistema *bem posto* (critério de estabilidade de Kelvin Helmholtz IKH e VKH). Os valores selecionados foram:  $\alpha_l^{eq} = 0,566$  que de acordo com os dados proporcionados por Bonizzi (2003), correspondem a um sistema *bem posto*;  $\alpha_l^{eq} = 0,626$  que de acordo com os cálculos do presente trabalho corresponde a um sistema matematicamente *mal posto*, e  $\alpha_l = 0,3$  que se encontra na região do sistema *bem posto* estável.

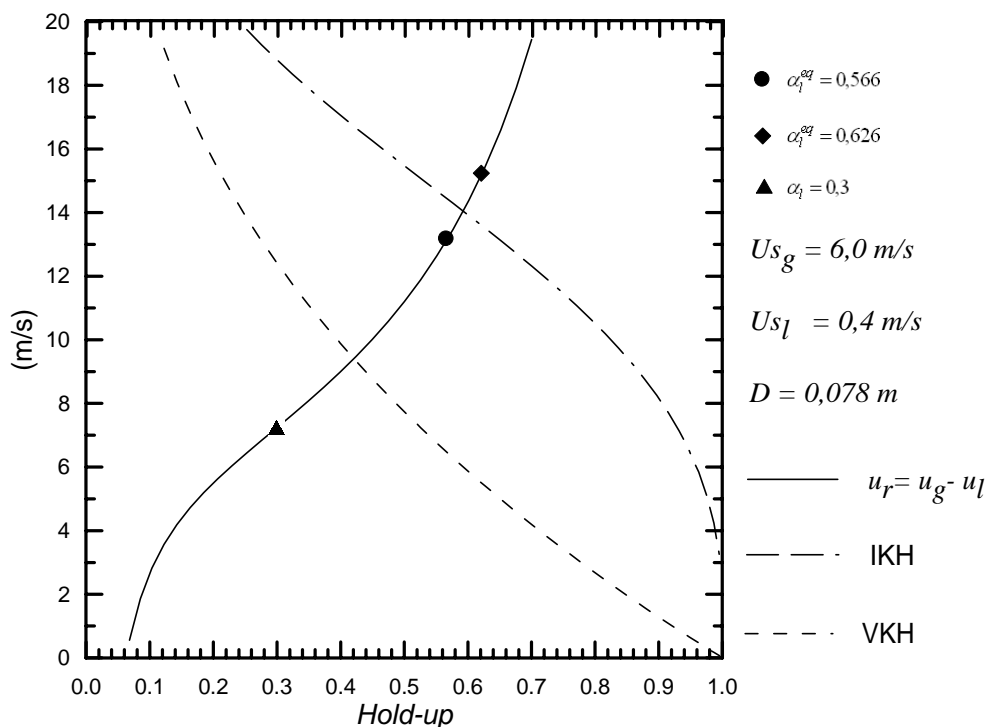


Figura 4.11 – Análise de estabilidade de Kelvin Helmholtz.

$$U_{s_g} = 6,0 \text{ m/s e } U_{s_l} = 0,4 \text{ m/s.}$$

De acordo com Bonizzi (2003) para que *slugs* possam ser previstos é necessário que o escoamento seja instável, não importando se o sistema é *bem ou mal posto*. No caso do sistema *mal posto*, a solução obtida será dependente de parâmetros numéricos, como malha, passo de tempo, etc. Por outro lado, Issa (2004) afirma que a obtenção do padrão *slug* independe da fração volumétrica,

dependendo somente das velocidades superficiais.

Nos três casos testados ocorreram *slugs*. A figura 4.12 ilustra a evolução do *hold-up* líquido para  $\alpha_l^{eq} = 0,566$ , onde pode-se observar o crescimento e deslocamento do *slug* com o tempo. Quando o *slug* chega ao final da tubulação a solução oscila e não mais converge. Os resultados para  $\alpha_l^{eq} = 0,626$  foram análogos. Já para  $\alpha_l = 0,30$ , a execução foi interrompida logo após o surgimento do primeiro *slug*, devido a falta de convergência.

Vale mencionar, que mesmo no caso do escoamento teoricamente estável,  $\alpha_l = 0,3$  houve a formação de *slug*, concordando com os resultados de Issa (2003), que afirma que para um sistema *bem posto* a solução independe de  $\alpha_l$ .

A falta de convergência obtida em todos os casos, leva a crer que em todas as situações o problema está *mal posto*, e que os detalhes da discretização das equações governantes influem diretamente no critério de estabilidade, violando os limites obtidos com a análise de Barnea e Taitel (1994).

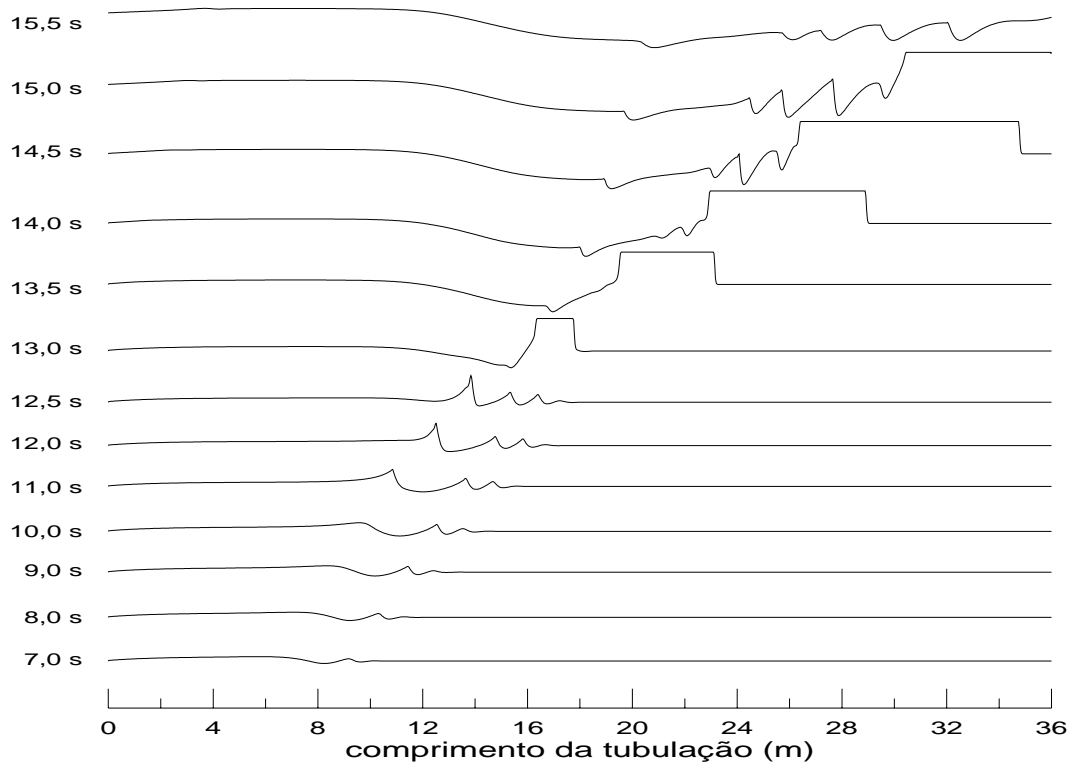


Figura 4.12 – Evolução do *hold-up* líquido no espaço e tempo,

$U_{s_g} = 6,0$  m/s e  $U_{s_l} = 0,4$  m/s;  $k = 0,25$ ;  $\alpha_l^{eq} = 0,566$ ; algoritmo PRIMER.

## 4.2 Efeito do algoritmo de acoplamento velocidade-pressão

Uma vez tendo sido constatado que os parâmetros numéricos influenciam fortemente o condicionamento do problema, investigou-se a influência do algoritmo de acoplamento velocidade-pressão PRIME Revisado e PISO, na previsão do padrão de escoamento *slug*.

Especificou-se velocidades superficiais do líquido e gás iguais a 0,4 m/s e 6,0 m/s, respectivamente, expoente da correlação do fator de atrito igual a  $k = 0,25$  e *holdup* líquido de equilíbrio igual a 0,566, como recomendado por Bonizzi (2003).

As evoluções das ondas obtidas ao longo da tubulação e do tempo são apresentadas nas Figs. 4.13 e 4.14, para cada um dos métodos, para exatamente os mesmos instantes de tempo. Observa-se excelente concordância entre as soluções. O uso do algoritmo PISO não melhorou a estabilidade numérica do sistema algébrico, na verdade piorou, tendo parado de convergir poucos instantes após o aparecimento do primeiro *slug* ( $t = 12,55$ ). Com o método PRIMER, o *slug* cresce e se desloca ao longo da tubulação, como mostrado na Fig. 4.12.

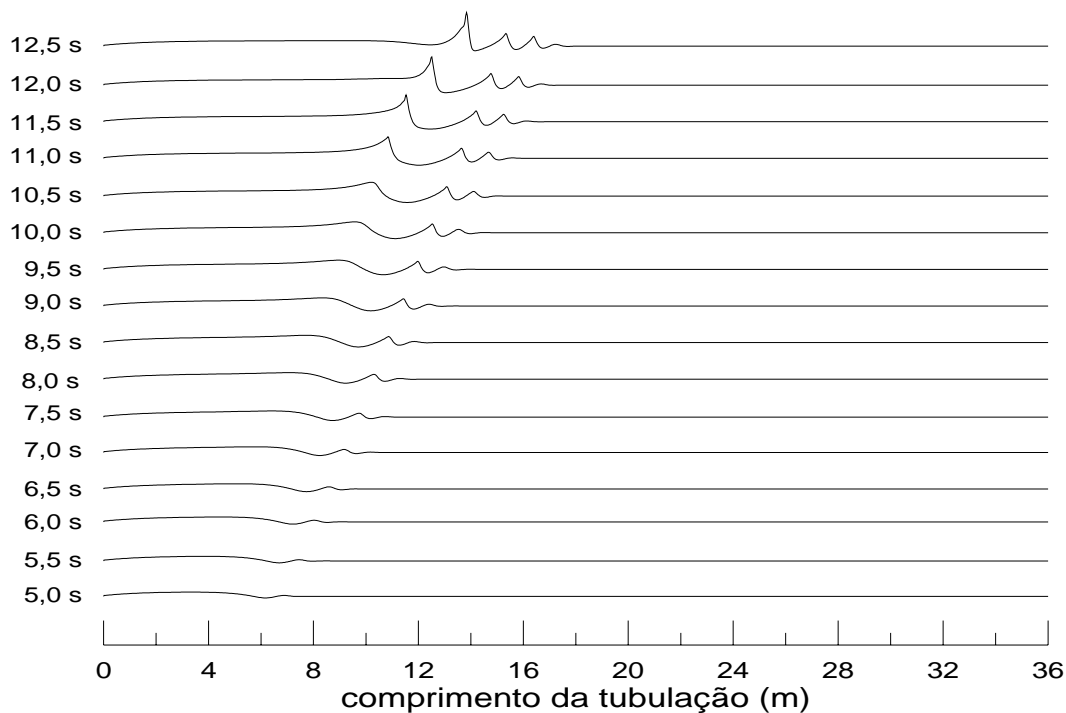


Figura 4.13 – Evolução do *hold-up* líquido no espaço e tempo,

$U_{sg} = 6,0$  m/s e  $U_{sl} = 0,4$  m/s;  $k = 0,25$ ; algoritmo PRIMER.

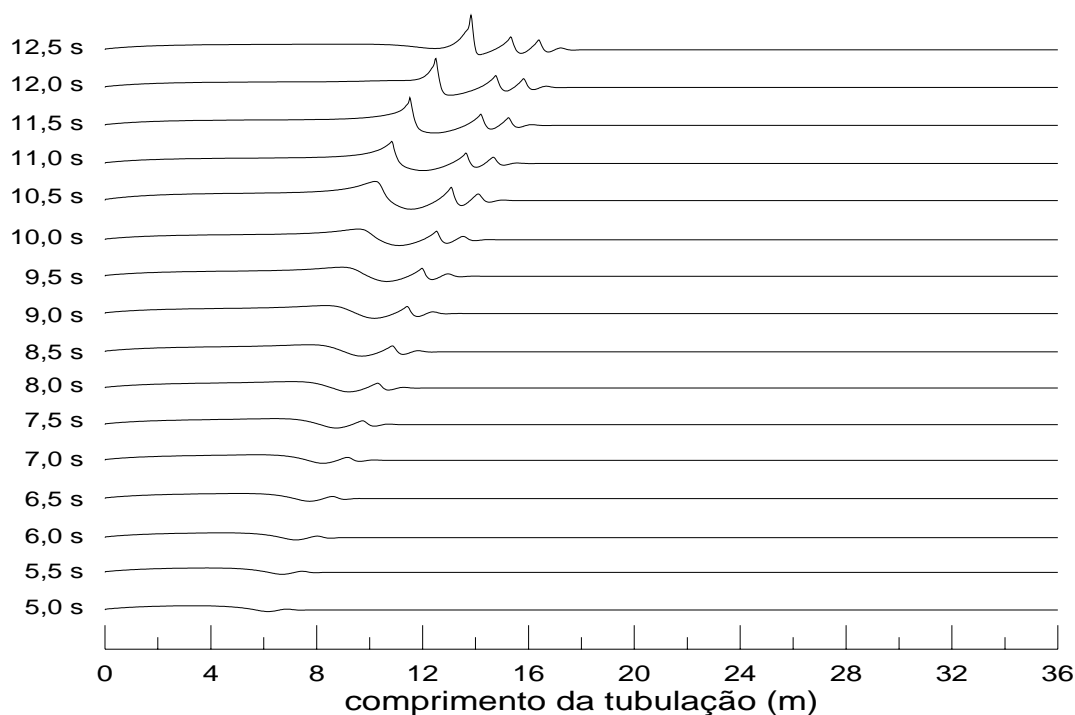


Figura 4.14 – Evolução do *hold-up* líquido no espaço e tempo,  
 $U_{sg} = 6,0$  m/s e  $U_{sl} = 0,4$  m/s;  $k = 0,25$ ; algoritmo PISO.

Para comparar melhor as soluções são apresentadas, para os dois métodos, na Fig. 4.15 a distribuição da fração volumétrica do líquido ao longo da tubulação, no instante em que acontece o primeiro *slug* ( $t = 12,55$  s). Pode-se observar que as duas curvas coincidem perfeitamente. Este resultado é de se esperar, pois o algoritmo de acoplamento velocidade pressão não deveria influenciar na precisão do problema, devendo influenciar somente na taxa de convergência e estabilidade numérica de obtenção da solução.

Visando identificar a causa do problema de convergência da solução, apresenta-se nas Figs. 4.16 e 4.17 a distribuição espacial da pressão e velocidade do gás ao longo da tubulação, no instante de formação do *slug*. Observa-se uma queda brusca da pressão, acompanhada de um aumento irreal da velocidade do gás, a montante do *slug*. Estes resultados podem ser considerados irrealis e estão diretamente associados à singularidade obtida na equação de conservação de quantidade de movimento linear quando a fração volumétrica do gás tende a zero (formação do *slug*). Outro fator que pode levar a este resultado irreal consiste em considerar que a pressão é uniforme na seção transversal. Sabe-se que a queda de pressão em líquidos é maior que nos gases, o que deveria levar a um salto de pressão

na interface (Ishii, 1975, Mishima & Ishii, 1986)

Como comentário final sobre a comparação dos dois algoritmos de acoplamento, pode-se afirmar que o método proposto, PRIMER (PRIME Revisado), além de ser mais estável que o método PISO, é mais eficiente, pois apresentou uma redução de 15,5% no tempo de processamento até a obtenção do primeiro *slug*, quando comparado com o método PISO.

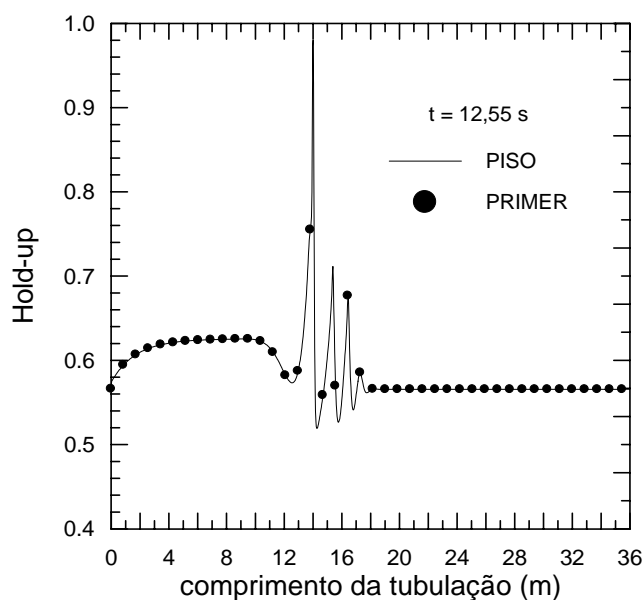


Figura 4.15 – *Hold-up* líquido ao longo da tubulação em  $t = 12,55$  s, quando ocorre o 1º. slug. PISO e PRIMER

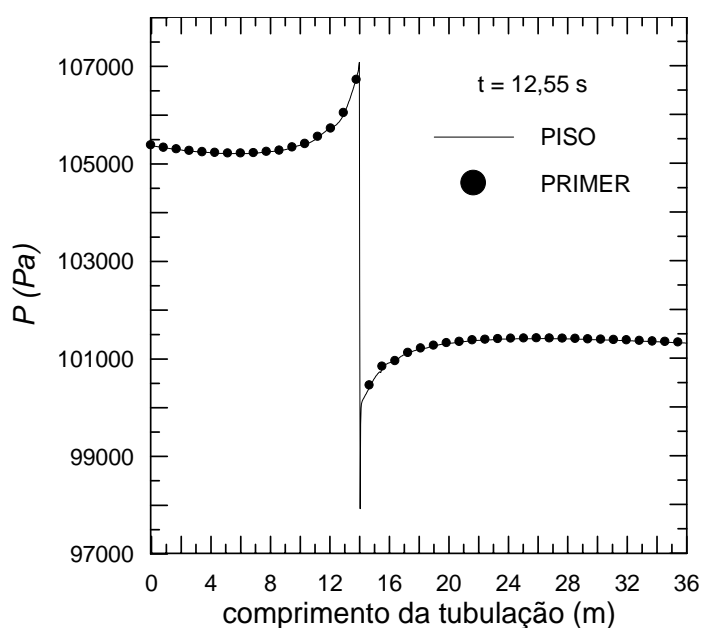


Figura 4.16 – Distribuição de pressão ao longo da tubulação em  $t = 12,55$  s, quando ocorre o 1º. slug. PISO e PRIMER

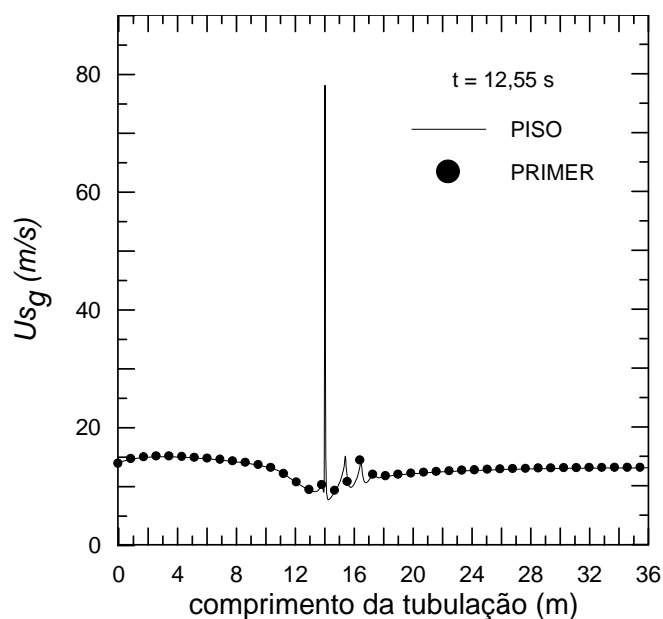


Figura 4.17 – Distribuição da velocidade do gás ao longo da tubulação em  $t = 12,55$  s, quando ocorre o 1º. slug. PISO e PRIMER

### 4.3 Influência da forma de discretização das grandezas

Como apresentado na seção 3.1.2, três formas diferentes de discretização do fluxo de massa nas faces do volume de controle principal foram investigadas. O fluxo de massa na face oeste do volume de controle principal é dada por

$$F_w = \tilde{\rho}_w \tilde{\alpha}_w A u_w \quad (4.2)$$

A Tabela 4.1 ilustra as diferentes formas de aproximar a massa específica e a fração volumétrica do gás.

Tabela 4.1 – Interpolação do fluxo de massa, na face do volume de controle.

	Massa específica do gás, $\tilde{\rho}$	Fração volumétrica, $\tilde{\alpha}$
<b>Caso 1</b>	Média aritmética, $\rho$	Média aritmética, $\alpha$
<b>Caso 2</b>	Interpolação <i>Upwind</i> , $\hat{\rho}$	Interpolação <i>Upwind</i> , $\hat{\alpha}$
<b>Caso 3</b>	Média aritmética, $\rho$	Interpolação <i>Upwind</i> , $\hat{\alpha}$

A influência da discretização foi investigada utilizando-se o algoritmo PRIMER, e considerando-se as velocidades superficiais do líquido e gás iguais a



0,4m/s e 6,0m/s, respectivamente, *hold-up* líquido igual a 0,566 e  $k = 0,25$ .

As Figuras 4.18 a 4.20 apresentam uma comparação, entre as três aproximações para o fluxo de massa, com relação ao perfil de *hold-up* líquido, velocidade do gás e pressão, para  $t = 3,5$  segundos. Pode-se observar que nos três casos o perfil de fração volumétrica do líquido é bem semelhante ao perfil da velocidade do gás. O aumento de  $\alpha_l$  implica em uma diminuição da área de escoamento do gás, levando a um aumento de sua velocidade. O Caso 1 apresenta valores máximos mais baixos, porém as ondulações na fração volumétrica do líquido se propagam mais no domínio. O perfil de pressão do Caso 1 é bem mais suave que nos outros dois casos.

A Fig 4.21 ilustra o perfil da fração volumétrica do líquido ao longo da tubulação, no instante em que o primeiro *slug* é formado. Pode-se observar que as soluções obtidas com os Casos 2 e 3 são muito semelhantes. A aproximação *upwind* para a fração volumétrica ocasiona um aumento da instabilidade do modelo, originando a formação do primeiro *slug* mais cedo,  $t = 5,17$  s, enquanto que para o Caso 1, o primeiro *slug* só ocorreu em  $t = 12,55$  s. A aproximação *upwind* para a massa específica não influenciou muita a solução.

Este resultado mostra que o modelo é muito sensível às aproximações numéricas, e que adequada discretização da fração volumétrica é crítica para o sucesso do modelo.

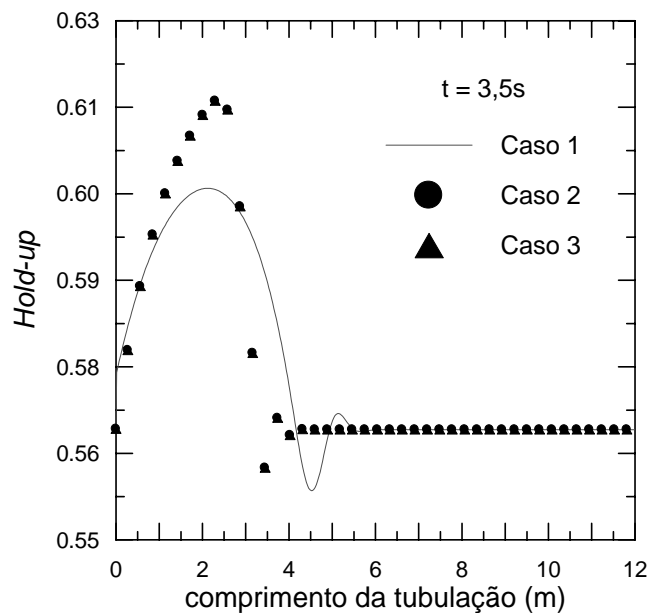


Figura 4.18 – Influência no *hold-up* líquido da aproximação do fluxo de massa nas faces do volume de controle, para  $t = 3,5$  s.

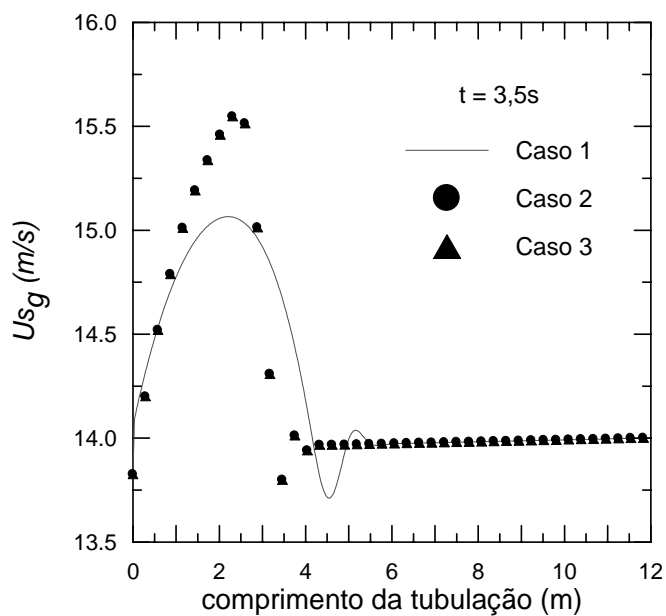


Figura 4.19 – Influência na velocidade do gás da aproximação do fluxo de massa nas faces do volume de controle, para  $t = 3,5 s$ .

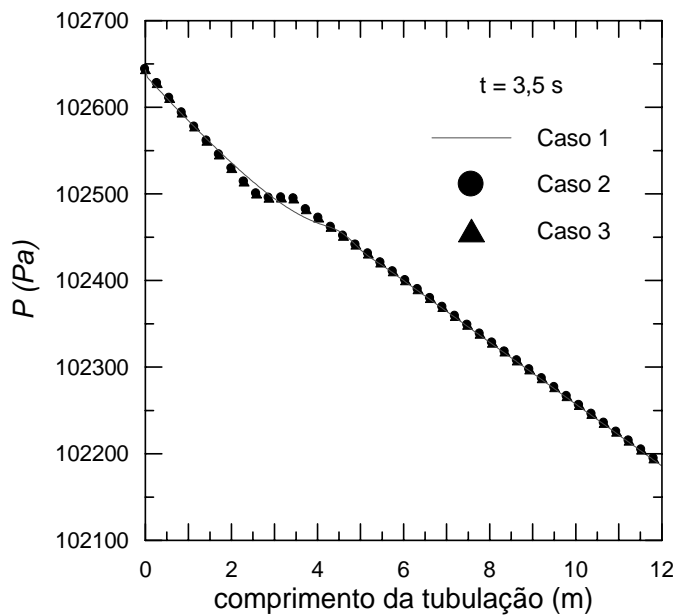


Figura 4.20 – Influência na pressão da aproximação do fluxo de massa nas faces do volume de controle, para  $t = 3,5 s$ .

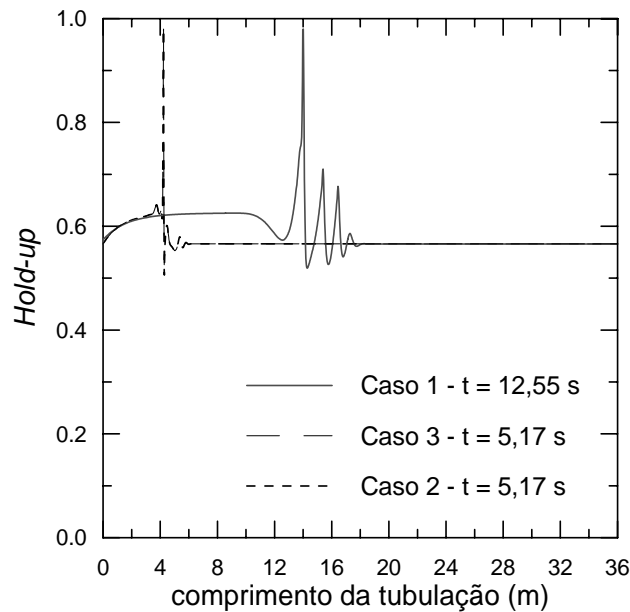


Figura 4.21 – Influência no *hold-up* líquido da aproximação do fluxo de massa nas faces do volume de controle.

#### 4.4 Influência do perfil da pressão na condição inicial

A análise de um problema em regime transiente depende da condição inicial. Para cada condição inicial tem-se uma evolução diferente das grandezas de interesse. No presente trabalho considerou-se como condição inicial o regime estratificado permanente, logo, a distribuição de velocidades e fração volumétrica ao longo da tubulação é uniforme e o perfil de pressão é linear.

O principal objetivo do trabalho de Issa & Kempf (2003) assim como o de Bonizzi (2003) consistiu em analisar o regime no padrão *slug* estatisticamente permanente. Para este regime, apresentam uma análise das grandezas médias, como comprimento dos *slugs*, frequência e velocidade de translação. Ambos os trabalhos utilizaram como condição inicial para a pressão uma distribuição uniforme, igual à pressão na saída.

Foi visto que o presente problema é extremamente dependente das condições iniciais (seção 4.1), assim como dos parâmetros numéricos (seções 4.2 e 4.3). Visando obter a solução no regime estatisticamente permanente, investigou-se o efeito do perfil de pressão inicial na evolução do padrão *slug*, utilizando o mesmo perfil que nos trabalhos de Issa & Kempf (2003) e Bonizzi (2003).

Realizou-se um teste considerando as velocidades superficiais do líquido e

gás na entrada iguais a 0,4m/s e 6,0m/s, respectivamente. Também na entrada utilizou-se o *hold-up* líquido igual a 0,566. O expoente da correlação do fator de atrito foi definido como  $k = 0,25$ . Utilizou-se o algoritmo PRIMER.

As Figs. 4.22 a 4.24 apresentam a fração volumétrica do líquido, a velocidade do gás e pressão para o instante de tempo  $t = 0,5$  s. Os mesmos dados são novamente apresentados para o instante de tempo  $t = 12,55$  s, o qual corresponde ao instante de formação do primeiro *slug*, nas figuras 4.25 a 4.27. Observa-se que apesar de haver uma grande diferença no perfil da pressão e da velocidade do gás nos primeiros instantes de tempo, o escoamento se desenvolve para aproximadamente à mesma condição, com uma pequena diferença do instante de formação do *slug* e nos respectivos perfis. Em ambos os casos quando a fração volumétrica do gás diminui, a velocidade do gás cresce muito devido à singularidade da equação de conservação de quantidade de movimento. Como consequência a diferença de pressão que deveria ser governada somente pela velocidade do líquido, cresce muito. O elevado aumento da pressão acaba induzindo a uma redução da pressão a montante do *slug*, causando um gradiente de pressão adverso. Por sua vez o gradiente de pressão adverso pode levar a velocidades negativas, como ocorreu no caso de condição inicial com pressão uniforme. Estes efeitos combinados são irreais e o método deixa de convergir. Conclui-se, portanto que a condição inicial não é relevante para estabilizar o problema.

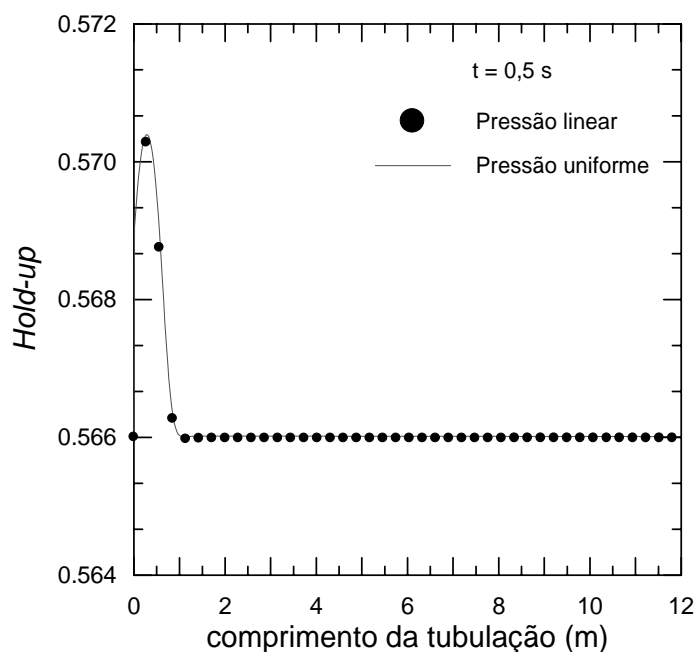
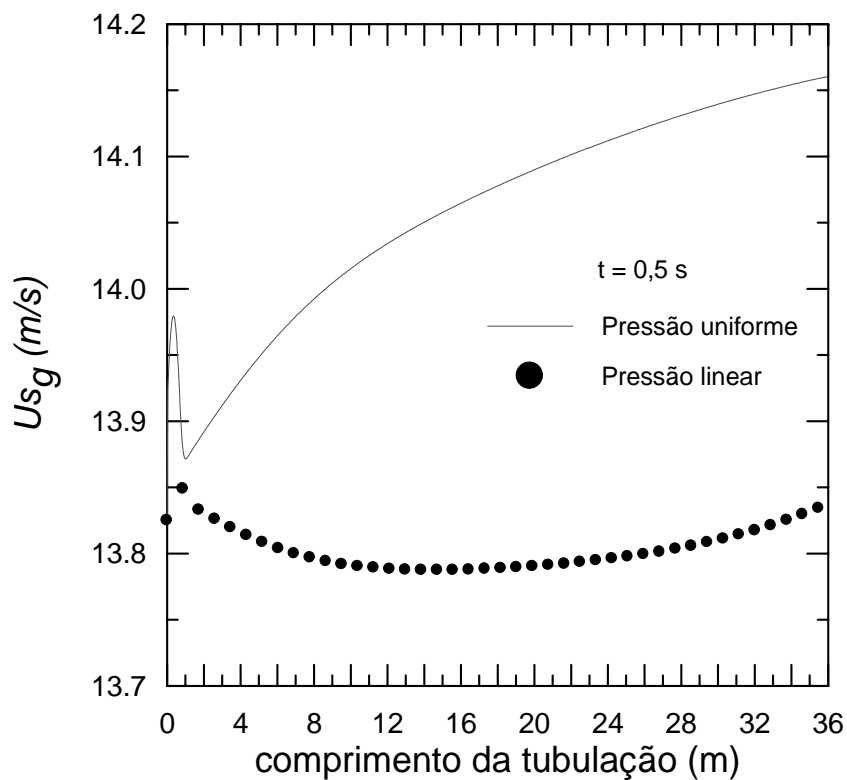
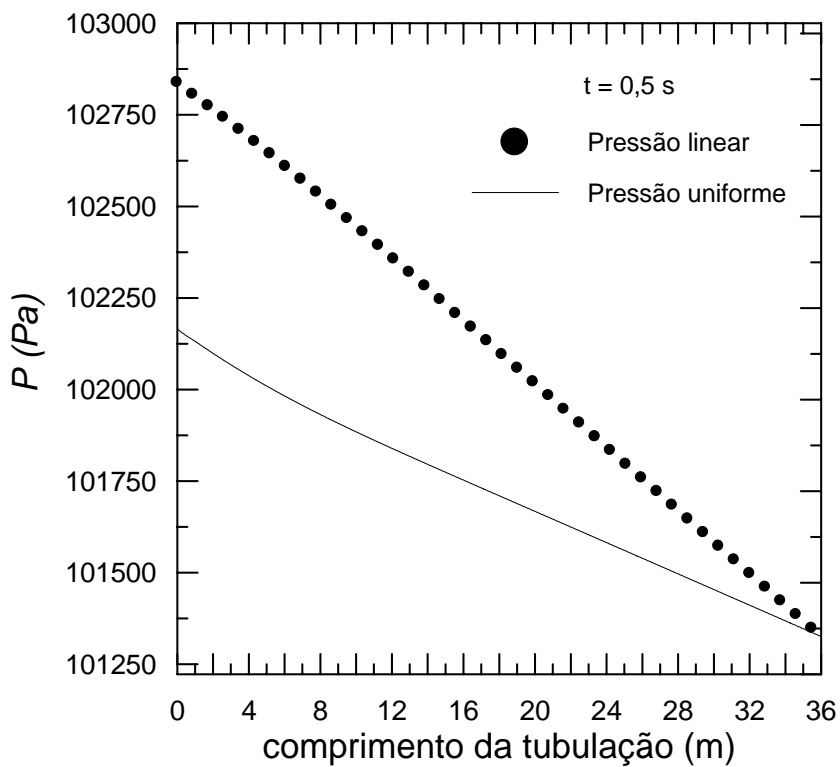
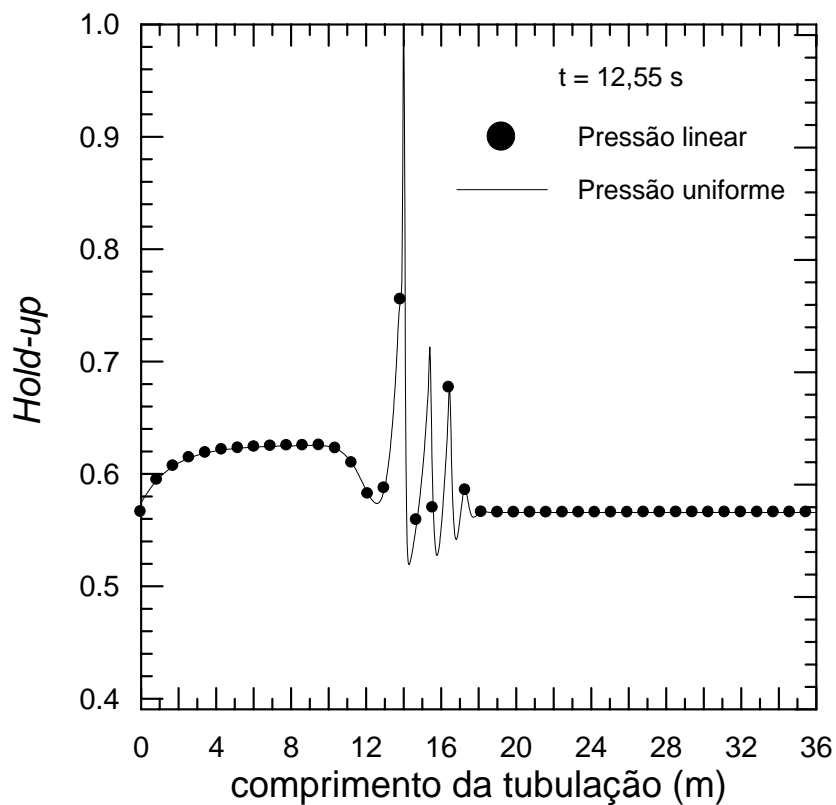
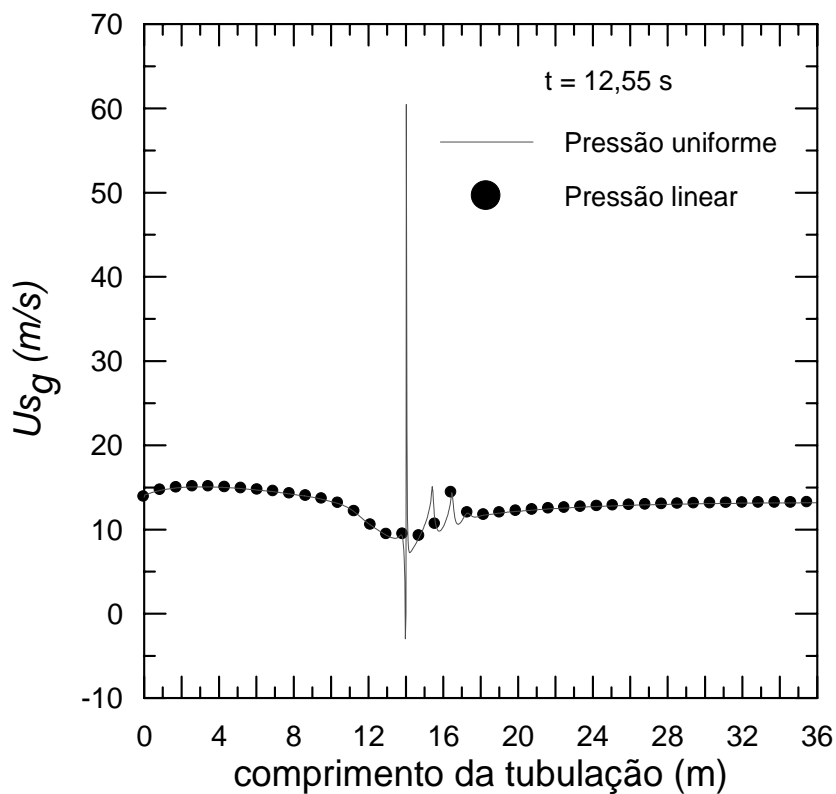


Figura 4.22 – Influência do perfil inicial de pressão no *hold-up* líquido,  $t = 0,5$  s

Figura 4.23 – Influência do perfil inicial de pressão na velocidade do gás,  $t = 0,5$  sFigura 4.24 – Influência do perfil inicial de pressão na pressão,  $t = 0,5$  s

Figura 4.25 – Influência do perfil inicial de pressão no *hold-up* líquido,  $t = 12,55$  sFigura 4.26 – Influência do perfil inicial de pressão na velocidade do gás,  $t=12,55$  s

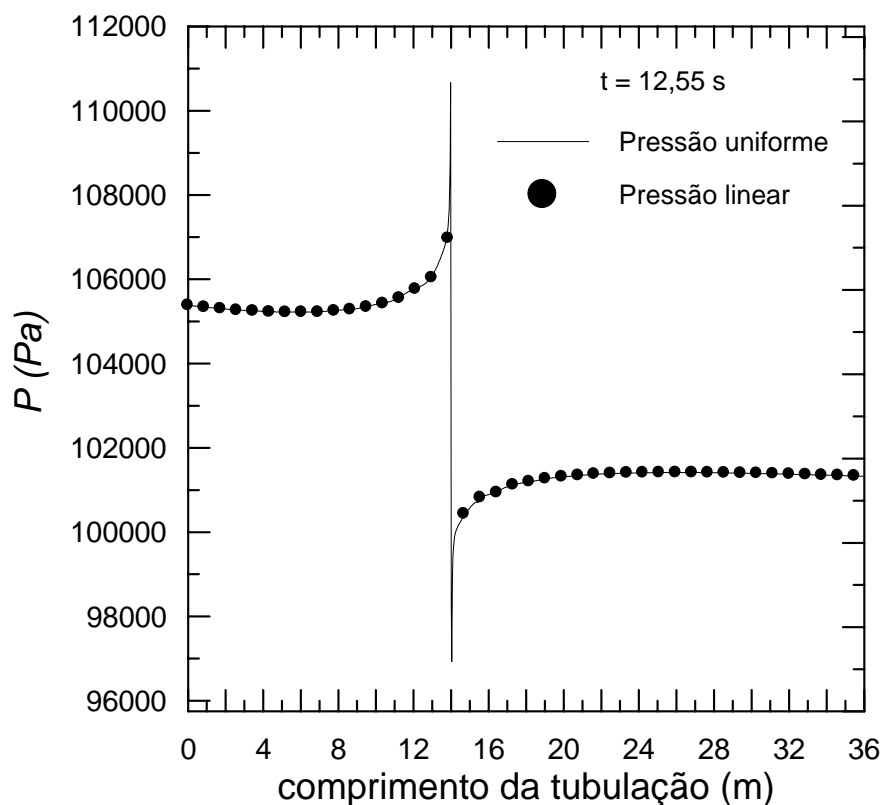


Figura 4.27 – Influência do perfil inicial de pressão na pressão,  $t = 12,55$  s

Como já mencionado, uma possível falha do modelo pode ser a consideração de igualdade de pressões entre as fases. Porém, uma outra possível explicação para a obtenção dos resultados irrealistas de velocidade e pressão esteja relacionada com efeitos tridimensionais que a análise unidimensional despreza. Estes resultados irrealistas também foram obtidos por Issa (2004) que também acredita que o modelo precisa ser ajustado para incorporar a influência dos efeitos tridimensionais.

#### 4.5 Influência da utilização da forma não conservativa

Uma vez tendo sido identificado que um dos problemas do modelo é a singularidade da equação de conservação de quantidade de movimento linear do gás, Oliveira e Issa (2003) sugerem a utilização da forma não conservativa das equações de conservação de quantidade de movimento linear do gás e do líquido, como mostrado na seção (2.1).

A Fig. 4.28 apresenta a evolução temporal do *hold-up* líquido, utilizando a formulação não conservativa. As velocidades superficiais do líquido e gás na entrada são iguais a 0,4m/s e 6,0m/s, respectivamente, *hold-up* líquido também na

entrada igual a 0,566 e  $k = 0,25$ . Observa-se que a formulação não conservativa suprime as instabilidades que dão origem ao *slug*, originando ondas que viajam ao longo da tubulação, com amplitude aproximadamente constante.

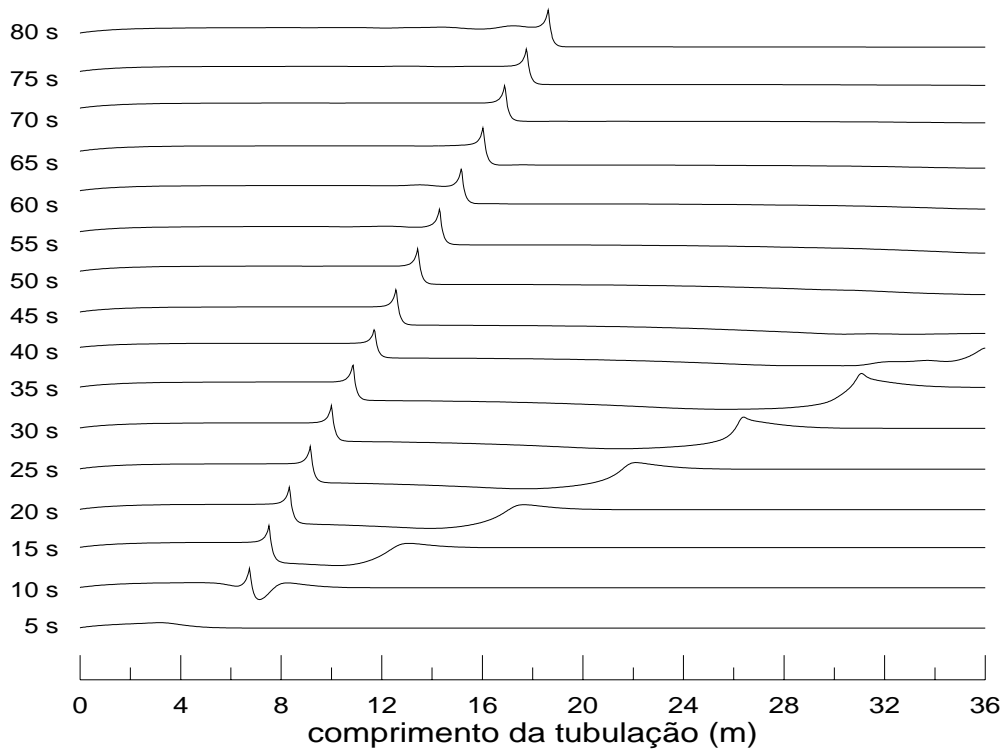


Figura 4.28 – Evolução do *hold-up* líquido no espaço e tempo,

$U_{sg} = 6,0$  m/s e  $U_{sl} = 0,4$  m/s;  $k = 0,25$ ; algoritmo PRIMER não conservativo.

#### 4.6 Comentários finais

Apesar de ter sido possível prever o surgimento do padrão *slug*, não foi possível obter o regime estatisticamente permanente. Diversos aspectos numéricos da formulação foram implementados e testados sem sucesso.

O problema em questão é altamente complexo, pois envolve questões de instabilidades físicas e numéricas. Fisicamente diferentes padrões de escoamento são possíveis, dependendo das razões entre as velocidades superficiais do gás e líquido. Para a determinação das condições de contorno que levam ao padrão *slug* pode-se realizar uma análise de estabilidade. No entanto, como vimos, esta análise depende de parâmetros empíricos, assim como de modelos matemáticos, os quais envolvem diversas aproximações.



No presente caso, seguindo-se as recomendações de Issa & Kempf (2003) e Bonizzi (2003), utilizou-se o modelo de dois fluidos unidimensional. Após um número elevado de testes não foi possível eliminar os picos de velocidade de gás a montante do *slug*. Apesar de não ter sido apresentado nenhum perfil de velocidade ou pressão nos referidos trabalhos, através de um comunicado pessoal, Issa (2004) informou também prever esses picos irrealistas de velocidade. Pode-se afirmar que a presente modelagem não é robusta, dependendo fortemente de parâmetros numéricos e necessitando de pequenos ajustes numéricos para garantir convergência. Infelizmente, não foi possível descobrir estes ajustes no presente trabalho.

A utilização do procedimento *ad-hoc* para evitar a singularidade da equação de quantidade de movimento da fase gasosa é um dos problemas da formulação, adicionalmente a definição da fração volumétrica da fase gasosa de corte é empírica. Investigou-se a influencia na solução de valores de corte de  $\alpha_g$  diferentes de 0,02, porém nenhuma melhora na obtenção dos resultados foi conseguido.

Como já mencionado, quando ocorre a formação do *slug* a equação de quantidade de movimento linear torna-se singular, sendo este um dos problemas da formulação. De acordo com Issa (2004), outro problema na presente formulação consiste na hipótese de que a pressão é uniforme na seção transversal. Sabe-se que a queda de pressão em um líquido é muito maior que no gás. Logo quando o volume de gás diminui, isto é, quando o *hold-up* do líquido cresce, o gradiente de pressão adequado ao líquido domina, induzindo um gradiente de pressão grande demais para o gás. Este alto gradiente de pressão induz a altas velocidades do gás que acabam impedindo a convergência da solução. Portanto, uma possível solução para o problema pode ser considerar um salto de pressão na interface das fases. Porém, esta hipótese está associada a outro problema, que é a determinação empírica do referido salto de pressão.

Um teste de malha foi realizado, porém como não foi possível obter o regime estatisticamente permanente, os resultados não foram conclusivos. Dessa forma, manteve-se a malha definida nos trabalhos de Bonzini (2003) e Issa e Kempf (2003).