

Fernando Náufel do Amaral

Teoria de Modelos para
Heurísticas Baseada em
Topoi

TESE DE DOUTORADO

DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA

Programa de Pós-graduação em
Informática

Rio de Janeiro
Março de 2004

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO



Fernando Náufel do Amaral

**Teoria de Modelos para Heurísticas
Baseada em *Topoi***

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Informática

Orientador: Prof. Edward Hermann Haeusler

Rio de Janeiro
Março de 2004



Fernando Náufel do Amaral

**Teoria de Modelos para Heurísticas
Baseada em *Topoi***

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Informática. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Edward Hermann Haeusler

Orientador

Departamento de Informática — PUC-Rio

Prof. Paulo Augusto Silva Veloso

Departamento de Informática — PUC-Rio

Prof. Celso da Cruz Carneiro Ribeiro

Departamento de Informática — PUC-Rio

Prof. Paulo Fernando Blauth Menezes

Departamento de Informática Teórica — UFRGS

Prof. Mario Roberto Folhadela Benevides

Departamento de Ciência da Computação —
COPPE/UFRJ

Prof. Carlos Alberto de Jesus Martinhon

Departamento de Ciência da Computação — UFF

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico —
PUC-Rio

Rio de Janeiro, 29 de Março de 2004

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Fernando Náufel do Amaral

Graduou-se em Ciência da Computação pela Universidade Federal Fluminense. Diplomou-se Mestre em Informática na área de Teoria da Computação pela PUC-Rio. Professor agregado do Depto. de Informática da PUC-Rio, atuando nos cursos de Bacharelado em Informática e de Engenharia de Computação. Ex-pesquisador do Laboratório de Métodos Formais (LMF) do Depto. de Informática da PUC-Rio. Pesquisador do Laboratório de Técnicas e Métodos Formais (TecMF) do Depto. de Informática da PUC-Rio. Participou de projetos de pesquisa e desenvolvimento nas áreas de transformação de código e de especificação de sistemas de tempo real orientados a objetos usando lógica e Teoria das Categorias.

Ficha Catalográfica

Amaral, Fernando N. do

Teoria de Modelos para Heurísticas Baseada em *Topoi*/ Fernando Náufel do Amaral; orientador: Edward Hermann Haeusler. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Informática, 2004.

152 f. il. ; 29,7 cm

Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Informática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Informática – Teses. 2. Busca heurística. 3. Teoria de problemas. 4. Reduções entre problemas. 5. Teoria de modelos. 6. Teoria das categorias. 7. Teoria de topoi. 8. Teoria local de conjuntos. 9. Lógica interna. I. Haeusler, Edward H.. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Informática. III. Título.

CDD: 004

À minha esposa Bel e meus filhos Júlio, Vítor e Bruno.

Ao saudoso amigo e professor José Lucas Rangel.

Agradecimentos

À minha esposa e meus filhos, pelo apoio na realização deste trabalho.

Ao amigo, professor e orientador Hermann, pelo aprendizado e pela confiança.

Aos professores, pesquisadores e funcionários do DI da PUC-Rio, pelo ambiente de trabalho.

Aos integrantes da banca, pelas valiosas correções e sugestões oferecidas;

À CAPES, pela bolsa de estudos recebida durante o último ano no programa de Doutorado.

Resumo

Amaral, Fernando N. do; Haeusler, Edward H.. **Teoria de Modelos para Heurísticas Baseada em *Topoi***. Rio de Janeiro, 2004. 152p. Tese de Doutorado — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho emprega conceitos e ferramentas de Teoria das Categorias e Teoria de *Topoi* para construir um modelo matemático de problemas, reduções entre problemas, espaços e estratégias de busca heurística. Mais precisamente, uma estratégia de construção de espaços de busca é representada por um funtor de uma certa categoria de problemas para uma certa categoria de florestas. A coleção de todos estes funtores forma um *topos*, um modelo específico equipado com uma lógica interna própria. Esta lógica interna é usada, então, para definir estratégias de busca e heurísticas em Teoria Local dos Conjuntos. Possíveis aplicações do trabalho incluem (1) a especificação lógica e a classificação de heurísticas e meta-heurísticas usadas na prática e (2) uma versão mais abstrata e geral de resultados específicos relacionando a estrutura de problemas com métodos de resolução adequados.

Palavras-chave

Busca heurística; teoria de problemas; reduções entre problemas; teoria de modelos; teoria das categorias; teoria de *topoi*; teoria local de conjuntos; lógica interna.

Abstract

Amaral, Fernando N. do; Haeusler, Edward H.. **Topos-based Model Theory for Heuristics**. Rio de Janeiro, 2004. 152p. PhD. Thesis — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This work employs concepts and tools from Category Theory and Topos Theory to construct a mathematical model for problems, reductions between problems, heuristic search spaces and strategies. More precisely, a search space construction strategy is represented by a functor from a certain category of problems to a certain category of forests. The collection of all such functors forms a topos, a specific model equipped with its own internal logic. This internal logic is then used to define search strategies and heuristics in Local Set Theory. Possible applications of this work include (1) the logical specification and classification of heuristics and metaheuristics used in practice and (2) a more abstract and general rendering of specific results relating the structure of problems to adequate problem-solving methods.

Keywords

Heuristic search; problem theory; problem reductions; model theory; category theory; topos theory; local set theory; internal logic.

Sumário

1	Introdução	11
1.1	Motivação	11
1.2	Teoria das Categorias	13
1.3	Objetivo da Tese	19
1.4	Estrutura da Tese	19
1.5	Trabalhos Relacionados	20
2	Teoria dos Problemas – Visão Categórica	23
2.1	Problemas e Reduções	23
2.2	Categorias de Problemas	30
2.3	Problemas Solúveis \times Parcialmente Solúveis	32
2.4	Reduções Unárias \times Reduções Binárias	34
2.5	Conclusões do Capítulo	36
3	Construção de Espaços de Busca	39
3.1	Espaços de Busca	39
3.2	Florestas de Respostas	40
3.3	Estratégias de Construção de Florestas de Respostas	42
3.4	Categorias de Estratégias de Construção de Florestas	46
3.5	Uma Categoria Indexada	50
3.6	Conclusões do Capítulo	51
4	Estrutura Lógica do <i>Topos</i>	52
4.1	Escolha do <i>Topos</i> para a Especificação de Heurísticas	52
4.2	Estrutura Lógica do <i>Topos</i> ECF	54
4.3	Exemplo	61
4.4	Classificando Sub-objetos	68
4.5	Números Naturais no <i>Topos</i>	73
4.6	Números Racionais no <i>Topos</i>	76
4.7	Conclusões do Capítulo	76
5	Estratégias de Busca em Teoria Local dos Conjuntos	78
5.1	Busca	78
5.2	Múltiplas Florestas	81
5.3	Teoria Local dos Conjuntos	86
5.4	Predicados e Termos Úteis	92
5.5	Definindo Estratégias de Busca	103
5.6	Definindo Heurísticas	106
5.7	Conclusões do Capítulo	108
6	Exemplos e Aplicações	109
6.1	Especificando Heurísticas	109
6.2	Matróides e Heurísticas Gulosas	114
6.3	Meta-heurísticas	120

6.4	Conclusões do Capítulo	132
7	Conclusões	133
7.1	Observações Finais	133
7.2	Trabalhos Futuros	134
8	Referências Bibliográficas	135
A	Provas	139
B	Lista de Categorias	151

“O entendimento dos símbolos e dos rituais (simbólicos) exige do intérprete que possua cinco qualidades ou condições, sem as quais os símbolos serão para ele mortos, e ele um morto para eles.

A primeira é a simpatia; não direi a primeira em tempo, mas a primeira conforme vou citando, e cito por graus de simplicidade. Tem o intérprete que sentir simpatia pelo símbolo que se propõe interpretar. A atitude cauta, a irônica, a deslocada — todas elas privam o intérprete da primeira condição para poder interpretar.

A segunda é a intuição. A simpatia pode auxiliá-la, se ela já existe, porém, não criá-la. Por intuição se entende aquela espécie de entendimento com que se sente o que está além do símbolo, sem que se veja.

A terceira é a inteligência. A inteligência analisa, decompõe, reconstrói noutro nível o símbolo; tem, porém, que fazê-lo depois que, no fundo, é tudo o mesmo. Não direi erudição, como poderia no exame dos símbolos, é o de relacionar no alto o que está de acordo com a relação que está embaixo. Não poderá fazer isto se a simpatia não tiver lembrado essa relação, se a intuição a não tiver estabelecido. Então a inteligência, de discursiva que naturalmente é, se tornará analógica, e o símbolo poderá ser interpretado.

A quarta é a compreensão, entendendo por esta palavra o conhecimento de outras matérias, que permitam que o símbolo seja iluminado por várias luzes, relacionado com vários outros símbolos, pois que, no fundo, é tudo o mesmo. Não direi erudição, como poderia ter dito, pois a erudição é uma soma; nem direi cultura, pois a cultura é uma síntese; e a compreensão é uma vida. Assim certos símbolos não podem ser bem entendidos se não houver antes, ou no mesmo tempo, o entendimento de símbolos diferentes.

A quinta é menos definível. Direi talvez, falando a uns, que é a graça, falando a outros, que é a mão do Superior Incógnito, falando a terceiros, que é o Conhecimento e Conversação do Santo Anjo da Guarda, entendendo cada uma destas coisas, que são a mesma da maneira como as entendem aqueles que delas usam, falando ou escrevendo.”