

6 Resultados Numéricos

6.1. Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados numéricos obtidos com as três abordagens propostas nesta tese. No item 6.2 apresenta-se os resultados referentes ao modelo média-variância. No item 6.3 são apresentados os resultados referentes aos modelos média-mínimo da distribuição e média-CVaR. Finalmente na seção 6.4 é feita uma comparação do desempenho do algoritmo de programação dinâmica dual empregado na solução dos modelos média-mínimo da distribuição e média-CVaR, com relação à adoção da penalização na função objetivo ou corte de viabilidade para o tratamento de inviabilidade nos problemas de segundo estágio.

A opção de se apresentar os resultados das últimas duas abordagens em uma mesma seção se deu devido ao modelo média-mínimo da distribuição poder ser considerado um caso particular do modelo média-CVaR, quando neste último faz-se o nível de confiança tender a 100%.

6.2. Resultados – Modelo Média-Variância

Para ilustrar a aplicação da primeira abordagem proposta nesta tese, foi realizado um estudo no qual existe a possibilidade de uma usina térmica hipotética fechar contratos bilaterais de venda de energia em dois submercados distintos, denominados submercado 1 e submercado 2.

Assumiu-se que a usina térmica hipotética se localiza no submercado 1, possui capacidade instalada e capacidade de contratação de 500 MW e 500 MW-médios, respectivamente, e custo unitário de operação de 35 \$/MWh.

Considerou-se horizonte de estudo de 48 meses, e a existência de seis contratos bilaterais candidatos, cujas características são apresentadas na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Contratos Bilaterais Candidatos

Número do Contrato	Submercado	Início de Vigência (mês)	Fim de Vigência (mês)	Preço (\$/MWh)	Volume Máximo (MW-médio)
1	1	01	12	50,00	47,0
2	1	01	24	48,53	457,0
3	1	01	48	57,77	239,0
4	2	01	12	50,00	47,0
5	2	01	24	45,06	74,0
6	2	01	48	45,99	294,0

Adotou-se uma taxa de desconto de 10% ao ano, utilizada para trazer a valor presente as remunerações líquidas da geradora.

A incerteza relacionada à evolução dos preços da energia no mercado a vista e despachos de geração foi representada através de 2000 cenários (séries), obtidos a partir da simulação do caso da Programação Mensal da Operação de Julho de 2001 (PMO-Jul01)¹ no programa NEWAVE. Os preços médios mensais da energia no mercado a vista referentes a tal caso são apresentados na Figura 6.1.

¹ Embora o caso referente ao PMO-Jul01 possua 4 submercados, nos estudos desta tese só foram utilizados os cenários de preços da energia no mercado a vista e de despachos de geração referentes aos submercados sudeste (chamado de submercado 1 nos estudos desta tese) e nordeste (chamado de submercado 2 nos estudos desta tese).

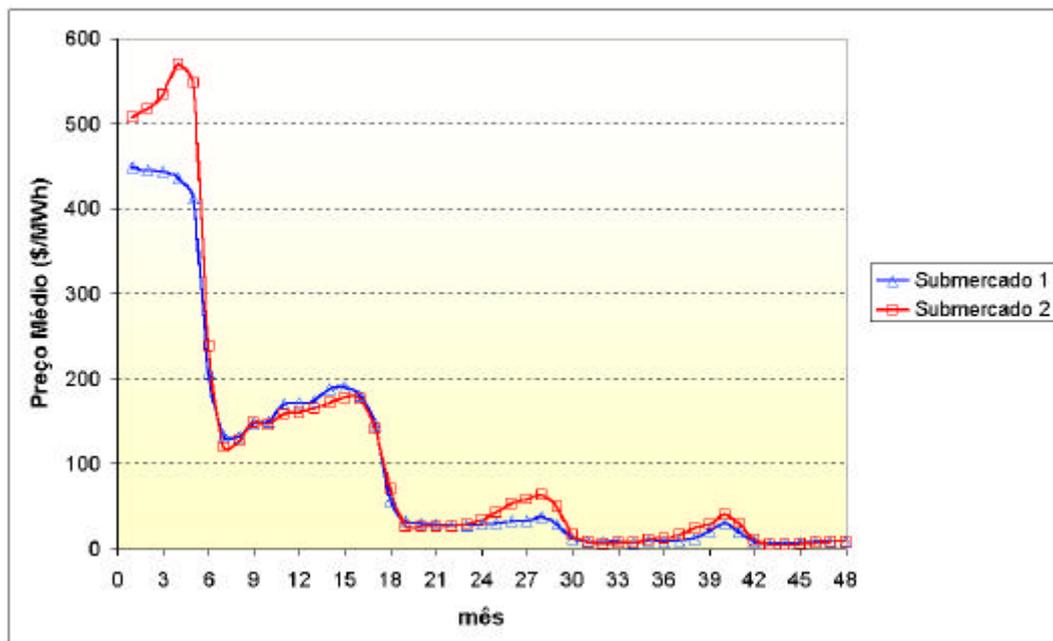


Figura 6.1 – Evolução do Preço Médio Mensal no Mercado a Vista

As probabilidades de os preços da energia no mercado a vista serem maiores que 35 \$/MWh (curva Prob_35), 50 \$/MWh (curva Prob_50), 75 \$/MWh (curva Prob_75) e 100 \$/MWh (curva Prob_100) para os submercados 1 e 2, são apresentadas nas Figuras 6.2 e 6.3, respectivamente.

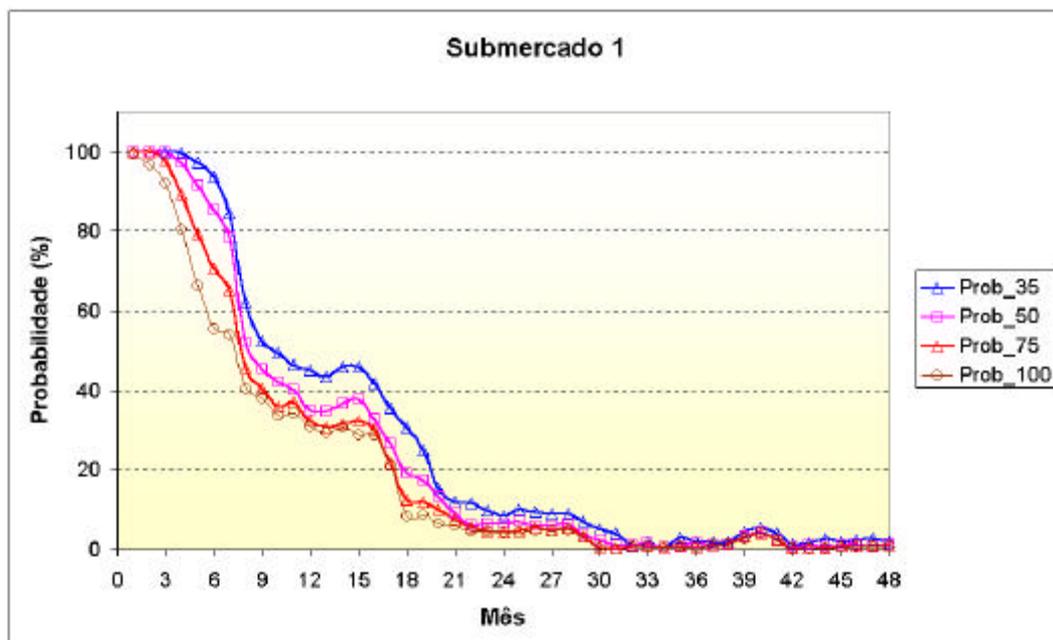


Figura 6.2 – Probabilidade do Preço no Mercado a Vista Ser Maior que 35 \$/MWh, 50 \$/MWh, 75 \$/MWh e 100 \$/MWh (Submercado 1)

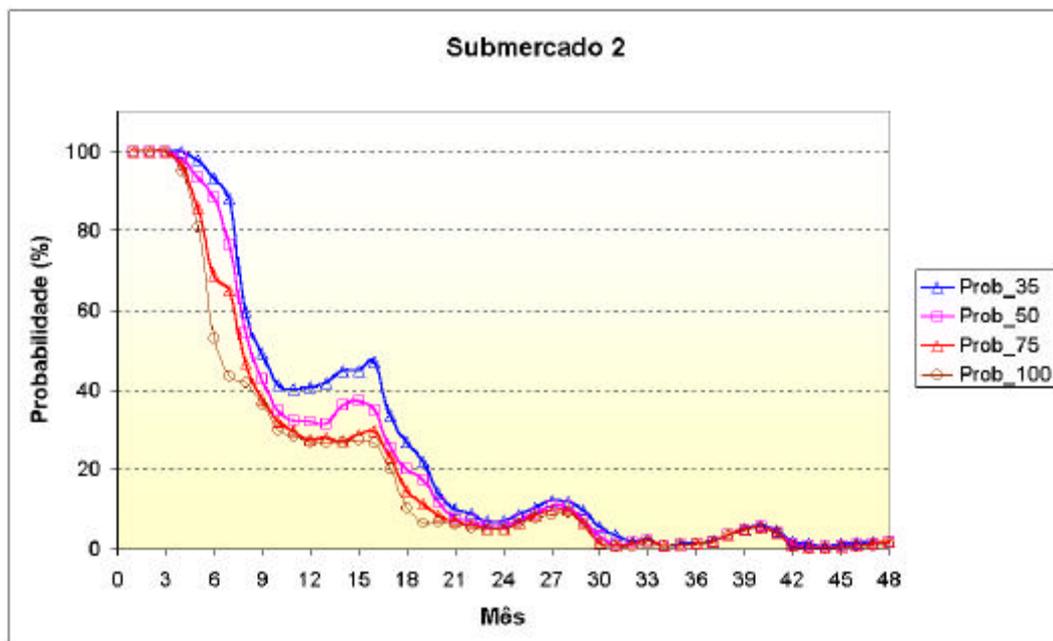


Figura 6.3 – Probabilidade do Preço no Mercado a Vista Ser Maior que 35 \$/MWh, 50 \$/MWh, 75 \$/MWh e 100 \$/MWh (Submercado 2)

Analisando as Figuras 6.1, 6.2 e 6.3, constata-se que os preços da energia no mercado a vista são bastante altos nos primeiros meses do período de estudo, porém caem com o decorrer do tempo, resultando em preços muito baixos nos últimos meses do período de estudo. A princípio, tal constatação indica que no período inicial de estudo é interessante para a térmica a venda da energia gerada no mercado a vista. Entretanto, com o decorrer do tempo, tal estratégia se torna arriscada, pois o número de cenários em que a térmica é despachada diminui, aumentando assim a probabilidade de sua receita ser nula.

Na Figura 6.4 é apresentada a fronteira eficiente de contratação de energia, obtida com a aplicação do modelo média-variância proposto nesta tese.

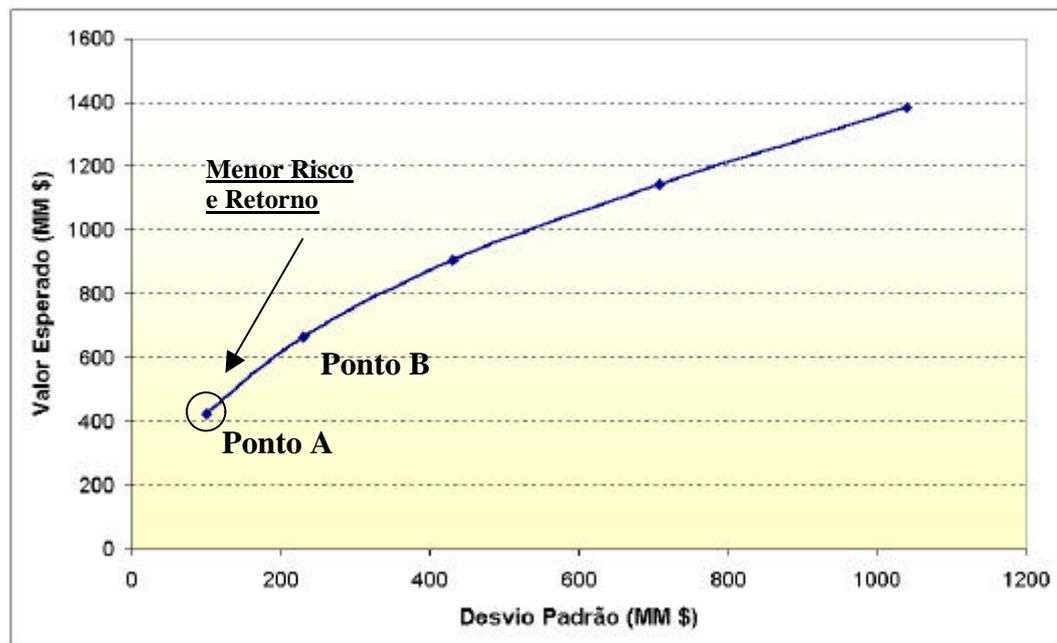


Figura 6.4 – Fronteira Eficiente de Contratação

Verifica-se que quanto maior o valor esperado, maior o desvio padrão, o que é coerente com a teoria de que um investidor requer um prêmio maior por um investimento mais arriscado. O maior valor esperado é de 1383,37 MM \$, associado a um desvio padrão de 1039,17 MM \$ (coeficiente de variação igual a 75,12%). Já o ponto de menor valor esperado e menor desvio padrão é aquele no qual estas estatísticas assumem os valores de 423,64 MM \$ e 100,72 MM \$, respectivamente, com coeficiente de variação de 23,77%.

Cada ponto da Figura 6.4 está associado a uma combinação diferente de volumes ótimos de energia a serem comercializados através dos contratos bilaterais candidatos. Por exemplo, os volumes ótimos associados aos pontos A e B destacados na Figura 6.4, são apresentados na Tabela 6.2.

Tabela 6.2 – Volumes Ótimos de Contratação dos Pontos A e B

Número do Contrato	Submercado	Vigência (mês)	Volumes Ótimos (MW-médio)	
			Ponto A	Ponto B
1	1	01-12	0	0
2	1	01-24	251,30	150,40
3	1	01-48	239	239
4	2	01-12	0	0
5	2	01-24	0	0
6	2	01-48	4,50	0

Note que em ambos os casos, a contratação se dá basicamente no submercado 1. A única exceção está na contratação de 4,50 MW-médios no submercado 2, um volume muito pequeno, associado ao ponto A. A princípio, a priorização de contratação no submercado 1 é coerente, pois: (i) para cada contrato bilateral candidato no submercado 2, existe um no submercado 1 com a mesma vigência e com preço mais favorável para a geradora; (ii) as Figuras 6.1, 6.2 e 6.3 indicam que os preços da energia no mercado a vista dos submercados 1 e 2 não diferem muito.

Os resultados da Tabela 6.2 mostram que na estratégia de comercialização de energia associada ao ponto A, a geradora tem volume total contratado de 494,8 MW-médios do mês 1 ao mês 24, e 243,5 MW-médios do mês 25 ao 48. Note que com tal estratégia, ela não se beneficia dos altos preços da energia no mercado a vista que ocorrem nos primeiros meses do período de estudo. Já na estratégia de comercialização associada ao ponto B, a geradora tem volume total contratado de 389,4 MW-médios do mês 1 ao mês 24, e 239 MW-médios do mês 25 em diante. Com isso, nos primeiros meses do período de estudo a geradora reserva uma parcela de sua geração para ser comercializada no mercado a vista, se beneficiando assim dos altos preços que ocorrem neste período. É exatamente esta parcela comercializada no mercado a vista que faz com que o valor esperado e o desvio padrão da distribuição dos valores presentes das remunerações líquidas da geradora associada ao ponto B sejam maiores do que aqueles associados ao ponto

A. Ou seja, o aumento da parcela de geração a ser reservada para comercialização no mercado a vista nos primeiros meses do período de estudo, além de aumentar o retorno da geradora, também aumenta o risco quando medido pelo desvio padrão.

Na Tabela 6.3 são apresentadas algumas estatísticas de posição das distribuições dos valores presentes das remunerações líquidas associadas aos pontos A e B da fronteira eficiente.

Tabela 6.3 – Estatísticas de Posição das Distribuições dos Valores Presentes Associados aos Pontos A e B

Indicador Estatístico	Ponto A	Ponto B
Mínimo(MM \$)	237,63	333,07
Percentil 5% (MM \$)	322,01	418,06
Percentil 10% (MM \$)	339,42	442,45
Máximo (MM \$)	1659,68	2100,57
Valor Esperado (MM \$)	423,64	663,58

Analisando a Tabela 6.3, verifica-se que o mínimo, o percentil 5%, o percentil 10%, o máximo e o valor esperado associados ao ponto B são maiores que os associados ao ponto A. Pode-se então concluir com base nestas estatísticas, que o portfólio de contratos associado ao ponto B é preferível ao associado ao ponto A.

Entretanto, diferentemente do indicado pelas estatísticas de posição, o modelo média-variância indica que a distribuição associada ao ponto A é a de menor risco. Porém esta indicação deve ser avaliada com ressalva, pois conforme mostram as estatísticas da Tabela 6.4, as distribuições dos valores presentes das remunerações líquidas associadas aos pontos A e B não seguem uma distribuição normal, e possuem uma ligeira assimetria positiva.

Tabela 6.4 – Curtose, Coef. de Assimetria e Estatística de Jarque-Bera das Distribuições Associadas aos Pontos A e B

	Ponto A	Ponto B
Curtose	31,89	6,81
Coef. Assimetria	4,06	1,67
Jarque-Bera ¹	75047,21	2139,31

Conclui-se então que devido a não normalidade e assimetria da distribuição dos valores presentes das remunerações líquidas da geradora, a variância não é uma medida adequada para medir o risco do portfólio de contratos de energia.

6.3.

Resultados – Modelos Média-Mínimo da Distribuição e Média-CVaR

Para ilustrar a aplicação da segunda e terceira abordagens propostas nesta tese, foi realizado um estudo considerando a mesma usina térmica hipotética e os mesmos 2000 cenários de evolução de preços da energia no mercado a vista e despachos de geração da seção 6.2. Entretanto, considerou-se a existência de dezoito contratos bilaterais candidatos, seis de decisão imediata e doze possibilidades futuras de contratação, cujas características são apresentadas nas Tabelas 6.5 e 6.6.

¹ A estatística de Jarque-Bera baseia-se nos coeficientes de assimetria (S) e de curtose (K) e é dada por: $JB = (n/6)(\hat{S})^2 + (n/24)(\hat{K} - 3)^2$, onde n é o tamanho da amostra. A hipótese de normalidade é rejeitada sempre que a estatística de JB assumir um valor superior ao de uma chi-quadrada com 2 graus de liberdade, cujo valor é de 5,99 para nível de significância de 5%.

Tabela 6.5 – Contratos Candidatos de Decisão Imediata

Índice do Contrato	Submercado	Início de Vigência (mês)	Fim de Vigência (mês)	Preço (\$/MWh)	Volume Máximo (MW-médio)
I1	1	01	12	50,00	47,0
I2	1	01	24	48,53	457,0
I3	1	01	48	57,77	239,0
I4	2	01	12	50,00	47,0
I5	2	01	24	45,06	74,0
I6	2	01	48	45,99	294,0

Obs.: Os índices I1, I2, I3, I4, I5 e I6 serão utilizados para se referir aos contratos de decisão imediata da tabela acima.

Tabela 6.6 – Possibilidades Futuras de Contratação

Índice do Contrato	Submercado	Início de Vigência (mês)	Fim de Vigência (mês)	Preço (\$/MWh)	Volume Máximo (MW-médio)
F1	1	09	20	55,35	47,0
F2	1	17	28	61,26	47,0
F3	1	25	36	67,81	47,0
F4	1	33	44	75,06	47,0
F5	1	13	36	56,42	457,0
F6	1	25	48	65,59	457,0
F7	2	09	20	55,35	47,0
F8	2	17	28	61,26	47,0
F9	2	25	36	67,81	47,0
F10	2	33	44	75,06	47,0
F11	2	13	36	52,38	74,0
F12	2	25	48	60,90	74,0

Obs.: Os índices F1, F2, F3, F4, F5, F6, F7, F8, F9, F10, F11, F12 serão utilizados para se referir às possibilidades futuras de contratação da tabela acima.

Na Figura 6.5 é apresentada a fronteira eficiente de contratação de energia, obtida com a aplicação do modelo média-mínimo da distribuição e com o modelo média-CVaR para dois diferentes níveis de confiança, 95% e 90%.

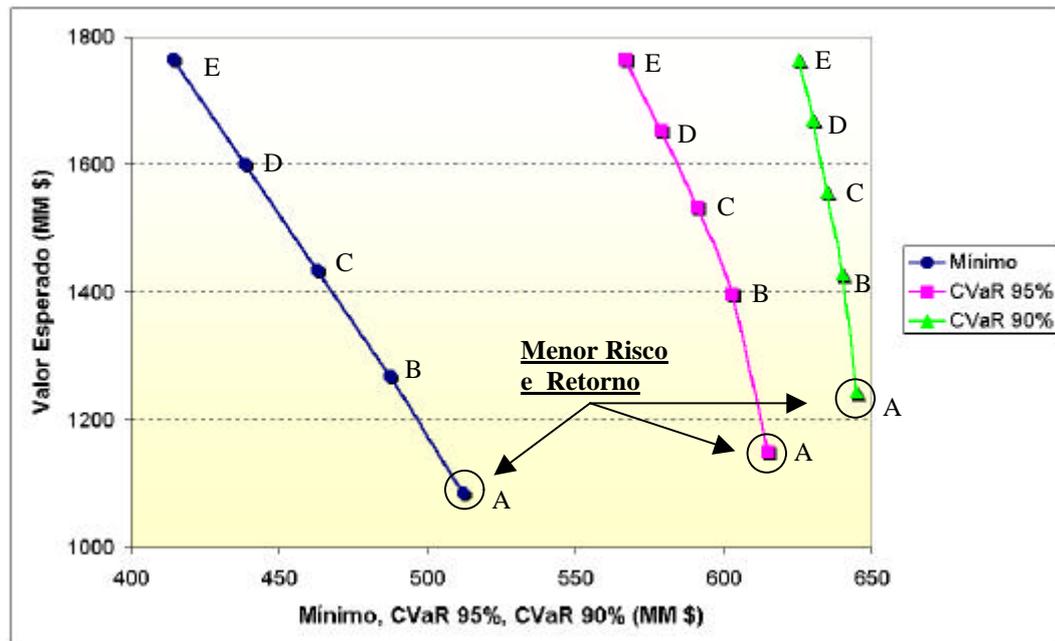


Figura 6.5 – Fronteira Eficiente de Contratação

Verifica-se que para as três medidas de risco, o valor esperado aumenta com o risco. Os pontos assinalados com A representam, para cada uma das três fronteiras eficientes, o ponto de menor risco e valor esperado.

Para um dado valor esperado, o valor numérico assumido pela medida de risco CVaR a nível de confiança de 90% é maior do que o assumido pela medida de risco CVaR a nível de confiança de 95%, que por sua vez é maior que o assumido pela medida de risco mínimo da distribuição, em suas respectivas fronteiras eficientes. De fato, o CVaR a nível de confiança de 90% é dado pela média dos 10% piores valores presentes das remunerações líquidas, cujo valor nunca será menor que a média dos 5% piores valores presentes (CVaR 95%), que por sua vez nunca será menor do que o valor do pior valor presente¹.

¹ A medida de risco mínimo da distribuição é mais conservadora que a medida de risco CVaR a nível de confiança de 95%, que por sua vez é mais conservadora que a medida de risco CVaR a nível de confiança de 90%. Vale lembrar que o mínimo da distribuição pode ser

Para cada ponto de cada fronteira eficiente da Figura 6.5, existe uma combinação ótima de contratação. Nos cinco pontos das três fronteiras eficientes, os contratos de decisão imediata I1, I4, I5 e I6 apresentam volume ótimo de contratação nulo. Já os volumes ótimos dos contratos de decisão imediata I2 e I3, associados aos cinco pontos das três fronteiras eficientes, são apresentados na Figura 6.6. Vale ressaltar que tal solução indica que nenhum dos contratos de decisão imediata cuja entrega de energia se dá no submercado 2 deve ser fechado, o que conforme já dito, é coerente.

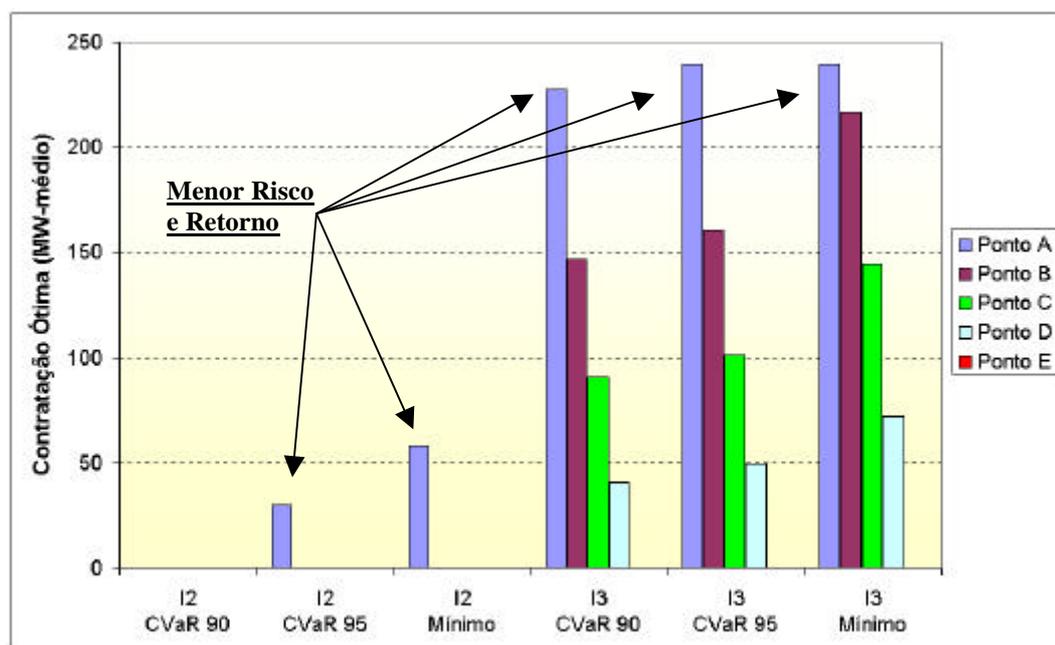


Figura 6.6 – Volumes Ótimos dos Contratos de Decisão Imediata

Da Figura 6.6 verifica-se que o contrato de decisão imediata I2 só apresenta volume ótimo de contratação não nulo nos pontos A (pontos de menor risco) associados às fronteiras eficientes obtidas com a adoção do CVaR a nível de confiança de 95% e mínimo da distribuição como medidas de risco. O volume ótimo no ponto A da fronteira eficiente cuja medida de risco é o mínimo da distribuição é maior que o volume ótimo no ponto A cuja medida de risco é o CVaR a nível de confiança de 95%. Pode-se então concluir que o volume ótimo

considerado um caso particular do CVaR, quando neste último faz-se o nível de confiança tender a 100%.

de contratação do contrato I2 aumenta com o grau de aversão ao risco do investidor.

Com relação ao contrato de decisão imediata I3, verifica-se que o volume ótimo de contratação cai a medida que caminha-se do ponto A (ponto de menor risco) para o ponto E (ponto de maior risco) nas três fronteiras eficientes. Além disso, o volume ótimo de contratação associado a cada ponto da fronteira eficiente cuja medida de risco é o mínimo da distribuição nunca é menor que o volume ótimo associado ao ponto correspondente na fronteira eficiente cuja medida de risco é o CVaR a nível de confiança de 95%, que por sua vez nunca é menor do que o volume ótimo associado ao ponto correspondente na fronteira eficiente cuja medida de risco é o CVaR a nível de confiança de 90%. Ou seja, o nível ótimo de contratação associado ao contrato I3 também aumenta com o grau de aversão ao risco do investidor.

Vale ressaltar que o modelo só indica volume ótimo de contratação não nulo para o contrato I2 quando o volume ótimo de contratação do contrato I3 atinge o volume máximo de contratação permitido, que é de 239 MW-médios. A vigência do contrato I3 é válida nos 48 meses do estudo, enquanto que a vigência do contrato I2 se estende do mês 1 ao mês 24. Já o contrato I1, que nunca é fechado, tem vigência do mês 1 ao mês 12. Verifica-se então que entre os contratos de decisão imediata, tanto o modelo média-mínimo da distribuição quanto o modelo média-CVaR para os dois níveis de confiança adotados, priorizam a contratação daqueles cuja vigência alcança o horizonte mais distante. Tais resultados são coerentes com o fato de os preços da energia no mercado a vista apresentarem tendência de queda com o decorrer do tempo.

A evolução dos volumes médios contratados no tempo devido os dezoito contratos candidatos, associados aos pontos A, B, C, D e E das fronteiras eficientes cujas medidas de risco são o CVaR a nível de confiança de 90%, CVaR a nível de confiança de 95% e mínimo da distribuição, são apresentados nas Figuras 6.7, 6.8 e 6.9, respectivamente.

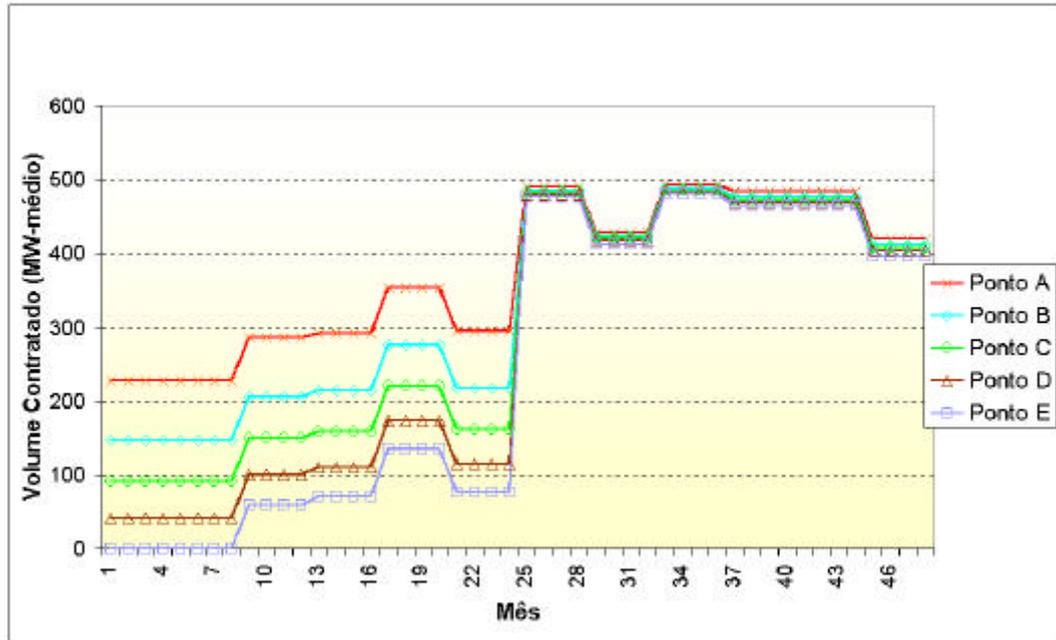


Figura 6.7 – Evolução do Volume Médio Contratado, CVaR 90%

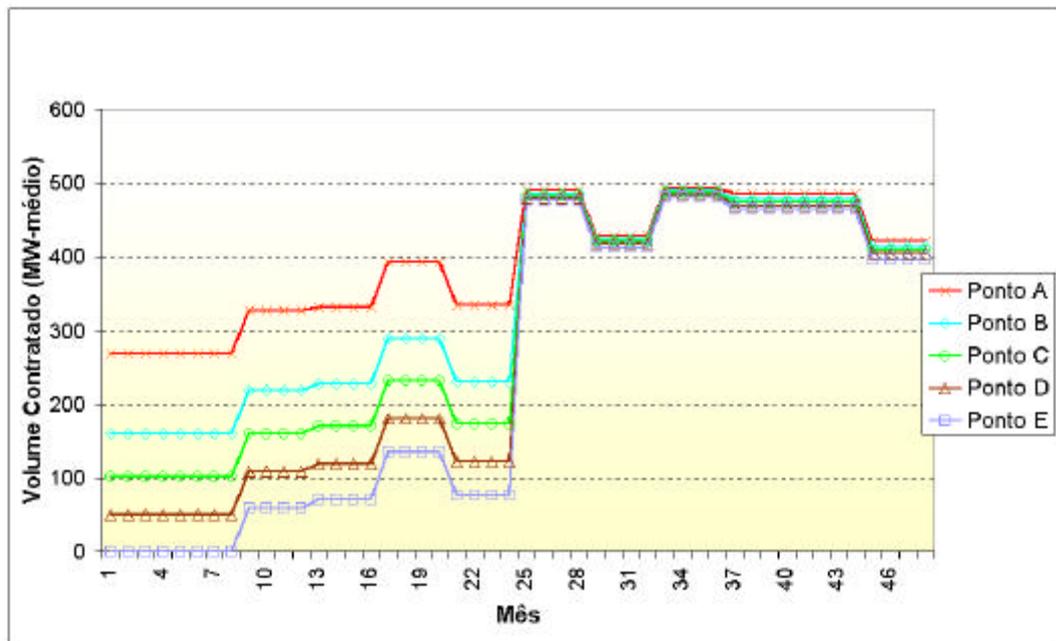


Figura 6.8 – Evolução do Volume Médio Contratado, CVaR 95%

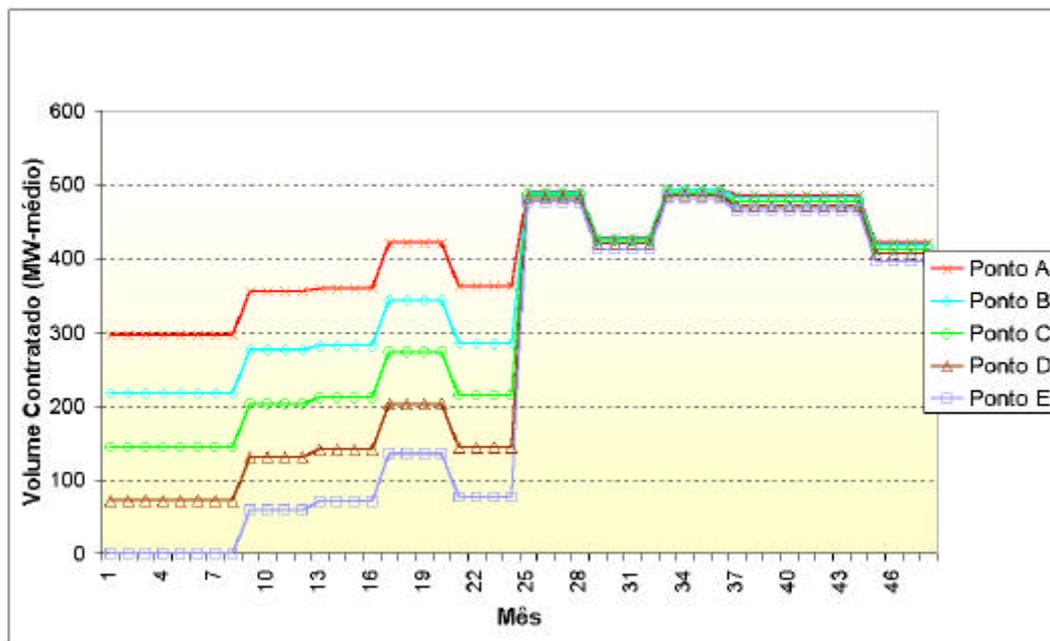


Figura 6.9 – Evolução do Volume Médio Contratado, Mínimo da Distribuição

Das Figuras 6.7, 6.8 e 6.9 verifica-se que até o 24º mês do período de estudo, quando caminha-se do ponto de menor valor esperado e risco (ponto A) para o ponto de maior valor esperado e risco (ponto E) das três fronteiras eficientes, os volumes médios contratados sofrem uma redução considerável. Já a partir do 25º mês, praticamente não existe diferença entre os volumes médios contratados associados aos diferentes pontos de cada fronteira eficiente.

Verifica-se também que até o 24º mês, o volume médio contratado associado ao ponto A da fronteira eficiente cuja medida de risco é o mínimo da distribuição é maior ou igual ao volume médio contratado associado ao ponto A da curva cuja medida de risco é o CVaR a nível de confiança de 95%, que por sua vez é maior ou igual ao volume médio contratado do ponto A quando adota-se o CVAR a nível de confiança de 90% como medida de risco. Já a partir do 25º mês, praticamente não existe diferença entre os volumes médios contratados dos pontos A das três fronteiras eficientes. O mesmo ocorre para os pontos B, C, D e E.

Conclui-se então que nos dois primeiros anos do período de estudo o nível de contratação cresce com o grau de aversão ao risco. Além disso, nestes dois primeiros anos a geradora sempre reserva uma fatia considerável de sua

capacidade de geração para comercialização no mercado a vista, mesmo no caso de extrema aversão ao risco. Já nos dois últimos anos do período de estudo, o nível de contratação é elevado, independente do grau de aversão ao risco adotado.

De modo a ilustrar resultados relacionados a contratos candidatos que representam possibilidades futuras de contratação, é apresentada na Figura 6.10 a distribuição de frequência do volume ótimo de contratação associado à possibilidade futura de contratação F6 para o ponto E da fronteira eficiente obtida com a adoção do CVaR a nível de confiança de 95% como medida de risco.

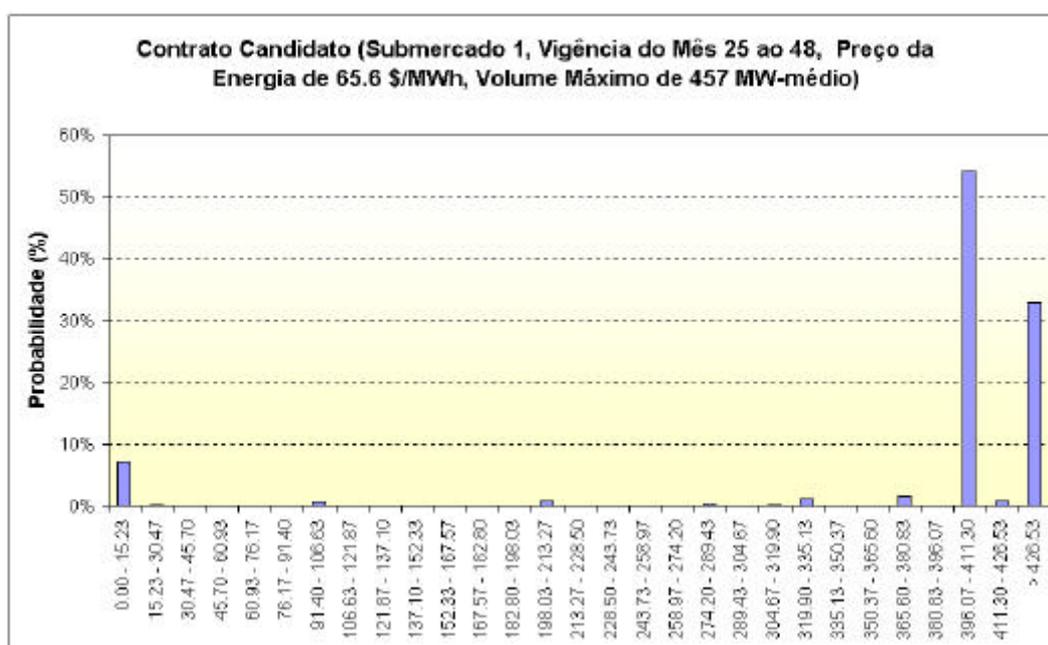


Figura 6.10 - Possibilidade Futura de Contratação F6 para o Ponto E da Fronteira Eficiente Obtida com o CVaR 95%

A Figura acima mostra que em aproximadamente 90% dos cenários de evolução de preços da energia no mercado a vista e de despachos de geração, a possibilidade futura de contratação F6 possui volume ótimo de contratação superior a 400 MW-médios. A vigência de tal possibilidade futura de contratação se dá nos últimos dois anos do período de estudo. Com isso, tal contrato tem um peso muito grande na formação da curva de evolução do volume médio contratado apresentada na Figura 6.8.

Já na Figura 6.11 é apresentada a distribuição de frequência do volume ótimo de contratação de tal possibilidade futura de contratação, porém associada ao ponto A da fronteira eficiente obtida com a adoção do CVaR a nível de confiança de 95% como medida de risco.

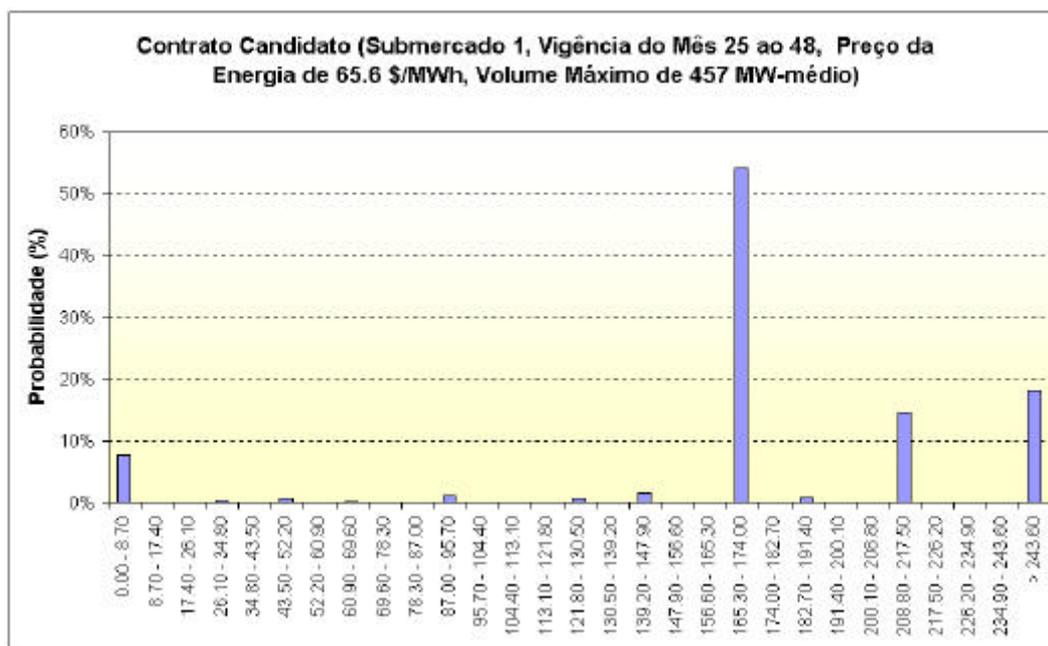


Figura 6.11 - Possibilidade Futura de Contratação F6 para o Ponto A da Fronteira Eficiente Obtida com o CVaR 95%

Verifica-se que para este ponto, em aproximadamente 90% dos cenários, tal possibilidade futura de contratação possui volume ótimo superior a 165 MW-médios.

Vale ressaltar que embora o volume de 165 MW-médios associado ao ponto A seja bem diferente do volume de 400 MW-médios associado ao ponto E, esta diferença ocorre devido a diferença entre os volumes ótimos de contratação dos contratos de decisão imediata nestes dois pontos. De fato, para o ponto E nenhum contrato de decisão imediata é fechado. Já para o ponto A existem dois contratos de decisão imediata fechados, cujos volumes ótimos de contratação quando somados ao volume de 165 MW-médios, resultam em 404 MW-médios de contratação a partir do mês 25 do período de estudo, conforme mostrado na Figura 6.12.

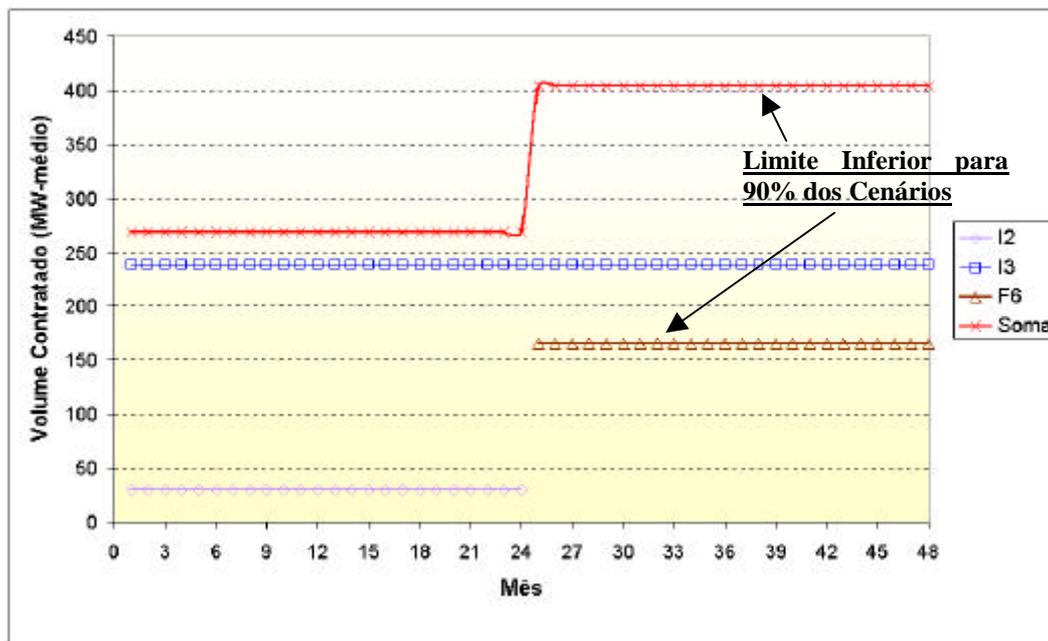


Figura 6.12 – Evolução de Contratação Devido Exclusivamente aos Contratos de Decisão Imediata e a Possibilidade Futura de Contratação F6, para o Ponto A da Fronteira Eficiente Obtida com o CVaR 95%

Pode-se então concluir da importância de tal contrato no gerenciamento de risco da geradora a partir do 25º mês do período de estudo, provavelmente devido ao preço favorável para comercialização de energia e principalmente devido ao alto volume de energia que ele possibilita negociar.

De modo a testar a robustez dos modelos média-mínimo da distribuição e média-CVaR propostos nesta tese, foi realizado um outro estudo utilizando o mesmo conjunto de dados descrito anteriormente, porém com as séries de evolução de preços da energia no mercado a vista e de despachos de geração ordenadas em seqüência inversa. Em outras palavras, associou-se o preço da energia no mercado a vista do 48º mês de cada série ao primeiro mês do período de estudo da mesma série, do 47º mês ao segundo mês do período de estudo, e assim por diante. Com esta ordem inversa, espera-se como resultado um maior volume de contratação nos primeiros meses do período de estudo e um volume pequeno de contratação nos últimos meses do período de estudo, de modo à usina térmica se beneficiar dos altos preços da energia que ocorrem no mercado a vista.

Na Figura 6.13 são apresentadas as fronteiras eficientes de contratação de energia obtidas com a aplicação dos modelos média-mínimo da distribuição e média-CVaR para os níveis de confiança de 95% e 90%, considerando as séries de evolução de preços da energia no mercado a vista e de despachos de geração ordenadas em seqüência inversa.

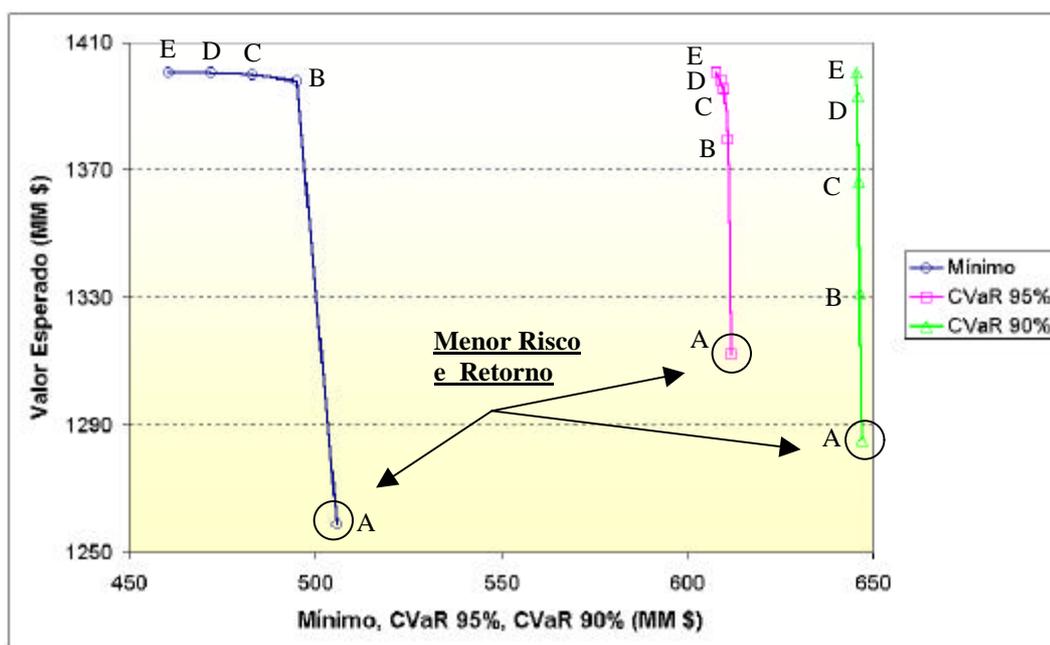


Figura 6.13 – Fronteira Eficiente de Contratação Obtida Com as Séries de Preços no Mercado a Vista em Ordem Inversa

Na Tabela 6.7 é apresentado um resumo dos resultados dos seis contratos de decisão imediata, associados aos quinze pontos das fronteiras eficientes da Figura 6.13 (pontos A, B, C, D e E de cada curva).

Tabela 6.7 – Resumo dos Resultados dos Contratos de Decisão Imediata

Índice do Contrato	Sub-mercado	Vigência	Resultado
I1	1	01-12	Contratação não nula em todos os quinze pontos, sendo que o volume máximo de contratação é atingido em quatorze deles.
I2	1	01-24	Contratação não nula em todos os quinze pontos, com nível de contratação variando de 57,5% a 97,8% do volume máximo de contratação.
I3	1	01-48	Contratação nula em oito dos quinze pontos. Nos sete pontos onde há contratação, o nível varia de 1,3% a 35,4% do volume máximo de contratação.
I4	2	01-12	Contratação não nula em quatorze dos quinze pontos, com nível de contratação variando de 18,7% a 100% do volume máximo de contratação. Em doze pontos o nível de contratação é superior a 50% do volume máximo, e em quatro pontos o volume máximo de contratação é atingido.
I5	2	01-24	Volume de contratação nulo em todos os quinze pontos das fronteiras eficiente.
I6	2	01-48	Volume de contratação nulo em todos os quinze pontos das fronteiras eficiente.

Analisando a Tabela 6.7, constata-se que há a priorização na contratação dos contratos de decisão imediata de menor vigência. Tais resultados estão de acordo com o esperado.

A evolução dos volumes médios contratados no tempo devido aos dezoito contratos candidatos, associados aos pontos A, B, C, D e E das três fronteiras eficientes da Figura 6.13, são apresentados nas Figuras 6.14, 6.15 e 6.16.

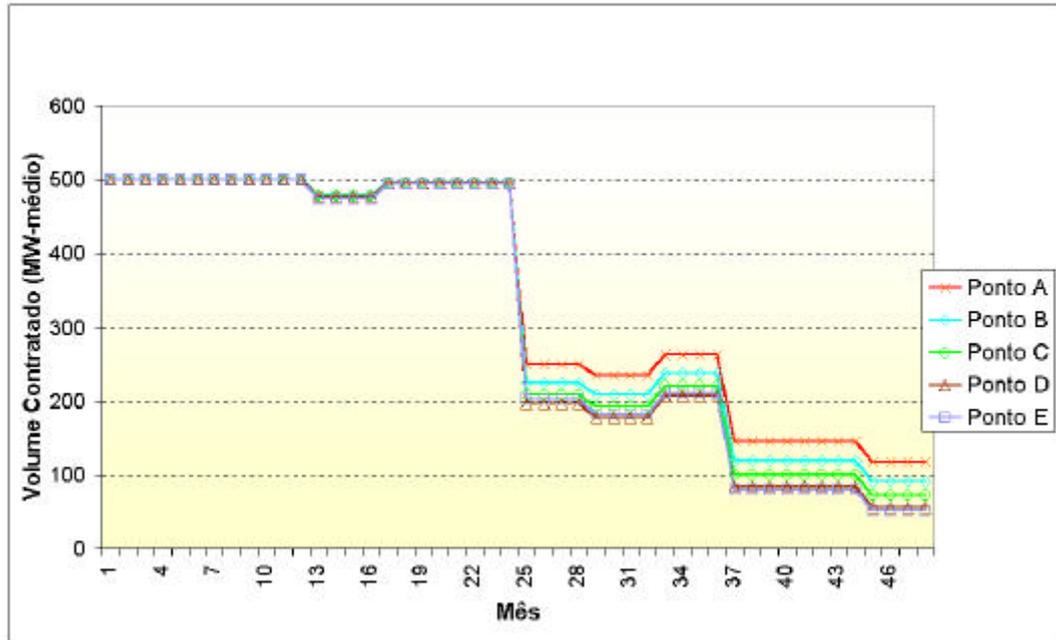


Figura 6.14 – Evolução do Volume Médio Contratado Obtido com as Séries de Preços no Mercado a Vista em Ordem Inversa, CVaR 90%

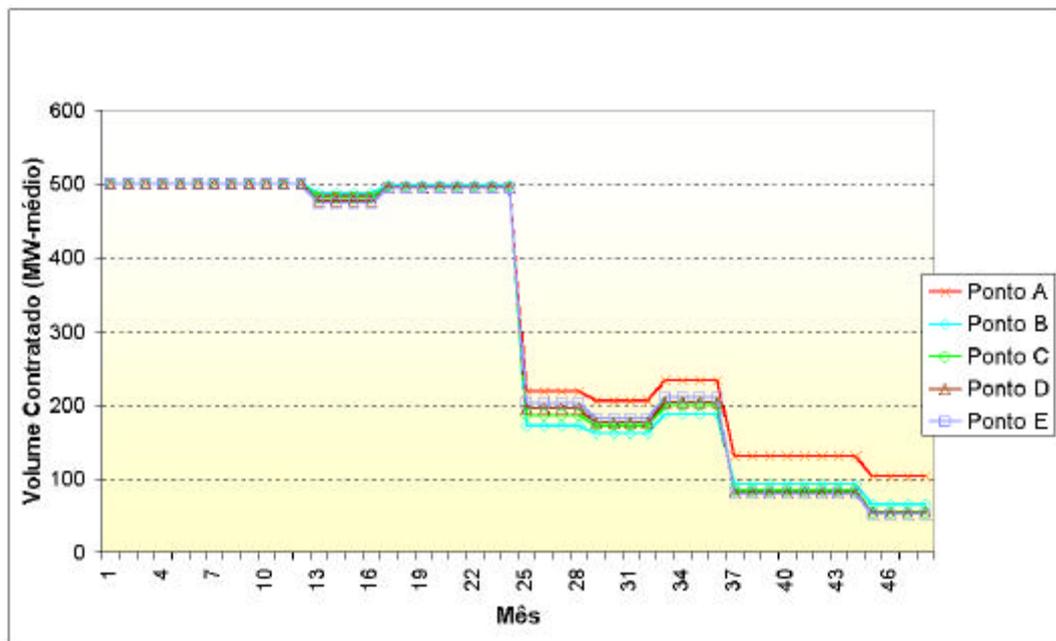


Figura 6.15 – Evolução do Volume Médio Contratado Obtido com as Séries de Preços no Mercado a Vista em Ordem Inversa, CVaR 95%

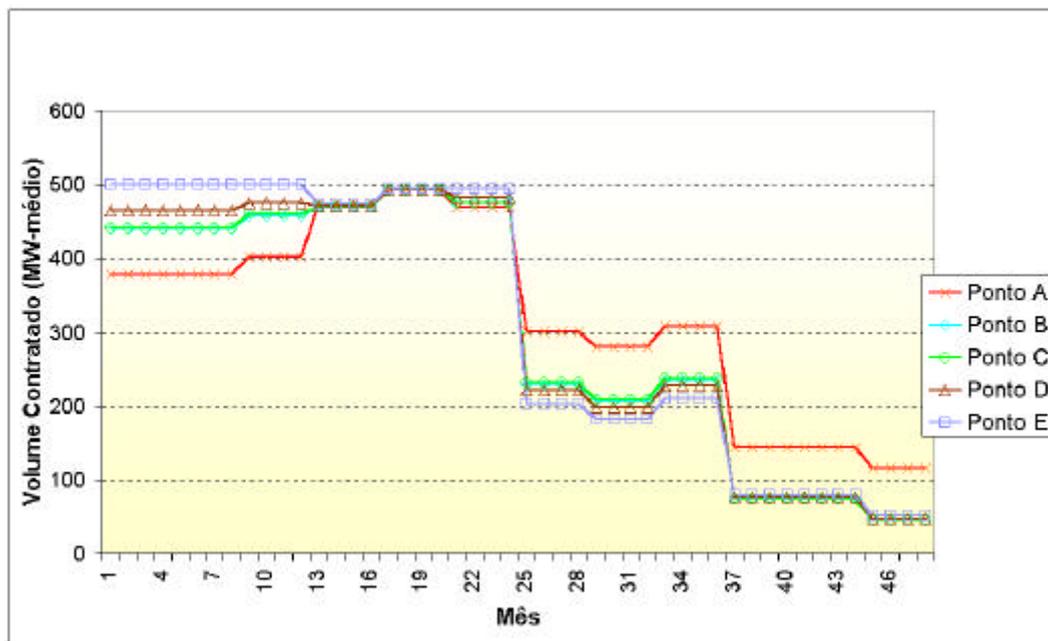


Figura 6.16 – Evolução do Volume Médio Contratado Obtido com as Séries de Preços no Mercado a Vista em Ordem Inversa, Mínimo da Distribuição

Conforme o esperado, para as fronteiras eficientes associadas ao uso do CVaR a níveis de confiança de 90% e 95% como medida de risco, até o 24º mês há um nível de contratação bastante elevado (de 500 MW-médios ou muito próximo deste valor), e no 25º mês do período de estudo o nível de contratação sofre uma grande redução, com tendência de queda a partir deste mês.

Já para a fronteira eficiente obtida com o uso do mínimo da distribuição como medida de risco, embora os níveis de contratação também sejam maiores nos primeiros meses do período de estudo em relação aos últimos meses, verifica-se que para graus maiores de aversão ao risco¹, até o 12º mês o nível de contratação é menor do que do 13º ao 24º mês. Embora a princípio tais resultados pareçam estranhos, são justificados pela evolução dos preços da energia no mercado a vista do submercado 1 associado à série de número 138. Nesta série, tais preços para o primeiro ano do período de estudo (já considerando a ordenação

¹ Lembre-se que o ponto A se caracteriza como de maior aversão ao risco que o ponto B, e assim por diante.

inversa) são apresentados na Figura 6.17, juntamente com a média dos preços das 2000 séries.

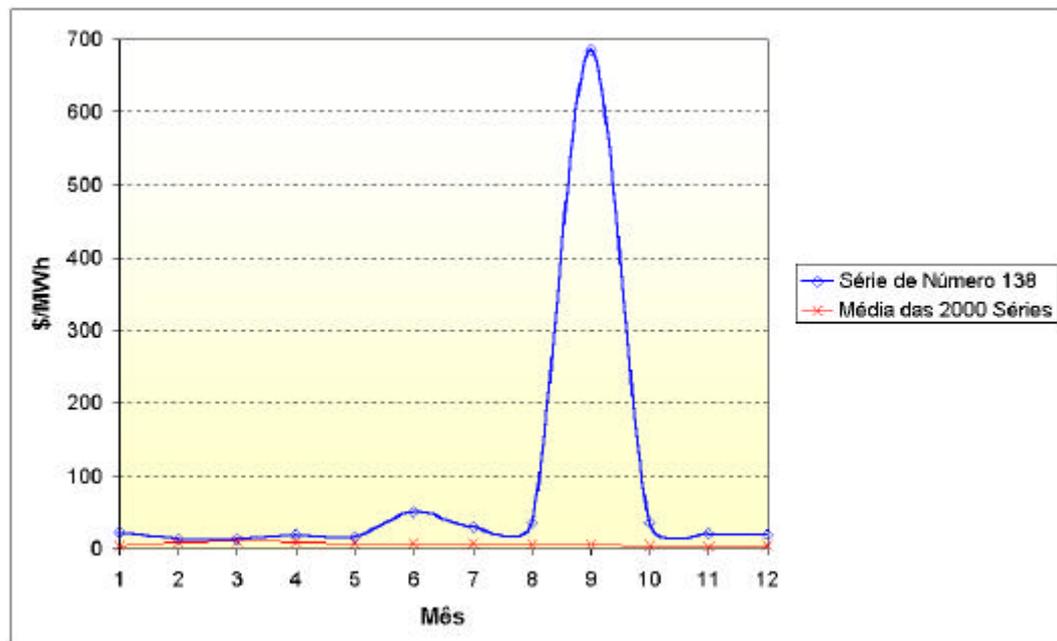


Figura 6.17 – Evolução dos Preços do Primeiro Ano Associado à Série de Número 138

Verifica-se que até o 12º mês os preços da série de número 138 são maiores que os preços médios, sendo que no 9º mês o preço desta série atinge 684,7 \$/MWh, mais de cem vezes o preço médio do mesmo mês. Este preço elevado torna desinteressante o fechamento dos contratos de decisão imediata, pois a venda da energia gerada no mercado a vista gera uma maior receita para a geradora. Com isso, é justamente o menor nível de contratação até o 12º mês que garante o atendimento em tal série, ao valor presente mínimo requerido pela geradora.

Pode-se então concluir que os modelos média-mínimo da distribuição e média-CVaR apresentam resultados coerentes, e são adequados para otimizar portfólio de contratos de energia segundo as premissas adotadas nesta tese.

6.4. Desempenho da Penalização na Função Objetivo e Corte de Viabilidade no Tratamento de Inviabilidades nos Problemas de Segundo Estágio

O objetivo desta seção é avaliar o desempenho do algoritmo de programação dinâmica dual adotando-se a penalização na função objetivo para o tratamento de inviabilidades no problema de segundo estágio, quando comparado com o desempenho obtido com o emprego de cortes de viabilidade¹.

O desempenho é avaliado em termos do tempo computacional necessário para a convergência do algoritmo de programação dinâmica dual, obtido com o uso de um computador AMD Athlon 1,2 GHz, com 256 Mb de memória RAM, e sistema operacional Windows 2000 Service Pack 3.

Uma dificuldade associada à adoção da penalização na função objetivo está na definição do coeficiente a ser utilizado (o Pen $\rightarrow +\infty$) para tal função. Um coeficiente muito pequeno pode não ser suficiente para eliminar soluções inviáveis do conjunto de possíveis soluções de um problema viável, e um coeficiente muito grande pode resultar em instabilidades numéricas na solução do problema de otimização. Foram então testados três valores para tal coeficiente: 1000 (mil), 10000 (dez mil) e 100000 (cem mil).

Na Tabela 6.8 são apresentados os tempos de processamento necessários para a convergência do algoritmo para o modelo média-mínimo da distribuição, nos cinco pontos da fronteira eficiente apresentada na Figura 6.5.

¹ Todos os resultados apresentados na seção 6.3 foram obtidos com a adoção de cortes de viabilidade.

Tabela 6.8 – Tempo de Processamento para o Modelo Média-Mínimo da Distribuição (segundos)

Ponto	Corte de Viabilidade	Penalização (Pen=1000)	Penalização (Pen=10000)	Penalização (Pen=100000)
A	59	34 ⁽¹⁾	143 ⁽⁴⁾	NC
B	53	35 ⁽²⁾	158 ⁽⁴⁾	174
C	61	35 ⁽³⁾	148 ⁽⁴⁾	139
D	54	33 ⁽³⁾	171 ⁽⁴⁾	143
E	34	34	35	34

⁽¹⁾ valor presente mínimo violado em oito séries

⁽²⁾ valor presente mínimo violado em três séries

⁽³⁾ valor presente mínimo violado em duas séries

⁽⁴⁾ valor presente mínimo violado em uma série

NC – divergência do problema

Da Tabela acima verifica-se que os coeficientes $Pen = 1000$ e $Pen = 10000$ na penalização da função objetivo não são grandes o suficiente para eliminar inviabilidades do conjunto de soluções do problema. Já a adoção do coeficiente $Pen = 100000$ causa instabilidade numérica em um dos pontos da fronteira eficiente, resultando na divergência do problema. Além disso, os tempos computacionais obtidos com os cortes de viabilidade são melhores do que aqueles obtidos com a penalização na função objetivo, exceto para o caso onde $Pen = 1000$, resultado que não deve ser levado em conta, pois neste último a convergência se dá em um ponto originalmente inviável.

Na Tabela 6.9 são apresentados os tempos de processamento do modelo média-CVaR para nível de confiança de 95%, para os cinco pontos da fronteira eficiente apresentada na Figura 6.5.

**Tabela 6.9 – Tempo de Processamento para o Modelo Média-CVaR
para Nível de Confiança de 95% (segundos)**

Ponto	Corte de Viabilidade	Penalização (Pen=1000)	Penalização (Pen=10000)	Penalização (Pen=100000)
A	226	MXIT	MXIT	NC
B	118	2375	2134	2266
C	117	MXIT	2430	2074
D	112	MXIT	MXIT	MXIT
E	77	NC	NC	NC

MXIT - número máximo de iterações do algoritmo de programação dinâmica dual atingido

NC – divergência do problema

Verifica-se que em 6 dos 15 casos onde adotou-se penalização na função objetivo, o algoritmo de programação dinâmica dual não convergiu dentro do número máximo de iterações estipulado, que foi de 20 iterações¹. Além disso, em 4 casos foi detectada instabilidade numérica, resultando na divergência do problema. Nos cinco casos onde houve convergência, o tempo computacional foi muito superior ao obtido com a adoção de cortes de viabilidade.

Os resultados mostrados nesta seção indicam que o tratamento de inviabilidades no problema de segundo estágio via cortes de viabilidade é bem superior ao tratamento via penalização na função objetivo.

¹ Na prática, a limitação do número máximo de iterações em 20 é considerada pequena. Entretanto, nos casos onde esta iteração foi alcançada, o tempo computacional foi de aproximadamente 2700 segundos. Portanto, a limitação em 20 iterações foi suficiente para mostrar que em termos de tempos computacionais, nos casos estudados a adoção de cortes de viabilidade foi mais eficiente que a penalização na função objetivo.

6.5. Conclusões

Neste capítulo foram apresentados os resultados numéricos obtidos com a aplicação das três abordagens para otimização de portfólio de contratos de energia propostas nesta tese. As principais conclusões do capítulo são:

- Nas três abordagens propostas, o valor esperado aumenta com o risco, o que é coerente com a teoria de que um investidor requer um prêmio maior por um investimento mais arriscado.
- A medida de risco mínimo da distribuição é mais conservadora que a medida de risco CVaR a nível de confiança de 95%, que por sua vez é mais conservadora que a medida de risco CVaR a nível de confiança de 90%.
- A variância não é uma medida adequada para medir o risco do portfólio de contratos de energia, pois é uma medida de desvio, e não de risco.
- O mínimo da distribuição é uma medida de risco adequada para a mensuração do risco do portfólio de contratos de energia, entretanto tal medida é muito conservadora, só devendo ser utilizada por aqueles investidores extremamente avessos ao risco.
- O CVaR é uma medida de risco adequada e altamente flexível. Dependendo do nível de confiança adotado pelo investidor, tal medida é capaz de representar desde investidores neutros ao risco, até investidores extremamente avessos ao risco.
- Os modelos média-mínimo da distribuição e média-CVaR apresentam resultados coerentes, e são adequados para otimizar portfólio de contratos de energia segundo as premissas adotadas nesta tese.

- A definição do coeficiente a ser utilizado na penalização da função objetivo para o tratamento de possíveis inviabilidades nos problemas de segundo estágio não é uma tarefa fácil. Um coeficiente muito pequeno pode não eliminar soluções inviáveis do conjunto de possíveis soluções de um problema viável, e um coeficiente muito grande pode resultar em instabilidades numéricas na solução do problema de otimização.
- Sob o aspecto tempo computacional, o tratamento de inviabilidade nos problemas de segundo estágio via cortes de viabilidade se mostrou bem superior ao tratamento via penalização na função objetivo.