



Marcos Ferreira Gomes

**Arbitragem de Volatilidade com Opções de Ações
Brasileiras**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Administração de Empresas do
Departamento de Administração da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Antonio Carlos Figueiredo Pinto

Rio de Janeiro
Março de 2021



Marcos Ferreira Gomes

**Arbitragem de Volatilidade com Opções de Ações
Brasileiras**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Administração de Empresas da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

Prof. Antonio Carlos Figueiredo Pinto

Orientador

Departamento de Administração PUC-Rio

Prof. Marcelo Cabus Klotzle

Departamento de Administração PUC-Rio

Prof. Istvan Karoly Kasznar

EBAPE – FGV

Rio de Janeiro, 26 de março de 2021

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Marcos Ferreira Gomes

Graduado em Administração e em Ciências Contábeis pela Universidade Candido Mendes. Possui experiência no setor bancário e em consultoria de contabilidade.

Ficha Catalográfica

Gomes, Marcos Ferreira

Arbitragem de volatilidade com opções de ações brasileiras / Marcos Ferreira Gomes ; orientador: Antonio Carlos Figueiredo Pinto. – 2021.

80 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Administração, 2021.

Inclui bibliografia

1. Administração - Teses. 2. Mercado financeiro. 3. Derivativos. 4. Opções. 5. Volatilidade. 6. Arbitragem. I. Pinto, Antonio Carlos Figueiredo. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Administração. III. Título.

CDD: 658

Agradecimentos

Ao meu orientador, professor Antonio Carlos Figueiredo Pinto, pela generosidade, paciência e dedicação durante todo o curso, mesmo diante de todas as condições adversas que todos enfrentamos no último ano.

Aos demais professores componentes da Comissão examinadora que avaliou esta dissertação, Marcelo Cabus Klotzle e Istvan Karoly Kasznar, pela atenção e dedicação para com o escrutínio do trabalho e pela generosidade com as quais teceram suas críticas construtivas.

Aos docentes, funcionários e todos os amigos que fiz no IAG, por todo enriquecimento pessoal, profissional e acadêmico.

À PUC-Rio e ao CNPq, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

À minha família que, mesmo que muitas vezes da forma mais heterodoxa possível, me incentiva para que eu me torne uma pessoa cada vez melhor.

E a Deus que, por algum motivo, nunca me deixa desistir.

Resumo

Gomes, Marcos Ferreira; Pinto, Antonio Carlos Figueiredo. **Arbitragem de Volatilidade com Opções de Ações Brasileiras**. Rio de Janeiro, 2021. 80p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Administração, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O presente trabalho tem como objetivo analisar a possibilidade de se realizar operações de arbitragem da volatilidade com opções de ações brasileiras. Utilizando o modelo proposto em Molero & Mello (2018) para calcular a inclinação da concavidade do sorriso da volatilidade das opções de compra das quatro ações de maior liquidez na Bolsa de Valores do Brasil (B3), foram encontradas 26 oportunidades de arbitragem da volatilidade das opções dos papéis, ao longo do período de 1 de setembro a 30 de novembro de 2020. A análise dos resultados das operações apontou que, assim como era esperado, as operações feitas quando a concavidade do sorriso da volatilidade atingiu o limite a partir de 2,0 desvios-padrão da média, a maioria das operações foi vencedora, enquanto as perdedoras apresentaram ônus pouco significativo, combinação que resultou em um lucro nada trivial. Os resultados positivos não se repetiram quando foram testadas operações em dias de coeficientes mais próximos da média da série. O resultado reforçou o já conhecido argumento das caudas grossas, o qual define que quanto mais longe da média estiver o parâmetro, mais difícil será de prever seus movimentos e de precificá-lo corretamente, o que abrirá oportunidades para operações de arbitragem com obtenção de lucro.

Palavras-chave

Mercado financeiro; Derivativos; Opções; Volatilidade; Arbitragem.

Abstract

Gomes, Marcos Ferreira; Pinto, Antonio Carlos Figueiredo (Advisor). **Volatility Arbitrage with Brazilian Stock Options**. Rio de Janeiro, 2021. 80p. Master thesis - Departamento de Administração, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This paper aims to analyze the possibility of carrying out volatility arbitrage operations with Brazilian stock options. Using the model proposed by Molero & Mello (2018) to calculate the concavity slope of the volatility smile of the purchase options of the four most liquid shares on the Brazilian Stock Exchange (B3), 26 opportunities for volatility arbitrage of the options of the shares were found, over the period from September 1 to November 30, 2020. The analysis of the results of these operations indicated that, as expected, the operations carried out when the concavity of the volatility smile reached the limit from 2,0 standard deviations from the mean, the majority of the operations were successful, while the losers presented little significant loss, a combination that resulted in a non-trivial profit. The positive results were not repeated when operations were tested on days with coefficients closer to the series mean. The result reinforced the well-known argument of thick tails, which defines that the farther from the mean the parameter is, the more difficult it will be to predict its movements and to price it correctly, which will open opportunities for profit-making arbitrage operations.

Keywords

Financial market; Derivatives; Options; Volatility; Arbitrage.

Sumário

1. INTRODUÇÃO	12
1.1. Contextualização	12
1.2. O Problema	13
1.3. Objetivos da pesquisa	15
1.4. Justificativa	16
1.5. Contribuições	16
1.6. Limitações da pesquisa	17
2. REFERENCIAL TEÓRICO	18
2.1. Especulação e arbitragem	18
2.2. Opções	20
2.2.1. Opções de compra (<i>Calls</i>)	20
2.2.2. Opções de venda (<i>Puts</i>)	22
2.2.3. Classificação de opções	24
2.3. Modelo de Black & Scholes	24
2.3.1. As gregas	28
2.3.1.1. Delta	28
2.3.1.2. Gama	30
2.3.1.3. Theta	30
2.3.1.4. Vega	31
2.3.1.5. Rô	31
2.4. Volatilidade	31
2.4.1. Volatilidade Histórica	32
2.4.1.1. Média Móvel Simples	32
2.4.1.2. Média Móvel Exponencial	33
2.4.1.3. Modelo Auto-Regressivo com Heterocedasticidade Condicional (ARCH)	34
2.4.1.4. Modelo Auto-Regressivo com Heterocedasticidade Condicional Generalizada (GARCH)	35

2.4.2. Volatilidade Implícita	36
2.4.2.1. <i>Smile</i> e <i>Skew</i> da volatilidade	38
2.4.2.2. Superfície da volatilidade implícita	42
2.4.2.3. Operações com volatilidade	44
3. METODOLOGIA	46
3.1. Arbitragem de volatilidade com opções	46
3.2. Riscos	47
3.3. <i>Delta Hedge</i>	49
3.4. Os dados	50
3.5. Concavidade do sorriso da volatilidade	51
3.6. Exemplo de operação de arbitragem de volatilidade	53
4. RESULTADOS	58
4.1. Coeficientes quadráticos	58
4.2. Banco Bradesco PN (BBDC4)	61
4.2.1. BBDC4 entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão	62
4.2.2. BBDC4 a partir de 2,0 desvios-padrão	63
4.3. Petrobras PN (PETR4)	64
4.3.1. PETR4 entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão	65
4.3.2. PETR4 a partir de 2,0 desvios-padrão	66
4.4. Vale ON (VALE3)	67
4.4.1. VALE3 entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão	68
4.4.2. VALE3 a partir de 2,0 desvios-padrão	69
4.5. Via Varejo ON (VVAR3)	69
4.5.1. VVAR3 entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão	71
4.5.2. VVAR3 a partir de 2,0 desvios-padrão	71
4.6. Resultado Geral entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão	72
4.7. Resultado Geral a partir de 2,0 desvios-padrão	74
5. CONCLUSÃO	76
6. BIBLIOGRAFIA	78

Lista de figuras

Figura 1: Delta de uma <i>call</i>	29
Figura 2: Delta de uma <i>put</i>	29
Figura 3: Sorriso ou <i>Smile</i> da volatilidade	38
Figura 4: Inclinação ou <i>Skew</i> da volatilidade	40
Figura 5: Distribuição lognormal e distribuição implícita	41
Figura 6: Exemplo de gráfico de superfície da volatilidade	43
Figura 7: Arbitragem de volatilidade	48
Figura 8: Amostra de série de <i>calls</i> de BBDC4 em 08/09/2020	54
Figura 9: Concavidades do <i>smile</i> da volatilidade	59
Figura 10: Datas utilizadas para as operações com <i>calls</i> de BBDC4	62
Figura 11: Datas utilizadas para as operações com <i>calls</i> de PETR4	65
Figura 12: Datas utilizadas para as operações com <i>calls</i> de VALE3	68
Figura 13: Datas utilizadas para as operações com <i>calls</i> de VVAR3	70
Figura 14: Resultado das operações entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão	73
Figura 15: Resultado das operações a partir de 2,0 desvios-padrão	74

Lista de tabelas

Tabela 1: <i>Outputs</i> da regressão BBDC4 em 08/09/2020	55
Tabela 2: Parâmetros observados na série de BBDC4	61
Tabela 3: Resultado operações <i>calls</i> BBDC4 entre 1,5 e 2,0 desvios	63
Tabela 4: Resultado operações <i>calls</i> BBDC4 entre a partir de 2,0 desv..	63
Tabela 5: Parâmetros observados na série de PETR4	64
Tabela 6: Resultado operações <i>calls</i> PETR4 entre 1,5 e 2,0 desvios	66
Tabela 7: Resultado operações <i>calls</i> PETR4 a partir de 2,0 desvios	66
Tabela 8: Parâmetros observados na série de VALE3	67
Tabela 9: Resultado operações <i>calls</i> VALE3 entre 1,5 e 2,0 desvios	68
Tabela 10: Resultado operações <i>calls</i> VALE3 a partir de 2,0 desvios	69
Tabela 11: Parâmetros observados na série de VVAR3	69
Tabela 12: Resultado operações <i>calls</i> VVAR3 entre 1,5 e 2,0 desvios ...	71
Tabela 13: Resultado operações <i>calls</i> VVAR3 a partir de 2,0 desvios	72

Lista de gráficos

Gráfico 1: Operações de compra e venda de <i>calls</i>	22
Gráfico 2: Operações de compra e venda de <i>puts</i>	23
Gráfico 3: Distribuição dos coeficientes quadráticos das séries	53
Gráfico 4: Coeficientes quadráticos da volatilidade das séries de <i>calls</i> ...	60
Gráfico 5: Oscilação do coeficiente quadrático das <i>calls</i> de BBDC4	61
Gráfico 6: Oscilação do coeficiente quadrático das <i>calls</i> de PETR4	64
Gráfico 7: Oscilação do coeficiente quadrático das <i>calls</i> de VALE3	67
Gráfico 8: Oscilação do coeficiente quadrático das <i>calls</i> de VVAR3	70

*“A verdadeira viagem do descobrimento não consiste em
procurar novas paisagens, mas em ter novos olhos”.*

Marcel Proust

1 INTRODUÇÃO

1.1. Contextualização

O mercado de opções financeiras como alternativa de investimento ou instrumento de proteção em mercados desenvolvidos já se tornou uma prática consolidada. No Brasil, a demanda por estas operações tem crescido nas últimas décadas, e conseqüentemente, a necessidade de se estudar e comparar diversos modelos de apreçamento, assim como suas limitações.

O objetivo precípua do uso das operações com derivativos é a proteção contra as oscilações nos preços dos ativos, ou seja, *hedge* contra exposições ao risco. Realizando operações de *hedge*, a empresa se protege de oscilações nos preços de matérias-primas, da taxa de câmbio, da taxa de juros, entre outras variáveis que estão fora do seu controle (ARAUJO et al., 2011). O *hedge*, portanto, é como se fosse um seguro de preço que protege o usuário contra diversos tipos de risco. No entanto, esses instrumentos também podem ser usados em operações especulativas e de arbitragem.

O objetivo deste trabalho é averiguar se existem possibilidades de arbitragem da volatilidade no mercado brasileiro de opções financeiras. Através dessa estratégia, investidores conseguiriam tirar proveito de contratos de opções que estão sendo negociados fora do seu preço justo seguindo o modelo desenvolvido por Fisher Black e Myron Scholes para a precificação de opções, em 1973. No entanto, existe uma discrepância entre as premissas do modelo e as operações reais que levam ao modelo de Black & Scholes precificar algumas opções de forma errada. E são exatamente essas limitações do modelo que levam a distorções nos preços de mercado das opções, abrindo oportunidades para que *players* possam tirar proveito e lucrar através de operações de curto prazo.

A principal contribuição deste estudo para a comunidade científica e para a sociedade como um todo está no fortalecimento da literatura acadêmica acerca de estudos relacionados ao mercado financeiro nacional, atualmente carente de pesquisas empíricas que envolvam operações com volatilidade e com arbitragem de opções. Além

disso, propõe lampejos a respeito de operações de arbitragem da volatilidade, estimulando a descoberta por distorções em modelos de precificação e, conseqüentemente, motivando a prática de operações no mercado que gerem liquidez para investidores e *hedgers*.

Neste item, fazemos um breve panomara dos conceitos que serão apresentados no trabalho e a apresentação do problema proposto. No item 2, uma breve revisão de literatura acerca do tema. No item 3, apresentaremos a metodologia utilizada para o desenvolvimento da argumentação, a coleta de dados, os modelos utilizados e a determinação dos parâmetros. No item 4, os resultados obtidos. No item 5, as conclusões tiradas do estudo. Finalmente, no item 6, apresentamos as referências bibliográficas utilizadas para a fundamentação teórica e prática do trabalho.

1.2. O Problema

Uma das maneiras de estimar a volatilidade esperada pelo mercado de certas ações é através de um levantamento dos preços de mercado de várias opções financeiras e das cotações do ativo-objeto dessas opções. Com essas informações resumidas em uma base de dados, bastaria estimar qual a volatilidade que faz com que o preço justo indicado pelo modelo de apreçamento de opções de Black & Scholes (1973) seja igual ao preço praticado pelo mercado para se obter uma aproximação da volatilidade esperada pelo mercado financeiro. No entanto, em muitos dos mercados onde são negociadas as opções, ao se estimar a volatilidade implícita nos preços das opções pelo modelo de Black & Scholes, são encontradas diferentes volatilidades implícitas para opções com mesmo ativo-objeto, mesma data de vencimento, mas com preços de exercício diferentes. Quando plotamos essas volatilidades implícitas encontradas em um gráfico em função dos preços de exercício das opções, é observado que, geralmente, as opções com preços de exercício mais baixos possuem volatilidades implícitas mais elevadas e, conforme passamos para as opções com preços de exercício maiores, as volatilidades implícitas vão diminuindo até um determinado ponto onde elas tornam a aumentar. Essa anomalia do mercado financeiro já é há bastante tempo muito pesquisada no mercado e na academia, e se convencionou chamar de sorriso da volatilidade implícita.

Apesar do ser o modelo de apreçamento mais utilizado no Brasil (BARBACHAN e ORNELAS, 2003a; BESSADA, BARBEDO e ARAÚJO, 2007), o modelo de Black & Scholes para o apreçamento de opções parte de algumas premissas que, na prática, podem não se concretizar. Essas suposições que são adotadas para se chegar à fórmula de apreçamento de opções europeias já foram muito criticadas e apontadas como o motivo para a existência do sorriso da volatilidade implícita. O fenômeno do sorriso da volatilidade implícita já foi identificado tanto em opções de compra quanto em opções de venda e em várias bolsas de valores do mundo. Diversos autores como Hull (2015) já identificaram essa anomalia em opções de moeda, opções de índice e até em opções de contratos futuros.

Alguns autores, inclusive, apontam essas distorções como as grandes responsáveis pela formação do sorriso da volatilidade implícita. Alguns desses pressupostos são:

- Os retornos do ativo-objeto da opção seguem uma distribuição normal;
- A volatilidade do ativo-objeto é constante até a data do vencimento das opções e o mercado sabe estimá-la com precisão;
- O preço do ativo-objeto segue um Movimento Geométrico Browniano (MGB);
- Não há oportunidades para ganhos de arbitragem no mercado.

Uma vez que, na realidade do mercado, os retornos dos ativos não seguem uma distribuição lognormal, isto é, os eventos extremos que estão nas caudas da curva de *gauss* acontecem com muito mais frequência do que o previsto no modelo, podemos inferir que algumas opções, principalmente as muito fora ou muito dentro do dinheiro, são precificadas de forma errada pelo modelo, pois o mesmo parte da premissa que todas as opções possuem a mesma volatilidade, ou seja, ele prevê uma curva de volatilidade *flat* para as opções de todos os ativos. A realidade do mercado, no entanto, mostra que as opções com *strikes* nos extremos da série, ou seja, opções muito dentro do dinheiro (ITM) ou muito fora do dinheiro (OTM) possuem volatilidade muito maior do que o estimado pelo modelo. Isso abre oportunidades para que operações de arbitragem da volatilidade sejam feitas nos dias em que a concavidade do sorriso fique muito inclinada ou muito *flat*, o que irá acontecer sempre que o coeficiente se distanciar significativamente da média. Em outras palavras, sempre que um evento de menor probabilidade de acontecer, também conhecidos como eventos de cauda, de fato acontecer, e isso fizer com que o preço do ativo-objeto se mova abruptamente,

oportunidades de arbitragem se abrirão.

Se fôssemos enunciar o problema com uma questão, ela provavelmente teria a seguinte forma: “É possível fazer operações de arbitragem da volatilidade com opções de ações brasileiras?”. O questionamento é de extrema relevância, não só para a comunidade acadêmica, como para o mercado corporativo. No contexto acadêmico, uma minuciosa pesquisa foi feita nas bases de dados mais completas e nos periódicos mais qualificados do país, e não foi encontrado qualquer outro estudo que tenha feito uma experiência parecida. Portanto, trata-se de uma abordagem inédita, ou no mínimo, pouco explorada pela academia. Do ponto de vista de mercado, é notória que a especulação nos mercados financeiros é de extrema importância para promover a liquidez dos mercados e, conseqüentemente, garantir pleno funcionamento das dinâmicas de produção, processamento e comercialização de ativos, financeiros ou não, pois é a atividade especulativa que proporciona ao *hedgers* a transferência de risco além da liquidez de compra e venda em grande escala.

1.3. Objetivos da pesquisa

a. Geral

O objetivo geral deste trabalho é averiguar se existem possibilidades de arbitragem da volatilidade no mercado brasileiro de opções financeiras através de uma pesquisa empírico-analítica, utilizando dados extraídos do mercado.

b. Específico

A pesquisa será estruturada da seguinte forma:

- Introdução do problema;
- Coleta de dados de fechamento das opções de compra das ações das empresas Banco Bradesco PN, Petrobras PN, Vale ON e Via Varejo ON na plataforma Oplab;
- Aplicação dos modelos utilizando os dados coletados;
- Apresentação dos resultados obtidos nas operações; e
- Elaborar uma conclusão que contribua com a academia e com o mercado como um

todo.

1.4. Justificativa

O mercado de derivativos brasileiro vem crescendo cada vez mais, assim como sua importância para investidores e empresas, de forma a agregar valor às organizações que o utilizam (ROSSI JÚNIOR, 2008). Uma vez que as opções são os instrumentos derivativos de maior complexidade, devido principalmente à dinâmica dos contratos, torna-se de extrema importância investigar as principais formas de apreçamento desses instrumentos e suas respectivas falhas. A implementação deste tipo de pesquisa, portanto, se mostra relevante por sua contribuição direta para o preenchimento de um *gap* existente na literatura brasileira no que concerne as operações de arbitragem de volatilidade. É importante que o Brasil, como mercado emergente e como tal, cada vez mais propenso à utilização de soluções financeiras sofisticadas, esteja andando lado a lado com as maiores comunidades científicas do mundo, as quais já exploram esse tipo de temática há muito mais tempo. O resultado disso é uma maior e melhor assessoria aos *players* do mercado, financeiro ou não, que utilizam os instrumentos em suas operações diárias.

Como já foi abordado anteriormente, no contexto corporativo a pesquisa aqui apresentada não é menos relevante. O estudo contribuirá para que operadores do mercado possam testar as conclusões aferidas e, com isso, analisar e comparar de forma prática as premissas propostas nos resultados encontrados, aumentando assim o já extenso arcabouço de estratégias utilizadas em operações estruturadas com opções, e com isso garantir a liquidez e toda a transferência de risco necessária aos processos de produção e comercialização de uma economia saudável e pujante.

1.5. Contribuições

a. Gerencial/Prática

Ao testar a possibilidade de operações de arbitragem da volatilidade no mercado

de opções de ações brasileiras, este estudo estimula o aperfeiçoamento dos modelos de precificação e de projeção utilizados no mercado financeiro, além de contribuir para a liquidez dos mercados de opções através da prática de operações de curto prazo em busca de oportunidades de arbitragem com lucro.

b. Teórica

Do ponto de vista teórico e acadêmico, a pesquisa preenche uma lacuna que existe em nossa bibliografia, pois ainda não existe uma pesquisa, feita com opções de ações brasileiras, que teste esse tipo de possibilidade de arbitragem de volatilidade. Na realidade, existem poucas publicações brasileiras que abordem a temática de arbitragem com opções financeiras, portanto, trata-se de um estudo que aborda um assunto pouquíssimo explorado pela comunidade acadêmica e que, conseqüentemente, é dotado de valioso potencial de crescimento.

1.6. Limitações da pesquisa

O estudo foi feito com dados de fechamento, o que sempre pode provocar distorções. A base de dados também foi limitada, uma vez que a coleta de dados pôde ser feita por apenas três meses, além de termos utilizado apenas ações de alta liquidez. Portanto, é interessante que estudos futuros utilizem dados intradiários e estendam a coleta dos mesmos por um prazo de tempo maior, além de se utilizar de papéis de níveis de liquidez diversos, com o intuito de se obter resultados mais consistentes e próximos da realidade dos investidores que realizam operações com opções diariamente.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. Especulação e arbitragem

A especulação é definida de forma bem objetiva por Keynes (1936) como: a atividade de se antecipar a psicologia do mercado. Já Kaldor (1939) categorizou o termo de uma forma mais palatável e aceita pelas mais diversas correntes do pensamento econômico até os dias de hoje: a compra ou venda de mercadorias tendo em vista a revenda (ou recompra) a uma data posterior quando o motivo de tal ação é a antecipação de uma mudança nos preços em vigor e não uma vantagem resultante de seu uso ou uma transformação ou transferência de um mercado para outro. Farhi (1999) afirmou que a especulação financeira pode ser vista como as posições líquidas, compradas ou vendidas, num mercado de ativos financeiros (à vista ou de derivativos) sem cobertura por uma posição oposta no mercado com outra temporalidade no mesmo ativo, ou num ativo efetivamente correlato.

Materializando a teoria, a atividade especulativa, no âmbito financeiro, não é mais complexa do que o simples ato de comprar um ativo por um determinado preço e vendê-lo por um preço mais alto, ou vender um ativo por um preço mais alto e posteriormente comprá-lo por um preço mais baixo. A principal característica da atividade especulativa, portanto, não é avaliar um ativo pelo seu valor intrínseco, proveniente de seus fundamentos singulares, mas sim pelo seu preço de mercado em um determinado momento, aproveitando-se das inúmeras oportunidades que surgem com as oscilações diárias de preços, ocasionadas pelas expectativas do mercado frente às circunstâncias políticas e econômicas. Uma característica bem presente nas operações de especulação é o alto nível de risco. Ao tomar uma posição no mercado futuro ou fazer opções sem uma posição segura, o indivíduo assume riscos elevados com a expectativa e pode realizar ganhos significativos, tanto quanto amargar perdas calamitosas.

O especulador também pode deixar posições abertas de um dia para o outro, por períodos mais curtos ou bem mais longos. Se o ativo é comprado e vendido no mesmo dia, essa operação pode ser enquadrada como é que chamado popularmente nos dias de hoje como “day trade”. Se o ativo permanece na carteira por algumas

semanas, até um mês, denomina-se “swing trade”. Mas como já foi antecipado, o objetivo do especulador nunca é de permanecer com o ativo na carteira por muito tempo, ou até mesmo de fazer uso dele (quando o caso for de ativos não financeiros). O interesse do especulador, portanto, está sempre concentrado nos preços dos ativos, e não em seu valor. Sumariamente, o objetivo de um especulador profissional é alavancar os lucros com as tendências de preços.

Uma das formas mais comuns de se especular no mercado financeiro é através da arbitragem. Segundo Farhi (1999), a arbitragem adquiriu um peso extremamente importante nos mercados de ativos financeiros e seus derivativos. A autora defende que é muito mais fácil realizar este tipo de operações com ativos financeiros do que com *commodities*, posto que o acesso ao mercado à vista é geralmente amplo, os preços nele praticados são transparentes e o custo de “estocagem” limita-se à taxa de juros praticada no mercado monetário para o período e às taxas de custódia cobradas pelas instituições financeiras credenciadas. Boissieu & Aglietta (1994) afirmam que os derivativos são, por sua própria concepção, pontes entre segmentos financeiros até então imperfeitamente arbitrados. Os mercados de derivativos de balcão multiplicam essas pontes que os mercados organizados só realizavam para produtos financeiros padronizados. Como meios de acesso à liquidez, eles apagam a especificidade dos mercados interbancários. Como instrumentos de cobertura de riscos, eles apagam a separação entre os mercados nacionais e internacionais.

Há várias modalidades de operações de arbitragem, cujo objetivo reside em realizar ganhos de capital, aproveitando-se das distorções nas relações de preços. Elas consistem basicamente de duas pontas opostas, envolvendo seja o mesmo ativo em temporalidades distintas, seja a execução da operação com derivativos diversos, em praças financeiras diferentes ou com ativos distintos com grau de correlação real entre os movimentos de seus preços (Farhi & Borghi, 2009). Basicamente, a técnica da especulação financeira por meio de arbitragem tem a finalidade de aproveitar das diferenças de preços de um ativo que é negociado em diferentes mercados. De forma simplificada, compra-se um ativo em um local onde sua cotação está supostamente subvalorizada para vendê-lo onde está mais valorizado, ou vice-versa, seja à vista ou no futuro. Os arbitradores costumam eliminar distorções do mercado e conseguem obter lucro sem assunção de riscos.

2.2. Opções

Uma opção é um contrato que outorga a seus titulares o direito de comprar ou vender um determinado ativo a um determinado preço, por um prazo preestabelecido. Figueiredo (2019) salienta que o funcionamento de uma opção é semelhante ao de uma apólice de seguro: quem compra uma opção paga o prêmio e tem o direito. Quem vende uma opção recebe o prêmio e tem a obrigação, caso a opção seja exercida pelo titular. Black e Scholes (1973), em documento que foi definitivo para um cálculo mais preciso do apreamento de opções, cujo modelo é utilizado amplamente até os dias de hoje, definem os instrumentos da seguinte forma:

Uma opção é um seguro que dá o direito de comprar ou vender um ativo, sujeito a determinadas condições, em um período específico de tempo. Uma opção “Americana” é uma opção que poderá ser exercida a qualquer momento até a data de expiração da opção. Uma opção “Europeia” é uma opção que poderá ser exercida apenas em uma data futura específica. O preço que é pago pelo ativo quando a opção é exercida é chamado de “preço de exercício”. O último dia no qual uma opção pode ser exercida é chamado de “data de vencimento”, ou “data de maturidade”.

Assim como foi complementado pelos autores, as opções podem ser tipificadas como americanas ou europeias. A opção americana poderá ser exercida a qualquer momento até seu vencimento. A opção europeia só poderá ser exercida no vencimento.

2.2.1. Opções de compra (*Calls*)

Uma opção de compra, também conhecida como *call*, é um contrato que outorga a seu comprador, o titular da opção, o direito de comprar um determinado ativo a um determinado preço de exercício, chamado de *strike*, até uma determinada data, para opções americanas, ou somente na data determinada, para opções europeias. Ao comprar a opção, o titular paga ao vendedor da opção, conhecido como lançador, o prêmio da opção, cuja precificação será determinada por vários fatores que serão discutidos em seção posterior. Conforme notação apresentada por Molero e Mello (2018), na data do vencimento da opção, o resultado de uma operação com *calls* em posição comprada, será calculado da seguinte forma:

$$R_{+c} = \max[S_t - K; 0] - p \quad (1)$$

Onde:

R_{+c} = resultado da operação comprada em *call*

S_t = preço do ativo à vista no vencimento (conhecido como preço *spot*)

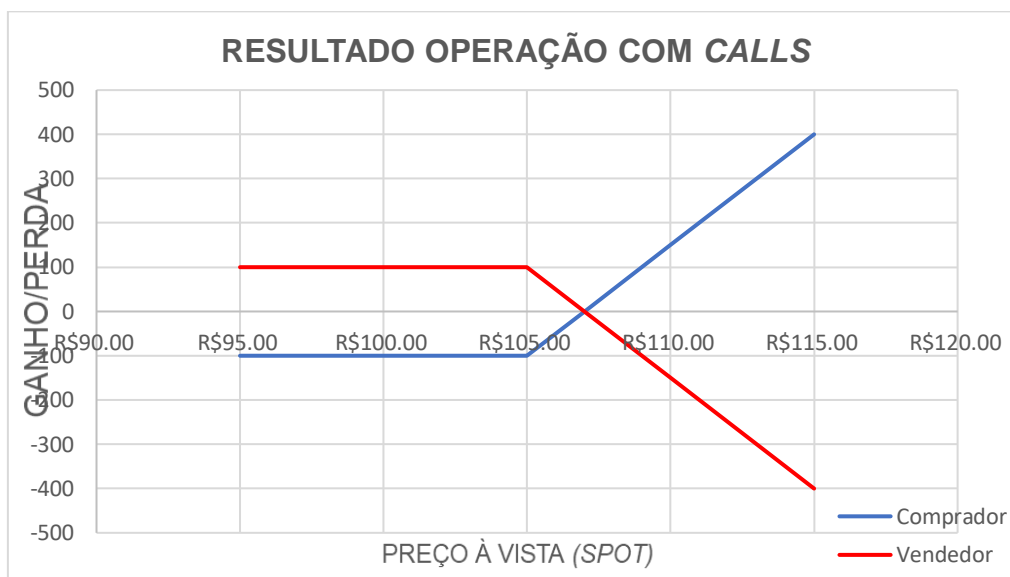
K = preço de exercício da opção (*strike*)

p = prêmio pago pela opção

O resultado de uma posição vendida em *calls*, ou seja, pelo ponto de vista do lançador da opção, terá a seguinte notação:

$$R_{-c} = -\max[S_t - K; 0] + p \quad (2)$$

O Gráfico 1 abaixo, denota os possíveis resultados de operações com posições compradas e vendidas em opções de compra.

Gráfico 1: Operação de compra e venda de *calls*

Fonte: Elaborado pelo autor.

Pode-se, portanto, inferir a seguinte afirmação: o comprador de uma opção de compra se beneficia com a alta do preço do ativo e perde com a baixa do preço do ativo. O inverso é verdadeiro, pois o vendedor de uma opção de compra se beneficia com a queda do preço do ativo e perde com a alta do mesmo.

2.2.2. Opções de venda (*Puts*)

Uma opção de venda, também conhecida como *put*, é um contrato que outorga a seu comprador, o titular da opção, o direito de vender um determinado ativo a um determinado preço de exercício, chamado de *strike*, até uma determinada data, para opções americanas, ou somente na data determinada, para opções europeias. Ao comprar a opção, o titular paga ao vendedor da opção, conhecido como lançador, o prêmio da opção, cuja precificação será determinada por vários fatores que serão discutidos em seção posterior. Na data do vencimento da opção, o resultado de uma operação com *puts* em posição comprada, será calculado da seguinte forma:

$$R_{+P} = \max[K - S_t; 0] - p \quad (3)$$

Onde:

R_{+P} = resultado da operação comprada em *put*

S_t = preço do ativo à vista no vencimento (conhecido como preço *spot*)

K = preço de exercício da opção (*strike*)

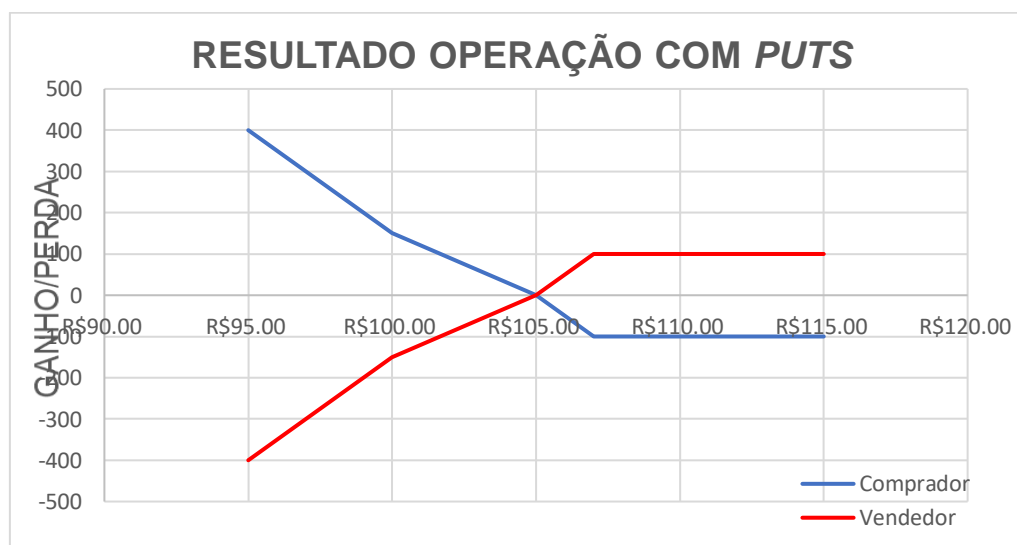
p = prêmio pago pela opção

O resultado de uma posição vendida em *puts*, ou seja, pelo ponto de vista do lançador da opção, terá a seguinte notação:

$$R_{-P} = -\max[K - S_t; 0] + p \quad (4)$$

O Gráfico 2 abaixo, denota os possíveis resultados de operações com posições compradas e vendidas em opções de venda.

Gráfico 2: Operações de compra e venda com *puts*



Fonte: Elaborado pelo autor.

Pode-se portanto, inferir a seguinte afirmação: o comprador de uma opção de venda se beneficia com a queda do preço do ativo e perde com a alta do preço do ativo. O inverso é verdadeiro, pois o vendedor de uma opção de venda se beneficia com a alta

do preço do ativo e perde com a queda do mesmo.

2.2.3. Classificação de opções

As séries de opções podem ser classificadas de acordo com a relação entre o preço à vista do ativo subjacente e o preço de exercício da opção. Essa classificação é também conhecida pelo termo “moneyness”. São três as classificações que uma opção pode assumir: ITM (“in-the-money”, ou “dentro do dinheiro”), ATM (“at-the-money”, ou “no dinheiro”) e OTM (“out-of-the-money”, ou “fora do dinheiro”).

Quando uma opção está dentro do dinheiro (ITM), ela tem grande probabilidade de ser exercida. Quando está no dinheiro (ATM), possui probabilidade razoável de exercício. E quando a opção está fora do dinheiro (OTM), tem uma pequena probabilidade de ser exercida. Segue um exemplo prático:

Um ativo está cotado hoje a R\$ 100,00. Uma opção de compra deste ativo estará ITM quando seu *strike* for menor que R\$ 96,00, aproximadamente. A opção estará ATM quando seu *strike* for entre R\$ 96,00 e R\$ 104,00. E a opção estará OTM quando seu *strike* for por volta e acima de R\$ 104,00. O mesmo raciocínio vale para uma opção de venda. Uma opção de venda deste ativo estará ITM quando seu *strike* for por volta e acima de R\$ 104,00. A opção estará ATM quando seu *strike* estiver entre R\$ 96,00 e R\$ 104,00, aproximadamente. E a opção estará OTM quando seu *strike* for abaixo de R\$ 96,00.

É evidente que a classificação com a qual a opção estiver em determinado momento irá interferir em seu preço. Quanto mais dentro do dinheiro uma opção estiver, isto é, quanto maior a probabilidade de exercício, mais cara ela vai estar, sendo o inverso verdadeiro.

2.3. Modelo de Black & Scholes

Os preços das ações, bem como as variações e oscilações oriundas do mercado de capitais, atraem desde sempre o interesse de pesquisadores e investidores, sendo objetos constantes de estudos (Mendonça et al., 2012). O apreçamento de opções, da mesma forma, desperta o mesmo ímpeto de financistas que há muito tentam desvendar

o caminho mais assertivo em busca do preço justo de uma opção. O problema sempre foi de interesse de todas as partes, uma vez que a máxima que serve para qualquer ativo, também serve para instrumentos derivativos: o comprador quer pagar o mínimo possível, e o vendedor quer receber o máximo possível. Marins (2009), destaca três modelos de precificação de opções: o Modelo Binomial, a Simulação de Monte Carlo e o Modelo de Black & Scholes.

O modelo de Black & Scholes é um dos modelos mais usados no mundo para determinar o preço de derivativos no mercado financeiro. Black e Scholes (1973) sedimentaram a base do modelo de cálculo do prêmio de opções, utilizado até hoje no mercado e resultante da combinação de cinco parâmetros: preço do ativo no mercado à vista, prazo, preço de exercício, curva de juros e volatilidade. Os autores assumem uma série de condições ideais de mercado como pré-requisito para a melhor adequação do modelo. As principais hipóteses são:

H1: O preço do ativo segue um passeio aleatório (*random walk*) em tempo contínuo com taxa de variância proporcional à raiz quadrada do tempo;

H2: A distribuição de probabilidades de preços dos ativos é lognormal;

H3: A taxa de variância do retorno do ativo é constante;

H4: A taxa de juros é conhecida e constante durante o período considerado para a precificação;

H5: A opção é do tipo europeia;

H6: O ativo não paga dividendos durante a vida útil da opção;

H7: Não há custos de transação envolvidos nas operações de compra ou venda de ativos, ou opções financeiras;

H8: Há liberdade em se ficar comprado ou vendido em qualquer quantidade fracionária da opção ou do ativo;

H9: Ausência de arbitragem.

O objetivo central dessas premissas consiste em fazer com o que o valor da opção dependa exclusivamente de apenas duas variáveis: o preço do ativo subjacente e o tempo. Os demais parâmetros: (volatilidade, taxa de juros e *strike* da opção) são dados como constantes.

A fórmula de apreçamento foi derivada partindo da premissa que a opção poderá ser exercida em um determinado tempo t . Merton (1973) mostrou que o valor da opção será sempre maior do que o valor que teria se fosse exercida imediatamente. Logo, um investidor racional não exerceria uma opção de compra antes da maturidade, o que implica na conclusão de que o valor de uma opção Americana é o mesmo de uma opção Europeia.

Assumindo-se que o comportamento do ativo segue um movimento geométrico browniano dado pela dinâmica abaixo:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW(t) \quad (5)$$

Onde:

μ = Taxa de retorno esperada do ativo;

σ = Volatilidade do valor do ativo;

$W(t)$ = Movimento browniano ou Processo de *Wiener*.

E que uma call europeia de valor $V(S, t)$ pode ser modelada pela seguinte equação diferencial parcial (EDP) derivada do Lema de Itô:

$$df_t = \frac{\partial f}{\partial t} dt + \frac{\partial f}{\partial S} dS + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial^2 S} dS^2 \quad (6)$$

A partir da construção de um portfólio livre de risco, pelo princípio da não arbitragem, chega-se à forma final da EDP de Black e Scholes (1973):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} + rS \frac{\partial f}{\partial S} - rf = 0 \quad (7)$$

Resolvendo a EDP, iremos obter o modelo para se precificar as opções. Para uma *Call* temos que:

$$C(S, t) = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2) \quad (8)$$

Já para uma *Put* chegamos a:

$$P(S, t) = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1) \quad (9)$$

Em que:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (10)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (11)$$

Onde:

$N(d1)$ = densidade da probabilidade acumulada da variável padronizada $d1$.

$N(d2)$ = densidade da probabilidade acumulada da variável padronizada $d2$.

K = preço de exercício da opção (*strike*).

t = prazo até o vencimento da opção.

S_0 = valor do ativo-objeto no instante zero (*spot*).

r = taxa livre de risco na forma contínua.

σ = volatilidade constante até o vencimento da opção.

A partir das equações (8) e (9) se obtém as chamadas gregas, que são as sensibilidades do preço do derivativo em relação a alterações nos parâmetros do modelo.

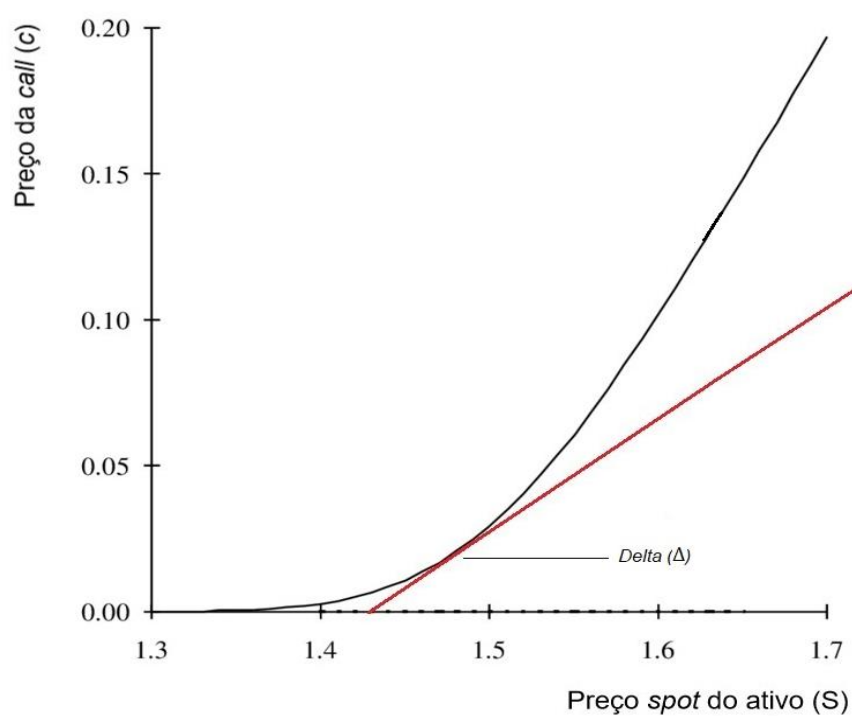
2.3.1. As gregas

As letras gregas utilizadas no mercado de opções são usadas para denotar as sensibilidades do preço da opção com relação à oscilação de alguma das variáveis do modelo. Molero & Mello (2018) defendem que as gregas são úteis não apenas para a montagem de portfólios com estratégias especulativas em volatilidade, mas também para o *hedge* feito pelos bancos em operações com clientes institucionais e corporativos. A seguir, algumas definições sobre as principais gregas usadas para a análise de opções.

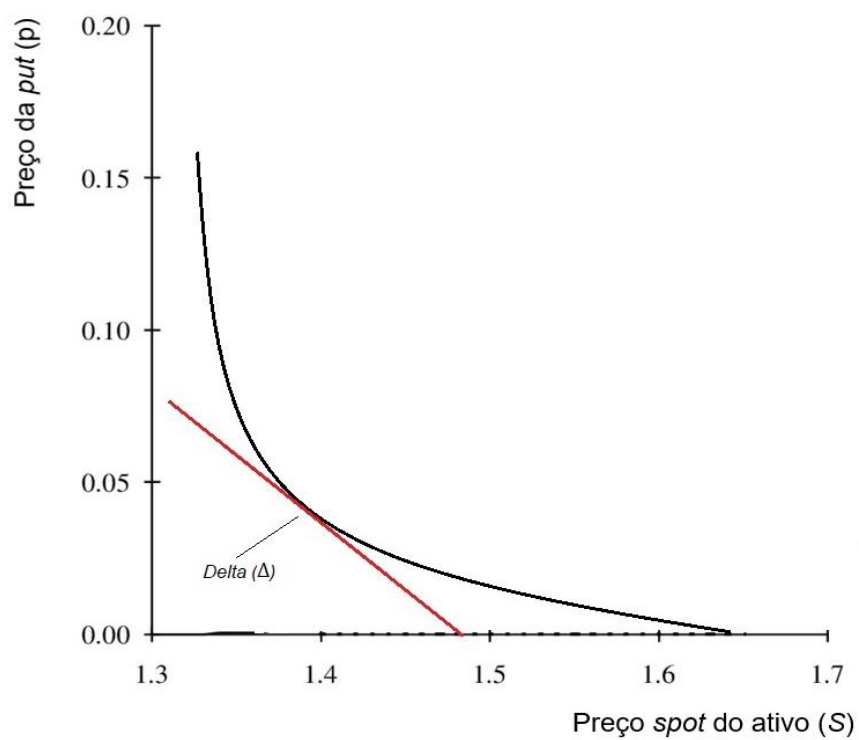
2.3.1.1. Delta

$$\Delta = \frac{\partial f}{\partial S} \quad (12)$$

O delta é a primeira derivada parcial do prêmio da opção em relação ao preço do ativo, para $\Delta S \rightarrow 0$. Portanto, é a inclinação da curva que relaciona as duas variáveis em um determinado ponto. Na Figura 1 e na Figura 2, podemos observar graficamente os deltas de uma opção de compra e de uma opção de venda, respectivamente.

Figura 1: Delta de uma *call*

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 2: Delta de uma *put*

Fonte: Elaborada pelo autor.

O delta mede a taxa com que o preço da opção muda conforme o valor do ativo subjacente oscila. Pode ser calculado por uma variação discreta infinitesimalmente pequena ou pela derivada parcial. Seu valor pode variar entre 0 e 1 para uma *call* e entre 0 e -1 para uma *put*. O *strike* da opção influencia o delta diretamente, quanto mais *in-the-money* for uma opção, *call* ou *put*, maior será o seu delta em valor absoluto, e quanto mais *out-the-money*, menor será o módulo de seu delta.

2.3.1.2. Gama

$$\gamma = \frac{\partial \Delta}{\partial S} = \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \quad (13)$$

O gama é a segunda derivada parcial do prêmio da opção em relação ao preço do ativo. O gama mede a taxa com que o delta muda a cada oscilação do preço do ativo subjacente. Seu impacto aumenta conforme o valor atual do ativo se aproxima do *strike*, sendo responsável pela convexidade do valor da opção. Opções de gama alto são comumente chamadas de explosivas, uma vez que mesmo pequenas variações no preço do ativo se traduzem em grandes oscilações no preço da opção.

2.3.1.3. Theta

$$\theta = \frac{\partial f}{\partial \tau}, \tau = T - t \quad (14)$$

O Theta é uma taxa que mede o efeito do tempo sobre o preço da opção. Como as opções têm o valor de acordo com a quantidade de tempo até a data de vencimento, esse valor também diminui ao longo do tempo. A letra Theta mede essa variação, que será sempre negativa. O valor de Theta representa a quantidade de dinheiro perdida no prêmio da opção a cada dia que passa.

2.3.1.4. Vega

$$V = \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (15)$$

O vega é o índice que mede o efeito da mudança da volatilidade no preço da opção. Seu valor é praticamente constante em opções com a mesma data de vencimento. O valor aumenta em datas de vencimento mais distantes devido ao maior espaço de tempo em que a volatilidade atua, uma vez que há um maior intervalo de tempo para ocorrer mudanças nos preços.

2.3.1.5. Rô

$$\rho = \frac{\partial f}{\partial r} \quad (16)$$

O rô é o índice que mede a sensibilidade do preço da ação em relação à taxa livre de risco. Caso o rô de determinada opção seja 0,7, para cada aumento de 1% da taxa livre de risco o valor da opção aumentará 0,7%. Essa taxa influi principalmente no preço de opções com uma data de vencimento extremamente distante, não afetando muito o preço de opções cuja data de vencimento é próxima.

2.4. Volatilidade

Diferentemente dos outros parâmetros do modelo Black & Scholes, a volatilidade não pode ser diretamente observada, portanto, a mesma deve ser estimada. Lowell (2008) define volatilidade como a medida estatística que permite medir o quão instável as variações do preço de um ativo objeto foram no passado e o quão errático pode-se prever que sejam no futuro.

Segundo Hull (2015), a volatilidade de uma ação, σ , é a medida de incerteza sobre os retornos proporcionados pela ação.

Por não ser visualizada diretamente no mercado e variar ao longo do tempo, a volatilidade torna-se uma das variáveis mais importantes a ser estimada nos modelos de apreçamento de ativos. Hissa (2007) afirma que, como a volatilidade é o único fator desconhecido, pode-se dizer que o “preço justo” de uma opção, fornecido pelo modelo, é um valor subjetivo porque a própria seleção de uma estimativa é subjetiva. Como a volatilidade futura da ação que, influencia diretamente o “preço justo” da opção, não pode ser precisamente conhecida, estima-se a volatilidade da ação através da Volatilidade Histórica ou da Volatilidade Implícita.

2.4.1. Volatilidade Histórica

A volatilidade futura da ação fornecida pelo modelo Black & Scholes pode ser estimada através da observação do registro dos movimentos de preços do ativo no passado. Segundo Marins (2009) a maior parte dos autores concorda que a utilização de janelas temporais maiores é mais eficiente na previsão de volatilidades para períodos longos e janelas temporais menores para estimar volatilidades para períodos mais curtos de tempo. O preço diário do ativo a ser usado também um fator importante para se calcular a volatilidade. Quanto maior for o número de preços utilizados na amostra, melhor será a estimativa no período. Embora se possa usar para essa estimação os preços de abertura, máximo, mínimo e fechamento do ativo no dia, o método mais popular para o cálculo da volatilidade é o que utiliza os preços de fechamento. Serão apresentados a seguir os métodos mais populares de cálculo de volatilidade histórica: média móvel simples, média móvel exponencial, modelo ARCH e modelo GARCH.

2.4.1.1. Média Móvel Simples

Neste método, a volatilidade histórica é calculada como o desvio padrão amostral dos retornos logarítmicos diários, ao longo de um período imediatamente anterior ao dia em que o cálculo está sendo feito. Segue a notação:

$$\sigma = \left[\sum_{i=1}^n \frac{(X_t - \bar{X})^2}{n - 1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

Onde:

n = tamanho da janela de retorno utilizada nos cálculos;

X_t = retorno logarítmico do ativo no tempo t ;

\bar{X} = retorno logarítmico médio do ativo na janela de observação.

O nome “média móvel” atribui-se ao fato de haver um deslocamento diário da janela temporal utilizada, em que a cada dia se acrescenta na análise o dia anterior e exclui-se o mais distante. Costa (1998) acrescenta que a volatilidade histórica não é um bom parâmetro para se estimar a volatilidade futura, pois teriam baixa correlação. O autor afirma que a janela de observações empregada nos cálculos fica a critério do usuário dependendo dos seus objetivos, o que faz com que a análise fique pouco objetiva.

2.4.1.2. Média Móvel Exponencial

Alternativamente à Média Móvel Simples, a Média Móvel Exponencial atribui pesos decrescentes a cada retorno para o cálculo da volatilidade, à medida que ele se torna mais remoto. De forma mais objetiva, a volatilidade do ativo terá um peso maior sobre a volatilidade histórica quanto mais perto do dia da análise estiver o dia observado. Hull (2015), Bessada, Barbedo e Araújo (2007) e McDonald (2006) definem a seguinte fórmula a ser utilizada para o cálculo dessa volatilidade ponderada, chamada em inglês de *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA):

$$\sigma_{EWMA} = \sqrt{\lambda \cdot \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) \cdot r_{t-1}^2} \quad (18)$$

Onde:

λ = fator de decaimento, que deve ser um valor entre 0 e 1, sendo este estimado ou atribuído arbitrariamente;

r_{t-1} = retorno do ativo no dia anterior, que é obtido pela fórmula $r_{t-1} = \ln \left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)$, onde P_t é o preço de fechamento do ativo no dia t .

Desta forma, os pesos são reduzidos exponencialmente à medida que os dias se tornam mais distantes, e assim como na Média Móvel Simples, a janela temporal se move dia a dia.

2.4.1.3. Modelo Auto-Regressivo com Heterocedasticidade Condicional (ARCH)

O modelo ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) foi proposto pelo economista Robert Engle em 1982 e segue preceitos da teoria de séries temporais, onde, ao se analisar a evolução de uma variável, realiza-se uma auto-regressão sobre ela mesma, adicionando-se os erros encontrados nas previsões anteriores. Marins (2009) comenta que o modelo ARCH considera que há uma variância autônoma, conhecida como variância incondicional, e uma variância que muda em decorrência de erros de previsão de volatilidades anteriores, que recebe o nome de variância condicional. Considerando a variância condicional como função do quadrado dos erros verificados no dia anterior, o modelo apresenta a seguinte forma:

$$\ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) = r = \mu + \varepsilon \quad (19)$$

Onde:

$$\varepsilon \sim N(0, h_t);$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2;$$

$$0 \leq \alpha_0, \alpha_1$$

$$\alpha_1 < 1$$

Os parâmetros α_0 e α_1 são estimados por verossimilhança. O modelo ARCH considera que os retornos não sejam independentes entre si e que as variâncias não

sejam constantes ao longo do tempo. Não se aceita a hipótese de que a variância é constante ao longo do tempo, uma vez que se considera os desvios dos retornos, em relação ao retorno esperado, como sendo variável dia a dia. E, desta forma, como h_t é função do quadrado do erro do dia anterior, a volatilidade é ajustada não apenas pelas volatilidades anteriores, mas também por mudanças das volatilidades anteriores.

2.4.1.4. Modelo Auto-Regressivo com Heterocedasticidade Condicional Generalizada (GARCH)

O modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) é uma extensão do modelo ARCH. Segundo Marins (2009), Bollerslev generalizou, em 1986, os modelos ARCH, considerando que a variância condicional dependa linearmente do quadrado dos erros de previsão e variâncias condicionais anteriores. Desta forma, assim como o modelo EWMA procura atribuir pesos a volatilidades passadas, no entanto, levando em consideração a heterocedasticidade dos retornos do ativo, a auto-correlação e a reversão a média, de forma a capturar os movimentos de altas e baixas (MCDONALD, 2006).

Hull (2015) trata que neste modelo, a volatilidade é calculada a partir do desvio-padrão de longo prazo da série (V_L), como da volatilidade e retorno do momento anterior, como ocorre no modelo EWMA, onde a seguinte equação é utilizada nos cálculos:

$$\sigma_t^2 = \gamma \cdot V_L + \alpha \cdot r_{t-1}^2 + \beta \cdot \sigma_{t-1}^2 \quad (20)$$

Restrições:

$$\gamma + \alpha + \beta = 1;$$

$$\gamma, \alpha \text{ e } \beta \geq 0.$$

Onde:

γ = peso atribuído a volatilidade de longo prazo;

α = peso atribuído ao retorno no período anterior;
 β = peso atribuído a volatilidade do período anterior.

Hull (2015) afirma que o modelo EWMA seria equivalente ao GARCH quando $\gamma = 0$, $\alpha = 1 - \lambda$ e $\beta = \lambda$. Ainda que mais complexo dos que os métodos com médias móveis, o modelo auto-regressivo com heterocedasticidade condicional generalizada tem sido amplamente usado no cálculo da volatilidade de ativos por autores e instituições.

2.4.2. Volatilidade Implícita

Sempre que é preciso estimar a volatilidade de certos ativos, uma das maneiras utilizadas por pesquisadores e investidores é examinar o comportamento passado de seus preços e confiar que o comportamento será mantido no futuro próximo. Desta forma, estes agentes econômicos tomam suas decisões financeiras baseadas em análises que projetam para frente o comportamento passado dos preços dos ativos em questão.

No entanto, há várias críticas a essa abordagem, dentre elas o fato de que não necessariamente o comportamento passado dos ativos será parecido com seu comportamento futuro, mesmo quando o intuito é analisar um futuro bem próximo. Assim, uma alternativa a essa abordagem seria considerar que os mercados são eficientes e que, portanto, os preços das últimas negociações são preços justos e que já absorveram todas as informações públicas até o momento. Portanto, quando for necessário saber a volatilidade futura esperada de um determinado ativo para se tomar decisões, é minimamente adequado que se estime a volatilidade esperada pelo mercado.

Hissa (2007) define volatilidade implícita como a expectativa do mercado inserida no valor extrínseco das opções e, portanto, não possui, necessariamente, qualquer relação com a volatilidade histórica do ativo.

Para Lowell (2008), volatilidade implícita conta com a seguinte definição:

Volatilidade implícita é um cálculo que olha para frente. Os *market makers* farão uma avaliação de como eles pensam que a ação ou commodity irá flutuar no futuro, ou até o vencimento das opções, e usarão esse cálculo na fórmula de precificação de opções. A volatilidade implícita é considerada um medidor minuto a minuto do humor dos mercados e faz parte do prêmio das opções. Ela não considera apenas a performance dos preços passados do ativo, mas também quaisquer outras forças externas que porventura possam movimentar a ação ou commodity no futuro próximo.

Molero e Mello (2018), por sua vez, definem volatilidade implícita como uma expectativa da volatilidade do ativo-objeto refletida nos preços das opções negociadas. Os autores propõem um método de estimativa da volatilidade implícita por meio do preço da opção, a partir de um processo iterativo, utilizando a derivada parcial em relação à volatilidade, ou seja, o vega. O método permite que se obtenha um preço de opção igual ao preço de mercado, alternando a variável volatilidade, via tentativa e erro, até a convergência dos preços.

A diferença entre o preço de mercado da opção e o preço calculado com uma volatilidade inicial (definida arbitrariamente, também chamada de “semente”) é minimizada, recursivamente, alterando a volatilidade, por meio da seguinte equação:

$$\sigma_n = \sigma_{n-1} - \frac{(C_{n-1} - C_{merc})}{Vega} \quad (21)$$

Onde:

n = número de iterações até chegar no preço de mercado da opção.

C_{merc} = preço de mercado da opção.

C_{n-1} = preço calculado da opção com base na volatilidade σ_{n-1} .

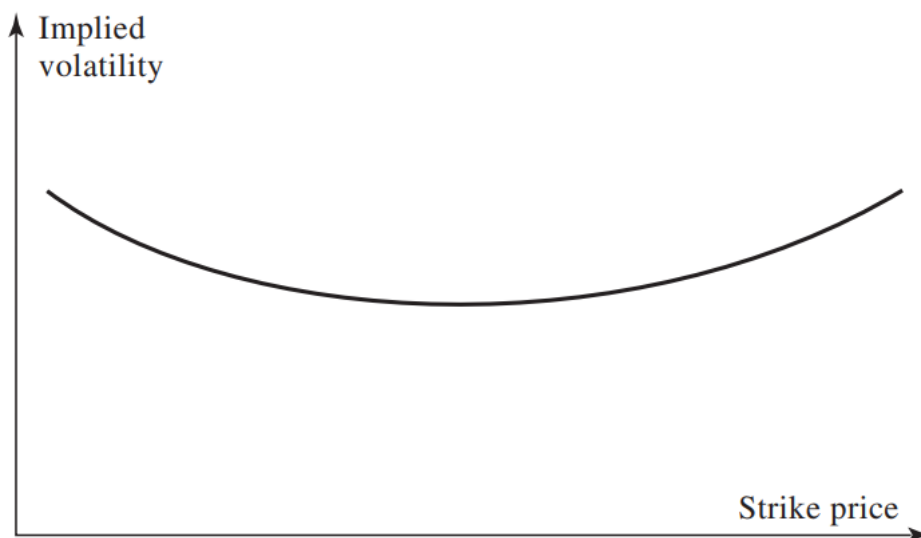
Colocando de maneira mais simples, a volatilidade implícita é quando se descobre qual volatilidade histórica o mercado está usando para determinada opção. Para tanto, deve-se utilizar o preço da opção. Utiliza-se o modelo de Black & Scholes,

não para calcular o prêmio, mas para usar o prêmio corrente de mercado e, através do cálculo inverso, encontrar a volatilidade que o mercado está estimando para aquele prêmio.

2.4.2.1. *Smile* e *Skew* da volatilidade

Enquanto a pesquisa empírica mostra que a teoria sobre apreçamento de opções assume um importante papel no apreçamento nos mercados reais de opções, o impacto das imperfeições do mercado é também grande, e provavelmente maior do que muitos pesquisadores têm ciência (Figlewski, 1989). De forma teórica, o parâmetro de volatilidade de uma opção não depende da opção em si, e sim da oscilação no preço do ativo-objeto do qual deriva. Assim sendo, o estimador de volatilidade implícita deveria ser igual para todas as opções de um mesmo ativo-objeto. No entanto, ao observarmos o comportamento da volatilidade implícita das opções estimada pelo mercado, podemos notar que a mesma tende a ser menor para opções *at-the-money* (dentro do dinheiro). Este efeito é conhecido como *smile*, ou sorriso da volatilidade. Hull (2015) demonstra graficamente a relação entre a volatilidade implícita e os strikes de opções de mesmo vencimento na Figura 3:

Figura 3: Sorriso ou *Smile* da volatilidade



Fonte: Hull (2015)

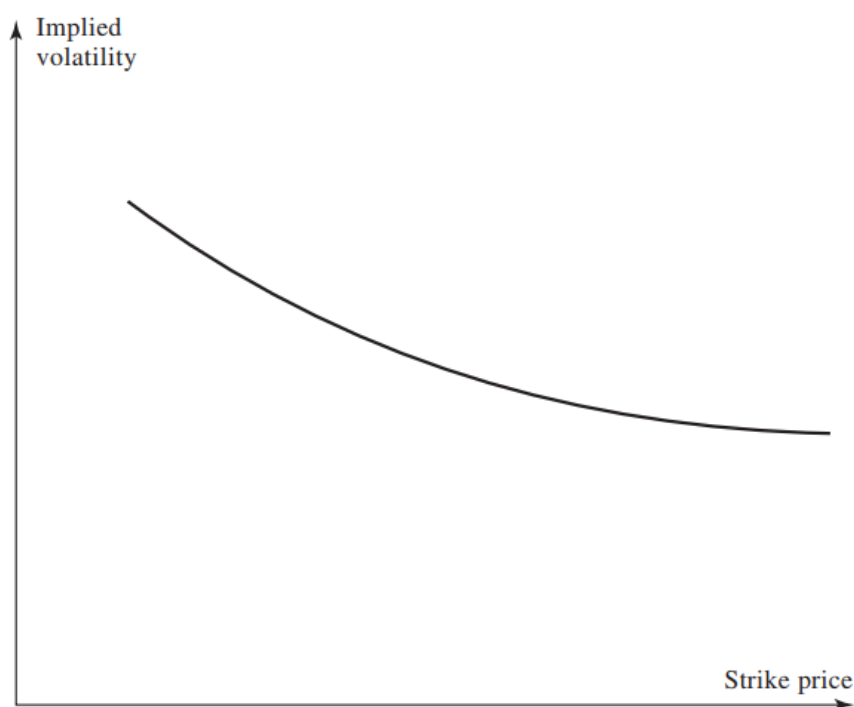
A partir da análise de Molero e Mello (2018) o *smile* da volatilidade pode ser

explicado por dois motivos distintos. Os autores ressaltam que a formação do sorriso da volatilidade pode ser ocasionado por apenas um, ou uma combinação dos dois motivos:

- Uma compensação na volatilidade das caudas grossas na distribuição dos retornos dos ativos-objetos. Isto é, o efeito das caudas grossas faz com que os retornos baseados na realidade, nos extremos da distribuição normal, ocorram com uma frequência maior do que o previsto pela distribuição normal. Isso acarretará em uma subprecificação das opções que estão nos extremos (ITM e OTM).
- Prêmio por menor liquidez, uma vez que as opções ITM e OTM possuem menos negociações e, portanto, maiores *spreads* entre preço de compra e preço de venda, o que faz com que o vendedor da opção cobre um prêmio maior pela falta de liquidez, pois terá maior dificuldade para desfazer a posição.

Para Peña et al. (1999), os custos de transação e as condições de mercado desempenham um papel simultâneo na explicação da forma do padrão de volatilidade implícito nos preços de exercício. Levando em consideração a relação significativa e inversa entre o tempo até o vencimento e o grau de curvatura, somos tentados a concluir que as condições de mercado e os custos de transação são relativamente mais importantes sempre que há um curto caminho a percorrer na vida da opção.

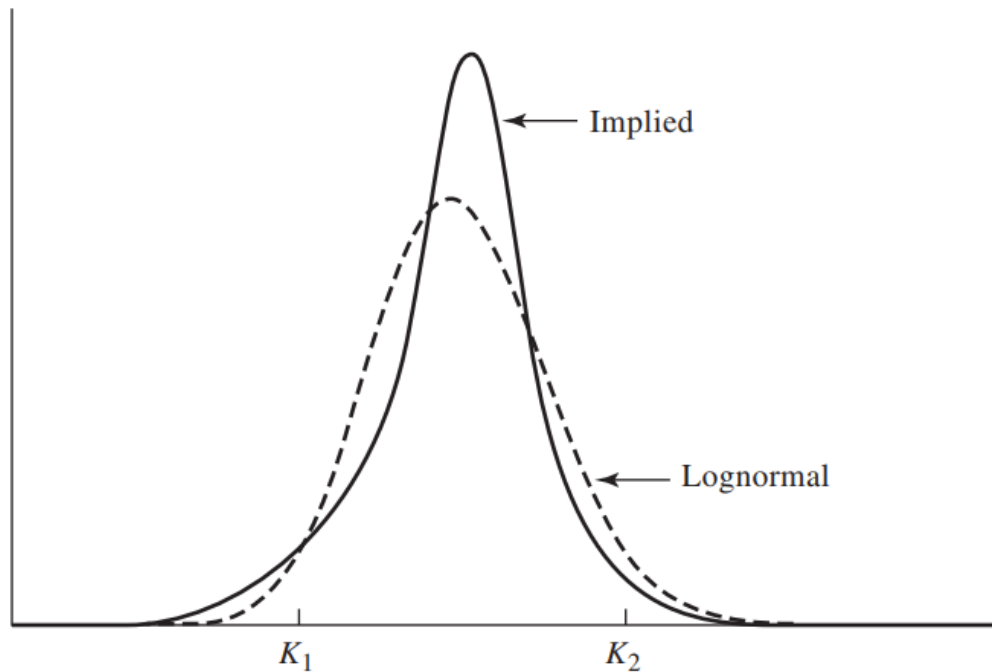
De acordo com Hull (2015), antes do crash de 1987, não havia nenhum sorriso de volatilidade marcante para as opções de ações. Desde 1987, o sorriso de volatilidade usado por *traders* para precificar opções de ações (tanto ações individuais como índices) teve a forma geral mostrada na Figura 4:

Figura 4: Inclinação ou *Skew* da volatilidade

Fonte: Hull (2015)

Isto é às vezes referido como uma inclinação de volatilidade, conhecido como *skew*. A volatilidade diminui conforme o preço de exercício aumenta. A volatilidade usada para precificar uma opção de baixo preço de exercício (ou seja, uma opção de venda deep-out-of-the-money ou uma call deep-in-the-money) é significativamente maior do que aquela usada para precificar uma opção de alto preço de exercício (ou seja, uma opção de compra deep-in-the-money ou uma call deep-out-of-the-money). O sorriso de volatilidade para opções de ações corresponde à distribuição de probabilidade implícita dada pela linha sólida na Figura 5:

Figura 5: Distribuição lognormal e distribuição implícita



Fonte: Hull (2015)

Uma distribuição lognormal com a mesma média e desvio-padrão como a distribuição implícita é mostrado pela linha pontilhada. Pode ser visto que a distribuição implícita tem uma cauda esquerda mais larga e uma cauda direita menos larga do que a distribuição lognormal.

Ao se comparar uma distribuição lognormal com a mesma média e desvio-padrão do que a de uma distribuição implícita, observa-se que a implícita tem uma cauda mais pesada para esquerda e menos robusta à direita em relação à distribuição lognormal, como demonstrado na Figura 5. Uma opção de compra muito fora do dinheiro com o preço de exercício K_2 tem um preço menor quando a distribuição implícita é utilizada ao invés da distribuição lognormal. Isto ocorre porque a opção só será exercida se o preço da ação-objeto for maior que K_2 . A probabilidade de isso ocorrer é menor na distribuição implícita do que na lognormal, como pode ser observado na Figura 5. Como resultado, a distribuição implícita fornece um preço mais baixo para a opção do que se fosse calculado pela lognormal e este preço mais baixo conduz a uma volatilidade implícita menor.

O inverso ocorre para $K1$. Uma opção de venda bastante fora do dinheiro com preço de exercício $K1$, só será executada se o preço do ativo-objeto for menor que $K1$. A probabilidade de isso ocorrer é maior para a distribuição implícita do que para a da lognormal. Logo, a distribuição implícita fornece um preço relativamente mais alto para esta opção e, conseqüentemente, uma volatilidade implícita maior para a mesma.

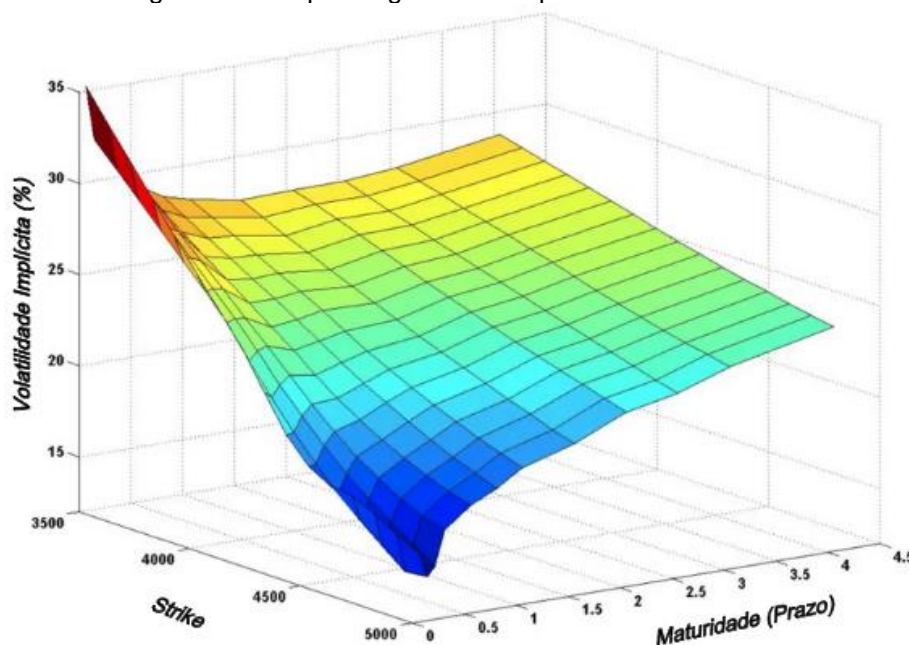
Uma possível explicação para o sorriso nas opções de ações, ainda segundo Hull (2015), diz respeito à alavancagem. À medida que o valor do patrimônio da empresa diminui, a alavancagem da empresa aumenta. Isso significa que o papel da empresa se torna mais arriscado e sua volatilidade aumenta. O inverso também é verdadeiro. Uma vez que o patrimônio da empresa aumenta em valor, a alavancagem diminui. O papel então se torna menos arriscado e sua volatilidade diminui. Este argumento sugere que podemos esperar que a volatilidade de uma ação seja uma função decrescente do preço das ações e é consistente com as figuras 3 e 4.

2.4.2.2. Superfície da volatilidade implícita

É ponto pacífico entre os agentes de mercado a importância em se plotar a volatilidade implícita como uma função tanto do preço de exercício como do prazo de vencimento. O resultado será uma superfície bidimensional curvada pela qual as atuais volatilidades implícitas do mercado para todas as opções sobre o subjacente são plotadas contra o preço de exercício e o prazo de vencimento. Hull (2015) afirma que a superfície de volatilidade implícita, simultaneamente, mostra tanto o sorriso de volatilidade e a estrutura a termo da volatilidade. Comerciantes de opções usam um gráfico de volatilidade implícita para determinar rapidamente a forma da superfície de volatilidade implícita, e para identificar as áreas onde o declive do gráfico (portanto, em relação as volatilidades implícitas) mostra-se fora do comportamento.

Quando calculamos o sorriso da volatilidade em vários vencimentos de opções, e analisamos a estrutura graficamente, adicionamos um terceiro eixo, resultando em um gráfico tridimensional, conforme a Figura 6, abaixo:

Figura 6: Exemplo de gráfico de superfície da volatilidade



Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 6 apresenta uma superfície de volatilidade, sendo que no eixo horizontal estão os *strikes*, no eixo vertical está a volatilidade (em percentual e anualizada) e na profundidade está o prazo até o vencimento da opção.

Para Molero e Mello (2018), a superfície da volatilidade implícita é uma composição de vários sorrisos de volatilidade para opções com prazos de vencimento diferentes. Nos negócios com volatilidade, aposta-se nos movimentos dessa superfície. Ou seja, quando negociamos a volatilidade, estamos na verdade apostando os movimentos da superfície da volatilidade. Segundo os autores, os movimentos da superfície da volatilidade podem ser os seguintes:

- Movimento de nível: deslocamento paralelo em toda a estrutura da superfície, quando há um aumento geral nas volatilidades implícitas das opções daquele ativo-objeto.

- Movimento de inclinação calendário: as volatilidades das opções de vencimento mais curto se movimentam de forma distinta das de vencimentos mais longos. A estrutura pode se inclinar ou desinclinarse.

- Movimento lateral: quando ocorrem mudanças no preço do ativo-objeto, algumas opções que estavam OTM podem se tornar ATM, ou o contrário. Igualmente, uma opção ITM pode se tornar ATM, ou *deep-in-the-money*, dependendo da oscilação do ativo-objeto.

- Concavidade do *smile*: o sorriso da volatilidade possui certa concavidade, que por determinadas condições de mercado, pode ficar momentaneamente plano, isto é, sem a concavidade. Este fenômeno é normalmente conhecido como *smile flat*, ou sorriso plano. É possível montar operações nas quais se compra a concavidade ou a inclinação do sorriso.

Em suma, modelar uma superfície de volatilidade implícita pode ser visto como equivalente a especificar os preços de todas as opções disponíveis em dado momento em uma única estrutura.

2.4.2.3. Operações com volatilidade

Nos negócios com volatilidade, o objeto de negociação é a volatilidade implícita no preço das opções. Nessas operações, o preço do ativo não é operado, por isso o delta deve estar sempre neutralizado. Por isso, deve ser feita a manutenção periódica do delta para que o mesmo se mantenha sempre zerado.

As operações com volatilidade são classificadas por Molero & Mello (2018) da seguinte forma:

- Compra de volatilidade: uma posição comprada em volatilidade, também conhecida como vega positiva, será aquela em que uma elevação na volatilidade implícita das opções gerará lucro na operação. É uma posição que aposta na abertura da volatilidade implícita.
- Venda de volatilidade: a posição vendida em volatilidade, também chamada de vega negativa, será a operação na qual uma queda na volatilidade implícita das opções gerará lucro. A posição vendida aposta no fechamento da volatilidade implícita.
- Arbitragem de volatilidade: é uma posição montada com o intuito de não ficar nem vendida, nem comprada em volatilidade. É neutra em volatilidade, por isso é também conhecida como uma operação vega neutra. Um aumento ou queda na volatilidade

implícita da opção não afetará o resultado. A operação procura travar um ganho com opções que estão com volatilidades irregulares, proporcionando um ganho com a estabilização posterior do mercado.

3 METODOLOGIA

O presente estudo tem por objetivo responder se existe a possibilidade de ganhos através de arbitragem de volatilidade com opções de compra de ações brasileiras. Para se atingir o objetivo proposto, realizou-se uma pesquisa empírico-analítica. Segundo Martins (2007) esta metodologia normalmente é utilizada em pesquisas quantitativas por privilegiar estudos práticos, instrumentos de medição e graus de confiabilidade na verificação das hipóteses propostas.

3.1. Arbitragem de volatilidade com opções

As operações de arbitragem de volatilidade, assim como qualquer operação de arbitragem, são operações que têm como objetivo obter uma pequena margem de lucro, porém correndo um risco menor. Para que isso seja possível, é necessário operar grandes volumes de opções. A operação de arbitragem e o modelo utilizado para o cálculo dos coeficientes quadráticos das séries de volatilidade deste estudo foram baseados nas propostas de Molero & Mello (2018). Os autores definem arbitragem de volatilidade da seguinte forma:

Arbitragem de volatilidade é uma posição montada para não ficar nem vendida, nem comprada em volatilidade. É neutra em volatilidade, um acréscimo ou decréscimo na volatilidade não afeta o resultado. Procura travar um ganho com opções que estão com volatilidades irregulares, proporcionando um ganho com o equilíbrio do mercado.

Pode-se montar uma estratégia de arbitragem de volatilidade neutralizando o vega e o delta, de forma simultânea. A estratégia consiste em aproveitar pequenos momentos de distorção de volatilidade implícita entre dois *strikes* de opções de mesmo vencimento. A distorção mais comum ocorre na concavidade do *smile*. Em alguns momentos, o *smile* pode ficar *flat*, isto é, plano. Nesse momento, surgirá a oportunidade de comprar a concavidade do *smile*, apostando que este se forme novamente, com o equilíbrio dos preços e a consequente elevação do coeficiente quadrático. Na verdade, a operação de arbitragem utiliza apenas um dos lados do *smile*, montando uma

operação chamada de *skew*.

O *skew* consiste em comprar ou vender uma inclinação da volatilidade entre dois *strikes* de opções, procurando ganhar com a mudança da diferença da volatilidade implícita entre essas opções. O *skew* vertical é montado com opções de mesmo vencimento, enquanto o *skew* horizontal é feito com opções de datas de vencimento distintos. Geralmente, nas operações de *skew*, opera-se com vega e delta neutralizados.

Ainda segundo os autores, a neutralização do vega permite que os movimentos de nível na superfície de volatilidade não afetem o resultado da carteira, apenas movimentos de inclinação das volatilidades implícitas ou na concavidade do *smile* impactam no resultado.

Uma das maneiras de se realizar uma operação de arbitragem de volatilidade é utilizando duas opções com volatilidades distintas e mesmo vencimento, comprando uma opção e vendendo a outra. A opção que compraremos é aquela na qual acreditamos que a volatilidade implícita esteja baixa e, conseqüentemente, venderemos a de volatilidade que consideremos mais alta. A operação é muito similar a um *spread* de volatilidade, no entanto, a diferença está na proporção entre essas opções. No *spread* tradicional, utiliza-se o par de opções para neutralizar o delta, enquanto na arbitragem de volatilidade, essa proporção será utilizada para neutralizar o vega e ficar exposto apenas no delta. Contudo, o delta pode ser neutralizado com um terceiro instrumento, que pode ser o ativo-objeto à vista ou uma opção *deep in the money*, ou seja, uma opção com altíssima probabilidade de exercício. Neste estudo, neutralizaremos apenas o delta, utilizando opções ITM e OTM.

É importante lembrar que, optando-se por neutralizar o delta com uma opção *deep in the money*, esta opção também possui vega e, portanto, também deverá entrar na equação de neutralização do vega. Uma posição vega neutra é theta e gama quase neutras para opções de mesmo vencimento.

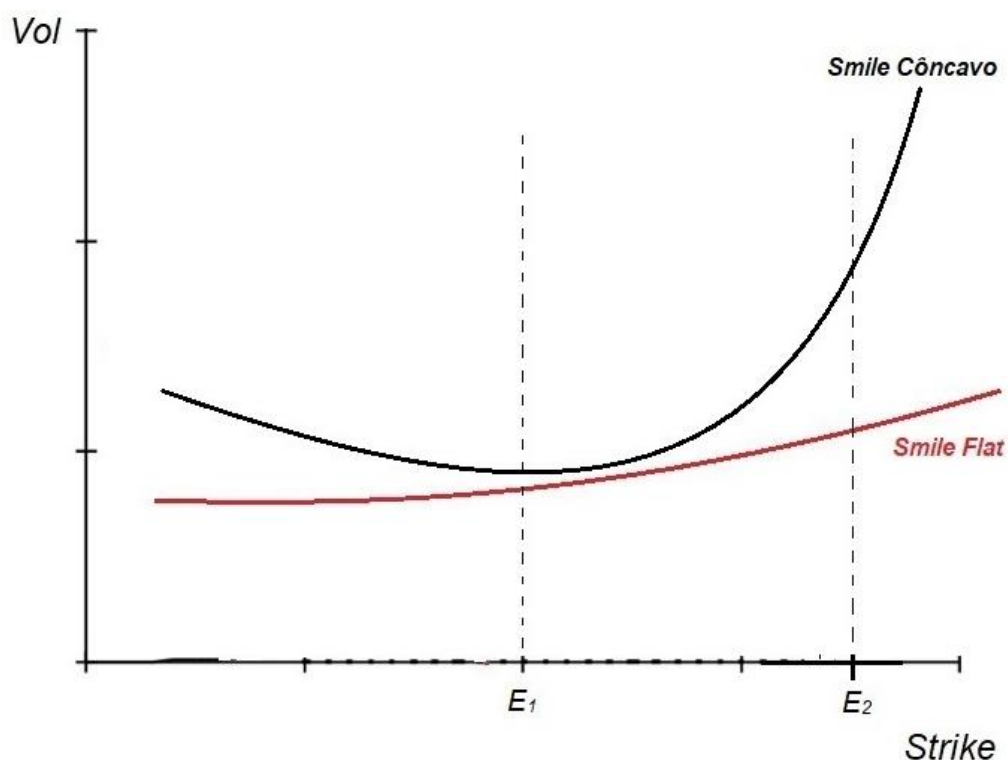
3.2. Riscos

Os riscos envolvidos na operação de arbitragem de volatilidade são os seguintes:

- Alteração no valor das gregas com a passagem do tempo;
- Variação severa da volatilidade implícita das opções; e
- Mudança do “*moneyness*” das opções, o que altera os patamares das gregas.

A operação de arbitragem de volatilidade pode ser feita com duas *calls* de mesmo vencimento e com a neutralização do delta com ativo-objeto à vista. Observando a Figura 7 a seguir, a *call* do lado direito, E_2 , de *strike* maior, está *out of the money*, enquanto a *call* do lado esquerdo, E_1 , de *strike* menor, está *at the money*. Podemos observar que o *smile* está *flat*, portanto, compra-se a opção de *strike* E_2 , e vende-se a opção de *strike* E_1 , apostando no aumento da concavidade do *smile*, para a curva em preto, e consequentemente, que a diferença, em termos de volatilidade, entre E_2 e E_1 , também aumente.

Figura 7: Arbitragem de volatilidade



Fonte: Elaborada pelo autor.

Logo, compra-se a opção E_2 e vende-se a opção E_1 de forma que o vega se neutralize, e o delta será neutralizado com o ativo-objeto à vista. O oposto será feito sempre que a inclinação do sorriso estiver consideravelmente acima da média, ou seja,

muito inclinado. Nesse caso, compra-se a opção E_1 e vende-se a opção E_2 . É importante salientar que neste estudo, uma vez que não foram feitas operações com uso do ativo-objeto, apenas com opções, não foram necessárias neutralizações de vega, apenas de delta.

3.3. Delta Hedge

O *delta hedge* ou delta neutro, é uma modalidade de proteção de carteira na qual se deve constituir uma posição contrária à que se deve proteger, levando em consideração os deltas do ativo-objeto e das opções do ativo-objeto. Dessa forma, ao neutralizar o delta (ou, colocando de outra forma, zerando o delta), o resultado da operação perderá a sensibilidade às oscilações de preço do ativo-objeto.

Figueiredo (2019) afirma que uma posição neutra em relação ao delta envolve a entrada no ativo-objeto e na opção, de forma que o financeiro resultante de uma oscilação do preço do ativo, e consequentemente da opção, seja aproximadamente nulo. Se o investidor está comprado em x unidades do ativo-objeto, ele deve estar vendido em $\frac{x}{\Delta}$ opções de compra e comprado em $\frac{x}{|\Delta|}$ opções de venda, para que fique delta neutro.

A posição neutra em relação ao delta só se mantém por um espaço de tempo relativamente curto. Como já foi explanado anteriormente, qualquer mudança no preço do ativo-objeto provoca alteração no valor do delta e, consequentemente, na quantidade de opções necessárias para manter o *hedge* delta neutro. Portanto, as posições nas opções têm que ser rebalanceadas periodicamente, de modo a refletir os novos deltas. Além disso, o *hedge* com delta neutro gera uma diferença aproximadamente nula para pequenas oscilações no preço do ativo-objeto. No entanto, caso ocorra uma alteração significativa no preço do ativo, o *hedge* apresentará um erro e não irá proteger a posição adequadamente, podendo ocasionar em ganhos ou perdas expressivas, o que não é a finalidade precípua de uma posição de *hedge*.

Para se operar volatilidade, no entanto, não é necessária a negociação do ativo-objeto, nem a posse do mesmo em carteira. Uma vez que o delta da opção representa a variação do preço da opção em relação à variação no preço do ativo-objeto, podemos concluir que o delta do ativo-objeto é igual a 1. Logo, as *calls in-the-money* podem

simular o ativo à vista, uma vez que possuem delta elevado, próximo de 1. O *delta hedge*, nesse caso, pode ser feito vendendo uma quantidade, na proporção invertida de deltas, da opção de *strike* menor, com relação à opção de *strike* maior.

Neste estudo, todas as operações foram feitas com o delta neutro e sem a negociação do ativo-objeto. Foi estabelecido, apenas para fins de testagem, a quantidade padrão de 10.000 opções para as opções de compra de *strike* menor (ITM). Seguindo o método apresentado anteriormente, a quantidade de opções de *strike* maior (OTM) foi determinada a partir da equação:

$$Q_{Call\ OTM} = 10.000 * \frac{\Delta\ Call\ ITM}{\Delta\ Call\ OTM} \quad (22)$$

Utilizando essa relação, podemos encontrar a quantidade necessária para negociação das opções OTM para que o delta fique neutralizado e, portanto, fazendo com que as oscilações no preço do ativo-objeto não interfiram no resultado da carteira.

3.4. Os dados

Para evitar problemas de liquidez que pudessem distorcer os resultados, coletaram-se os dados das opções de compra das seguintes ações: BBDC4 (Banco Bradesco PN), PETR4 (Petrobras PN), VALE3 (Vale ON) e VVAR3 (Via Varejo ON). As opções de compra dessas ações eram as mais líquidas da Bolsa de Valores de São Paulo no momento da coleta dos dados. Também para evitar problemas de liquidez, foram utilizadas como amostra para as regressões, opções com deltas dentro de intervalos entre 0,70 a 0,20, aproximadamente.

A coleta dos dados aconteceu em todos os dias úteis, após o fechamento do mercado, isto é, após as 18:00 horas, dentro do período de 1 de setembro de 2020 a 30 de novembro de 2020, através da plataforma Oplab, sistema que armazena e disponibiliza esses dados. Foram coletados os dados de 18 opções de compra (*calls*) de cada um dos quatro papéis utilizados na pesquisa, ou seja, cerca de 72 opções por dia. Os dados coletados de cada opção foram os seguintes: código, *strike*, volatilidade,

preço (último valor negociado antes do fechamento), delta, gama, theta, vega e cotação da ação no fechamento.

Um fator importante a ser salientado é a conjuntura econômica sob a qual os dados foram coletados. O ano de 2020 foi um ano atípico e demasiadamente turbulento, de todos os pontos de vista possíveis. Por conta da crise causada pela pandemia do novo coronavírus (causa da doença covid-19), todos os mercados, em escala global, tiveram a volatilidade aumentada, resultado da grande tendência de incerteza que se formou. É natural que, em mercados emergentes como o Brasil, a volatilidade, que em tempos normais já é mais alta do que a dos países desenvolvidos, fique ainda mais elevada, o que com certeza poderia ocasionar distorções nos resultados do estudo. No entanto, dois pontos devem ser analisados, os quais advogam a favor da fidedignidade dos resultados:

- Embora, de fato, o mercado tenha se comportado com altíssima volatilidade nos primeiros momentos da pandemia (de março a junho de 2020), onde evidentemente as incertezas eram maiores, o mesmo já não era observado no momento da coleta dos dados (setembro a novembro de 2020), intervalo no qual a pandemia já estava relativamente controlada, ou pelo menos, não se previam eventos que pudessem mudar os rumos das economias no curto prazo. Portanto, a volatilidade do mercado brasileiro, no período da coleta dos dados, estava praticamente em seu nível habitual.

- As ações utilizadas no experimento foram as de maior liquidez na Bolsa de Valores de São Paulo, critério utilizado exatamente para evitar distorções, principalmente de liquidez, mas também de volatilidade, uma vez que, por se tratarem de empresas consolidadas no mercado, possuem níveis de volatilidade mais estáveis.

3.5. Concavidade do sorriso da volatilidade

A concavidade do sorriso da volatilidade pode ser monitorada por meio do coeficiente quadrático de uma regressão polinomial das volatilidades implícitas em relação aos *strikes* de opções de mesmo vencimento. A regressão pode ser feita pelo método de mínimos quadrados ordinários, ou do original em inglês, *ordinary least squares* (OLS), proposto em Molero e Mello (2018). O coeficiente do componente

quadrático irá indicar a concavidade do *smile*, identificando possibilidades de arbitragem. Segue a regressão utilizada:

$$y = ax^2 + bx + c + E \quad (23)$$

Onde:

x = preços de exercício das opções (*strikes*);

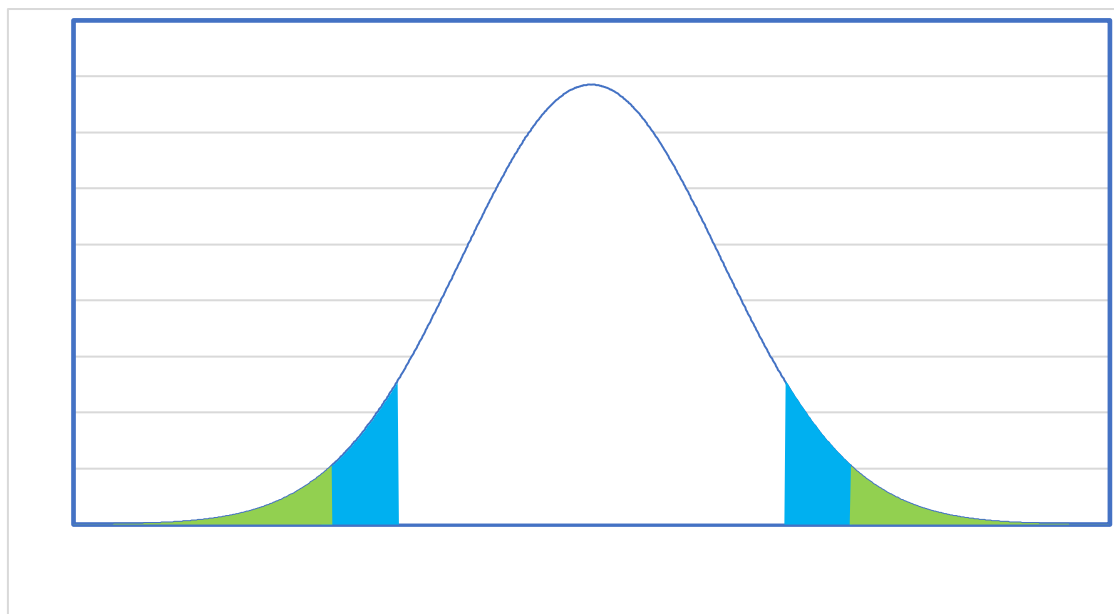
y = volatilidades implícitas de opções de mesmo vencimento.

Quanto mais positivo for o coeficiente a , maior será a concavidade do *smile*, e se o coeficiente estiver próximo de zero, indica que o *smile* está *flat*, ou seja, que foi aberta uma oportunidade de arbitragem.

Foram feitas quatro regressões diariamente, rodando os dados de cada ação e gerando seus respectivos coeficientes quadráticos, além de outros dados estatísticos menos relevantes para esta pesquisa. Dentro dos 90 dias corridos da coleta de dados, foram coletados dados dos 61 dias de pregão, e logo, gerados 61 coeficientes quadráticos de cada um dos quatro papéis.

Como já foi abordado, a operação de arbitragem de volatilidade deve ser feita quando o coeficiente que indica a concavidade do sorriso da volatilidade se afasta muito da média. Portanto, o primeiro passo foi calcular a média e o desvio-padrão dos 61 coeficientes da concavidade, por ação. Depois, foram destacados os coeficientes da série que estavam entre $-1,5$ desvio-padrão e -2 desvios-padrão, entre $+1,5$ desvio-padrão e $+2$ desvios-padrão, abaixo de 2 desvios-padrão e acima de 2 desvios-padrão. O Gráfico 3 ilustra as áreas da distribuição cujos coeficientes foram usados para testar as operações de arbitragem.

Gráfico 3: Distribuição dos coeficientes quadráticos das séries



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nos dias em que a concavidade tenha sido maior que 1,5 desvio-padrão, deve-se comprar a opção ITM (de delta cerca de 0,7) e vender a opção OTM (delta cerca de 0,3), além de ficar delta neutro. Nos dias em que a concavidade do *smile* for menor do que 1,5 desvio-padrão, deve-se fazer a operação inversa, ou seja, comprar a opção OTM e vender a opção ITM. A operação deve ser encerrada no dia em que o coeficiente volta para próximo da média, ou seja, em que o *smile* se forma novamente. Caso essa normalização da concavidade leve mais de um dia para acontecer, deve-se verificar a possibilidade de ajustar as quantidades da OTM em função das mudanças do delta.

3.6. Exemplo de operação de arbitragem de volatilidade

Observemos um exemplo de operação com opções de compra da ação BBDC4 em 08/09/2020, dia em que houve uma queda significativa do papel, resultando em uma distorção na concavidade do *smile* de suas opções em mais de 2 desvios-padrão da média. Utilizaremos como base para a pesquisa sempre a mesma quantidade de opções de maior preço, que será 10.000. Como já se sabe, o número de opções de menor preço

será determinado com o cálculo do *delta hedge*, com o intuito de neutralizar o delta da operação. Segue o exemplo:

Em 08/09/2020, a ação BBDC4 (Bradesco PN) apresentava, dentre outras, as seguintes opções de compra no mercado:

Figura 8: Amostra de série de *calls* de BBDC4 em 08/09/2020

PAPEL ==>	BRADESCO PN								
TICKER ==>	BBDC4								
COTAÇÃO NO FECHAMENTO ==>	21,65								
VARIAÇÃO (Δ) ==>	-1,46%								
CÓDIGO	STRIKE	STRIKE^2	VOL (σ)	ÚLTIMO	DELTA (δ)	GAMA (γ)	THETA (θ)	VEGA	SITUAÇÃO
BBDC1209	20,12	404,81	56,49	1,69					
	20,37	414,94	63,48	1,73					
	20,62	425,18	46,53	1,26					
	20,87	435,56	43,66	1,13	0,7	0,2071	-0,0378	0,014	ATM
	21,12	446,05	37,38	0,86					
	21,37	456,68	43,41	0,82					
	21,62	467,42	38,92	0,63					
	21,87	478,30	39,32	0,51					
	22,12	489,29	42,34	0,45					
BBDC1226	22,37	500,42	41,09	0,32					
	22,62	511,66	39,38	0,25	0,28	0,2218	-0,0324	0,013	ATM
	22,87	523,04	38,37	0,2					
	23,12	534,53	39,41	0,15					
	23,37	546,16	40,23	0,13					
	23,62	557,90	40,91	0,09					
	23,87	569,78	48,06	0,09					
	24,00	576,00	41,7	0,06					
	24,25	588,06	44,79	0,06					

Fonte: Elaborada pelo autor.

Como já foi explanado, foram utilizadas apenas as opções com deltas nas linhas de 0,70 e 0,30, aproximadamente. Portanto, o recorte de 18 opções extraído de toda a série de opções de compra negociadas no dia estava balizado dentro desse limite. Assim foram coletados os dados durante todo o período da pesquisa. Somente foram coletados todos os dados das duas opções com deltas mais aproximados dos parâmetros estipulados, como se pode observar na figura da planilha. Após a coleta, foi rodada a regressão (23) com os dados, gerando os seguintes *outputs*:

Tabela 1: *Outputs* de regressão BBDC4 em 08/09/2020

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,97761028
R-Quadrado	0,955721859
R-quadrado ajustado	0,949818107
Erro padrão	2,497210535
Observações	18

ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>F de significação</i>
Regressão	2	2019,034388	1009,517194	161,8838049	7,02135E-11
Resíduo	15	93,54090682	6,236060455		
Total	17	2112,575294			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>
Interseção	1650,391875	330,3678477	4,995618935	0,00015972
STRIKE	142,8717376	29,82614419	4,790151107	0,00023845
STRIKE^2	3,165141718	0,671390137	4,71431072	0,000276801

Fonte: Elaborada pelo autor.

Considerando que a média de todos os coeficientes quadráticos para as opções de compra da ação BBDC4 foi de 1,074889204 e com desvio-padrão de 1,015912773 (a tabelas com esses dados serão apresentadas no próximo capítulo), podemos perceber que o coeficiente da concavidade nesse dia, isto é, 3,16514718, como destacado na tabela, foi mais de 2 desvios-padrão acima da média. Isso é suficiente para que possamos fazer a operação de arbitragem com as duas opções selecionadas da amostra. Segue o passo a passo da operação:

Para fins de testagem, foi estabelecido que o investidor conta com capital inicial de R\$ 20.000,00 para fazer as operações. É muito importante destacar esse valor, pois será a partir dele que serão calculados os resultados das operações.

Em 08/09/2020:

- Compra de 10.000 BBDCI209 a R\$ 1,13 = (R\$ 11.300,00)
- Venda de 10.000 x 0,7/0,28 = 25.000 BBDCI226 a R\$ 0,25 = R\$ 6.250,00
- Resultado da operação = (R\$ 5.050,00)

Em 09/09/2020, o coeficiente voltou para perto da média, logo, devemos desfazer a operação. Na nova data, os preços das opções BBDCI209 e BBDCI226 eram R\$ 0,99 e R\$ 0,18, respectivamente. Segue a operação:

- Venda de 10.000 BBDCI209 a R\$ 0,99 = R\$ 9.900,00
- Compra de 25.000 BBDCI226 a R\$ 0,18 = (R\$ 4.500,00)
- Resultado da operação = R\$ 5.400,00

Resultado geral da operação = - R\$ 5.050,00 + R\$ 5.400,00 = R\$ 350,00

Lucro Bruto = R\$ 350,00/R\$ 5.050,00 = 6,93%

Como podemos perceber, nessa operação utilizada como exemplo, obtivemos lucro de 6,93%. No entanto, ainda existem algumas despesas que irão diminuir o resultado positivo, como taxas de corretagem, taxas da bolsa + impostos e imposto de renda sobre ganhos em renda variável.

A taxa de corretagem é cobrada pelas corretoras como uma comissão paga pela intermediação das operações. Atualmente, a média das taxas de corretagem nas grandes corretoras brasileiras é de R\$ 4,90 por ordem executada, portanto, esse será o valor usado como base para os cálculos. As taxas da Bolsa + impostos se referem às taxas cobradas pela B3 para liquidação e registro das operações do dia, e custeio de emolumentos. Os impostos que incidem sobre o volume das operações do dia são o ISS, PIS e COFINS. Também são cobrados outros custos internos da bolsa, como custódia. As taxas da Bolsa + impostos + outros custos são calculados da seguinte maneira: 0,0137% do volume de operações diário. O volume diário, por sua vez, é a soma dos valores de todas as operações do dia, independentemente se foram de compra ou venda.

Segue o cálculo para a aferição do lucro líquido da operação iniciada em 08/09/2020:

- Volume = R\$ 11.300,00 + R\$ 6.250,00 + R\$ 9.900,00 + R\$ 4.500,00 = R\$ 31.950,00.
- Número de operações = 4
- Taxa de corretagem = 4 x R\$ 4,90 = R\$ 19,60
- Taxas da Bolsa + imp. = 0,0137 % x R\$ 31.950,00 = R\$ 43,77

Resultado da operação = R\$ 350,00 – R\$ 19,60 – R\$ 43,77 = R\$ 286,63

IR sobre ganhos em renda variável = 15% x R\$ 286,63 = R\$ 42,99

Resultado Líquido da operação = R\$ 286,63 - R\$ 42,99 = R\$ 243,64

Lucro líquido da operação: R\$ 243,64/R\$ 5.050,00 = **4,82%**

O resultado da operação iniciada em 08/09/2020, portanto, foi um lucro de 4,82% em cima do capital investido.

Essa operação foi repetida em todos os dias em que o coeficiente quadrático de algum dos papéis atingiu os limites de desvio-padrão estipulados na pesquisa.

4 RESULTADOS

Apresentamos a seguir o resultado dos dados coletados ao longo dos três meses de observação e das operações simuladas com as opções de compra dos papéis. Os resultados das operações serão analisados separadamente, por ação e por intervalos acima e abaixo da média. Como já foi abordado na seção anterior, abre-se uma possibilidade de arbitragem da volatilidade sempre que o coeficiente quadrático, isto é, a concavidade do sorriso da volatilidade das opções, fica muito acima da média da série (ou seja, muito inclinado) ou muito abaixo da média (menos inclinado, *flat*). Todos os dias em que o coeficiente da série de opções de determinado papel atingiu valor a partir de 1,5 desvio-padrão acima ou abaixo da média, foi feita uma operação. Os resultados, no entanto, serão separados por coeficientes entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão, e a partir de 2,0 desvios-padrão, acima ou abaixo da média.

4.1. Coeficientes quadráticos

Através da regressão (23) proposta em Molero & Mello (2018) e apresentada na seção anterior, foram gerados os valores discriminados na tabela ilustrada na Figura 9. Dos 61 dias de pregão ocorridos entre 1 de setembro e 30 de novembro de 2020, em 17 dias houve oscilações anormais de preços nas ações, em uma ou mais de uma, ocasionando desvios que distanciaram significativamente o coeficiente quadrático da média de sua série de opções de compra, em pelo menos 1,5 desvio-padrão, para cima ou para baixo.

Na tabela ilustrada na Figura 9 estão os coeficientes quadráticos auferidos nos 17 dias de desvios significativos. Estão marcados na cor azul, todos os coeficientes que ficaram entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão da média da série do papel, para cima ou para baixo. Na cor verde, estão marcados os coeficientes que ficaram acima ou abaixo de 2,0 desvios-padrão da média da série.

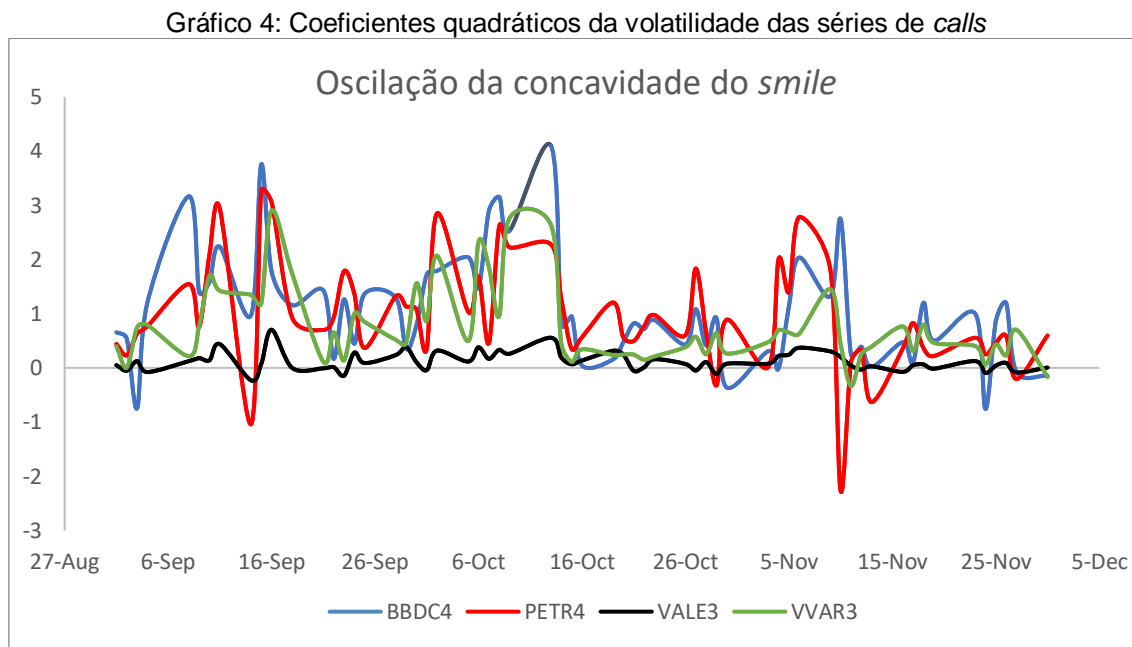
Figura 9 : Concavidades do *smile* da volatilidade

	BBDC4	PETR4	VALE3	WVAR3
	STRIKE^2	STRIKE^2	STRIKE^2	STRIKE^2
03/set	-0,747694324	0,630309598	0,125330237	0,747881049
08/set	3,165141718	1,54626419	0,124419505	0,216260053
11/set	2,231953395	2,934138287	0,437373581	1,421875277
14/set	0,965697454	-1,041857585	-0,228611078	1,348036241
15/set	3,755655627	3,269256966	0,072825077	1,186659549
23/set	1,263085655	1,785643179	-0,145464396	0,136858992
02/out	1,790784314	2,852383901	0,318755781	2,06876161
06/out	1,483544345	1,68744066	0,378942208	2,319742002
07/out	2,893539732	0,455851393	0,166836945	1,86014209
08/out	3,154599264	2,608111455	0,333648091	0,95381645
09/out	2,533177895	2,224262126	0,260998452	2,764458204
13/out	4,09989944	2,278854489	0,556075851	2,638102373
06/nov	2,035325077	2,782941176	0,371772446	0,629317117
10/nov	2,745507191	-2,268379773	0,198635191	0,441411952
11/nov	0,247097517	0,100732714	0,041904025	-0,336237226
13/nov	0,014282766	-0,631599587	0,029785862	0,391148206
24/nov	-0,759497811	0,250598555	-0,095029604	0,060703919
Média	1,074889204	0,953473403	0,124089799	0,748912826
Desv. Pad.	1,015912773	1,011872213	0,174735181	0,713228497
1,5 Desv. Pad	1,52386916	1,517808319	0,262102772	1,069842745
2 Desv. Pad	2,031825546	2,023744425	0,349470362	1,426456994
+ 1,5 Desv. Pad	2,598758364	2,471281722	0,386192571	1,818755572
+ 2 Desv. Pad	3,10671475	2,977217828	0,473560161	2,17536982
- 1,5 Desv. Pad	-0,448979955	-0,564334916	-0,138012973	-0,320929919
- 2 Desv. Pad	-0,956936342	-1,070271022	-0,225380563	-0,677544167

Fonte: Elaborada pelo autor.

Abaixo da tabela podemos notar dados como a média e desvio-padrão de cada série, e os limites estipulados em cada intervalo de observação. É importante salientar que as médias discriminadas na Figura 9 foram calculadas com base nos 61 coeficientes da série, e não somente nos 17 apresentados na tabela. Para fins de simplificação, a tabela apresenta apenas os 26 coeficientes dentro dos parâmetros estipulados, o que resultou em 26 operações de arbitragem. Dos 26 coeficientes, 15 estavam entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão da série de opções da ação e 11 estavam acima ou abaixo de 2,0

desvios-padrão. O Gráfico 4 apresenta o comportamento da concavidade do *smile* da volatilidade das opções de compra dos 4 papéis utilizados no experimento.



Ao observarmos o gráfico, podemos perceber que a concavidade do *smile* da volatilidade das *calls* de três dos papéis (BBDC4, PETR4 e VVAR3) oscilou mais ou menos por volta do mesmo intervalo, entre 4,0 e -3,0. Apenas os coeficientes da série de *calls* da VALE3 oscilaram dentro de um intervalo bem menor, entre 0,5 e -0,5, o que pode indicar que foi a ação que, na média, se manteve com os índices de volatilidade implícita mais baixos ao longo do período da pesquisa. Na verdade, a curvatura de um *smile* depende do comportamento e das estratégias diversas de milhares de investidores que operam as opções, por isso, torna-se pouca assertiva qualquer suposição a respeito das razões da curvatura do *smile* terem um determinado valor.

A seguir, serão apresentados os resultados das operações com as quatro ações, separados por papel e por limite de desvio.

4.2. Banco Bradesco PN (BBDC4)

A concavidade do *smile* da volatilidade das opções de compra da ação BBDC4 durante o período da pesquisa oscilou entre 4,0 e -1,0, aproximadamente. A Tabela 2 relaciona a média da série, o desvio-padrão, e os respectivos limites a serem monitorados.

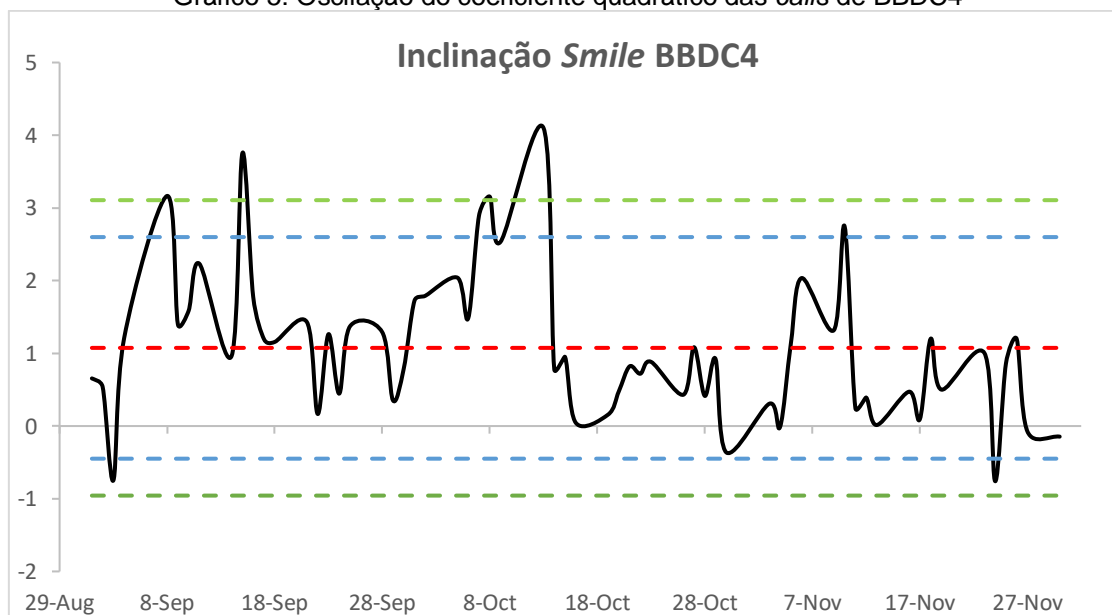
Tabela 2: Parâmetros observados na série de BBDC4

-2,0 DESV.	-1,5 DESV.	MÉDIA	+1,5 DESV.	+2,0 DESV.
		1,074889204		
-0,956936342	-0,448979955	Desv.	2,598758364	3,10671475
		1,015912773		

Fonte: Elaborada pelo autor.

O Gráfico 5 apresenta o comportamento da concavidade do *smile* da volatilidade das opções de compra da ação BBDC4 ao longo do período da pesquisa. A linha sólida preta representa a oscilação da concavidade, e a linha tracejada em vermelho, a média dos valores da concavidade. Os limites tracejados acima e abaixo da média se referem a 1,5 desvio-padrão (azul) e 2,0 desvios-padrão (verde).

Gráfico 5: Oscilação do coeficiente quadrático das *calls* de BBDC4



Fonte: Elaborado pelo autor.

A concavidade do *smile* da volatilidade das opções de compra da ação BBDC4 durante o período da pesquisa oscilou entre 4,0 e -1,0, aproximadamente. A Tabela 2 relaciona a média da série, o desvio-padrão, e os respectivos limites a serem monitorados.

O Gráfico 5 apresenta o comportamento da concavidade do *smile* da volatilidade das opções de compra da ação BBDC4 ao longo do período da pesquisa. A linha sólida preta representa a oscilação da concavidade, e a linha tracejada em vermelho, a média dos valores da concavidade. Os limites tracejados acima e abaixo da média se referem a 1,5 desvio-padrão (azul) e 2,0 desvios-padrão (verde).

O coeficiente quadrático atingiu os limites estipulados 8 vezes ao longo dos 90 dias de pesquisa, como podemos observar no gráfico e na Figura 10. Foram 4 operações com desvio entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão, e 4 operações a partir de 2,0 desvios-padrão.

Figura 10: Datas utilizadas para as operações com *calls* de BBDC4

03/set	-0,74769432	08/set	3,165141718
07/out	2,89353973	15/set	3,755655627
10/nov	2,74550719	08/out	3,154599264
24/nov	-0,75949781	13/out	4,09989944




Fonte: Elaborada pelo autor.

As operações com as *calls* da ação BBDC4 apresentaram eficiência de 75%, tendo 6 operações vencedoras entre as 8. A seguir, apresentamos os resultados separados por limites de desvio.

4.2.1. BBDC4 entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão

Foram duas operações abaixo e duas acima. Em 03/09 e em 24/09, os coeficientes ficaram dentro do limite inferior (*smile flat*) e em 07/10 e 10/11, dentro do limite superior (inclinação maior). Segue abaixo o resultado das 4 operações dentro do limite.

Tabela 3: Resultado operações *calls* BBDC4 entre 1,5 e 2,0 desvios

OPERAÇÃO	RESULTADO LÍQ.	RETORNO (%)
 03/09	R\$ - 1.943,29	- 47,79
 07/10	R\$ - 163,79	- 8,77
 10/11	R\$ 1.118,86	24,65
 24/11	R\$ 724,10	14,09
TOTAL	R\$ - 264,12	- 4,45




Fonte: Elaborada pelo autor.

Como podemos observar na Tabela 3, as operações com *calls* dentro do limite resultaram em uma perda de R\$ 264,12 em cima do valor investido na operação, com retorno médio por operação de – 4,45%.

4.2.2. BBDC4 a partir de 2,0 desvios-padrão

Todas as 4 operações foram a partir do limite superior, ou seja, todos os *smiles* de volatilidade com inclinação bem maior do que a média da série. Também podemos observar que todas as quatro operações foram vencedoras. Segue abaixo o resultado das 4 operações a partir do limite.

Tabela 4: Resultado operações *calls* BBDC4 entre a partir de 2,0 desvios

OPERAÇÃO	RESULTADO LÍQ.	RETORNO (%)
 08/09	R\$ 243,63	4,82
 15/09	R\$ 138,90	2,73
 08/10	R\$ 1.112,29	36,83
 13/10	R\$ 836,09	18,08
TOTAL	R\$ 2.330,91	15,61

Fonte: Elaborada pelo autor.

Como podemos inferir da Tabela 4, as operações com *calls* a partir do limite resultaram em um ganho de R\$ 2.330,91 em cima do valor investido na operação, com retorno médio por operação de 15,61%, tendo sido a ação com melhor performance nas operações a partir de 2,0 desvios-padrão.

4.3. Petrobras PN (PETR4)

A concavidade do *smile* da volatilidade das opções de compra da ação PETR4 durante o período da pesquisa oscilou entre 3,5 e -2,5, aproximadamente. A Tabela 5 relaciona a média da série, o desvio-padrão, e os respectivos limites a serem monitorados.

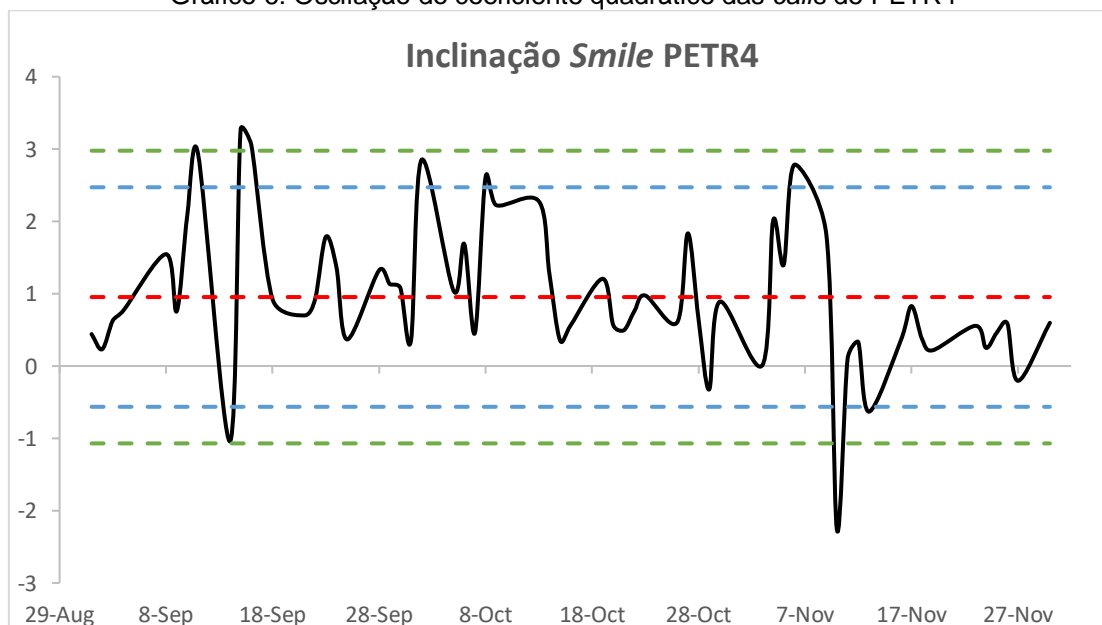
Tabela 5: Parâmetros observados na série de PETR4

-2,0 DESV.	-1,5 DESV.	MÉDIA	+1,5 DESV.	+2,0 DESV.
-1,070271022	-0,564334916	0,953473403	2,471281722	2,977217828
		Desv.		
		1,011872213		

Fonte: Elaborada pelo autor.

O Gráfico 6 apresenta o comportamento da concavidade do *smile* da volatilidade das opções de compra da ação PETR4 ao longo do período da pesquisa. A linha sólida preta representa a oscilação da concavidade, e a linha tracejada em vermelho, a média dos valores da concavidade. Os limites tracejados acima e abaixo da média se referem a 1,5 desvio-padrão (azul) e 2,0 desvios-padrão (verde).

Gráfico 6: Oscilação do coeficiente quadrático das *calls* de PETR4



Fonte: Elaborado pelo autor.

O coeficiente quadrático atingiu os limites estipulados 8 vezes ao longo dos 90 dias de pesquisa, como podemos observar no gráfico e na Figura 11. Foram 6 operações com desvio entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão, e 2 operações a partir de 2,0 desvios-padrão.

Figura 11: Datas utilizadas para as operações com *calls* de PETR4

11/set	2,93413829	15/set	3,269256966
14/set	-1,04185759	10/nov	-2,268379773
02/out	2,8523839		
08/out	2,60811146		
06/nov	2,78294118		
13/nov	-0,63159959		

Fonte: Elaborada pelo autor.

As operações com as *calls* da ação PETR4 foram as que apresentaram maior perda em valores absolutos e em média por operação. Das 8 operações, somente 3 foram vencedoras, isto é, apenas 37,5% de aproveitamento. Além disso, as operações com prejuízo perderam muito e as operações com lucro ganharam pouco, o que também contribuiu para o resultado demasiadamente negativo. A seguir, apresentamos os resultados separados por limites de desvio.

4.3.1. PETR4 entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão

Foram duas operações abaixo e quatro acima. Em 14/09 e em 13/11, os coeficientes ficaram dentro do limite inferior (*smile flat*) e em 11/09, 02/10, 08/10 e 06/11, dentro do limite superior (inclinação maior). Segue abaixo o resultado das 6 operações dentro do limite.

Tabela 6: Resultado operações *calls* PETR4 entre 1,5 e 2,0 desvios

	OPERAÇÃO	RESULTADO LÍQ.	RETORNO (%)
↑	11/09	R\$ - 1.089,47	- 16,73
↓	14/09	R\$ 376,83	5,62
↑	02/10	R\$ - 455,32	- 13,45
↑	08/10	R\$ - 10.106,16	- 282,62
↑	06/11	R\$ - 263,23	- 11,80
↓	13/11	R\$ 522,65	7,80
	TOTAL	R\$ - 11.014,70	- 51,86

Fonte: Elaborada pelo autor.

Como podemos observar na Tabela 6, as operações com *calls* dentro do limite resultaram em uma perda de R\$ 11.014,70 em cima do valor investido na operação, com retorno médio por operação de – 51,86%, sendo a maior perda dentro do limite entre os 4 ativos, e a maior perda de todas as operações do estudo.

4.3.2. PETR4 a partir de 2,0 desvios-padrão

Das duas operações, uma foi feita com base no coeficiente a partir do limite superior (15/09), e outra a partir do limite inferior (10/11). Segue abaixo o resultado das duas operações a partir do limite.

Tabela 7: Resultado operações *calls* PETR4 a partir de 2,0 desvios

	OPERAÇÃO	RESULTADO LÍQ.	RETORNO (%)
↑	15/09	R\$ 482,19	14,23
↓	10/11	R\$ - 6,71	- 0,26
	TOTAL	R\$ 475,48	6,98

Fonte: Elaborada pelo autor.

Como podemos observar na Tabela 7, as operações com *calls* a partir do limite resultaram em um ganho de R\$ 475,48 em cima do valor investido na operação, com retorno médio por operação de 6,98%.

4.4. Vale ON (VALE3)

A concavidade do *smile* da volatilidade das opções de compra da ação VALE3 durante o período da pesquisa oscilou entre 0,5 e -0,25, aproximadamente. A Tabela 8 relaciona a média da série, o desvio-padrão, e os respectivos limites a serem monitorados.

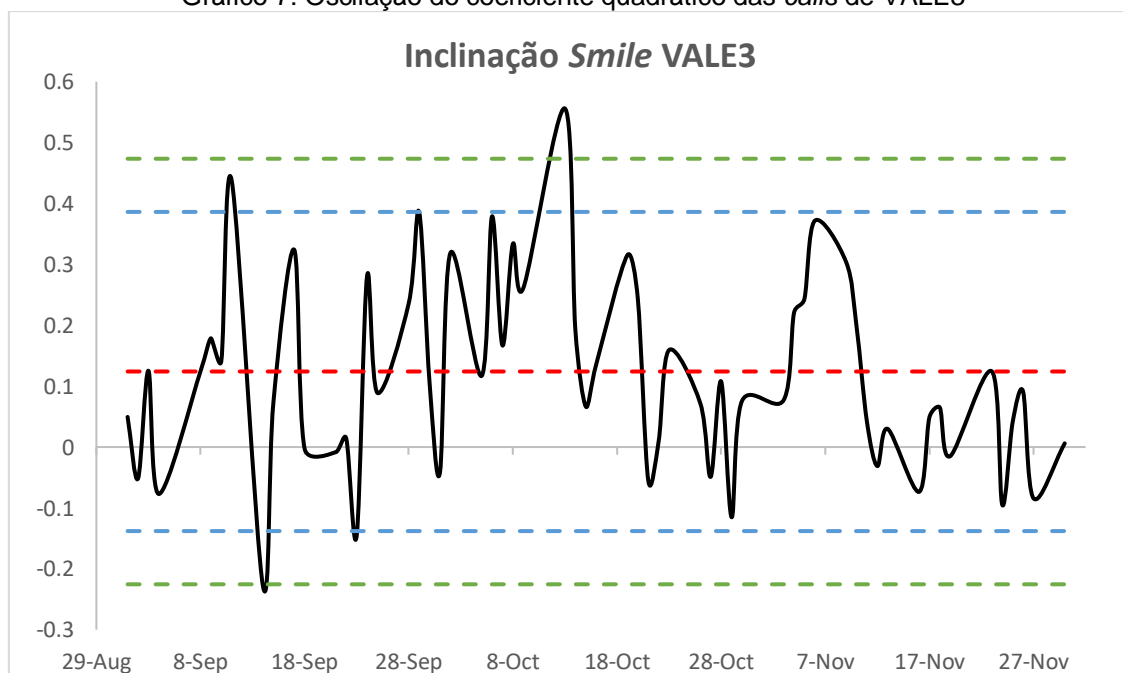
Tabela 8: Parâmetros observados na série de VALE3

-2,0 DESV.	-1,5 DESV.	MÉDIA	+1,5 DESV.	+2,0 DESV.
		0,124089799		
-0,225380563	-0,138012973	Desv.	0,386192571	0,473560161
		0,174735181		

Fonte: Elaborada pelo autor.

O Gráfico 7 apresenta o comportamento da concavidade do *smile* da volatilidade das opções de compra da ação VALE3 ao longo do período da pesquisa. A linha sólida preta representa a oscilação da concavidade, e a linha tracejada em vermelho, a média dos valores da concavidade. Os limites tracejados acima e abaixo da média se referem a 1,5 desvio-padrão (azul) e 2,0 desvios-padrão (verde).

Gráfico 7: Oscilação do coeficiente quadrático das *calls* de VALE3



Fonte: Elaborado pelo autor.

O coeficiente quadrático atingiu os limites estipulados 4 vezes ao longo dos 90 dias de pesquisa, como podemos observar no gráfico e na Figura 12. Foram 2 operações com desvio entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão, e 2 operações a partir de 2,0 desvios-padrão.

Figura 12: Datas utilizadas para as operações com *calls* de VALE3

11/set	0,43737358	14/set	-0,228611078
23/set	-0,1454644	13/out	0,556075851

Fonte: Elaborada pelo autor.

As operações com as *calls* da ação VALE3 apresentaram eficiência de 75%, tendo 3 operações vencedoras entre as 4. A seguir, apresentamos os resultados separados por limites de desvio.

4.4.1. VALE3 entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão

Das duas operações, uma foi feita com base no coeficiente a partir do limite superior (11/09), e outra a partir do limite inferior (23/09). Segue abaixo o resultado das duas operações a partir do limite.

Tabela 9: Resultado operações *calls* VALE3 entre 1,5 e 2,0 desvios

	OPERAÇÃO	RESULTADO LÍQ.	RETORNO (%)
↑	11/09	R\$ - 322,97	- 2,20
↓	23/09	R\$ 210,03	1,46
	TOTAL	R\$ - 112,94	- 0,37

Fonte: Elaborada pelo autor.

Como podemos observar na Tabela 9, as operações com *calls* dentro do limite resultaram em uma perda de R\$ 112,94 em cima do valor investido na operação, com retorno médio por operação de – 0,37%.

4.4.2. VALE3 a partir de 2,0 desvios-padrão

Das duas operações, uma foi feita em cada limite. Em 14/09, o coeficiente ficou dentro do limite inferior (*smile flat*) e em 13/10, dentro do limite superior (inclinação maior). As duas operações foram vencedoras. Segue abaixo o resultado das duas operações dentro do limite.

Tabela 10: Resultado operações *calls* VALE3 a partir de 2,0 desvios

	OPERAÇÃO	RESULTADO LÍQ.	RETORNO (%)
↓	14/09	R\$ 1.716,43	20,79
↑	13/10	R\$ 199,90	4,52
	TOTAL	R\$ 1.916,33	12,65

Fonte: Elaborada pelo autor.

Como podemos observar na Tabela 10, as operações com *calls* a partir do limite resultaram em um ganho de R\$ 1.916,33 em cima do valor investido na operação, com retorno médio por operação de 12,65%.

4.5. Via Varejo ON (VVAR3)

A concavidade do *smile* da volatilidade das opções de compra da ação VVAR3 durante o período da pesquisa oscilou entre 3,0 e -0,5, aproximadamente. A Tabela 11 relaciona a média da série, o desvio-padrão, e os respectivos limites a serem monitorados.

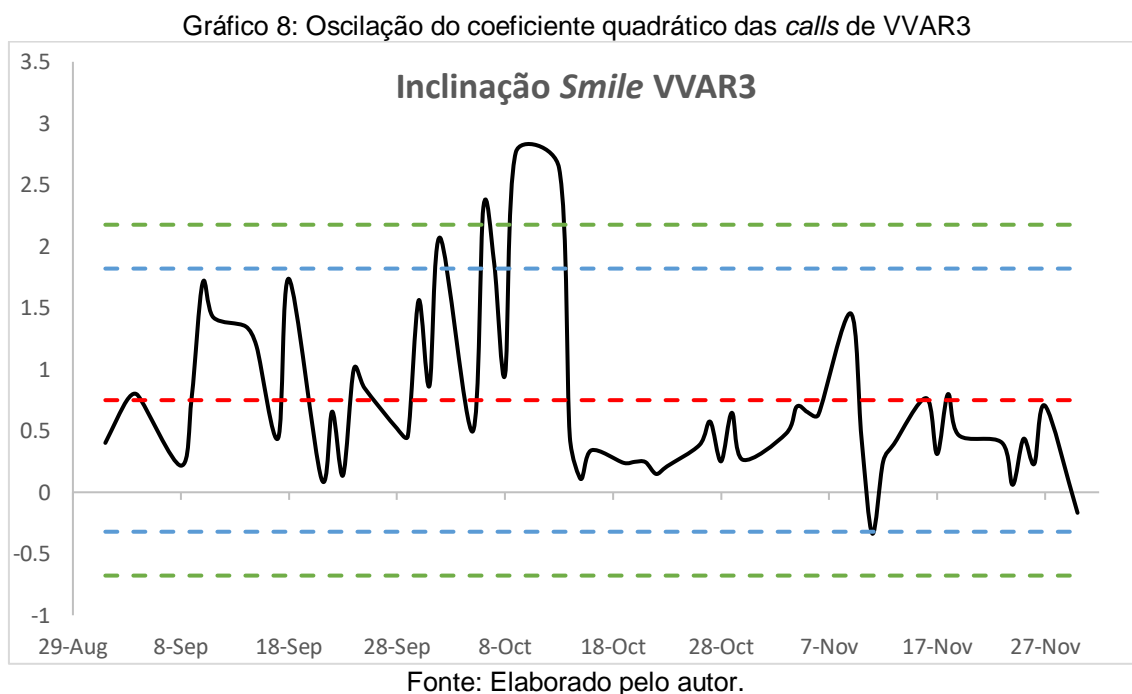
Tabela 11: Parâmetros observados na série de VVAR3

-2,0 DESV.	-1,5 DESV.	MÉDIA	+1,5 DESV.	+2,0 DESV.
		0,748912826		
-0,677544167	-0,320929919	Desv.	1,818755572	2,17536982
		0,713228497		

Fonte: Elaborada pelo autor.

O Gráfico 8 apresenta o comportamento da concavidade do *smile* da volatilidade das opções de compra da ação VVAR3 ao longo do período da pesquisa. A linha sólida

preta representa a oscilação da concavidade, e a linha tracejada em vermelho, a média dos valores da concavidade. Os limites tracejados acima e abaixo da média se referem a 1,5 desvio-padrão (azul) e 2,0 desvios-padrão (verde).



O coeficiente quadrático atingiu os limites estipulados 6 vezes ao longo dos 90 dias de pesquisa, como podemos observar no gráfico e na Figura 13. Foram 3 operações com desvio entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão, e 3 operações a partir de 2,0 desvios-padrão.

Figura 13: Datas utilizadas para as operações com *calls* de VVAR3

02/out	2,06876161
07/out	1,86014209
11/nov	-0,33623723

06/out	2,319742002
09/out	2,764458204
13/out	2,638102373

Fonte: Elaborada pelo autor.

As operações com as *calls* da ação VVAR3 foram as que apresentaram o comportamento mais peculiar entre as quatro, pois fugiram do padrão de resultados do

estudo. Enquanto as outras três foram perdedoras nos limites entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão e vencedoras no limite a partir de 2,0 desvios-padrão, esta teve resultado inverso. As operações dentro de primeiro limite não só performaram melhor do que as outras no mesmo limite, como melhor do que qualquer outra da pesquisa, alcançando o melhor resultado entre as 4 ações. A eficiência ficou em 50%, vencendo 3 das 6 operações. A seguir, apresentamos os resultados separados por limites de desvio.

4.5.1. VVAR3 entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão

Foram duas operações acima e uma abaixo. Em 11/11, o coeficientes ficaram dentro do limite inferior (*smile flat*) e em 07/10 e 11/11, dentro do limite superior (inclinação maior). Segue abaixo o resultado das 3 operações dentro do limite.

Tabela 12: Resultado operações *calls* VVAR3 entre 1,5 e 2,0 desvios

	OPERAÇÃO	RESULTADO LÍQ.	RETORNO (%)
↑	02/10	R\$ 1.622,02	32,65
↑	07/10	R\$ 1.680,48	35,75
↓	11/11	R\$ - 515,04	- 6,69
	TOTAL	R\$ 2.787,46	20,57

Fonte: Elaborada pelo autor.

Como podemos observar na Tabela 12, as operações com *calls* dentro do limite resultaram em um ganho de R\$ 2.787,46 em cima do valor investido na operação, com retorno médio por operação de 20,57%. Este foi o melhor resultado dentro do limite e o melhor resultado entre os 4 ativos da pesquisa.

4.5.2. VVAR3 a partir de 2,0 desvios-padrão

Todas as 3 operações foram a partir do limite superior, ou seja, todos os smiles de volatilidade com inclinação bem maior do que a média da série. Segue abaixo o resultado das 3 operações a partir do limite.

Tabela 13: Resultado operações *calls* VVAR3 a partir de 2,0 desvios

OPERAÇÃO	RESULTADO LÍQ.	RETORNO (%)
 06/10	R\$ - 559,65	- 10,81
 09/10	R\$ - 672,63	- 16,69
 13/10	R\$ 201,20	5,25
TOTAL	R\$ - 1.031,08	- 7,42

Fonte: Elaborada pelo autor.

Como podemos observar na Tabela 13, as operações com *calls* a partir do limite resultaram em uma perda de R\$ 1.031,08 em cima do valor investido na operação, com retorno médio por operação de - 7,42%, tendo sido a única ação a apresentar perdas nas operações a partir do limite de 2,0 desvios-padrão.

4.6. Resultado Geral entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão

A seguir, apresentamos os resultados de todas as operações feitas nos dias em que a concavidade do *smile* no fechamento do pregão ficou dentro do limite entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão da média da série. A Figura 14 denota as operações, seus respectivos resultados isolados e os resultados gerais das operações.

Figura 14: Resultado das operações entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão

OP VENC				OP PERD			
03/set	BBDC4	1.118,86	24,65%	11/set	PETR4	- 1.089,47	-16,73%
23/set	VALE3	210,03	1,46%	11/set	VALE3	- 322,97	-2,20%
02/out	PETR4	376,83	5,62%	14/set	PETR4	- 263,23	-11,80%
02/out	VVAR3	1.622,02	32,65%	07/out	BBDC4	- 1.943,29	-47,79%
07/out	VVAR3	1.680,48	35,75%	08/out	PETR4	- 455,32	-13,45%
13/nov	PETR4	522,65	7,80%	06/nov	PETR4	-10.106,16	-282,62%
24/nov	BBDC4	724,10	14,09%	10/nov	BBDC4	- 163,79	-8,77%
				11/nov	VVAR3	- 515,04	-6,69%

Total ==>	6.254,97			Total ==>	-14.859,27		
Média ==>	893,57	17,43%		Média ==>	- 1.857,41	-48,76%	

Número total de operações ==> 15
 Número de operações vencedoras ==> 7
 Percentual de operações vencedoras ==> 46,67%
 Número de operações perdedoras ==> 8
 Percentual de operações perdedoras ==> 53,33%
 Média de operações vencedoras ==> 17,43%
 Maior operação vencedora ==> 35,75%
 Média de operações perdedoras ==> -48,76%
 Maior operação perdedora ==> -282,62%
 Média de tempo em operações ==> 2 DIAS
 Retorno do capital inicial ==> **-43,02%**

Fonte: Elaborada pelo autor.

Como interpretação clara dos resultados acima, observamos uma equivalência quase perfeita entre o número de operações vencedoras e perdedoras, com o grupo da última tendo vantagem de apenas uma operação. Ao longo dos 90 dias de pesquisa, as operações feitas dentro do limite resultaram em uma perda de R\$ 8.604,30, o que corresponderia a um prejuízo de 43,02% sobre o capital inicial investido, de R\$ 20.000,00. Nenhuma das operações dentro desse limite precisou de mais de 2 dias para ser desfeita, o que significa que, em todos os casos, o *smile* da volatilidade das opções se refez no dia seguinte de pregão.

4.7. Resultado Geral a partir de 2,0 desvios-padrão

Finalmente, apresentamos os resultados de todas as operações feitas nos dias em que a concavidade do *smile* no fechamento do pregão ficou a partir de 2,0 desvios-padrão da média da série. A Figura 15 denota as operações, seus respectivos resultados isolados e os resultados gerais das operações.

Figura 15: Resultado das operações a partir de 2,0 desvios-padrão

OP VENC				OP PERD			
08/set	BBDC4	243,63	4,82%	06/out	VVAR3	- 559,65	-10,81%
14/set	VALE3	199,90	4,52%	09/out	VVAR3	- 672,63	-16,69%
15/set	BBDC4	138,90	2,73%	10/nov	PETR4	- 6,71	-0,26%
15/set	PETR4	482,19	14,23%				
08/out	BBDC4	1.112,29	36,83%				
13/out	BBDC4	836,09	18,08%				
13/out	VALE3	1.716,43	20,79%				
13/out	VVAR3	201,20	5,25%				

Total ==> 4.930,63

Média ==> 616,33 13,41%

Total ==> - 1.238,99

Média ==> - 413,00 -9,25%

Número total de operações ==> 11

Número de operações vencedoras ==> 8

Percentual de operações vencedoras ==> 72,73%

Número de operações perdedoras ==> 3

Percentual de operações perdedoras ==> 27,27%

Média de operações vencedoras ==> 13,41%

Maior operação vencedora ==> 36,83%

Média de operações perdedoras ==> -9,25%

Maior operação perdedora ==> -16,69%

Média de tempo em operações ==> 2 DIAS

Retorno do capital inicial ==> **18,46%**

Fonte: Elaborada pelo autor.

Interpretando os resultados acima, observamos uma clara vantagem de operações vencedoras nas operações feitas a partir do limite. Ao longo dos 90 dias de pesquisa, as operações feitas resultaram em um ganho de R\$ 3.691,64, o que corresponderia a um lucro de 18,46% sobre o capital inicial investido, de R\$ 20.000,00. Nenhuma das operações dentro desse limite precisou de mais de 2 dias para ser desfeita, o que significa que, em todos os casos, o *smile* da volatilidade das opções se refez no dia seguinte de pregão.

5 CONCLUSÃO

O objetivo principal do presente estudo foi responder se existe a possibilidade de ganhos através de arbitragem de volatilidade com opções de compra de ações brasileiras. Para se atingir o objetivo proposto, realizou-se uma pesquisa empírico-analítica, utilizando dados de fechamento de mercado de opções de compra das quatro ações brasileiras de maior liquidez negociadas na Bolsa de Valores do Brasil (B3) entre o período de 1 de setembro e 30 de novembro de 2020.

É notório que o modelo desenvolvido por Black & Scholes, o mais usado até os dias de hoje para o apreçamento de opções, possui diversas limitações que residem no fato de que suas hipóteses são frequentemente violadas quando analisadas em dados reais do mercado. Uma das mais controversas delas, a de que a distribuição de probabilidades de preços do ativo é uma lognormal, é a hipótese que mais gera distorções, ignorando que grandes balanços observados nos mercados são muitos mais frequentes do que o previsto no modelo. Uma vez que o cálculo da probabilidade dos eventos da cauda da distribuição não consegue gerar valores verossímeis, as opções são precificadas de forma inadequada, gerando índices de volatilidade implícita infundados e, conseqüentemente, abrindo possibilidades de arbitragem. Possibilidades essas, comprovadas empiricamente neste estudo.

Os resultados auferidos das 26 operações ao longo do período da pesquisa não deixam margens para dúvida de que, de fato, existe possibilidade de arbitragem da volatilidade de opções de ações da B3, com grande probabilidade de lucro, se forem feitas observando os limites corretos de desvio. Conforme ficou claro na análise de resultados, as operações feitas quando os coeficientes quadráticos da volatilidade das opções, ou seja, a concavidade do sorriso da volatilidade atingiu parâmetros a partir de 2,0 desvios-padrão da média, a maior parte das operações foram vencedoras, com média de lucro de 13,41% por operação. Além disso, as operações perdedoras perderam valores pouco significativos, com média de prejuízo de 9,25% por operação, valor cinco vezes menor do que o índice encontrado no outro intervalo observado. Portanto, podemos inferir com precisão a partir do estudo que, um suposto investidor que tivesse tentado fazer as operações nos dias selecionados, teria auferido um lucro de 18,46% caso fizesse as operações de coeficiente a partir de 2,0 desvios-padrão da média. Os resultados positivos, no entanto, não se repetiram nas operações feitas nos

dias em que os coeficientes ficaram dentro do intervalo entre 1,5 e 2,0 desvios-padrão, incorrendo em perdas muito mais significativas. O resultado encontrado reforça o já conhecido argumento das caudas grossas, o qual define que quanto mais longe da média estiver o parâmetro, mais difícil será de prever seus movimentos e de precificá-lo corretamente, o que abrirá oportunidades para operações de arbitragem com obtenção de lucro.

Como qualquer estudo, o presente possui algumas limitações, que devem ser explicitadas. Primeiramente, trabalhamos com dados de fechamento, o que sempre pode provocar distorções. Além disso, nossa base de dados foi limitada, uma vez que pudemos estender a coleta de dados para a pesquisa por apenas três meses. Outro fator importante é que utilizamos como amostra apenas ações de alta liquidez, de grandes empresas já consolidadas no mercado, conhecidas como *blue chips*. É interessante que, posteriormente, desenvolva-se um estudo com papéis de maior volatilidade e que, certamente, produzirão resultados bem diferentes. Portanto, nossa conclusão é elaborada com base nos dados levantados no período do estudo, onde revelam que essa estratégia é promissora em termos de retorno e risco. Sendo assim, deixamos como sugestão para trabalhos futuros sua aplicação utilizando dados intradiários em um período maior de tempo e com papéis de diversos níveis de liquidez.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAUJO, C. G.; IKUNO, L. M.; PAULO, E.; SALES, I. C. H. ***Hedge accounting: análise da extensão de sua utilização nas empresas brasileiras que compõem o IBRX - 100***. 11º Congresso USP de Controladoria e Contabilidade. Anais... São Paulo, 2011.

BARBACHAN, J. S. F.; ORNELAS, J. R. H. ***Apreçamento de opções IDI usando o modelo CIR***. Estudos Econômicos, v. 33, n. 2, 2003.

BESSADA, O. M. L.; BARBEDO, C. H.; ARAÚJO, G. S. ***Mercado de Derivativos no Brasil***. Rio de Janeiro: Record, 2007.

BLACK, F. SCHOLES, M. ***The Pricing of Options and Corporate Liabilities***. *Journal of Political Economy*, v. 81, n. 3, pp.637-654, May/June 1973.

BOISSIEU, C., AGLIETTA, M. ***Les marchés dérivés de Gré à Gré et le risque systémique***. *Bulletin COB*, Paris, n. 283, set. 1994.

COSTA, César Lauro. ***Opções: operando a volatilidade***. Editora Cultura, São Paulo, 1998.

FARHI, M. ***Derivativos financeiros: hedge, especulação e arbitragem***. Revista Economia e Sociedade, Campinas, v.13, p.93-114, dez. 1999.

FARHI, Maryse & BORGHI, Roberto Alexandre Zanchetta. ***Operações com derivativos financeiros das corporações de economias emergentes***. Estudos Avançados, IEA/USP, São Paulo, v. 23, n. 66, p.169-188, maio-agosto 2009.

FIGLEWSKI, Stephen. ***Option arbitrage in imperfect markets***. *Journal of Finance* 44, 1989.

FIGUEIREDO, A. C. ***Introdução aos Derivativos***. 4. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2019.

HISSA, M. ***Investindo em opções***. Rio de Janeiro, Elsevier, 2007.

HULL, John C., ***Option, Futures & Other Derivatives***, New Jersey: Prentice Hall, 6^a edition, 2015.

KALDOR, N. ***Speculation and economic stability***. *Review of Economic Studies*, v. 7, n. 1, 1939.

KEYNES, J. M. ***General theory of employment, interest and money***. In: The collected writings of John Maynard Keynes. London: MacMillan/St. Martin, 1936. v. 4.

LOWELL, L. ***Fique rico operando opções***. Rio de Janeiro, Elsevier, 2008.

MARINS, A. ***Mercados derivativos e análise de risco***. 2. ed. Rio de Janeiro: AMS editora, 2009.

MARTINS, Gilberto de Andrade. ***Manual para Elaboração de Monografias e Dissertações***. São Paulo: Atlas, 3^a edição, 2007.

MCDONALD, Robert L., ***Derivatives Markets***, Boston: Pearson Education, 2^a edition, 2006.

MERTON, R. ***Theory of Rational Option Pricing***. Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 4, No. 1, 1973.

MOLERO, L., MELLO, E. E. ***Derivativos, Negociação e Precificação***. São Paulo: Saint Paul Editora Ltda, 2018.

MENDONÇA, F. P., KLOTZE, M. C., PINTO, A. C. F., & SILVA MONTEZANO, R. M. ***A relação entre risco idiossincrático e retorno no mercado acionário brasileiro***. *Revista Contabilidade & Finanças*, 23(60), 2012.

PEÑA I., RUBIO, G., SERNA, G. ***Why Do We Smile? On the Determinants of the Implied Volatility Function***. *Journal of Banking & Finance*, 1999, vol. 23.

ROSSI JÚNIOR, J.L., ***A utilização de derivativos agrega valor à firma? Um estudo de caso brasileiro***. *Revista de Administração de Empresas*, 48 (4), 2008.