



Ana Beatriz Gimenes Barcellos

**Comportamento não Linear e
Instabilidade de Arcos Ajustáveis**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Paulo Batista Gonçalves
Coorientador: Murillo Vinícius Bento Santana

Rio de Janeiro
Março de 2020



Ana Beatriz Gimenes Barcellos

**Comportamento não Linear e
Instabilidade de Arcos Ajustáveis**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

Prof. Paulo Batista Gonçalves

Orientador

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Prof. Raul Rosas e Silva

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Prof. Michele Schubert Pfeil

UFRJ

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Ana Beatriz Gimenes Barcellos

Graduada em Engenharia Civil pela Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-Rio – em 2016. Principais áreas de interesse: Instabilidade de Estruturas, Arcos Ajustáveis.

Ficha Catalográfica

Barcellos, Ana Beatriz Gimenes

Comportamento não Linear e Instabilidade de Arcos Ajustáveis / Ana Beatriz Gimenes Barcellos ; orientador: Paulo Batista Gonçalves ; coorientador: Murillo Vinícius Bento Santana. – 2020.

125 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)—Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2020.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Civil e Ambiental - Teses. 2. Arcos ajustáveis. 3. Elementos pantográficos. 4. Instabilidade. 5. Análise não linear. I. Gonçalves, Paulo Batista. II. Santana, Murillo Vinícius Bento. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. IV. Título.

CDD:624

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais pelo amor incondicional, apoio e compreensão em todos os momentos que não pude estar presente, eu amo muito vocês. Aos amigos, novos e antigos, que acompanharam de perto a minha trajetória acadêmica e que a tornaram mais leve e prazerosa, em especial: Nathalia Albuquerque, Fernando Protasio, Isabela Salgado, Helder Moita e Filipe Sá.

Agradeço também aos professores da PUC por todos os ensinamentos compartilhados. Um grande agradecimento ao meu orientador, Paulo Batista Gonçalves, e meu co-orientador, Murillo V. B. Santana, pelo imenso suporte e paciência, vocês conseguiram me manter calma e confiante durante todo o processo, muito obrigada por isso.

Ao meu chefe, Raphael Lobo, que pela imensa compreensão me isentou da culpa por precisar usar alguma hora de trabalho para finalizar a dissertação. Por fim, aos meus colegas de trabalho que fazem minha rotina muito feliz, eu sou muito sortuda em ter vocês!

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Resumo

Barcellos, Ana Beatriz Gimenes; Gonçalves, Paulo Batista; Santana, Murillo Vinícius Bento. **Comportamento não Linear e Instabilidade de Arcos Ajustáveis**. Rio de Janeiro, 2020. 125p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

As estruturas ajustáveis ou dobráveis (deployable structures) consistem em um grupo de estruturas capazes de modificar sua forma e volume para atender a uma variedade de aplicações. Geralmente, são estruturas pré-fabricadas compostas por barras retas ou curvas unidas por meio de articulações que permitem que se movimentem para formar um arranjo compacto e se desdobrem em formas estruturais de grande porte. Essas estruturas atuam como mecanismos durante sua implantação e se tornam estruturas capazes de suportar cargas externas durante a fase de serviço. Além disso, elas devem ser leves e compactas a fim de serem facilmente transportadas e simples e rápidas de montar. Todas essas restrições dificultam a escolha dos melhores parâmetros que levem ao menor peso, maior rigidez e que permitam à estrutura desempenhar suas duas funcionalidades e garantir sua reutilização. Entre os tipos de estruturas dobráveis, os elementos pantográficos (tesouras) têm despertado grande interesse de engenheiros e arquitetos nos últimos anos. Este estudo avalia o comportamento não linear geométrico de arcos planos constituídos por dois tipos clássicos de elementos pantográficos: polar e translacional. Para isso, uma análise geométrica não linear detalhada é conduzida por meio de software de elemento finito elaborado com formulação corrotacional, a fim de avaliar a influência dos parâmetros geométricos da estrutura, como o tipo de elemento pantográfico, o tipo de apoio e número de elementos no comportamento não linear e na estabilidade da estrutura. Os resultados obtidos por nossas análises revelam, na maioria dos casos, um comportamento eminentemente não linear característico de arcos esbeltos, com o caminho de equilíbrio exibindo vários pontos limites de carga e deslocamento, onde podem ocorrer saltos para configurações remotas e indesejáveis. Com base nestes

resultados, a influência dos parâmetros do sistema na capacidade de carga do arco é quantificada.

Palavras-chave

Arcos ajustáveis; Elementos pantográficos; Instabilidade; Análise não linear.

Abstract

Barcellos, Ana Beatriz Gimenes; Gonçalves, Paulo Batista (Advisor); Santana, Murillo Vinícius Bento (Coadvisor). **Nonlinear Behavior and Instability of Deployable Arches**. Rio de Janeiro, 2020. 125p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Deployable structures consist of a group of structures capable of modifying their shape and volume in order to meet a range of conditions and needs. They are usually prefabricated structures consisting of straight or curved bars linked together in a compact bundle, which can then be unfolded into large-span, load bearing structural shapes. These structures have dual functionality since they act as mechanisms during its deployment and become immovable structures capable of supporting external loads during the service phase. In addition, they should be lightweight and compact to be easily transported and simple and quick to deploy. All these restrictions make it difficult to choose the best parameters regarding the shape and material of the structure, since many analyzes must be performed in order to find parameters that give lowest weight, highest stiffness, and that allow the structure to perform its two functions and ensure its reuse. Among the types of folding structure, those made of pantographic elements (scissors) have attracted great interest from engineers and architects in recent years. This study evaluates the geometric nonlinear behavior of plane arches constituted by two classic type of pantographic element, namely: polar and translational. For this, a detailed nonlinear geometrical analysis is conducted through tailored corotational finite element software in order to evaluate the influence of the structure's geometrical parameters, type of scissor units and supports on the nonlinear behavior and stability of the structure. The results obtained by our analyzes reveal, in most cases, a characteristic non-linear behavior of these structures with the nonlinear equilibrium path exhibiting several load and displacement limit points where jumps

to remote and undesirable configurations may occur. Based on them, the influence of system parameters on the load carrying capacity of the arch is quantified.

Keywords

Deployable structures; Pantograph Elements; Instability; Nonlinear Analysis.

Sumário

1. Introdução.....	20
1.1. Estruturas Dobráveis.....	20
1.2. Tipos de Estruturas Dobráveis	22
1.2.1. Classificação.....	23
1.2.2. Chapas Dobradas Articuladas	24
1.2.3. Membranas Tensionadas	24
1.2.4. Tensegridade.....	26
1.2.5. Estruturas Pantográficas.....	27
1.3. Tipos de Estruturas Pantográficas	28
1.4. Motivação e Objetivo	29
1.5. Metodologia.....	32
2. Elementos Pantográficos.....	33
2.1. Elemento Translacional.....	34
2.2. Elemento Polar.....	35
2.3. Elemento Angular.....	36
3. Estrutura Composta por Elementos Pantográficos	38
3.1. Restrições Geométricas	40
4. Revisão Bibliográfica	41
5. Projeto Geométrico da Estrutura	55
5.1. Método Geométrico.....	55
5.1.1. Unidades Polares.....	56
5.1.1.1. Altura Variável.....	56

5.1.1.2. Altura Constante	57
5.1.2. Unidades Translacionais.....	59
5.1.2.1. Altura Variável.....	60
5.1.2.2. Altura Constante	61
5.2. Método Seguindo Equações Matemáticas	64
5.2.1. Elementos Polares	65
5.2.2. Elementos Translacionais	67
6. Estudo Paramétrico	71
6.1. Seleção dos Parâmetros	71
6.2. Carga Pontual	78
6.3. Carregamento Distribuído	101
6.4. Carregamento Distribuído Assimétrico – 10%.....	105
6.5. Carregamento Distribuído Assimétrico – 20%.....	109
7. Conclusões e Sugestões	119
8. Referências bibliográficas.....	121

Lista de Figuras

Figura 1: Habitações efêmeras yurts, tendas de beduínos e tipis, (Oliveira, 2016)	21
Figura 2: Cúpula dobrável de Hoberman, (Mira et al., 2012)	21
Figura 3: Classificação de estruturas dobráveis, proposta por Hanaor e Levy, 2000, (apud Oliveira, 2016)	23
Figura 4: Estruturas com chapas dobradas articuladas, (a) e (b) Tonon, 1993 e (c) Foster, 1986, (De Temmerman, 2007)	24
Figura 5: Exemplo de estrutura de membrana tensionada, imagem disponível em: http://www.estruturas.arq.br/projetos/Shopping-manaus.html , acesso 01/2020	25
Figura 6: Exemplo de estrutura de membrana pneumática, (Oliveira, 2016)	25
Figura 7: Exemplo de tensegridade, imagem disponível em: https://www.archdaily.com/893555/tensegrity-structures-what-they-are-and-what-they-can-be/5a6739d9f197cc6901000373-tensegrity-structures-what-they-are-and-what-they-can-be-image , acesso 01/2020	26
Figura 8: Elemento pantográfico e suas artivulações, (Akgün et al. , 2011a)	27
Figura 9: Exemplo de arcos analisados pelo programa Galileo, (a) arco formado com 10 elementos polares e (b) arco formado por 10 elementos translacionais	31
Figura 10: Configurações do elemento pantográfico, (De Temmerman, 2007)	32
Figura 11: (a), Elemento translacional com barras de mesmo tamanho. (b), Formato da estrutura criada por elementos translacionais com barras do mesmo tamanho. (c) Elemento translacional com barras de tamanhos diferentes. (d)) Formato da estrutura criada por elementos translacionais com barras com tamanhos diferentes, (De Temmerman, 2007)	33
Figura 12: Elemento translacional, (Chen et al., 2017)	34

Figura 13: (a) Elemento polar. (b) Formato da estrutura criada por elementos polares, (De Temmerman, 2007)	34
Figura 14: Elementos polares (Chen et al., 2017)	35
Figura 15: Elemento angular, (De Temmerman, 2007)	35
Figura 16: Estrutura circular formada por elementos angulares em três estágios de deformação, (De Temmerman, 2007)	35
Figura 17: Estrutura composta por elementos angulares na configuração (a) aberta e (b) fechada, (Arnouts, 2017)	36
Figura 18: Dois módulos formados por 3 elementos (esquerda) e dois módulos formados por 4 elementos (direita), (Arnouts, 2017) .	37
Figura 19: (a) Rede simples, com módulos empilhados, (b) Iris Dome, exemplo de estrutura formada por redes simples com elementos angulados, (Arnouts, 2017)	38
Figura 20: (a) Exemplo ilustrativo de rede dupla, (b) Estrutura criada por Escrig, exemplo de estrutura formada por redes dupla com elementos polares, (Arnouts, 2017)	38
Figura 21: Exemplo ilustrativo de rede de múltiplas camadas, (Arnouts, 2017)	38
Figura 22: Estruturas composta por elemento translacionais e polares no seu estado mais compacto e abertas, (Arnouts, 2017) ..	39
Figura 23: Piñero com o protótipo do seu teatro móvel, (Normale & Cachan, 2012)	41
Figura 24: Pavilhão em comemoração aos 25 anos do fim da guerra civil (Belda & Almagro, 2016)	41
Figura 25: Exemplos de conectores propostos por Escrig (1985) ...	42
Figura 26: Cobertura da piscina em Sevilha, (Normale & Cachan, 2012)	42
Figura 27: Iris dome, (Geradin et al., 2001)	43
Figura 28: Elemento angular generalizado, (De Temmerman, 2007)	44
Figura 29: Estrutura circular formada por elementos angulares generalizados em três estágios de deformação, (De Temmerman, 2007)	44
Figura 30: (a) Elemento pantográfico modificado, (b) Estrutura composta por elementos polares e 2 elementos modificados,	

necessitando de 4 atuadores para a mudança de forma (Akgün et al., 2007).....	45
Figura 31: Configurações do posicionamento dos atuadores analisadas, (Akgün, 2010)	46
Figura 32: Configuração 1: vista superior (a), perspectiva (b); Configuração 2: vista superior (c), perspectiva (d)	47
Figura 33: (a) Elemento pantográfico universal, (On, 2014). (b) Estrutura composta pelo elemento pantográfico universal, (Mira et al., 2015).....	48
Figura 34: Cúpula esférica e o sistema básico, (Rosenfeld & Logcher, 1987).....	49
Figura 35: Exemplos de conexões propostas por Krishnapillai (Liew et al., 2008).....	49
Figura 36: Exemplo de estrutura plana e curva propostas por Liew et al. (Liew et al., 2008)	50
Figura 37: Arco elíptico e a cúpula geodésica, (Gantes & Konitopoulou, 2004).....	50
Figura 38: Estrutura analisada por Li et al., (Li et al., 2017)	52
Figura 39: Elipse restringindo o posicionamento das articulações a fim de obedecer a restrição de deformação, (De Temmerman, 2007)	55
Figura 40: Uso do círculo como restrição de elementos polares, (De Temmerman, 2007)	55
Figura 41: Arco é dividido em partes angulares diferentes. Círculos interceptam o arco determinando o local da articulação principal dos elementos, (De Temmerman, 2007)	56
Figura 42: O arco é dividido em trechos angulares iguais. Círculos interceptam o arco determinando o local da articulação principal dos elementos, (De Temmerman, 2007)	57
Figura 43: Um arco mais externo e outro mais interno determinam a altura dos elementos da estrutura, (De Temmerman, 2007)	58
Figura 44: Duas elipses de diferentes tamanhos para garantir a restrição de deformação, (De Temmerman, 2007)	59
Figura 45: Elipses de diferentes escalas determinam o local da articulação principal dos elementos, (De Temmerman, 2007).....	60

Figura 46: Duas elipses usadas para garantir a restrição de deformação, (De Temmerman, 2007).....	61
Figura 47: Duas elipses usadas para garantir a restrição de deformação e manter a espessura da estrutura constante, (De Temmerman, 2007)	62
Figura 48: Parâmetros utilizados na descrição da geometria do arco, (De Temmerman, 2007).....	63
Figura 49: Parâmetros necessários para o projeto das estruturas compostas por elementos polares, (De Temmerman, 2007)	65
Figura 50: Parâmetros necessários para o projeto das estruturas compostas por elementos translacionais, (De Temmerman, 2007).	67
Figura 51: Relação entre a elipse menor e a maior, (De Temmerman, 2007)	67
Figura 52: Parâmetros básicos da geometria do arco	70
Figura 53: Seção transversal dos perfis utilizados na pesquisa	71
Figura 54: Numeração das barras de uma estrutura composta por 10 elementos	72
Figura 55: (a) Caso 1: apoio do 2º gênero em um nó de cada elemento de extremidade da estrutura; (b) Caso 2: apoio do 2º gênero nos dois nós de cada elemento de extremidade da estrutura; (c) Caso 3: apoio do 2º gênero no pivô dos elementos de extremidade da estrutura; (d) Caso 4: engaste em um nó de cada elemento de extremidade da estrutura e (e) Caso 5: engaste nos dois nós de cada elemento da extremidade da estrutura	73
Figura 56: Estruturas compostas de 6 a 18 elementos translacionais e polares.....	77
Figura 57: Carga pontual aplicada no nó central superior de uma estrutura composta por 10 elementos polares.....	77
Figura 58: Comportamento de estruturas compostas por elementos polares. Apoios: Caso 1.....	81
Figura 59: Comportamento de estruturas compostas por elementos translacionais. Apoios: Caso 1.....	84
Figura 60: (a) Estruturas compostas por elementos polares com o caso de apoio 2, (b) Estruturas compostas por elementos translacionais com o caso de apoio 2, (c) Estruturas compostas por elementos polares com o caso de apoio 3, (d) Estruturas compostas por elementos translacionais com o caso de apoio 3, (e) Estruturas	

compostas por elementos polares com o caso de apoio 4, (f) Estruturas compostas por elementos translacionais com o caso de apoio 4, (g) Estruturas compostas por elementos polares com o caso de apoio 5 e (h) Estruturas compostas por elementos translacionais com o caso de apoio 5.....	86
Figura 61: Influência dos apoios na rigidez inicial do arco: (a) Caso 1, (b) Caso 2, (c) Caso 3, (d) Caso4 e (e) Caso5	87
Figura 62: (a) Estrutura composta por um número par de elementos polares. (b) Estrutura composta por um número ímpar de elementos polares.....	88
Figura 63: Comportamento inicial até a deslocamento de 0,06m (L/100) de estruturas (a) Composta por elementos polares com apoios do caso 1, (b) Composta por elementos translacionais com apoios do caso 1, (c) Composta por elementos polares com apoios do caso 2, (d) Composta por elementos translacionais com apoios do caso 2, (e) Composta por elementos polares com apoios do caso 3, (f) Composta por elementos translacionais com apoios do caso 3, (g) Composta por elementos polares com apoios do caso 4, (h) Composta por elementos translacionais com apoios do caso 4, (i) Composta por elementos polares com apoios do caso 5 e (j) Composta por elementos translacionais com apoios do caso 5	91
Figura 64: Comportamento da estrutura composta por oito elementos translacionais com apoio do caso 5	94
Figura 65: (a) e (b) Melhor resultado da estrutura polar no caso 1, (c) e (d) Melhor resultado da estrutura polar no caso 2, (e) e (f) Melhor resultado da estrutura polar no caso 3, (g) e (h) Melhor resultado da estrutura polar no caso 4, (i) e (j) Melhor resultado da estrutura polar no caso 5	97
Figura 66: (a) e (b) Melhor resultado da estrutura translacional no caso 1, (c) e (d) Melhor resultado da estrutura translacional no caso 2, (e) e (f) Melhor resultado da estrutura translacional no caso 3, (g) e (h) Melhor resultado da estrutura translacional no caso 4, (i) e (j) Melhor resultado da estrutura translacional no caso 5	99
Figura 67: Ilustração do carregamento distribuído: cargas concentradas nos nós superiores do arco	100
Figura 68: (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais e apoio do caso 2, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares e apoio do caso 2, (c) Comportamento da estrutura composta por elementos translacionais e apoio do caso 2 até o deslocamento de 0,06m (L/100) e (d) Comportamento da estrutura composta por elementos polares e apoio do caso 2 até o deslocamento de 0,06m (L/100) ...	102

Figura 69: (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais e apoio do caso 5, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares e apoio do caso 5, (c) Comportamento da estrutura composta por elementos translacionais e apoio do caso 5 até o deslocamento de 0,06m (L/100) e (d) Comportamento da estrutura composta por elementos polares e apoio do caso 5 até o deslocamento de 0,06m (L/100) ... 103

Figura 70: Comportamento da estrutura composta por elementos translacionais e com o apoio do caso 5 sob carregamento distribuído 104

Figura 71: (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais e apoio do caso 2 sob carregamento distribuído com 10% de assimetria, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares e apoio do caso 2 sob carregamento distribuído com 10% de assimetria, (c) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos translacionais e (d) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos polares 105

Figura 72: (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais e apoio do caso 5 sob carregamento distribuído com 10% de assimetria, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares e apoio do caso 5 sob carregamento distribuído com 10% de assimetria, (c) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos translacionais e (d) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos polares 106

Figura 73: Comportamento da estrutura composta por 8 elementos translacionais, com apoio do caso 5 e sob carregamento distribuído assimétrico de 10% 108

Figura 74: (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais e apoio do caso 2 sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares e apoio do caso 2 sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (c) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos translacionais e (d) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos polares 109

Figura 75: (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais e apoio do caso 5 sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares e apoio do caso 5 sob

carregamento distribuído com 20% de assimetria, (c) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos translacionais e (d) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos polares 110

Figura 76: Comportamento da estrutura composta por oito elementos translacionais, com apoio do caso 5 e sob carregamento distribuído assimétrico de 20%..... 112

Figura 77: (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais, com apoio do caso 2 e perfil de barra 90x90x4mm sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares, com apoio do caso 2 e perfil de barra 90x90x4mm sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (c) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos translacionais e (d) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos polares..... 113

Figura 78: (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais, com apoio do caso 2 e perfil de barra 100x100x3mm sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares, com apoio do caso 2 e perfil de barra 100x100x3mm sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (c) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos translacionais e (d) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos polares..... 114

Figura 79: (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais, com apoio do caso 5 e perfil de barra 90x90x4mm sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares, com apoio do caso 5 e perfil de barra 90x90x4mm sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (c) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos translacionais e (d) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos polares..... 115

Figura 80: (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais, com apoio do caso 5 e perfil de barra 100x100x3mm sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares, com apoio do caso 5 e perfil de barra 100x100x3mm sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (c) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100)

da estrutura composta por elementos translacionais e (d) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos polares.....	116
--	-----

Lista de Tabelas

Tabela 1: Tamanho das barras de uma estrutura composta por 10 elementos translacionais ou polares.....	72
Tabela 2: Maiores valores de rigidez inicial para cada caso de apoio e tipo de elemento.	88
Tabela 3: Valor da carga correspondente a um deslocamento de 0,06m do topo da estrutura.....	89
Tabela 4: Valor da carga corresponde a um deslocamento de 0,06m do topo da estrutura em função do número de elementos das estruturas com apoios dos casos 5 e 2	94
Tabela 5: Valor da carga corresponde a um deslocamento de 0,06m do topo da estrutura em função do número de elementos das estruturas com apoios dos casos 5 e 2	103
Tabela 6: Valor da carga corresponde a um deslocamento de 0,06m do topo da estrutura em função do número de elementos das estruturas com apoios dos casos 5 e 2	107
Tabela 7: Valor da carga corresponde a um deslocamento de 0,06m do topo da estrutura em função do número de elementos das estruturas com apoios dos casos 5 e 2	111
Tabela 8: Valor da carga corresponde a um deslocamento de 0,06m do topo da estrutura em função do número de elementos das estruturas com perfis de 100x100x3mm e 90x90x4mm e com apoio do casos 2	114
Tabela 9: Valor da carga corresponde a um deslocamento de 0,06m do topo da estrutura em função do número de elementos das estruturas com perfis de 100x100x3mm e 90x90x4mm e com apoio do casos 5	117

1. Introdução

1.1. Estruturas Dobráveis

As estruturas dobráveis ou ajustáveis (*deployable structures*) são uma subclasse de estruturas que podem se transformar de uma configuração compacta fechada para uma configuração aberta capaz de suportar cargas, (Gantes, 2001). Elas se caracterizam pela rapidez na montagem e facilidade de desmonte para reuso, (Rosenfeld & Logcher, 1987). Além disso, elas podem modificar o sua configuração para se adaptar a diferentes condições e necessidades, como, por exemplo, mudança no ambiente e no clima, situações de emergência e para atender a outra funcionalidade, etc. (Fenci & Currie, 2017). Observando a natureza, podem-se encontrar inúmeros exemplos de estruturas com alta capacidade de transformação, como as minhocas, folhas, asas de insetos, cápsulas de vírus e o próprio corpo humano (Vincent, 2001).

Para aplicações arquitetônicas, a necessidade deste tipo de estrutura existe desde tempos antigos, quando, antes da revolução industrial, as tribos nômades migravam em busca de melhores terras. Estruturas pequenas, leves e compactas, como as tendas dos pastores na Mongólia e dos povos indígenas norte-americanos, Figura 1, são exemplos históricos destas estruturas, que eram limitadas pelos meios de transportes, materiais de construções e equipamentos disponíveis na época (Gantes, 1991).



Figura 1- Habitações efêmeras yurts, tendas de beduínos e tipis, (Oliveira, 2016)

Embora o seu uso seja antigo, a necessidade de estruturas provisórias diminuíram após a revolução industrial (Oliveira, 2016) e, por isso, estudos sobre esse tema são relativamente novos, com as primeiras pesquisas ocorrendo entre os anos de 1950 e 1960. A indústria aeroespacial é uma das principais e mais antigas fomentadoras de pesquisas neste assunto, uma vez que precisa desenvolver estruturas leves e pouco volumosas, como antenas, painéis solares, satélites e telescópios, a fim de possibilitar seu transporte ao espaço, (Zhang et al., 2017; Li et al., 2017; Dewalque et al., 2015). Já na indústria da engenharia civil, o tema possui pesquisas mais recentes, que vem sendo aprimoradas pelo constante desenvolvimento no ramo da construção, robótica, computação e ciência dos materiais. Essas novas tecnologias tornaram possível o desenvolvimento de estruturas dobráveis de maior porte, que são pré-fabricadas, reutilizáveis, e capazes de suportar cargas, como ilustra a Figura 2.



Figura 2 - Cúpula dobrável de Hoberman, (Mira et al., 2012).

Quando comparadas às estruturas tradicionais, as estruturas dobráveis apresentam uma maior simplicidade de montagem e desmontagem, maior facilidade de transporte e armazenamento, menor peso e, ainda, a possibilidade de reutilização. Essas características diminuem os custos inerentes à construção devido à facilidade de montagem e ampliam as possibilidades de aplicações da estrutura, o que é para Gantes (1991), o motivo para o aumento de pesquisas nessa área.

Além disso, uma questão que vem ganhando notoriedade nas pesquisas recentes, em parte devido a mais avançados programas computacionais, é a análise comportamental dessas estruturas. A maior parte das estruturas pantográficas estudadas no passado possuía comportamento linear durante a transformação da forma. Entretanto necessitavam de mecanismos externos para que fossem capazes de suportar carga em sua configuração deformada. Uma solução encontrada por Zeigler (1976) para que a estrutura fosse capaz de sustentar carga sem a necessidade de mecanismos externos foi a introdução de incompatibilidades geométricas. Por mais que essa solução tenha se mostrado eficaz, a resposta da estrutura passou a ser não linear, e, por este motivo, seu comportamento estrutural deve ser cuidadosamente avaliado em cada fase.

Por mais que essas estruturas sejam conhecidas, poucas são as pesquisas sobre o seu comportamento estrutural. Por isso, existe uma necessidade de uma investigação mais profunda sobre o comportamento da estrutura durante sua transformação e do seu desempenho como suporte de carga.

1.2. Tipos de Estruturas Dobráveis

Toda estrutura dobrável, para ser capaz de mudar sua configuração, necessita que pelo menos alguns de seus elementos sejam capazes de mudar de

forma ou posição. Os diferentes tipos de estruturas dobráveis são comumente classificados de acordo com seu sistema estrutural. De acordo com essa classificação, quatro grupos se destacam: estrutura com chapas dobradas, estruturas com membranas tensionadas, estruturas com integridade tensional e estruturas pantográficas.

1.2.1. Classificação

Existe uma ampla gama de estruturas que obedecem às condições para serem consideradas estruturas dobráveis. Hanaor e Levy, 2000, (apud Oliveira, 2016) propuseram um sistema de classificação hierárquico, que as dividem de acordo com suas características cinemáticas e morfológicas, como mostrado na Figura 3.

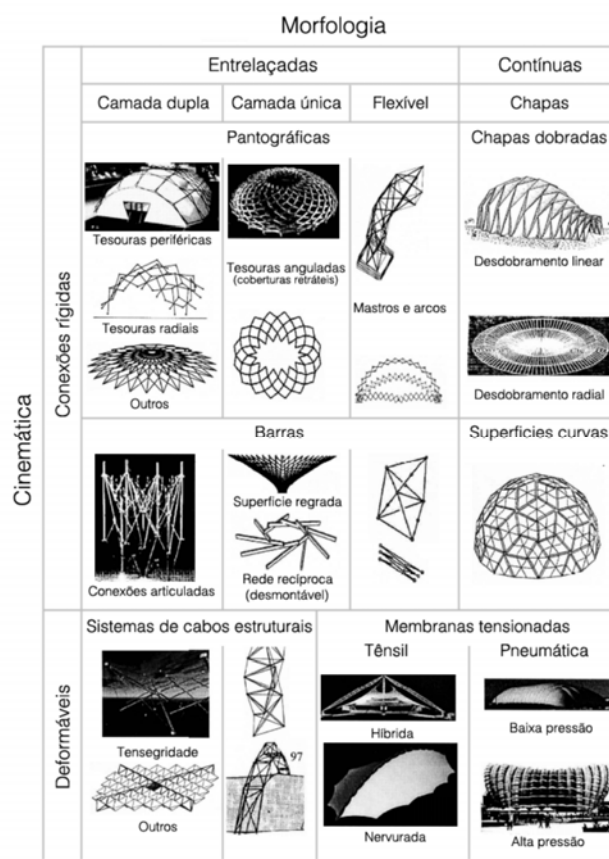


Figura 3- Classificação de estruturas dobráveis, proposta por Hanaor e Levy, 2000, (apud Oliveira, 2016).

Dentre as diversas categorias, as estruturas pantográficas podem ser aplicadas em inúmeras funções, incluindo estruturas temporárias e móveis, abrigos, pontes de emergência, coberturas temporárias, estufas, galpões de exposição, dentre outras (Gantes et al., 1998). Além da vasta possibilidade de aplicações, sua fundação pode

ser simples e o local para instalação necessita de um preparo mínimo (Mira et al., 2015). Apesar de todas estas vantagens, existe uma grande complexidade mecânica por trás dessas estruturas. Devido à complexidade do seu projeto, uma descrição detalhada das conexões e uma execução minuciosa são fundamentais para assegurar a sua mobilidade.

1.2.2. Chapas Dobradas Articuladas

Este sistema estrutural tem como inspiração o origami e seu uso vem ganhando maior popularidade nas áreas da aviação e da construção civil. Elas são construídas a partir de uma série de chapas conectadas entre si por articulações em suas bordas, que permitem a rotação entre elas. Na configuração compacta e indeformada, essas estruturas são como placas empilhadas, enquanto que na configuração deformada possuem uma superfície corrugada. Quando comparadas aos outros tipos de estruturas dobráveis, as chapas dobradas articuladas são mais pesadas, possuem maior volume quando compactadas e um número limitado de movimentos (Jensen, 2004), Figura 4.

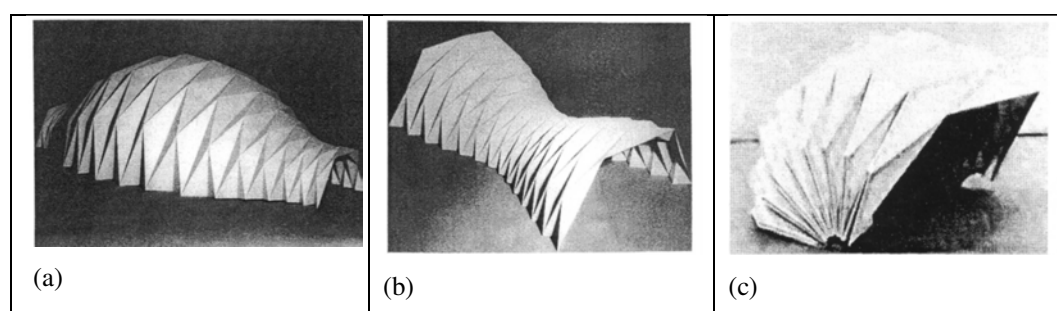


Figura 4 - Estruturas com chapas dobradas articuladas, (a) e (b) Tonon, 1993 e (c) Foster, 1986, (De Temmerman, 2007).

1.2.3. Membranas Tensionadas

Graças a sua alta capacidade de transformação morfológica, essas estruturas têm sido amplamente adotadas tanto como estruturas temporárias quanto permanentes (Jensen, 2004). Elas podem ser divididas em dois tipos: membranas tensionadas, Figura 5, e membranas pneumáticas, Figura 6. A primeira utiliza cabos e mastros que servem para moldar a forma da estrutura, além de, em muitos casos, servir de suporte, aumentando a resistência do sistema. Quando o suporte não é utilizado para funções estruturais, a resistência do sistema é obtida através da tração

da própria membrana. A estrutura pneumática requer a utilização de um sistema artificial de pressurização para que mantenha sua estabilidade estrutural. Segundo Chan (2012, apud (Oliveira, 2016)), o sistema de membranas tensionadas possui vantagens por sua leveza e capacidade de vencer grandes vãos utilizando poucas peças estruturais. Entretanto, possuem a desvantagem de muitas vezes necessitarem de manutenção especializada uma vez que utilizam membranas extremamente maleáveis, que são afetadas por fatores climáticos como chuva ou vento e, no caso de materiais poliméricos, a radiação ultravioleta.



Figura 5 - Exemplo de estrutura de membrana tensionada, imagem disponível em: <http://www.estruturas.arq.br/projetos/Shopping-manaus.html>, acesso 01/2020.



Figura 6 - Exemplo de estrutura de membrana pneumática, (Oliveira, 2016).

1.2.4. Tensegridade

Em mecânica, tensegridade ou integridade tensional (*tensegrity*) é uma propriedade presente em estruturas cujos componentes usam a tração e a compressão de forma combinada, de forma a lhes proporcionar estabilidade e resistência, levando a estruturas muito leves e com uma alta eficiência (Rhode-barbarigos et al. , 2010). Esse sistema foi criado em 1962 por Richard Buckminster Fuller, que o descreve como “uma ilha de compressão em um oceano de tração”, pois nele elementos comprimidos são isolados por elementos tracionados. Esse isolamento gera uma descontinuidade da fluidez das tensões de compressão na estrutura, que é equilibrada pela tensão dos cabos tracionados conectados aos elementos comprimidos. As configurações deformadas são obtidas por meio da variação da tensão nestes cabos, que também torna possível modificar e aperfeiçoar o formato da estrutura. Este mecanismo é custoso e, pela estrutura apresentar uma inerente falta de rigidez estrutural, o seu uso é limitado no âmbito da engenharia civil. Apesar disso, diferentes tipos de aplicações destas estruturas já foram propostas nos campos da engenharia aeroespacial e da robótica (Del Grosso & Basso, 2012).



Figura 7 – Exemplo de tensegridade, imagem disponível em:
<https://www.archdaily.com/893555/tensegrity-structures-what-they-are-and-what-they-can-be/5a6739d9f197cc6901000373-tensegrity-structures-what-they-are-and-what-they-can-be-image>,
 acesso 01/2020.

1.2.5. Estruturas Pantográficas

Estruturas compostas por elementos pantográficos são, dentre todas as estruturas dobráveis, as mais pesquisadas para aplicações dentro da engenharia civil (Jensen, 2004). As pesquisas sobre o uso destes elementos em estruturas civis datam o começo dos anos 1960, e foram desenvolvidas pelo arquiteto espanhol Emilio Perez Piñero, que aplicou essa ideia em sua primeira patente, uma estrutura de cobertura móvel (Piñero, 1965). Piñero contribuiu imensamente para a área com seus estudos e protótipos, que servem de inspiração para muitos outros pesquisadores até os dias de hoje. Os elementos pantográficos consistem em duas barras conectadas por meio de uma articulação principal, que permite a rotação relativa entre elas, como em uma tesoura. Os elementos têm o formato de `X` e são conectados nas extremidades de cada uma das barras a outros elementos, formando assim a estrutura.

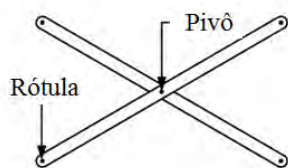


Figura 8 – Elemento pantográfico e suas articulações, (Akgün et al. , 2011a).

Aplicações dessas estruturas incluem coberturas retrateis, galpões de exposições temporárias, abrigos de emergência, painéis solares e antenas.

1.3. Tipos de Estruturas Pantográficas

O tipo de restrição geométrica e de elemento utilizado e a forma como são conectados são os principais fatores que definem o comportamento cinemático da estrutura. Este comportamento é descrito pela compatibilidade geométrica dos elementos em cada fase da mudança de forma. Uma fase é considerada geometricamente compatível quando nenhum dos membros da estrutura sofre deformações.

Dois tipos de estruturas dobráveis ganharam destaque ao longo dos anos: as estruturas livres de tensões (stress-free) e as biestáveis. Em uma estrutura livre de tensões a compatibilidade geométrica existe para todos os estágios de abertura e fechamento. Essas estruturas foram preferencialmente utilizadas no passado, não só pela simplicidade do desing, mas também pelo fato de suas barras permanecerem indeformadas durante todo o processo de transformação, (De Temmerman, 2007). Por mais que esse tipo de estrutura apresente pontos vantajosos, uma desvantagem significativa é que elas precisam de aplicação de forças externas durante todo o processo de transformação para adquirir rigidez e serem capazes de suportar cargas. Além disso, o seu projeto considera uma geometria com o posicionamento perfeito das articulações e inexistência de atrito, que, quando não cumpridos, causam efeitos indesejados como deformações espúrias, necessidade de altos esforços durante todo o processo de transformação e até mesmo a impossibilidade de transformação.

As estruturas biestáveis foram introduzidas em 1985. Nelas, incompatibilidades geométricas referentes a diferença no tamanho das barras são introduzidas propositalmente (e dever ser consideradas na modelagem numérica) de forma a garantir a compatibilidade geométrica antes e depois da transformação. Entre estas fases, a incompatibilidade geométrica resulta intencionalmente em um regime não linear que leva a uma instabilidade (*snap-through*), onde as tensões armazenadas nos membros durante o início da transformação são liberadas, (Gantes et al., 1989; Gantes et al., 1991a), permitindo à estrutura atingir sua forma final e

“travar” na configuração desejada. Esse processo confere estabilidade e rigidez suficiente para que a estrutura possa suportar pequenas cargas (como a força da gravidade) sem necessitar de dispositivos externos. Entretanto, um ponto que merece atenção quanto a essas estruturas é que, por mais que a deformação em algumas barras durante a transformação seja proposital, ela não deve gerar deformações plásticas, pois a mudança permanente no formato das barras prejudicaria o desempenho da estrutura.

Estruturas em forma de arco são amplamente usadas na engenharia para vencer grandes vãos. Entretanto estas estruturas apresentam um comportamento não linear quando submetidas a cargas no seu próprio plano (Palathingal & Ananthasuresh, 2017). Arcos abatidos apresentam um caminho não linear de equilíbrio com pontos limite onde ocorre o fenômeno de *snap-through*. Quando compostos por elementos pantográficos, os arcos, em virtude dos pivôs e rótulas, têm grande flexibilidade e seu comportamento não linear e instabilidades devem ser estudados para viabilizar a aplicação da estrutura e evitar saltos dinâmicos, onde a estrutura muda de forma subitamente, (Chen et al., 2016). Como este comportamento é complexo, envolvendo grandes deformações e rotações, uma análise não linear completa se faz necessária para avaliar o nível de não linearidade e da capacidade de carga destas estruturas.

1.4. Motivação e Objetivo

Durante todos esses anos, as estruturas dobráveis consideradas livres de tensões foram analisadas como tendo um comportamento linear. Para as estruturas biestáveis, a fase onde a estrutura se transforma, ou seja, sai de um estado compacto e chega a outro completamente aberto, é analisada de forma não linear, entretanto a sua fase em serviço, onde a estrutura se encontra completamente deformada, continua sendo estudada considerando um comportamento linear. Com isso, existe a necessidade de uma compreensão mais aprofundada do comportamento não linear e estabilidade destas estruturas, tanto durante a transformação de forma quanto durante sua fase de utilização. Um estudo detalhado sobre o comportamento dessas estruturas nestas duas fases exige o desenvolvimento de softwares específicos que

incluam a modelagem das ligações com suas excentricidades, atrito e tensões iniciais (Santana, 2019).

Além disso, uma análise paramétrica não linear é extremamente importante no processo de projeto, pois, mesmo que bastante custosas, elas têm um papel importante na escolha da forma estrutural mais eficiente. Além disso, elas contribuem com esse processo evitando que deslocamentos muito grandes, comprometam a viabilidade da estrutura. Adicionalmente, as barras que a compõem não devem sofrer deformações plásticas, pois isso comprometeria a capacidade de carga da estrutura na configuração final e sua reutilização.

Este trabalho visa analisar o comportamento não linear de arcos formados por elementos pantográficos na fase em serviço através da análise do deslocamento de um nó no ponto superior central do arco, quando submetidas a diversos tipos de carregamentos. Com isso, o estudo visa entender a influência dos efeitos de segunda ordem na sua capacidade de carga e deformação da estrutura quando em utilização, com o enfoque no comportamento dessas estruturas. Elementos pantográficos translacionais e polares foram adotados por serem os mais estudados e por apresentarem uma execução mais simples. Uma análise paramétrica detalhada é desenvolvida com o intuito de estudar a influência do tipo de elemento (translacional ou polar), número de elementos, condições de apoio e carregamento no comportamento estrutural. Não foram analisados esforços internos nem considerar tensões residuais da montagem e atrito nas ligações. Esta dissertação é uma continuação do trabalho de pesquisa desenvolvido por Santana (2019) em sua tese de doutorado que desenvolveu um novo programa computacional específico para a análise de estruturas ajustáveis planas e espaciais, incluindo uma modelagem detalhada das ligações com suas excentricidades, atrito e tensões iniciais. As excentricidades permitem o salto da estrutura entre as configurações aberta e fechada.

O programa computacional desenvolvido por Santana (2019a) permite análises não lineares considerando os efeitos de segunda ordem e o comportamento inelástico do material, na Figura 9 podemos ver estruturas compostas de 10 elementos polares (a) e translacionais (b), modeladas no programa. A formulação dos elementos reticulados e das conexões é descrita através de um referencial corrotacional. O programa tem sido utilizado no estudo da capacidade de carga e

estabilidade estática (Santana et al., 2019c) e dinâmica, (Santana et al., 2019d) de sistemas estruturais biestáveis.

O projeto dessas estruturas deve ser feito considerando duas fases independentes:

- 1) Análise do processo de transformação da estrutura (da configuração compactada à configuração aberta)
- 2) Análise da resposta estrutural na configuração aberta, com o objetivo de conhecer seu comportamento não linear, possíveis instabilidades e capacidade de carga.

A resposta estrutural, as propriedades cinemáticas e os parâmetros geométricos obtidos em cada fase são levados em consideração na escolha das características que definem o formato da estrutura. Para isso, uma análise paramétrica detalhada deve ser conduzida e, com isso, descobrir a influência de cada um dos parâmetros no comportamento estrutural. Quanto maior a compreensão sobre o comportamento da estrutura, mais coerente e eficiente se torna a escolha da sua geometria.

Esta dissertação faz a análise não linear de estruturas planas em forma de arco, constituídas por elementos polares e por elementos translacionais, na sua fase de utilização. Algumas conclusões com relação à geometria podem ser extrapoladas para o correspondente formato tridimensional (Mira et al., 2015). Essas análises visam compreender melhor o comportamento não linear geométrico e a influência do fenômeno de *snap-through* com a variação de alguns parâmetros estruturais, um tópico pouco explorado na literatura.

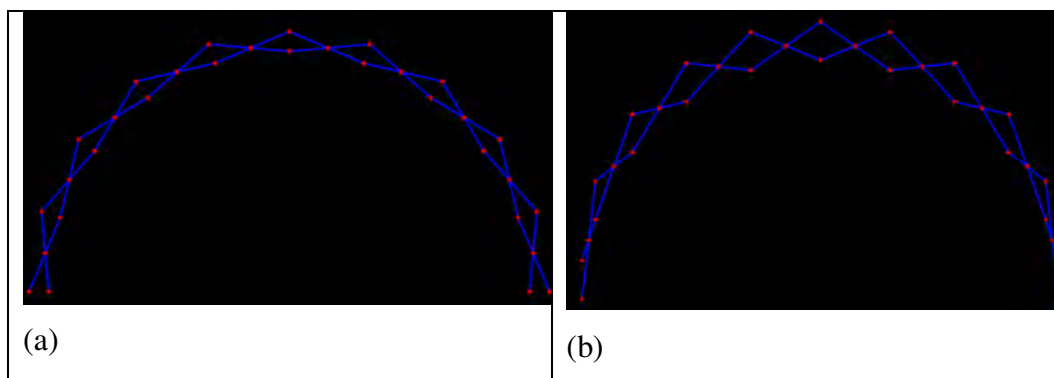


Figura 9 – Exemplo de arcos analisados pelo programa Galileo, (a) arco formado com 10 elementos polares e (b) arco formado por 10 elementos translacionais

1.5. Metodologia

Como comentado, essa pesquisa faz o uso do programa computacional Galileo, desenvolvido por Murillo Vinicius Bento Santana, para gerar a geometria das estruturas e realizar análises não lineares.

O programa utiliza a linguagem de programação C++ e é capaz de realizar análises estáticas e dinâmicas não lineares, considerando os efeitos de segunda ordem e comportamento inelástico dos materiais, uma vez que usa métodos de continuação para ultrapassar os diversos pontos limites. Além disso o programa é capaz de fazer a modelagem das ligações com suas excentricidades, atrito e tensões iniciais e avaliar o seu comportamento.

Para a geometria da estrutura, foi implementado no código do programa as equações matemáticas desenvolvidas por De Temmerman descritas no Capítulo 5.2, onde a partir delas, o programa consegue gerar o formato da estrutura automaticamente, dado o número de elementos que a compõe.

2. Elementos Pantográficos

Nas estruturas pantográficas a localização da articulação principal e o tamanho e o formato das barras dos elementos influenciam diretamente no formato e comportamento da estrutura. Essas características também influenciam a forma como a linha imaginária, que liga os pontos superiores e inferiores de cada lado do elemento varia ao longo da estrutura. Portanto, através da variação da posição da articulação principal e do tamanho e formato das barras se podem criar diferentes elementos que geram estruturas com comportamentos completamente distintos.

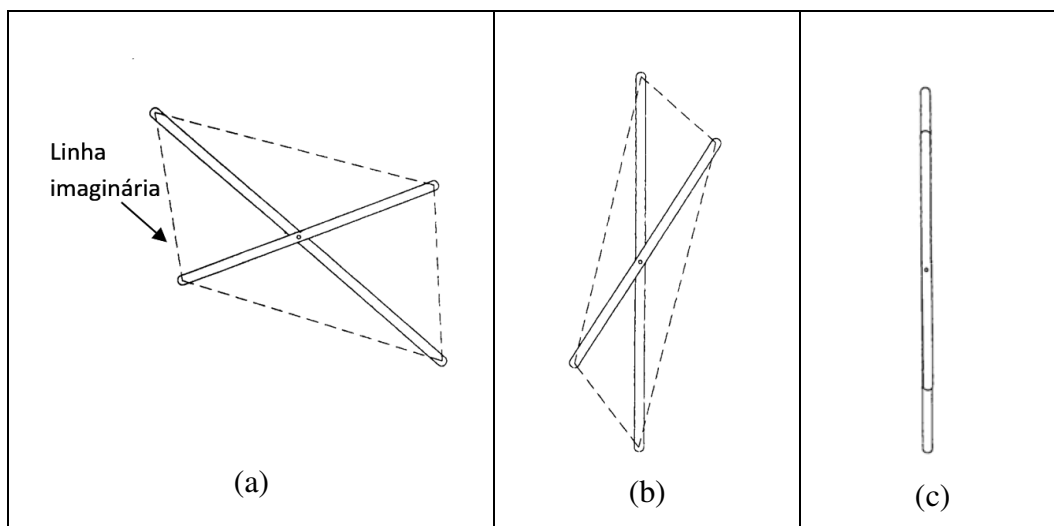


Figura 10 - Configurações do elemento pantográfico, (De Temmerman, 2007).

Mele (2010) acredita que, quanto mais complexo for o elemento, menos compacta se torna a estrutura. Existem três tipos básicos destes elementos, que são mais simples e, apesar de antigos, continuam sendo os mais utilizados e estudados. Estes elementos se diferenciam pela localização da articulação principal e pelo formato das barras. São eles: elemento translacional, polar e angular.

2.1. Elemento Translacional

No elemento translacional a articulação principal é posicionada no ponto médio das barras, que são retas e podem ou não ser do mesmo tamanho. Os elementos com barras idênticas, quando conectados, geram uma estrutura reta,

Figura 11(a, b), enquanto que os elementos com barras de tamanhos distintos, quando conectados, geram uma estrutura curva, Figura 11(c, d). Para as duas configurações, as linhas imaginárias permanecem paralelas em todos os estágios de deformação (linhas tracejadas na Figura 11).

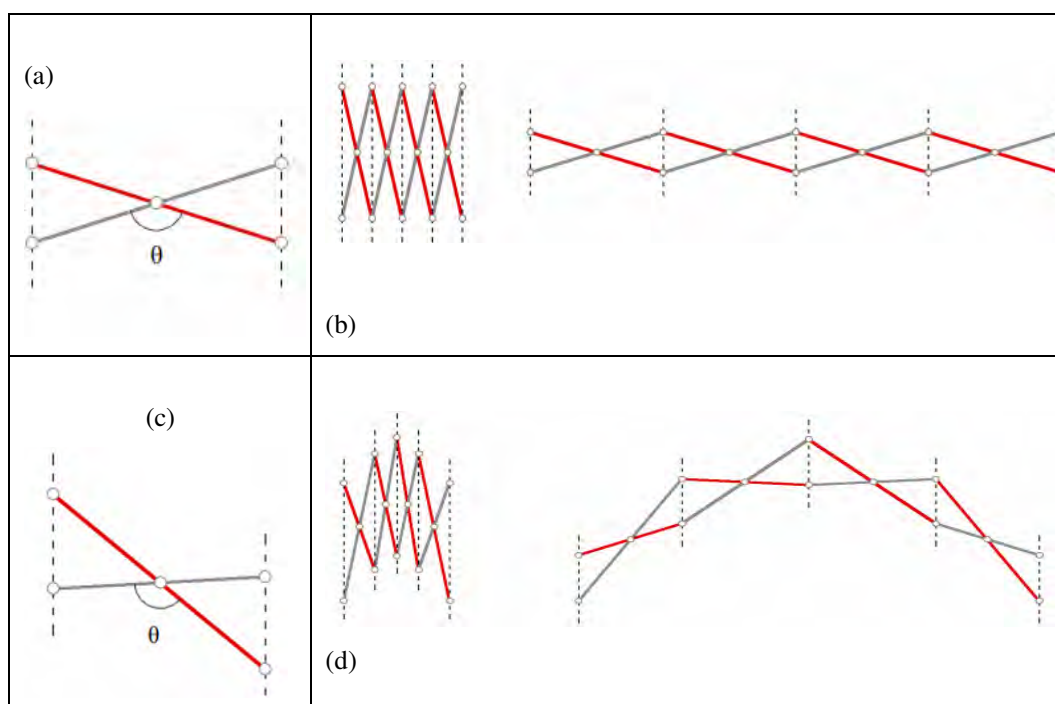


Figura 11 - (a), Elemento translacional com barras de mesmo tamanho. (b), Formato da estrutura criada por elementos translacionais com barras do mesmo tamanho. (c) Elemento translacional com barras de tamanhos diferentes. (d) Formato da estrutura criada por elementos translacionais com barras com tamanhos diferentes, (De Temmerman, 2007).

Segundo Chen et al. (2017), a transformação da estrutura é feita através da variação do ângulo θ . Considerando θ_i como o ângulo referente à unidade i e θ_j , o ângulo da unidade j , como mostra a Figura 12, quando as duas unidades estão completamente fechadas $\theta_i = \theta_j = \pi$, logo $l_{i3} + l_{i4} = l_{j1} + l_{j2}$. Além disso, para garantir que a estrutura consiga ficar totalmente aberta ($\theta_i = \theta_j = 0$), os tamanhos devem ser tais que $l_{i3} = l_{j1}$ e $l_{i4} = l_{j2}$ ou $l_{i4} = l_{j1}$ e $l_{i3} = l_{j2}$.

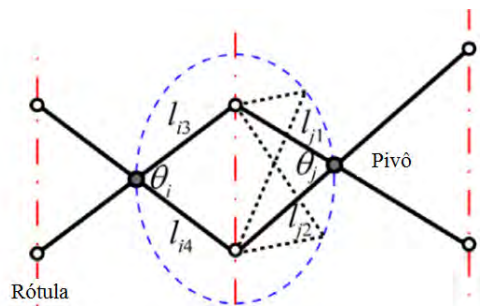


Figura 12 - Elemento translacional, (Chen et al., 2017).

2.2. Elemento Polar

Elementos polares possuem barras retas de mesmo tamanho e com o pivô posicionado fora dos pontos médios das barras. Essa excentricidade faz com que a estrutura composta por esses elementos possua um formato final curvo. Neste caso, as linhas imaginárias se interceptam formando um ângulo γ , que varia de forma constante durante o processo de abertura, como mostra a Figura 13.

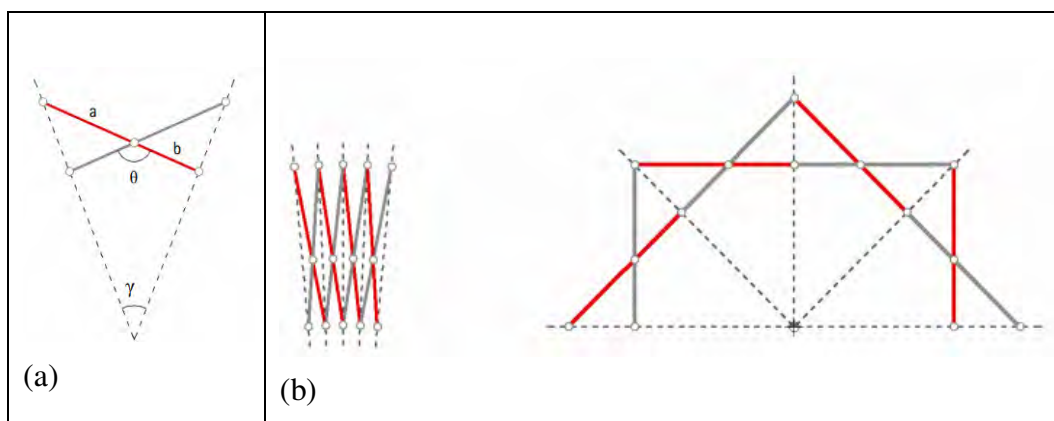


Figura 13 – (a) Elemento polar. (b) Formato da estrutura criada por elementos polares, (De Temmerman, 2007).

Quando unidas a outras tesouras, devem obedecer à relação $l_{i3}/l_{i4} = l_{j1}/l_{j2}$, onde os comprimentos l_{i3} , l_{i4} , l_{j1} e l_{j2} são indicados no Figura 14.

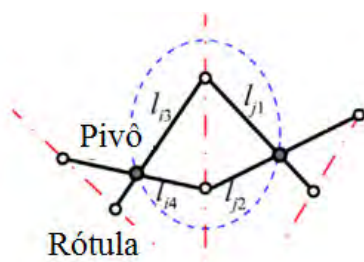


Figura 14 – Elementos polares (Chen et al., 2017).

2.3. Elemento Angular

Este elemento foi criado por Hoberman em 1990 (Hoberman, 1990). Ele possui uma barra dobrada formando entre suas partes um ângulo β na articulação principal, como mostra a Figura 15. A grande vantagem dessa unidade é que, diferente da unidade polar, o ângulo ϕ formado pela intercessão das duas linhas imaginárias é mantido constante durante a abertura da estrutura. Esses elementos são capazes de formar estruturas fechadas móveis, como mostrado na Figura 16.

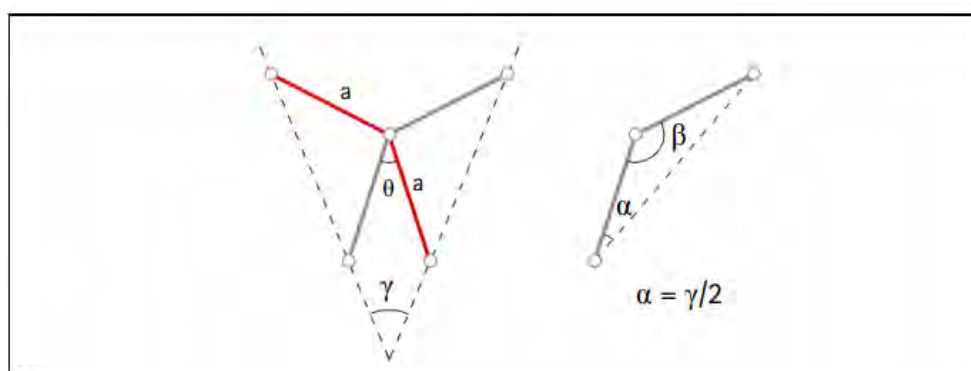


Figura 15 – Elemento angular, (De Temmerman, 2007).

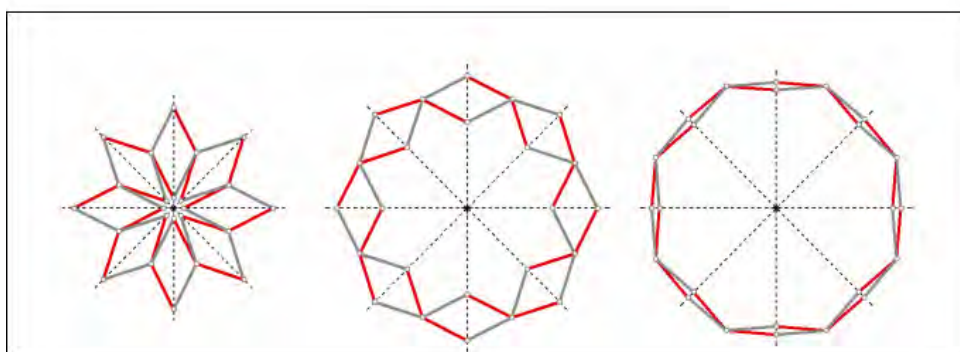


Figura 16 – Estrutura circular formada por elementos angulares em três estágios de deformação, (De Temmerman, 2007).

Apesar de muito interessantes, estruturas criadas a partir de elementos angulares não são muito compactas na forma fechada, como mostra a Figura 17. Por esse motivo, estruturas compostas por este tipo de elemento não são consideradas na presente dissertação.

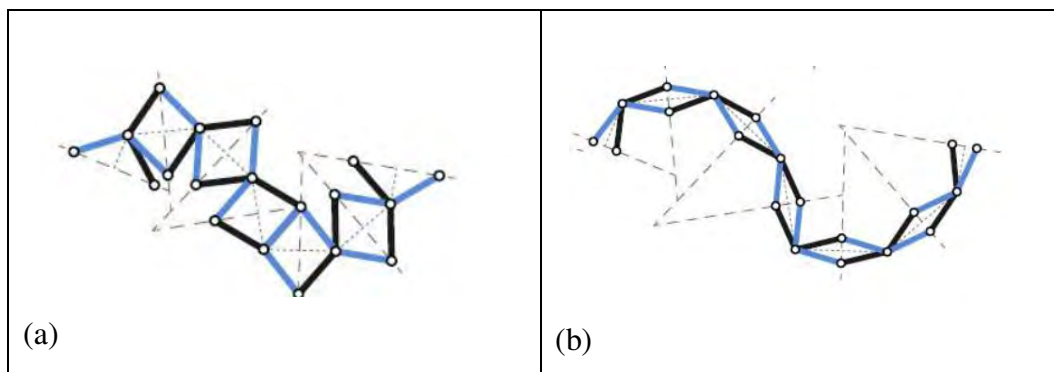


Figura 17 – Estrutura composta por elementos angulares na configuração (a) aberta e (b) fechada, (Arnouts, 2017).

3. Estrutura Composta por Elementos Pantográficos

As estruturas pantográficas são criadas a partir da conexão destes elementos, essa conexão pode ser feita de diversas maneiras, onde cada uma delas resulta em uma forma distinta da estrutura. Estruturas bidimensionais são formadas pela simples sucessão de elementos ligados entre si através de rótulas. Já as formas tridimensionais podem ser obtidas de diversas maneiras, mas todas usam módulos formados por no mínimo três elementos conectados de modo a formar um conjunto fechado, como mostra a Figura 18.

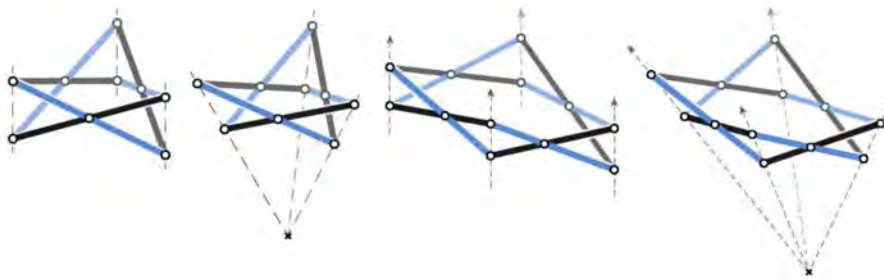


Figura 18 - Dois módulos formados por 3 elementos (esquerda) e dois módulos formados por 4 elementos (direita), (Arnouts, 2017).

A partir da combinação de diversos módulos são formadas as redes, que dão origem à estrutura tridimensional. As redes chamadas de simples são formadas por meio do acoplamento de módulos com a mesma quantidade de elementos, Figura 19 (a), que, quando conectados lado a lado, dão forma à estrutura. Um exemplo conhecido de estrutura formada pela rede simples é o Iris Dome de Hoberman (Hoberman, 1991), Figura 19 (b). Como se pode observar, essas estruturas se retraem em direção à sua base, e, por isso, sua forma compacta acompanha o perímetro da área coberta pela estrutura.

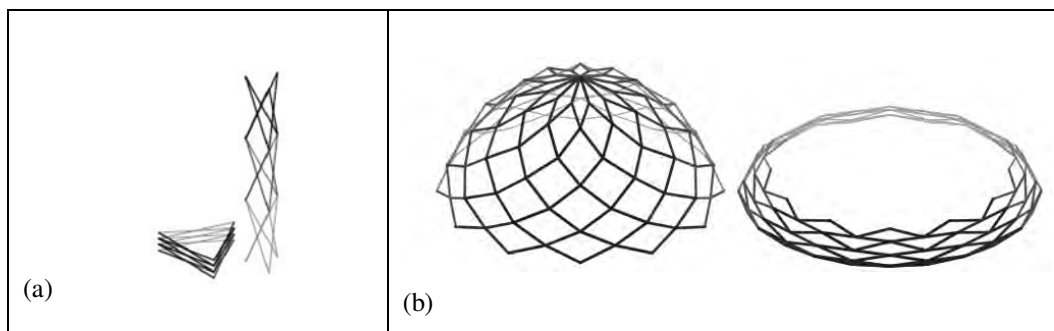


Figura 19 – (a) Rede simples, com módulos empilhados, (b) Iris Dome, exemplo de estrutura formada por redes simples com elementos angulados, (Arnouts, 2017).

A rede dupla é formada através do posicionamento dos módulos conectados lado a lado ao longo de uma superfície. Este tipo de arranjo é muito utilizado por permitir que a estrutura tenha uma maior variedade de formas, além de gerar estruturas mais compactas do que as formadas por redes simples (Arnouts, 2017), Figura 20. Um exemplo de estrutura que utiliza este tipo de composição foi criado por Escrig (1985).

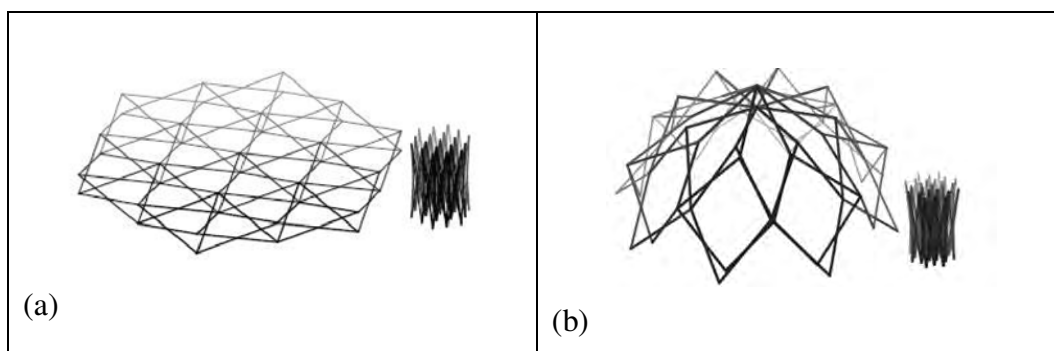


Figura 20 – (a) Exemplo ilustrativo de rede dupla, (b) Estrutura criada por Escrig, exemplo de estrutura formada por redes dupla com elementos polares, (Arnouts, 2017).

Uma rede de múltiplas de camadas é formada pelo empilhamento das redes duplas, Figura 21.

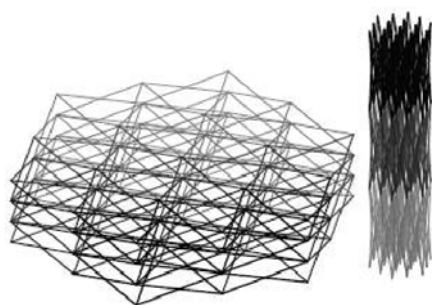


Figura 21 - Exemplo ilustrativo de rede de múltiplas camadas, (Arnouts, 2017).

3.1. Restrições Geométricas

As estruturas dobráveis foram criadas para serem capazes de atingir uma configuração compacta e serem facilmente transportadas e armazenadas. Assim, um passo importante na criação da estrutura é garantir que ela consiga atingir uma compactação satisfatória, para que possa cumprir este propósito.

Para isso, é fundamental que a estrutura atenda algumas das diversas restrições geométricas existentes. A restrição mais popular é a chamada restrição proposta por Escrig (Escrig, 1985; Escrig & Valcarcel, 1992). Esta restrição só é aplicável a estruturas pantográficas com barras retas e limita os tamanhos das barras de elementos adjacentes por meio de uma regra simples. O uso dessa regra garante que todos os elementos pantográficos que compõe a estrutura consigam atingir o seu estado mais compacto possível, como exemplifica a Figura 22.

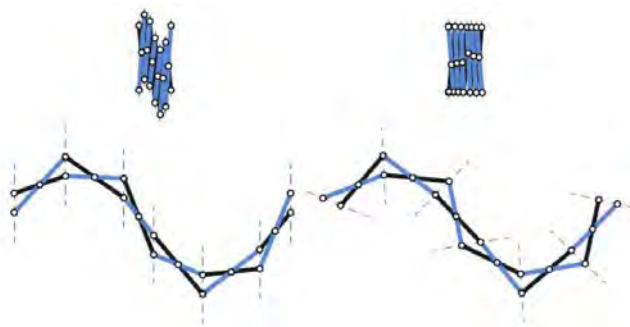


Figura 22 - Estruturas composta por elemento translacionais e polares no seu estado mais compacto e abertas, (Arnouts, 2017).

4. Revisão Bibliográfica

Pesquisas utilizando elementos pantográficos para fins arquitetônicos começaram na década de 1960. As primeiras pesquisas sobre o tema propuseram diferentes tipos de unidades pantográficas e tiveram como foco determinar a geometria das estruturas composta por essas unidades.

O uso pioneiro destes elementos em estruturas arquitetônicas deve-se ao arquiteto espanhol Emilio Perez Piñero. Piñero conseguiu desenvolver e programar a transformação de estruturas dobráveis extremamente complexas sem o auxílio de ferramentas computacionais avançadas. Além disso, foi o primeiro a desenvolver modelos em escalas relativamente grandes, uma vez que era praticamente impossível desenhá-los graficamente. Ele utilizava em suas criações elementos pantográficos tradicionais, e foi ele quem descobriu quase que intuitivamente como obter formas curvas através da mudança da posição da articulação principal (Escríg, 2013). Seu reconhecimento veio em 1961, quando venceu o concurso do VI Encontro da União Internacional de Arquitetos em Londres, cujo tema pedia que se projetasse uma instalação para teatro ambulante. Piñero encantou os jurados com o seu inovador teatro móvel, uma de suas criações mais famosas. O protótipo era composto por elementos pantográficos combinados com estruturas de membrana e cabos metálicos, que conferia estabilidade à estrutura quando tracionados (De Temmerman, 2007), Figura 23. Piñero também desenvolveu estruturas em escala real, como mostra o site da sua fundação: <http://www.perezpinero.org/>, acesso 02/2020. Ele projetou e construiu um pavilhão capaz de cobrir 8000m² de área e que foi montado em Madrid, San Sebastian e Barcelona para a comemoração de 25 anos do fim da guerra civil, Figura 24. Outros projetistas, como Calatrava, fizeram uso de outros métodos para conectar as barras, porém o sistema desenvolvido por Piñero é, até os dias de hoje, o mais utilizado (Jensen, 2004). Embora seus projetos tivessem grandes desvantagens estruturais, como o uso de articulações grandes e

pesadas e a necessidade de suportes temporários, Piñero inspirou muitos pesquisadores, como por exemplo, Escrig e Zeigler z

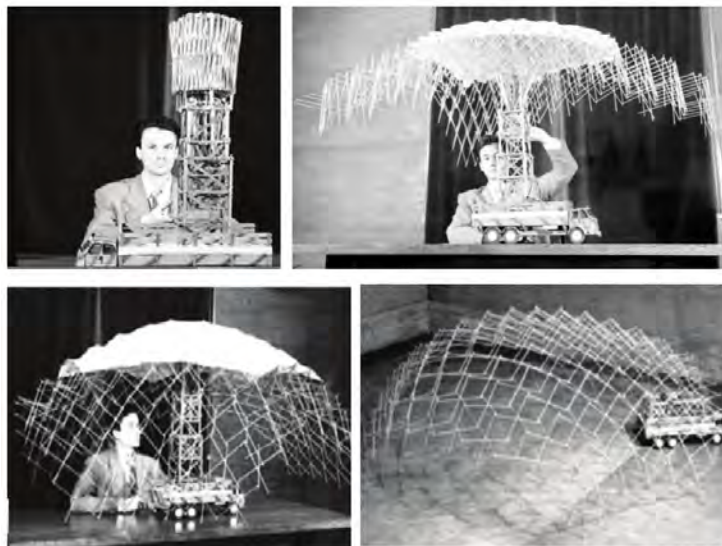


Figura 23 – Piñero com o protótipo do seu teatro móvel, (Normale & Cachan, 2012).

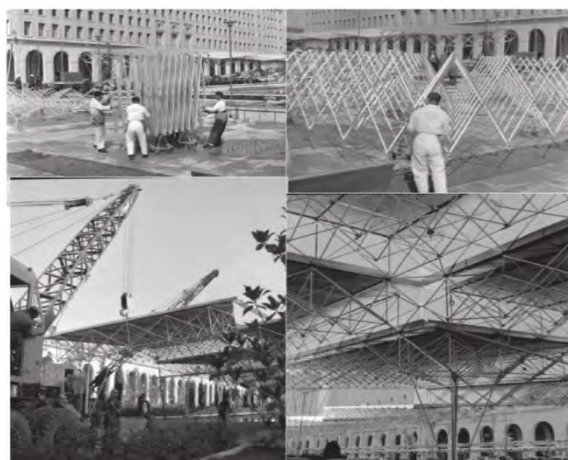


Figura 24 – Pavilhão em comemoração aos 25 anos do fim da guerra civil (Belda & Almagro, 2016).

Felix Escrig, também arquiteto e espanhol, é considerado um dos pesquisadores mais produtivos na área das estruturas dobráveis (De Temmerman, 2007). Ele efetuou melhorias no trabalho de Piñero e, durante duas décadas de pesquisas, obteve grandes avanços na compreensão dessas estruturas. Juntamente com seus colaboradores, Escrig desenvolveu uma formulação para determinar o comprimento das barras, garantindo que a estrutura alcançasse sua forma mais compacta (explicada na seção 3.1) (Escrig & Valcarcel, 1992). Com esta condição garantida, Escrig, (1988; 1985) explorou diversas formas estruturais novas,

utilizando unidades planas e espaciais e propôs diferentes conectores ilustrados na Figura 25.

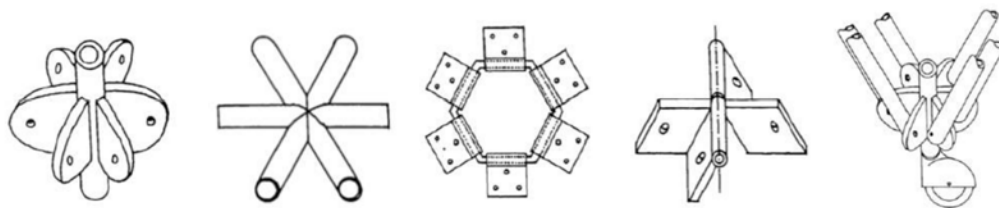


Figura 25 – Exemplos de conectores propostos por Escrig (1985).

Escrig, assim como muitos outros autores, (Kokawa, 1995; Kokawa, 1996; De Temmerman, 2007), propôs soluções para o problema de transformação e implantação dessas estruturas. Diversos modelos em grande escala foram construídos, onde se destaca a cobertura de uma piscina com 30mx60m em Sevilha, 1996, composta por duas coberturas esféricas idênticas que, quando abertas, se uniam cobrindo a totalidade do espaço, Figura 26.

Juntamente com o professor Juan Valcarcel, com quem publicou diversos trabalhos (1992; 1995; 1998), Escrig analisou o comportamento de suas estruturas. Essas análises não eram muito sofisticadas, uma vez que consideravam uma resposta linear na configuração desformada.



Figura 26 – Cobertura da piscina em Sevilha, (Normale & Cachan, 2012).

Em 1990, o engenheiro americano Chuck Hoberman criou o elemento pantográfico angulado (Hoberman, 1990), apresentado na seção 2.3, Figura 15, que, dentre todos os elementos desenhados por ele, foi o que obteve maior destaque. Com o uso deste elemento, Hoberman construiu a cobertura móvel do Iris Dome (Hoberman, 1991). A estrutura era composta por mais de 11400 peças usinadas, cuja transformação era controlada por quatro macacos hidráulicos através de um

computador. Este mecanismo possibilitava um movimento suave de retração da cúpula de 6,2m de diâmetro e 10,2m de altura em direção ao seu perímetro, como a íris de um olho, Figura 27. Uma das desvantagens desse projeto consiste na dificuldade de conexão com uma fundação permanente. Além disso, a incompatibilidade dos eixos de rotação nos pontos de ligação entre dois elementos é tida como o principal problema desta estrutura por Kovács (2004). Isto ocorre devido ao posicionamento dos elementos, que é ditado pelas articulações principais posicionadas no plano tangente à estrutura. (Normale & Cachan, 2012). Apesar das críticas, pesquisadores como Al Khayer e Lalvani (1998) fizeram uso desse elemento para gerar novas geometrias estruturais.

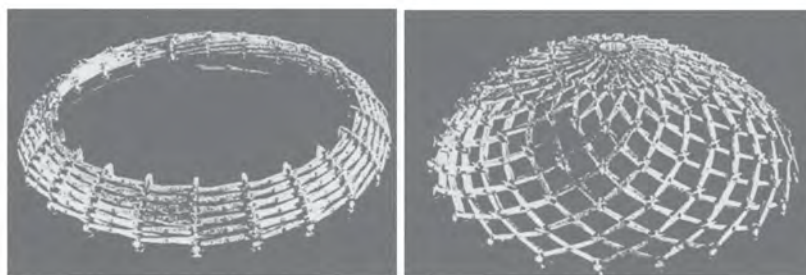


Figura 27 - Iris dome, (Geradin et al., 2001).

Modificações no elemento proposto por Hoberman foram propostas por You e Pellegrino em 1997 (You & Pellegrino, 1997). Eles notaram que o ângulo entre barras de elementos diferentes se mantinha constante durante a deformação e que, portanto, elas poderiam ser conectadas rigidamente mantendo essa angulação. Com base neste princípio, a chamada unidade angular generalizada foi desenvolvida, Figura 28. Esta unidade se assemelha à unidade angular, porém, ao invés de elementos angulares conectados por meio de articulações, cada um dos elementos da unidade angular generalizada é composto por certo número de barras conectadas rigidamente. Por ser um membro contínuo, um conjunto de barras pode ser substituído por um único elemento generalizado, permitindo utilizar barras maiores e menos junções, o que resulta no aumento da estabilidade do sistema, pois o uso desta unidade não só diminui a quantidades de elementos necessários como também reduz a complexidade da conexão. A Figura 29 ilustra uma estrutura

circular formada por elementos angulares generalizados em três estágios de transformação.

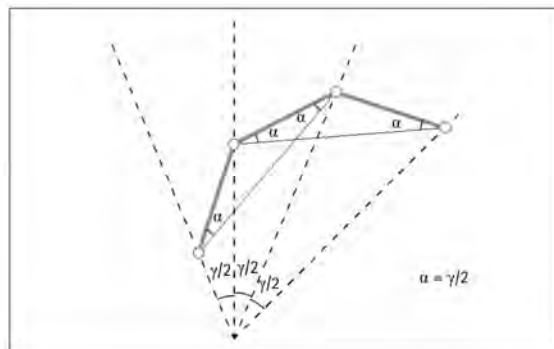


Figura 28 – Elemento angular generalizado, (De Temmerman, 2007)

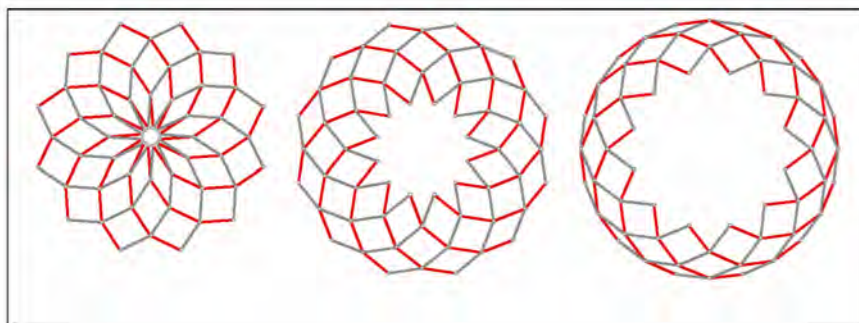


Figura 29 - Estrutura circular formada por elementos angulares generalizados em três estágios de deformação, (De Temmerman, 2007).

A maior parte das estruturas dobráveis da literatura já possui o seu formato compacto e completamente aberto pré-definidos, onde a transformação se dá entre essas duas configurações, Zuk W et al. (1970, apud (Yenal Akgün et al., 2011b), Akgün et al. (2007) com o intuito de possibilitar a mudança de configuração de estruturas de telhado compostas por elementos pantográfico, criou o elemento pantográfico modificado (M-SLE). Este elemento se diferencia dos elementos pantográficos convencionais (translacionais e polares) por possuir dois pontos de articulação a mais entre a extremidade inferior da barra e a articulação principal, Figura 30 (a). Estas articulações extras não só aumentam o número de graus de liberdade como também a capacidade de transformação geométrica do sistema como um todo. O uso destes elementos requer, entretanto, o auxílio de motores e atuadores para possibilitar o posicionamento da estrutura em diversos formatos, como ilustra a Figura 30 (b), onde dois elementos modificados são combinados com elementos polares para formar a estrutura. Mesmo que o uso de uma maior

quantidade desses elementos na construção da estrutura proporcione um maior número de possibilidades de transformações de forma, o custo aumenta consideravelmente, uma vez que um maior número de motores e atuadores é necessário. Por esse motivo, um estudo deve ser feito para determinar o número ótimo de elementos modificados para que a estrutura atinja os seus objetivos.

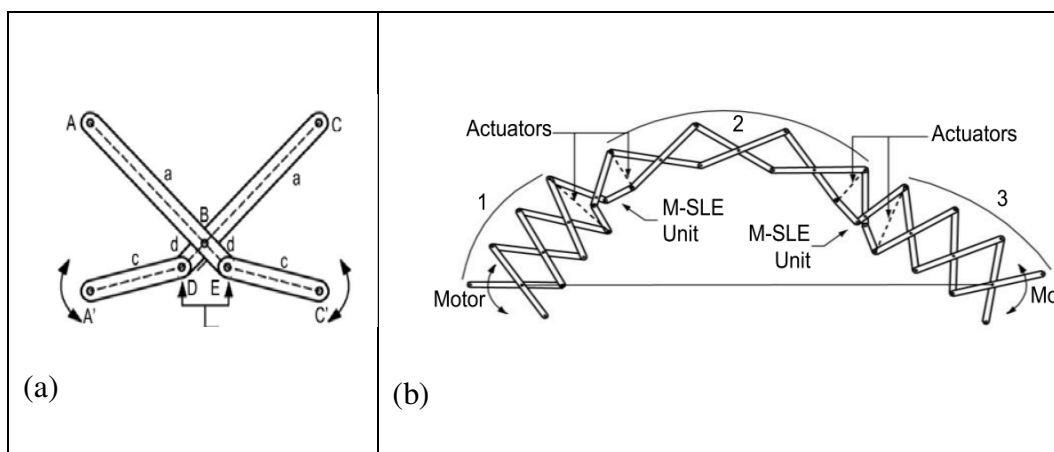


Figura 30 – (a) Elemento pantográfico modificado, (b) Estrutura composta por elementos polares e 2 elementos modificados, necessitando de 4 atuadores para a mudança de forma (Akgün et al., 2007).

Akgün e colaboradores (Akgün, 2010; Akgün et al., 2011b) avaliaram com um programa computacional como a localização dos atuadores influenciam no desempenho da estrutura proposta por Akgün et al. (2007), considerando quatro posicionamentos diferentes dos atuadores, Figura 32. Além disso, análises estáticas, envolvendo cargas de vento e neve, foram feitas a fim de obter a seção transversal mais eficiente. Em 2011, Akgün et al. (2011b) estudou a adição do elemento modificado em uma estrutura tridimensional, Figura 33.

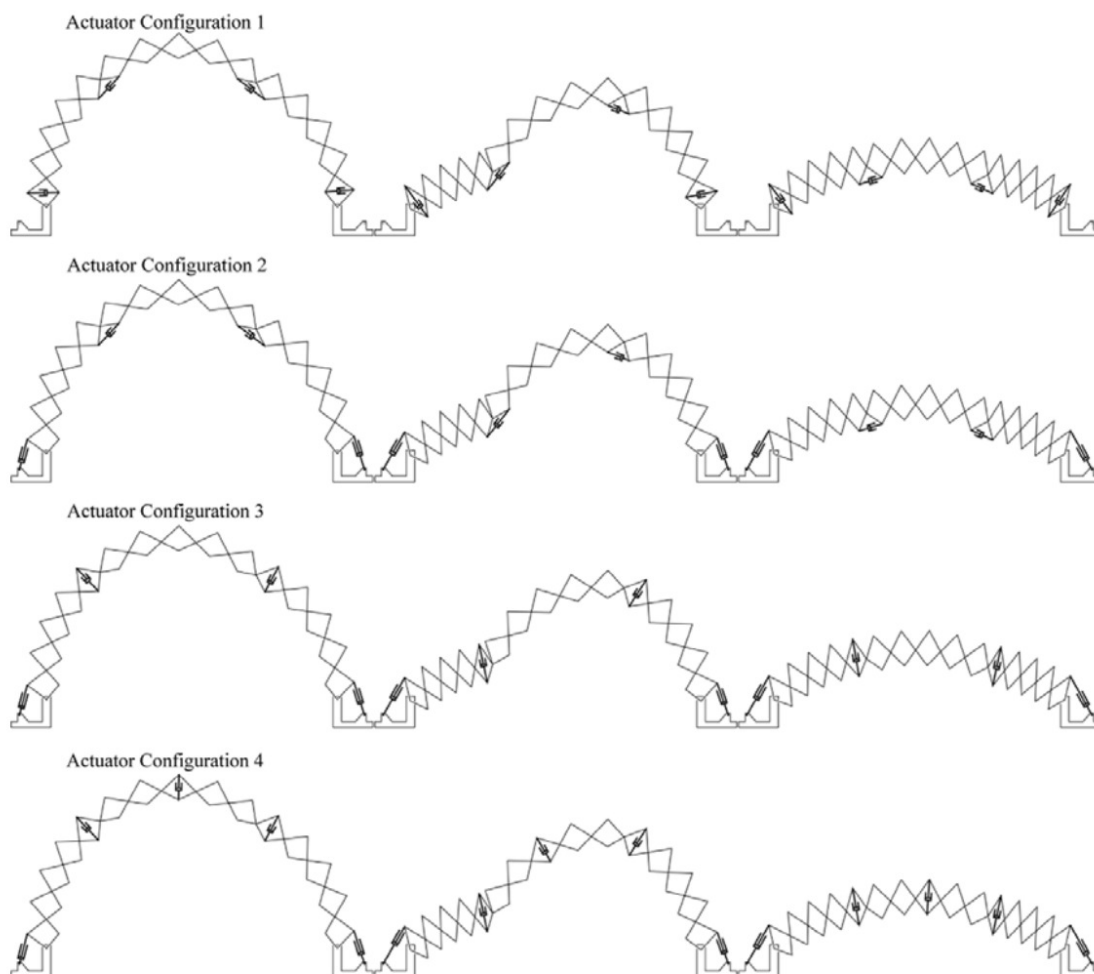
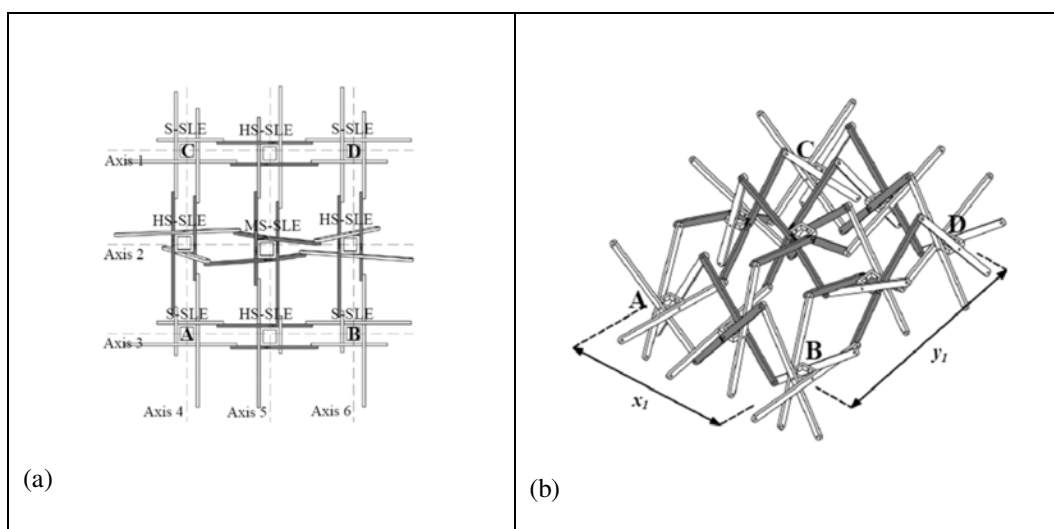


Figura 31 - Configurações do posicionamento dos atuadores analisadas, (Akgün, 2010)



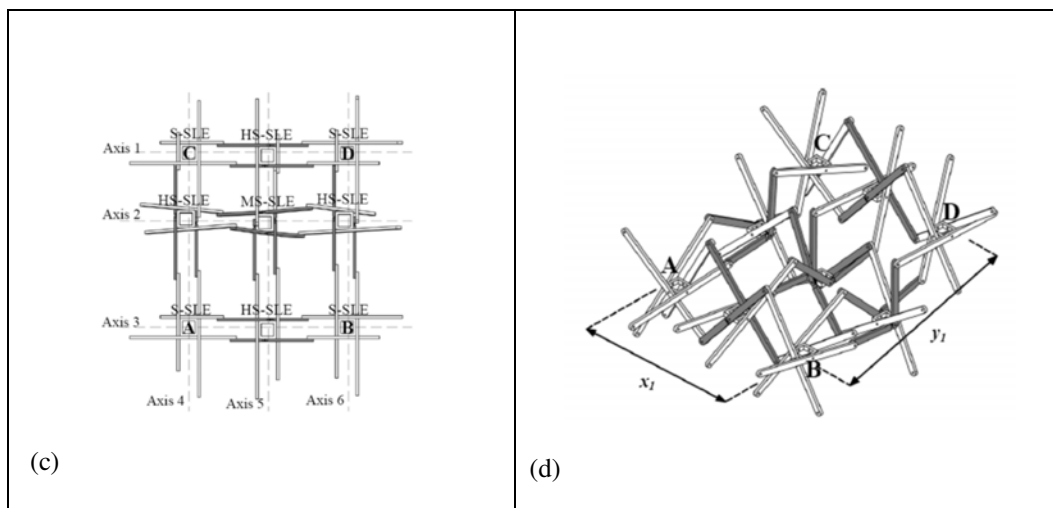


Figura 32 - Configuração 1: vista superior (a), perspectiva (b); Configuração 2: vista superior (c), perspectiva (d).

Também, tendo como base os estudos de Hoberman, De Temmerman e Mira (2012) apresentaram um novo elemento pantográfico que pode ser utilizado como elemento translacional, polar e angular, o chamado componente pantográfico universal (USC), Figura 33. Este componente único pode ser reconfigurado para formar uma variedade de geometrias, o que permite que estruturas compostas por eles possam ter um uso múltiplo e se adaptarem a diferentes aplicações. Além disso, eles apresentam um melhor desempenho a flexão e menores deformações. Mira et al. (2015) comparou o desempenho de estruturas compostas por elementos tradicionais e pelo elemento universal. Os resultados mostraram que as estruturas compostas pelo elemento universal são mais eficientes, devido ao fato de que o seu comportamento, ao contrário das estruturas compostas por elementos tradicionais, é governado pelo cisalhamento, e não pela flexão. Isso também influencia a seção transversal das barras dessas estruturas, que podem ser mais esbeltas e, portanto, mais leves que as dos demais elementos. Apesar dos resultados estruturais superiores, estruturas compostas por estes elementos são muito menos compactas do que as compostas por elementos polares ou translacionais.

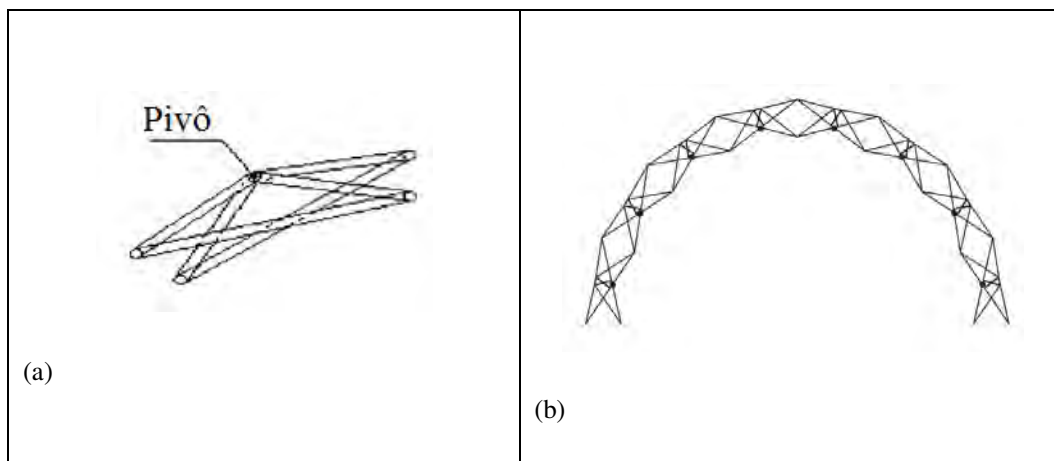


Figura 33 – (a) Elemento pantográfico universal, (On, 2014). (b) Estrutura composta pelo elemento pantográfico universal, (Mira et al., 2015).

As primeiras estruturas construídas utilizando esses elementos eram mecanismos puros, e apesar de serem livres de tensões em todos os estágios de transformação, tinham a desvantagem de necessitar de mecanismos adicionais para se fixar na posição totalmente aberta (Arnouts, 2017).

Zeigler (1976) foi o primeiro a identificar e explorar o fenômeno de *snap-through* dessas estruturas para produzir um efeito de travamento automático, levando a um sistema autoportante. Ele patenteou um sistema que confere estabilidade à estrutura na configuração aberta sem a necessidade de elementos adicionais, como cabos ou dispositivos de travamento. A primeira estrutura que utilizou esse mecanismo foi a sua cúpula esférica, elaborada em 1974, Figura 34, onde o travamento é obtido por incompatibilidade geométrica entre comprimentos das barras (De Temmerman, 2007), o que leva a um salto dinâmico, travando a estrutura na forma desejada. Esse tipo de estrutura é livre de tensões na configuração inicial, porém desenvolve tensões durante a transformação. Sua maior desvantagem são as tensões residuais em alguns membros, que muitas vezes provocam uma deformação plástica e levam a uma diminuição da capacidade de carga da estrutura, o que a torna mais suscetível a falhas catastróficas devido a flambagem (Gantes, 1991). Com o intuito de melhor controlar o efeito de *snap-through*, Zeigler (1976) analisou variações na forma e tipo de conexões, introduzindo juntas deslizantes em algumas articulações principais e tornando as conexões das extremidades mais flexíveis por meio da inserção de molas.

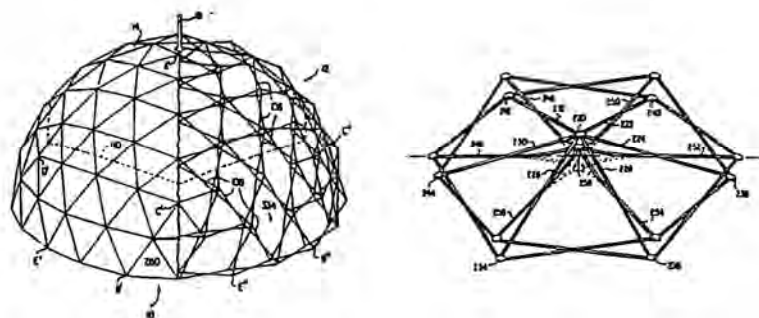


Figura 34 - Cúpula esférica e o sistema básico, (Rosenfeld & Logcher, 1987).

Liew et al. (2008) estudaram uma nova configuração geométrica para as estruturas dobráveis onde o *snap-through* também é usado para levar a estrutura a uma configuração aberta. Entretanto, diferente de Zeigler (1976), não existe tensões residuais nessa configuração. Eles utilizam os elementos tradicionais para criar suas estruturas, que são conectados de modo a formar unidades que, vistas de cima, têm a forma de um polígono. Cada lado desse polígono consiste em um elemento, e o número de lados pode variar entre 3 e 6, Figura 35. Essas unidades podem formar estruturas com formatos variados, como exemplifica a Figura 36.

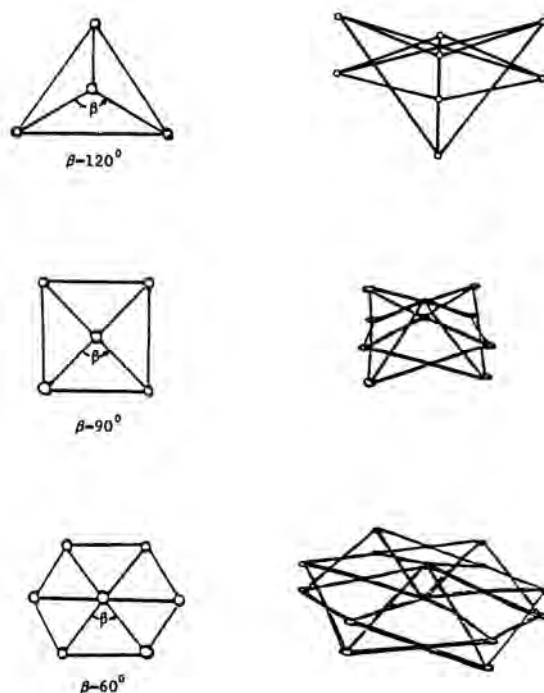


Figura 35 – Exemplos de conexões propostas por Krishnapillai (Liew et al., 2008).

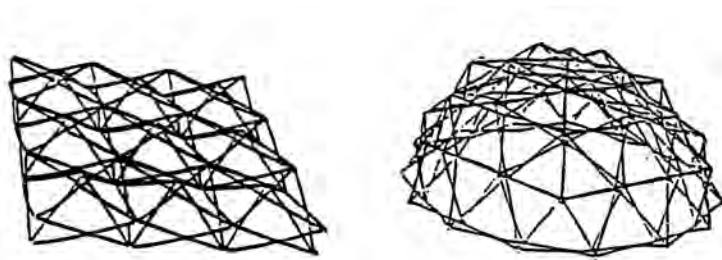


Figura 36 – Exemplo de estrutura plana e curva propostas por Liew et al. (Liew et al., 2008).

Tanto Liew et al. (2008) quanto Zeigler (1976) basearam seus projetos somente em observações experimentais. Entretanto, por apresentarem um comportamento não linear durante a transformação, a análise dessas estruturas é extremamente importante.

Gantes (1991) foi o primeiro a criticar a falta de estudo sobre o comportamento dessas estruturas e apresentou uma análise não linear durante a transformação da estrutura. Mais tarde, destacou a importância de um programa de modelagem em elementos finitos para simular o processo de transformação destas estruturas (Gantes, 1997). Através da análise feita com esses programas é possível avaliar o fenômeno de *snap-through*, causado pela não linearidade geométrica. Na sua investigação sobre o comportamento das estruturas, Gantes verificou a importância de o material permanecer com comportamento linearmente elástico para que tensões residuais não comprometam a capacidade de carga da estrutura em serviço. Através dessas análises, Gantes pôde investigar diversas estruturas biestáveis e, com isso, desenvolveu abordagens para o projeto de diversos tipos de estruturas. Duas das estruturas biestáveis propostas por ele (Gantes & Konitopoulou, 2004), um arco elíptico e uma cúpula geodésica podem ser observados na Figura 37.

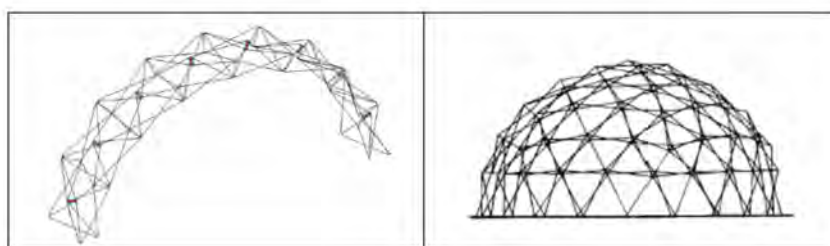


Figura 37 - Arco elíptico e a cúpula geodésica, (Gantes & Konitopoulou, 2004).

Os avanços tecnológicos nas últimas décadas proporcionaram o desenvolvimento de diversas ferramentas computacionais, possibilitando a análise avançada de estruturas ajustáveis. Essas ferramentas não só possuem recursos de visualização gráfica como também propõem algoritmos para simulação do movimento exato das barras e articulações. Ao mesmo tempo, a digitalização do processo de fabricação se constitui em uma importante ferramenta que permite construir objetos em uma escala real. Estes instrumentos também nos permitem alcançar um grau de precisão muito maior do que os obtidos com meios de fabricação manual.

Li et al. (2017) investigaram a carga de flambagem de estruturas com base no elemento tipo tesoura sob seu próprio peso. No entanto, verificaram que quando o número de elementos ou o grau de abertura excedia certos intervalos, mesmo sem carga externa, a estrutura entrava em colapso sob peso próprio. Para resolver esse problema, Li et al. (2017) derivam um novo modelo de estabilidade baseado em análise elástica linear e métodos de energia para calcular a carga de flambagem causada por seu próprio peso. No processo de cálculo, o primeiro elemento é utilizado para análise mecânica e os resultados são estendidos a qualquer unidade. Na sequência deste processo, considera-se a estrutura ajustável em tesoura equivalente a uma coluna sólida uniforme e sua condição de flambagem sob peso próprio é obtida com base no princípio da energia potencial mínima, Figura 38. Além disso, o efeito de vários parâmetros que afetam a instabilidade da estrutura, como o número de elementos e o comprimento da barra, é investigado e os resultados da análise teórica são verificados por meio de uma comparação com os resultados da simulação no ANSYS, que mostram que o novo modelo proposto pode prever de forma satisfatória a carga de flambagem da estrutura.

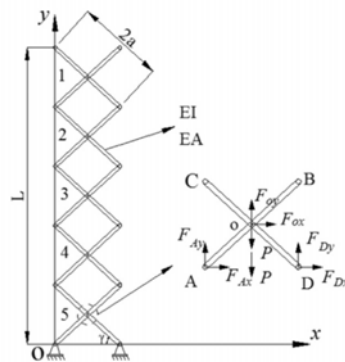


Figura 38 – Estrutura analisada por Li et al., (Li et al., 2017).

Mira et al. (2012) investigaram o uso de diversas ferramentas numéricas na busca por um melhor projeto para estrutura ajustáveis. Neste estudo, parâmetros básicos como a altura e vão foram variados e os três tipos clássicos de elementos (translacional, polar e angular) são utilizados. Constatou-se que o procedimento utilizado, além de otimizar o projeto da estrutura, permite a análise estrutural de forma integrada, o que possibilita levar em consideração a resposta estrutural na escolha da forma geométrica.

Em 2014, Mira et al. (2014) desenvolveram um abrigo de emergência rapidamente implantável utilizando elementos pantográficos. Foi feita uma análise paramétrica utilizando o método dos elementos finitos a fim de obter o projeto inicial. Um protótipo em escala real foi testado a fim de validar/calibrar o modelo computacional, como também avaliar o processo de transformação e a influência de diferentes condições de apoio, incluindo cabos, na rigidez da estrutura.

Recentemente Mira et al. (2015) utilizaram programas computacionais a fim de avaliar a influência dos diversos parâmetros geométricos no comportamento da estrutura. O estudo se dividiu em duas partes, onde na primeira foi feito uma análise da sensibilidade do comportamento da estrutura com a variação dos parâmetros. Nesta primeira parte, foi possível identificar os valores de cada parâmetro que apresentavam influência mais significativa nas propriedades estruturais. Com isso, na segunda parte, um estudo paramétrico considerando esses valores foi feito a fim de otimizar a estrutura e encontrar as combinações de parâmetros que produzem a solução mais eficiente, no que diz respeito ao menor peso. O estudo avaliou estruturas compostas por cinco tipos de elementos: translacional, angular, polar,

USC polar e USC translacional e chegou-se à conclusão de que estruturas constituídas por elementos USC são mais eficientes com relação à sua massa total e magnitude das deformações.

Recentemente, Santana et al. (2018; 2019a; 2019b; 2019c; 2019d) desenvolveram o programa computacional "Galileo" na linguagem de programação C++, que é capaz de realizar análises estáticas e dinâmicas não lineares, considerando os efeitos de segunda ordem e comportamento inelástico dos materiais, bem como o comportamento mecânico das conexões. Este programa será utilizado nas análises dessa dissertação.

5. Projeto Geométrico da Estrutura

O que torna o processo de projeto das estruturas ajustáveis complexo é que, além da preocupação em obedecer a certas restrições para garantir que a estrutura consiga atingir a forma mais compacta possível, as estruturas ainda devem ser avaliadas computacionalmente para entender seu comportamento durante e após a transformação e para garantir sua capacidade de carga.

De Temmerman (2007) apresentou em sua tese de doutorado uma metodologia para a escolha de uma geometria adequada com base em parâmetros arquiteturalmente relevantes, seguida de uma avaliação da cinemática do sistema, para terminar com um estudo de viabilidade estrutural e aplicou-os posteriormente em vários estudos de casos, dentre os quais um arco circular. A partir de uma configuração deformada previamente estipulada, os elementos são posicionados de forma a obedecer às restrições apresentadas na seção 3.1.

5.1. Método Geométrico

Existem formas de montagem distintas para cada tipo de unidade e, em cada caso, métodos diferentes se os elementos pantográficos mantêm sua altura (t) constante ou se esta é variável.

Para a construção puramente geométrica usando elementos translacionais, De Temmerman (2007) usa uma elipse para garantir a restrição de transformação. Neste método, os focos da elipse são os pontos dos nós da extremidade do elemento, onde existe a conexão com outro elemento. Os nós da articulação principal dos dois elementos conectados devem estar contidos na elipse, como exemplifica a Figura 39.

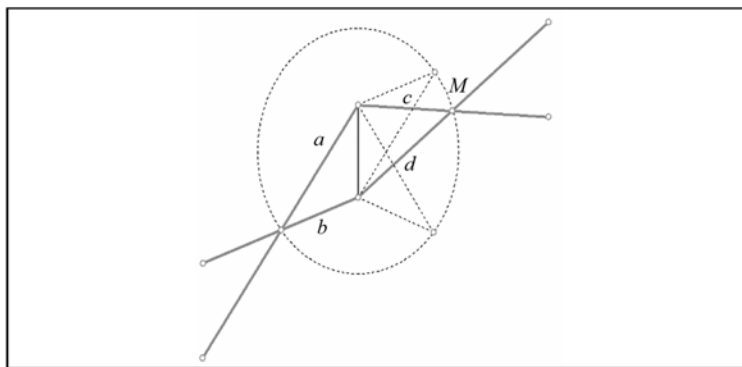


Figura 39 – Elipse restringindo o posicionamento das articulações a fim de obedecer a restrição de deformação, (De Temmerman, 2007).

Quando somente elementos polares são utilizados, ao invés da elipse, essa restrição por ser garantida pelo uso de um círculo, como exemplifica a Figura 39. Essas formas de montagem são demonstradas a seguir.

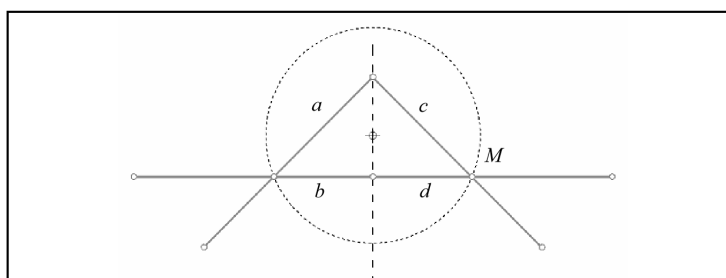


Figura 40 – Uso do círculo como restrição de elementos polares, (De Temmerman, 2007).

5.1.1. Unidades Polares

5.1.1.1. Altura Variável

Para construir o arco utilizando elementos polares, as barras que os compõem devem possuir tamanhos distintos e os pivôs de todos os elementos devem estar posicionados sobre a curva de referência. A construção segue os seguintes passos, Figura 41:

- 1) Para posicionar um elemento, determinam-se as suas duas extremidades por linhas que se interceptam no centro O. O ponto C, que corresponde à posição do pivô, é posicionado arbitrariamente em cima da curva de base entre as linhas e o segmento MM' é traçado de modo a tangenciar a curva no ponto C.

- 2) O elemento é desenhado com a articulação principal posicionada no ponto C e a reta MM' deve ser a bissetriz do ângulo formado entre barras. O traçado das barras do elemento é limitado pelas linhas de extremidade e, com isso, as alturas t_1 e t_2 do elemento são determinadas.
- 3) Os pontos M e M' são os centros dos círculos de, respectivamente, raio MC e M'C, que são traçados para delimitar o posicionamento dos próximos elementos. Eles devem ter a articulação principal posicionada no ponto da interseção entre o círculo e o arco e se unir ao elemento já existente pelos dois nós extremos através de rótulas.
- 4) Agora a linha tangente ao ponto onde está a articulação principal do novo elemento é traçada, o ponto em que essa linha intercepta a linha de divisão é o centro do novo círculo e a continuação desse processo leva à forma final da estrutura.

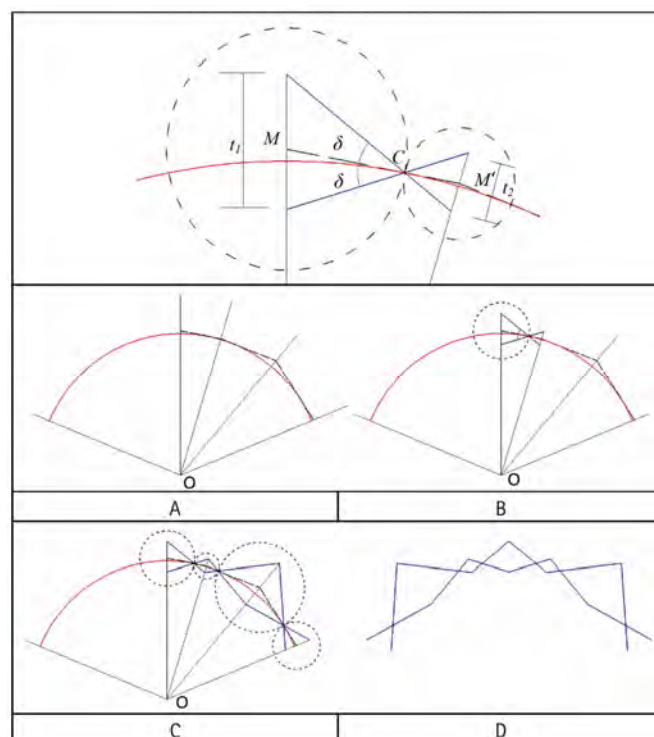


Figura 41 – Arco é dividido em partes angulares diferentes. Círculos interceptam o arco determinando o local da articulação principal dos elementos, (De Temmerman, 2007).

5.1.1.2. Altura Constante

Existem dois métodos para construir a estrutura com altura constante, um necessita que as duas barras que formam o elemento tenham o mesmo comprimento e o outro, além disso, usa elementos idênticos. A construção segundo o primeiro método se dá conforme os seguintes passos:

- 1) A curva de base é dividida em partes iguais por linhas radiais que se interceptam no centro do círculo (ponto O). O ponto C é escolhido de tal forma que fique no ponto médio de duas linhas de divisão. A reta MM' é traçada de modo a tangenciar a curva no ponto C.
- 2) O primeiro elemento é desenhado com a articulação principal posicionada no ponto C e a reta MM' deve ser a bissetriz do ângulo formado entre barras, como mostra a Figura 41. A partir disso, a altura t do elemento é determinada.
- 3) Os pontos M são os centros dos círculos de raio MC que são traçados para delimitar o posicionamento dos próximos elementos. Eles devem ter a articulação principal posicionada no ponto da interseção entre o círculo e o arco e se unir ao elemento já existente pelos dois nós extremos. Os nós da outra extremidade são delimitados pela linha da divisão.
- 4) A linha tangente ao ponto onde está a articulação principal do novo elemento é traçada e o ponto onde ela intercepta a linha de divisão é o centro do novo círculo. A continuação desse processo leva à determinação da topologia da estrutura.

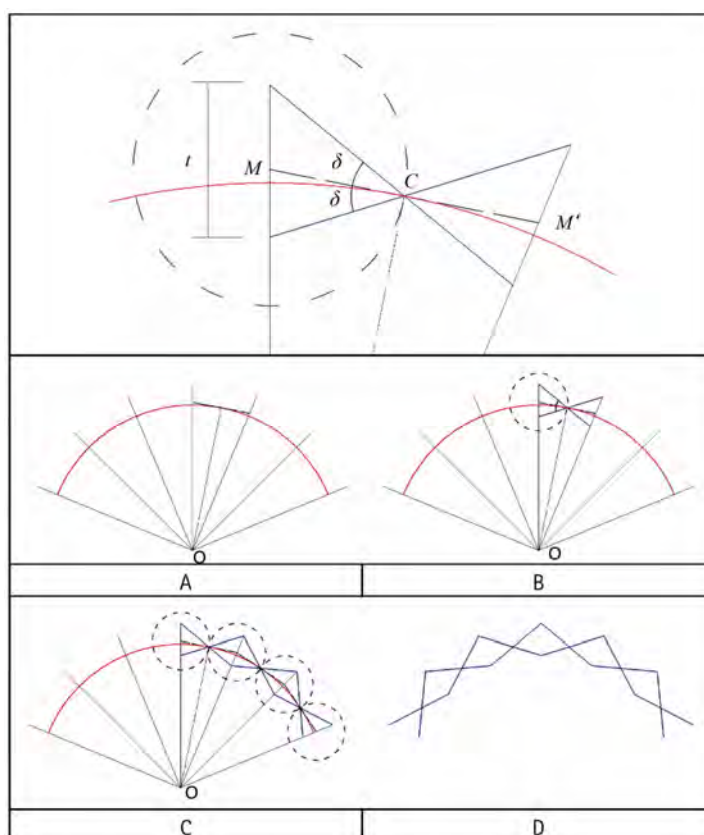


Figura 42 – O arco é dividido em trechos angulares iguais. Círculos interceptam o arco determinando o local da articulação principal dos elementos, (De Temmerman, 2007).

O outro método faz uso de dois arcos concêntricos para delimitar o espaço onde os elementos são posicionados e, com isso, manter a altura t constante para todos os elementos. Este método segue os seguintes passos:

- 1) Os arcos são desenhados com o mesmo centro, mantendo uma distância t entre eles. Linhas de divisão partindo do centro são desenhadas, igualmente espaçadas entre si, interceptando os dois arcos.
- 2) Os pontos de interseção entre as linhas de divisão e os arcos definem as posições das articulações extremas do elemento. As articulações extremas inferiores devem ser posicionadas nas intercessões com o arco mais interno, e as superiores com o arco mais externo. A continuidade deste procedimento leva à completa junção dos elementos e determinação da forma da estrutura.

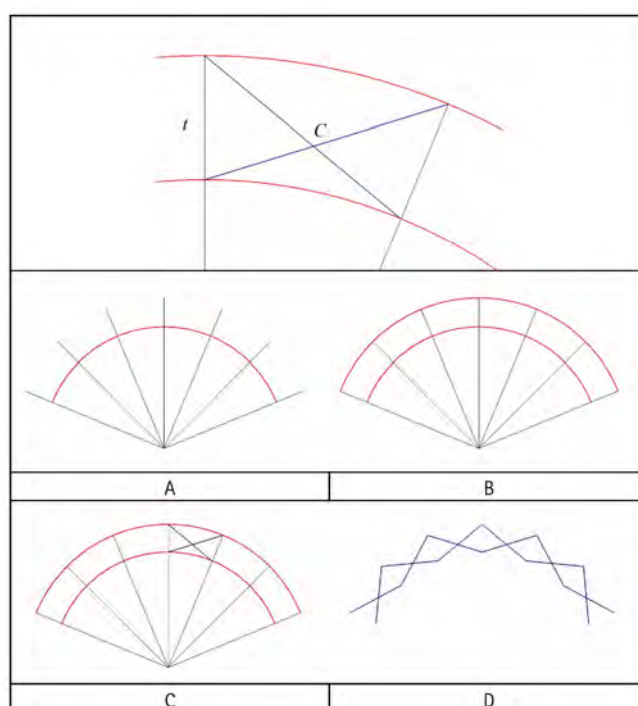


Figura 43 – Um arco mais externo e outro mais interno determinam a altura dos elementos da estrutura, (De Temmerman, 2007).

5.1.2. Unidades Translacionais

Ao contrário das unidades polares, que comumente usam curvas circulares como base, as unidades translacionais podem se adaptar a qualquer formato de curva. Existe um método geral para essas unidades que possibilita utilizar todas as

possíveis curvas como base. Este método é explicado abaixo tanto para o caso em que as alturas dos elementos são mantidas constantes, como quando são variáveis.

5.1.2.1. Altura Variável

Essa é uma abordagem trabalhosa, pois uma elipse diferente deve ser desenhada para determinar a localização da articulação média de cada novo elemento. A construção segue os seguintes passos:

- 1) O segmento vertical PQ de comprimento t_1 é desenhado interceptando a curva de base no seu ponto médio (M). O ponto K é posicionado sobre a curva de base e representa a posição do pivô do elemento.
- 2) Com os pontos P, Q, K e M, uma elipse de centro M, focos P e Q e que intercepta o ponto K pode ser desenhada. A reta ST, de comprimento t_2 é posicionada de modo a interceptar a curva de base no ponto M', que coincide com o seu ponto médio. O elemento é traçado a partir dos pontos extremos das duas retas.
- 3) Com os pontos S, T e M' definidos, uma segunda elipse centrada no ponto M', com focos nos pontos S e T e que passa pelo ponto K pode ser desenhada. O outro ponto de interseção desta elipse com a curva de base é determinado, onde a articulação média do próximo elemento deve estar localizada. A repetição do processo leva à forma final da estrutura.

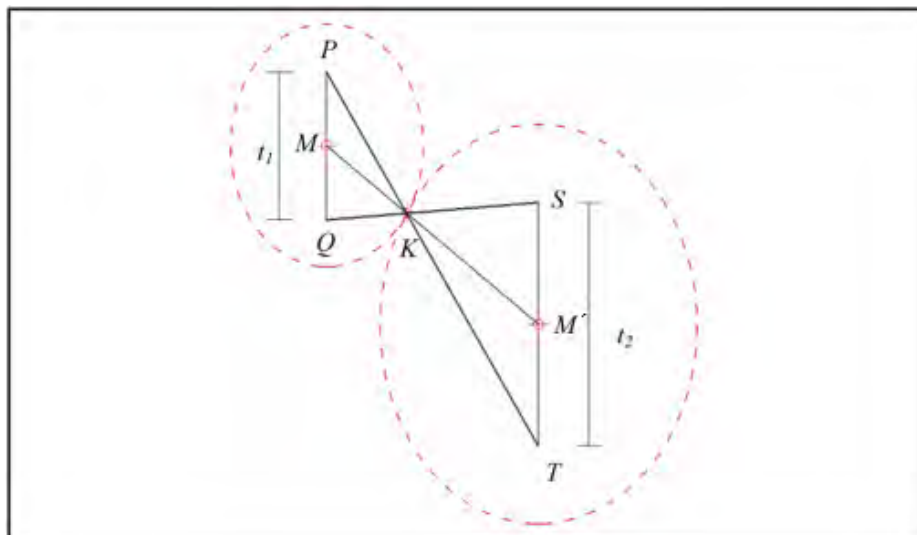


Figura 44– Duas elipses de diferentes tamanhos para garantir a restrição de deformação, (De Temmerman, 2007).

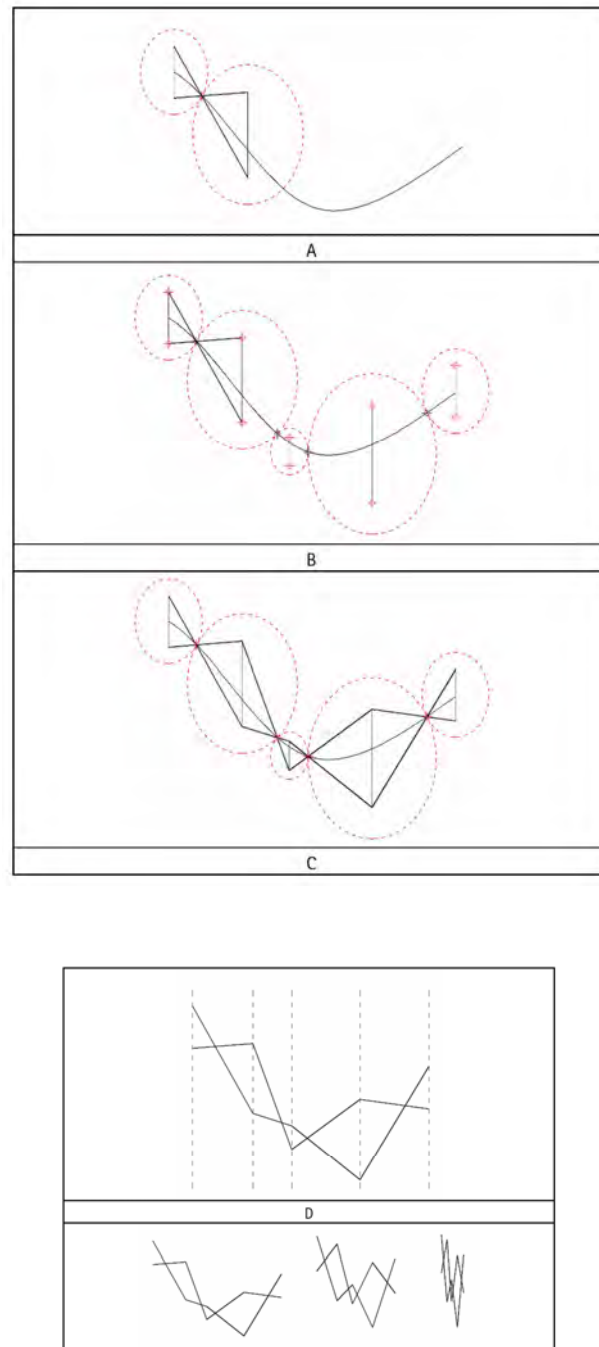


Figura 45 – Elipses de diferentes escalas determinam o local da articulação principal dos elementos, (De Temmerman, 2007).

5.1.2.2. Altura Constante

Para estruturas compostas por elementos translacionais, só há uma forma de manter a altura constante. Nela, as barras da unidade translacional devem possuir tamanhos diferentes. A construção da forma se dá através dos seguintes passos:

- 1) Linhas verticais de comprimento t , PQ e ST, são desenhadas a uma distância estipulada uma da outra. Os pontos médios das duas linhas interceptam a curva de base da estrutura. Estes pontos são identificados como os pontos M e M'. O elemento pode ser desenhado unindo-se as extremidades das linhas.
- 2) Com o elemento, uma elipse centrada no ponto M, que possui os pontos P e Q como seus focos e que intercepta o ponto da articulação principal do elemento, é desenhada. Desta elipse, se deriva outra, com o dobro do seu tamanho e com o mesmo centro.
- 3) Esta elipse maior é repetida, mas agora centrada no ponto M'. O outro ponto que a elipse intercepta a curva, desconsiderando o ponto M, é a posição do ponto médio da próxima linha de comprimento t . Com essa linha, o próximo elemento pode ser desenhado unindo os extremos das duas linhas vizinhas. O processo é repetido até que toda a curva de base esteja completa.

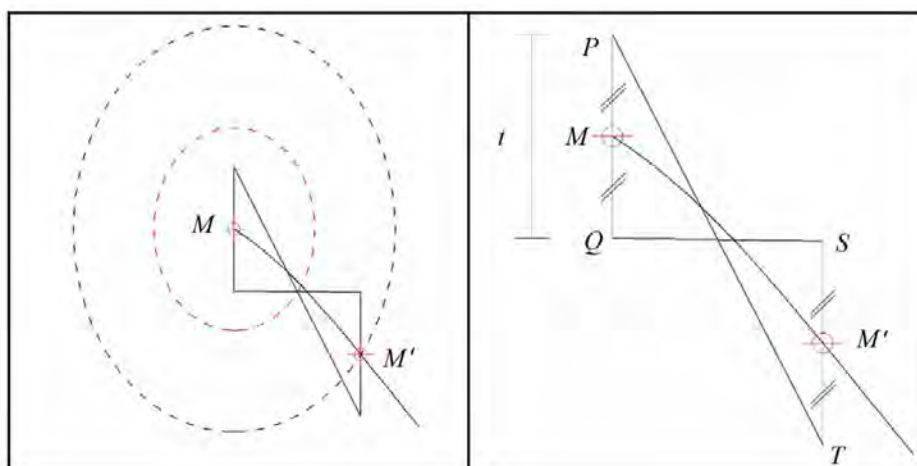


Figura 46 - Duas elipses usadas para garantir a restrição de deformação, (De Temmerman, 2007).

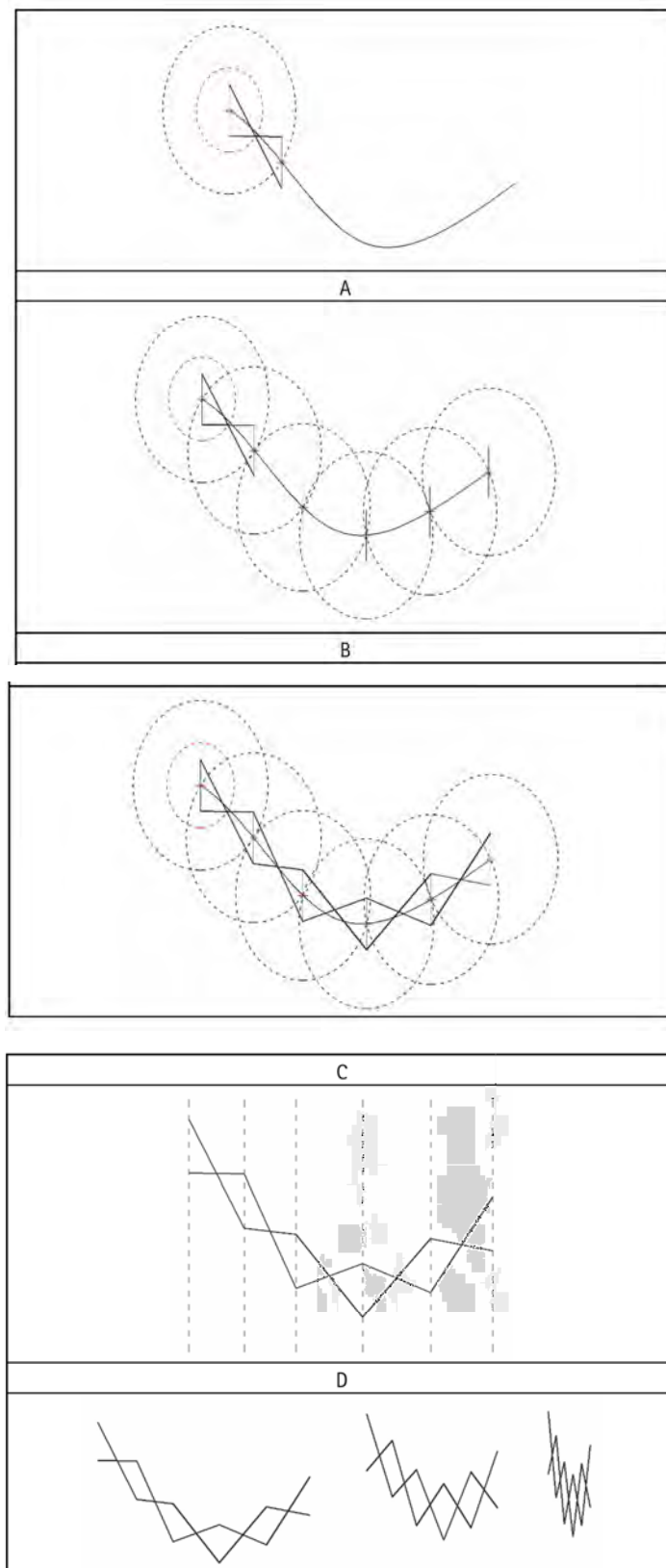


Figura 47 – Duas elipses usadas para garantir a restrição de deformação e manter a espessura da estrutura constante, (De Temmerman, 2007).

5.2. Método Seguindo Equações Matemáticas

Para todos os métodos, a curva de base é definida previamente. Assim, os parâmetros do arco como a corda (S) e a flecha (H_r) são conhecidos, enquanto que os parâmetros R_{in} , O , P_0 , P_n , α_n e ϕ , mostrados na Figura 48, são incógnitas, e precisam ser determinados.

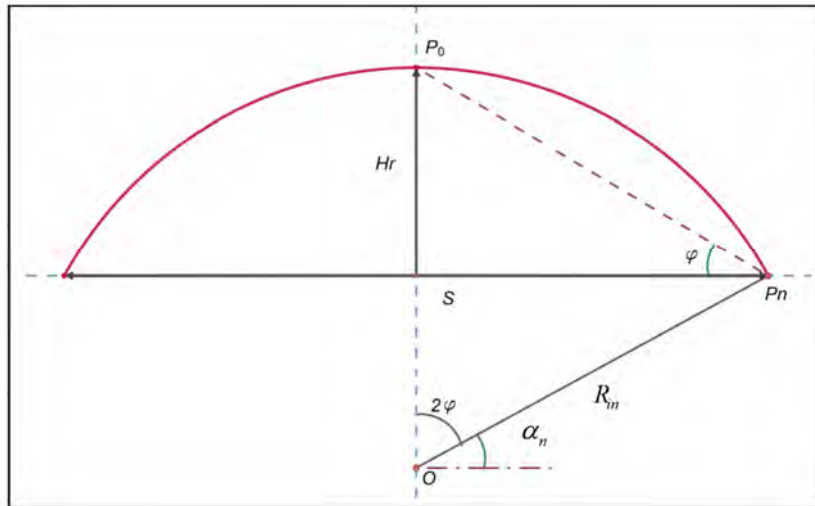


Figura 48 – Parâmetros utilizados na descrição da geometria do arco, (De Temmerman, 2007).

Inicialmente, R_{in} , α_n e ϕ são encontrados através das seguintes relações:

$$\tan\phi = H_r \quad (3.1)$$

$$\tan\phi = \frac{H_r}{S/2} \leftrightarrow \phi = \tan^{-1}\left(\frac{2H_r}{S}\right) \quad (3.2)$$

$$\sin(2\phi) = \frac{S/2}{R_{in}} \leftrightarrow R_{in} = \frac{1}{2} \frac{S}{\sin(2\phi)} \quad (3.3)$$

$$\alpha_n = \frac{\pi}{2} - 2\phi \quad (3.4)$$

A equação em coordenadas polares de um arco circular é dada por:

$$x = R_{in} \cos\alpha \quad (3.5)$$

$$y = R_{in} \sin\alpha$$

onde: $\alpha_n \leq \alpha \leq \pi - \alpha_n$

Com as equações (3.2), (3.3) e (3.4), obtêm-se as seguintes equações para x e y em função de H_r e S :

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2} \frac{S}{\sin\left(2\tan^{-1}\left(\frac{2H_r}{S}\right)\right)} \cos\alpha \\ y &= \frac{1}{2} \frac{S}{\sin\left(2\tan^{-1}\left(\frac{2H_r}{S}\right)\right)} \sin\alpha \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde: $\frac{\pi}{2} - 2 * \tan^{-1}\left(\frac{2H_r}{S}\right) \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} + 2 * \tan^{-1}\left(\frac{2H_r}{S}\right)$

Com a curva de base definida, somente dois outros parâmetros precisam ser definidos para a construção da estrutura, o número de elementos, U , e a altura t .

5.2.1. Elementos Polares

Este método possui duas curvas de base, com raios diferentes, e os elementos pantográficos são delimitados pelo espaço entre elas. Para isso, o ângulo ω deve ser dividido em partes angulares iguais γ , como mostram a Figura 49.

Sabe-se que:

$$\omega = U\gamma \quad (3.7)$$

e

$$\omega = 4\varphi \quad (3.8)$$

Portanto,

$$\gamma = 4 \frac{\varphi}{U} \quad (3.9)$$

Um valor para a espessura t é então escolhido. Com isso tem-se o raio da curva externa R_e , é obtido através da soma:

$$R_e = R_{in} + t \quad (3.10)$$

onde o valor de R_{in} é obtido através da equação (3.3).

Cada barra de comprimento L das unidades polares é dividida pela sua articulação central em dois trechos de tamanhos distintos a e b . Com isso tem-se que:

$$L = a + b \quad (3.11)$$

Encontrados os valores de a e b e do ângulo θ a geometria do elemento é definida e a estrutura pode ser construída.

Com o valor de γ , R_{in} e R_e , pode-se obter o valor de L através da expressão:

$$L^2 = R_{in}^2 + R_e^2 - 2R_{in}R_e \cos \gamma \quad (3.12)$$

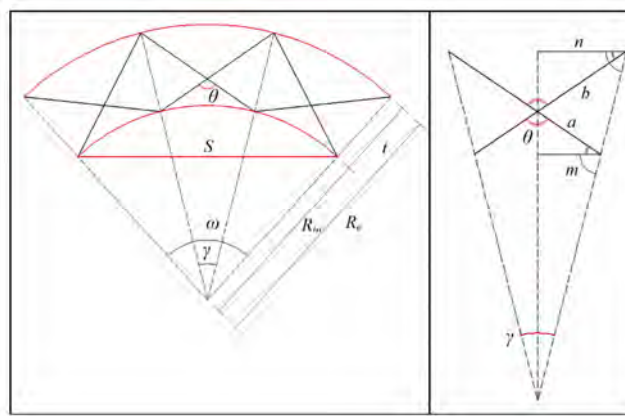


Figura 49 – Parâmetros necessários para o projeto das estruturas compostas por elementos polares, (De Temmerman, 2007).

Por semelhança de triângulos, tem-se:

$$\frac{R_{in}}{R_e} = \frac{m}{n} \quad (3.13)$$

e

$$\frac{m}{n} = \frac{a}{b} \quad (3.14)$$

Igualando as Equações (3.13) e (3.14), tem-se:

$$\frac{R_{in}}{R_e} = \frac{a}{b} \leftrightarrow aR_e = bR_{in} \quad (3.15)$$

Substituindo a Equação (3.11) na Equação (3.15), tem-se:

$$b = \frac{LR_e}{R_{in} + R_e} \quad (3.16)$$

e

$$a = \frac{LR_{in}}{R_{in} + R_e} \quad (3.17)$$

Adicionalmente, tem-se que:

$$m = a \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \quad (3.18)$$

$$m = R_{in} \operatorname{sen} \frac{\gamma}{2} \quad (3.19)$$

Por fim, igualando as Equações (3.18) e (3.19), obtêm-se a seguinte expressão para o ângulo θ :

$$\theta = 2 \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{R_{in}}{a} \operatorname{sen} \frac{\gamma}{2} \right) \quad (3.20)$$

Com isso, a geometria completa é gerada com base nos parâmetros H_r , S , U e t .

5.2.2. Elementos Translacionais

Como os pontos extremos dos elementos translacionais são conectados por linhas retas e paralelas entre si, a opção de utilizar linhas de divisão radiais na construção dessa estrutura, como para as com elementos polares, se torna inviável. Por isso, a abordagem utilizada na construção de estruturas com elementos translacionais envolve a utilização de um sistema de equações para segmentar a curva de base por linhas de ângulos distintos (α_n).

Primeiramente, o número de elementos, U , e a altura, t , são definidos. O número de elementos vai determinar quantos pontos de interseção entre as linhas de divisão e a curva de base devem ser calculados. Para explicar o método, um exemplo com quatro elementos ($U=4$) é descrito abaixo. Devido à simetria do arco, somente dois elementos são mostrados. A localização dos pontos P_0 e P_2 é conhecida, Figura 50. P_0 é o ponto médio e P_2 , o ponto na extremidade da curva. Assim, somente a localização do ponto P_1 precisa ser determinada.

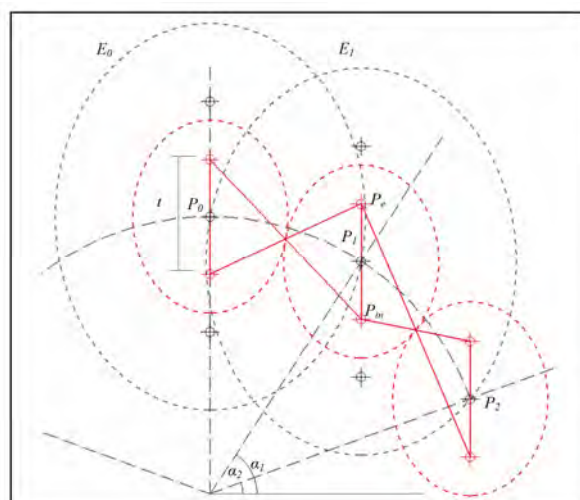


Figura 50 – Parâmetros necessários para o projeto das estruturas compostas por elementos translacionais, (De Temmerman, 2007).

De forma análoga à construção geométrica, elipses são utilizadas de forma a impor a restrição geométrica e determinar o ponto de interseção do ponto P_1 com a curva de base. A Figura 50 mostra a relação entre as duas elipses e a altura t do elemento. Esta relação é dada por:

$$t^2 = b^2 - a^2 \quad (3.21)$$

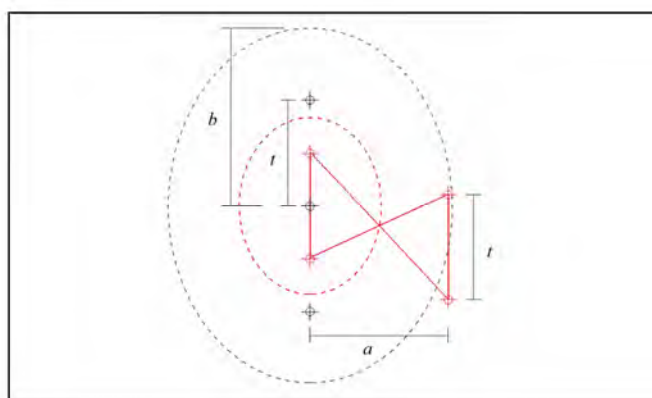


Figura 51 – Relação entre a elipse menor e a maior, (De Temmerman, 2007).

A equação polar para um arco circular é dada por:

$$x = R \cos \alpha \quad (3.22)$$

$$y = R \sin \alpha$$

A equação paramétrica para uma elipse com $0 \leq \theta \leq 2\pi$ é dada por:

$$x = a \cos \theta \quad (3.23)$$

$$y = b \operatorname{sen} \theta$$

O raio do arco circular, R , pode ser escrito em função de S e H_r através da equação 3.2. O ponto $P_0(x_0, y_0)$ tem coordenadas $(0, R)$ e P_2 é determinado a partir de α_2 , que pode ser expresso em termos de S e H_r .

As coordenadas do ponto $P_1(x_1, y_1)$, localizado sobre a curva de base, são determinadas em função do ângulo desconhecido α_1 , sendo dadas por:

$$x_1 = R \cos \alpha_1 \quad (3.24)$$

$$y_1 = R \operatorname{sen} \alpha_1$$

O ponto P_1 também está localizado na elipse E_0 , centrada no ponto $P_0(x_0, y_0)$, cujas coordenadas são dadas por:

$$x_1 = a \cos \theta_0 + x_0 \quad (3.25)$$

$$y_1 = b \operatorname{sen} \theta_0 + y_0$$

Igualando as equações 3.24 e 3.25, tem-se:

$$R \cos \alpha_1 = a \cos \theta_0 + x_0 \quad (3.26)$$

$$R \sin \alpha_1 = b \operatorname{sen} \theta_0 + y_0 \quad (3.27)$$

Analogamente, pode-se escrever as coordenadas do ponto $P_2(x_2, y_2)$, posicionados na curva de base como:

$$x_2 = R \cos \alpha_2 \quad (3.28)$$

$$y_2 = R \operatorname{sen} \alpha_2$$

e na elipse E_1 , centrada no ponto $P_1(x_1, y_1)$ como:

$$x_2 = a \cos \theta_1 + x_1 \quad (3.29)$$

$$y_2 = b \operatorname{sen} \theta_1 + y_1$$

Igualando as equações 3.28 e 3.29, tem-se:

$$R \cos \alpha_2 = a \cos \theta_1 + x_1 \quad (3.30)$$

$$R \sin \alpha_2 = b \operatorname{sen} \theta_1 + y_1 \quad (3.31)$$

As equações (3.26), (3.27), (3.30), (3.31) e (3.21) formam um sistema de cinco equações com cinco incógnitas. Com R , α_2 e t como parâmetros de entrada, o sistema pode ser resolvido para α_1 , a , b , θ_0 e θ_1 , obtendo-se:

$$\begin{aligned} R\cos\alpha_1 &= a\cos\theta_0 \\ R\sin\alpha_1 &= b\sin\theta_0 + R \\ R\cos\alpha_2 &= a\cos\theta_1 + R\cos\alpha_1 \\ R\sin\alpha_2 &= b\sin\theta_1 + R\sin\alpha_1 \\ t^2 &= b^2 - a^2 \end{aligned} \quad (3.29)$$

Dois casos diferentes devem ser mencionados:

- 1) $\alpha_2=0$: isso significa que P_2 se encontra no eixo x e coincide com o ponto final de um semicírculo.
- 2) $0 < \alpha_2 < \pi/2$: neste caso, P_2 se encontra em algum lugar no arco e depende da escolha do projetista quanto à forma da curva de base.

Agora que o valor de α_1 foi encontrado, as coordenadas de P_1 podem ser obtidas pela equação (3.24). A coordenada y dos nós P_e e P_{in} de cada elemento são facilmente encontradas adicionando-se e subtraindo-se, respectivamente, $t/2$ da coordenada y dos pontos P_0 , P_1 e P_2 .

Para cada elemento acrescentado, ou seja, para cada ângulo α_i adicional, duas novas equações são inseridas no sistema. Como isso, geralmente têm-se $2U+1$ equações e incógnitas no sistema, que pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} R\cos\alpha_1 &= a\cos\theta_0 \\ R\sin\alpha_1 &= b\sin\theta_0 + R. \\ R\cos\alpha_n &= a\cos\theta_{n-1} + R\cos\alpha_{n-1} \\ R\sin\alpha_n &= b\sin\theta_{n-1} + R\sin\alpha_{n-1} \\ t^2 &= b^2 - a^2 \end{aligned} \quad (3.30)$$

A abordagem não é limitada a arcos circulares. Qualquer equação para a curva pode ser utilizada, como, por exemplo, um arco parabólico (De Temmerman, 2007).

6. Estudo Paramétrico

Por serem estruturas flexíveis, e que, portanto, podem apresentar comportamento altamente não linear, o estudo das estruturas dobráveis deve considerar a influência de uma gama de parâmetros no seu desempenho estrutural. As propriedades cinemáticas e os parâmetros geométricos obtidos devem ser levados em consideração na escolha das características que definem o formato da estrutura, pois quanto maior a compreensão sobre o seu comportamento, mais coerente e eficiente se torna a escolha da sua geometria.

Nesse estudo diversas análises considerando alguns dos parâmetros essenciais para a construção da geometria da estrutura foram conduzidos. Os resultados obtidos podem ser observados nos itens abaixo.

6.1. Seleção dos Parâmetros

Os parâmetros básicos para a elaboração da geometria da estrutura em arco são: o tipo do elemento, a altura do arco (H), o vão do arco (L), a quantidade de elementos (n) e a altura dos elementos pantográficos (t), ilustrados na Figura 52.

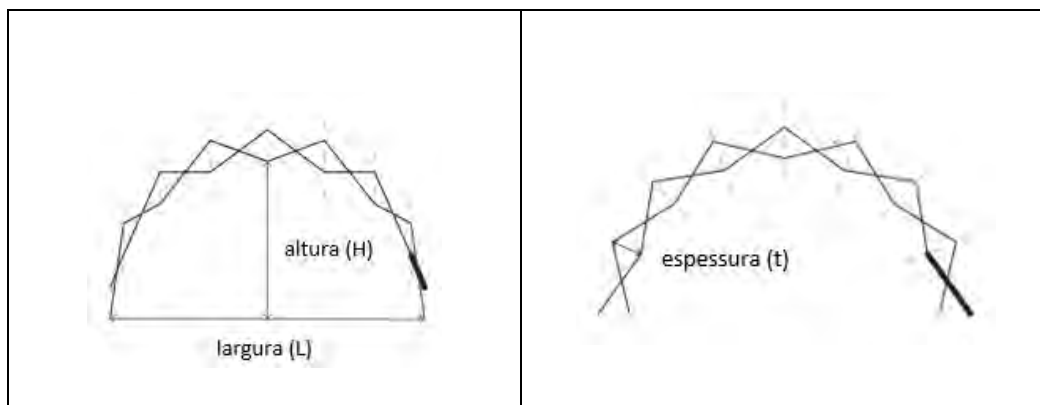


Figura 52 – Parâmetros básicos da geometria do arco.

Outros parâmetros fundamentais são o material das barras e a sua seção transversal. A escolha destes parâmetros é muito importante, uma vez que estes precisam proporcionar uma rigidez satisfatória para a estrutura, impedir o

escoamento das barras e sua flambagem local e serem, ao mesmo tempo, leves e esbeltos, permitindo que a estrutura seja facilmente transportada.

Os valores utilizados nessa pesquisa para a altura, vão do arco e seção transversal das barras seguem os resultados da pesquisa de Mira et al. (2015), que investigou a influência desses parâmetros, juntamente com o número de elementos, no comportamento de uma estrutura bidimensional em forma de arco. Entretanto, apenas uma análise linear elástica foi desenvolvida pelos autores. O objetivo do presente estudo consiste em encontrar a combinação de parâmetros que resultam na estrutura mais eficiente e leve. Para elementos pantográficos polares, os melhores parâmetros encontrados na pesquisa de Mira et al. (2015), foram $n=9$ e perfil de alumínio com seção transversal quadrada e vazada de 100x100mm e espessura de 3mm, área: 591mm², e, para elementos pantográfico translacionais, $n=7$ e perfil de alumínio com seção transversal de 90x90mm e espessura de 4mm, área: 704mm². Em ambos os casos foi constatado que o vão do arco (L) não possui muita influência no comportamento estrutural, mas a razão ideal encontrada entre vão e altura é de $L/H=2$. Com base nesta constatação, a vão e altura utilizada nesta pesquisa são de $L=6m$ e $H=3m$, respectivamente. Além disso, adota-se como material estrutural em todos os casos o alumínio EN-AW 6060, que possui densidade $\rho=2.710 \text{ g/cm}^3$, módulo de elasticidade $E=70 \text{ GPa}$ e resistência a tração de 140 a 230 MPa

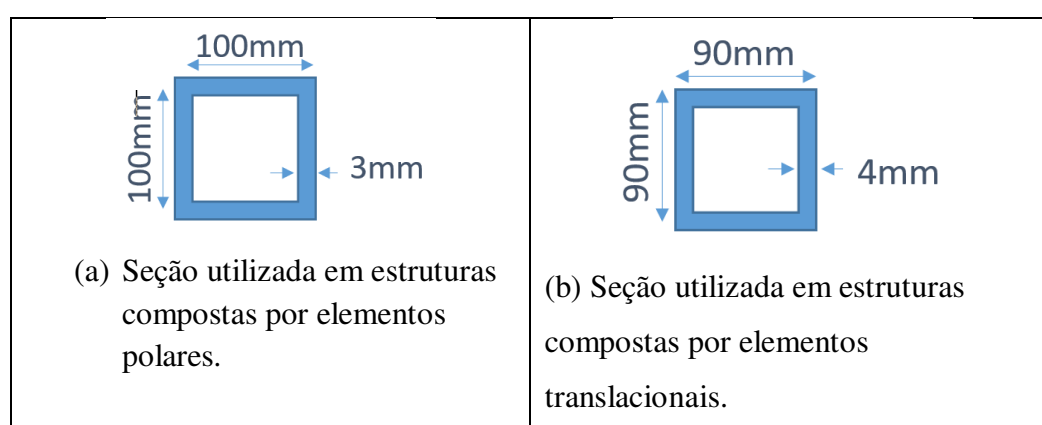


Figura 53 – Seção transversal dos perfis utilizados na pesquisa.

As formulações matemáticas apresentadas na seção 5.2 foram implementadas no programa computacional Galileo (Santana, 2019a), e são aqui usadas para definir a geometria da estrutura em função do número de elementos. Para seguir a

mesma curva base, barras que compõe os elementos polares de uma mesma estrutura possuem o mesmo tamanho, enquanto que as que compõem elementos translacionais possuem tamanhos distintos. A Tabela 1 mostra um exemplo do tamanho das barras em uma estrutura compostas por 10 elementos polares e translacionais. A Figura 54 mostra a numeração das barras na estrutura. Além disso, o valor da espessura (t) do elemento central superior da estrutura foi mantido constante em todas as estruturas, esse valor é: para estruturas compostas por elementos polares 24cm e para as compostas por elementos translacionais 48cm.

Tabela 1- Tamanho das barras de uma estrutura composta por 10 elementos translacionais e polares.

Numeração da barra	Tamanho das barras (m)	
	Elemento translacional	Elemento Polar
1/20	1,48	0,98
2/19	0,54	0,98
3/18	1,42	0,98
4/17	0,6	0,98
5/16	1,3	0,98
6/15	0,7	0,98
7/14	1,2	0,98
8/13	0,82	0,98
9/12	1,06	0,98
10/11	0,94	0,98

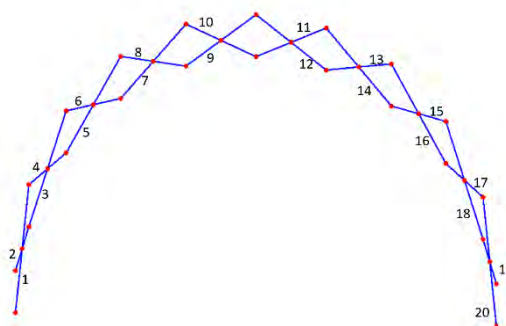


Figura 54 – Numeração das barras de uma estrutura composta por 10 elementos

Leva-se em consideração o peso próprio em todas as análises, devido a sua significativa influência no comportamento estrutural, com $g=9,8\text{m/s}^2$. O número de elementos na análise paramétrica varia entre 6 e 18, ilustrados na Figura 56. Cinco conjuntos de apoios, como ilustrados na Figura 55, e diferentes casos de carregamento são considerados. Os resultados que serão apresentados a seguir

referem-se, em todos os casos, a carga suportada pelo nó central e superior das estruturas.

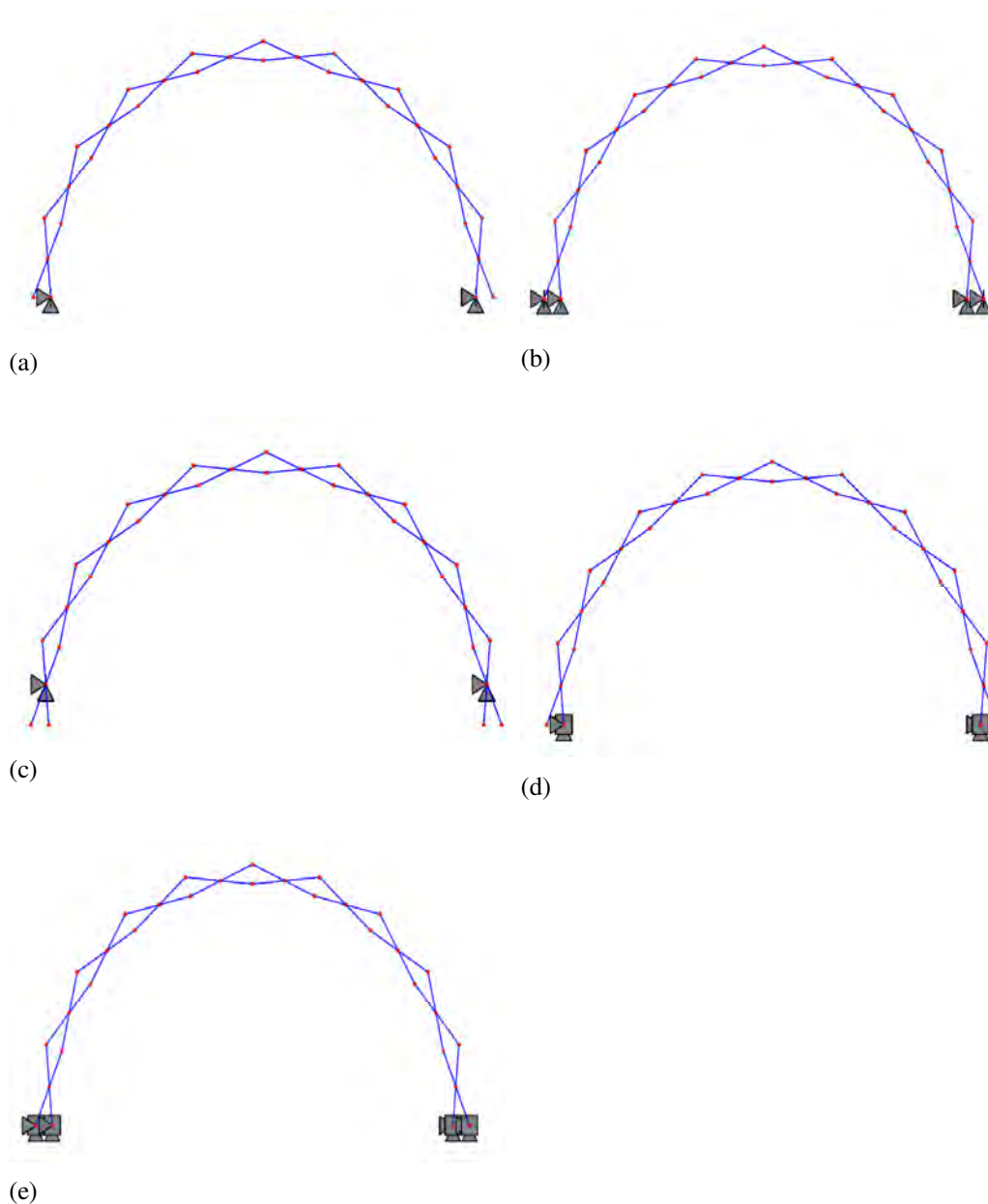
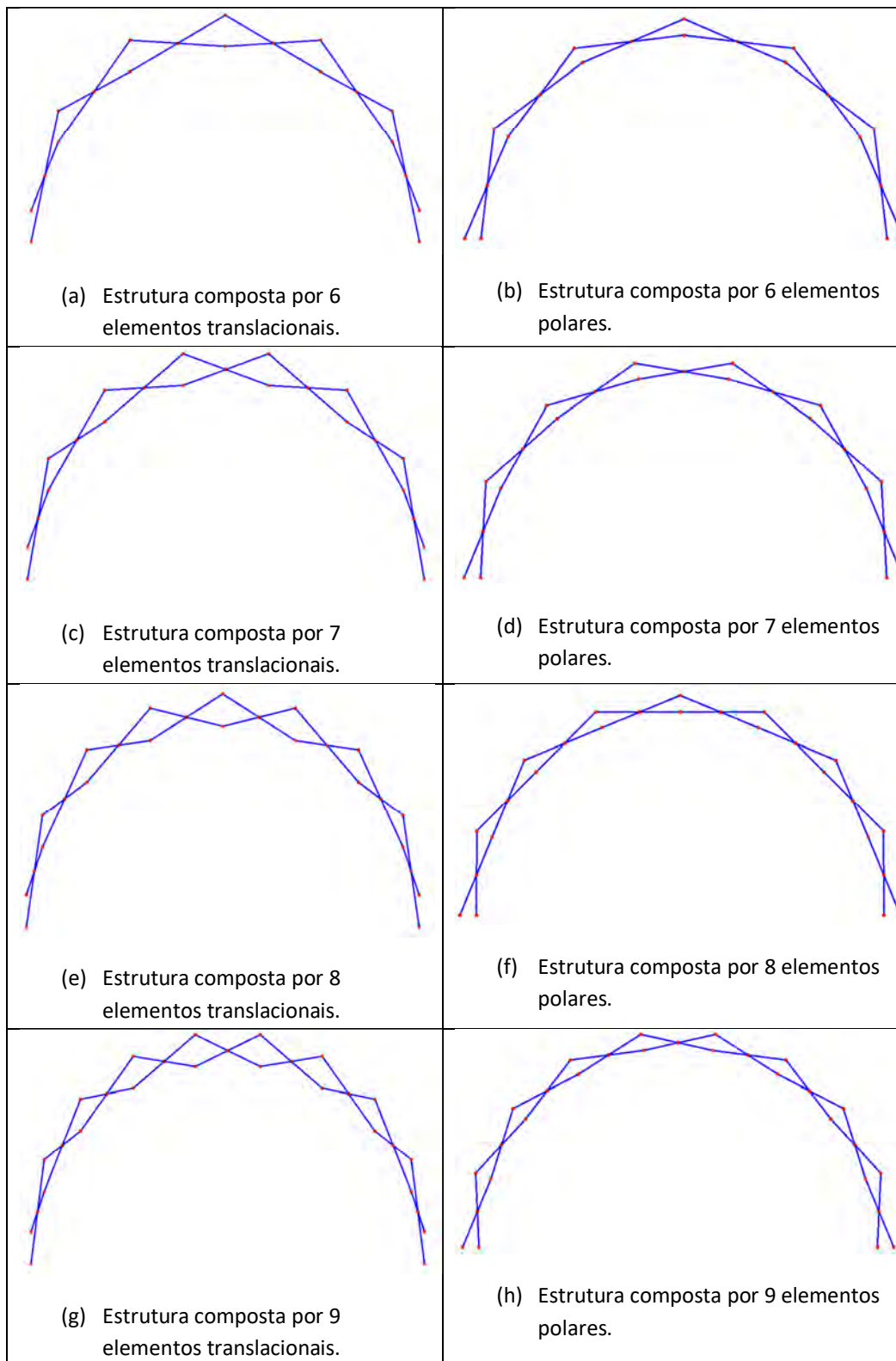

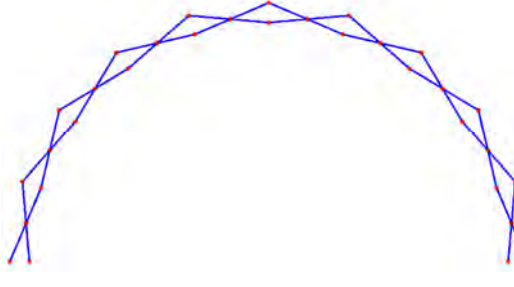
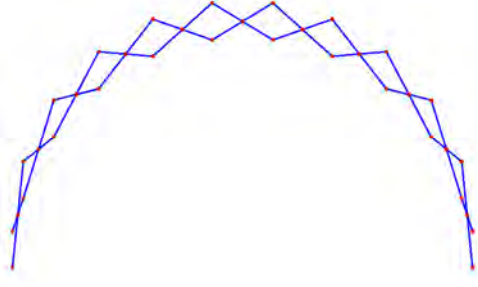
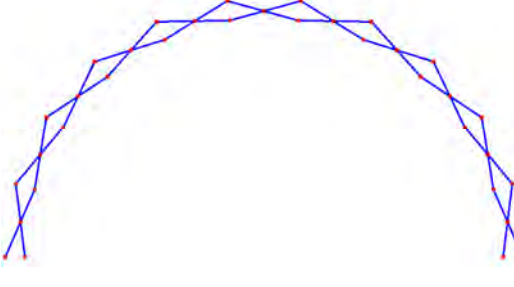
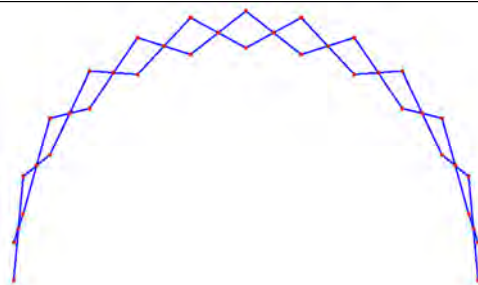
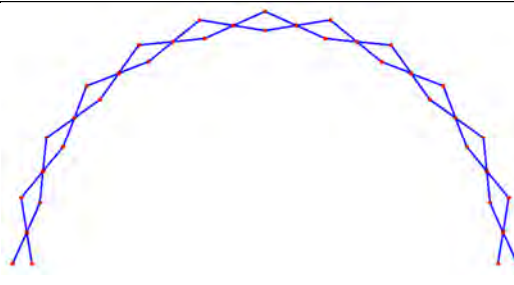
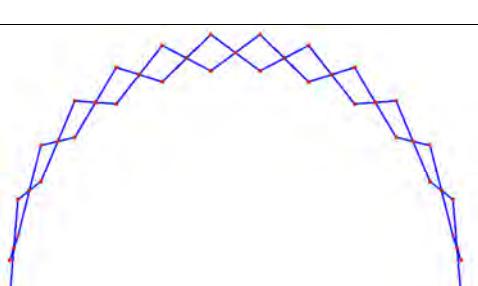
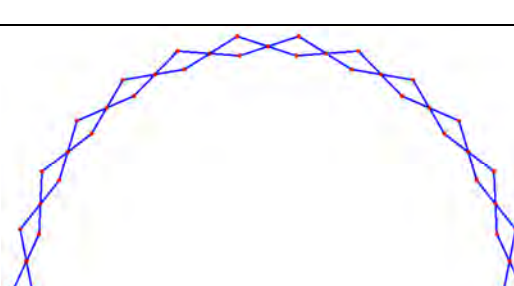
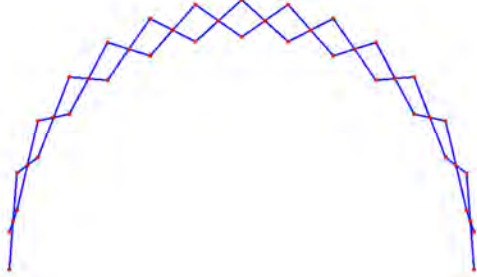
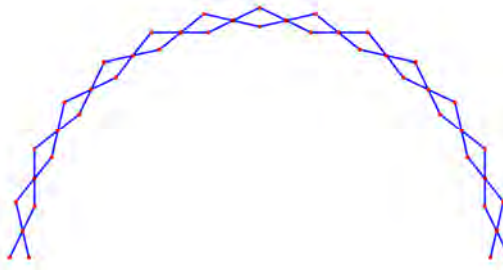
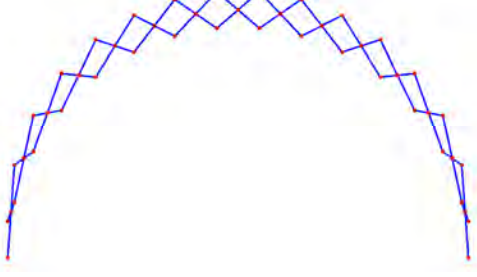
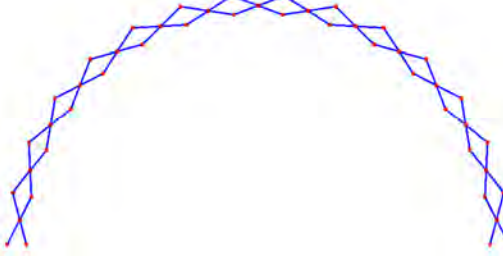
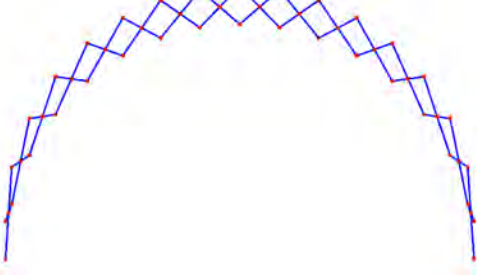
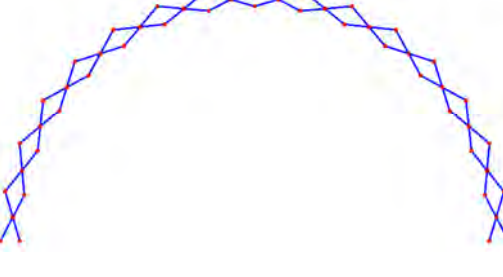
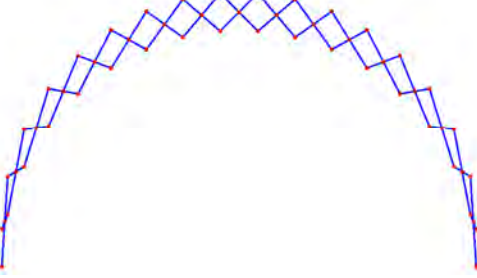
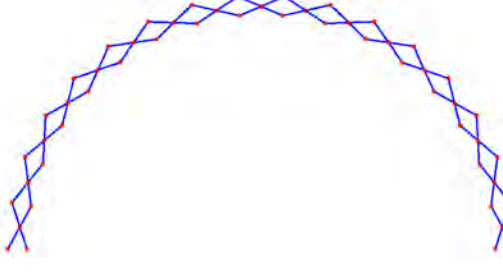


Figura 55 - (a) Caso 1: apoio do 2º gênero em um nó de cada elemento de extremidade da estrutura; (b) Caso 2: apoio do 2º gênero nos dois nós de cada elemento de extremidade da estrutura; (c) Caso 3: apoio do 2º gênero no pivô dos elementos de extremidade da estrutura; (d) Caso 4: engaste em um nó de cada elemento de extremidade da estrutura e (e) Caso 5: engaste nos dois nós de cada elemento da extremidade da estrutura.



 <p>(i) Estrutura composta por 10 elementos translacionais.</p>	 <p>(j) Estrutura composta por 10 elementos polares.</p>
 <p>(k) Estrutura composta por 11 elementos translacionais.</p>	 <p>(l) Estrutura composta por 11 elementos polares.</p>
 <p>(m) Estrutura composta por 12 elementos translacionais.</p>	 <p>(n) Estrutura composta por 12 elementos polares.</p>
 <p>(o) Estrutura composta por 13 elementos translacionais.</p>	 <p>(p) Estrutura composta por 13 elementos polares.</p>

 <p>(q) Estrutura composta por 14 elementos translacionais.</p>	 <p>(r) Estrutura composta por 14 elementos polares.</p>
 <p>(s) Estrutura composta por 15 elementos translacionais.</p>	 <p>(t) Estrutura composta por 15 elementos polares.</p>
 <p>(u) Estrutura composta por 16 elementos translacionais.</p>	 <p>(v) Estrutura composta por 16 elementos polares.</p>
 <p>(w) Estrutura composta por 17 elementos translacionais.</p>	 <p>(x) Estrutura composta por 17 elementos polares.</p>

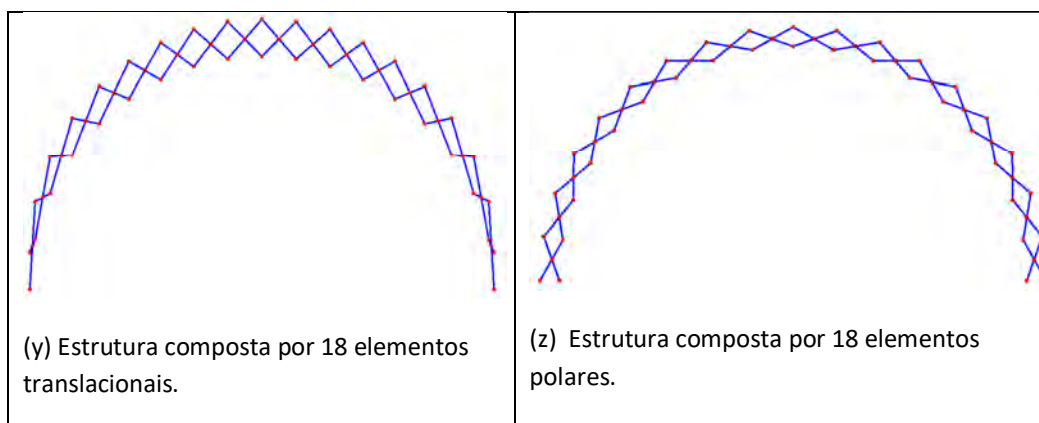


Figura 56 – Estruturas compostas de 6 a 18 elementos translacionais e polares.

6.2. Carga Pontual

Primeiramente, realizam-se análises não lineares considerando, além do peso próprio, uma carga concentrada no nó central da estrutura, como ilustra a Figura 57.

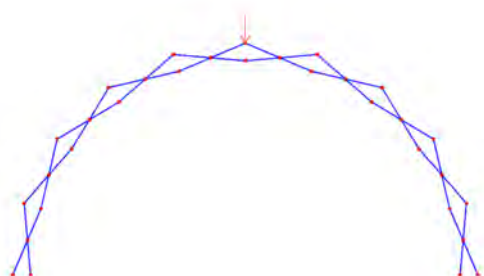


Figura 57 - Carga pontual aplicada no nó central superior de uma estrutura composta por 10 elementos polares.

Para ilustrar o comportamento típico do arco, os caminhos não lineares de equilíbrio, onde se mostra a variação da deflexão do nó central da estrutura em função do carregamento, são apresentados na Figura 58 para estruturas compostas por elementos polares e um número crescente de elementos. Considera-se para os apoios o Caso 1, onde se tem um apoio do 2º gênero em um dos nós do elemento de extremidade. Em primeiro lugar, é possível observar um comportamento recorrente em todas as estruturas, que é inicialmente linear até que, devido à diminuição crescente da rigidez efetiva na fase não linear, a estrutura alcança o seu primeiro ponto limite. Em alguns casos a rigidez diminui gradualmente, o que faz com que o primeiro ponto limite ocorra para deformações bastante elevadas. Após o primeiro ponto limite, as estruturas apresentam um ramo descendente instável.

Em alguns casos a estrutura apresenta diversos outros pontos limites, tanto de carga quanto de deslocamento, exibindo uma trajetória altamente não linear. Observa-se que o programa computacional é capaz, usando métodos de continuação, de ultrapassar os diversos pontos limites, Figura 58 (a) (Santana, & Silveira, 2019b). Esta não linearidade é mais acentuada nas estruturas compostas por poucos elementos (6, 7, 8 e 9 elementos) onde se observam diversos pontos limite relacionados a cargas elevadas (maiores que 300 kN) e grandes deslocamentos. A Figura 58 (b) mostra em detalhe o comportamento da estrutura composta por sete elementos e a deformada do arco em cada ponto limite. Como pode ser observada, a rigidez inicial do caminho não linear de equilíbrio é baixa e o seu primeiro ponto limite ocorre com uma deflexão maior que 3m, indicando que a estrutura muda de concavidade antes de atingir este ponto. À medida que o número de elementos aumenta, a não linearidade inicial diminui, como mostra a Figura 58 (c), que ilustra um zoom do comportamento das estruturas compostas por 10 e 11 elementos. Neste caso, a resposta inicial é praticamente linear até o carregamento de 30kN (rigidez inicial do caminho de 458,4 kN/cm e 425,1 kN/cm respectivamente). A partir desse ponto, à medida que a carga aumenta, a rigidez efetiva diminui, até chegar a zero no primeiro ponto limite. Ao chegar neste ponto, a estrutura busca outra posição estável que é encontrada após um salto dinâmico, associado a altas deformações, como ilustrado na Figura 58 (d), que mostra a configuração antes e depois do *snap-through* para a estrutura composta por 11 elementos.

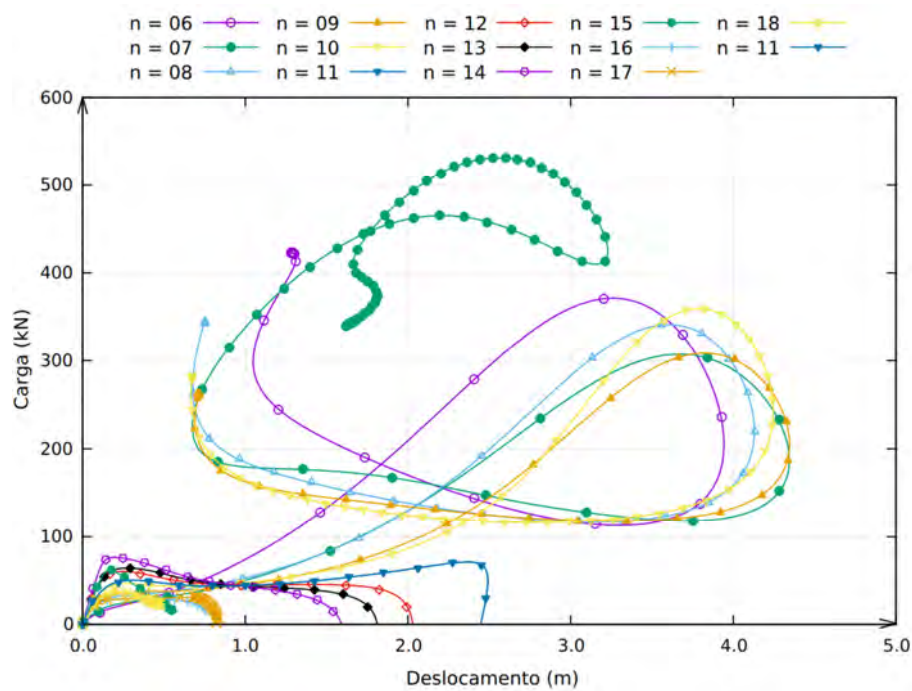


Figura 58 (a) Caminhos não lineares de equilíbrio das estruturas compostas por elementos polares e fixadas por um apoio do 2º gênero em um nó de cada elemento de extremidade.

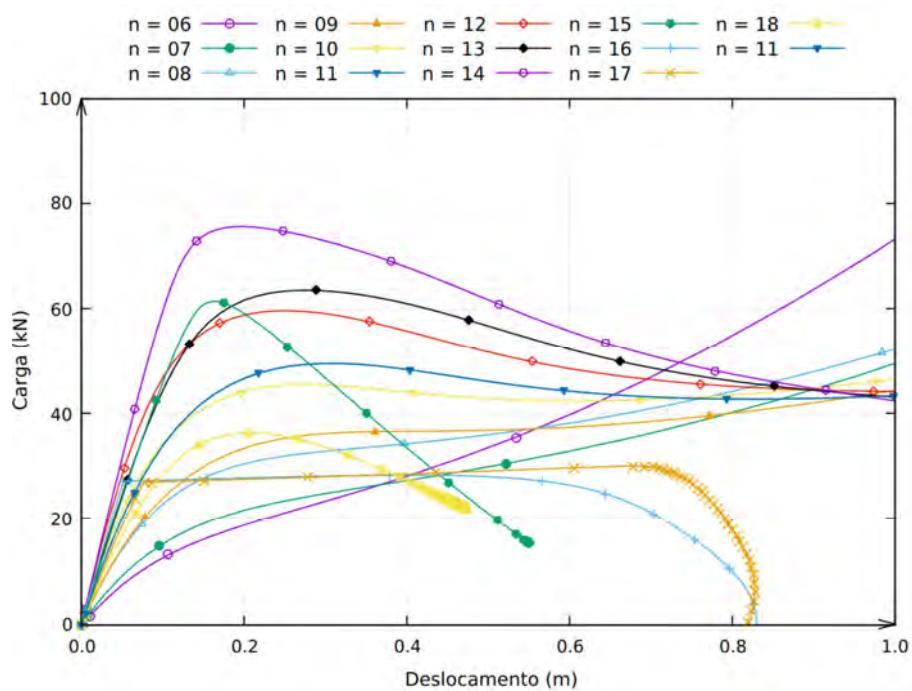


Figura 58 (b) Zoom do comportamento inicial da Figura 57 (a).

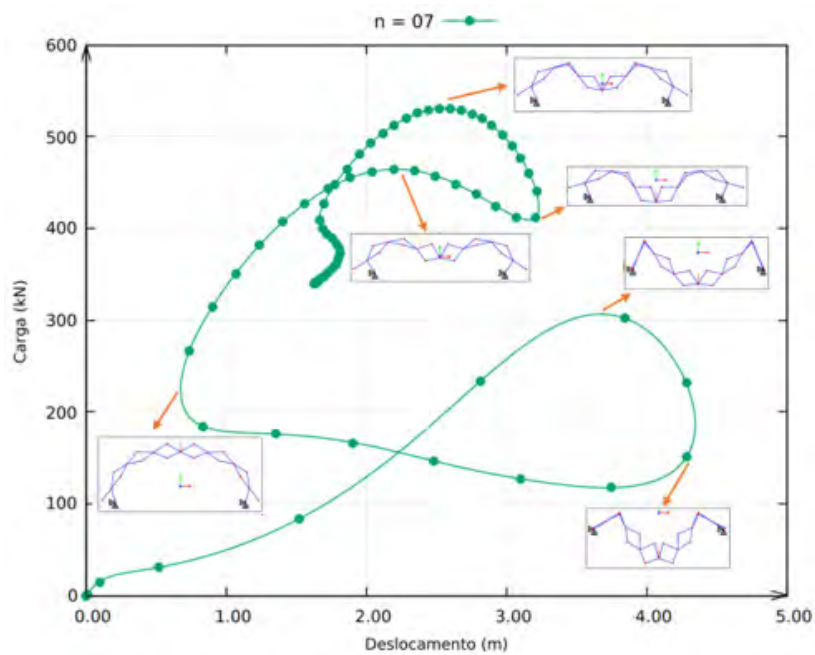


Figura 58 (c) Curva carga x deslocamento da estrutura composta por sete elementos e evolução da deformada do arco.

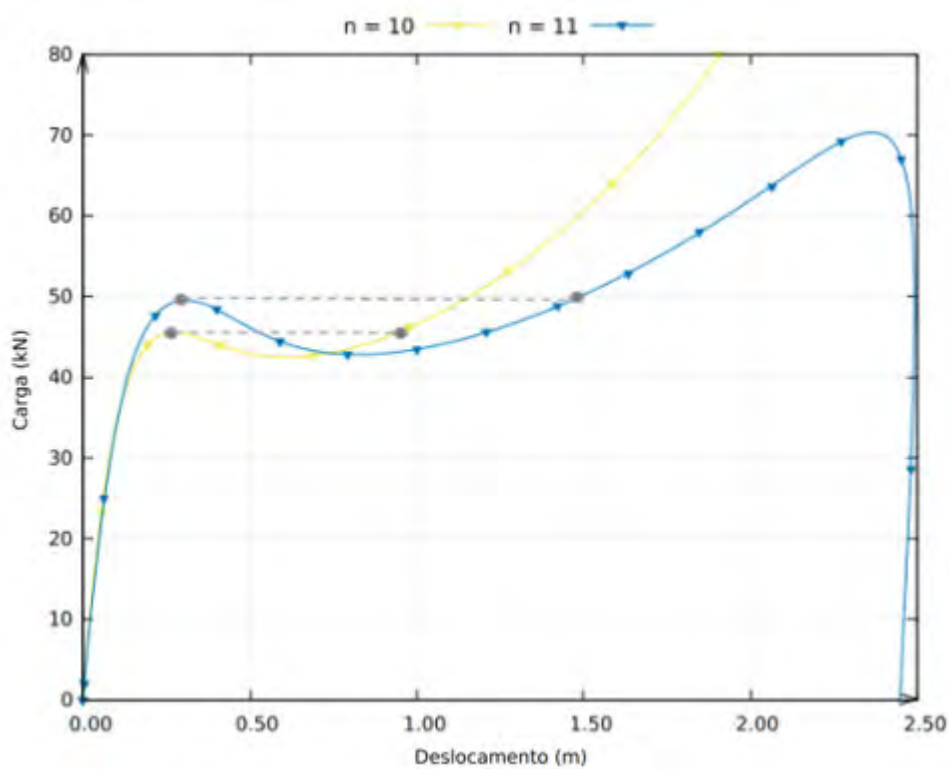


Figura 58 (d) Zoom do caminho não linear de equilíbrio das estruturas compostas por 10 e 11 elementos.

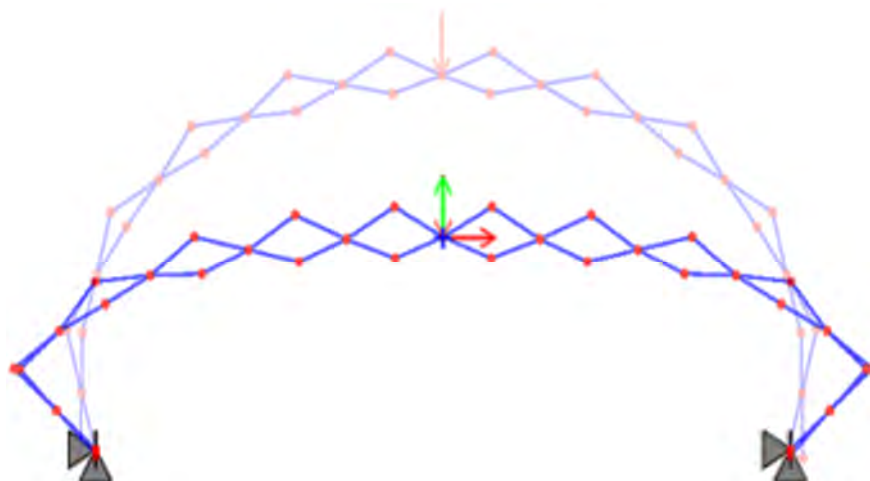


Figura 58 (e) Configuração antes e depois do *snap-through* da estrutura composta por 11 elementos

Figura 58 – Comportamento de estruturas compostas por elementos polares. Apoios: Caso 1.

Os resultados para a mesma condição de apoio em estruturas compostas por elementos translacionais apresentam diferenças importantes quando comparados aos das estruturas compostas por elementos polares. Em geral, a rigidez inicial das estruturas analisadas é inferior aos das estruturas com o mesmo número de elementos polares, o que leva a maiores deslocamentos sob o mesmo valor de carregamento, como ilustra a Figura 59 (a). Além disso, as estruturas compostas por um número menor de elementos translacionais (de seis a nove), diferente daquelas com elementos polares, não possuem necessariamente a rigidez inicial mais baixa que as demais. Entretanto, assim como observado nas estruturas compostas por elementos polares, as estruturas com rigidez inicial menor apresentam o primeiro ponto limite associado a deslocamentos expressivos e as com rigidez inicial mais alta, a deslocamentos menores, como pode ser observado nas estruturas compostas por 11, 12, e 13 elementos, Figura 59 (b). A Figura 59 (c) mostra o comportamento inicial da resposta com os primeiros pontos limites e o *snap-through* e a Figura 59 (d) ilustra a forma da estrutura composta por 14 elementos antes e após *snap-through*. É interessante observar que o salto dinâmico da estrutura com 11 elementos polares mostrada na Figura 58(c) acontece para uma carga de aproximadamente de 50kN, enquanto que o salto da estrutura composta por elementos translacionais mostrada na Figura 59(c) ocorre para uma

carga um pouco acima de 2kN. Cabe esclarecer que este primeiro exemplo refere-se a uma estrutura com alta flexibilidade devida às condições de apoio adotadas (Caso 1).

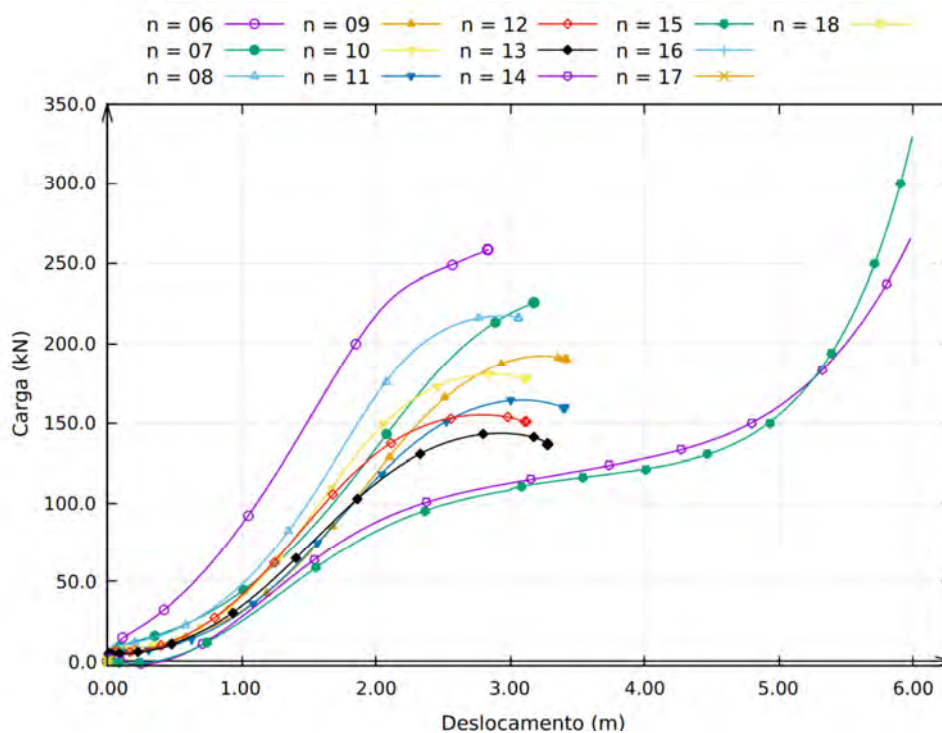


Figura 59 (a) Caminhos não lineares de equilíbrio das estruturas compostas por elementos translacionais e fixadas por um apoio do 2º gênero em um nó de cada elemento de extremidade.

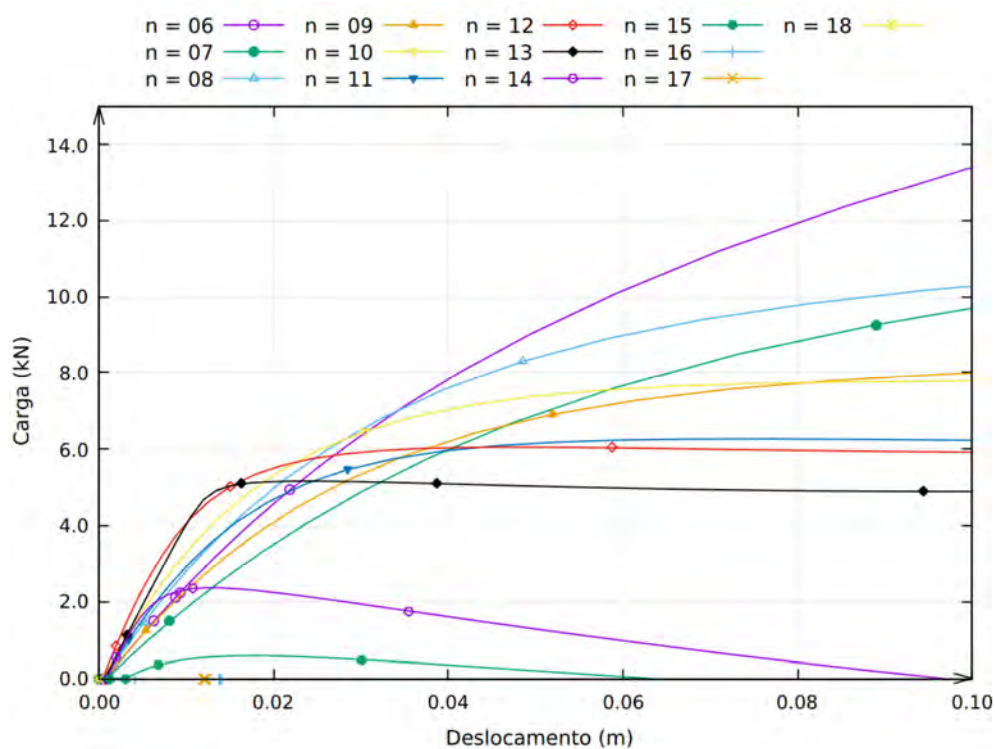


Figura 59 (b) Zoom da Figura 58 (a) mostrando o primeiro ponto limite de estruturas compostas por elementos translacionais.

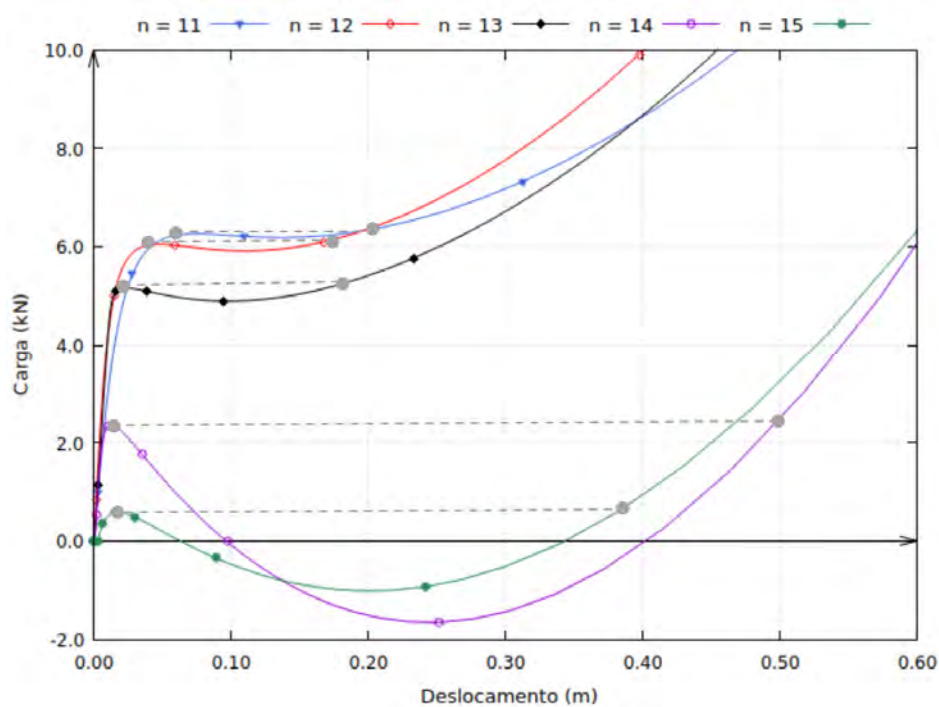


Figura 59 (c) Zoom detalhado do salto dinâmico das estruturas compostas por 11 a 15 elementos.

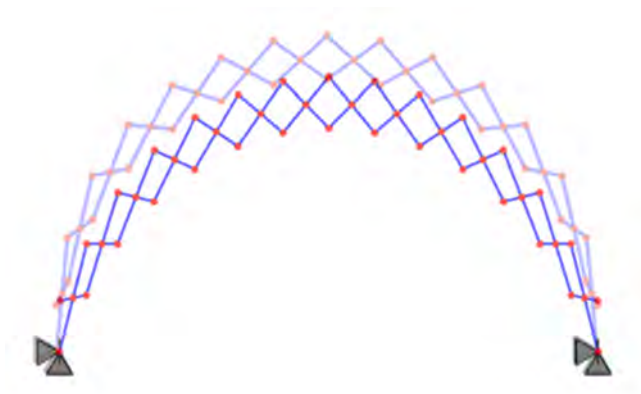


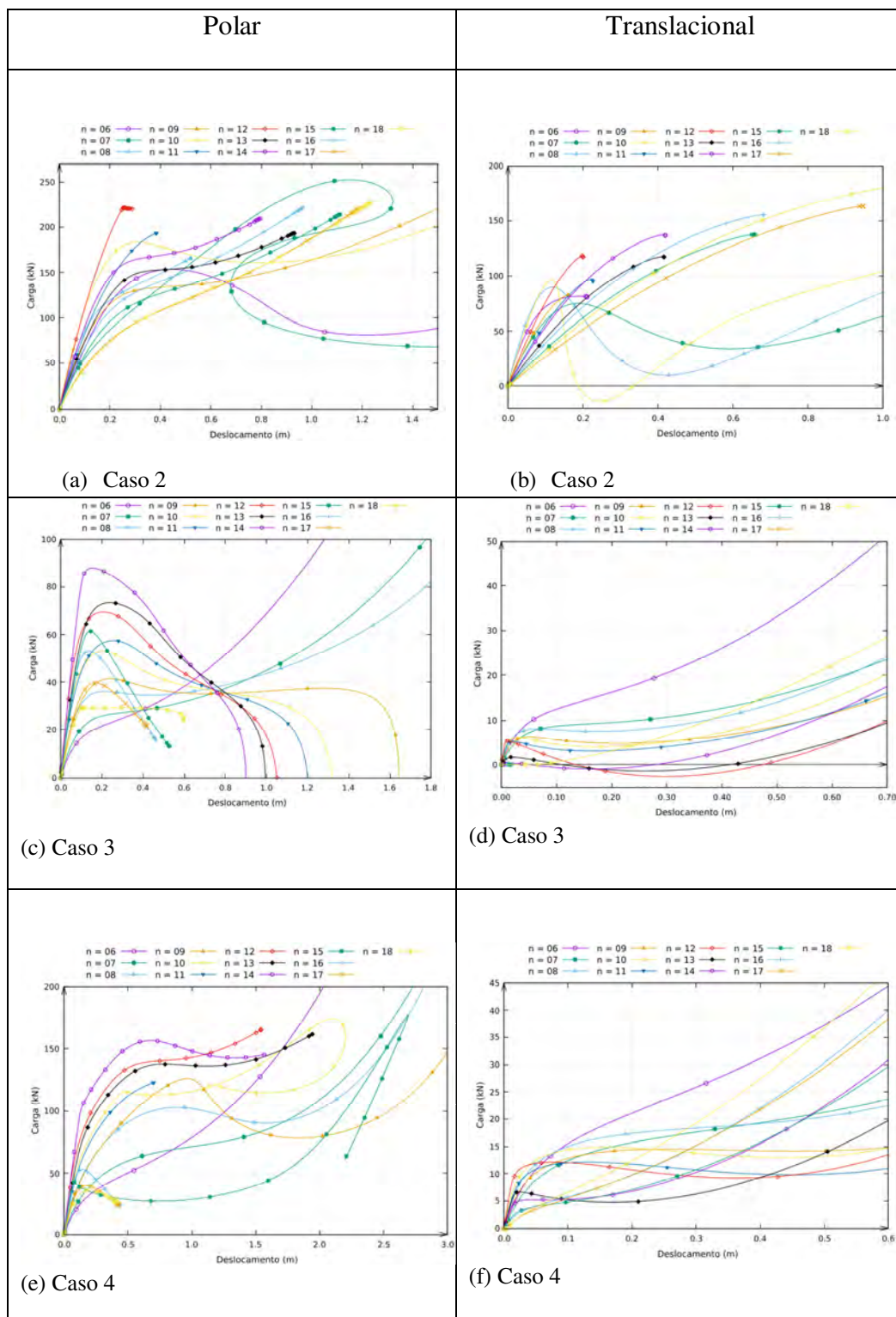
Figura 59 (d) configuração antes e depois do *snap-through* da estrutura composta por 14 elementos.

Figura 59 - Comportamento de estruturas compostas por elementos translacionais. Apoios: Caso 1.

A influência dos diferentes tipos de apoios no comportamento não linear dessas estruturas pode ser observada na Figura 60, que compara o comportamento de estruturas compostas por elementos polares (primeira coluna) e translacionais (segunda coluna) para um mesmo tipo de apoio. Nela, também se pode observar que as estruturas compostas por elementos translacionais possuem, em sua maioria, um comportamento linear inicial mais curto do que as compostas por elementos polares, o que muitas vezes acarreta em pontos limites com capacidade de carga inferior e em deslocamentos menores do que os das estruturas compostas por elementos polares.

Para melhor visualização da variação da rigidez inicial do caminho não linear de equilíbrio, associada à rigidez efetiva da estrutura, para cada condição de apoio e número de elementos, a Figura 61 apresenta essa variação considerando os dois tipos de elementos. A partir dela concluímos que a rigidez inicial do caminho de equilíbrio das estruturas compostas por elementos polares é, em geral, maior que a das estruturas compostas por elementos translacionais. Além disso, a quantidade de elementos da estrutura que leva a uma maior rigidez inicial é diferente dependendo do tipo de elemento, para elementos polares a quantidade varia de 10 a 14, enquanto que para elementos translacionais essa quantidade varia de 6 a 12. Outra observação importante é que algumas estruturas possuem rigidez

inicial nula, o que mostra que essas estruturas não conseguem suportar nem mesmo o peso próprio na configuração totalmente aberta.



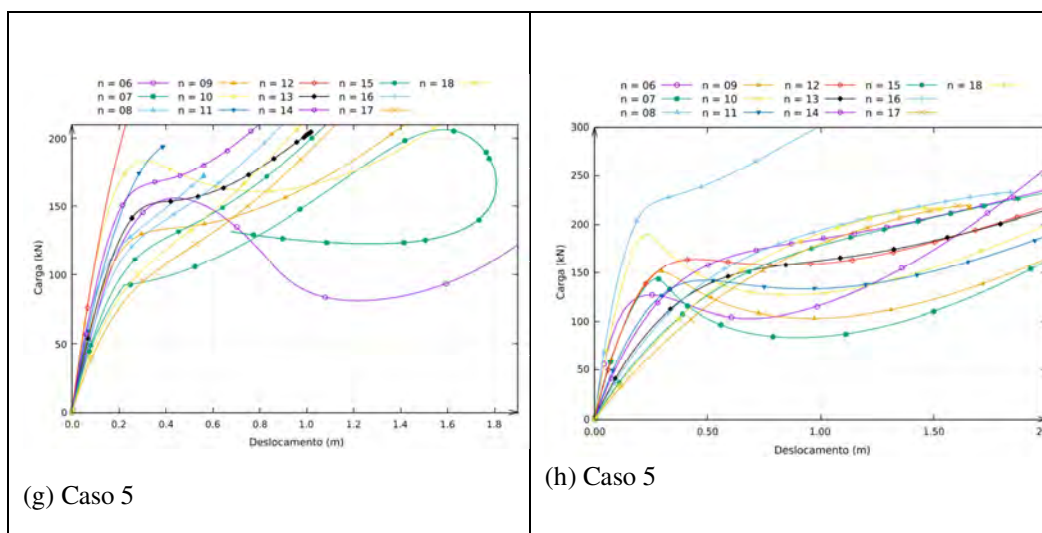


Figura 60- (a) Estruturas compostas por elementos polares com o caso de apoio 2, (b) Estruturas compostas por elementos translacionais com o caso de apoio 2, (c) Estruturas compostas por elementos polares com o caso de apoio 3, (d) Estruturas compostas por elementos translacionais com o caso de apoio 3, (e) Estruturas compostas por elementos polares com o caso de apoio 4, (f) Estruturas compostas por elementos translacionais com o caso de apoio 4, (g) Estruturas compostas por elementos polares com o caso de apoio 5 e (h) Estruturas compostas por elementos translacionais com o caso de apoio 5.

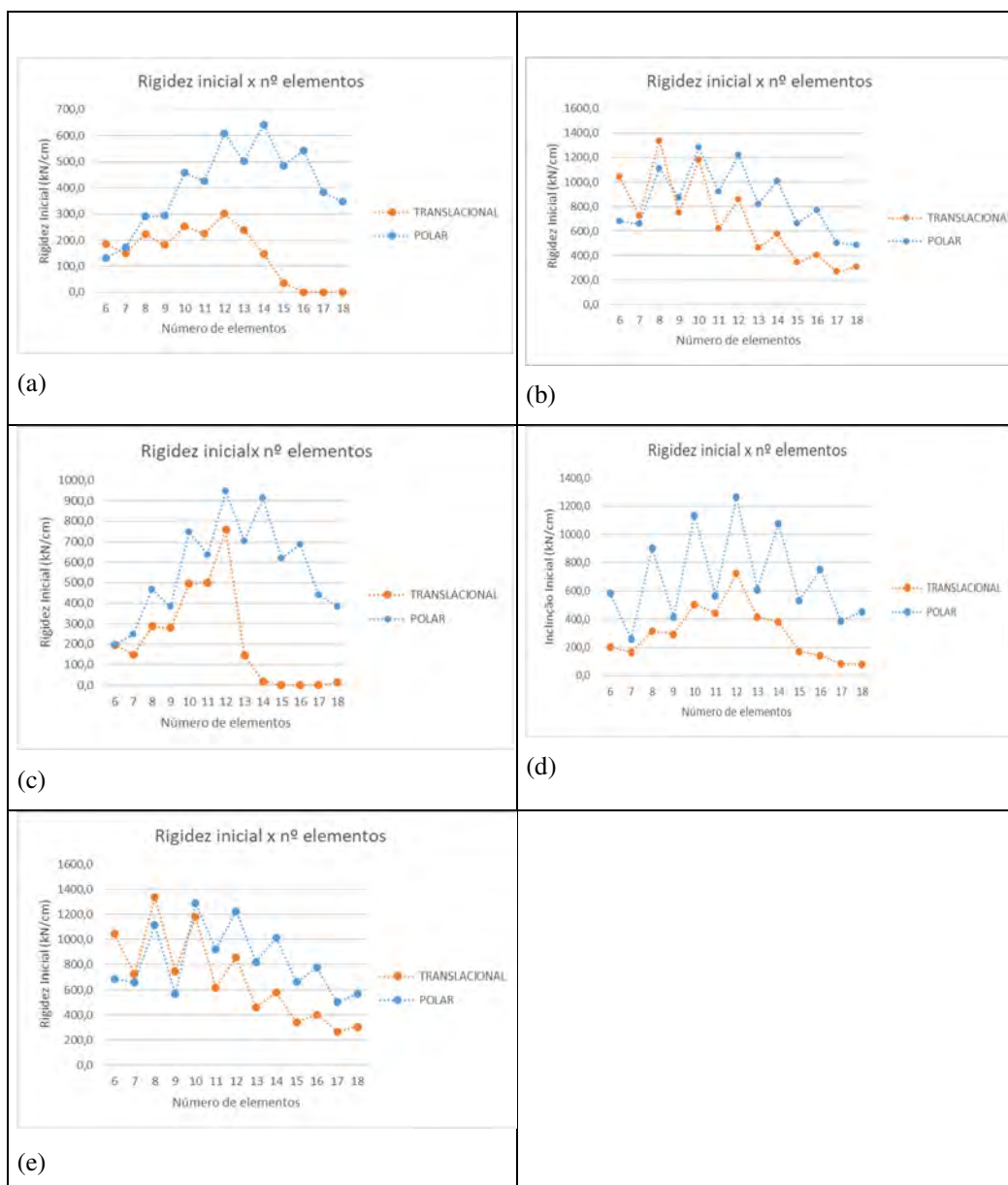


Figura 61 – Influência dos apoios na rigidez inicial do arco: (a) Caso 1, (b) Caso 2, (c) Caso 3, (d) Caso4 e (e) Caso5.

A Tabela 2 mostra os maiores valores da rigidez inicial para cada caso de apoio e tipo de elemento. Com ela pode-se concluir que, por mais que a Figura 61 tenha mostrado um maior valor da rigidez inicial para a maioria dos casos de apoio e número de elementos das estruturas compostas por elementos polares, para as estruturas com os melhores resultados, casos de apoio 2 e 5, as estruturas compostas por elementos translacionais apresentam valores um pouco mais altos de rigidez inicial.

Tabela 2 – Maiores valores de rigidez inicial do caminho de equilíbrio para cada caso de apoio e tipo de elemento.

TIPO DE APOIO	ELEMENTO			
	TRANSLACIONAL		POLAR	
	n	Rigidez inicial (kN/cm)	n	Rigidez inicial (kN/cm)
Caso 1	12	301,1	14	641,1
Caso 2	8	1297,7	10	1284,0
Caso 3	12	759,0	12	945,6
Caso 4	12	721,5	12	1265,8
Caso 5	8	1337,7	10	1286,1

Outra observação bastante relevante é que a rigidez inicial de estruturas compostas por um número par de elementos é maior que a de estruturas compostas pelos dois números ímpares adjacentes. Pode-se atribuir isso ao fato de que nas estruturas compostas por um número ímpar de elementos o nó que está no ponto central superior da estrutura consiste em um pivô de um elemento pantográfico da mesma, enquanto que nas estruturas compostas por um número par de elementos este ponto consiste na articulação extrema do elemento, que faz a ligação com o elemento adjacente, o que proporciona a estrutura uma maior rigidez, Figura 62.

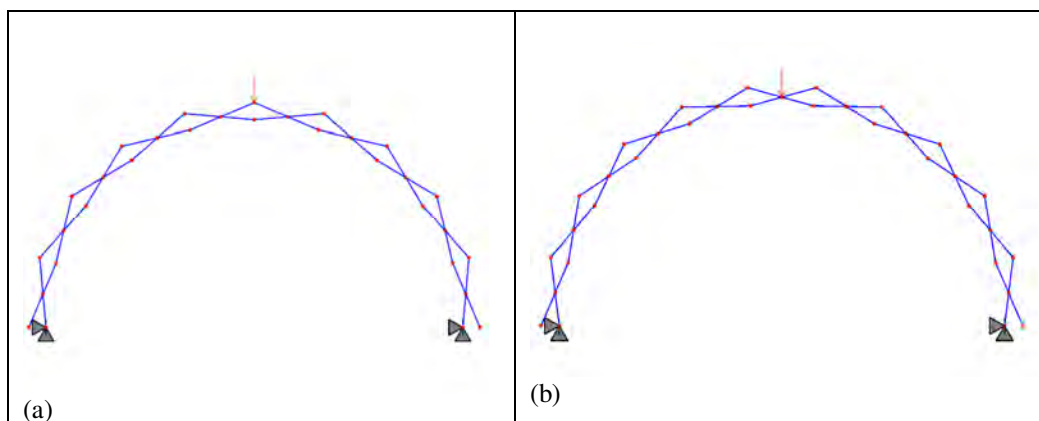


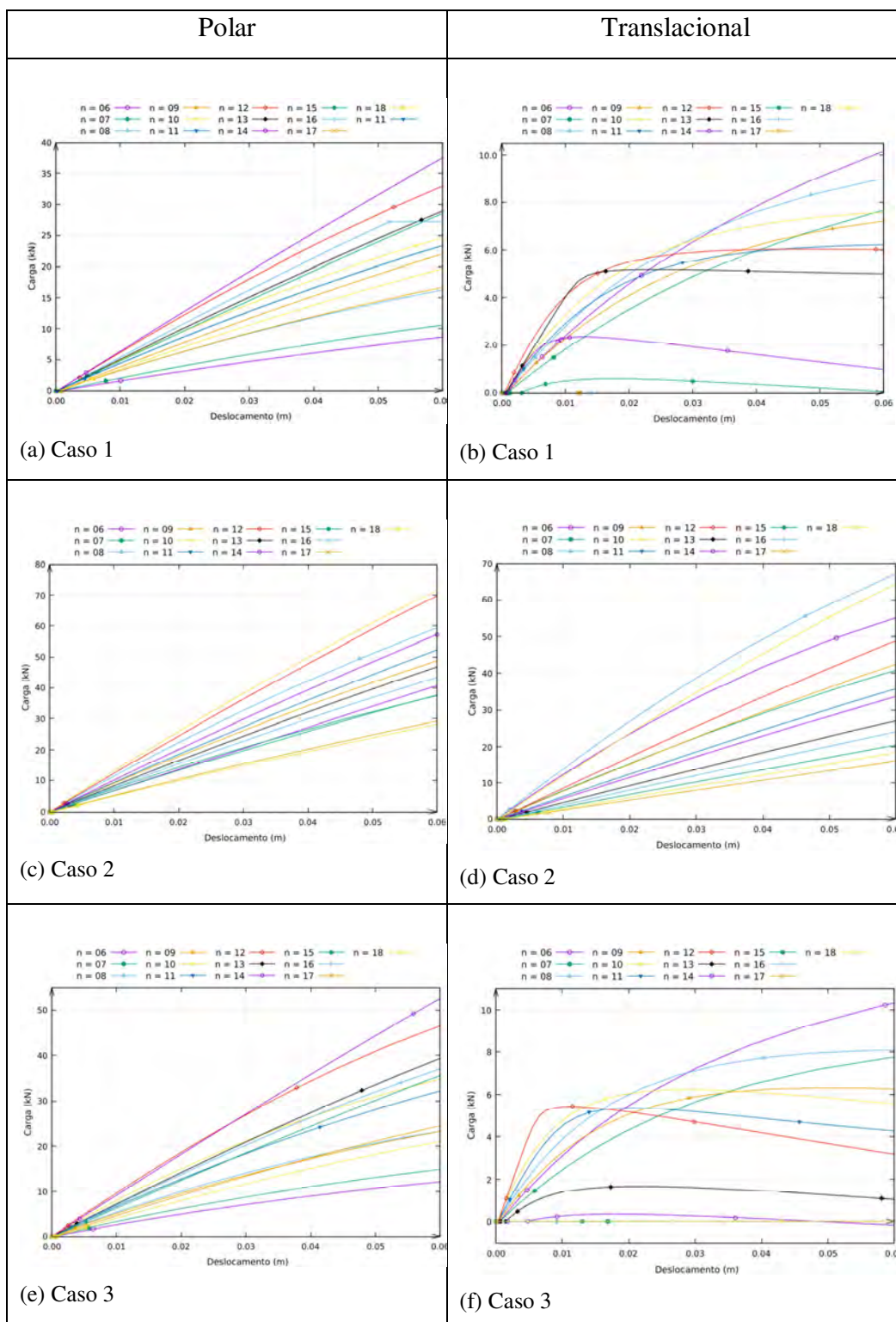
Figura 62 - (a) Estrutura composta por um número par de elementos polares. (b) Estrutura composta por um número ímpar de elementos polares.

A rigidez inicial é uma propriedade importante na análise dessas estruturas. Entretanto, como elas demonstram um comportamento bastante não linear, esse não deve ser único fator determinante na escolha dos parâmetros que geram a estrutura mais eficiente. Para isso, foi determinado como um critério auxiliar um valor de deslocamento vertical limite (deslocamento máximo aceitável) para essas

estruturas, que corresponde a um centésimo do vão do arco (L), ou seja, 0,06m. Com isso, o valor da carga nessa deformação foi avaliado para cada tipo de apoio, número e tipo de elemento. O número de elementos da estrutura com cada tipo de apoio que obteve a maior carga nesse deslocamento está resumido na Tabela 4.

Tabela 3 - Valor da carga correspondente a um deslocamento de 0,06m (L/100) do topo da estrutura.

TIPO DE APOIO	ELEMENTO			
	TRANSLACIONAL		POLAR	
	n	Carga (kN) em L/100m	n	Carga (kN) em L/100m
Caso 1	6	10,60	14	37,00
Caso 2	8	67,00	10	70,87
Caso 3	6	11,70	14	52,32
Caso 4	10	12,95	14	56,78
Caso 5	8	92,05	10	70,95



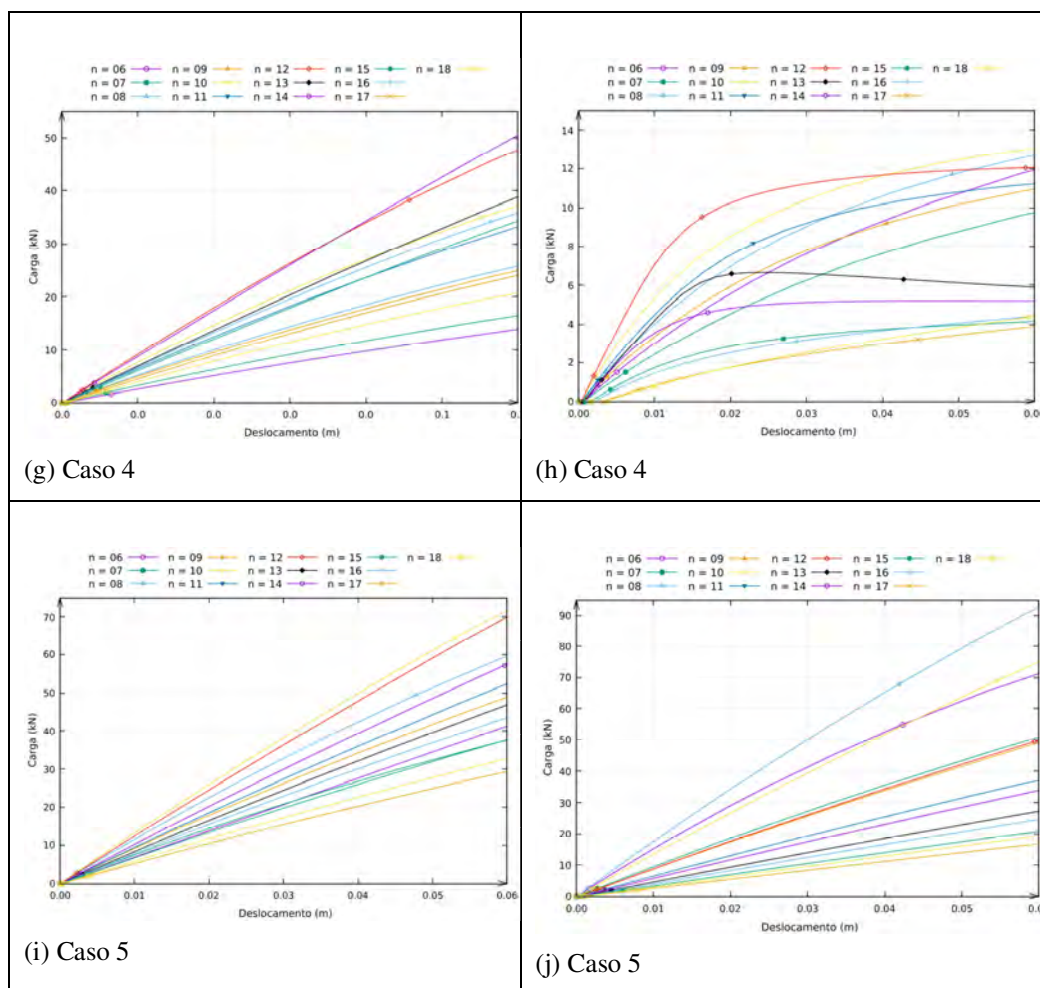


Figura 63 – Comportamento inicial até a deslocamento de 0,06m ($L/100$) de estruturas (a) Composta por elementos polares com apoios do caso 1, (b) Composta por elementos translacionais com apoios do caso 1, (c) Composta por elementos polares com apoios do caso 2, (d) Composta por elementos translacionais com apoios do caso 2, (e) Composta por elementos polares com apoios do caso 3, (f) Composta por elementos translacionais com apoios do caso 3, (g) Composta por elementos polares com apoios do caso 4, (h) Composta por elementos translacionais com apoios do caso 4, (i) Composta por elementos polares com apoios do caso 5 e (j) Composta por elementos translacionais com apoios do caso 5.

Pode-se perceber, ao comparar a Tabela 2 com a Tabela 3, que a quantidade de elementos que gera a estrutura com a maior carga para o deslocamento de 0,06m ($L/100$) e a que exibe o maior valor de rigidez inicial é diferente em metade dos casos. Pela Figura 63(b), a estrutura com o apoio do Caso 1 que apresenta a maior rigidez inicial é a composta por 12 elementos translacionais, porém, a Tabela 3 mostra que a estrutura translacional com o mesmo tipo de apoio que possui a maior carga no deslocamento de 0,06m é a composta por seis elementos. Isso ocorre porque algumas estruturas apresentam uma perda de rigidez considerável com baixos valores de deslocamento, podendo até apresentar o seu primeiro ponto limite e o fenômeno de *snap-through* antes do valor de deslocamento de 0,06m,

como mostrado na Figura 59 (c) e (d). A estrutura composta por 12 elementos, como mostrado na Figura 63 (b), perde rigidez próximo ao valor de 0,01m de deslocamento e apresenta o seu primeiro ponto limite com aproximadamente 0,04m de deslocamento. Esse comportamento também foi observado nas estruturas compostas por 8, 10, 11 e 13 elementos com o mesmo tipo de apoio, que também possuem rigidez inicial superior ao da estrutura composta por seis elementos. Contudo, pelo fato desta última apresentar uma diminuição de rigidez mais gradual ao longo do caminho de equilíbrio, apresenta o melhor resultado dentre as estruturas analisadas. Esta diferença também é vista nos casos de apoios 3 e 4, tanto para estruturas compostas por elementos translacionais quanto para as com elementos polares. Porém, é interessante observar na Figura 60 (c), (d), (e) e (f) e na Figura 59 (e), (f), (g) e (h) que, por mais que algumas estruturas polares exibam uma perda de rigidez inicial nesses apoios, elas não apresentam o primeiro ponto limite em deformações menores que 0,06m, o que não é verdade para estruturas compostas de elementos translacionais, que, em todos os casos, além de apresentar pontos limites em deformações menores que 0,06m ainda exibem o comportamento de *snap-through*, como pode ser observado na Figura 60 (d) e (f).

Também através da observação da Tabela 3 pode-se afirmar que estruturas compostas por elementos translacionais demonstram um melhor desempenho com um número baixo de elementos, de 6 a 10, enquanto que as estruturas compostas por elementos polares apresentam melhores resultados com um número maior de elementos.

A análise da perda de rigidez é fundamental, pois a ocorrência do *snap-through*, principalmente com a estrutura em serviço e sob um valor muito baixo de carregamento é muito perigosa. Como foi observado com a estrutura composta por 14 elementos, na Figura 59 (d), onde o *snap-through* ocorre muito antes do deslocamento do nó atingir o valor de $L/100$, levando a estrutura a uma configuração com um deslocamento oito vezes maior que este valor. Cabe ressaltar que barras da estrutura podem flambar ou plastificar devido ao salto dinâmico.

Outra observação importante é a diferença entre a capacidade de carga das estruturas compostas por elementos polares e translacionais com apoios com mais graus de liberdade (casos 1, 3 e 4), onde a carga suportada pela estrutura com o

melhor desempenho no deslocamento de 0,06m da primeira chega a ser até 4 vezes superior à da última. Observando a Figura 63, pode-se perceber que o desempenho superior das estruturas compostas por elementos polares deve-se ao fato do comportamento inicial linear destas estruturas ser mais longo, o que confere a essas estruturas uma maior rigidez e, portanto, uma maior capacidade de carga que as estruturas compostas por elementos translacionais.

Já para os dois outros casos de apoio com maior número de restrições, caso 2 e caso 5, ambas as estruturas apresentam a melhor capacidade de carga, como pode ser observado na Tabela 3. Vale destacar que no caso de apoio 5 (engastes nas duas articulações livres dos dois elementos das extremidades) a estrutura formada por 8 elementos translacionais demonstra a maior capacidade de carga dentre todas as estruturas analisadas, incluindo as formadas por elementos polares. Essa estrutura também apresenta o maior valor de rigidez inicial dentre todas as outras, como mostra a Tabela 2. Pode ser observado na Figura 63 (j) que o comportamento inicial das estruturas translacionais com este caso de apoio difere bastante dos outros casos, Figura 63 (b), (f) e (h), por demonstrar maior linearidade. A Figura 64 mostra o comportamento dessa estrutura até o deslocamento de 1m mostrando que, até esse valor de deslocamento, a estrutura não exibe nenhum ponto limite apesar de apresentar para cargas superiores a 150kN crescente perda de rigidez.

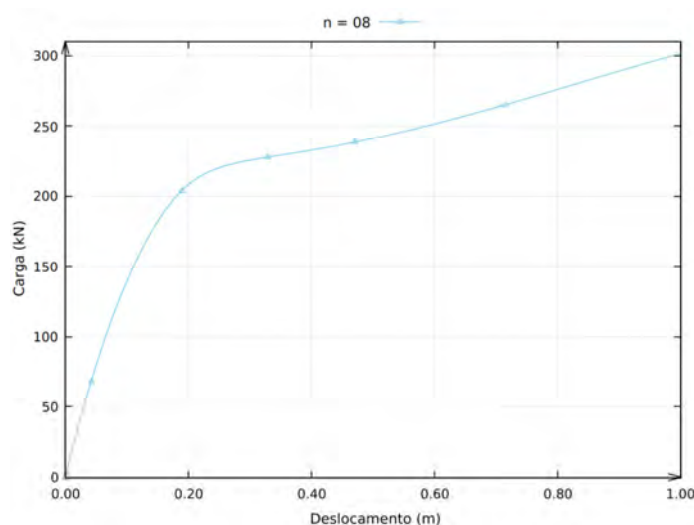


Figura 64 – Comportamento da estrutura composta por oito elementos translacionais com apoio do caso 5.

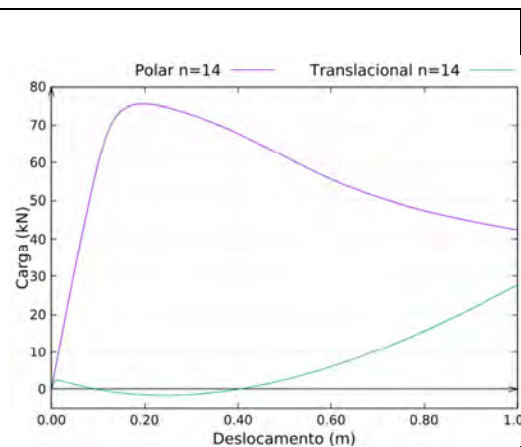
A Tabela 4 sumariza as observações feitas para o deslocamento de 0,06m (L/100), mostrando que a capacidade de carga para esse valor de deslocamento das estruturas formadas por elementos translacionais com os apoios dos casos 2 e 5 não só tem um aumento significativo com estes tipos de apoios como também são valores parecidos ou até levemente superiores aos apresentados pelas estruturas compostas por elementos polares.

Tabela 4 - Valor da carga corresponde a um deslocamento de 0,06m (L/100) do topo da estrutura em função do número de elementos das estruturas com apoios dos casos 5 e 2.

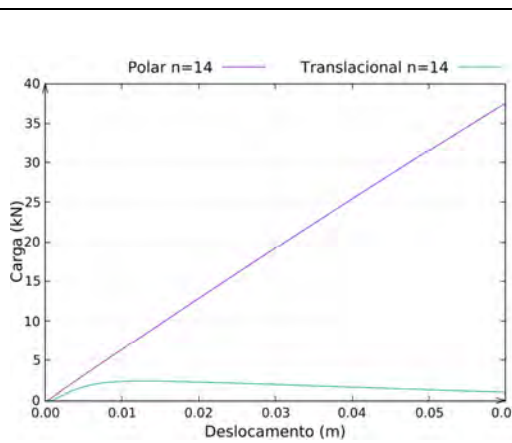
		Carga no deslocamento de 0,06m (L/100) (kN)			
		Translacional		Polar	
		Caso 2	Caso 5	Caso 2	Caso 5
n=	6	54,0	71,0	40,8	40,2
n=	7	40,0	51,0	38,6	38,1
n=	8	67,0	92,0	59,0	59,5
n=	9	42,0	50,8	49,2	49,4
n=	10	64,0	73,4	70,9	70,9
n=	11	35,0	38,9	52,0	52,2
n=	12	49,0	50,8	69,3	69,6
n=	13	27,0	28,0	47,2	47,1
n=	14	33,0	33,0	57,6	59,0
n=	15	20,0	21,0	38,8	37,7
n=	16	24,0	23,0	42,8	42,2
n=	17	16,0	18,0	29,2	29,5
n=	18	18,0	20,0	28,5	31,4

Para entender melhor a influência desse efeito em todos os casos de apoio, a Figura 65 compara o comportamento da estrutura composta pela quantidade de elementos polares que demonstrou maior carga no deslocamento correspondente a um centésimo do vão e a estrutura composta pelo mesmo número de elementos translacionais para todos os casos de apoio. A primeira coluna mostra o comportamento até a deflexão de 1m, enquanto a segunda coluna mostra um zoom até a deflexão de 0,06m (L/100). Verifica-se que para o caso de extremidades engastadas (caso 5) o comportamento dos dois tipos de estrutura é bastante semelhante, apresentando pouca diferença na capacidade de carga, sendo a carga limite do caso translacional levemente superior ao polar. Para o caso de

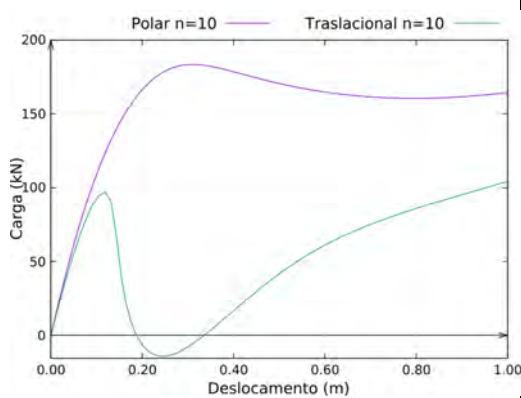
extremidades rotuladas (caso 2), o comportamento inicialmente linear é semelhante para os dois tipos de estruturas, mas a carga limite do polar é bastante superior ao translacional. Em todos os outros casos de apoio, elementos polares levam a uma capacidade de carga e rigidez efetiva bastante superior aos elementos translacionais. Cabe ressaltar que, enquanto todas as barras dos elementos polares têm o mesmo comprimento, as barras da estrutura com elementos translacionais têm comprimento variável, com barras longas nas extremidades, o que leva a maior flexibilidade.



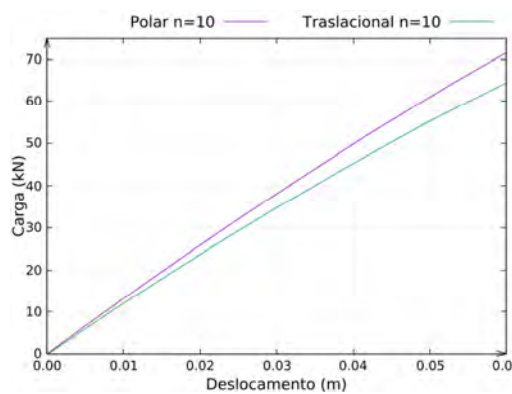
(a) Caso 1



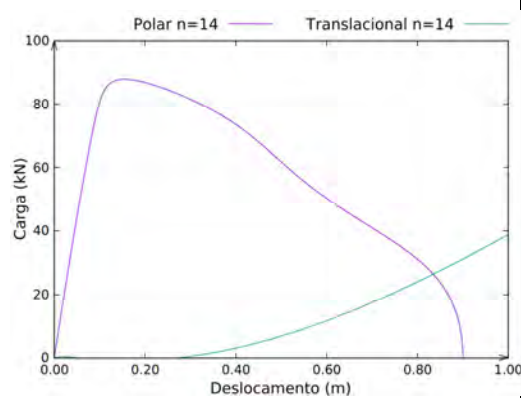
(b) Caso 1



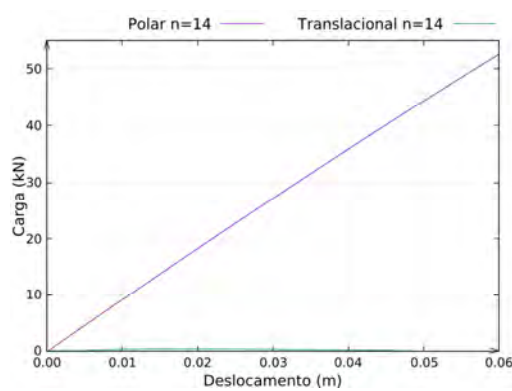
(c) Caso 2



(d) Caso 2



(e) Caso 3



(f) Caso 3

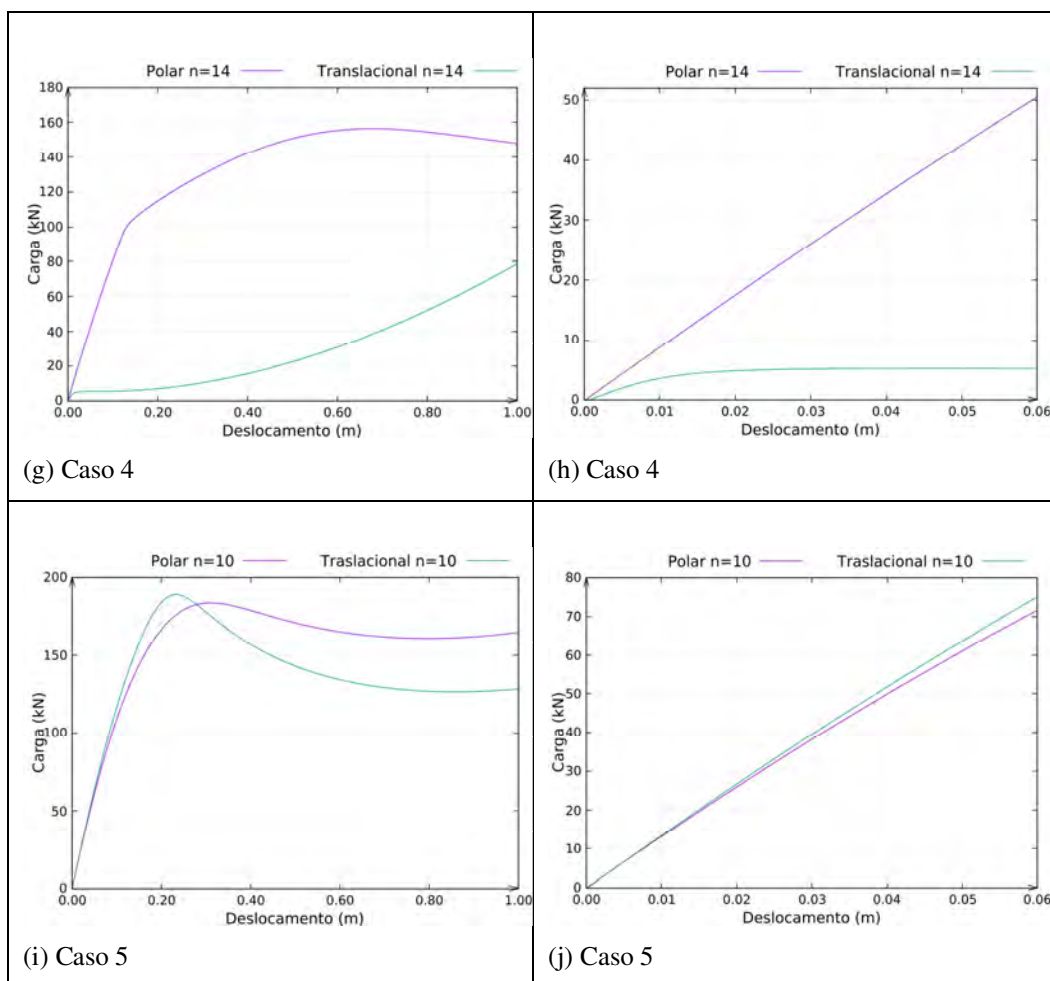
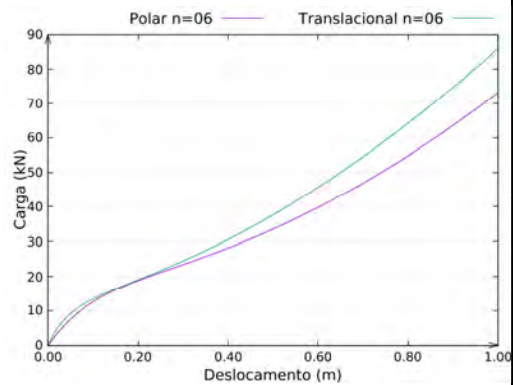
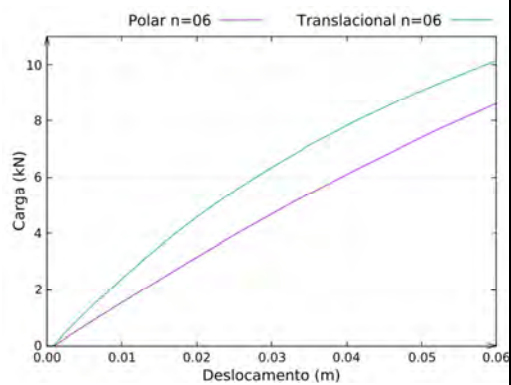


Figura 65 - (a) e (b) Melhor resultado da estrutura polar no caso 1, (c) e (d) Melhor resultado da estrutura polar no caso 2, (e) e (f) Melhor resultado da estrutura polar no caso 3, (g) e (h) Melhor resultado da estrutura polar no caso 4, (i) e (j) Melhor resultado da estrutura polar no caso 5.

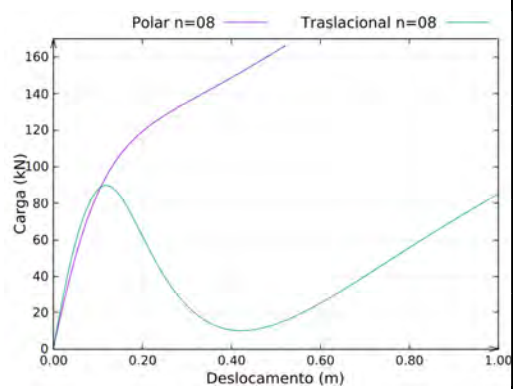
Da mesma forma, a Figura 66 compara o comportamento da estrutura composta pela quantidade de elementos translacionais que demonstrou maior carga no deslocamento correspondente a um centésimo do vão e a estrutura composta pelo mesmo número de elementos polares para todos os casos de apoio.



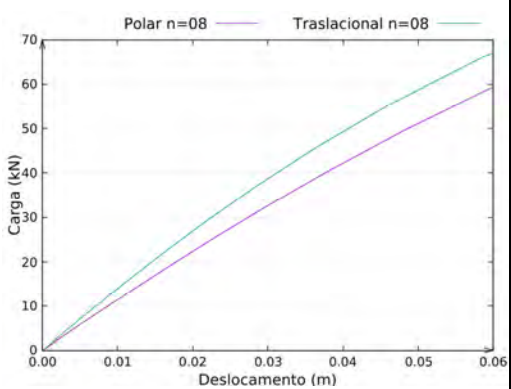
(a) Caso 1



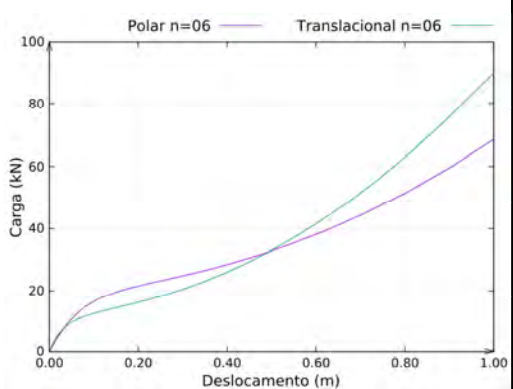
(b) Caso 1



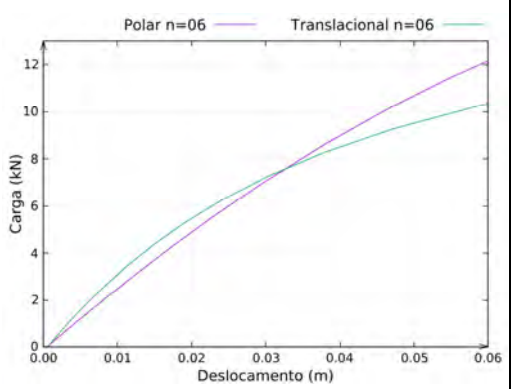
(c) Caso 2



(d) Caso 2



(e) Caso 3



(f) Caso 3

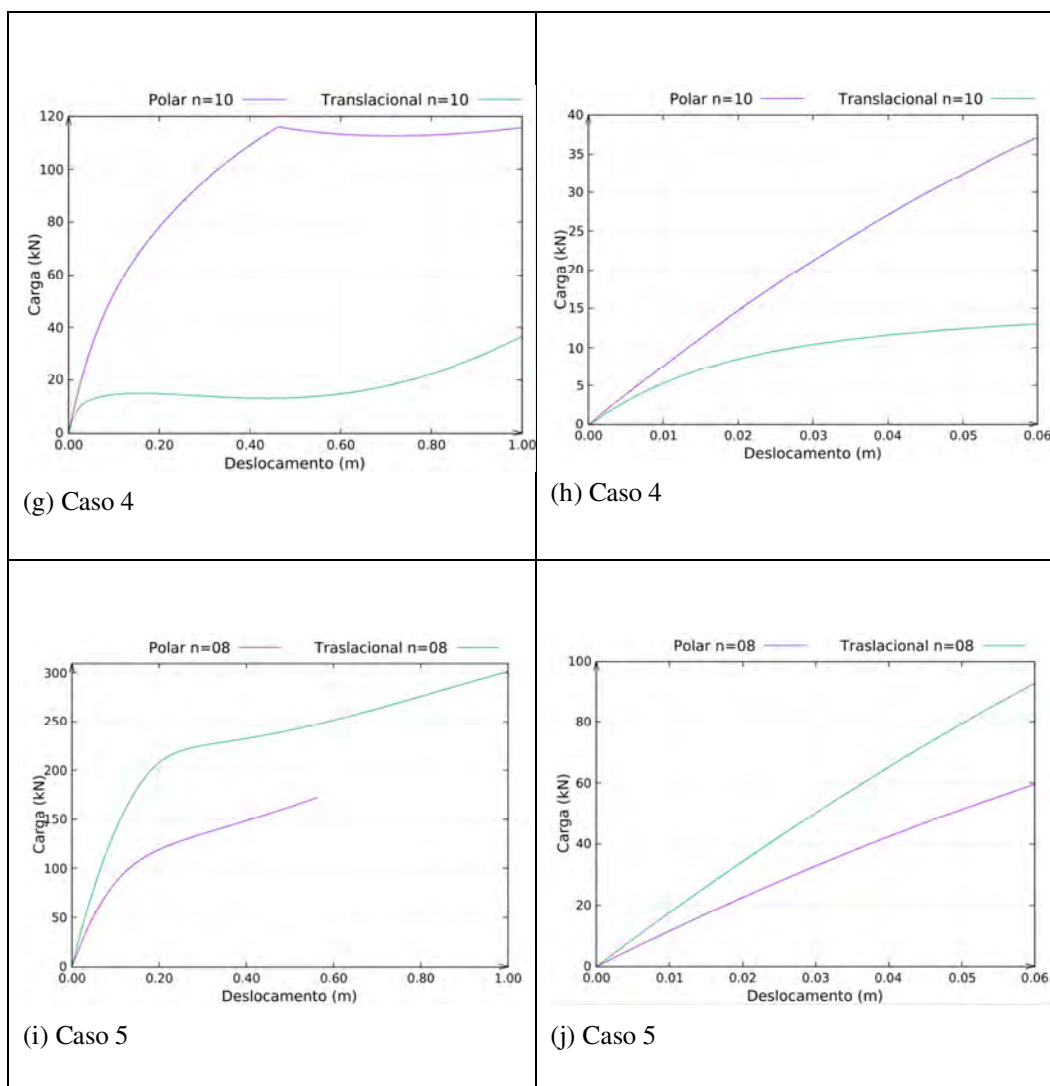


Figura 676 - (a) e (b) Melhor resultado da estrutura translacional no caso 1, (c) e (d) Melhor resultado da estrutura translacional no caso 2, (e) e (f) Melhor resultado da estrutura translacional no caso 3, (g) e (h) Melhor resultado da estrutura translacional no caso 4, (i) e (j) Melhor resultado da estrutura translacional no caso 5.

Comparando as estruturas com o mesmo número de elementos pode-se observar melhor a influência do tipo de apoio no comportamento destas estruturas. Como mostrado anteriormente por meio da Tabela 4, as estruturas, tanto as compostas por elementos translacionais quanto polares, demonstraram melhor comportamento quando com apoios dos casos 2 e 5 que levam a estruturas mais rígidas. Pela Figura 5 e Figura 676 pode-se perceber que, para os demais tipos de apoio, as estruturas compostas por elementos polares demonstram, em sua maioria, um comportamento superior aos das compostas por elementos translacionais, mesmo quando comparadas com a estrutura compostas pelo número de elementos

translacionais com melhor desempenho. Entretanto, também pela Figura 5 e Figura 676 pode-se perceber que, para os apoios dos casos 2 e 5, ambas as estruturas demonstram um bom desempenho, inclusive, em muitos dos casos a estrutura composta por elementos translacionais tem um desempenho superior ao das estruturas compostas por elementos polares.

Por esse motivo, as próximas análises de carga serão feitas exclusivamente considerando esses dois casos de apoio.

6.3. Carregamento Distribuído

A análise do arco sob uma carga pontual é importante para um entendimento inicial do comportamento dessas estruturas, porém, como estas estruturas são usadas para suportar coberturas ou pontes temporárias, há a necessidade de se analisar seu comportamento sob cargas distribuídas. Cargas de mesmo valor são aplicadas em cada nó da parte superior do arco, como mostrado na Figura 7.

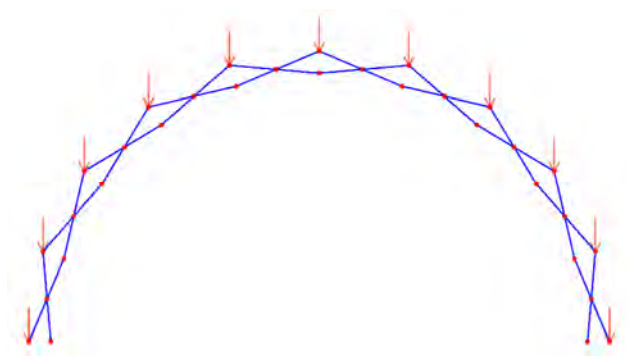
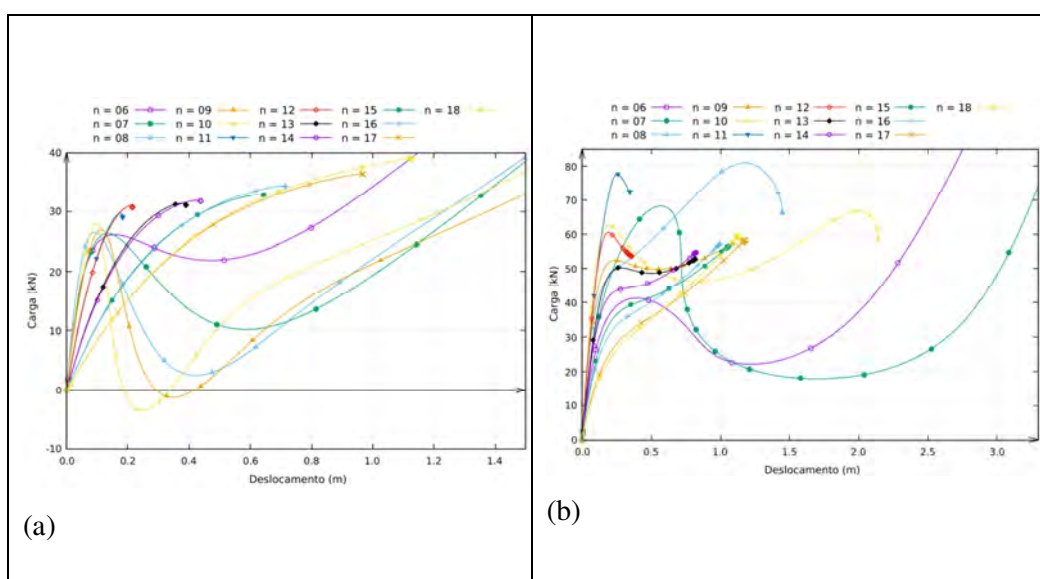


Figura 67 – Ilustração do carregamento distribuído: cargas concentradas nos nós superiores do arco.

A Figura 6868 e Figura 69 mostram os caminhos não lineares de equilíbrio das estruturas formadas por elementos translacionais e polares para os casos de apoio 2 e 5, que exibem o melhor comportamento estrutural (carga no nó central vs. flecha neste nó). Pode-se perceber, comparando a Tabela 5 com a Tabela 4, que o número de elementos que compõe a estrutura com valor mais alto no

carregamento distribuído em cada um dos casos é o mesmo da análise com carga pontual. Para estruturas compostas por elementos translacionais, uma quantia de oito elementos gera o melhor resultado e para estruturas compostas por elementos polares, dez elementos. Entretanto, a discrepância da capacidade de carga entre os dois tipos de carregamento é muito grande, em média o valor da capacidade de carga de ambas as estruturas no deslocamento de 0,06m no caso do carregamento distribuído (resultante das cargas concentradas) é superior ao observado no caso da carga pontual. Cabe observar que em ambos os casos considera-se o peso próprio da estrutura.

Outra observação importante é que o valor da carga das estruturas compostas por elementos polares não sofre muita variação para os dois casos de apoio. Já para as estruturas compostas por elementos translacionais ocorre uma variação importante onde a capacidade de carga aumenta no caso de apoio 5.



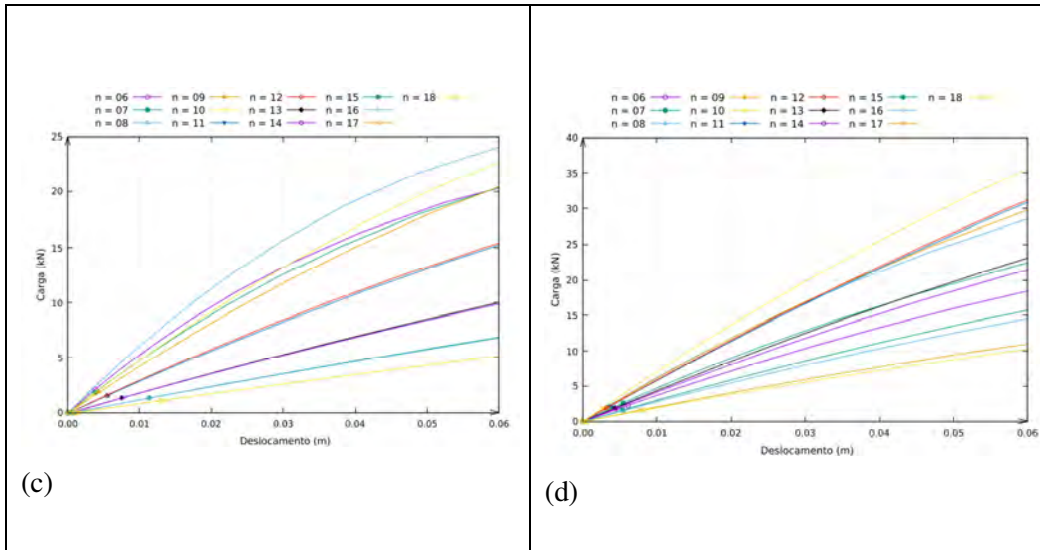
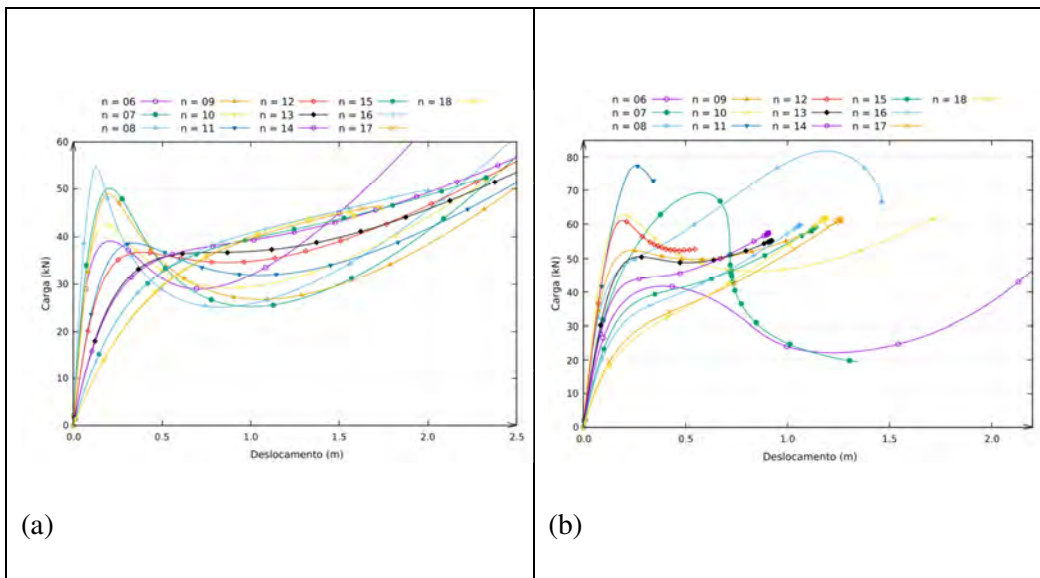


Figura 6868 – (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais e apoio do caso 2, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares e apoio do caso 2, (c) Comportamento da estrutura composta por elementos translacionais e apoio do caso 2 até o deslocamento de 0,06m (L/100) e (d) Comportamento da estrutura composta por elementos polares e apoio do caso 2 até o deslocamento de 0,06m (L/100).



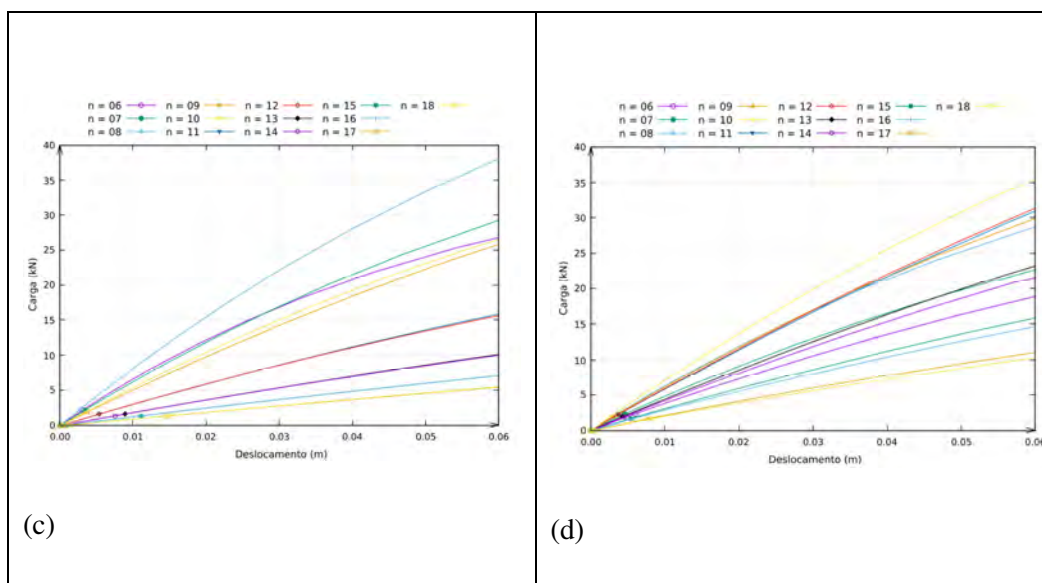


Figura 69 - (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais e apoio do caso 5, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares e apoio do caso 5, (c) Comportamento da estrutura composta por elementos translacionais e apoio do caso 5 até o deslocamento de 0,06m ($L/100$) e (d) Comportamento da estrutura composta por elementos polares e apoio do caso 5 até o deslocamento de 0,06m ($L/100$).

Tabela 5 - Valor da carga corresponde a um deslocamento de 0,06m ($L/100$) do topo da estrutura em função do número de elementos das estruturas com apoios dos casos 5 e 2.

	Carga no deslocamento de 0,06m ($L/100$) (kN)			
	Translacional		Polar	
	Caso 2	Caso 5	Caso 2	Caso 5
n= 6	20,2	26,4	19,4	19,5
n= 7	20,0	28,7	22,2	27,9
n= 8	23,7	38,5	27,3	25,3
n= 9	20,3	25,1	30,1	30,1
n= 10	22,9	28,6	35,4	35,3
n= 11	15,2	15,5	30,5	30,6
n= 12	15,1	15,2	30,7	31,4
n= 13	10,1	16,8	22,7	28,1
n= 14	10,2	13,7	21,8	21,9
n= 15	6,6	9,7	15,2	15,9
n= 16	6,4	12,7	14,9	19,9
n= 17	5,1	9,1	10,7	10,7
n= 18	5,2	9,2	10,0	10,1

Novamente a estrutura composta por elementos translacionais e com o apoio do caso 5 foi a que obteve o valor mais alto no carregamento distribuído, como mostra a Figura 700, onde se percebe que a estrutura apresenta seu primeiro

ponto limite com um deslocamento vertical de 0,13m, onde sofre um salto dinâmico para o deslocamento vertical de 2,3m.

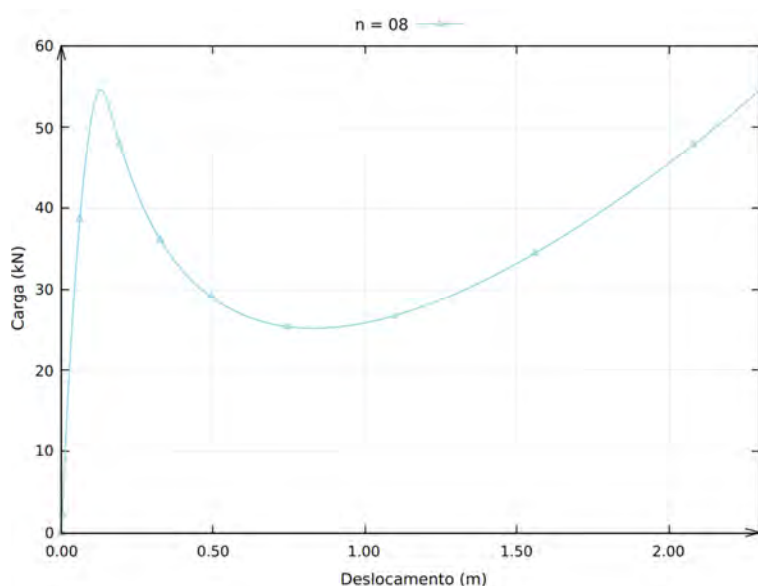


Figura 700 – Comportamento da estrutura composta por elementos translacionais e com o apoio do caso 5 sob carregamento distribuído.

6.4. Carregamento Distribuído Assimétrico – 10%

O carregamento assimetricamente distribuído foi analisado com uma assimetria de 10% e 20%. Além do resultado dessas duas análises também confirmarem o número de elementos que demonstrou valor mais alto no carregamento distribuído para cada tipo de estrutura, elas apresentam valores de carga no deslocamento 0,06m ($L/100$) extremamente parecidos entre as duas assimetrias e com o carregamento distribuído uniforme. A Figura 711 e a Figura 722 mostram o comportamento das estruturas formadas por elementos translacionais e polares para os dois casos de apoios analisados. Comparando a Tabela 5 e Tabela 6 percebe-se uma variação muito pequena da capacidade de carga, o que mostra que a estrutura é pouco sensível a assimetria de 10%. A quantidade de elementos que resultou no valor mais alto no carregamento distribuído permaneceu a mesma dos últimos dois casos de carregamento analisados.

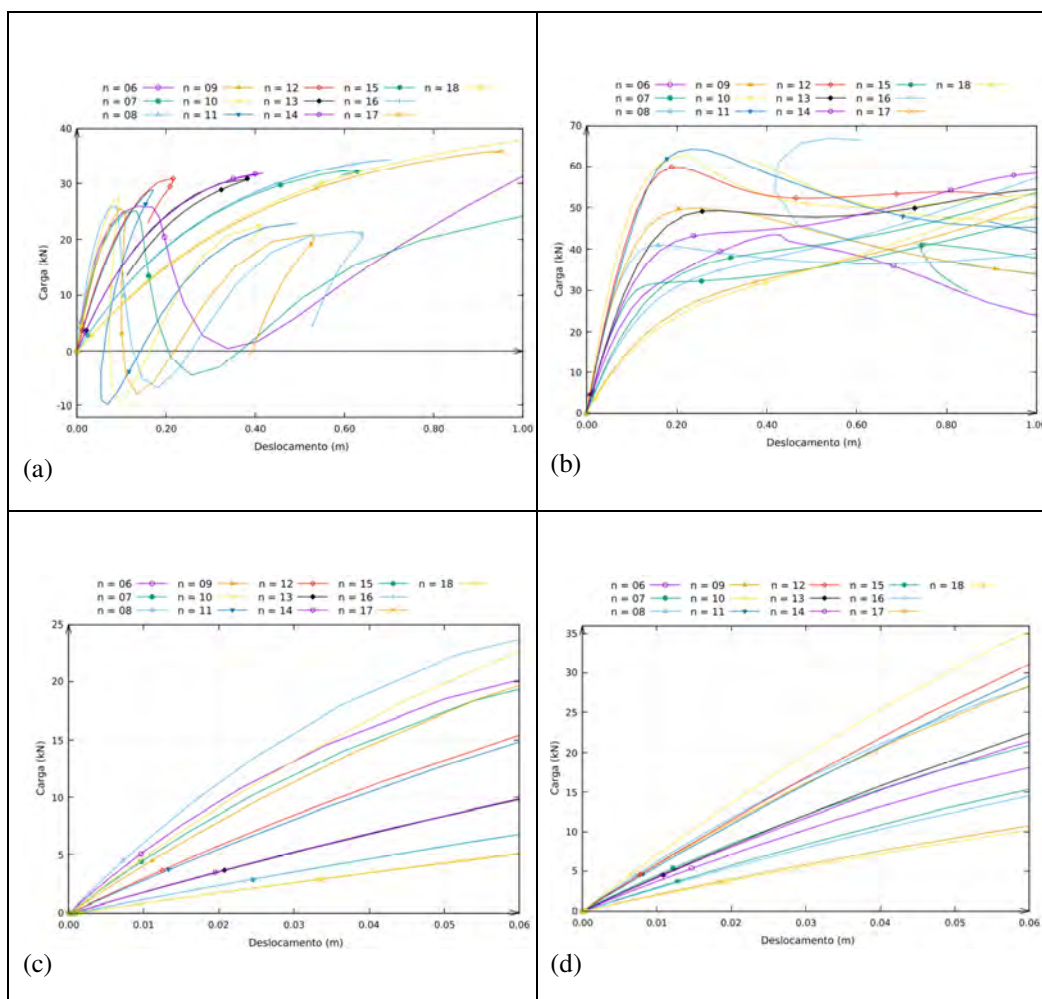


Figura 711 - (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais e apoio do caso 2 sob carregamento distribuído com 10% de assimetria, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares e apoio do caso 2 sob carregamento distribuído com 10% de assimetria, (c) Comportamento no deslocamento de 0,06m ($L/100$) da estrutura composta por elementos translacionais e (d) Comportamento no deslocamento de 0,06m ($L/100$) da estrutura composta por elementos polares.

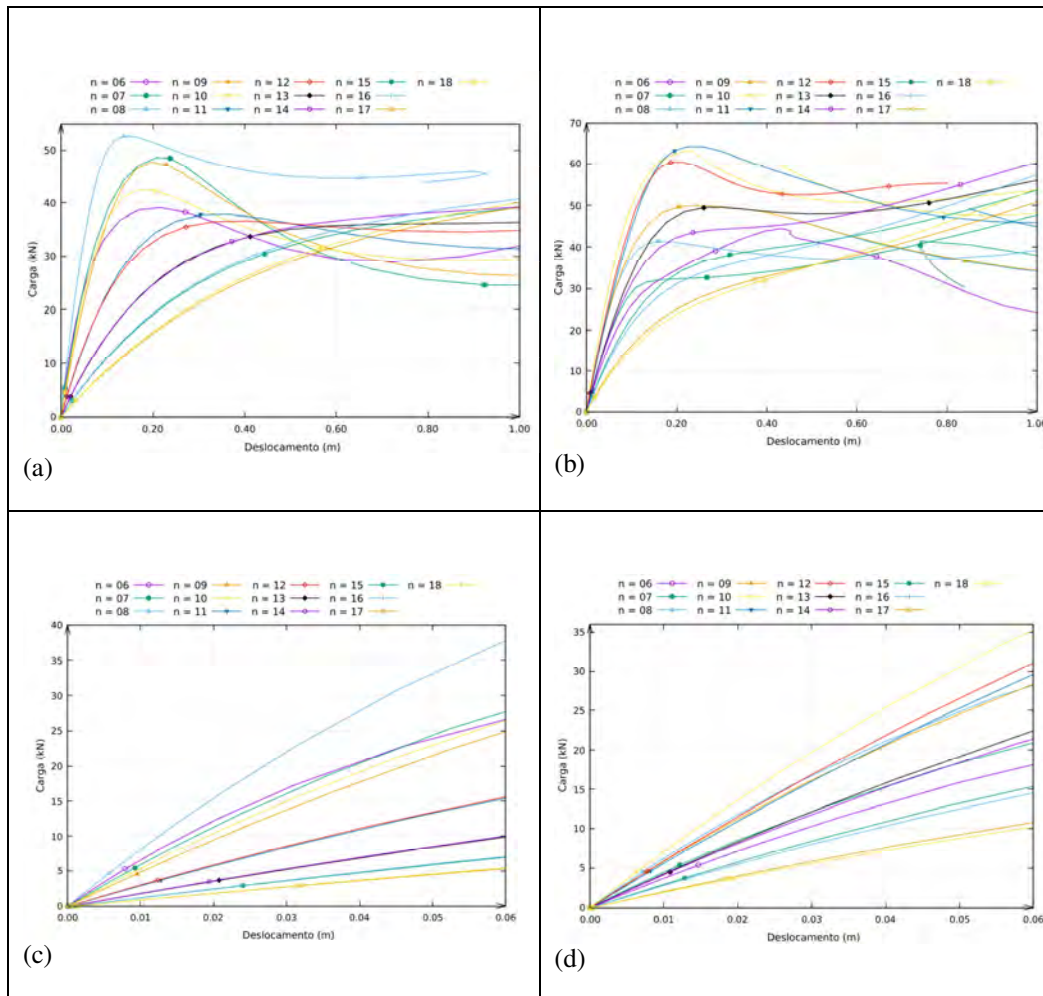


Figura 722 – (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais e apoio do caso 5 sob carregamento distribuído com 10% de assimetria, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares e apoio do caso 5 sob carregamento distribuído com 10% de assimetria, (c) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos translacionais e (d) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos polares.

Tabela 6 - Valor da carga corresponde a um deslocamento de 0,06m (L/100) do topo da estrutura em função do número de elementos das estruturas com apoios dos casos 5 e 2.

		Carga no deslocamento de 0,06m (L/100) (kN)			
		Translacional		Polar	
		Caso 2	Caso 5	Caso 2	Caso 5
n=	6	20,5	26,1	17,8	17,8
n=	7	18,3	26,9	21,2	20,5
n=	8	23,7	37,4	27,8	28,3
n=	9	19,5	25,0	27,9	28,4
n=	10	22,4	26,1	35,1	35,1
n=	11	14,6	15,7	29,7	29,9
n=	12	15,4	15,6	31,5	31,5
n=	13	9,8	9,9	24,4	22,5
n=	14	9,8	9,9	21,2	20,9
n=	15	6,1	6,3	15,7	15,7
n=	16	6,1	6,3	15,0	14,8
n=	17	5,3	5,3	11,0	10,7
n=	18	5,3	5,3	10,9	10,2

Mais uma vez a estrutura que apresenta o valor mais alto no carregamento distribuído é a composta por 8 elementos translacionais com o apoio do caso 5. O seu comportamento está ilustrado na Figura 733, nela observa-se que a estrutura atinge o seu primeiro ponto limite com um deslocamento vertical do nó de 0,17m e uma carga de 53 kN.

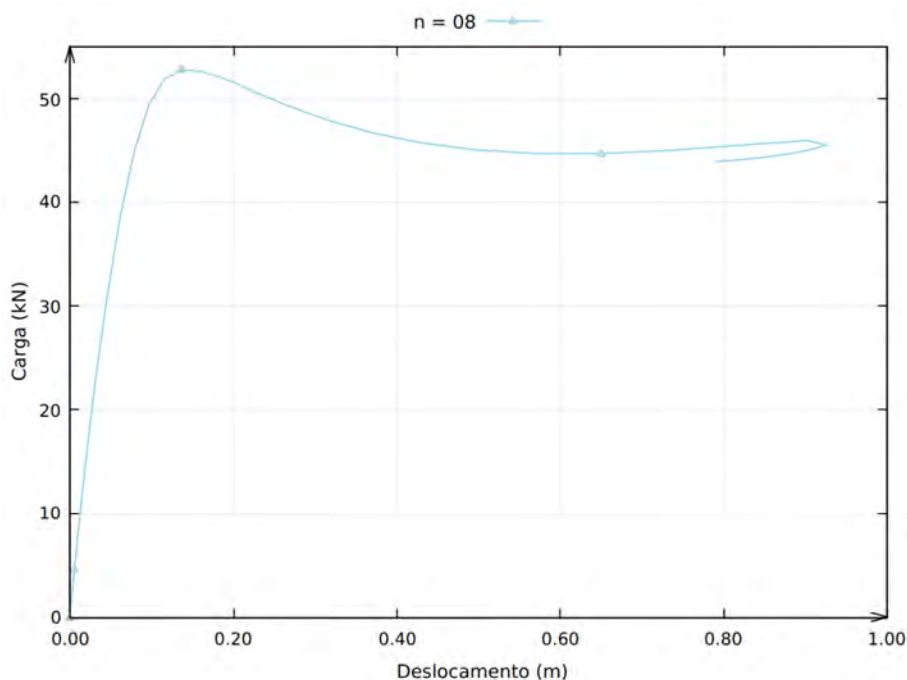


Figura 733 – Comportamento da estrutura composta por 8 elementos translacionais, com apoio do caso 5 e sob carregamento distribuído assimétrico de 10%.

6.5. Carregamento Distribuído Assimétrico – 20%

A Figura 744 e Figura 755 mostram o comportamento das estruturas formadas por elementos translacionais e polares para os dois casos de apoios analisados. Comparando a Tabela 7 e Tabela 6 percebe-se que a capacidade de carga das estruturas não tem grande variação quando submetidas a um carregamento distribuído com assimetria de 10% ou 20%. Novamente, a quantidade de elementos que resulta no valor mais alto no carregamento distribuído permaneceu a mesma dos últimos dois casos de carregamento analisados.

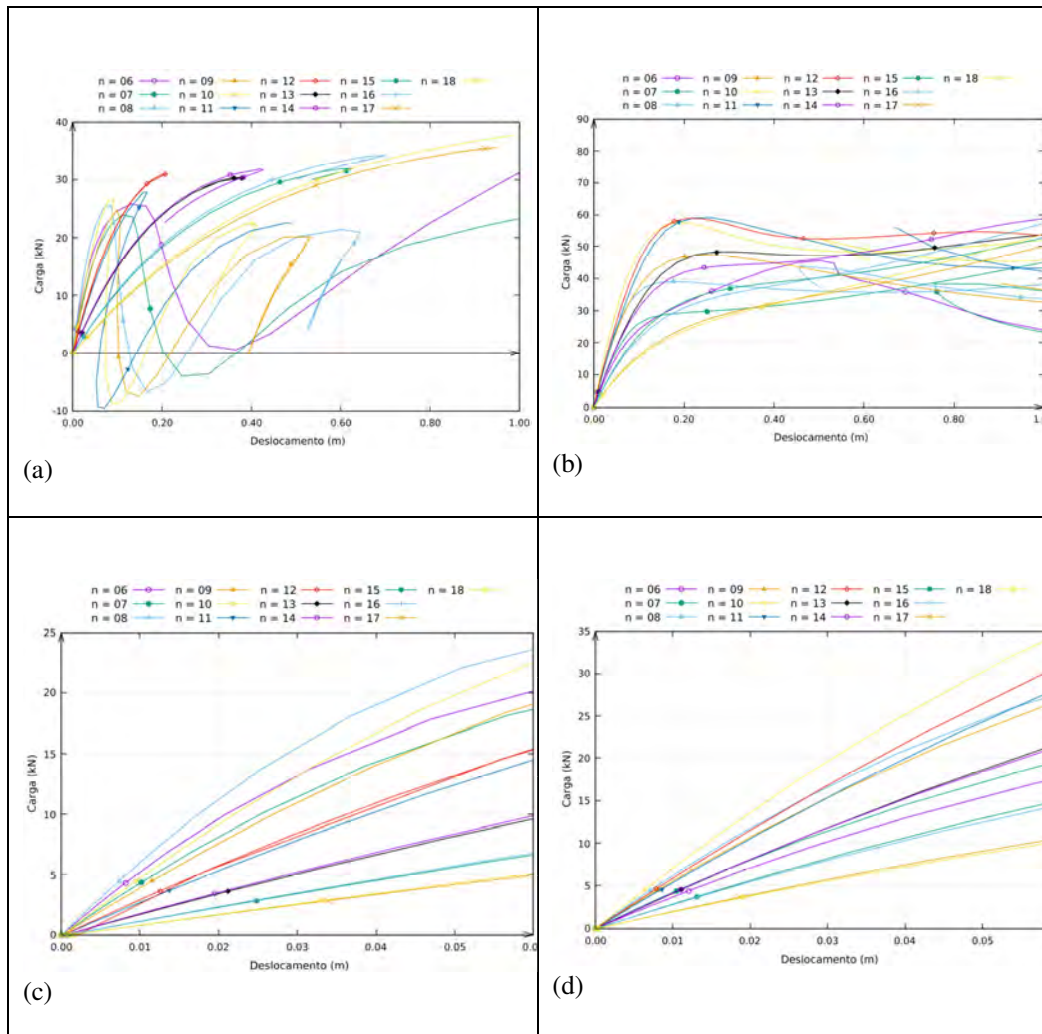


Figura 744 - (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais e apoio do caso 2 sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares e apoio do caso 2 sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (c) Comportamento no deslocamento de 0,06m ($L/100$) da estrutura composta por elementos translacionais e (d) Comportamento no deslocamento de 0,06m ($L/100$) da estrutura composta por elementos polares.

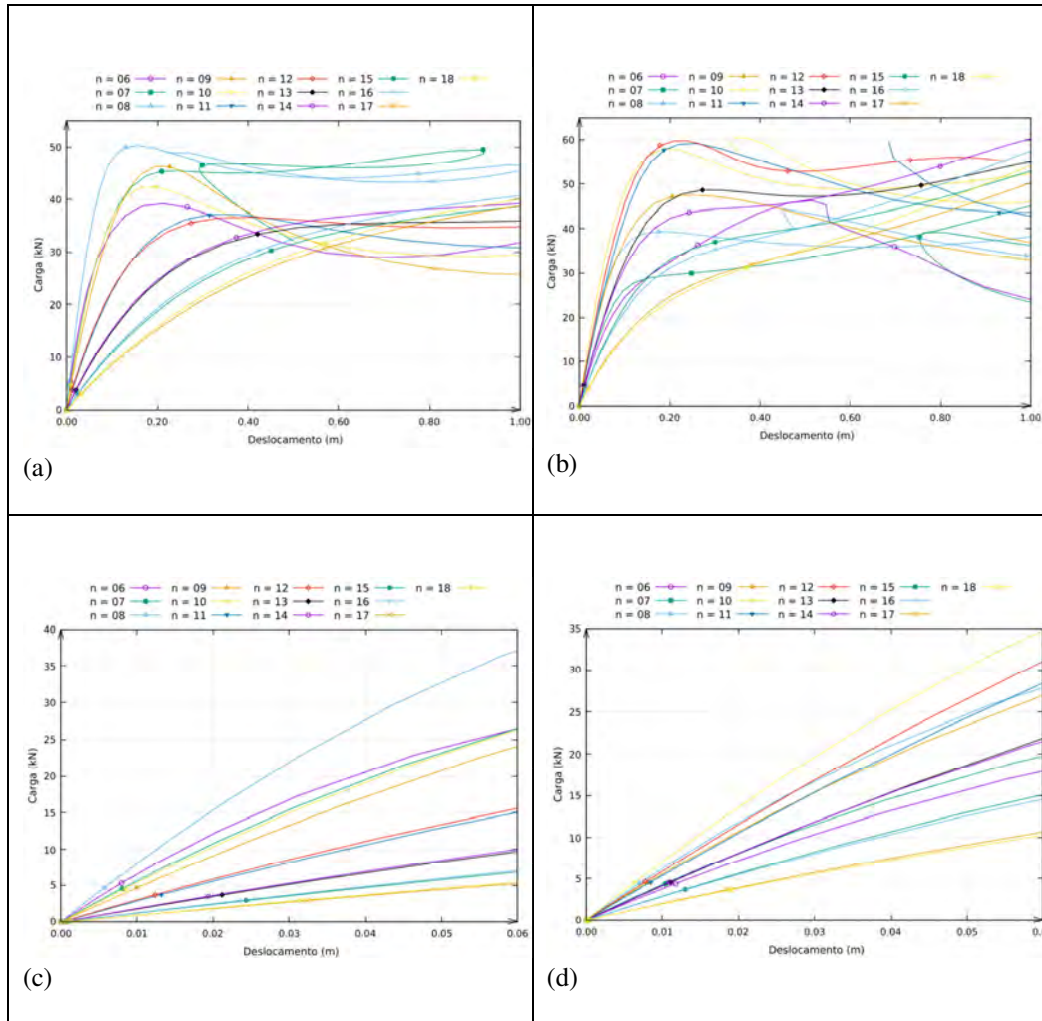


Figura 755 – (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais e apoio do caso 5 sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares e apoio do caso 5 sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (c) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos translacionais e (d) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos polares.

Tabela 7 - Valor da carga corresponde a um deslocamento de 0,06m (L/100) do topo da estrutura em função do número de elementos das estruturas com apoios dos casos 5 e 2.

		Carga no deslocamento de 0,06m (L/100) (kN)			
		Translacional		Polar	
		Caso 2	Caso 5	Caso 2	Caso 5
n=	6	20,3	26,9	17,0	17,0
n=	7	18,1	26,5	19,0	15,0
n=	8	23,7	36,4	25,8	26,9
n=	9	18,4	23,9	21,4	26,4
n=	10	22,5	26,4	35,0	35,0
n=	11	14,6	15,0	28,2	27,2
n=	12	15,1	15,5	30,8	30,8
n=	13	8,0	9,9	21,1	22,2
n=	14	7,9	10,0	20,9	22,0
n=	15	7,1	6,1	15,8	12,8
n=	16	7,1	6,1	14,4	14,5
n=	17	5,3	5,3	11,0	10,4
n=	18	5,3	5,3	10,9	10,3

Assim como nos casos de carregamento anteriores, a estrutura que exhibe valor mais alto no carregamento distribuído é a composta por 8 elementos translacionais com apoio do caso 5. A Figura 766 exhibe o comportamento dessa estrutura, que atinge o primeiro ponto limite com um deslocamento vertical de 0,17m e carregamento de 50kN.

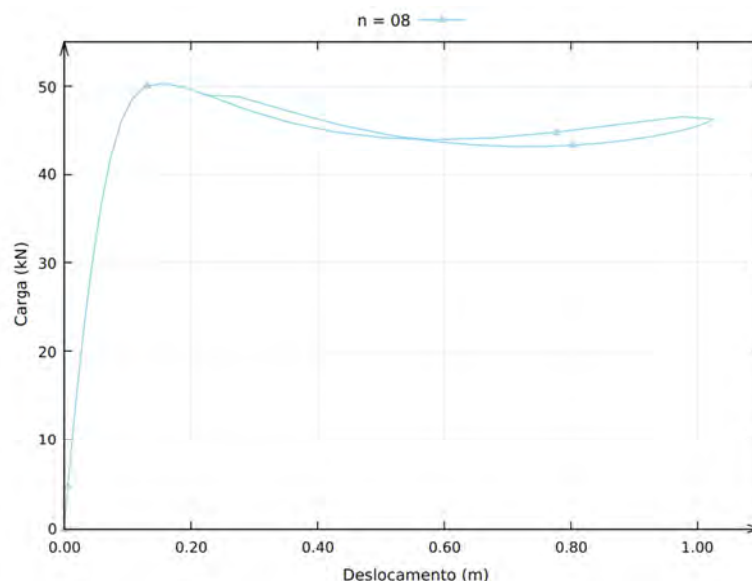


Figura 766 - Comportamento da estrutura composta por oito elementos translacionais, com apoio do caso 5 e sob carregamento distribuído assimétrico de 20%.

Como explicado no início deste capítulo, alguns parâmetros adotados para as estruturas estudadas foram tirados da pesquisa de Mira et al. (2015), onde, por meio de diversas análises paramétricas concluiu-se que as estruturas compostas por elementos translacionais geram melhores resultados quando com barras de seção transversal 90x90x4mm, enquanto que as compostas por elementos polares com o perfil de barra de seção transversal de 100x100x3mm. O estudo em questão foi feito considerando apenas o caso de apoio 2, com isso, uma análise considerando o carregamento assimétrico de 20% foi conduzida a fim de comparar o comportamento das estruturas compostas por elementos polares e translacionais com a mesma seção de barras e com duas condições de apoio: caso 2 e caso 5.

A Figura 77 mostra o comportamento das estruturas compostas por elementos polares e translacionais, com apoios do caso 2 e seção transversal 90x90x4mm, enquanto que a

Figura 778 mostra o comportamento das mesmas estruturas com seção transversal de 100x100x3mm:

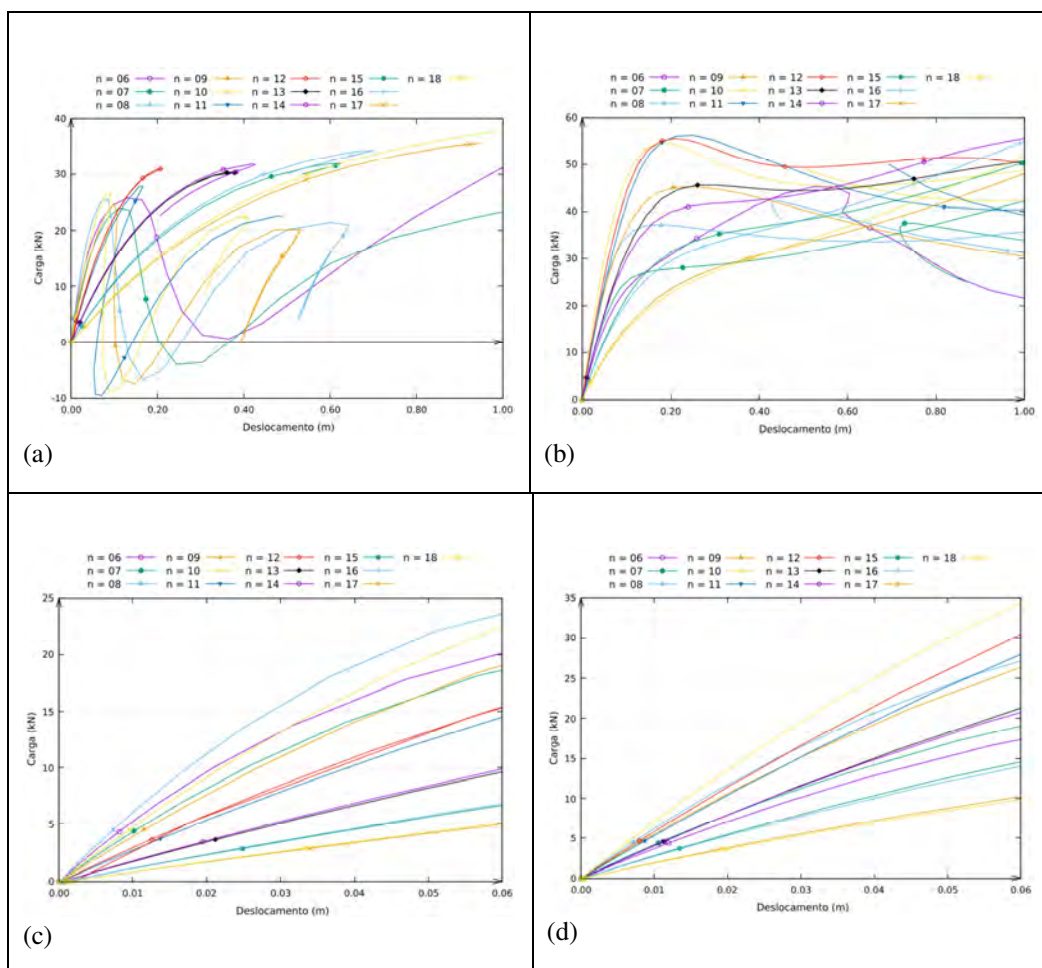
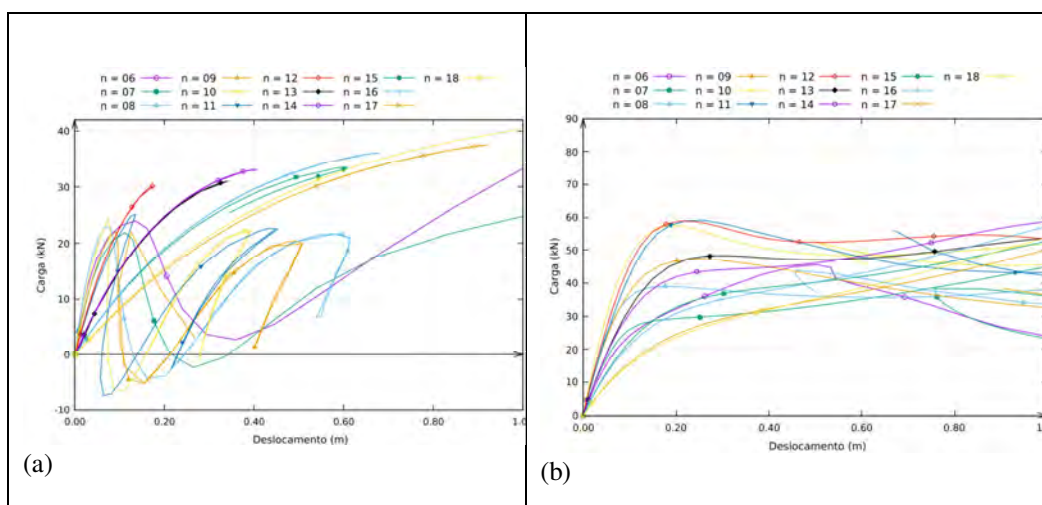


Figura 777 – (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais, com apoio do caso 2 e perfil de barra 90x90x4mm sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares, com apoio do caso 2 e perfil de barra 90x90x4mm sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (c) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos translacionais e (d) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos polares.



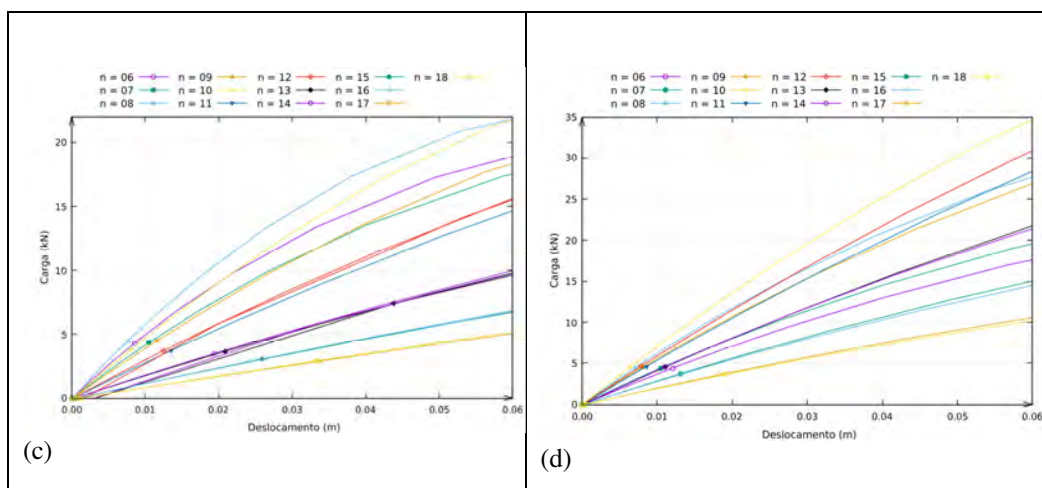


Figura 778 – (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais, com apoio do caso 2 e perfil de barra 100x100x3mm sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares, com apoio do caso 2 e perfil de barra 100x100x3mm sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (c) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos translacionais e (d) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos polares.

Tabela 8 - Valor da carga correspondente a um deslocamento de 0,06m (L/100) do topo da estrutura em função do número de elementos das estruturas com perfis de 100x100x3mm e 90x90x4mm e com apoio dos casos 2.

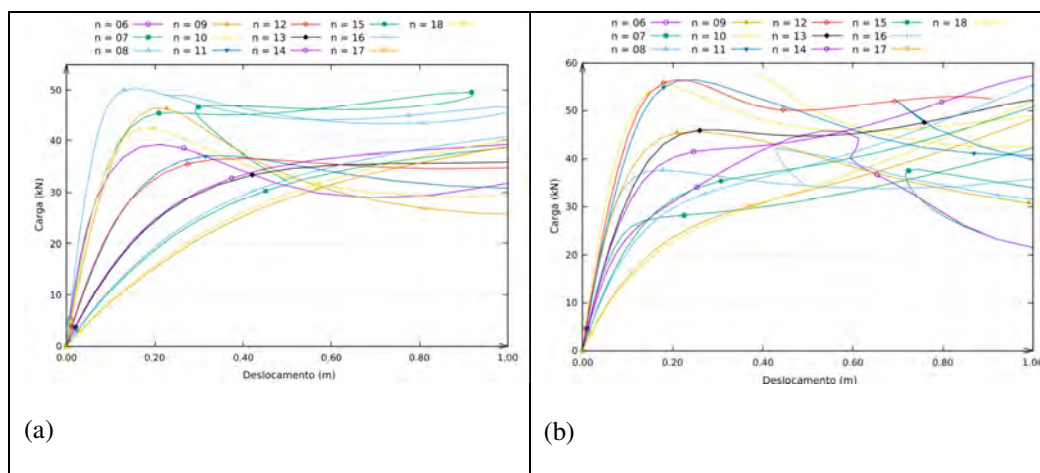
n	Carga no deslocamento 0,06m (L/100) (kN)			
	Elementos polares		Elementos translacionais	
	perfil 100x100x3	perfil 90x90x4	perfil 100x100x3	perfil 90x90x4
6	17,0	17,7	17,5	17,3
7	19,0	18,8	17,4	18,1
8	25,8	26,8	21,9	23,7
9	26,8	26,2	17,9	18,4
10	35,0	34,8	21,9	22,5
11	28,2	27,5	14,8	14,6
12	30,8	30,1	15,3	15,1
13	21,1	21,1	9,8	8,0
14	20,9	20,4	9,9	7,9
15	15,8	14,6	6,8	7,1
16	14,4	14,3	6,8	7,1
17	11,0	10,0	5,0	5,3
18	10,9	9,8	5,0	5,3

A Tabela 8 sintetiza os resultados referentes ao carregamento suportado pelo nó central superior das estruturas no deslocamento correspondente a um centésimo do vão. Pode-se perceber que a discrepância nos valores da capacidade de carga dessas estruturas devido a mudança da seção transversal da barra não é muito relevante, chegando a um valor máximo de 1kN de diferença. Como também concluído por Mira et al. (2015) em seu estudo, para estruturas com este tipo de apoio o perfil com seção transversal de 100x100x3mm mostrou resultados superiores para estruturas compostas por elementos polares e o perfil com seção transversal de 90x90x4mm se mostrou mais eficiente para estruturas compostas por elementos translacionais.

A seguir o mesmo estudo foi conduzido para as estruturas com o apoio do caso 5. A

Figura 79 mostra o comportamento das estruturas compostas por elementos polares e translacionais com perfil de barra 90x90x4mm, enquanto que a

Figura 80 mostra o comportamento das mesmas estruturas com o perfil de barra de 100x100x3mm:



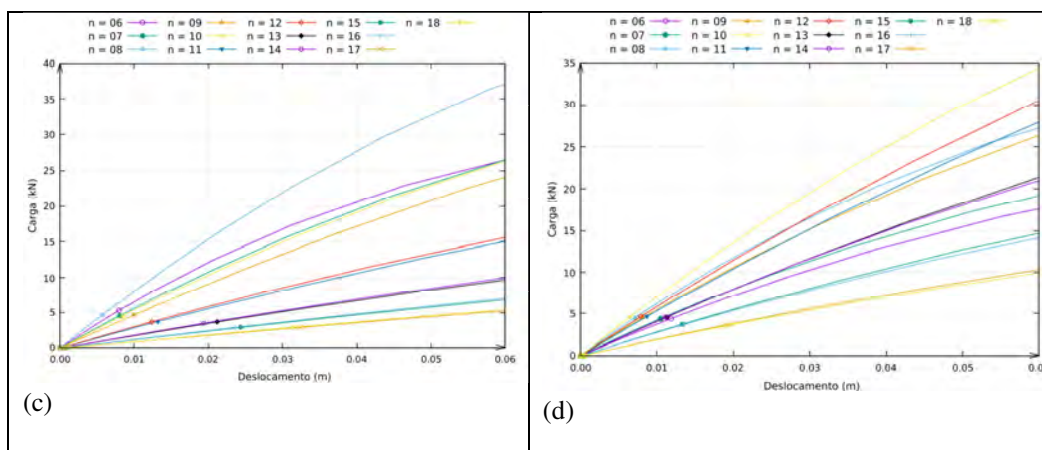


Figura 79 – (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais, com apoio do caso 5 e perfil de barra 90x90x4mm sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares, com apoio do caso 5 e perfil de barra 90x90x4mm sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (c) Comportamento no deslocamento de 0,06m ($L/100$) da estrutura composta por elementos translacionais e (d) Comportamento no deslocamento de 0,06m ($L/100$) da estrutura composta por elementos polares.

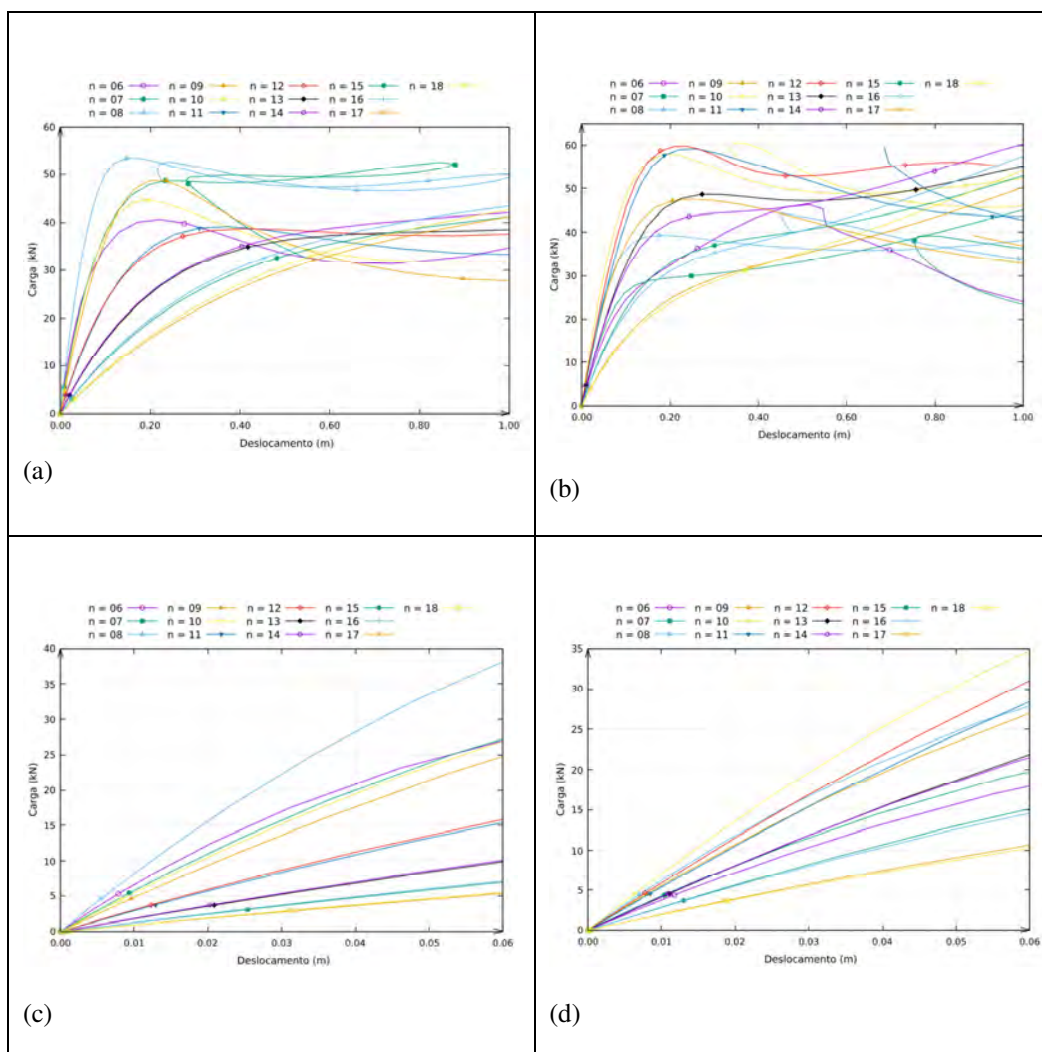


Figura 800 – (a) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos translacionais, com apoio do caso 5 e perfil de barra 100x100x3mm sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (b) Comportamento não linear da estrutura composta por elementos polares, com apoio do caso 5 e perfil de barra 100x100x3mm sob carregamento distribuído com 20% de assimetria, (c) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos translacionais e (d) Comportamento no deslocamento de 0,06m (L/100) da estrutura composta por elementos polares.

Tabela 9 - Valor da carga corresponde a um deslocamento de 0,06m (L/100) do topo da estrutura em função do número de elementos das estruturas com perfis de 100x100x3mm e 90x90x4mm e com apoios do caso 5.

n	Carga no deslocamento 0,06m (L/100) (kN)			
	Elementos polares		Elementos translacionais	
	perfil 100x100x3	perfil 90x90x4	perfil 100x100x3	perfil 90x90x4
6	17,0	16,7	26,8	26,9
7	19,3	19,3	26,8	26,5
8	26,9	25,4	37,4	36,4
9	26,4	26,2	24,9	23,9
10	35,0	34,8	26,8	26,4
11	27,2	27,7	15,0	15,0
12	30,8	30,1	15,1	15,5
13	22,1	21,8	9,9	9,9
14	22,0	21,7	10,0	10,0
15	14,8	14,9	6,7	6,1
16	14,5	14,3	6,5	6,1
17	10,4	10,1	5,1	5,3
18	10,3	10,8	5,1	5,3

A Tabela 9 sintetiza os resultados referentes ao carregamento suportado pelo nó central superior das estruturas no deslocamento correspondente a um centésimo do vão. Assim como no estudo anterior das estruturas com apoios do caso 2, a capacidade de carga das estruturas compostas por um mesmo elemento e perfis de barra distintos não são muito discrepantes, chegando a um valor máximo de 1kN de diferença, ou seja, a área dos perfis não se mostra um fator determinante para a escolha da estrutura com o valor mais alto no carregamento distribuído. Entretanto, para este caso de apoio, tanto as estruturas compostas por elementos polares e translacionais demonstraram melhores resultados quando para o perfil de seção 100x100x3mm, o que é um fato curioso uma vez que essa seção transversal possui menor área.

7. Conclusões e Sugestões

Essa pesquisa mostrou como a utilização de métodos computacionais pode contribuir para a escolha do projeto mais eficiente para estruturas ajustáveis. Com o uso dessa ferramenta a geometria pode ser otimizada de modo a obter a estrutura mais eficiente estruturalmente, evitando escolhas que apresentam saltos dinâmicos em estágios iniciais de carga, o que pode pôr em risco seus usuários. Um novo programa de análise estrutural não linear, especialmente desenvolvido para estruturas ajustáveis, foi utilizado. O programa leva em conta as características físicas e geométricas das ligações, incluindo o atrito e incompatibilidades geométricas necessárias ao processo de transformação (abertura e fechamento) da estrutura.

Usando esta ferramenta computacional foi desenvolvida uma análise paramétrica de arcos constituídos por elementos pantográficos polares e translacionais. A influência do tipo de elemento, número de elementos pantográficos, condições de apoio e tipo de carregamento foram estudados.

Observa-se através dos resultados apresentados nesta dissertação que existe uma relação direta entre a geometria da estrutura com elementos pantográficos e o seu comportamento cinemático e estrutural. Por isso, a análise de diversas geometrias a fim de compreender a influência de múltiplos parâmetros nesse comportamento é fundamental.

Os resultados mostram que esta classe de estruturas, em função da sua inerente flexibilidade e forma geométrica, apresenta um comportamento altamente não linear com diversos pontos limite de carga e deslocamento levando a saltos dinâmicos que podem comprometer a estabilidade e reuso da estrutura. O tipo de elemento pantográfico, número de elementos pantográficos e condições de apoio têm grande influência na rigidez inicial do caminho pós-crítico e na carga crítica limite. Para definição de uma geometria ótima é necessário um refinamento do programa computacional, com a introdução de métodos de otimização.

Como mostrado nessa pesquisa, análises paramétricas devem ser conduzidas para o completo entendimento do comportamento dessa classe de estruturas e para avaliar a influência de cada parâmetro na capacidade de carga da estrutura. Embora a pesquisa tenha feito a análise de alguns parâmetros fundamentais, muitos outros se mostram importantes e devem ser analisados em trabalhos futuros, dentre eles: diferentes perfis de barra, altura e vão do vão, outros casos de carregamento, como o vento, além da consideração de vários tipos de imperfeição geométricas. Além disso, as tensões nas barras devem ser verificadas bem como o comportamento da estrutura durante o processo de transformação.

8. Referências bibliográficas

- Akgün, Y. (2010). A novel transformation model for deployable scissor-hinge structures, 37. Retrieved from http://elib.uni-stuttgart.de/opus/volltexte/2011/5919/pdf/ILEK_thesis_v_12_son.pdf
- Akgün, Y., Gantes, C. J., Sobek, W., Korkmaz, K., & Kalochairetis, K. (2011a). A novel adaptive spatial scissor-hinge structural mechanism for convertible roofs. *Engineering Structures*, 33(4), 1365–1376. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2011.01.014>
- Akgün, Y., Haase, W., & Sobek, W. (2007). Proposal for a New Scissor-Hinge Structure To Create Transformable and Adaptive Roofs, In: *Proceedings IASS 2007* (International Association of Spatial Structures) Symposium.
- Arnouts, L. I. W. (2017). *Computational Investigation of the Structural Response of Bistable Scissor Structures*, (Doctoral dissertation, Thesis submitted to Vrije Universiteit Brussel in partial fulfillment of the requirements for the Master's Degree in Architectural Engineering.
- Belda, E. A. P., & Almagro, M. C. P. (2016). LOS XXV AÑOS DE PAZ . 50 Aniversario del Pabellón de Emilio Pérez Piñero EGA. *Revista de expresión gráfica arquitectónica*, 21(28), 146-155. <https://doi.org/10.4995/ega.20166307>
- Chen, Y., Fan, L., & Feng, J. (2017). Kinematic of symmetric deployable scissor-hinge structures with integral mechanism mode. *Computers and Structures*, 191, 140–152. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2017.06.006>
- Chen, Y., Feng, J., & Ren, Z. (2016). Numerical approach for detecting bifurcation points of the compatibility paths of symmetric deployable structures. *Mechanics Research Communications*, 71, 7–15. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2015.11.005>
- De Temmerman, N.; Mira, L. A.; Vergauwen, A. (2012). Feasibility of the Universal Scissor Component (USC): Building a Full-Scale Deployable Dome. *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, Vol. 53 (2012) No. 4 December

n. 174, Pp. 227-236(10).

- De Temmerman, N. (2007). *Projeto and analysis of deployable bar structures for mobile architectural applications*. Vrije Universiteit Brussel. PhD Dissertation, (June), 314. Retrieved from <http://www.vub.ac.be:8080/phd/verdedigingen2007/200706282a.pdf>
- Del Grosso, A. E., & Basso, P. (2012). Deployable Structures. *Advances in Science and Technology*, 83 (September 2012), 122–131. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AST.83.122>
- Dewalque, F., Rochus, P., & Bröls, O. (2015). Importance of structural damping in the dynamic analysis of compliant deployable structures. *Acta Astronautica*, 111, 323–333. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2015.03.003>
- Escrig, F. (1985). Expandable space structures. *International Journal of Space Structures*, 1(2), 79-91.
- Escrig, F., & Valcárcel, J. P. (1988). Estructuras espaciales desplegables curvas. *Informes de la Construcción*, 39(393), 53-71
- Escrig, F. (2013). Emilio Pérez Piñero: Inventor of deployability. *Structures and Architecture: Concepts, Applications and Challenges - Cruz (Ed)*.
- Escrig, F., Valcárcel, J.P., Sanchez, J. (1998). Roofing geometry of deployable X-Frames. *International Journal of Space Structures*, 13(1), 1–12. <https://doi.org/10.1177/026635119801300101>
- Escrig, F., Sanchez, J., & Valcarcel, J. P. (1995). Two Way Deployable Spherical Grids, *International Journal of Space Structures* 11.1-2 (1996): 257-274.
- Escrig, F., & Valcarcel, J. P. (1993). Geometry of Expandable Space Structures, *International Journal of Space Structures*, 8(1-2), 71-84.
- Fenci, G. E., & Currie, N. G. R. (2017). Deployable structures classification: A review. *International Journal of Space Structures*, 32(2), 112–130. <https://doi.org/10.1177/0266351117711290>
- Friedman, N. (2011). *Investigation of highly flexible, deployable structures: review, modelling, control, experiments and application*. These de Doctorat de L'Ecole Normale Supérieure de Cachan, France
- Gantes, C. (1991). A Projeto Methodology for Deployable Structures, Doctoral dissertation, Massachusetts Institute of Technology.
- Gantes, C. (1997). An improved analytical model for the prediction

- of the nonlinear behavior of flat and curved deployable space frames. *Journal of Constructional Steel Research*, 44(1–2), 129–158. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(97\)00042-4](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(97)00042-4)
- Gantes, C., Connor, J. J., & Logcher, R. D. (1989). Structural analysis and projeto of deployable structures. *Computers & Structures* 32(3-4), 661–669.
- Gantes, C., Connor, J. J., & Logcher, R. D. (1991a). Combining numerical analysis and engineering judgment to projeto deployable structures. *Computers & Structures* 40(2) 431–440.
- Gantes, C. J. (2001). Deployable structures : analysis and projeto, 32(3), 661–669. Retrieved from http://catalog.upc.edu/record=b1196394~S1*cat
- Gantes, C. J., & Konitopoulou, E. (2004). Geometric projeto of arbitrarily curved bi-stable deployable arches with discrete joint size. *International Journal of Solids and Structures*, 41(20), 5517–5540. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2004.04.030>
- Geradin, M., Motro, R., Pellegrino, S., Tarnai, T. & Vincent, J. F. V. (2001). *Deployable Structures*.
- Hoberman, C. (1990). Reversibly Expandable Doubly-Curved Truss Structures. *United States Patent*, (19).
- Hoberman, C. (1991). Radial expansion/retraction truss structures. *United States Patent*, (19).
- Jensen, F. V. (2004). Concepts for Retractable Roof Structures, Doctoral dissertation, University of Cambridge, UK.
- Kien, V. K. (2007). *Deployable tension strut structures: Concept, structural behaviour and implementation*, PhD, Dept. of Civil Engineering, National University of Singapore. Singapore.
- Kokawa, T. (1995). A Trial of Expandable Arch. In *Proc. of IASS Symposium in Milano* (Vol. 1, pp. 501-510).
- Kokawa, T. (1996). Scissor arch with zigzag-cable through pulley-joints. In *Proc. of IASS Symposium in Stuttgart* (pp. 868-875).
- Kovács, F. (2004). *Symmetry-adapted mobility and stress analysis of spherical and polyhedral generalized bar-and-joint structures*, Doctoral dissertation, PhD dissertation submitted to the Budapest University of Technology and Economics, Hungary.
- Li, B., Wang, S. M., Zhi, C. J., Xue, X. Z., & Makis, V. (2017). Analytical and numerical study of the buckling of planar linear array deployable structures based on scissor-like element under its own weight. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 83, 474–488. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2016.06.025>
- Liew, J. Y. R., Vu, K. K., & Krishnapillai, (2008). Recent Development of Deployable Tension-Strut Structures. *Advances in Structural Engineering*, 11(6), 599–614.

- <https://doi.org/10.1260/136943308787543630>
- Mira, L. A., Filomeno Coelho, R., Thrall, A. P., & De Temmerman, N. (2015). Parametric evaluation of deployable scissor arches. *Engineering Structures*, 99, 479–491. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.05.013>
- Mira, L.A., Thrall, A. P., & De Temmerman, N. (2014). Deployable scissor arch for transitional shelters. *Automation in Construction*, 43, 123–131. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2014.03.014>
- Matijević, I., & Kovačević, D. (2009) Some Disadvantages of Standard Buckling Analysis Comparing to Incremental Geometric Nonlinear Analysis, *Annals of the Faculty of Engineering Hudenora – Journal of Engineering*. Tome VII. Fascicule 4 (ISSN 1584 – 2665)
- Mira, L. A., De Temmerman, N., & Preisinger, C. (2012). Structural optimisation of deployable scissor structures using new computational methods. *High Performance Structures and Materials*, 1(June), 309–318. <https://doi.org/10.2495/HPSM120>
- Oliveira, M. G. de. (2016). *Estruturas dinâmicas articuladas pantográficas : aplicações em arquitetura mediadas por simulações paramétricas*, Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Campinas, SP. Disponível em: <<http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/330391>>. Acesso em: 31 ago. 2018.
- On, H. C. (2014). A Study of new deployable structure, Song, Yijie 1, 1050, 1083–1089. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.1049-1050.1083>
- Palathingal, S., & Ananthasuresh, G. K. (2017). Projeto of bistable arches by determining critical points in the force-displacement characteristic. *Mechanism and Machine Theory*, 117, 175–188. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2017.07.009>
- Pellegrino, S., & Guest, S. D. (1998). Deployable structures: theory and applications. In Proceedings of IUTAM-IASS Symposium held in Cambridge, UK.
- Rhode-barbarigos, L., Bel, N., Ali, H., Motro, R., & Smith, I. F. C. (2010). Projetoing tensegrity modules for pedestrian bridges. *Engineering Structures*, 32(4), 1158–1167. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.12.042>
- Rosenfeld, Y., & Logcher, R. D. (1987). New Concepts for Deployable- Collapsible Structures, *International Journal of Space Structures*, 3(1), 20-32.
- Santana, M.V.B (2019a). *Tailored Corotational Formulations for the*

- Nonlinear Static and Dynamic Analysis of Bistable Structures*, Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC-Rio, e Université libre de Bruxelles, ULB, Maio, 2019.
- Santana, M. V. B.; Silveira, R. (2019b). Numerical fundamentals and interactive computer graphics system for the nonlinear analysis of planar frames, *REM-International Engineering Journal* 72(2), 199–207.
- Santana, M. V. B., Gonçalves, P. B., & Silveira, R. A. M. (2018). Static stability and load capacity of pyramidal trusses, In *MATEC Web of Conferences* (Vol. 148, p. 07005). EDP Sciences.
- Santana, M. V. B., Gonçalves, P. B., & Silveira, R. A. M. (2019c). Stability and load capacity of an elasto-plastic pyramidal truss. *International Journal of Solids and Structures*, 171, 158–173. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2019.04.011>
- Santana, M. V. B., Gonçalves, P. B., & Silveira, R. A. M. (2019d). Nonlinear oscillations and dynamic stability of an elastoplastic pyramidal truss. *Nonlinear Dynamics*, 98(4), 2847-2877, <https://doi.org/10.1007/s11071-019-05072-9>
- Van Mele, T., De Temmerman, N., De Laet, L., & Mollaert, M. (2010). Scissor-hinged retractable membrane structures. *Int. J. Struct. Eng.*, 1(3/4), 374-396. <https://doi.org/10.1504/IJSTRUCTE.2010.033489>
- Vincent, J. F. V. (2001). Deployable structures in nature, (pp. 37-50). Springer, Vienna.
- You, Z., & Pellegrino, S. (1997). Foldable bar structures. *International Journal of Solids and Structures*, 34(15), 1825–1847. [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(96\)00125-4](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(96)00125-4)
- Zeigler. (1976). Collapsible Self-supporting Structure. U.S. Patent No. 3,968,808. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office. <https://doi.org/US005485919A>
- Zhang, Y., Li, N., Yang, G., & Ru, W. (2017). Dynamic analysis of the deployment for mesh reflector deployable antennas with the cable-net structure. *Acta Astronautica*, 131(June 2016), 182–189. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2016.11.038>