

## 5 - CONCLUSÃO

*Frege's Conception of Numbers as Objects* de Crispin Wright suscitou e ressuscitou o debate sobre o projeto logicista Fregeano da aritmética dos números naturais nos últimos vinte anos. Dummett, por exemplo, em 1973, na sua introdução, afirmara que a filosofia da matemática de Frege é inócua e arcaica e que sua importância era apenas histórica. Por outro lado, o mesmo Dummett (1991), no seu prefácio, não tem a mesma opinião que aquela dada em 1973. Em grande parte, isso se deve aos resultados apresentados por Wright (1983). Boolos, nos seus primeiros trabalhos sobre o tema (1987b), considerava o Teorema de Frege um resultado realmente interessante<sup>266</sup>.

Há uma certa dúvida se Frege sabia que era possível provar PA2 somente a partir do Princípio de Hume. Muitos filósofos, por exemplo Heck, acreditam que Frege conhecia tal resultado. Em 2, sustentamos, seguindo certas evidências textuais, que Frege não só conhecia tal fato, como também provou o Teorema de Frege na sua notação conceitual. Isso nos leva a um outro problema, também levantado em uma nota e que merece um maior estudo, por que Frege não propõe o Princípio de Hume, dada a inconsistência da Lei Básica V, como uma lei lógica? Por que Frege não tenta argumentar que os dois lados do Princípio de Hume têm o mesmo conteúdo, ou assumindo a distinção entre sentido e referência, o mesmo sentido?<sup>267</sup> Há inúmeras interpretações para esta posição. Heck acredita que é por causa do *Problema de Júlio César* que Frege não propõe o Princípio de Hume como uma lei lógica, mas a defesa de sua posição é sustentada, como afirmamos, por uma tradução errada. Ruffino (1996) sustenta que é o caráter lógico das extensões de conceitos que se impõe a Frege e por isso ele não tem outra escolha senão assumir a Lei Básica V (assim, a existência dos números derivada do Princípio de

---

<sup>266</sup>Boolos escreve: “Uma fantasia: se depois de *Begriffsschrift*, Frege escrevesse, não os *Fundamentos da Aritmética*, mas outro livro com o mesmo título cuja principal reivindicação fosse que, uma vez que a aritmética é dedutível por lógica somente a partir da trivialidade de ‘o número de Fs é o mesmo que o número de Gs se e somente se os Fs podem ser correlacionados 1-1 com os Gs’, a aritmética é analítica, não sintética, como Kant supusera. Frege, então, sustentaria a analiticidade de  $NF=NG \leftrightarrow F \text{ eq } G$ , fundamentando-se que ambas as metades do bi-condicional têm o mesmo conteúdo, expressam o mesmo pensamento. Ele consideraria uma tentativa de defesa de Kant. Uma vez que a existência de um objeto pode ser inferida de  $NF=NF$ ,  $NF=NF$  deveria ser considerado sintético e, portanto,  $NF=NG \leftrightarrow F \text{ eq } G$  deveria também sê-lo. Frege responderia que  $7+5=7+5$  é analítico. Se Frege abandonasse um de seus maiores objetivos... e trabalhasse com as conseqüência deste único axioma em *Begriffsschrift*, ele estaria totalmente justificado em reivindicar que descobriu um fundamento para aritmética...” (Boolos, 1987b, pp. 200-1).

Hume não seria lógica). Sugerimos em uma nota que a noção de extensão de conceito é cara para Frege porque ele necessita provar também teoremas da análise e sem a noção de extensão isso não é possível. A partir do Princípio de Hume não podemos provar a análise. Agora, Frege assume que aritmética é tanto aritmética dos números naturais e análise, portanto uma defesa da analiticidade da aritmética dos números naturais provada a partir do Princípio de Hume é apenas uma explicação parcial da analiticidade da aritmética. Assim, um projeto Neo-Fregeano da aritmética, sendo desenvolvido a partir de princípios de abstração, tem de dar conta, pelo menos, da análise. Isso ainda não é possível. Não há ainda nenhum princípio de abstração conceitual não-problemático (isto é, consistente, conservativo e cujas reivindicações ontológicas não exploram um componente paradoxical) que implique a existência de um domínio com uma cardinalidade igual ou maior que a cardinalidade do contínuo.

Voltando ao livro de Wright (1983), dissemos que há muitas questões problemáticas e não resolvidas: a questão sobre o critério para descobrirmos quando um termo é um termo singular ou não; a questão sustentada pelo reducionista ontológico, principalmente, o nominalista; questões sobre a noção de conceito sortal. Todas estas questões foram negligenciadas por Wright após a publicação de *Frege's Conception of Numbers as Objects*. Em parte, sua negligência é devida às inúmeras objeções que consideram seus argumentos (1983) suficientes (ou tomam os mesmos como tais). Algumas destas objeções foram apresentadas nas seções 4.2, 4.3, 4.4. Há também as objeções apresentadas na seção 4.1 (de maneira resumida) e, na sua maioria, também tomam os argumentos de Wright (1983) como sendo não problemáticos. Como vimos no capítulo anterior, Wright não é bem-sucedido em eliminar o *Problema de Júlio César* e ele mesmo admite tal fato. E o Teorema de Frege encontra-se em xeque se tal problema não for solucionado. Wright também não é muito bem-sucedido em responder ao *Problema da Restrição*. A noção de um conceito indefinidamente extensível não é muito clara e dependeria da teoria de conjuntos. Além disso, esta restrição parece ser *ad hoc*. O que nos levaria à conclusão de que o Princípio de Hume não poderia ser uma definição implícita e analítica do conceito de número cardinal. A mesma conclusão é obtida no caso do *Problema das Más Companhias*.

---

<sup>267</sup> Frege sugere, implicitamente, em *Funktion und Begriff* que a Lei Básica V é lógica, porque ambos os lados da identidade têm o mesmo sentido e, portanto, tal lei seria auto-evidente.

Entretanto, não pretendemos chegar aqui a um veredicto final. Nossa conclusão é que uma resposta definitiva, seja afirmativa, seja negativa, sobre o projeto Neo-Fregeano depende de um estudo mais amplo da noção de princípio de abstração. A discussão sobre o *status* do Princípio de Hume e, conseqüentemente, de PA2, dependerá do *status* dos princípios de abstração em geral.