

5

O problema da Cavidade Inclinada - Estudo de efeitos de perturbações finitas e validação de resultados numéricos

Neste capítulo desviaremos nossa atenção do foco principal desta dissertação e apresentaremos um pequeno trabalho que foi desenvolvido em paralelo. Este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de se esclarecer algumas dúvidas a respeito de como perturbações de amplitudes finitas podem influenciar a estabilidade de um escoamento. O problema é tratado considerando-se um escoamento bidimensional de um fluido Newtoniano no interior de uma cavidade inclinada com tampa deslizante. Este caso foi desenvolvido inicialmente para servir como teste de validação da rotina numérica para solução transiente, sem efeitos elastohidrodinâmicos, implementada no programa de Elementos Finitos da PUC-Rio. Entretanto a obtenção de resultados interessantes do ponto de vista físico e computacional acabaram levando a um estudo mais detalhado.

A divisão deste trabalho foi feita em 5 seções. A primeira seção apresenta uma pequena introdução ao assunto de estabilidade de soluções. Em seguida é apresentada a cavidade inclinada utilizada no estudo. Na terceira seção a metodologia empregada na análise é discutida, juntamente com as vantagens desta escolha. A quarta seção mostra os parâmetros de malha e as dimensões da cavidade, juntamente com os parâmetros do fluido. O capítulo é finalizado com a apresentação dos resultados obtidos e sua discussão, na quinta seção.

5.1

Introdução

O estudo do comportamento dinâmico dos fluidos representou por muitos anos um desafio extremamente difícil de ser vencido. A obtenção teórica de campos de velocidade e pressão era restrita a um pequeno número de casos que admitem solução analítica das equações governantes. Com o desenvolvimento dos computadores e de modernas técnicas numéricas este quadro se reverteu. Hoje, a predição teórica de escoamentos laminares, tanto em regime permanente quanto transiente, se tornaram uma rotina nos diversos grupos de pesquisa científica desta área. Além disso, a popularização de softwares

comerciais de simulação de dinâmica de fluidos disseminou o uso da análise do escoamento como ferramenta de otimização de diversos processos de interesse industrial. Contudo, em muitos casos, o puro conhecimento do conjunto de soluções os quais o escoamento pode assumir não garante resultados satisfatório. É preciso saber se o escoamento é ou não estável.

Muitos escoamentos de aplicações industriais possuem faixa de operação dentro de regiões de comportamento não-linear, ou seja, admitem diferentes soluções para um mesmo conjunto de parâmetros. Assim, mesmo um escoamento em regime permanente estável pode vir a sofrer uma desestabilização que o leve a uma mudança de estado, e conseqüentemente de padrão, caso sofra uma perturbação. Este tipo de comportamento pode ser bastante inconveniente ou até interessante dependendo da aplicação desejada. A análise de estabilidade linear é capaz de prever o estado crítico para o qual o sistema se torna instável a perturbações de amplitudes infinitesimais. Contudo, muitas perturbações, às quais os escoamentos estão expostos em processos reais, possuem amplitudes finitas. Sabe-se que perturbações de amplitude finita podem influenciar a estabilidade de escoamentos, levando-o a sofrer uma transição antes do previsto. Porém os efeitos da amplitude de perturbação ainda é um assunto desconhecido.

O objetivo deste trabalho é o de analisar os efeitos de amplitude de perturbação sobre a estabilidade de um escoamento na região de múltiplas soluções. O estudo é realizado considerando-se o escoamento de um fluido Newtoniano no interior de uma cavidade inclinada fechada. A estabilidade do sistema é estudada através de uma simulação transiente do escoamento utilizando-se o código escrito para soluções transientes implementado como trabalho desta dissertação. Assim, o sistema é perturbado e sua evolução temporal é acompanhada até que seja atingido (ou não) um novo regime permanente (estado de equilíbrio). Uma comparação é feita com os resultados obtidos pela rotina de solução estacionária aliada ao método de continuação por pseudo-comprimento de arco, descrito por Bolstad e Keller (Bolstad86) e implementado por Zevallos (Zevallos00). Esta metodologia permite não somente compreender os efeitos de amplitudes na estabilidade de escoamentos, como também a determinação da amplitude máxima de perturbação para a qual a teoria linear permanece válida.

Ainda que o objetivo original do estudo da cavidade inclinada tenha sido alterado, permanece o interesse em validar a rotina computacional para escoamentos transientes. Este procedimento ocorre conjuntamente com o estudo da influência das perturbações no escoamento, aproveitando-se os mesmos resultados. De fato, a validação da rotina numérica acaba acontecendo de maneira

natural, dada a metodologia escolhida para a análise dos resultados.

5.2

Definição do Problema

Como já comentado, a análise já discutida foi feita para o escoamento bidimensional de um fluido Newtoniano no interior de uma cavidade inclinada. Este simples escoamento apresenta um papel muito importante na engenharia e ciência moderna. Além de ser uma das configurações mais freqüentemente utilizadas em testes de validação de códigos numéricos, também é empregado como modelo base em vários processos industriais de interesse, sobretudo na indústria química.

A simplicidade geométrica dessa configuração esconde uma física bastante complexa. Há diversos trabalhos na literatura que mostram um comportamento fortemente não-linear bastante acentuado neste escoamento, mesmo para valores relativamente baixos do número de Reynolds. Aidun *et al.* (Aidun91) utilizando uma simulação numérica baseada em diferenças finitas mostrou a existência de pelo menos 3 estados estáveis de regimes permanentes laminares, e uma seqüência de transições pelas quais o escoamento deve passar antes de alcançar a turbulência. Resultados semelhantes foram obtidos por Ramanan e Homsy (Ramanan94) ao estudarem experimentalmente um escoamento bidimensional no interior de uma cavidade com perturbações tridimensionais. Zevallos (Zevallos00) confirmou a existência de tais múltiplos estados estáveis, solucionando a equação de Navier-Stokes aliada ao método de continuação por pseudo-comprimento de arco. Como resultado adicional mostrou que a curva de estado da cavidade inclinada utilizada apresentava comportamento de histerese.

A configuração da cavidade inclinada utilizada neste trabalho é ilustrada na figura 5.1. As paredes inferior e laterais são fixas, enquanto que a tampa se encontra livre para se mover a uma velocidade horizontal imposta.

Os campos de velocidade e pressão do escoamento são descritos pela equações de Navier-Stokes e de continuidade, apresentadas no capítulo 3 desta dissertação. O número de Reynolds foi definido por $Re \equiv \rho V L / \mu$, onde, L é o comprimento da cavidade, V é a velocidade da parede superior, e ρ e μ são, respectivamente, a massa específica e a viscosidade do fluido.

5.3

Metodologia

O estudo foi feito através da análise da evolução temporal, no qual o sistema é tratado como um problema de valor inicial. Desta maneira, a

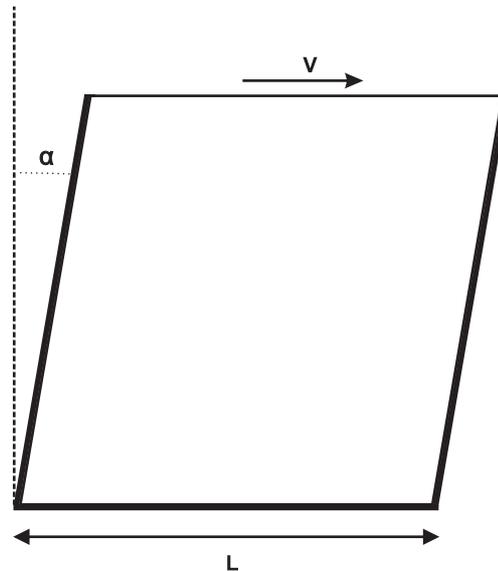


Figura 5.1: Esquema da cavidade inclinada para o teste da rotina transiente.

rotina transiente do programa de elementos finitos foi adaptada para realizar o seguinte procedimento:

- Partindo do fluido em repouso, uma perturbação é aplicada ao sistema por meio da imposição abrupta de uma componente horizontal de velocidade na tampa da cavidade. Esta perturbação dará início a um escoamento transiente, mas que deve convergir para um regime permanente após um determinado intervalo de tempo.
- Quando o regime permanente é então atingido, uma nova perturbação de mesma amplitude é imposta ao número de Reynolds, pela variação abrupta na velocidade da parede superior deslizante da cavidade. O sistema é deixado sem mais perturbações até que um novo regime permanente seja alcançado.
- Este procedimento é repetido por diversas vezes até que o escoamento não mais atinja um regime permanente. Ou seja, até que este encontre um estado oscilatório laminar (Figura 5.2).

Os resultados de campo de velocidade e pressão são colhidos durante todo o processo para cada instante de tempo.

Ao final deste processo são obtidas uma série de soluções de campos de velocidade em equilíbrio, obtidos através da variação de Re . A representação destes resultados num gráfico $\|\mathbf{u}\|$ (onde \mathbf{u} é o vetor que contém as incógnitas do problema discretizado) versus Re é feita com o objetivo de se obter uma comparação em escala global do comportamento do sistema diante de diversas amplitudes de perturbação. Assim, não é determinado somente se

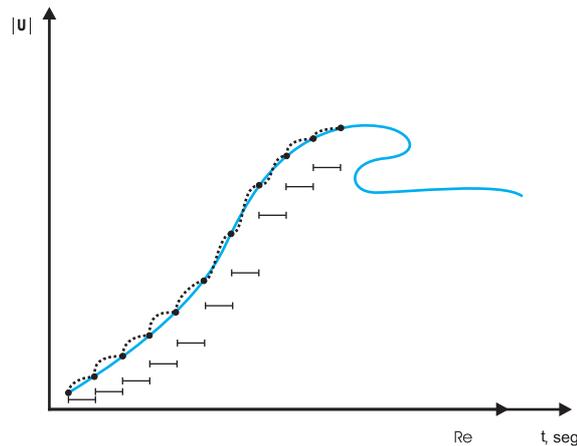


Figura 5.2: Conjunto de soluções Vs. Número de Reynolds e tempo. A linha azul contínua representa as soluções em regime permanente, enquanto que a preta pontilhada representa as soluções encontradas pela rotina transiente ao longo do tempo.

um escoamento com um conjunto isolado de parâmetros é estável ou não a uma dada amplitude de perturbação, mas qual o primeiro estado a sofrer a desestabilização.

Utilizando-se a rotina de solução estacionária juntamente com um método de continuação por pseudo-comprimento de arco, foram geradas soluções em regime permanente do escoamento para uma série de valores do número de Reynolds. A vantagem do pseudo-comprimento de arco sobre os demais métodos de continuação está no fato de que, este, permite a determinação até mesmo de estados de equilíbrio instáveis (impossíveis de ocorrer na natureza). Assim, ao se traçar um gráfico $\|\mathbf{u}\|$ versus Re com estes resultados, será obtido uma curva muito próxima da curva de estado do sistema (de agora em diante assim chamado). A comparação desta última curva foi então feita com os gráficos de estados de equilíbrio alcançados pelo escoamento através da rotina transiente.

Esta metodologia é bastante útil e apresenta grandes vantagens. Através dela, pode-se observar se um dado escoamento perturbado irá alcançar um novo regime permanente, ou permanecerá oscilando ao longo do tempo. A comparação das soluções de equilíbrio, obtida pela evolução temporal do sistema, com a curva de estado permite determinar se/como a amplitude de perturbação influencia a estabilidade do escoamento. Além disso, testando-se diversas amplitudes de perturbação é possível encontrar o valor máximo de perturbação para o qual a teoria linear permanece válida.

Como vantagem adicional, a comparação da curva $\|\mathbf{u}\|$ Vs. Re , gerada pela rotina transiente, com a curva de estado do sistema pode ser utilizada para se validar a rotina numérica escrita. Isto porque, todas as soluções em regime

permanente, alcançadas pela rotina transiente, devem existir na curva de estado. Caso isto ocorra, pode-se ter uma maior confiança no código numérico escrito. Porém caso a rotina transiente encontre soluções de equilíbrio em locais absurdos, obviamente não existentes na curva de estado, tanto a modelagem quanto o programa devem ser revistos.

5.4

Definição de Parâmetros de Malha e do Fluido

5.4.1

Rotina Computacional Transiente

Foram estudados os efeitos de perturbações no número de Reynolds com amplitudes iguais a 5, e valores entre 10 e 100 variados de 10 em 10. Estas perturbações foram aplicadas mediante a variação abrupta da velocidade da tampa da cavidade. Os valores de viscosidade e massa específica do fluido foram fixados em $\mu = 1g/mm \cdot s$ e $\rho = 1g/mm^3$, respectivamente.

O domínio foi dividido em 225 elementos, possuindo 15 elementos por linha e 15 por coluna, num total de 961 pontos nodais (Figura 5.3). O passo de tempo (intervalo entre instantes de tempo) foi pré fixado em $1 \cdot 10^{-2}s$, todavia foi permitido que seu valor variasse em valores entre $1 \cdot 10^{-5}s$ e $1 \cdot 10^0s$ de acordo com o número de iterações do método de Newton ao longo das simulações.

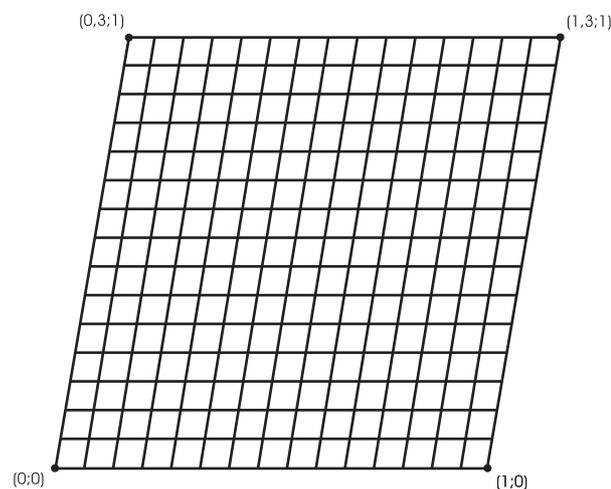


Figura 5.3: Configuração geométrica e malha da cavidade inclinada.

A representação dos resultados exige uma medida da grandeza da solução do escoamento \mathbf{u} . A escolha mais natural seria utilizar a norma do vetor de soluções $\|\mathbf{u}\|$, onde são contabilizados todos os termos da solução, incluindo os valores das pressões nos nós. Contudo, ao definirmos esta medida de grandeza também estamos interessados em um parâmetro capaz de indicar

a convergência do escoamento para o regime permanente. Ao se perturbar o sistema os termos de pressão tendem a alcançar valores próximos do equilíbrio bem antes dos termos de velocidade, e além disso estes primeiros são normalmente muitas ordens de grandeza maiores que estes últimos. Tal fato pode vir a mascarar resultados e indicar falsas convergências pra regimes permanentes. Por este motivo adotou-se como medida de grandeza do escoamento a norma do vetor solução de velocidades, definido por: $\|\mathbf{V}\| = \sqrt{\sum_{i=0}^n (u_i^2 + v_i^2)}$, onde u_i e v_i , são as componentes de velocidade nas direções x e y , respectivamente e n é o número de nós do domínio.

A convergência do escoamento para o regime permanente foi determinada quando obedecido o seguinte critério: $|\|\mathbf{V}\|_k - \|\mathbf{V}\|_{k-1}| + |\|\mathbf{V}\|_{k-1} - \|\mathbf{V}\|_{k-2}| < \epsilon$, onde $\|\mathbf{V}\|_k$ é a norma do vetor de velocidades no instante k , e ϵ é um parâmetro que indica a soma das diferenças mínimas permitidas para consideração de convergência. Nos casos apresentados foi utilizado $\epsilon = 10^{-7}$.

5.4.2

Rotina Computacional de Regime Permanente - Método de Continuação por Pseudo-comprimento de Arco

No caso do conjunto de soluções em regime permanente obtido pelo método de continuação por pseudo-comprimento de arco, foram utilizados a mesma configuração de malha e parâmetros do fluido (ρ e μ). O passo no número de Reynolds aplicado foi permitido a variar entre $\Delta Re = 0, 1$ e $\Delta Re = 10$, num total de 3000 passos no número de Reynolds obtidos pela variação da velocidade da tampa da cavidade.

5.5

Resultados e Discussões

Nesta seção mostraremos os resultados obtidos do estudo da estabilidade do escoamento no interior da cavidade. Queremos compreender, aqui, como perturbações de amplitudes finitas afetam a perda de estabilidade do sistema. Antes da apresentação dos resultados desta análise, entretanto, é interessante compreender o comportamento dos estados de equilíbrio em função do número de Reynolds. Tal conhecimento torna mais fácil a análise final dos resultados.

Os resultados foram computados em uma máquina com processador Intel Pentium 4 de 3.0 GHz e 1 Gb de memória RAM. O tempo computacional consumido nos casos testados, considerando soluções em regime permanente e método de continuação por pseudo-comprimento de arco, apresentou grande variação para as diferentes amplitudes de perturbação. Mas manteve seu valor entre 2,7h e 12,5h.

5.5.1

Comportamento do Conjunto de Soluções do Escoamento

Utilizando o programa em modo de solução em regime permanente com continuação por pseudo-comprimento de arco, foram gerados uma série de estados de equilíbrio em função de Re . A curva formada por este conjunto de resultados é observada na figura 5.4, que foi dividida em 6 regiões para a simplificação do estudo.

As regiões A, C e E correspondem às faixas de valores de Re para as quais o sistema possui apenas uma solução. Ou seja, para um dado conjunto de parâmetros o escoamento admite uma única solução. Dessa forma, a menos que hajam bifurcações não observadas no diagrama, ou que a amplitude de perturbação seja suficientemente grande para levar o escoamento à regiões de múltiplas soluções, não é esperado qualquer perda de estabilidade nestas faixas. Tal hipótese é confirmada pelos resultados obtidos com a rotina de solução transiente.

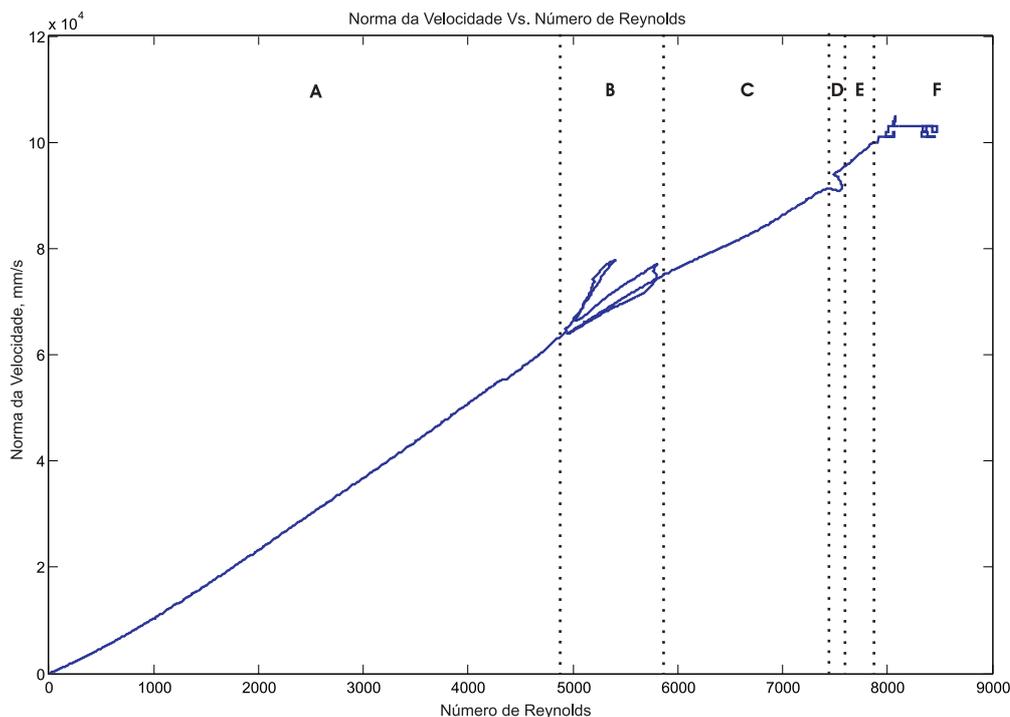


Figura 5.4: Norma do campo de velocidade em função de Re obtido por solução estacionária e continuação por pseudo-comprimento de arco.

As regiões B e D representam as faixas onde o escoamento em regime laminar admite múltiplas soluções. As soluções encontradas no interior destas faixas apresentam comportamento crítico em termos de estabilidade. A imposição de perturbações no escoamento, quando este se encontra em uma destas duas

regiões, pode provocar desestabilização seguida de uma transição para um novo estado de equilíbrio.

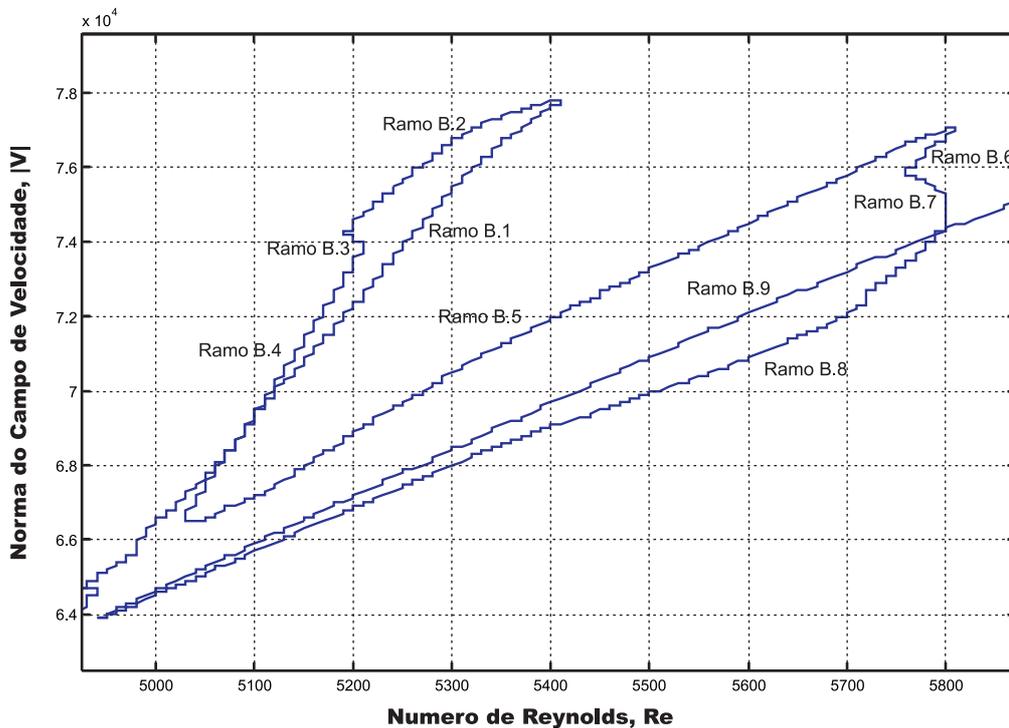


Figura 5.5: Ampliação da região B da figura 5.4.

A região B do gráfico apresentado pela figura 5.4 é ampliada em 5.5. Pode-se observar que para um mesmo valor do número de Reynolds existem várias soluções em regime permanente (em torno de $Re = 5200$ o sistema admite até 7 soluções diferentes). Visualmente, são identificados 9 ramos ligados entre si por 7 pontos de dobra. Alguns resultados levam a crer que os ramos B.1, B.5, B.7 e B.9 representam soluções estáveis (observadas experimentalmente), enquanto que os ramos B.4, B.6, e B.8 correspondem a estados instáveis (não observados na natureza). Contudo não é possível afirmar sem um estudo mais aprofundado sobre a natureza destes estados.

A análise de estabilidade linear está fora do escopo deste trabalho. Mas é bem conhecido que sistemas dinâmicos sofrem perda de estabilidade em estados localizados no ponto de dobra (ou suficientemente próximo). Como resultado, o escoamento deve desestabilizar próximo aos pontos onde $Re = 5410$, $Re = 5810$ e, em algumas situações $Re = 5800$, ao sofrer uma perturbação de amplitude infinitesimal. Isto confirma a existência de uma seqüência de transições pelo qual o escoamento laminar deve passar antes de atingir o regime turbulento, prevista por Ramanan e Homsy (Ramanan94), e Aidun *et al.* (Aidun91).

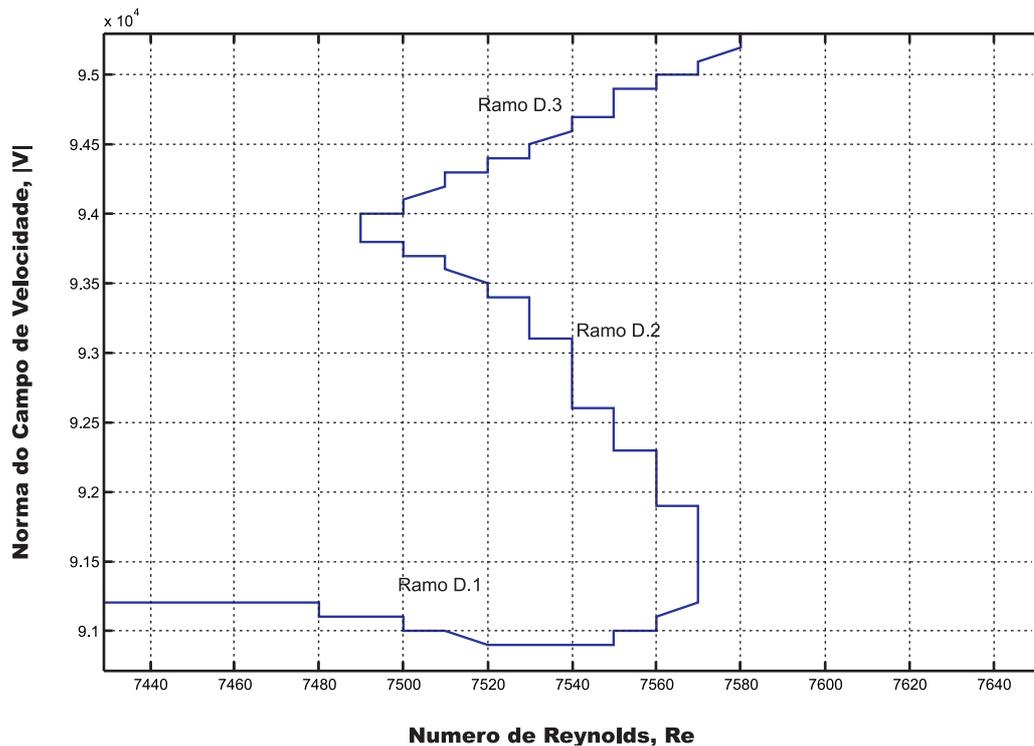


Figura 5.6: Ampliação da região D da figura 5.4.

Agora, consideremos o conjunto de soluções da região D ampliado na figura 5.6. O comportamento de múltiplas soluções nesta faixa é bem mais suave que o observado na região B. Sua curva apresenta um perfil em forma de "S", contendo dois ramos relativos a estados estáveis (D.1 e D.3), e um a estados instáveis (D.2). No caso da aplicação de perturbações infinitesimais é esperado que o escoamento sofra uma desestabilização em $Re = 7570$.

A região F é um caso à parte. Esta também apresenta múltiplas soluções para um mesmo conjunto de parâmetros. Contudo, devido sua extrema complexidade o estudo desta região será mantido fora do escopo deste trabalho.

5.5.2

Análise de Estabilidade do Escoamento

Agora que o comportamento das soluções em regime permanente do escoamento é melhor compreendido, podemos analisar a resposta do sistema a perturbações de amplitudes finitas. Conforme descrito na metodologia, o escoamento transiente foi resolvido enquanto perturbações eram impostas a cada vez que este atingia um regime permanente, o que permitiu a obtenção de gráficos que relacionam o estado de equilíbrio com o número de Reynolds. Os testes revelam que, para a faixa de amplitude de perturbação aplicada, o escoamento sofre perda de estabilidade somente nas regiões B e D, isto é, nas faixas de número de Reynolds onde existem múltiplas soluções, confirmando

que o comportamento não-lineares das soluções apresenta um papel crucial na desestabilização de sistemas. Neste estudo nos concentraremos na região B da figura 5.4, onde são observadas as primeiras instabilidades.

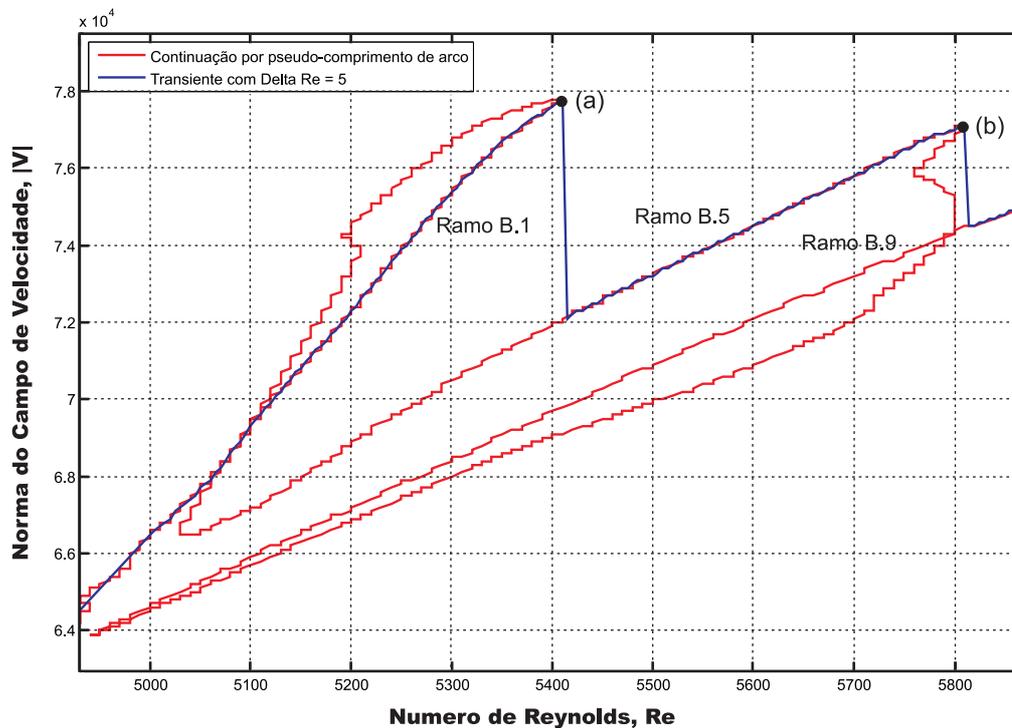


Figura 5.7: Gráficos da norma da velocidade em função de Re obtidos por Pseudo-comprimento de arco e evolução temporal com perturbações de $\Delta Re = 5$ no interior da região **B**.

A figura 5.7 apresenta a trajetória de estados de equilíbrio alcançados pelo escoamento ao longo de sua evolução temporal no interior da região B, para perturbações de $\Delta Re = 5$. Percorrendo o ramo B.1 no sentido do crescimento do valor de Re , o escoamento alcança estados de equilíbrio estáveis até o ponto *a* ($Re = 5405$), localizado próximo à primeira dobra da curva. A aplicação de uma perturbação neste estado leva o escoamento a uma instabilidade, fazendo-o alcançar um novo estado de equilíbrio no ramo B.5. Esta transição de um ramo ao outro corresponde, fisicamente, a uma alteração no padrão do escoamento. Com a aplicação de novas perturbações, o sistema segue trilhando este novo ramo até o ponto *b*, próximo à segunda dobra da curva ($Re = 5810$), quando então sofre uma desestabilização, indo alcançar um novo regime permanente no ramo B.9. A partir deste último ponto o escoamento passa a não mais sofrer instabilidades nesta região.

Não é difícil notar que para perturbações finitas, porém pequenas, o sistema se comporta de maneira similar ao previsto pela teoria linear. Para tanto, basta observar que o último estado estável alcançado pelo escoamento em regime transiente possui $Re = 5405$, que somado com a amplitude de

perturbação ($\Delta Re = 5$) resulta em $Re = 5410$ que é o valor esperado para a desestabilização. O problema desta metodologia, da maneira como o trabalho foi guiado, é que não é possível determinar se o escoamento é estável ou não no intervalo (5405;5410). Isto é, sabe-se que o escoamento ainda é estável para $Re = 5405$ quando perturbado com amplitudes sucessivas de $\Delta Re = 5$, e também conhecido que neste mesmo caso, tal escoamento é instável para $Re = 5410$. Porém não é possível prever sistema irá desestabilizar para valores de Reynolds intermediários. Em aplicações práticas pode-se considerar um comportamento semelhante ao caso de perturbação infinitesimal, já que, a faixa onde o valor crítico de Re está contido, para tal amplitude de perturbação, é relativamente pequena. Isto sugere que os efeitos não-lineares de perturbações finitas, porém pequenas, possuem pouca, ou mesmo nenhuma, influência sobre a estabilidade deste escoamento. Como resultado, a análise baseada na teoria linear pode ser estendida a perturbações finitas de pequena amplitude na cavidade, com uma margem de erro pequena ($\sim 0,09$ neste caso). Do ponto de vista prático isto é bastante interessante, pois, a análise linear é o instrumento mais simples de detecção de estados críticos, consumindo menos esforços computacionais que outros métodos.

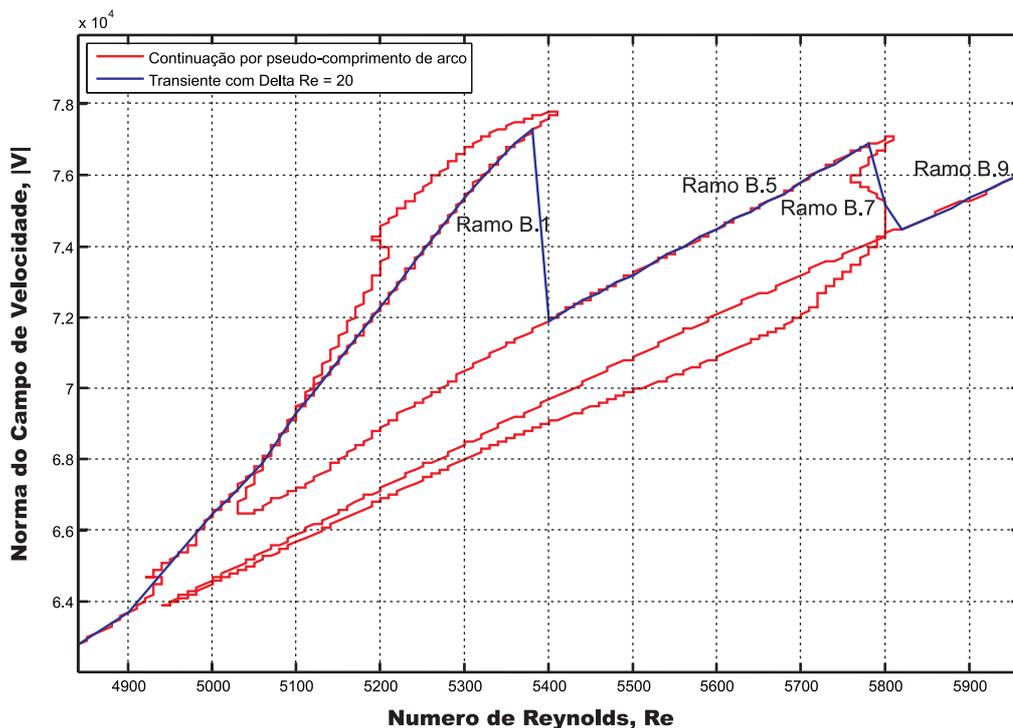


Figura 5.8: Gráficos da norma da velocidade em função de Re obtidos por Pseudo-comprimento de arco e evolução temporal com perturbações de $\Delta Re = 20$ no interior da região **B**.

Consideremos agora casos com amplitudes de perturbação iguais a 20, 50 e 100, mostrados nas figuras 5.8, 5.9 e 5.10. Com o aumento de ΔRe verifica-se

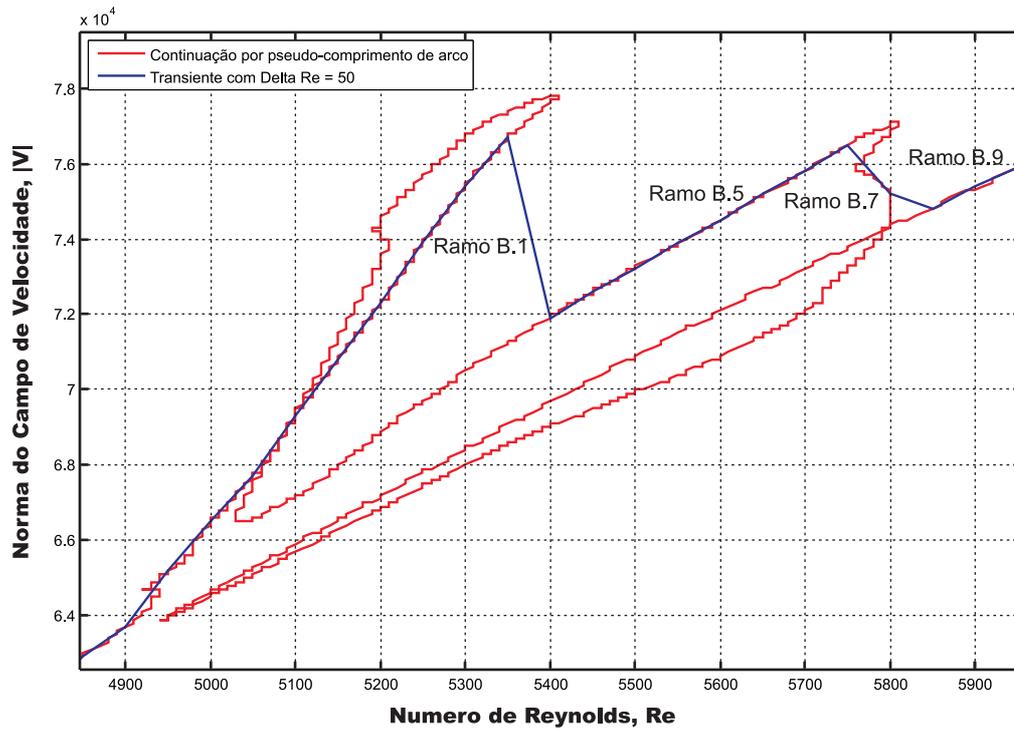


Figura 5.9: Gráficos da norma da velocidade em função de Re obtidos por Pseudo-comprimento de arco e evolução temporal com perturbações de $\Delta Re = 50$ no interior da região **B**.

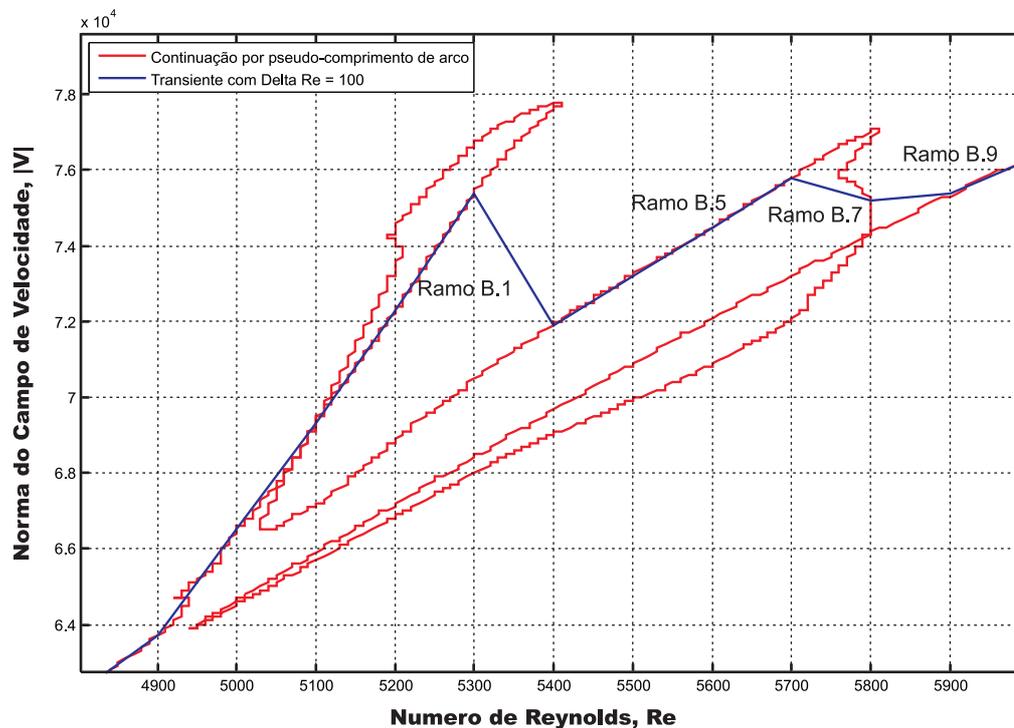


Figura 5.10: Gráficos da norma da velocidade em função de Re obtidos por Pseudo-comprimento de arco e evolução temporal com perturbações de $\Delta Re = 100$ no interior da região **B**.

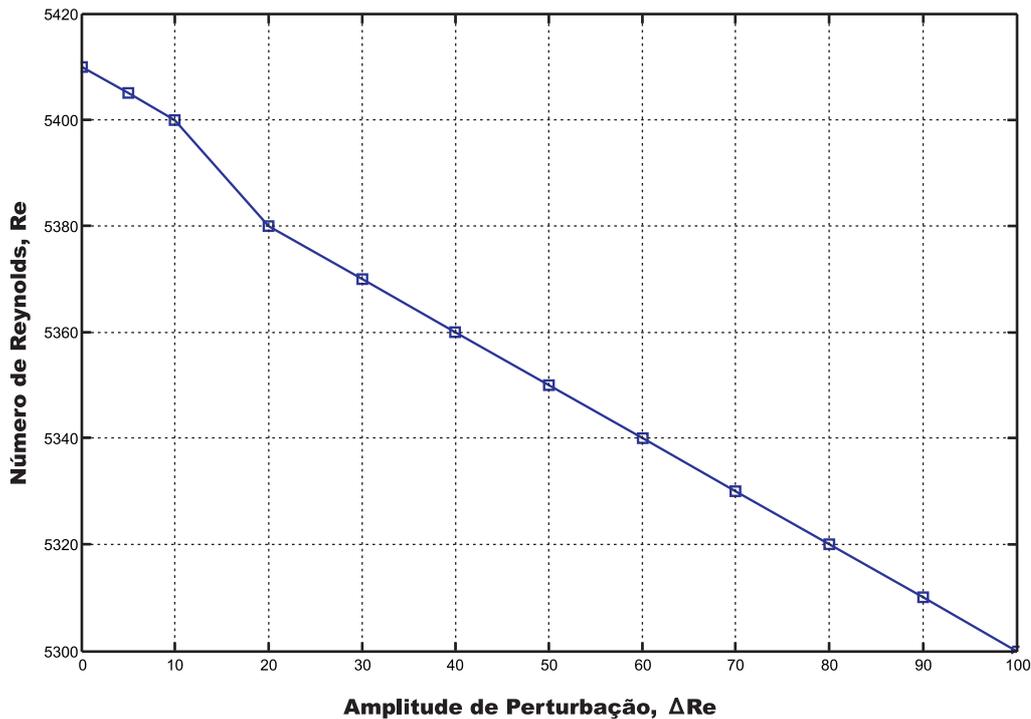


Figura 5.11: Gráfico do Número de Reynolds crítico versus amplitude de perturbação do escoamento.

um decréscimo no número de Reynolds do último estado estável nos alcançado nos ramos B.1 e B.5. Isto é, conforme aumenta-se a amplitude de perturbação, menor se torna o número de Reynolds do último estado de equilíbrio estável alcançado pelo escoamento antes de sofrer uma transição. Este resultado, todavia, não agrega muito conhecimento a respeito do problema. Isto porque, ao se aplicar uma perturbação de amplitude 20, 50 ou 100 em seus respectivos últimos números de Reynolds para o qual o regime permanente é estável no ramo B.1, o valor resultante de Re é sempre o mesmo igual a 5400. Assim duas situações são possíveis: o número de Reynolds crítico apresenta um valor único para perturbações maiores ou iguais a 20, estando este compreendido no intervalo (5380;5400]; o valor de Reynolds crítico varia de acordo com a amplitude de perturbação, sendo, mais provavelmente, menor quanto maior a amplitude de perturbação. A verificação de qual das duas hipóteses representa o verdadeiro comportamento do problema exige um procedimento bastante complexo, fora do escopo deste trabalho.

Um aspecto a ser observado nas figuras 5.7 e 5.10 é a dependência do número de transições sofridas pelo escoamento em relação à amplitude de perturbação imposta. Quando são aplicadas perturbações com $\Delta Re = 5$, o sistema assume estados em regime permanente nos ramos B.1, B.5 e B.9. Por outro lado, quando são aplicadas perturbações maiores (limitadas a $\Delta Re = 100$), além destes ramos, o escoamento encontra um estado de

equilíbrio situado no ramo B.7. A causa deste comportamento está na grande não-linearidade do conjunto de soluções em equilíbrio, e nos efeitos não-lineares das perturbações. Quando o escoamento perde a estabilidade, este tende a sofrer uma transição para o ramo de estados de equilíbrio mais próximo (com menor configuração energética). Dependendo da amplitude de perturbação o escoamento desestabiliza em estados diferentes, convergindo, assim, para ramos diferentes.

Finalizando este estudo, consideraremos agora o caso onde as perturbações impostas possuem amplitude iguais a 10. Os efeitos desta amplitude sobre a estabilidade do escoamento é um pouco diferente dos demais casos. Através da aplicação sucessiva de perturbações o escoamento trilha o ramo B.1 até sofrer uma instabilidade em $Re = 5400$, levando-o a uma transição para o ramo B.5 (Figura 5.12). O escoamento prossegue atingindo regimes permanentes neste caminho até ocorrer uma segunda instabilidade em $Re = 5780$. Entretanto desta vez, o escoamento não alcança um novo estado de equilíbrio, e passa a oscilar no tempo. A variação da norma da velocidade ao longo do tempo pode ser visualizada na figura 5.13. Este regime oscilatório é periódico, e possui frequência dominante em torno de 140, como observado no espectro de frequências (Figura 5.14).

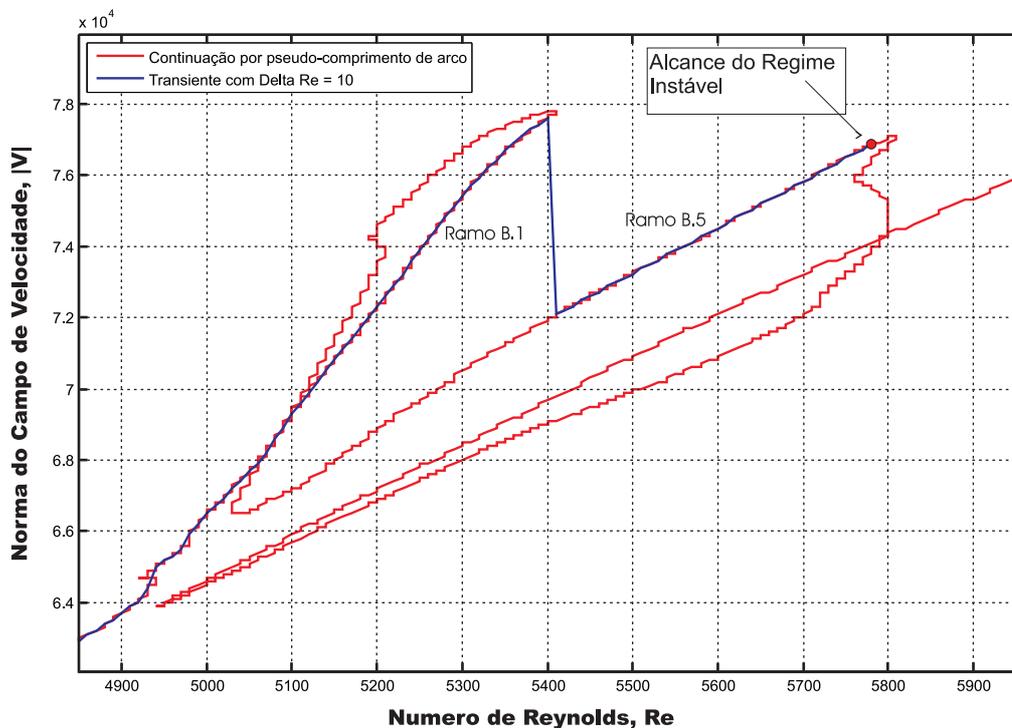


Figura 5.12: Gráficos da norma da velocidade em função de Re obtidos por Pseudo-comprimento de arco e evolução temporal com perturbações de $\Delta Re = 10$ no interior da região **B**.

O encontro deste regime sugere a existência de uma bifurcação de Hopf.

Entretanto sua localização exata é difícil de ser determinada. O mais provável é que esta se encontre no ramo B.7, mas sem um estudo mais completo não é possível afirmar. O interessante a ser notado, é que não só o número de transições sofridas pelo escoamento depende da amplitude de perturbação, mas a própria convergência para um estado de equilíbrio.

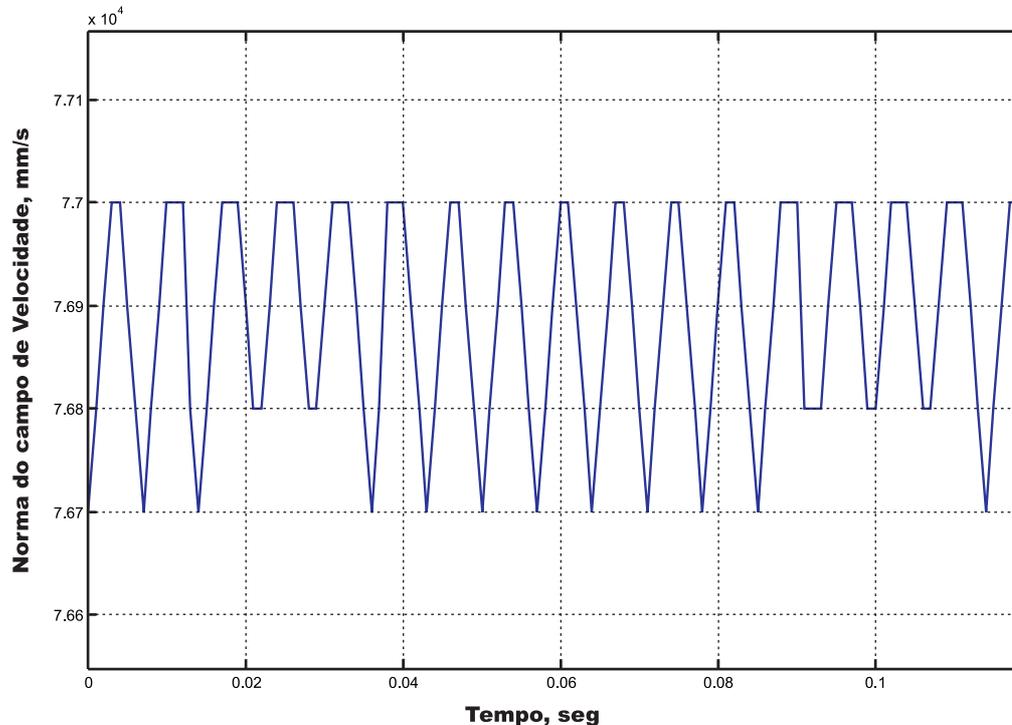


Figura 5.13: Norma do vetor velocidade versus tempo do escoamento na cavidade logo após o sistema se tornar instável.

No caso onde as perturbações aplicadas possuíam amplitudes iguais a 5 e 20, o escoamento atingiu este último estado de equilíbrio, e o deixou sem sofrer tal tipo de instabilidade. De certa forma, uma perturbação de amplitude 10 não é pequena o suficiente para manter o escoamento estável, e ao mesmo tempo, não é grande o suficiente para levar o escoamento a alcançar um novo regime permanente. Isto mostra que a amplitude de oscilação não só influi na estabilidade do escoamento, mas também no estado que este atinge.

5.5.3

Validação da Rotina Computacional de Solução Transiente

A metodologia utilizada no teste de validação do código numérico foi descrita na seção 3 deste capítulo. Para sua aplicação foram aproveitados os resultados obtidos na análise de estabilidade do escoamento. Os resultados são comparados traçando-se num mesmo gráfico o conjunto de soluções em função do número de Reynolds obtidos pela rotina estacionária com continuação, e

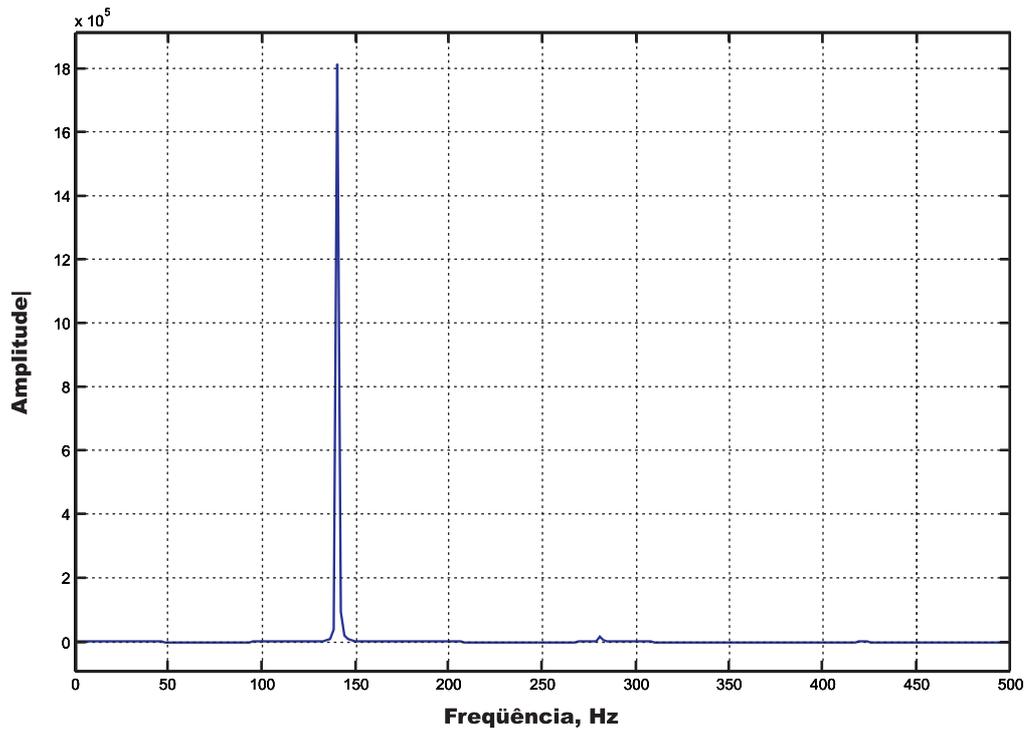


Figura 5.14: Espectro de frequências do regime de escoamento instável na cavidade (amplitudes de perturbação iguais a 10).

pela rotina transiente. As figuras 5.15, 5.16 e 5.17, mostram estes gráficos para amplitudes de perturbação iguais a $\Delta Re = 5$, $\Delta Re = 50$ e $\Delta Re = 100$, respectivamente.

Nota-se em todos os casos uma incrível sobreposição das duas curvas. Isto mostra que a rotina escrita para a solução de escoamentos transientes é capaz de reproduzir a curva de estados do sistema, alcançando regimes permanentes previstos pelo código de escoamentos estacionários. Este mesmo comportamento é observado nas figuras 5.7, 5.9 e 5.10 onde é ampliada a região de comportamento não linear mais intenso. É muito pouco provável que uma rotina numérica contendo erros fosse capaz de reproduzir tal complexidade da curva de estados de uma cavidade inclinada. Assim, mostra-se que o código é válido para a solução de escoamentos sem efeitos elastohidrodinâmicos.

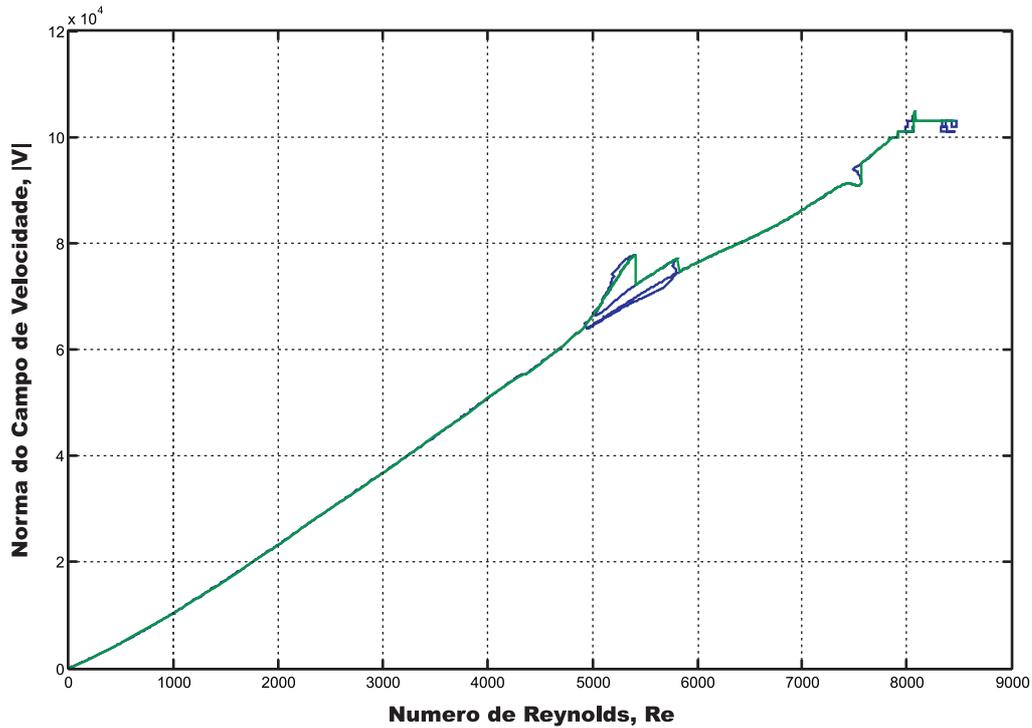


Figura 5.15: Gráficos da norma da velocidade em função de Re obtidos por Pseudo-comprimento de arco e evolução temporal com perturbações de $\Delta Re = 5$.

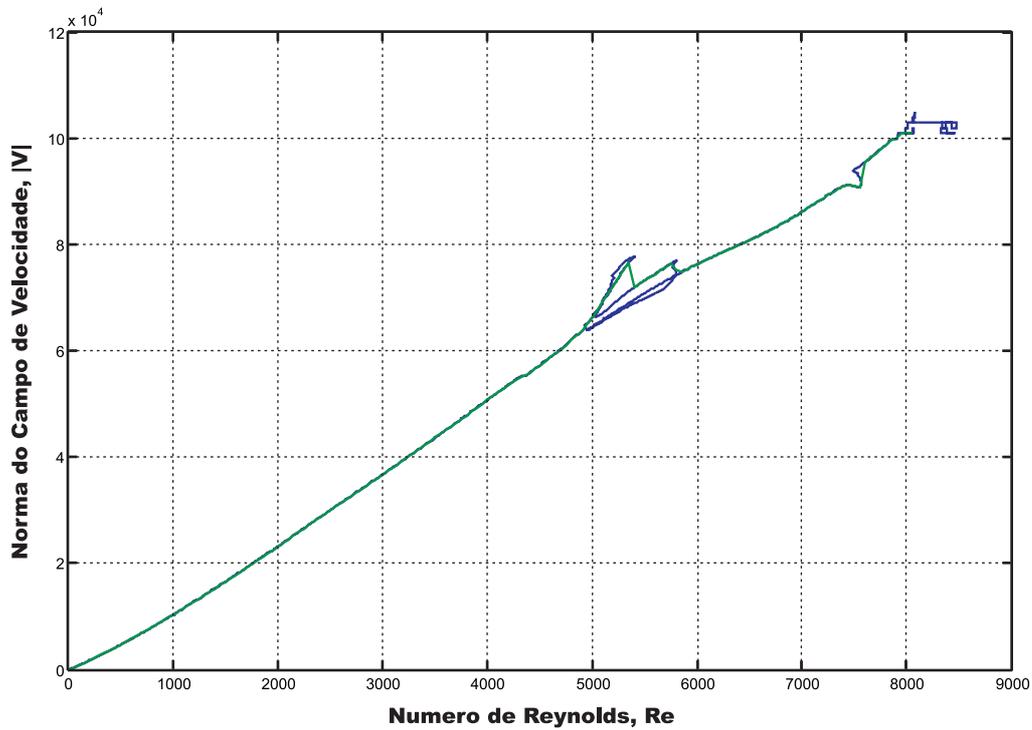


Figura 5.16: Gráficos da norma da velocidade em função de Re obtidos por Pseudo-comprimento de arco e evolução temporal com perturbações de $\Delta Re = 50$.

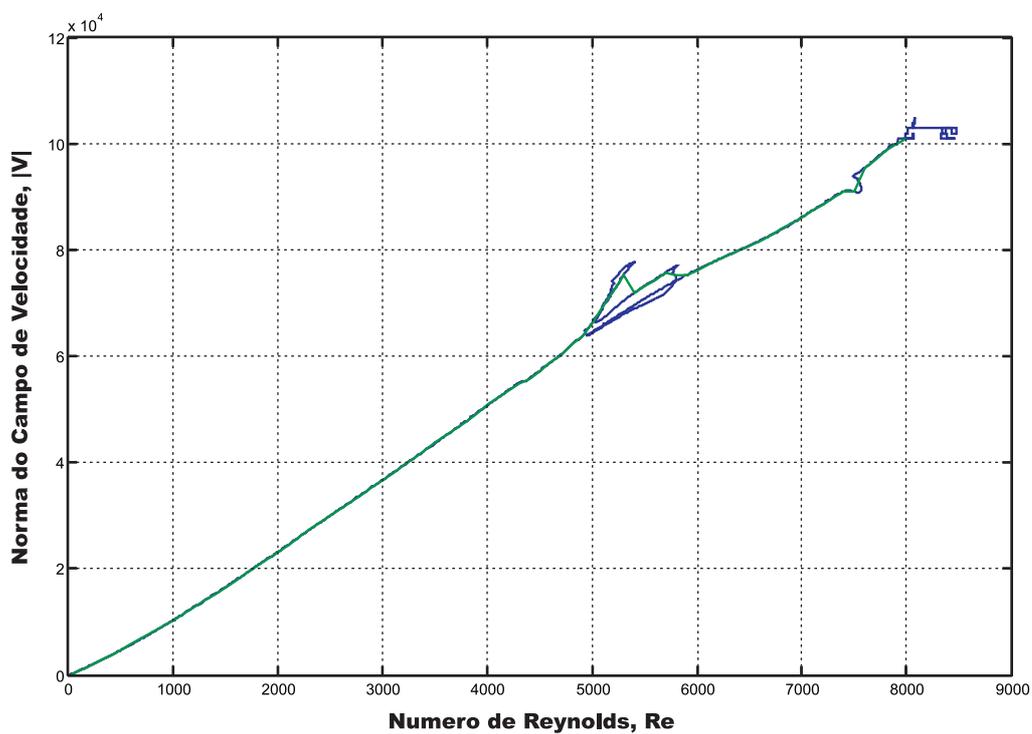


Figura 5.17: Gráficos da norma da velocidade em função de Re obtidos por Pseudo-comprimento de arco e evolução temporal com perturbações de $\Delta Re = 100$.