

2 Metodologia

Neste capítulo, apresenta-se a metodologia utilizada para determinar o início da instabilidade e analisar o escoamento pós-transição. Em seu início a configuração geométrica do problema é apresentada com detalhes, junto com alguns parâmetros relevantes ao problema e à compreensão da metodologia aplicada. Em seguida algumas metodologias clássicas de detecção de instabilidades e suas limitações são brevemente discutidas. Finaliza-se o capítulo com a apresentação da metodologia escolhida e a determinação de como esta será aplicada.

2.1 Configuração Geométrica e Parâmetros Relevantes ao Problema

A configuração geométrica do sistema é bastante simples. A figura 2.1 ilustra a seção transversal dos cilindros concêntricos. O cilindro interno tem raio R_{int} e permanece em repouso. Sobre ele repousa uma camada de espessura H_R de um sólido incompressível de comportamento elastomérico modelado como um sólido de Mooney-Rivlin. O cilindro externo possui um raio R_{ext} e está livre para rodar a uma velocidade tangencial V_{ext} . Um fluido Newtoniano escoar no interior do espaço anular entre o sólido flexível e o cilindro externo devido ao cisalhamento imposto pelo movimento deste último.

As variáveis usadas para descrever a geometria e as condições de contorno para velocidade são mostradas na figura 2.1, são as seguintes:

- R_{int} : raio do cilindro interno (mm);
- R_{sup} : raio até a superfície do sólido flexível (mm);
- R_{ext} : raio externo (mm);
- $V_\theta = \mathbf{u}$: Velocidade do escoamento na direção tangencial à superfície do cilindro (mm/s);
- $V_r = \mathbf{v}$: Velocidade Radial do escoamento (mm/s);
- \mathbf{H}_R : altura do espaço anular ocupado pelo sólido flexível (mm), que fornece a espessura do fluido, dada por $\mathbf{H}_R = R_{sup} - R_{int}$;

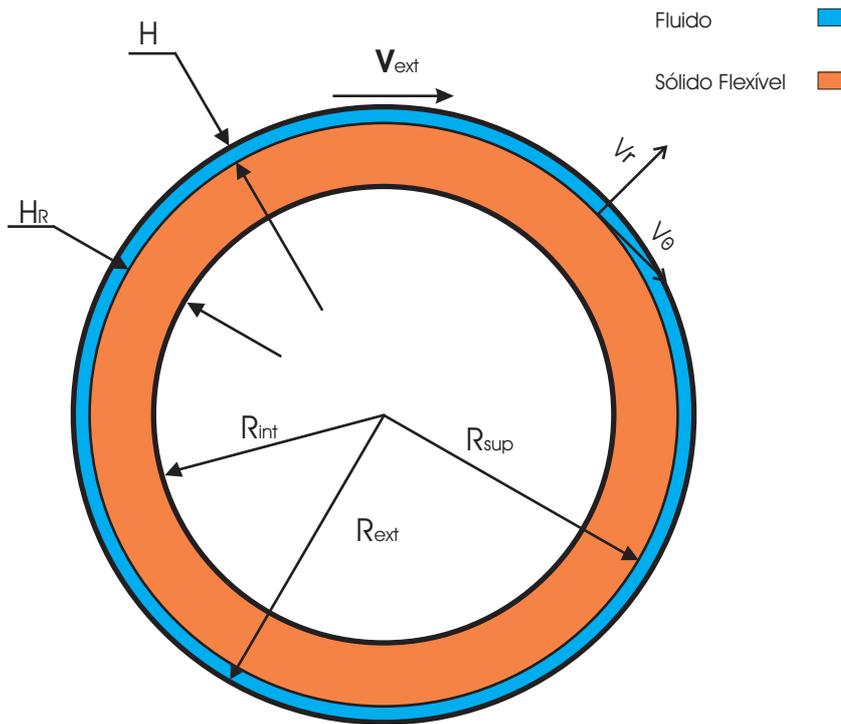


Figura 2.1: Seção transversal do cilindro do sistema de cilindros.

- **H**: altura do espaço anular entre o sólido flexível e o cilindro externo (mm), que fornece a espessura da camada de fluido, dada por $\mathbf{H} = R_{ext} - R_{sup}$;

Mesmo se tratando de uma geometria claramente cilíndrica, coordenadas cartesianas foram utilizadas para descrever o escoamento do fluido e as deformações do sólido. Desta forma os parâmetros θ e r utilizados em coordenadas cilíndricas podem ser substituídos respectivamente por x e y . Isto é conveniente pois simplifica a modelagem dispensando a utilização das equações de Navier-Stokes em coordenadas cilíndricas, que apresenta uma forma um pouco mais complexa que sua equivalente em coordenadas cartesianas.

2.1.1

Parâmetros Importantes

Os parâmetros relevantes ao estudo do problema são:

- **Número de Reynolds**

$$Re = \frac{\rho_L V_{ext} H}{\mu} \quad (2-1)$$

- **Número de Elasticidade - Razão entre forças viscosas e elásticas**

$$\Lambda = \frac{\mu V_{ext}}{GH} = \frac{\tau}{G} \quad (2-2)$$

$$\Lambda = \frac{\tau}{G} \quad (2-3)$$

– Razão de espessura

$$\Pi = \frac{H}{H_R} \quad (2-4)$$

– Taxa de Cisalhamento Aparente

$$\dot{\gamma} = \frac{V_{ext}}{H} \quad (2-5)$$

– Viscosidade Aparente

$$\mu_{ap} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \frac{\tau \mathbf{H}}{V_{ext}} \quad (2-6)$$

onde:

ρ_L : Massa específica do líquido (g/mm^3);

ρ_S : Massa específica do sólido (g/mm^3);

μ : Viscosidade real do fluido ($g/mm.s$);

$\dot{\gamma}$: Taxa de cisalhamento ($1/s$);

μ_{ap} : Viscosidade aparente do fluido ($g/mm.s$);

τ : Tensão de cisalhamento imposta ao fluido ($g/mm.s^2$);

$\dot{\gamma}_{ap}$: Taxa de cisalhamento aparente ($1/s$);

G : Modulo de cisalhamento do sólido flexível ($g/mm.s^2$);

V_{ext} : Velocidade linear do cilindro externo (mm/s), e

V_{crit} : Velocidade linear crítica do cilindro externo (*i.e.* para a qual o escoamento se torna instável) (mm/s).

2.2

Metodologias e suas Limitações

Os estudos teóricos da instabilidade subcrítica presente em escoamentos sobre sólidos flexíveis foram marcados pelo uso predominante de teoria de estabilidade linear. Esta metodologia é baseada na teoria de que perturbações de amplitudes muito pequenas que se propagam em uma dada direção não exercem qualquer influência sobre aquelas que se propagam em outras direções.

O objetivo deste método é bem simples, uma vez obtida a solução do problema em regime permanente deseja-se saber se é estável, *i.e.* se os campos perturbados retornam aos seus valores iniciais. O campo perturbado deve satisfazer as equações de conservação de quantidade de movimento linear e conservação de massa em regime transiente. Assim, dado um escoamento em regime permanente, impõe-se uma perturbação infinitesimal e analisa-se se as perturbações crescem (escoamento instável) ou decrescem (escoamento estável).

A aplicação deste método é muito conveniente para elucidar muitos aspectos do processo de transição, em sua fase inicial. Entretanto a teoria linear pode vir a falhar em casos onde as amplitudes das perturbações não sejam pequenas o suficiente (i.e. infinitesimais). De fato, os efeitos não lineares de perturbações de amplitude finita podem vir a causar a transição muito antes do previsto pela teoria linear. Além disso a teoria linear se restringe apenas à fase inicial da primeira transição. Em casos onde o escoamento passa por mais de uma transição, isto é, caso o escoamento possua mais de duas configurações possíveis (como, por exemplo, em um escoamento de Couette-Taylor), a teoria linear será capaz apenas de prever o primeiro destes processos de transição, mantendo todo o restante como incógnita.

Nestes casos uma análise de estabilidade não linear baseada na teoria de Landau (Drazin) poderá fornecer previsões mais acuradas do início da instabilização, ainda que perturbações de amplitudes finitas atuem. Além disso análises baseadas nesta teoria permitem a detecção de possíveis transições subsequentes à primeira, sendo muito útil em escoamentos com mais de duas configurações. O uso destas vantagens, entretanto, tem um alto preço a ser pago. Seu desenvolvimento não é tão simples quando comparado com o modelo linear.

Tanto a teoria de estabilidade linear quanto a teoria de Landau são ferramentas muito úteis na detecção de instabilidades. Porém, resta a questão do que acontece depois. Nenhuma das duas é capaz de mostrar qual é o comportamento do escoamento após a transição. De fato, não existe uma teoria até o momento que permita explicar o processo de transição dos escoamentos na sua totalidade. É claro que ainda se tem métodos de investigação experimental e por simulação numérica das equações transientes. Estes tipos de investigação podem levar a uma compreensão dos mecanismos e processos físicos, mas deles isoladamente não é possível se obter uma teoria fechada que explique todos os processos de instabilização.

Uma forma alternativa de determinar o surgimento das instabilidades em escoamentos permanentes pode ser feita através da solução do problema em regime permanente para uma faixa de valores de algum parâmetro do qual o escoamento dependa. Isto pode ser obtido acoplando-se o método de solução a um procedimento de continuação por pseudo-comprimento de arco. Como resultado é possível construir a curva de trajetória de soluções permanentes do sistema. A existência de pontos de dobras nestas trajetórias de solução podem indicar mudanças bruscas no comportamento do escoamento, comportamento com histerese, e instabilidade do escoamento.

2.3

Metodologia Aplicada

O objetivo desta dissertação vai além de meramente determinar quando um escoamento de Couette sobre uma parede deformável se torna instável. Deseja-se compreender como os campos de velocidade e pressão, bem como a configuração da interface, se comportam ao longo do tempo no período pós-transição. Este objetivo, infelizmente, não pode ser atingido através da utilização das metodologias mencionadas na seção anterior, ou mesmo pela solução completa do conjunto de equações que governam o sistema em regime permanente, pois, este é conhecidamente oscilatório no tempo. Sendo assim, optou-se pela observação da evolução temporal do escoamento por meio de uma simulação do processo em regime transiente, resolvendo-se numericamente e de forma acoplada as equações de conservação de quantidade de movimento linear e de massa para o meio fluido e o sólido, no domínio apresentado na figura 2.1.

O procedimento adotado neste estudo foi o seguinte: Partindo do sistema esquematizado na fig. 2.1 em completo repouso, impõe-se uma velocidade no cilindro externo que varia linearmente com o tempo (fazendo com que o número de Reynolds e a razão de forças viscosas e elásticas Λ também variem) até se atingir um valor Λ_{max} pré-estabelecido, no qual o escoamento é mantido, como mostrado pela figura 2.2. Caso o sistema se torne instável, reduz-se o valor de Λ_{max} e é testado novamente a possibilidade de haver a desestabilização do sistema. Caso contrário eleva-se o valor de Λ_{crit} para a mesma verificação. O valor de Λ_{crit} é encontrado quando, para um dado Λ , o escoamento se torna instável e não há valores inferiores a este para o qual o mesmo fenômeno ocorra. Informações a respeito dos campos de velocidade, pressão e deformação entre outras foram tomadas entre um determinado número de passos de tempo, possibilitando o acompanhamento de como estes variam ao longo do tempo.

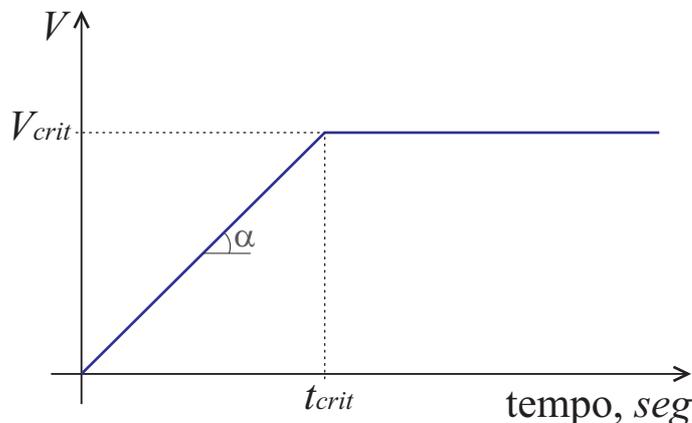


Figura 2.2: Variação linear da velocidade do cilindro externo.

Na realidade, como será visto no capítulo 7 deste trabalho, a velocidade

do cilindro externa é elevada até um determinado valor V_{max} no qual esta é mantida. Devido ao acúmulo de erros computacionais o sistema por si só se torna instável. Os detalhes deste processo serão discutidos mais adiante.

Este procedimento foi realizado variando-se a razão de espessuras sólido-fluido. Isto permite compreender como esta grandeza influencia na desestabilização do sistema e no padrão pós-transitório do escoamento. O ideal seria a tomada de resultados para um grande número de razões de espessura. No entanto, problemas de ordem computacional e o grande tempo consumido durante o processo de determinação dos valores críticos de Λ tornam tal procedimento inviável.

Existem algumas diferenças entre a metodologia aqui explicada e a realmente empregada no estudo. Estas diferenças são decorrentes de dificuldades técnicas inesperadas, exigindo um grau de detalhamento grande, e por isso são melhor explicadas no decorrer desta dissertação. O importante neste momento é a compreensão de como o trabalho foi direcionado.