1

Introdução

As economias reais provêm formas de proteger os fornecedores de crédito contra os estados da natureza nos quais sofrem *default*, e existem, na teoria econômica, diversas metodologias para modelar tal situação:

- Podemos introduzir restrições sobre o total de dívida que um agente pode adquirir, de forma a limitar as possíveis perdas para o prestador (como visto em Levine e Zame (1996));
- Podem ser introduzidas restrições ao acesso a crédito, de forma que um agente é proibido de transacionar um determinado ativo (ver Braido (2003));
- Podemos também introduzir penalidades na utilidade dos agentes que não quitam suas dívidas integralmente, de forma proporcional ao *default* gerado, como visto em Dubey, Geanakoplos e Shubik (1995);
- Ou, podemos oferecer proteção ao prestador, exigindo do tomador de recursos alguma cesta de colateral, como garantia ao portfólio de ativos vendidos, pois assim, no caso de não pagamento, as perdas do prestador são reduzidas pelo recebimento de tais garantias, as quais são automaticamente transferidas do tomador para o prestador (Geanakoplos e Zame (2002)).

É neste último contexto que estamos interessados. Note que, quando todas as promessas são garantidas por colateral, os vendedores de ativos possuem a opção de abrir mão da garantia por eles constituída, ao invés de realizar o pagamento de suas promessas, de forma que, a operação conjunta de tomar emprestado e adquirir o colateral pode ser vista como um derivativo, tendo como ativos subjacentes a promessa implícita e os bens duráveis utilizados como garantia.

No modelo que aqui desenvolveremos, os tomadores de recursos incorrerão no que chamamos de *default estratégico* (como visto em Elul (1999)),

já que a decisão de quitar ou não as dívidas não é tomada com base na capacidade de realizar tal pagamento, e sim na comparação do valor de mercado da dívida com o valor do colateral depreciado, pois o único mecanismo de induzir o pagamento das dívidas é dado pela tomada do colateral pelo mercado.

No nosso modelo, a escolha do colateral a ser utilizado como garantia, será feita de forma endógena. Dessa forma, a posição financeira líquida de cada agente pode ser significativamente diferente, apesar de terem acesso as mesmas promessas originais, tanto para compra quanto para a venda.

De fato, imagine dois agentes que compram e vendem portfólios idênticos, diferindo somente na escolha da cesta de colateral oferecida. Como ambos os indivíduos adquiriram o mesmo portfólio e, os mercados financeiros são anônimos, eles esperarão receber o mesmo retorno contingente sobre a posição longa. Em relação a posição curta, como os agentes constituíram garantias reais diferentes e, tais colaterais poderão ter diferentes valores de mercado, contingentes ao estado da natureza, podemos ter uma situação na qual um agente dá *default* em um determinado ativo, embora para o outro agente seja ótimo quitar a promessa original. Portanto, diferentes escolhas para o colateral geram ativos efetivamente personalizados, pois possuem diferentes implicações de fluxo de caixa de acordo com o estado da natureza.

Sendo assim, pela infinidade de possibilidades de constituir a cesta de colateral, é possível instituir uma grande variedade de fluxos de caixa contingentes ao estado da natureza realizado. Esta é a dimensão de inovação financeira do nosso trabalho.

De fato, embora em diversos modelos de equilíbrio geral, a estrutura financeira seja considerada fixa, a taxa à qual os mercados financeiros desenvolvem novos produtos é o que leva a tentar desenvolver modelos que sejam capazes de endogeneizar a estrutura financeira.

A inovação financeira é um fenômeno observável nas economias atuais. Os mercados financeiros estão constantemente desenvolvendo novos ativos de modo a atingir diferentes objetivos:

- (i) Levantar capital, por parte das empresas, da forma mais eficiente possível;
- (ii) Responder à questões relacionadas à tributação e regulação;
- (iii) Suprir a economia de níveis adequados de *hedging*;

- (iv) Obter, através dos reguladores, uma alocação de risco mais eficiente na economia, entre diversas outras.

Desenvolveremos um modelo sequencial, com dois estágios, no qual existem mercados financeiros incompletos, e é permitida uma estrutura de colateral endógena, onde, no primeiro estágio, os agentes escolhem somente os coeficientes de colateral associados as posições curtas, sendo que, o colateral escolhido para cada par (ativo, agente), é determinado por uma regra de escolha exogenamente determinada. Ou seja, cada colateral para cada agente é determinado por um indivíduo arbitrário que será determinado por essa regra de escolha. No segundo estágio, ocorrem as negociações de ativos e as escolhas das cestas de consumo.

Desejamos permitir que os agentes determinem livremente a cesta de colateral a ser utilizada, estendendo assim o modelo de colateral exógeno de Geanakoplos e Zame (2002). É neste ponto onde esperamos dar a nossa maior contribuição. Não somente por garantir a existência de equilíbrio, mas também por permitir, através da regra de escolha, o surgimento de diferentes sub-modelos, nos quais, por exemplo, podem ser os próprios agentes a determinar seus coeficientes de colateral, ou as garantias podem ser centralizadas em um único indivíduo.

Um problema da nossa estrutura de determinação endógena do colateral, é que, dada a possível multiplicidade de equilíbrios para o segundo estágio, a escolha das garantias ao crédito no primeiro estágio pode não ficar bem definida. Com isso, teremos dificuldades para garantir a existência de equilíbrio.

De modo a construir um modelo que permita resolver tais questões, desenvolveremos uma estrutura em dois estágios onde a escolha de colateral é feita num estágio anterior à escolha de consumo e portfólio.

No primeiro estágio, supondo que os investidores conhecem a correspondência entre as estruturas financeiras e as alocações de equilíbrio, os agentes agem estrategicamente ao escolher o ambiente financeiro preferível, de acordo com a regra de determinação de colateral, exogenamente determinada. O indivíduo realiza isto no intuito de maximizar uma determinada função objetivo.

No segundo estágio, dada a estrutura financeira previamente criada, um leiloeiro *Walrasiano* determina os preços e alocações de equilíbrio de forma simultânea à determinação das escolhas de consumo e portfólio por parte dos agentes.

Ao escolher o colateral num estágio inicial do modelo, nossa estrutura se assemelha à de um modelo de colateral exógeno (ver Geanakoplos e

Zame (2002) e Araujo, Páscoa e Torres-Martínez (2002)) pois, no segundo estágio, o colateral é tomado como dado pelos agentes, seja porque foi objeto de uma maximização anterior ou porque é escolhido por outro agente (dependendo da regra de escolha prefixada). Assim, a introdução de uma dimensão temporal às escolhas dos agentes nos permite escapar das não-convexidades que aparecem em alguns modelos de colateral endógeno, nos quais tanto a escolha da garantia quanto a escolha da alocação de recursos acontece simultaneamente (veja, por exemplo, Araujo, Fajardo e Páscoa (2003) ou Martins-da-Rocha e Torres-Martínez (2003)).¹

Existe uma dificuldade em inferir a utilidade de um agente para cada conjunto de equilíbrio, de modo que, ainda resta a questão de como vamos lidar com a possibilidade de múltiplos equilíbrios no segundo estágio e o efeito disso sobre o problema do consumidor no primeiro estágio.

Uma forma de resolver isso seria utilizar uma técnica de seleção contínua de equilíbrios no primeiro estágio, como desenvolvida em Mas-Collel e Nachbar (1991) e aplicada em um contexto de equilíbrio geral em Allen, Dutta, e Polemarchakis (2002) e Faias (2000). Eles mostram, em um contexto de equilíbrio geral sem default, que é possível garantir a existência de um seleção aleatória contínua da correspondência de equilíbrio (correspondência que liga os coeficientes de colateral às alocações de equilíbrio da economia), de forma que os indivíduos usam como função objetivo o valor esperado da sua utilidade indireta computado através da seleção contínua aleatória, tornando as funções objetivas dos agentes, no primeiro estágio do modelo, contínuas.

Portanto, como já é conhecido na literatura de inovação financeira, a existência de equilíbrio pode estar restrita aos parâmetros (requerimentos de colateral) para os quais o número de alocações e preços de equilíbrio do segundo estágio é finito (ver Faias (2000)), caso estas técnicas possam ser adaptadas ao nosso modelo com default.

Alternativamente, podemos buscar uma seleção mensurável dos pay-offs dos equilíbrios resultantes do segundo estágio, como feito, no contexto de jogos descontínuos, por Simon e Zame (1990). Neste último artigo, os autores estudam um modelo de jogos abstrato, e por isso, abrangente, de modo que suas técnicas podem ser adaptadas ao nosso contexto.

Dada a maior simplicidade, esta última técnica foi a escolhida para ser desenvolvida neste artigo. Assim, através da seleção mensurável dos

¹Isso ocorre pois as restrições orçamentárias para cada estado da natureza não geram um conjunto convexo. De fato, como tanto a escolha de colateral e de portfólio são variáveis endógenas, e escolhidas pelos agentes, o seu produto, que aparece em tais restrições, não é convexo.

payoffs esperados, vamos garantir a existência de um equilíbrio de Nash (possivelmente em estratégias mistas) para o nosso modelo, sendo que, como o próprio nome indica, não podemos garantir que as escolhas de equilíbrio variem continuamente.

Uma possível forma de defender a estrutura que estamos prestes a construir é perceber o desenho (*design*) financeiro e a alocação de recursos como dois problemas separados. O desenho financeiro requer planejamento de como os ativos existentes e as restrições de colateral serão utilizados da maneira mais eficiente possível. Em relação a alocação de recursos, é natural que, uma vez fixados os ativos financeiros, isto é, feitas as escolhas de colateral, os agentes determinem as suas alocações de consumo, através da negociação de tais ativos, de forma anônima e simultânea, como feito em uma economia Walrasiana com dois períodos. Esta descrição é consistente com o comportamento de um agente racional, independente de como tais recursos serão utilizados.²

O modelo que iremos desenvolver, permite o surgimento de modelos de colateral endógeno onde são os próprios agentes que fazem suas escolhas de colateral. Com isso, o nosso modelo torna-se similar aos modelos existentes de colateral endógeno, diferindo na estrutura sequencial que introduzimos, de modo que podemos comparar a nossa estrutura com a dos modelo já existentes.

Ao analisar esse possível sub-modelo, na literatura existente de colateral endógeno, é necessário que se dêem incentivos ao agente para que ele forme colateral não-nulo, pois, do ponto de vista do tomador de recursos, a atitude que lhe parece ótima é determinar colateral nulo para todos os ativos vendidos, de modo que, no período seguinte, ele não irá realizar nenhum pagamento sobre o portfólio de ativos vendidos (pois o pagamento, como será definido posteriormente, é dado pelo mínimo entre o valor do colateral depreciado e o valor de face prometido pelo ativo). Com isso, nenhum ativo será garantido por colateral.

Essa é a chamada "Maldição do Vencedor", pois os agentes escolhem, racionalmente, em equilíbrio, não transacionar ativos e a economia é jogada para um equilíbrio que chamamos de "*Pure Spot Markets*", o que é um equilíbrio "ruim" para a nossa economia, pois, como visto em Dubey,

²Por exemplo, podemos pensar em uma empresa que use tanto capital próprio como capital de terceiros em seus negócios. Tal companhia, provavelmente, antes de decidir como alocar tais fundos, fará estudos sobre como levantar capital da forma mais eficiente possível e tal decisão, no nosso modelo, é representada pela escolha do colateral. A questão é que, independente de como o agente planeje dispor de seus recursos, o desejo de desenvolver uma estrutura financeira ótima, para garantir o seu portfólio de vendas, estará sempre presente.

Geanakoplos e Zame (1995), o Equilíbrio com Colateral é Pareto Superior ao equilíbrio sem mercados financeiros. Os modelos tradicionais de colateral endógeno não permitem que o agente antecipe esse efeito adverso de escolher garantias nulas de modo que são estabelecidos limites inferiores sobre o conjunto de colaterais admissíveis, de modo a não permitir que a economia caia nesta situação.

No nosso modelo, como introduzimos uma sequencialidade nas escolhas, o agente, ao escolher o colateral no primeiro estágio, antecipa o efeito dessa otimização sobre os payoffs de equilíbrio no segundo estágio, através da seleção mensurável de payoffs. Assim, o modelo permite ao agente a percepção dos efeitos adversos da escolha de garantias nulas no primeiro estágio, permitindo que ele escolha, racionalmente, colaterais positivos (lembre-se que estamos falando isso dentro do contexto no qual a regra de escolha impõe que cada agente escolhe o seu próprio colateral).

Com isso, conseguimos não somente resolver um grande problema de alguns dos modelos existentes de colateral endógeno, como ainda permitir o surgimento de inúmeros outros modelos através das diversas possibilidades para a determinação da regra de escolha.

Estudaremos a existência de um equilíbrio perfeito em subjogos (EPS) para o nosso modelo. Análogo ao processo de indução retroativa, utilizaremos o método de *Kunh* para encontrar este equilíbrio.

Este trabalho está organizado da seguinte forma. No Capítulo 2, descreveremos o nosso modelo sequencial de colateral endógeno; O Capítulo 3 irá estabelecer a existência de um equilíbrio para tal modelo; No Capítulo 4 discutiremos as implicações das diferentes regras de escolha do colateral; Finalmente, no Capítulo 5 concluímos o trabalho.