



**Erland González Leão**

**Procedimento para a Avaliação da  
Conformidade Metrológica de  
Eletrônicos**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Pedricto Rocha Filho

Rio de Janeiro  
Fevereiro de 2019



**Erland González Leão**

**Procedimento para a Avaliação da  
Conformidade Metrológica de  
Eletrônicos**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

**Prof. Pedricto Rocha Filho**

Orientador

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

**Prof. Celso Romanel**

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

**Prof. Sandro Salvador Sandroni**

Sandro Sandroni Engenheiros Associados Ltda

**Prof. Mauricio Nogueira Frota**

Programa de Pós-Graduação em Metrologia – PósMQI/PUC-Rio

Rio de Janeiro, 08 de fevereiro de 2019

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Erland González Leão**

Graduou-se em Engenharia Civil pela Escola Militar de Engenharia Mscal. Antonio José De Sucre (La Paz – Bolívia) em 2008. Realizou Especializações em Engenharia Civil, em 2009 em Desenho e Construção de Estradas e Pontes, 2011 em Gerenciamento na Construção de Obras, 2016 em Geotecnia e Geofísica Aplicada. Trabalhou em Projetos da Prefeitura da Cidade de La Paz (Bolívia) como Calculista e Supervisor de obra no período (2009 – 2010), além da Construção e Asfaltado de Ruas, Construção de Prédios para Fábricas Industriais e Edificações no período 2011-2017. Ingressou no Mestrado em Engenharia Civil da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro no semestre (2017), atuando na linha de pesquisa de Geotecnia Experimental.

### Ficha Catalográfica

González Leão, Erland

Procedimento para a avaliação da conformidade metrológica de eletrônicos / Erland González Leão; orientador: Pedricto Rocha Filho. – 2019.

v., 116 f.; il. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2019.

Inclui referências bibliográficas

1. Engenharia Civil e Ambiental - Teses. 2. Engenharia civil. 3. Eletrônico. 4. Incerteza de medição. 5. Calibração. 6. Polinômio de ajuste. I. Rocha Filho, Pedricto. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. III. Título.

CDD: 624

À minha amada família: à minha mãe Elba, na Bolívia e ao meu papai Nelson (*in memoriam*), no céu e às minhas irmãs, Argentina e Claudia. A todos pela confiança, alegria, apoio e amor incondicional, ao longo de toda a minha vida.

## Agradecimentos

À minha amada família: ao meus pais Elba e Nelson, pelo exemplo de coragem, humildade, persistência, perseverança, bons princípios e ensinamentos, ao longo de toda a minha vida e, também, às minhas irmãs, Argentina e Claudia, pelo estímulo e apoio. A todos, pela confiança, amor e carinho ao longo de toda a minha vida.

Ao meu orientador, Professor Pedricto Rocha Filho, pela idéia, orientação, material, apoio e sugestões para levar para frente este trabalho e por me compartilhar sua grande experiência e sabedoria.

Ao Professor Mauricio Nogueira Frota e ao Doutor José Daniel Hernández Vásquez, pela grande ajuda, orientação, ensinamentos, indicação de bibliografia e de ferramentas compartilhadas durante o desenvolvimento deste trabalho;

Ao departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio, em especial aos professores do Programa de Mestrado de Geotecnia, pelos conhecimentos e ensinamentos recebidos;

Ao meu amigo Rodrigo Tamayo, pela orientação sobre os passos a perseguir na formalização de minha candidatura ao Mestrado em Geotecnia da PUC. Ao meu amigo Raúl Córdova, pela ajuda ilimitada e pelo grande apoio em todos os dias desde o início de nossa valiosa e duradoura amizade.

A minha namorada Bárbara, pelos muitos conselhos certos, pelo seu carinho, amor e incondicional apoio, hoje parte integrante de minha vida, por me entender, pela paciência. Agradecimento extensivo à mãe dela, Sra. Angela, por me fazer sentir como se estivesse na minha própria casa.

À Professora Ana Cristina Castro Fontenla Sieira, da UERJ, pelos ensinamentos e por me adentrar nesse fascinante mundo da Geotecnia e, também, pelo apoio e estímulo para cursar o Mestrado.

Aos meus amigos, Kevin, Lizardo, Paul, Thamiris, Gilcyvania, Raphael, Bruno, Marcela, Jessica, em especial o Celso Salvador, pelo apoio, ajuda, amizade e por contribuírem para proporcionar o ambiente tão agradável.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela concessão da bolsa de estudo de mestrado.

## Resumo

González Leão, Erland; Rocha Filho, Pedricto (Orientador). **Procedimento para a Avaliação da Conformidade Metrológica de Eletrôníveis**. Rio de Janeiro, 2019. 116p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Esta pesquisa de mestrado tem por objetivo avaliar a confiabilidade metrológica de sensores eletrolíticos (eletroníveis) utilizados para determinar desvios angulares de elementos de estruturas de engenharia civil. A motivação pelo trabalho decorreu da percepção de que usuários de eletrôníveis nem sempre consideram a importância do processo de calibração e das incertezas que lhe são associadas na confiabilidade de suas medições. A metodologia utilizada consistiu em avaliar, com o rigor metrológico, um processo de calibração de conjuntos de eletrôníveis montados em uma barra rígida, porém pivotada em uma de suas extremidades assim permitindo deslocamentos angulares. O resultado das análises de dados de quatro calibrações típicas de um conjunto de 36 eletrôníveis, agrupados de nove em nove, permitiu mostrar que a expressão das incertezas associadas à medição constitui-se em fundamento essencial para assegurar a confiabilidade metrológica dos eletrôníveis, assim validando um método de descarte de eletrôníveis fora da tolerância admissível para uma determinada aplicação em engenharia. Dentre as conclusões do trabalho foi possível qualificar o tratamento estatístico dos níveis de incerteza como uma estratégia suficientemente robusta para validar o eletrônível como instrumento fidedigno para medição de ângulo com um nível de confiança adequado à sua aplicação em engenharia civil.

## Palavras-chave

Engenharia civil; eletrônível; incerteza de medição; calibração; polinômio de ajuste.

## Abstract

González Leão, Erland; Rocha Filho, Pedricto (Advisor). **Conformity assesment procedure for metrological evaluation of electrolevels.** Rio de Janeiro, 2019. 116p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This master's research aims to evaluate the metrological reliability of electrolytic tilt sensors (electrolevels) used to determine angular deviations of components of civil engineering structures. The motivation for the work arises from the perception that users of electronic devices do not necessarily consider the importance of the calibration process and the uncertainties that are associated to it in the reliability of their measurements. The methodology used consisted in evaluating, with the metrological rigor, a process of calibration of sets of electronics mounted on a rigid bar, but pivoted at one of its ends thus allowing angular displacements. The result of the data analyzes of four typical calibrations of a set of 36 electrolevels, grouped in four batches of nine sensors each, allowed to show that the expression of the uncertainties associated with the measurement constitutes an essential fundament to assure the metrological reliability of the electrolevels, therefore validating a method of disposal of electrolevels outside the permissible tolerance for a given engineering application. Among the conclusions of the study, it was possible to qualify the statistical treatment of the levels of uncertainty as a sufficiently robust strategy to validate the electrolevel as a reliable instrument for angle measurement with a level of confidence appropriate to its application in civil engineering.

## Keywords

Civil engineering; electrolevel; mesaurment uncertainty; calibration; interpolator polynomial.

## Sumário

1 . Introdução	14
1.1. Objetivos	15
1.2. Estrutura da dissertação	15
2 . Conceitos básicos de interesse	17
2.1. Incerteza de medição	17
2.1.1. Avaliação de incerteza do Tipo A	18
2.1.2. Avaliação de incerteza do Tipo B	20
2.1.3. Distribuição da probabilidade dos erros	21
2.1.3.1. Distribuição normal	22
2.1.3.2. Distribuição retangular ou uniforme	24
2.1.3.3. Distribuição triangular	26
2.1.4. Incerteza combinada	28
2.1.5. Coeficiente de sensibilidade	29
2.1.6. Fator de abrangência	30
2.1.7. Número de graus efetivos de liberdade	31
2.1.8. Incerteza expandida	32
2.2. Incerteza de medição na calibração	32
2.2.1. Cálculo do erro sistemático ajustado	33
2.2.2. Cálculo da incerteza combinada associada à medição	33
2.3. Calibração	33
2.3.1. Calibração real	34
2.3.2. Calibração simplificada	34
2.3.3. Padrão	35
2.4. Regressão polinomial	36
3 . Sensor eletrolítico para medição de desvios angulares	39
3.1. Princípio de funcionamento do eletrônível	39
3.2. Procedimento de calibração	42
4 . Calibração por comparação ao eletrônível de referência	45
4.1. Procedimento experimental de calibração	45
4.2. Sistema de aquisição de dados	47



4.3. Resultados da calibração por comparação	49
4.4. Resultados da calibração realizada por Ramos (2009)	50
5 . Confiabilidade metrológica do processo de calibração	54
5.1. Determinação dos polinômios de ajuste	54
5.1.1. Série #1 de calibração	55
5.1.2. Série #2 de calibração	55
5.1.3. Série #3 de calibração	56
5.1.4. Série #4 de calibração	57
5.2. Cálculo da incerteza do ajuste – Série #1	58
5.2.1. Cálculo do melhor polinômio interpolador – Série #1	58
5.3. Cálculo da incerteza do ajuste – Série #2	61
5.3.1. Cálculo do melhor polinômio interpolador – Série #2	62
5.4. Cálculo da incerteza do ajuste – Série #3	65
5.4.1. Cálculo do melhor polinômio interpolador – Série #3	65
5.5. Cálculo da incerteza do ajuste – Série #4	68
5.5.1. Cálculo do melhor polinômio interpolador – Série #4	68
5.6. Cálculo da incerteza associada aos 36 calibrações	71
5.6.1. Resultado da série #1	73
5.6.2. Resultado da série #2	75
5.6.3. Resultado da série #3	77
5.6.4. Resultado da série #4	78
6 . Conclusões e sugestões	81
6.1. Conclusões	81
6.2. Sugestões para desdobramentos futuros do trabalho	82
7 . Referências Bibliográficas	83
8 . Apêndices	86
Apêndice A – Curvas e polinômios com menor incerteza do ajuste	86
Apêndice B – Curvas dos resultados finais	97
Anexos	111
Anexo A – Conceitos fundamentais em metrologia	111
Anexo B – Data Sheet do eletrônível a ser calibrado	116

## Lista de Figuras

Figura 2.1 – Método de determinação a incerteza de medição	18
Figura 2.2 – Curva de distribuição normal	22
Figura 2.3 – Curva de distribuição retangular ou uniforme	24
Figura 2.4 – Curva de distribuição triangular	26
Figura 2.5 – Comparação entre um item e um padrão	34
Figura 2.6 – Pirâmide da hierarquia de padrões	35
Figura 3.1 – Sensor do tipo eletrônível	39
Figura 3.2 – Diferentes tipos de eletrôníveis	40
Figura 3.3 – Principais componentes de uma unidade de medição	40
Figura 3.4 – Circuito de um eletrônível de eixo simples	40
Figura 3.5 – Circuito elétrico de conexão dos eletrôníveis	41
Figura 3.6 – Curva de sensibilidade do eletrônível	42
Figura 3.7 – Rotação de um corpo rígido	42
Figura 3.8 – Barra de calibração dos eletrôníveis.	43
Figura 3.9 – Detalhes da fixação dos eletrôníveis	43
Figura 3.10 – Curva de calibração do eletrônível de referência	44
Figura 4.1 – Barra de Calibração dos eletrôníveis	45
Figura 4.2 – Eletrônível fixado na barra rígida metálica	46
Figura 4.3 – Dimensões da cápsula	46
Figura 4.4 – Esquema de um sistema de aquisição de dados	47
Figura 4.5 – Unidade de leitura (Mini Data-Logger)	48
Figura 4.6 – Detalhes da unidade de leitura	49
Figura 4.7 – Montagem pronta para a calibração	49
Figura 5.1 – Montagem dos nove eletrôníveis da Série #1	55
Figura 5.2 – Montagem dos nove eletrôníveis da Série #2	56
Figura 5.3 – Montagem dos nove eletrôníveis da Série #3	56
Figura 5.4 – Montagem dos nove eletrôníveis da Série #4	57
Figura 5. 5 – Curva de ajuste e polinômio do eletrônível A01	61

Figura 5.6 – Curva de ajuste e polinômio do eletrônível B01	64
Figura 5.7 – Curva de ajuste e polinômio do eletrônível D01	68
Figura 5.8 – Curva de ajuste e polinômio do eletrônível C01	71
Figura 5.9 – Erro total associado à calibração sa série #1	74
Figura 5.10 – Erro total associado à calibração sa série #2	76
Figura 5.11 – Erro total associado à calibração sa série #3	78
Figura 5.12 – Erro total associado à calibração sa série #4	79

## Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Valores de desvios, em função de $\sigma$	23
Tabela 2.2 – Nível de confiança para diferentes valores de $k$	30
Tabela 2.3 – Graus de liberdade associado a cada fonte de incerteza	31
Tabela 2.4 – Fatores $k$ para diferentes graus de liberdade	32
Tabela 4.1 – Especificação do eletrônível a ser calibrado	50
Tabela 4.2 – Séries de medição na calibração de eletrôníveis	50
Tabela 4.3 – Série #1 – Medições de calibração	51
Tabela 4.4 – Série #2 – Medições de calibração	51
Tabela 4.5 – Série #3 – Medições de calibração	51
Tabela 4.6 – Série #4 – Medições de calibração	52
Tabela 4.7 – Série #1 – Medições de calibração normalizadas	52
Tabela 4.8 – Série #2 – Medições de calibração normalizadas	52
Tabela 4.9 – Série #3 – Medições de calibração normalizadas	53
Tabela 4.10 – Série #4 – Medições de calibração normalizadas	53
Tabela 5.1 – Série #1 – Coeficientes dos polinômios interpoladores	55
Tabela 5.2 – Série #2 – Coeficientes dos polinômios interpoladores	56
Tabela 5.3 – Série #3 – Coeficientes dos polinômios interpoladores	57
Tabela 5.4 – Série #4 – Coeficientes dos polinômios interpoladores	57
Tabela 5.5 – Série #1 – Ângulos ajustados pelo polinômio de grau 1	58
Tabela 5.6 – Série #1 – Ângulos ajustados pelo polinômio de grau 2	59
Tabela 5.7 – Série #1 – Ângulos ajustados pelo polinômio de grau 3	59
Tabela 5.8 – Série #1 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 1	59
Tabela 5.9 – Série #1 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 2	59
Tabela 5.10 – Série #1 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 3	60
Tabela 5.11 – Polinômio com a menor incerteza do ajuste na Série # 1	60
Tabela 5.12 – Série #2 – Ângulos ajustados – polinômio de grau 1	62
Tabela 5.13 – Série #2 – Ângulos ajustados – polinômio de grau 2	62
Tabela 5.14 – Série #2 – Ângulos ajustados – polinômio de grau 3	63

Tabela 5.15 – Série #2 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 1	63
Tabela 5.16 – Série #2 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 2	63
Tabela 5.17 – Série #2 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 3	63
Tabela 5.18 – Polinômio com a menor incerteza do ajuste na Série # 2	64
Tabela 5.19 – Série #3 – Ângulos ajustados – polinômio de grau 1	65
Tabela 5.20 – Série #3 – Ângulos ajustados – polinômio de grau 2	66
Tabela 5.21 – Série #3 – Ângulos ajustados – polinômio de grau 3	66
Tabela 5.22 – Série #3 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 1	66
Tabela 5.23 – Série #3 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 2	66
Tabela 5.24 – Série #3 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 3	67
Tabela 5.25 – Polinômio com a menor incerteza do ajuste na Série # 3	67
Tabela 5.26 – Série #4 – Ângulos ajustados – polinômio de grau 1	69
Tabela 5.27 – Série #4 – Ângulos ajustados – polinômio de grau 2	69
Tabela 5.28 – Série #4 – Ângulos ajustados – polinômio de grau 3	69
Tabela 5.29 – Série #4 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 1	70
Tabela 5.30 – Série #4 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 2	70
Tabela 5.31 – Série #4 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 3	70
Tabela 5.32 – Polinômio com a menor incerteza do ajuste na Série # 4	70
Tabela 5.33 – Incerteza associada à resolução de cada eletrônível	72
Tabela 5.34 – Incerteza associada a eletrônível de referência (padrão)	72
Tabela 5.35 – Incerteza expandida de medição – Série #1	73
Tabela 5.36 – Incerteza expandida de medição – Série #2	75
Tabela 5.37 – Incerteza expandida de medição – Série #3	77
Tabela 5.38 – Incerteza expandida de medição – Série #4	79

# 1.

## Introdução

Todas as medições, ainda que realizadas com os cuidados experimentais e o rigor metrológico, quer para cumprir propósitos de natureza técnica ou científica, estão sujeitas a incertezas. Análise de incerteza é o campo da metrologia que se dedica a avaliar as incertezas associadas às medições. Constitue-se em ferramenta eficaz para orientar usuários de instrumentos de medição a avaliar a confiabilidade de suas medições e expressar as incertezas que lhe são associadas.

A análise de erros e a expressão das incertezas associadas à medição constitui-se vital para o desenvolvimento de qualquer experimento científico. Os desafios impostos à análise de incertezas e as estratégias para permitir a sua redução a um nível que permita ser extraída uma conclusão apropriada podem transformar um conjunto de medidas grosseiras e rotineiras em um exercício verdadeiramente interessante (TAYLOR, 2012).

Para ter um adequado controle do comportamento das obras, é necessário fazer medições, sendo de acordo com as recomendações da norma e do especialista da área. Além disso, as medições têm que ser as mais precisas possíveis, então para obter boas medidas é importante saber se o instrumento que está se utilizando para fazê-las tem uma calibração com rastreabilidade. Assim, é preciso fazer uma avaliação da incerteza de medição na calibração.

Existem diferentes instrumentos de medição para distintos tipos de mensurados, como por exemplo, piezômetros, células de carga, células de pressão, inclinômetros, eletrônicos, extensômetros, medidores de recalque, medidores de rotação, sismógrafos, pluviômetros, etc.

As etapas que envolvem a verificação das distorções no campo através do eletrônível e a análise dos resultados obtidos requerem extremo cuidado, pois podem conter diversos erros não estimadas, acarretando em uma tomada de decisão equivocada.

## **1.1. Objetivos**

Dois são os objetivos principais deste trabalho: (i) avaliar a confiabilidade metrológica do processo de calibração de um conjunto de eletrôníveis, cujos sinais de saída são individualmente comparados à resposta de um eletrônível previamente calibrado por um laboratório com rastreabilidade assegurada ao sistema internacional de unidades e (ii) propor um método de descarte de eletrôníveis fundamentado na conformidade a limites admissíveis de tolerância para aplicações específicas que requerem a determinação de desvios angulares de sistemas críticos de engenharia civil.

Nesse contexto, os seguintes objetivos específicos foram perseguidos como estratégia de se atingir os objetivos centrais estabelecidos:

- Identificar na literatura especializada a teoria consagrada e as melhores práticas relacionadas à expressão da incerteza de medição aplicada à calibração de sensores para determinação de desvios angulares;
- Fundamentar o princípio de funcionamento e de calibração de um eletrônível, e avaliar os limites de sua aplicação;
- À luz das melhores práticas, propor um método para avaliar a confiabilidade metrológica de eletrôníveis e um critério de descarte de eletrôníveis que não atendem a padrões aceitáveis de tolerância compatíveis com aplicações específicas de interesse da engenharia civil.

## **1.2. Estrutura da dissertação**

Esta dissertação está estruturada em seis capítulos, iniciando com este introdutório, que apresenta o tema fundamental do trabalho e seus objetivos.

O Capítulo 2 inclui conceitos básicos de metrologia visando o entendimento da abordagem metrológica utilizada no desenvolvimento do trabalho. Mais especificamente, a análise de incerteza de medição, que requer a determinação da distribuição de probabilidades e utilização do método dos mínimos quadrados.

O Capítulo 3 explica o funcionamento do eletrônível e seu processo de calibração.

O Capítulo 4 inclui os dados de quatro calibrações típicas de um conjunto de 36 eletrôníveis, agrupados de nove em nove, e descreve o sistema de aquisição de dados associados aos experimentos realizados e normalização deles.

O Capítulo 5 detalha o tratamento estatístico dos dados de calibração e o cálculo das incertezas associadas.

Finalmente, o Capítulo 6 apresenta as conclusões finais e encaminha sugestões para desdobramentos futuros da pesquisa.



## **2.**

### **Conceitos básicos de interesse**

Uma das principais tarefas de um experimentador é identificar as fontes de erro que podem afetar o processo de medição, quantificar essas fontes e determinar a incerteza associada à medição. A palavra “erro”, que durante muitos anos foi utilizada com esse mesmo significado, hoje em dia é reservada para designar o afastamento entre o valor obtido em uma medição e o correspondente valor verdadeiro, o qual é, em geral, desconhecido (VIM, 2012).

#### **2.1.**

##### **Incerteza de medição**

A incerteza é definida como um parâmetro não negativo que caracteriza a dispersão dos valores atribuídos a um mensurando, com base nas informações utilizadas no Vocabulário Internacional de Metrologia (VIM, 2012).

A incerteza é um conceito chave para a expressão do resultado da medição (MAURIS, 2006). Compreende componentes provenientes de efeitos sistemáticos, tais como componentes associadas a correções e valores atribuídos a padrões. Algumas vezes tais efeitos sistemáticos não são corrigidos, sendo incorporados nos componentes da incerteza associada (VIM, 2012). Além disso, um resultado de medição não é considerado satisfatório ou completo se a mesma não for informada. A incerteza fornece segurança ao resultado da medição (FIDÉLIS, 2010).

Os componentes da incerteza de medição podem ser classificados segundo a sua natureza: do Tipo A, associado à incerteza estatística e do Tipo B, associado a uma distribuição probabilística.

A literatura da metrologia provê as bases para o uso das medições e suas incertezas e recomenda o uso de uma incerteza padronizada combinada para expressar a incerteza de medição (WOOD et al., 1998). A Figura 2.1 apresenta a estrutura esquemática para determinação da incerteza de medição.

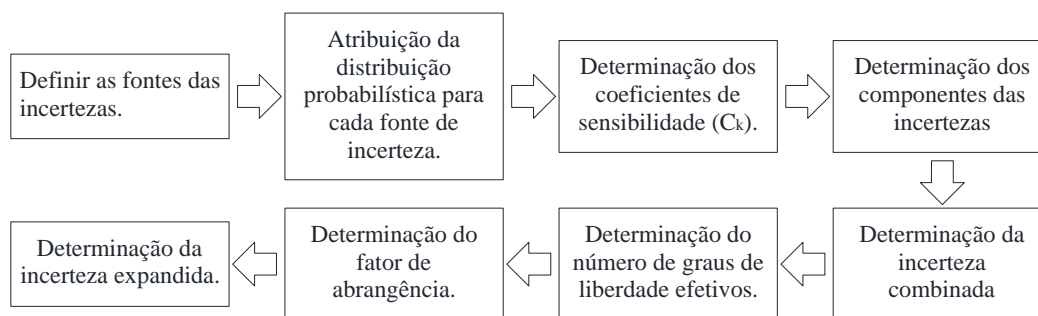


Figura 2.1 – Método de determinação a incerteza de medição

Fonte: (ISO GUM, 2008)

A incerteza de medição compreende, em geral, muitos componentes, alguns dos quais podem ser caracterizados por desvios-padrão experimentais. Os outros componentes, que também podem ser caracterizados por desvios-padrão, são avaliados por meio da distribuição de probabilidades assumidas, baseadas na experiência ou em outras informações.

Em regra, consideram-se as seguintes etapas para a estimativa da incerteza de medição: definição do mensurando, das grandezas de entrada e das fontes de incerteza; determinação dos coeficientes de sensibilidade e dos componentes de incerteza; determinação da incerteza padrão combinada; determinação dos graus de liberdade efetivos; determinação do coeficiente de abrangência e da incerteza expandida.

### 2.1.1. Avaliação de incerteza do Tipo A

Incertezas do Tipo A são relacionadas à repetitividade do ensaio, ou seja, à réplicas de medições de um mesmo experimento para a determinação do valor de uma grandeza, portanto associado a um valor médio e a um desvio-padrão. Pode ser aplicada quando tenham sido feitas observações independentes para uma das grandezas de entrada sob condições de repetibilidade<sup>1</sup>. À resolução do instrumento está associada uma dispersão ou espalhamento observável nos valores obtidos.

<sup>1</sup> Segundo o VIM (2012) as condições de repetibilidade referem-se a: mesmo operador, mesmo objeto de medição, mesmo método, mesmas condições ambientais e intervalos curtos de tempo.

Suponha que a grandeza de entrada  $X_i$  medida repetidamente é a grandeza  $Q$ ; com  $n$  observações estatisticamente independentes ( $n > 1$ ), a estimativa da grandeza  $Q$  é  $\bar{q}$ , a média aritmética ou a média dos valores individuais observados  $q_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ):

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_j \quad (2.1)$$

A incerteza de medição associada com a estimativa  $\bar{q}$  é avaliada de acordo com um dos seguintes métodos:

- a) Estimativa de variância da distribuição de probabilidade fundamental é a variância experimental  $s^2(q)$  dos valores  $q_j$  que é dada por:

$$s^2(q) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2 \quad (2.2)$$

O valor positivo da raiz quadrada de  $s^2(q)$  é o desvio padrão experimental. A melhor estimativa da variância da média aritmética  $\bar{q}$  é a variância experimental da media dada por:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q)}{n} \quad (2.3)$$

O valor positivo da raiz quadrada de  $s^2(\bar{q})$  é o desvio padrão experimental da média. A incerteza padrão  $u(\bar{q})$  associada à estimativa de entrada  $\bar{q}$  é o desvio padrão experimental da media

$$u(\bar{q}) = s(\bar{q}) \quad (2.4)$$

- b) Para uma medição que está bem caracterizada e sob controle estatístico, uma estimativa combinada ou estimativa agrupada da variância  $s_p^2$ . Se o valor da grandeza de entrada  $Q$  for determinado como a média aritmética  $\bar{q}$  de um número pequeno de  $n$  observações independentes a variância da media pode ser estimada por:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s_p^2}{n} \quad (2.5)$$

### 2.1.2.

#### Avaliação de incerteza do Tipo B

A avaliação do Tipo B é um método de avaliação da incerteza por outros meios que não a análise estatística de uma série de observações. Diversas fontes de incerteza podem compor uma avaliação desse tipo. Porém, cada uma delas é baseada nas informações obtidas sobre sua provável contribuição de incerteza em relação ao processo de calibração, adotando assim uma distinta função de distribuição de probabilidade. Tal conjunto de informações pode ser obtido, dentre outras fontes relevantes, das seguintes referências:

- a) Especificação dos fabricantes dos equipamentos utilizados na calibração ou ensaio, investigação teórica das fontes de influência do processo de calibração ou ensaio;
- b) Dados de medições prévias, como a calibração dos padrões;
- c) Experiência ou conhecimento geral do comportamento dos instrumentos;
- d) Incertezas relacionadas a dados de referência extraídos de manuais ou normas.

Avaliações de incerteza do Tipo A e do Tipo B se complementam para definir a confiabilidade metrológica de medições realizadas por instrumentos de medição. A determinação da incerteza torna-se ainda mais crítica em situações que o resultado da medição precisa ser fundamentado em um número relativamente pequeno de observações estatisticamente independentes (EA-4/02, 2003). Em particular, uma aplicação adequada dessas informações para a obtenção das incertezas padrão pela avaliação Tipo B, requer o discernimento baseado na experiência e no conhecimento geral.

Dentre as muitas funções de densidade de probabilidades que uma fonte de incerteza do Tipo B pode assumir, as mais utilizadas pelos especialistas da área são: normal, retangular e triangular. Para determinar a incerteza padrão de uma fonte de incerteza Tipo B deve-se encontrar o valor correspondente do desvio padrão da

função distribuição de probabilidade. Logo, o valor encontrado corresponderá ao da incerteza padrão de entrada.

Em geral, fontes de incerteza do Tipo B, são adotadas como tendo uma distribuição normal quando se tem confiança de que a probabilidade assim está distribuída.

Dessa maneira, ela é declarada ser um múltiplo do desvio padrão dessa função normal, denominado fator de abrangência ( $k$ ). Também é comum ser dada em termos do nível da confiança e do número de graus de liberdade.

Na primeira situação, facilmente é obtida a incerteza padrão, que é o valor mencionado para a fonte de incerteza dividida por  $k$ , como apresentado na Equação 2.6. Na segunda situação é necessário encontrar o valor de  $k$  correspondente ao nível de confiança e aos graus de liberdade calculados, e então calcular o valor da incerteza padrão:

$$u(x_i) = \frac{U}{k} \quad (2.6)$$

As fontes de incerteza calculadas pela avaliação Tipo B tendo uma distribuição retangular, comumente são adotadas quando apenas os limites da incerteza são conhecidos, caso típico da maioria das especificações dos fabricantes.

De acordo com o declado na publicação ISO GUM (2008), segundo o tipo de distribuição altera-se o divisor aplicado na Equação 2.6 para a determinação da incerteza, sendo que na distribuição retangular o divisor é  $\sqrt{3}$  (para instrumentos digitais) e na distribuição triangular o divisor é  $\sqrt{6}$  (para instrumentos analógicos).

### **2.1.3. Distribuição da probabilidade dos erros**

Na maior parte dos casos encontrados na prática, os valores medidos distribuem-se à volta de um valor “mais provável”, onde se situa grande parte das “ocorrências” (leituras). Esse valor mais provável é a média. A medida que o valor estimado afasta-se da média, é habitual que o número de leituras seja cada vez menor (teoricamente, pode-se encontrar valores muito afastados da média, mas a experiência mostra que isso é extremamente raro).

### 2.1.3.1. Distribuição normal

A lei do erro normal ou gaussiana é a base do estudo analítico dos efeitos aleatórios. Embora sem entrar no tratamento matemático deste assunto, podem-se enunciar os seguintes princípios, com base na lei normal:

- todas as observações incluem pequenos efeitos perturbadores, chamados erros aleatórios;
- os erros aleatórios podem ser positivos ou negativos;
- há uma probabilidade igual de existirem erros aleatórios positivos e negativos.

Pode-se então esperar que as medições incluam erros mais ou menos em partes aproximadamente iguais, de forma que o erro total seja pequeno e o valor médio seja o valor verdadeiro da variável medida.

A forma da distribuição dos erros pode ser expressa da seguinte forma:

- os erros pequenos são mais prováveis do que os grandes;
- os erros grandes são muito improváveis;
- existe igual probabilidade de erros mais e menos, de forma que a probabilidade de um dado erro é simétrica em torno de zero.

A curva de distribuição de erros da Figura 2.2 é baseada na lei normal, e mostra uma distribuição simétrica dos erros.

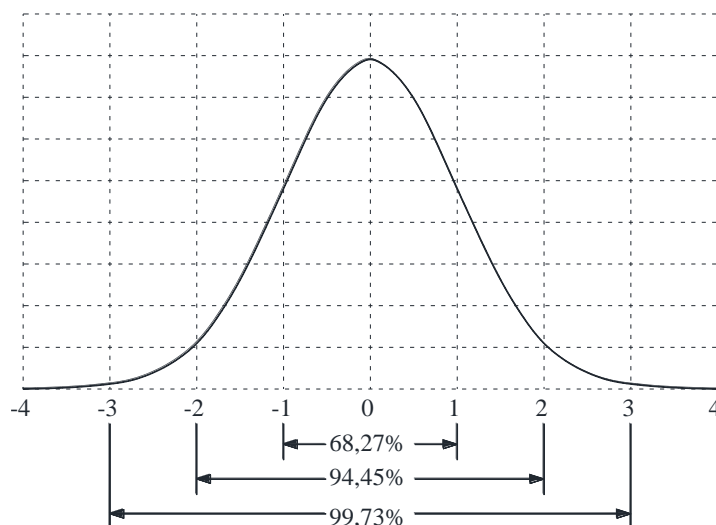


Figura 2.2 – Curva de distribuição normal

Fonte: (Cabral, 2004)

Esta função de probabilidade tem a seguinte expressão analítica:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \quad (2.7)$$

O desvio-padrão ( $\sigma$ ) corresponde aos pontos de inflexão da função. A área sob a curva de probabilidade gaussiana da Figura 2.2, entre os limites  $-\infty$  e  $+\infty$ , representa o conjunto completo de observações. A área sob a curva entre os limites  $-\sigma$  e  $+\sigma$  representa as leituras que não diferem da média mais do que uma vez o desvio-padrão. A integração da área sob a curva dentro dos limites  $\pm\sigma$  fornece o número total de casos dentro destes limites.

Para dados distribuídos normalmente, devem seguir a distribuição de Gauss aproximadamente 68 % de todos os casos caem dentro dos limites  $-\sigma$  e  $+\sigma$  em relação à média. Na tabela 2.1 seguinte indicam-se outros valores de desvios, em função de  $\sigma$ .

Tabela 2.1 – Valores de desvios, em função de  $\sigma$

Intervalo entre $-k\sigma$ e $+k\sigma$	Fração da área
0,6745	0,5000
1,0000	0,6827
1,6450	0,9000
1,9600	0,9500
2,0000	0,9545
2,5760	0,9900
3,0000	0,9973

$\sigma$ : desvio-padrão

Em muitos casos que se encontram na prática, a distribuição normal não pode ser utilizada, quer seja por haver evidências de que não corresponde aos dados, quer seja por outros motivos. Nesses casos, precisa procurar a distribuição de probabilidades que melhor se adequa aos dados disponíveis. As mais utilizadas, para além da distribuição normal, são a distribuição retangular (ou uniforme), a distribuição triangular, etc.

É necessário mencionar que, para pequenas amostras, a distribuição normal apresenta valores menos precisos, o que nos leva a utilizar um modelo mais adequando. Para solucionar esta limitação na prática, a literatura especializada sugere a aplicação da distribuição t-Student.

Existe um valor de ( $t$ ) para cada tamanho de amostra, sendo que à medida que a amostra cresce, a distribuição t-Student se aproxima da distribuição normal.

Para um tamanho de amostra menor que 120, o desvio padrão amostral se torna uma melhor estimativa do desvio padrão da população. A função de densidade de probabilidade da distribuição t de Student está representada na Equação 2.8.

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{z^2}{n}\right)^{\frac{n+1}{2}}} \quad (2.8)$$

### 2.1.3.2.

#### Distribuição retangular ou uniforme

Nesta distribuição, existe uma probabilidade constante, ou uniforme, de o valor estar entre  $(\mu - a)$  e  $(\mu + a)$ . Fora desse intervalo, a probabilidade é nula. Por  $(\mu)$  vamos a representar como o valor central da grandeza em questão.

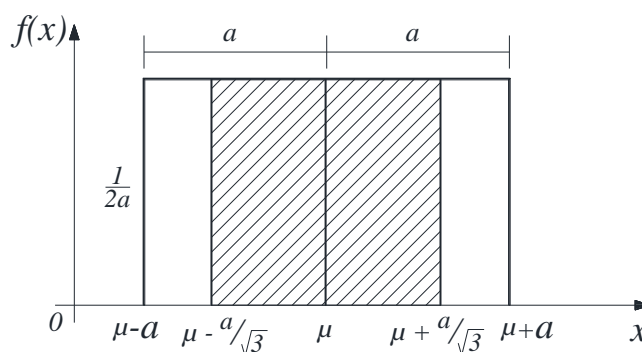


Figura 2.3 – Curva de distribuição retangular ou uniforme

Fonte: (Cabral, 2004)

Função de densidade de probabilidade Equação 2.9:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2a} & \text{para o intervalo } [(\mu - a) \leq x \leq (\mu + a)] \\ 0 & \text{para valores fora do intervalo} \end{cases} \quad (2.9)$$

Como a área do retângulo na figura 2.3 é dada pela Equação 2.9. Por sua vez, a abscissa do ponto médio da distribuição pode ser calculada pela Equação 2.10 (POTTER, 2000).



$$u_{(x)} = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_{(x)} dx \quad (2.10)$$

$$u_{(x)} = \int_0^{2a} x \cdot \frac{1}{2a} dx \quad (2.11)$$

$$u_{(x)} = \frac{x^2}{4a} \Big|_0^{2a} \quad (2.12)$$

$$u_{(x)} = \frac{(2a)^2}{4a} \quad (2.13)$$

$$u_{(x)} = a \quad (2.14)$$

A região demarcada da Figura 2.3 corresponde a uma probabilidade de 68%. A distância entre a abscissa do ponto médio e a abscissa correspondente a essa probabilidade é representada pela Equação 2.15 (LINK, 2000). O primeiro termo desta equação é obtido através da Equação 2.16, cujo resultado é mostrado na Equação 2.20 (POTTER, 2000).

$$s_R^2 = u_{(x^2)} - [u_{(x)}]^2 \quad (2.15)$$

Determinando-se o  $u_{(x^2)}$ , então se tem o seguinte:

$$u_{(x^2)} = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f_{(x)} dx \quad (2.16)$$

$$u_{(x^2)} = \int_0^{2a} x^2 \cdot \frac{1}{2a} dx \quad (2.17)$$

$$u_{(x^2)} = \frac{x^3}{6a} \Big|_0^{2a} \quad (2.18)$$

$$u_{(x^2)} = \frac{(2a)^3}{6a} \quad (2.19)$$

$$u_{(x^2)} = \frac{4a^2}{3} \quad (2.20)$$

Substituindo as Equações 2.20 e 2.14 na Equação 2.15, tem-se a Equação 2.21. O valor da incerteza de medição padronizada com 68% de confiabilidade da grandeza  $x$ , considerando-se uma distribuição retangular ou uniforme é obtida extraindo a raiz quadrada de  $s_R$  da equação 2.23:

$$s_R^2 = \frac{4a^2}{3} - a^2 \quad (2.21)$$

$$s_R^2 = \frac{a^2}{3} \quad (2.22)$$

Finalmente extraindo a raiz quadrada positiva do  $s_R^2$ , tem-se o desvio-padrão para uma distribuição retangular ou uniforme:

$$s_R = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (2.23)$$

### 2.1.3.3. Distribuição triangular

Em certos casos sabe-se que todos os valores se encontram dentro de um determinado intervalo, mas existe uma maior probabilidade de tomarem valores próximos da média do que nos extremos do intervalo. Nestes casos, a utilização de uma distribuição retangular penaliza (pressupõe que todos os pontos são igualmente prováveis), mas pode não haver evidências que permitam o recurso a uma distribuição normal.

Para tais situações pode-se utilizar a distribuição triangular, na qual o valor médio tem a máxima probabilidade e em que a probabilidade dos valores restantes decresce linearmente, até se anular nos extremos  $\pm a$ .

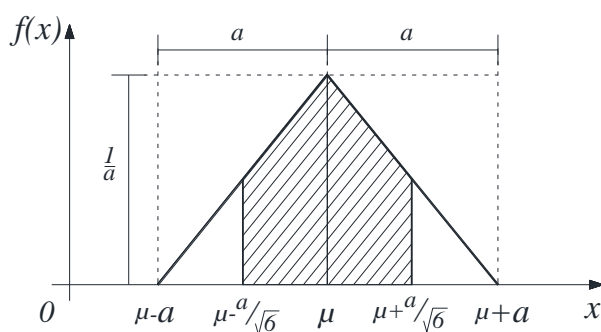


Figura 2.4 – Curva de distribuição triangular

Fonte: (CABRAL, 2004)

Função de densidade de probabilidade Equação 2.24:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{a^2} & \text{para o intervalo } [(\mu - a) \leq x \leq (\mu)] \\ \frac{2a - x}{a^2} & \text{para o intervalo } [(\mu) \leq x \leq (\mu + a)] \\ 0 & \text{para valores fora dos intervalos} \end{cases} \quad (2.24)$$

Como a área do triângulo na Figura 2.4 é dada pela Equação 2.24. Por sua vez, a abscissa do ponto médio da distribuição é obtida através da Equação 2.25 (POTTER, 2000).

$$u_{(x)} = \int_0^a x \cdot f_{1(x)} dx + \int_a^{2a} x \cdot f_{2(x)} dx \quad (2.25)$$

$$u_{(x)} = \int_0^a x \cdot \frac{x}{a^2} dx + \int_a^{2a} x \cdot \frac{2a - x}{a^2} dx \quad (2.26)$$

$$u_{(x)} = \frac{x^3}{3a^2} \Big|_0^a + \frac{x^2}{a} \Big|_a^{2a} - \frac{x^3}{3a^2} \Big|_a^{2a} \quad (2.27)$$

$$u_{(x)} = \frac{a^3}{3a^2} + \left[ \frac{(2a)^2}{a} - \frac{a^2}{a} \right] - \left[ \frac{(2a)^3}{3a^2} - \frac{a^3}{3a^2} \right] \quad (2.28)$$

$$u_{(x)} = \frac{a}{3} + 3a - \frac{7a}{3} \quad (2.29)$$

$$u_{(x)} = a \quad (2.30)$$

A distância entre a abscissa do ponto médio e a abscissa correspondente a essa probabilidade é representada pela Equação 2.15 (LINK, 2000). O primeiro termo desta equação é obtido através da Equação 2.16, cujo resultado é mostrado na Equação 2.20 (POTTER, 2000).

A distância entre a abscissa do ponto médio e a abscissa correspondente a um dos extremos da região cuja a probabilidade é 68%, é dada pela Equação 2.31, e para se obter o valor de  $s_T$ , há a necessidade de se determinar o valor de  $u_{(x^2)}$ , conforme Equações 2.33 e 2.34, tomando-se como base a Equação 2.36.

$$s_T^2 = u_{(x^2)} - [u_{(x)}]^2 \quad (2.31)$$

Determinando-se o  $u_{(x^2)}$ , obtém-se:

$$u_{(x)} = \int_0^a x^2 \cdot f_{1(x)} dx + \int_a^{2a} x^2 \cdot f_{2(x)} dx \quad (2.32)$$

$$u_{(x)} = \int_0^a x^2 \cdot \frac{x}{a^2} dx + \int_a^{2a} x^2 \cdot \frac{2a-x}{a^2} dx \quad (2.33)$$

$$u_{(x)} = \frac{x^4}{4a^2} \Big|_0^a + \frac{2x^3}{3a} \Big|_a^{2a} - \frac{x^4}{4a^2} \Big|_a^{2a} \quad (2.34)$$

$$u_{(x^2)} = \frac{a^4}{4a^2} + \left[ \frac{2(2a)^3}{3a} - \frac{2a^3}{3a} \right] - \left[ \frac{(2a)^4}{4a^2} - \frac{a^4}{4a^2} \right] \quad (2.35)$$

$$u_{(x^2)} = \frac{7a^2}{3} \quad (2.36)$$

Substituindo as equações 2.36 e 2.30 na equação 2.31, obtém-se a Equação 2.37:

$$s_T^2 = \frac{7a^2}{6} - a^2 \quad (2.37)$$

$$s_T^2 = \frac{a^2}{6} \quad (2.38)$$

Finalmente, extraindo-se a raiz quadrada positiva de  $s_T^2$ , obtém-se o desvio-padrão para uma distribuição retangular ou uniforme:

$$s_T = \frac{a}{\sqrt{6}} \quad (2.39)$$

#### 2.1.4. Incerteza combinada

Refere-se à incerteza padrão do resultado de uma medição, quando este resultado é obtido por meio de valores de várias outras grandezas (GUM, 2008).

Representa um intervalo no qual o valor mais provável para uma determinada medição pode variar.

A Equação 2.40 expressa a incerteza combinada e no caso em que todas as grandezas de entrada são independentes.

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n c_i^2 u^2(x_i) \quad (2.40)$$

Nesta expressão,

$u_c(y)$  – incerteza padrão combinada;

$u(x_i)$  – incerteza padrão para cada i-ésima fonte de incerteza  $x_i$ ;

$c_i$  – coeficiente de sensibilidade;

$n$  – número de fontes de incerteza atribuídas à avaliação.

### 2.1.5. Coeficiente de sensibilidade

Os coeficientes de sensibilidade ( $c_i$ ) provenientes das derivadas parciais da função de medição, descrevem como a estimativa de saída  $y$  varia com alterações nos valores das estimativas de entrada  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

Algumas vezes servem como fatores de conversão de unidades de medida, convertendo a incerteza padrão de cada variável,  $u(x_i)$ , para a mesma unidade de medida de  $Y$ .

O produto da incerteza padrão  $u(x_i)$  vezes seu respectivo coeficiente de sensibilidade  $c_i$ , dá origem à chamada contribuição de incerteza,  $u_i(y)$ , que corresponde a uma medida de dispersão equivalente a um desvio padrão, com a mesma unidade de medida do mensurando.

Os coeficientes de sensibilidade são calculados através das derivadas parciais de  $Y$  em relação a cada variável  $X$ . Portanto tem-se a incerteza padrão combinada expressa por:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n c_i^2 u^2(x_i) = \sum_{i=1}^n u_i^2(y) \quad (2.41)$$

Nesta expressão,

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial X_i} \Big|_{X_i = x_i \dots \dots X_N} \quad (2.42)$$

Nesta expressão,  $f$  é a função dada na Equação 2.43, o mensurando não é medido diretamente, mas é determinado a partir de outras grandezas  $X_1, X_2, \dots \dots X_n$  através de uma relação funcional  $f$ .

$$Y = f(X_1, X_2, \dots \dots X_n) \quad (2.43)$$

As derivadas parciais que aparecem na Equação 2.42 representam os coeficientes de sensibilidade  $c$  do resultado,  $y$ , às diversas grandezas de entrada  $x_i$  (CABRAL, 2004).

### 2.1.6. Fator de abrangência

O fator de abrangência  $k$  é um coeficiente pelo qual a incerteza padrão combinada é multiplicada para se obter a incerteza de medição expandida (VIM, 2012).

O valor do fator de abrangência é escolhido com base no nível da confiança requerido para o intervalo  $y - U$  a  $y + U$ .

O fator é normalmente maior do que 1 para que se tenha maior confiabilidade em afirmar que o valor verdadeiro convencional do mensurando se encontra dentro do intervalo indicado.

Em geral,  $k$  estará entre 2 e 3. Entretanto, para aplicações especiais,  $k$  pode estar fora desta faixa (ISO GUM, 2008). A Tabela 2.2 apresenta níveis de confiança para diferentes valores de  $k$ .

Tabela 2.2 – Nível de confiança para diferentes valores de  $k$

Fator de abrangência $k$	Nível de confiança
1	68,27%
2	95,45%
3	99,73%

Distribuição-t, própria para o espaço amostral utilizado  
(ISO GUM, 2008).

O valor de  $k$  é definido para uma determinada probabilidade de abrangência (geralmente 95,45%). Para uma distribuição normal com probabilidade de abrangência de 95,45%,  $k$  igual a 2.

### 2.1.7.

#### Número de graus efetivos de liberdade

O número de graus de liberdade  $\nu$  de uma variável estatística pode ser interpretado como sendo o número de medições independentes menos o número de parâmetros já calculados a partir destes dados (Cabral, 2004).

Os graus de liberdade para cada estimativa de incerteza podem muitas vezes ser determinado, independentemente de, se a incerteza é de tipo A ou do tipo B.

Os graus de liberdade são iguais a  $n - 1$  quando estiverem associados ao desvio-padrão de uma amostra com repetições, isto é, quando a incerteza for do tipo A (ISO GUM, 2008). Para incertezas do tipo B é usual considerar que  $k = \infty$ . A Tabela 2.3 mostra a relação entre graus de liberdade e o tipo de incerteza.

Tabela 2.3 – Graus de liberdade associado a cada fonte de incerteza

Tipo de incerteza	Graus efetivos de liberdade
Tipo A	$\nu = n - 1$ ( $n$ é o número de medições realizadas)
Tipo B	$\nu = \infty$ (infinito)

A confiabilidade da incerteza atribuída ao mensurando, está atribuída pelo seu número de graus efetivos de liberdade  $\nu_{eff}$  (Cabral, 2004).

O número de graus efetivos de liberdade  $\nu_{eff}$  da incerteza padrão pode ser estimado com base na chamada fórmula de Satterthwaite, conforme mostrado na Equação 2.44.

$$\nu_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{u_i^4(y)}{\nu_i}} \quad (2.44)$$

Nesta expressão,

$\nu_{eff}$  denota o número de graus efetivos de liberdade;

$u_i(x)$  denota a incerteza padrão associada a  $i$ -ésima fonte de incerteza;

$\nu_i$  – o número de graus de liberdade associado a i-ésima fonte de incerteza;

$n$  – o número total de fontes de incerteza analisadas.

Tabela 2.4 – Fatores  $k$  para diferentes graus de liberdade

$\nu_{eff}$	1	2	3	4	5	6	7	8	10	20	50	$\infty$
$k$	13,97	4,53	3,31	2,87	2,65	2,52	2,43	2,37	2,28	2,13	2,05	2,00

### 2.1.8. Incerteza expandida

Refere-se à expressão da incerteza de medições com uma confiabilidade de aproximadamente 95%. É obtida multiplicando-se a incerteza combinada  $u_c$  por um fator de abrangência  $k$ , conforme Equação 2.45 (ISSO GUM, 2008).

$$U = k u_c(y) \quad (2.45)$$

O resultado de uma medição é, então, convenientemente expresso na Equação 2.46:

$$Y = y \pm U \quad (2.46)$$

Assim, o resultado é interpretado de forma a significar que a melhor estimativa do valor atribuível ao mensurando  $Y$  é  $y$ , e que  $y - U$  a  $y + U$  é um intervalo com o qual se espera abranger uma extensa fração da distribuição de valores que podem ser razoavelmente atribuídos a  $Y$  (ISO GUM, 2008).

## 2.2. Incerteza de medição na calibração

A calibração de um determinado instrumento de medição consiste na comparação do valor indicado por este instrumento com o valor indicado pelo padrão utilizado na sua calibração. A diferença entre esses valores é o que se denomina “erro sistemático de medição”.

Com base em um tratamento estatístico desses dados realizado à luz dos preceitos do Guia Internacional para expressão da incerteza de medição é possível avaliar a “incerteza associada à medição” realizada pelo instrumento de medição a ser calibrado (ISO GUM, 2008).



### 2.2.1. Cálculo do erro sistemático ajustado

Definido o grau do polinômio de ajuste utilizado, determina-se o erro sistemático a partir da Equação 2.47:

$$E = y(x_i) - y_i \quad (2.47)$$

Nesta expressão,

$E$  denota o erro sistemático;

$y(x_i)$  denota o valor ajustado pelo polinômio;

$y_i$  denota o valor indicado pelo padrão.

### 2.2.2. Cálculo da incerteza combinada associada à medição

De um modo geral, pelo menos quatro componentes compõem o cálculo da incerteza associada. No que concerne a incerteza expandida ( $U_E$ ) associada à medição, quatro são as principais fontes de contribuição que impactam no seu cálculo, dada pela Equação 2.48.

$$U_E^2 = U_{inst}^2 + U_p^2 + U_r^2 + U_s^2 \quad (2.48)$$

Nesta expressão,

$U_{inst}$  denota a incerteza associada à resolução do instrumento sendo calibrado;

$U_p$  denota a incerteza associada ao padrão de medição;

$U_r$  denota a incerteza associada à repetibilidade da leitura do instrumento;

$U_s$  denota a incerteza do ajuste.

### 2.3. Calibração

Calibração é uma operação que permite avaliar as incertezas associadas ao processo de medição, além de identificar os desvios entre os valores indicados por um instrumento e os valores convencionalmente verdadeiros (EA-4/02, 2003). De forma esquemática, a Figura 2.9 ilustra esse conceito.

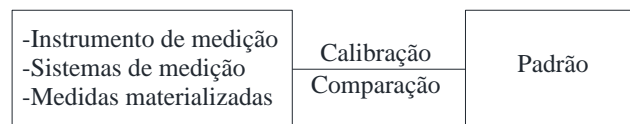


Figura 2.5 – Comparação entre um item e um padrão

Fonte: (Olivera, 2008)

O procedimento de transferir uma unidade de medida de um padrão para um instrumento de medida de menor precisão pode ser realizado de duas formas diferentes: calibração (real) e verificação (calibração simplificada) (FRIDMAN, 2012).

### 2.3.1. Calibração real

Resulta na determinação de uma relação entre as indicações de um instrumento de medição e os valores verdadeiros correspondentes de um mensurando. Essa relação pode ser expressa sob a forma de uma tabela, um gráfico, ou uma função, ou ainda sob a forma de uma tabela de correções às indicações de um instrumento de medição.

### 2.3.2. Calibração simplificada

Pode ser chamada apenas de verificação, simplesmente revela se o erro de um instrumento de medição ou sistema de medição excede seus limites específicos. Essencialmente, verificação é um caso específico de controle de qualidade durante a fabricação ou no intervalo entre calibrações. E, pelo fato de ser controle de qualidade, os resultados verificados devem apresentar algumas rejeições. Atualmente, a calibração é uma rotina nas organizações que possuem certificação na norma de qualidade ISO 9001 (ISO 9001, 2015).

A partir da calibração, é possível identificar a confiabilidade de um equipamento de medição ou padrão de trabalho, comparando os resultados da calibração com especificações de normas (COSTA-FÉLIX, 2005). Além disso, torna-se possível conhecer o comportamento do item a calibrar e determinar a sua estabilidade, minimizar os erros sistemáticos, conhecer a sua incerteza de medição

e correlacionar a grandeza de entrada com a de saída, quando as mesmas não são iguais (OLIVEIRA, 2008).

### 2.3.3. Padrão

Padrão refere-se a uma referência na obtenção de valores medidos e incertezas de medição associadas para outras grandezas do mesmo tipo, estabelecendo assim uma rastreabilidade metrológica ao Sistema Internacional de Unidades (SI). Rastreabilidade essa garantida por meio da calibração de outros padrões, instrumentos de medição ou sistemas de medição (VIM, 2012). O padrão indica o valor verdadeiro convencional (VVC) em uma calibração. A Figura 2.6 indica a hierarquia existente entre os padrões, por exemplo, à exatidão e incerteza de medição. Quanto mais próximo da base da pirâmide o padrão estiver, menor será a sua precisão (FRIDMAN, 2012).

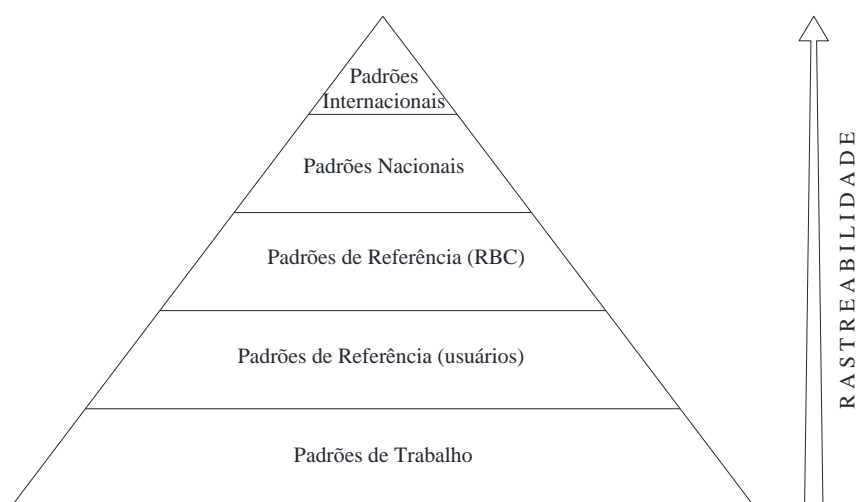


Figura 2.6 – Pirâmide da hierarquia de padrões

Na realidade, o topo da pirâmide é essencialmente o Sistema Internacional de Unidades (SI), fundamentado em acordo diplomático entre os signatários da Convenção do Metro. Assim, entende-se, por Padrão Internacional o padrão reconhecido por um acordo internacional para servir como base para o estabelecimento de valores a outros padrões a que se refere e os fundamentos de um sistema de medições, único e coerente, com abrangência mundial. O *Bureau International des Poids et Mesures* (BIPM), com sede na França, é a organização internacional de Metrologia, gestora do Sistema Internacional de Unidades.

Cada um dos padrões refletidos pela Figura 2.6, são conceituados a seguir:

- **Padrão nacional:** padrão reconhecido por uma decisão nacional para servir como base para o estabelecimento de valores a outros padrões a que se refere;
- **Padrão de referência da RBC – Rede Brasileira de Calibração** (conjunto de laboratórios credenciados pelo INMETRO para realizar serviços de calibração): padrões que devem ser calibrados pelos padrões nacionais;
- **Padrão de referência de usuários:** encontrado nas indústrias, centros de pesquisas, universidades e outros usuários. Esses padrões devem ser calibrados pelos padrões de referência da RBC;
- **Padrão de trabalho:** padrão utilizado rotineiramente na indústria e em laboratórios para calibrar instrumentos de medição.

## 2.4. Regressão polinomial

A aproximação de funções por polinômios é uma das ideias mais antigas da análise numérica, e ainda uma das mais usadas, pode ocorrer de vários modos, entre os quais se tem: Interpolação, Método dos Mínimos Quadrados Ordinários, Mini-Max, entre outros. Sendo assim, é vantajoso substituir uma função complicada por um polinômio que a represente, o Teorema de Weierstrass afirma que toda função contínua pode ser arbitrariamente aproximada por um polinômio.

Um polinômio de grau  $N$  Equação 2.49, é usualmente utilizado para correlacionar o valor lido pelo instrumento contra o respectivo valor indicado pelo padrão, para cada experimento da calibração realizada. O polinômio que mais bem representa a natureza física da calibração é selecionado dentre aqueles que oferecem a menor incerteza do ajuste.

$$y(x_i) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + \dots + a_n \cdot x^N \quad (2.49)$$

Os coeficientes  $a_0, a_1 \dots a_n$  são determinados aplicando-se o método dos mínimos quadrados ordinários (OLS, do inglês *Ordinary Least Squares*), i.e.: resolvendo o sistema matricial dado pela Equação 2.50. O trabalho algébrico de resolver a Equação 2.50 pode, entretanto, ser feito utilizando a ferramenta estatística disponível no software Excel.

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N x_i^0 & \sum_{i=1}^N x_i^1 & \dots & \sum_{i=1}^N x_i^N \\ \sum_{i=1}^N x_i^1 & \sum_{i=1}^N x_i^2 & \dots & \sum_{i=1}^N x_i^{N+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sum_{i=1}^N x_i^n & \sum_{i=1}^N x_i^{n+1} & \dots & \sum_{i=1}^N x_i^{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N x_i^0 \cdot y_i \\ \sum_{i=1}^N x_i^1 \cdot y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^N x_i^N \cdot y_i \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Não obstante um polinômio do grau 1 ( $N = 1$ ) poder constituir-se em uma boa representação da natureza física da calibração de alguns tipos de sensores, a escolha de polinômios de grau superior pode resultar em menores incertezas do ajuste. Por essa razão, constitui-se boa prática de calibração testar pelo menos polinômios de grau um, dois e três para definir aquele que oferece a menor incerteza do ajuste e, por conseguinte, a menor incerteza associada à medição.

A literatura da metrologia recomenda não avaliar polinômios superiores a grau três porque o modelo matemático começa a perder representação física, isto é, o modelo consegue fazer uma boa representação de um determinado fenômeno físico com polinômios de grau um até três.

Assim, uma vez determinados os coeficientes para cada polinômio, calculam-se os valores ajustados para cada polinômio interpolador; i.e., considerando-se, sucessivamente,  $N = 1$ ,  $N = 2$  e  $N = 3$  na Equação 2.49 (para definir o polinômio) e na Equação 2.50 (para calcular os coeficientes).

A aplicação de um polinômio (dito polinômio interpolador de ajuste) permite:

- Corrigir os resultados experimentais medidos pelo instrumento de medição;
- Diminuir o erro sistemático, que é inerente ao processo de medição e
- Estimar os valores ajustados para qualquer indicação do instrumento, desde que esteja dentro da faixa de sua calibração.

A despeito dessas vantagens de se utilizar o polinômio para corrigir o valor indicado pelo instrumento, é preciso ter em mente que o seu uso introduz uma nova

fonte de incerteza (incerteza do ajuste), polinômio esse, que reduz o Erro Total associado à medição Equação 2.51.

$$\begin{aligned} \text{Erro Total} &= |\text{Erro sistemático}| + |\text{Incerteza Expandida}| \\ &\leq (\text{Tolerância do processo}) \end{aligned} \quad (2.51)$$

O valor desta incerteza do ajuste é calculado (para cada polinômio avaliado) aplicando-se a Equação 2.52.

$$u_s = \sqrt{\left(\frac{1}{n-c}\right) \cdot \sum_{i=1}^n [y(x_i) - y_i]^2} \quad (2.52)$$

$$\varphi = n - c \quad (2.53)$$

$$E^2 = [y(x_i) - y_i]^2 \quad (2.54)$$

Nestas expressões,

$u_s$  – denota a incerteza do ajuste;

$y(x_i)$  – denota o valor ajustado pelo polinômio;

$y_i$  – denota o valor indicado pelo padrão;

$n$  – denota o número de pontos experimentais (da calibração);

$c$  – denota o número de coeficientes do polinômio sendo avaliado.

$\varphi$  – número de graus de liberdade

$E^2$  – erro quadrático

Na sequência,

- (i) Escolhe-se o polinômio interpolador associado à menor incerteza do ajuste;
- (ii) Determina-se o fator de abrangência  $k$  (para um nível de confiança de 95,0%), a partir da distribuição de probabilidade t-student e do número de graus de liberdade ( $\varphi$ ), dado pela Equação 2.53.

Já a incerteza expandida associada ao ajuste é dada pela Equação 2.55:

$$U_s = k \cdot u_s \quad (2.55)$$

### 3. **Sensor eletrolítico para medição de desvios angulares**

Os sensores eletrolíticos para medição de inclinação são conhecidos como eletrôníveis, são os sensores mais utilizados para medição de nível em diversas aplicações em engenharia, originalmente concebidos para aplicações na indústria aeronáutica. Os eletrôníveis possuem larga faixa de aplicação em instrumentação, obras civis, indústria aeronáutica, naval e automobilística (Rocha Filho & Price, 2000).

No que se refere às utilizações em geotecnia, Burland & Symes (1982) descreveram o uso de eletrôníveis isoladamente a fim de determinar indiretamente o deslocamento entre dois pontos em amostras de laboratório. Desde então, diversos autores utilizaram esse princípio (JARDINE, SYMES & BURLAND, 1984; MARINHO, 1986; OLIVEIRA, 2000; SLONGO, 2008). Em obras geotécnicas, com relação à utilização de eletrôníveis em série, Cooke & Price (1974) pioneiramente instrumentaram estacas experimentais ao longo do fuste para determinação das deformações, enquanto Ramos (1988) analisou resultados experimentais obtidos de provas de carga em estacas verticais submetidas a carregamento horizontal no topo. Em barragens de enrocamento, Rocha Filho (1995) aplicou eletrôníveis para a determinação da deflexão da face de concreto durante o enchimento do reservatório da barragem de Xingó.

#### 3.1. **Princípio de funcionamento do eletrônível**

A Figura 3.2 ilustra um elemento sensível de um eletrônível comercial. Fisicamente, constitui-se de uma ampola de vidro, plástico ou material cerâmico, parcialmente preenchido por um líquido eletrolítico, interligado a conectores.



Figura 3.1 – Sensor do tipo eletrônível

Fonte: (www.frederickscom.com)

Dentre das opções disponíveis ilustrados na Figura 3.2, podem possuir dois ou quatro eletrodos coplanares, que penetram a ampola e são parcialmente imersos nesse líquido, formando o que se denomina “meia ponte de Wheatstone”.

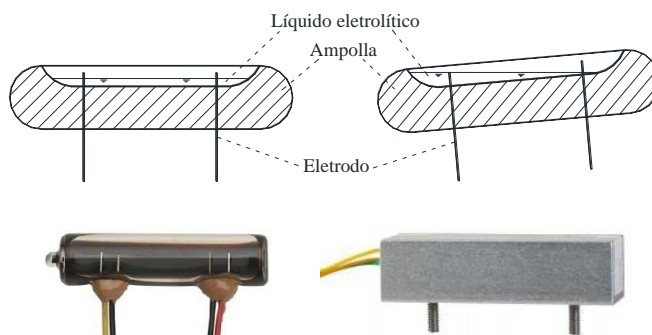


Figura 3.2 – Diferentes tipos de eletrôníveis

Fonte: (www.frederickscom.com)

A Figura 3.3 mostra os principais componentes necessários para criar um dispositivo de medição de inclinação por meio de um eletrônível.

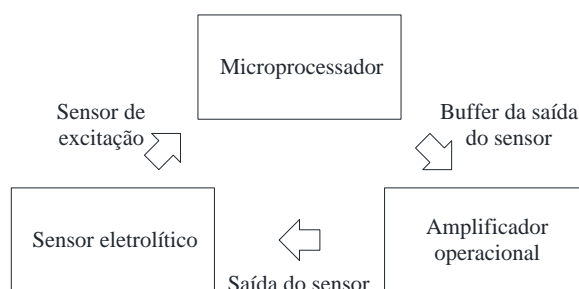


Figura 3.3 – Principais componentes de uma unidade de medição

Fonte: (www.frederickscom.com).

É importante evitar a corrente contínua para o sensor. Sugere-se portanto, o uso de um amplificador operacional com alta impedância de entrada. Isso irá limitar a corrente de fuga para a terra e, por sua vez, corrente contínua para o sensor. A Figura 3.4 mostra o circuito equivalente de um eletrônível de eixo simples.

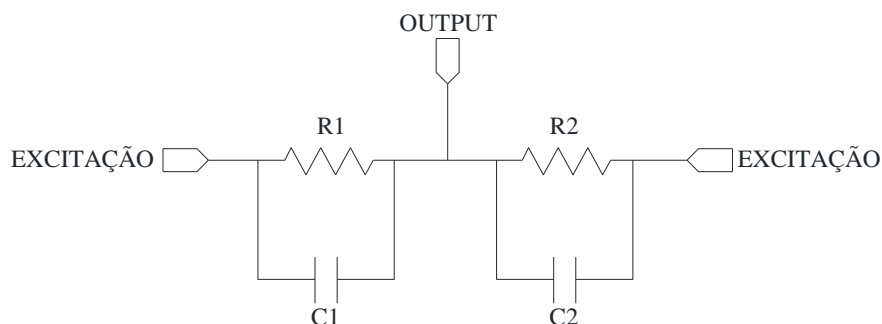


Figura 3.4 – Circuito de um eletrônível de eixo simples



Os eletrônives não devem ser excitados por tensões contínuas para evitar que processos de eletrólise alterem as características físicas dos eletrodos. É usual, portanto, a utilização de sinais alternados (ondas quadradas ou senoidais) para sua excitação.

Na Figura 3.5 é mostrado o circuito de excitação e leitura de um eletrônível. Nela se nota que o eletrônível é utilizado como uma metade de uma ponte de Wheatstone, cuja outra metade é completada por duas resistências. A tensão de saída da ponte pode ser tratada por um circuito adicional que forneça a leitura.

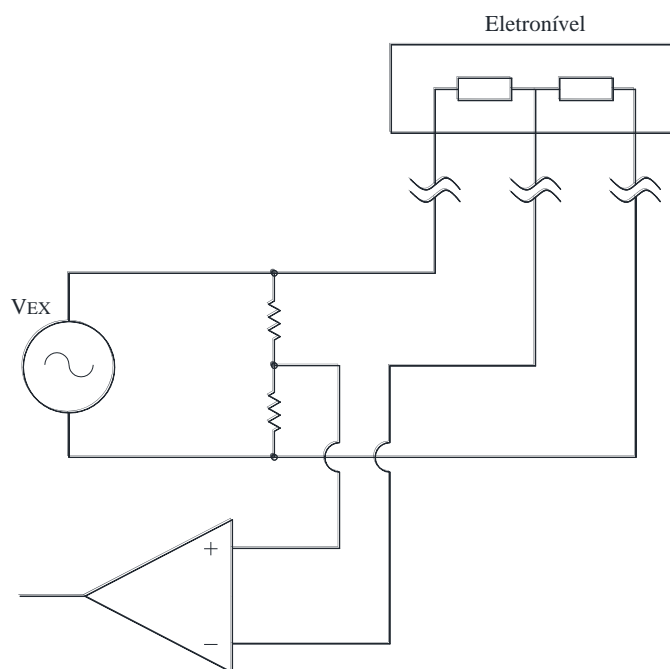


Figura 3.5 – Circuito elétrico de conexão dos eletrônives

Um eletrônível fornece uma tensão de saída que é proporcional ao ângulo de inclinação do eletrônível com referência à gravidade.

A impedância elétrica entre os eletrodos varia em função da inclinação à qual é submetida a ampola, permitindo associar a variação de resistência do eletrodo com a rotação do conjunto.

A faixa de valores de um sinal de saída de um eletrônível varia em função do seu modelo e do seu fabricante. A Figura 3.6 ilustra a curva de sensibilidade típica de um eletrônível. Conforme mostrado, apresenta linearidade no intervalo entre  $\pm 3^\circ$ , seguido de comportamento não linear.

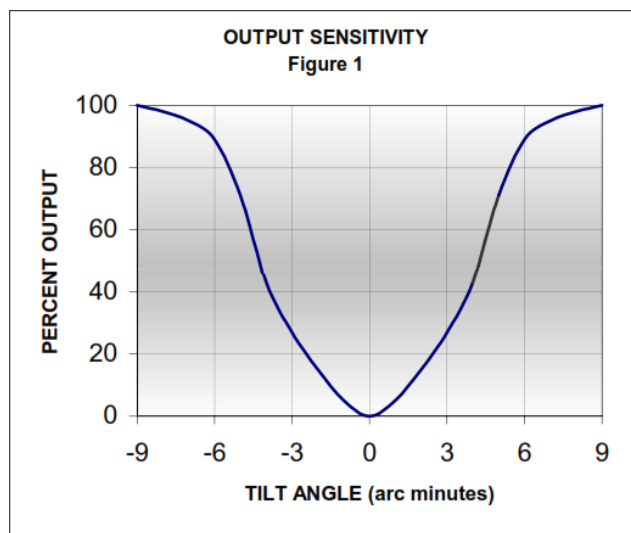


Figura 3.6 – Curva de sensibilidade do eletrônível

A existência de dois ou quatro eletrodos (Figura 3.2) altera a sensibilidade, já que o eletrônível de quatro pinos, por sua menor distância entre eletrodos, oferece maior precisão por pequenas variações volumétricas.

### 3.2. Procedimento de calibração

A Figura 3.7 ilustra o procedimento de calibração utilizado pelo fabricante para calibrar o eletrônível (eletrônível de referência), no qual o ângulo  $\phi$  pode ser determinado pela Equação (3.1), por meio de um experimento que requer a medição de  $y$  e de  $L$  fazendo-se uso de instrumentos de medição de alta exatidão.

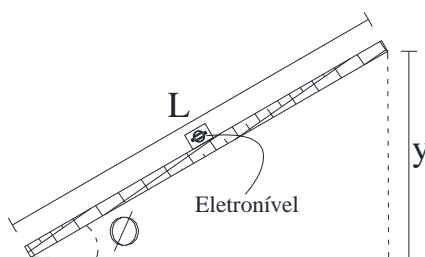


Figura 3.7 – Rotação de um corpo rígido

$$\phi = \arctan\left(\frac{y}{L}\right) \quad (3.1)$$

A Figura 3.8 ilustra o procedimento de calibração conjunta de um grupo de eletrôníveis, tomando como referência o eletrônível de referência previamente calibrado. Assim, fazendo-se uso de uma barra articulada em um extremo (ponto A) e livre para deslocamento vertical no outro extremo (ponto B), os eletrôníveis a

serem calibrados e o eletrônível de referência são montados neste dispositivo. Este processo de calibração requer uma adequada fixação de cada um dos eletrôníveis para garantir que todos os eletrôníveis percebam o mesmo ângulo de rotação a ser imposto à barra.

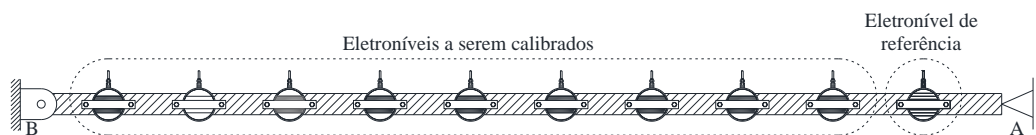


Figura 3.8 – Barra de calibração dos eletrôníveis.

Assim, fazendo-se referência a um mesmo padrão, vários eletrôníveis são calibrados simultaneamente, todos afixados à mesma barra rígida, que permite deslocamentos angulares em ambos os sentidos, horário e anti-horário.

O output do eletrônível é uma diferença de tensão  $\Delta V$  (medida em mV), que resulta de seu circuito de meia Ponte de Wheatstone, output esse convertido em ângulo ( $\theta$ ) por meio de sua curva de calibração, conforme descrito na Equação 3.2.

$$\theta = (FC)_{padr\tilde{a}o} \cdot \Delta V \quad (3.2)$$

Nesta expressão,

$(FC)_{padr\tilde{a}o}$  – é o fator de conversão do padrão tem um valor de  $4,9 \cdot 10^{-6} [rad/mV]$

$\Delta V$  – denota a leitura feita no eletrônível padrão [mV]

A Figura 3.9 ilustra detalhes da fixação de cada um dos nove eletrôníveis na barra rígida utilizada para comparar o seu sinal de saída ao output do eletrônível de referência.

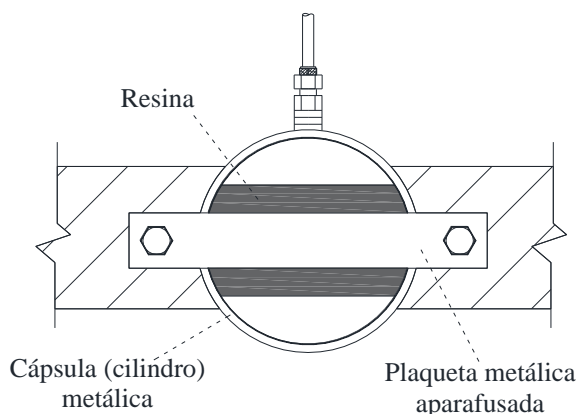


Figura 3.9 – Detalhes da fixação dos eletrôníveis

A Figura 3.10 ilustra a curva de calibração do Eletronível de Referência, conforme dados de seu certificado de calibração e a especificação técnica, que gerou a Equação 3.2.

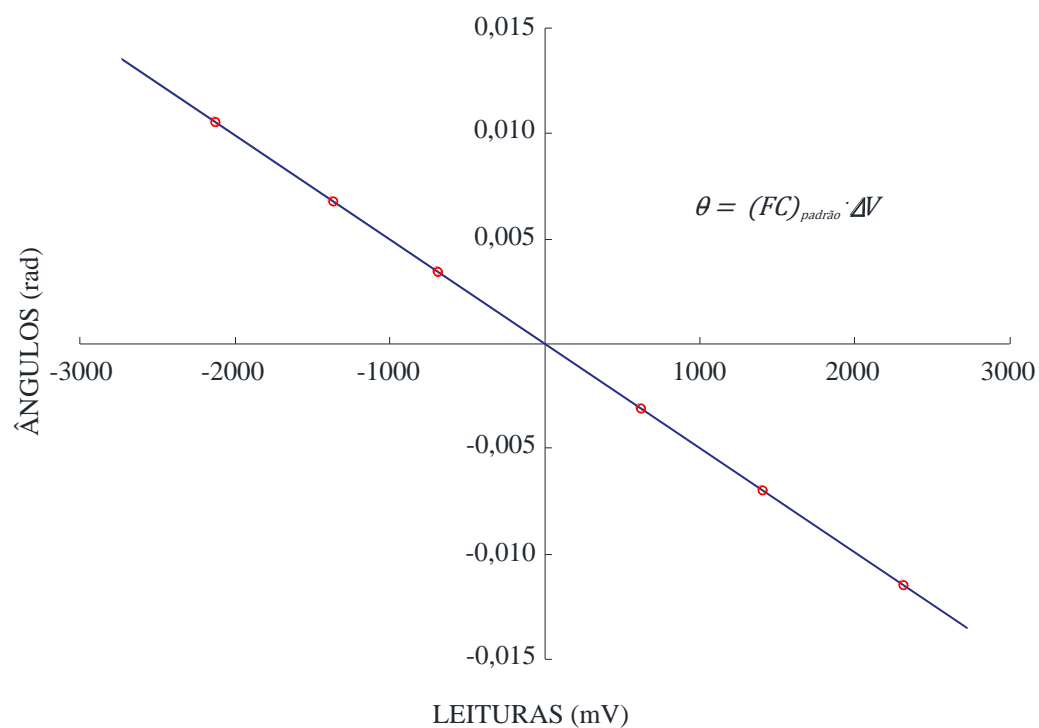


Figura 3.10 – Curva de calibração do eletronível de referência

## 4. Calibração por comparação ao eletrônível de referência

Este capítulo reporta os resultados da calibração simultânea de um conjunto de eletrôníveis pelo método de comparação a um padrão similar previamente calibrado, realizada por Ramos (2009), como fundamento de sua pesquisa de mestrado. Já a presente pesquisa, não só dá continuidade ao trabalho desenvolvido por Ramos (2009) uma vez que avalia a confiabilidade metrológica da calibração como, também, propõe um método estatístico baseado na expressão das incertezas associadas às medições de calibração para definir um critério de descarte de eletrôníveis que não satisfazem as tolerâncias admissíveis para aplicações específicas de engenharia civil.

### 4.1. Procedimento experimental de calibração

Para a calibração dos eletrôníveis utilizou-se uma barra metálica rígida contendo dez aberturas para o posicionamento dos eletrôníveis, montados dentro de cápsulas de alumínio (Figura 4.1), capsulas essas preenchidas com resina de epoxy para assegurar vedação e proteção mecânica. Na sequência, são fixadas na barra metálica por meio de plaquetas de alumínio e aparafusadas em seus extremos, conforme mostrado em detalhe na Figura 4.2.

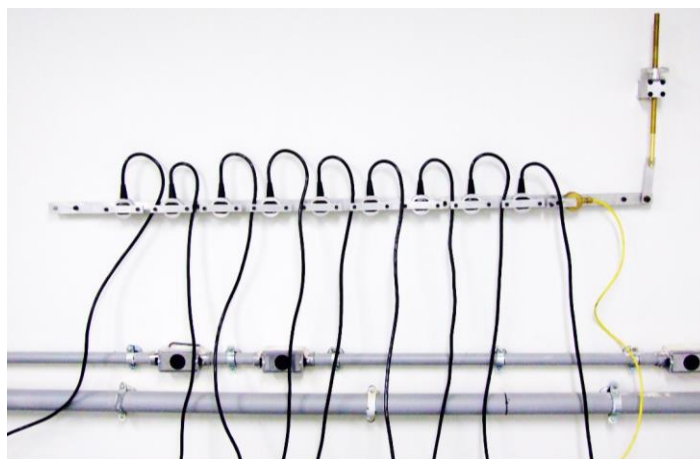


Figura 4.1 – Barra de Calibração dos eletrôníveis  
(Laboratório de Geotecnia PUC-Rio)

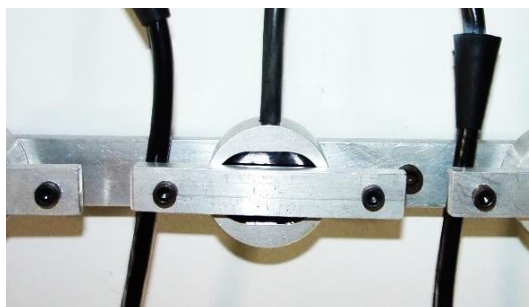


Figura 4.2 – Eletronível fixado na barra rígida metálica

Na sua parte posterior, as cápsulas possuem uma protuberância para a sua fixação na barra de calibração (Figura 4.3).

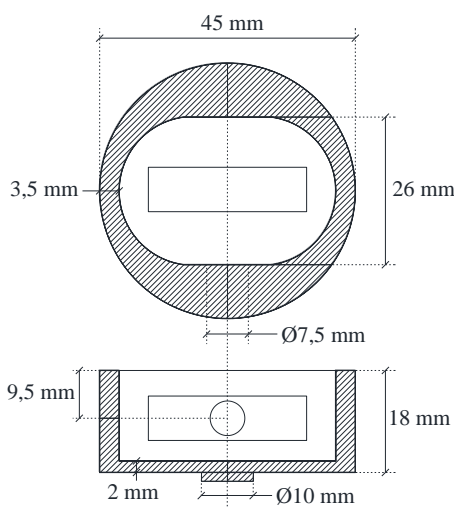


Figura 4.3 – Dimensões da cápsula

Conforme ilustrado na Figura 3.8, a barra metálica que contém os nove eletrônives e o eletrônível de referência, possui uma rótula fixa, que permite à barra ser submetida a ângulos variáveis. Na extremidade oposta à rótula, a barra possui um dispositivo de rosca sem fim, que permite variar o ângulo da barra, por meio de um deslocamento vertical ( $y$ ) ilustrada na Figura 3.7. O passo da rosca é de 2,11 mm, e a distância entre os apoios da barra (cateto do triângulo formado) é de 1320 mm. Assim, para cada três voltas da rosca imprime-se um deslocamento angular de 0,0045 rad. (aprox.  $0^{\circ}15'0''$ ).

Por meio desse dispositivo, determina-se o ângulo da barra controlando-se o deslocamento vertical pelo número de passos da rosca, expresso pela equação (3.1) do arco tangente.

Embora o fabricante dos eletrônives calibrados por Ramos (2009) assegure a linearidade do sinal emitido em  $\pm 3^{\circ}$ , seus experimentos de calibração

consideraram um intervalo de linearidade de apenas  $\pm 1^\circ$ , que é o intervalo de linearidade associado ao eletrônível de referência utilizado. A Figura 3.6 ilustra a curva de sensibilidade típica dos eletrôníveis submetidos por Ramos (2009) ao processo de calibração.

## 4.2. Sistema de aquisição de dados

A Figura 4.5 ilustra os elementos básicos de um sistema de aquisição de dados; são eles: sensor da grandeza objeto da medição; data-logger, para captação do sinal e computador, para processamento dos dados. Dependendo da natureza do processo de medição, esses elementos podem ser mais ou menos sofisticados.



Figura 4.4 – Esquema de um sistema de aquisição de dados

No caso do estudo objeto desta pesquisa de mestrado, o sensor é o eletrônível, já descrito na seção anterior. O data-logger utilizado (responsável pelas entradas e saídas de sinais no computador) executa as seguintes funções básicas: processamento e conversão do sinal analógico de entrada para o formato digital, fazendo uso de conversores digitais (AD), e sua transferência para o computador, que permite a visualização, armazenamento e análise dos dados da medição.

Nesse sentido, o dispositivo de aquisição de dados (DAQ) atua como a interface entre os sensores e o computador. Ele funciona basicamente como um dispositivo que digitaliza sinais analógicos de entrada para que estes possam ser interpretados pelo computador ou um operador.

Os três componentes principais de um dispositivo DAQ usados para medir um sinal são:

- Circuitos eletrônicos de condicionamento de sinais;
- Conversor analógico-digital (ADC);
- Barramento do computador.

Depois de ter feito as medições e armazenando-as no hardware (neste caso no data-logger), deve-se começar com a análise dos mensurados fazendo uma relação entre as grandezas medidas no sensor padrão com as grandezas medidas nos sensores a serem calibrados, i.e., obter uma função polinomial de aproximação que relacione ditas medições (padrão – sensor a ser calibrado).

Foi utilizada a unidade de leitura digital, ou seja, o Data-Logger da Construction Monitoring Control Systems (CMCS) durante o processo de calibração dos eletrônicos.

Consiste em um dispositivo de três canais de leituras que podem ser usados independentemente, ou seja, é possível instalar até três eletrônicos para obter as leituras de cada um deles separadamente.

O equipamento, que é apresentado na Figura 4.6, possui um visor de 6 dígitos e um teclado com funções de programação, mudança de canal e ajuste de data e hora, e funciona com 4 pilhas AA.



Figura 4.5 – Unidade de leitura (Mini Data-Logger)

O visor da unidade de leitura possui um intervalo de 19999 divisões, onde a resolução corresponde a pouco mais de um segundo do arco para o eletrôn timer padrão. Vale ressaltar a existência de uma porta paralela na qual se pode conectar o computador, caso se queira obter os dados através de software específico.

Na Figura 4.6 são ilustrados alguns detalhes das conexões que podem ser feitas na unidade de leitura.



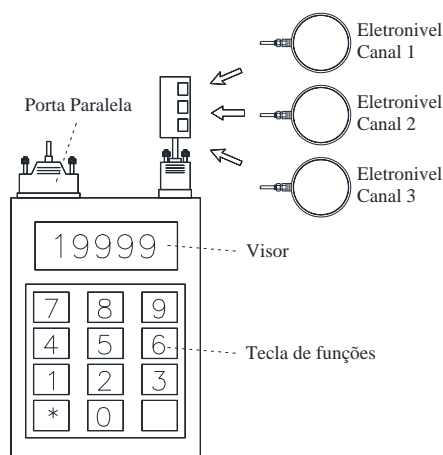


Figura 4.6 – Detalhes da unidade de leitura

O equipamento possui dimensões aproximadas de uma calculadora, sendo de fácil portabilidade, além de possuir um simples sistema de conexão.

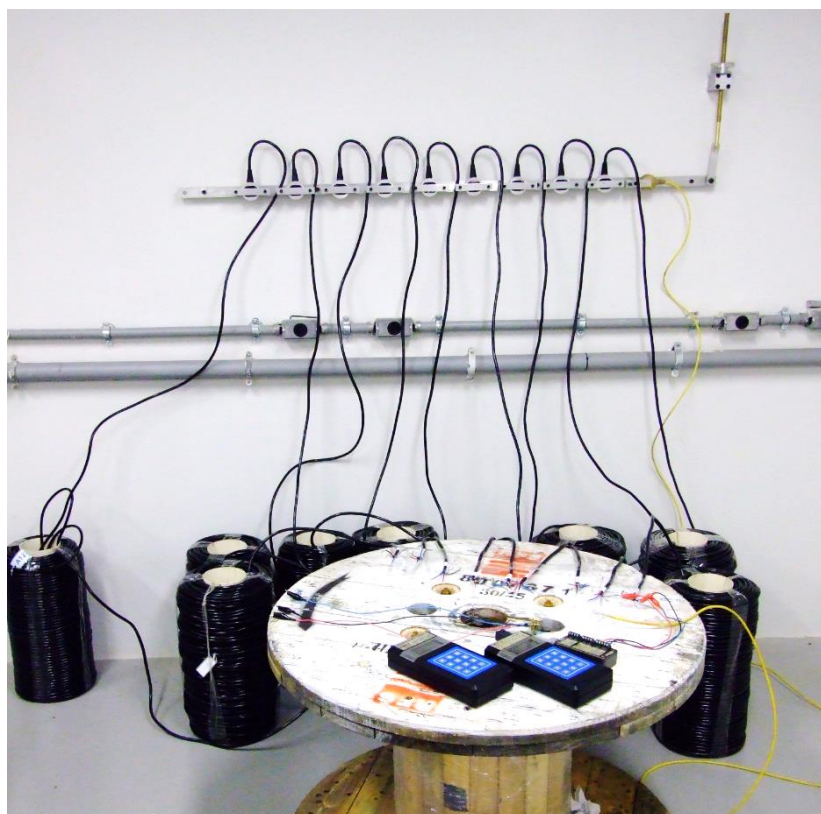


Figura 4.7 – Montagem pronta para a calibração

#### 4.3. Resultados da calibração por comparação

Para poder aplicar a metodologia de regressão polinomial pelo método dos mínimos quadrados, Ramos (2009) calibrou 36 eletrônives, agrupados nove a nove, fazendo uso da barra de calibração mostrada na Figura 3.8.

Este capítulo descreve o procedimento de calibração realizado por Ramos (2009) dos 36 eletrônives, cuja especificação técnica é mostrada na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Especificação do eletrônível a ser calibrado

DADOS	ESPECIFICAÇÃO TÉCNICA
Marca	The Fredericks Company
Modelo	0715-4101-99
Tipo	Eixo simples
Resolução	0° 0' 12"
Faixa de operação	$\pm 9^\circ$
Faixa linear	$\pm 3^\circ$

Todos esses eletrônives foram calibrados contra um mesmo padrão, não identificado no trabalho de Ramos (2009).

A Tabela 4.2 identifica as 4 séries de calibração utilizadas por Ramos (2009), agrupando-se 9 eletrônives em cada série.

Tabela 4.2 – Séries de medição na calibração de eletrônives

SÉRIES DE MEDIÇÃO	CODIFICAÇÃO DE IDENTIFICAÇÃO DOS ELETRÔNIVES								
1	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A10	A16	A17
2	A07	A08	A09	A11	A12	A13	A14	A15	B01
3	B04	C02	C03	C05	C06	D01	D02	D04	D06
4	B02	B03	B05	B06	B07	C01	C04	D03	D05

#### 4.4.

#### Resultados da calibração realizada por Ramos (2009)

As Tabelas 4.3 a 4.6 resumem as quatro séries de calibração realizadas por Ramos (2009). Assim, para a faixa linear de medição de  $\pm 1^\circ$ , nove medições foram realizadas, com intervalos de 15 minutos de arco, variando de  $-1^\circ$  até  $+1^\circ$ .

Tabela 4.3 – Série #1 – Medições de calibração

Pontos Experimen tais	Ângulo de controle medido pelo sistema de calibração		Valores Crus Medidos Pelos Eletroníveis									
			Padrão	Eletro nível A01	Eletro nível A02	Eletro nível A03	Eletro nível A04	Eletro nível A05	Eletro nível A06	Eletro nível A10	Eletro nível A16	Eletro nível A17
	a (°)	a (rad)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)
1	1,10308	0,019252374	-4239	2728	2588	2740	2699	2555	2711	2825	2790	2888
2	0,827355	0,014440061	-3228	2049	1932	2043	2021	1920	2045	2122	2068	2166
3	0,551591	0,009627079	-2237	1364	1268	1341	1324	1273	1373	1414	1343	1427
4	0,275802	0,004813651	-1228	686	614	655	650	642	713	713	625	704
5	0	0	-202	10	-34	-29	-22	9	57	4	-93	-10
6	-0,2758	-0,004813651	777	-661	-685	-723	-695	-619	-600	-698	-800	-728
7	-0,55159	-0,009627079	1802	-1336	-1347	-1408	-1377	-1258	-1270	-1402	-1521	-1452
8	-0,82735	-0,014440061	2803	-2017	-1991	-2100	-2050	-1892	-1934	-2113	-2247	-2171
9	-1,10308	-0,019252374	3845	-2688	-2640	-2780	-2718	-2527	-2591	-2822	-2955	-2896

Tabela 4.4 – Série #2 – Medições de calibração

Pontos Experimen tais	Ângulo de controle medido pelo sistema de calibração		Valores Crus Medidos Pelos Eletroníveis									
			Padrão	Eletro nível A07	Eletro nível A08	Eletro nível A09	Eletro nível A11	Eletro nível A12	Eletro nível A13	Eletro nível A14	Eletro nível A15	Eletro nível B01
	a (°)	a (rad)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	
1	1,10308	0,019252374	-4555	2100	2140	2985	2182	2545	2544	2590	2469	2781
2	0,827355	0,014440061	-3535	1392	1496	2193	1528	1869	1837	1836	1734	2073
3	0,551591	0,009627079	-2525	684	846	1411	891	1201	1129	1080	998	1358
4	0,275802	0,004813651	-1517	-5	213	637	249	539	432	345	273	659
5	0	0	-482	-714	-425	-152	-440	-97	-256	-379	-429	-35
6	-0,2758	-0,004813651	476	-1420	-1061	-931	-1082	-758	-734	-1125	-1152	-741
7	-0,55159	-0,009627079	1494	-2131	-1722	-1728	-1748	-1447	-1673	-1888	-1901	-1470
8	-0,82735	-0,014440061	2522	-2848	-2377	-2518	-2391	-2126	-2390	-2642	-2647	-2197
9	-1,10308	-0,019252374	3475	-3553	-3027	-3295	-3028	-2800	-3088	-3387	-3376	-2913

Tabela 4.5 – Série #3 – Medições de calibração

Pontos Experimen tais	Ângulo de controle medido pelo sistema de calibração		Valores Crus Medidos Pelos Eletroníveis									
			Padrão	Eletro nível B04	Eletro nível C02	Eletro nível C03	Eletro nível C05	Eletro nível C06	Eletro nível D01	Eletro nível D02	Eletro nível D04	Eletro nível D06
	a (°)	a (rad)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)
1	-1,10308	-0,019252374	3949	-2789	-2865	-2770	-2761	-2900	-2929	-2857	-2755	-2951
2	-0,82735	-0,014440061	2983	-2096	-2216	-2077	-2086	-2200	-2262	-2132	-2064	-2222
3	-0,55159	-0,009627079	1961	-1410	-1460	-1382	-1412	-1491	-1592	-1413	-1370	-1492
4	-0,2758	-0,004813651	1023	-719	-719	-690	-746	-790	-920	-691	-680	-767
5	0	0	22	-38	25	-6	-75	-90	-255	24	0	-47
6	0,275802	0,004813651	-894	647	748	665	574	595	413	720	667	670
7	0,551591	0,009627079	-1919	1329	1494	1352	1234	1288	1070	1439	1350	1375
8	0,827355	0,014440061	-2911	2002	2221	2042	1899	1988	1744	2151	2017	2094
9	1,10308	0,019252374	-3893	2698	2970	2727	2576	2690	2412	2875	2700	2809

Tabela 4.6 – Série #4 – Medições de calibração

Pontos Experimentais	Ângulo de controle medido pelo sistema de calibração		Valores Crus Medidos Pelos Eletroníveis									
			Padrão	Eletro nível B02	Eletro nível B03	Eletro nível B05	Eletro nível B06	Eletro nível B07	Eletro nível C01	Eletro nível C04	Eletro nível D03	Eletro nível D05
	a (°)	a (rad)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)
1	-1,10308	-0,019252374	4078	-2783	-2998	-2846	-3000	-2880	-2516	-2615	-2756	-2540
2	-0,82735	-0,014440061	3081	-2080	-2264	-2157	-2334	-2192	-1867	-1933	-2078	-1871
3	-0,55159	-0,009627079	2133	-1382	-1533	-1458	-1665	-1490	-1212	-1256	-1401	-1208
4	-0,2758	-0,004813651	1114	-688	-808	-760	-1003	-802	-560	-577	-720	-543
5	0	0	41	15	-78	-67	-344	-108	83	93	-42	120
6	0,275802	0,004813651	-933	701	645	620	311	573	731	762	624	777
7	0,551591	0,009627079	-1925	1393	1363	1314	972	1268	1375	1442	1300	1434
8	0,827355	0,014440061	-2897	2084	2088	2002	1630	1956	2017	2114	1979	2094
9	1,10308	0,019252374	-3883	2780	2807	2696	2294	2645	2673	2783	2655	2755

As Tabelas 4.7 a 4.10 mostram os dados da calibração, porém normalizados no valor da medição central (mostrada na quinta linha das tabelas acima, que apresenta ângulo de controle zero).

Tabela 4.7 – Série #1 – Medições de calibração normalizadas

Pontos Experim entais	Padrão de Referência		Valores Medidos Pelos Eletro								
	Ângulo medido ( $\alpha$ )	Tensão Elétrica	Eletro	Eletro	Eletro	Eletro	Eletro	Eletro	Eletro	Eletro	Eletro
			nível A01	nível A02	nível A03	nível A04	nível A05	nível A06	nível A10	nível A16	nível A17
	(rad)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)
1	-0,0197813	-4037	2718	2622	2769	2721	2546	2654	2821	2883	2898
2	-0,0148274	-3026	2039	1966	2072	2043	1911	1988	2118	2161	2176
3	-0,0099715	-2035	1354	1302	1370	1346	1264	1316	1410	1436	1437
4	-0,0050274	-1026	676	648	684	672	633	656	709	718	714
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0,0047971	979	-671	-651	-694	-673	-628	-657	-702	-707	-718
7	0,0098196	2004	-1346	-1313	-1379	-1355	-1267	-1327	-1406	-1428	-1442
8	0,0147245	3005	-2027	-1957	-2071	-2028	-1901	-1991	-2117	-2154	-2161
9	0,0198303	4047	-2698	-2606	-2751	-2696	-2536	-2648	-2826	-2862	-2886

Tabela 4.8 – Série #2 – Medições de calibração normalizadas

Pontos Experim entais	Padrão de Referência		Valores Medidos Pelos Eletrônveis								
	Ângulo medido ( $\alpha$ )	Tensão Elétrica	Eletro nível A07	Eletro nível A08	Eletro nível A09	Eletro nível A11	Eletro nível A12	Eletro nível A13	Eletro nível A14	Eletro nível A15	Eletro nível B01
	(rad)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)
1	-0,0199577	-4073	2814	2565	3137	2622	2642	2800	2969	2898	2816
2	-0,0149597	-3053	2106	1921	2345	1968	1966	2093	2215	2163	2108
3	-0,0100107	-2043	1398	1271	1563	1331	1298	1385	1459	1427	1393
4	-0,0050715	-1035	709	638	789	689	636	688	724	702	694
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0,0046942	958	-706	-636	-779	-642	-661	-478	-746	-723	-706
7	0,0096824	1976	-1417	-1297	-1576	-1308	-1350	-1417	-1509	-1472	-1435
8	0,0147196	3004	-2134	-1952	-2366	-1951	-2029	-2134	-2263	-2218	-2162
9	0,0193893	3957	-2839	-2602	-3143	-2588	-2703	-2832	-3008	-2947	-2878

Tabela 4.9 – Série #3 – Medições de calibração normalizadas

Pontos Experim entais	Padrão de Referência		Valores Medidos Pelos Eletrônveis								
	Ângulo medido ( $\alpha$ )	Tensão Elétrica	Eletro nível B04	Eletro nível C02	Eletro nível C03	Eletro nível C05	Eletro nível C06	Eletro nível D01	Eletro nível D02	Eletro nível D04	Eletro nível D06
	(rad)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)
1	0,0192423	3927	-2751	-2890	-2764	-2686	-2810	-2674	-2881	-2755	-2904
2	0,0145089	2961	-2058	-2241	-2071	-2011	-2110	-2007	-2156	-2064	-2175
3	0,0095011	1939	-1372	-1485	-1376	-1337	-1401	-1337	-1437	-1370	-1445
4	0,0049049	1001	-681	-744	-684	-671	-700	-665	-715	-680	-720
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	-0,0044884	-916	685	723	671	649	685	668	696	667	717
7	-0,0095109	-1941	1367	1469	1358	1309	1378	1325	1415	1350	1422
8	-0,0143717	-2933	2040	2196	2048	1974	2078	1999	2127	2017	2141
9	-0,0191835	-3915	2736	2945	2733	2651	2780	2667	2851	2700	2856

Tabela 4.10 – Série #4 – Medições de calibração normalizadas

Pontos Experim entais	Padrão de Referência		Valores Medidos Pelos Eletroníveis									
	Ângulo medido ( $\alpha$ )	Tensão Elétrica	Eletro nível B02	Eletro nível B03	Eletro nível B05	Eletro nível B06	Eletro nível B07	Eletro nível C01	Eletro nível C04	Eletro nível D03	Eletro nível D05	
	(rad)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	(mV)	
1	0,0197813	4037	-2798	-2920	-2779	-2656	-2772	-2599	-2708	-2714	-2660	
2	0,014896	3040	-2095	-2186	-2090	-1990	-2084	-1950	-2026	-2036	-1991	
3	0,0102508	2092	-1397	-1455	-1391	-1321	-1382	-1295	-1349	-1359	-1328	
4	0,0052577	1073	-703	-730	-693	-659	-694	-643	-670	-678	-663	
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
6	-0,0047726	-974	686	723	687	655	681	648	669	666	657	
7	-0,0096334	-1966	1378	1441	1381	1316	1376	1292	1349	1342	1314	
8	-0,0143962	-2938	2069	2166	2069	1974	2064	1934	2021	2021	1974	
9	-0,0192276	-3924	2765	2885	2763	2638	2753	2590	2690	2697	2635	

Esses resultados da calibração realizada por Ramos (2009), constituem-se na base de dados que motivou o desenvolvimento desta pesquisa de Mestrado, cuja análise estatística validou (i) o estudo da confiabilidade metrológica dos eletroníveis e (ii) a definição de um critério de descarte que permite identificar eletroníveis fora da tolerância de engenharia. O capítulo 5, a seguir, discute essas duas premissas que fundamentaram o desenvolvimento desta pesquisa de mestrado.

## **5.**

### **Confiabilidade metrológica do processo de calibração**

Fazendo-se uso de um tratamento estatístico aplicado aos dados da calibração por comparação realizada por Ramos (2009), este capítulo avalia a incerteza expandida associada à medição de cada um dos eletrônives das quatro séries de calibração realizadas, cada uma agrupando nove eletrônives, assim permitindo propor uma ferramenta estatística para enquadramento de eletrônives segundo um critério de tolerância em engenharia.

#### **5.1.**

##### **Determinação dos polinômios de ajuste**

A obtenção e aplicação do polinômio interpolador que apresenta um melhor ajuste à cada uma das calibrações individuais (nove eletrônives por cada uma das quatro séries de calibração), assim permitindo corrigir os resultados experimentais de Ramos (2009) e, por conseguinte, diminuindo o erro sistemático associado às suas medições, é discutido neste capítulo. O benefício desse polinômio interpolador é permitir estimar os valores ajustados para qualquer indicação do instrumento que esteja dentro da faixa de sua calibração.

Embora um polinômio interpolador do grau 1 ( $N = 1$ ) pode constituir-se em uma boa representação da natureza física da calibração dos eletrônives, polinômios de grau superior podem apresentar menores incertezas do ajuste, fato, entretanto, que precisa ser confirmado pela incerteza do ajuste, conforme será descrito nas seções subsequentes. A boa prática de calibração (ISO GUM, 2008) recomenda testar pelo menos três graus de polinômio.

Assim, referindo-se aos resultados das calibrações realizadas por Ramos (2009) e aplicando-se a Equação 2.49, consegue-se gerar 108 polinômios de ajuste, i.e.: 3 polinômios para cada uma das 4 séries de 9 eletrônives.

### 5.1.1. Série #1 de calibração

A Figura 5.1 mostra, de forma esquemática, a montagem, na barra de calibração, dos nove eletrônives da Série #1, submetidos ao processo de calibração por comparação ao eletrônível de referência, que é o padrão calibrado pelo fabricante, conforme descrito por Ramos (2009).

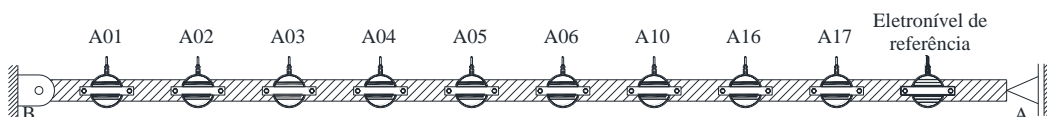


Figura 5.1 – Montagem dos nove eletrônives da Série #1

A Tabela 5.1 caracteriza os coeficientes dos 27 polinômios gerados (de grau 1, 2 e 3, respectivamente), para cada um dos nove eletrônives da Série #1 de calibração, polinômios esses obtidos pelo método de regressão polinomial dos mínimos quadrados ordinários (Equação 2.49).

Tabela 5.1 – Série #1 – Coeficientes dos polinômios interpoladores

Grau do Polinômio	Coeficientes interpoladores	Coeficientes dos polinômios interpoladores para cada eletrônível								
		Eletrônível A01	Eletrônível A02	Eletrônível A03	Eletrônível A04	Eletrônível A05	Eletrônível A06	Eletrônível A10	Eletrônível A16	Eletrônível A17
n=1	a <sub>1</sub>	-7,30E-06	-7,56E-06	-7,16E-06	-7,30E-06	-7,79E-06	-7,46E-06	-7,00E-06	-6,88E-06	-6,84E-06
	a <sub>0</sub>	-1,20E-05	-3,92E-05	-4,85E-05	-2,41E-05	-2,94E-05	-5,59E-05	-4,30E-05	-1,25E-05	-3,48E-05
n=2	a <sub>2</sub>	2,21E-11	2,71E-11	2,54E-11	2,90E-11	2,16E-11	1,89E-11	8,25E-12	1,76E-11	1,98E-11
	a <sub>1</sub>	-7,30E-06	-7,56E-06	-7,16E-06	-7,30E-06	-7,79E-06	-7,46E-06	-7,00E-06	-6,88E-06	-6,84E-06
	a <sub>0</sub>	-7,96E-05	-1,16E-04	-1,29E-04	-1,13E-04	-8,74E-05	-1,11E-04	-7,04E-05	-7,31E-05	-1,04E-04
n=3	a <sub>3</sub>	-3,00E-15	-5,00E-15	-3,00E-15	-3,00E-15	-1,00E-15	-2,00E-15	-3,00E-15	-2,00E-15	1,00E-16
	a <sub>2</sub>	2,00E-11	3,00E-11	3,00E-11	3,00E-11	2,00E-11	2,00E-11	8,00E-12	2,00E-11	2,00E-11
	a <sub>1</sub>	-7,00E-06	-8,00E-06	-7,00E-06	-7,00E-06	-8,00E-06	-7,00E-06	-7,00E-06	-7,00E-06	-7,00E-06
	a <sub>0</sub>	-8,00E-05	-1,00E-04	-1,00E-04	-1,00E-04	-9,00E-05	-1,00E-04	-7,00E-05	-7,00E-05	-1,00E-04

### 5.1.2. Série #2 de calibração

Similarmente ao que foi caracterizado na seção anterior (i.e.: referindo-se à Equação 2.49), de regressão polinomial pelo método dos mínimos quadrados ordinários), a Figura 5.2 ilustra a montagem dos eletrônives que compõem a Série #2 de calibração, enquanto a Tabela 5.2 apresenta os coeficientes dos novos 27 polinômios gerados para esse novo conjunto de nove eletrônives submetidos à calibração por comparação contra o mesmo eletrônível de referência utilizado na Série de calibração anterior.

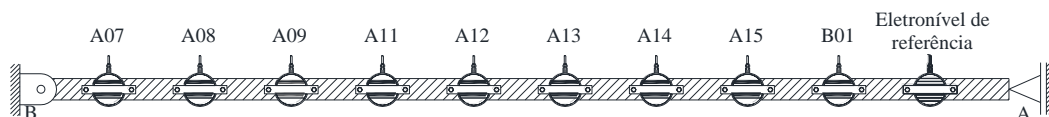


Figura 5.2 – Montagem dos nove eletrônives da Série #2

A Tabela 5.2 de forma análoga, com a tabela anterior, indica os coeficientes dos 27 polinômios gerados (de grau 1, 2 e 3, respectivamente), obtidos pelo método de regressão polinomial dos mínimos quadrados ordinários (Equação 2.49), para cada um dos nove eletrônives da Série #2 de calibração.

Tabela 5.2 – Série #2 – Coeficientes dos polinômios interpoladores

Grau do Polinômio	Coeficientes interpoladores	Coeficientes dos polinômios interpoladores para cada eletrônível								
		Eletronível A07	Eletronível A08	Eletronível A09	Eletronível A11	Eletronível A12	Eletronível A13	Eletronível A14	Eletronível A15	Eletronível B01
n=1	a <sub>1</sub>	-6,98E-06	-7,64E-06	-6,28E-06	-7,54E-06	-7,40E-06	-7,03E-06	-6,61E-06	-6,76E-06	-6,93E-06
	a <sub>0</sub>	-2,22E-04	-2,46E-04	-1,89E-04	-6,69E-05	-3,33E-04	-8,62E-05	-2,85E-04	-2,96E-04	-2,99E-04
n=2	a <sub>2</sub>	-3,05E-11	-4,35E-11	-1,92E-11	-2,01E-11	-4,41E-11	-9,08E-11	-2,48E-11	-3,14E-11	-4,15E-11
	a <sub>1</sub>	-6,98E-06	-7,64E-06	-6,28E-06	-7,54E-06	-7,40E-06	-7,03E-06	-6,61E-06	-6,76E-06	-6,93E-06
	a <sub>0</sub>	-1,20E-04	-1,26E-04	-1,10E-04	-9,54E-06	-2,03E-04	2,11E-04	-1,93E-04	-1,84E-04	-1,59E-04
n=3	a <sub>3</sub>	4,00E-15	1,00E-14	2,00E-15	-2,00E-14	2,00E-14	4,00E-14	8,00E-15	1,00E-14	9,00E-15
	a <sub>2</sub>	-3,00E-11	-4,00E-11	-2,00E-11	-2,00E-11	-4,00E-11	-9,00E-11	-2,00E-11	-3,00E-11	-4,00E-11
	a <sub>1</sub>	-7,00E-06	-8,00E-06	-6,00E-06	-7,00E-06	-7,00E-06	-7,00E-06	-7,00E-06	-7,00E-06	-7,00E-06
	a <sub>0</sub>	-1,00E-04	-1,00E-04	-1,00E-04	-1,00E-05	-2,00E-04	2,00E-04	-2,00E-04	-2,00E-04	-2,00E-04

### 5.1.3. Série #3 de calibração

A Figura 5.3 ilustra a montagem dos eletrônives que compõem a Série #3 de calibração e a Tabela 5.3 apresenta os coeficientes dos novos 27 polinômios gerados para esse novo conjunto de nove eletrônives submetidos à calibração por comparação contra o eletrônível utilizado como referência para as quatro séries de calibração.

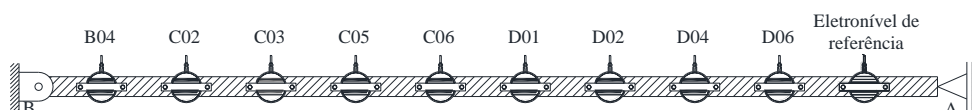


Figura 5.3 – Montagem dos nove eletrônives da Série #3

Para cada um dos nove eletrônives da Série #3 de calibração, tem-se os polinômios obtidos pelo método de regressão polinomial dos mínimos quadrados ordinários (Equação 2.49), em que a Tabela 5.3 especifica os coeficientes dos 27 polinômios gerados (de grau 1, 2 e 3, respectivamente).



Tabela 5.3 – Série #3 – Coeficientes dos polinômios interpoladores

Grau do Polinômio	Coeficientes interpoladores	Coeficientes dos polinômios interpoladores para cada eletrônível								
		Eletrônível B04	Eletrônível C02	Eletrônível C03	Eletrônível C05	Eletrônível C06	Eletrônível D01	Eletrônível D02	Eletrônível D04	Eletrônível D06
n=1	a <sub>1</sub>	-7,00E-06	-6,54E-06	-6,99E-06	-7,21E-06	-6,87E-06	-7,19E-06	-6,71E-06	-7,04E-06	-6,67E-06
	a <sub>0</sub>	4,05E-05	4,74E-05	9,51E-07	3,08E-05	-9,40E-06	4,78E-05	-7,58E-06	-3,87E-05	-1,30E-05
n=2	a <sub>2</sub>	-1,93E-11	1,25E-11	-2,07E-11	-2,18E-11	-1,92E-11	-1,42E-11	-1,69E-11	-3,45E-11	-2,78E-11
	a <sub>1</sub>	-7,00E-06	-6,54E-06	-6,99E-06	-7,21E-06	-6,87E-06	-7,19E-06	-6,71E-06	-7,05E-06	-6,67E-06
	a <sub>0</sub>	1,01E-04	2,65E-06	6,58E-05	3,35E-05	5,28E-05	9,00E-05	5,01E-05	6,79E-05	8,28E-05
n=3	a <sub>3</sub>	-6,00E-15	-2,00E-14	-4,00E-15	-4,00E-16	-4,00E-15	-9,00E-15	-2,00E-15	-5,00E-15	-6,00E-15
	a <sub>2</sub>	-2,00E-11	1,00E-11	-2,00E-11	-2,00E-11	-2,00E-11	1,00E-11	-2,00E-11	-3,00E-11	-3,00E-11
	a <sub>1</sub>	7,00E-06	-6,00E-06	-7,00E-06	-7,00E-06	-7,00E-06	-7,00E-06	-7,00E-06	-7,00E-06	-7,00E-06
	a <sub>0</sub>	1,00E-04	-2,00E-06	7,00E-05	3,00E-05	5,00E-05	9,00E-05	5,00E-05	7,00E-05	8,00E-05

#### 5.1.4. Série #4 de calibração

Seguindo a mesma linha de raciocínio, a Figura 5.4 ilustra a montagem dos últimos nove eletrôníveis que compõem a Série #4 de calibração e a Tabela 5.4 caracteriza os últimos 27 polinômios (de um total de 108) gerados para o último agrupamento de nove eletrôníveis submetidos à calibração por comparação contra o eletrônível de referência.

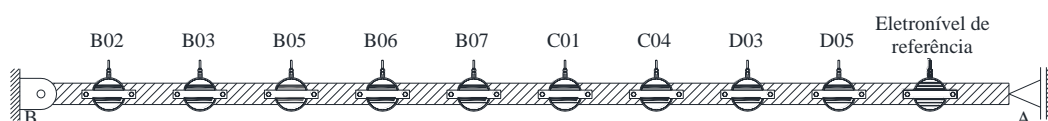


Figura 5.4 – Montagem dos nove eletrôníveis da Série #4

De forma semelhante a anterior seção, a Tabela 5.1 refere os coeficientes dos 27 polinômios gerados (de grau 1, 2 e 3, respectivamente), para cada um dos nove eletrôníveis da Série #4 de calibração, polinômios esses obtidos pelo método de regressão polinomial dos mínimos quadrados ordinários (Equação 2.49).

Tabela 5.4 – Série #4 – Coeficientes dos polinômios interpoladores

Grau do Polinômio	Coeficientes interpoladores	Coeficientes dos polinômios interpoladores para cada eletrônível								
		Eletrônível B02	Eletrônível B03	Eletrônível B05	Eletrônível B06	Eletrônível B07	Eletrônível C01	Eletrônível C04	Eletrônível D03	Eletrônível D05
n=1	a <sub>1</sub>	-7,05E-06	-6,75E-06	-7,07E-06	-7,41E-06	-7,09E-06	-7,56E-06	-7,26E-06	-7,24E-06	-7,40E-06
	a <sub>0</sub>	1,65E-04	1,83E-04	1,98E-04	2,04E-04	1,94E-04	2,20E-04	2,20E-04	1,91E-04	1,89E-04
n=2	a <sub>2</sub>	2,40E-12	-5,38E-13	6,45E-12	4,89E-12	6,58E-12	6,58E-12	4,67E-12	9,60E-12	3,17E-12
	a <sub>1</sub>	-7,05E-06	-6,75E-06	-7,07E-06	-7,41E-06	-7,09E-06	-7,56E-06	-7,26E-06	-7,24E-06	-7,40E-06
	a <sub>0</sub>	1,57E-04	1,84E-04	1,77E-04	1,90E-04	1,73E-04	2,02E-04	2,06E-04	1,61E-04	1,79E-04
n=3	a <sub>3</sub>	2,00E-14	2,00E-14	2,00E-14	3,00E-14	2,00E-14	3,00E-14	2,00E-14	2,00E-14	3,00E-14
	a <sub>2</sub>	3,00E-12	4,00E-13	7,00E-12	6,00E-12	7,00E-12	7,00E-12	5,00E-12	1,00E-11	4,00E-12
	a <sub>1</sub>	-7,00E-06	-7,00E-06	-7,00E-06	-8,00E-06	-7,00E-06	-8,00E-06	-7,00E-06	-7,00E-06	-8,00E-06
	a <sub>0</sub>	2,00E-04	2,00E-04	2,00E-04	2,00E-04	2,00E-04	2,00E-04	2,00E-04	2,00E-04	2,00E-04

Uma vez calculados os polinômios de ajuste, faz-se necessário calcular a incerteza do ajuste para cada um dos nove eletrônives de cada uma das quatro séries de calibração, cálculo esse que permitirá, então, determinar o grau do polinômio que mais bem representa o fenômeno físico da calibração.

## 5.2.

### Cálculo da incerteza do ajuste – Série #1

Na sequência da análise estatística proposta, os dados dessas quatro séries de calibração são submetidos a um tratamento estatístico que permite calcular, para cada uma das quatro séries de dados de calibração dos 36 eletrônives, (i) o erro sistemático associado a cada polinômio interpolador e (ii) a incerteza expandida associada à calibração de cada um desses eletrônives.

#### 5.2.1.

### Cálculo do melhor polinômio interpolador – Série #1

Utilizando os polinômios de grau 1, grau 2 e grau 3 para cada calibração dos nove eletrônives que integram a Série #1 de calibração, calcula-se o valor do ângulo corrigido (valor ajustado pelo seu respectivo polinômio interpolador), para cada sensor. Esse é o valor corrigido para incorporar a calibração ao valor indicado pelo eletrônível em pauta. As Tabelas 5.5 a 5.7 apresentam os valores calculados dos ângulos ajustados pelos polinômios interpoladores para a Série #1 de calibração, para cada grau de polinômio interpolador, respectivamente.

Tabela 5.5 – Série #1 – Ângulos ajustados pelo polinômio de grau 1

Ângulos ajustados para cada polinômio interpolador								
Grau 1 (rad)								
Eletrônível A01	Eletrônível A02	Eletrônível A03	Eletrônível A04	Eletrônível A05	Eletrônível A06	Eletrônível A10	Eletrônível A16	Eletrônível A17
-0,0198561	-0,0198668	-0,0198856	-0,0198820	-0,0198500	-0,0198548	-0,0198013	-0,0198562	-0,0198629
-0,0148987	-0,0149061	-0,0148923	-0,0149339	-0,0149066	-0,0148864	-0,0148775	-0,0148867	-0,0149230
-0,0098975	-0,0098849	-0,0098631	-0,0098472	-0,0098697	-0,0098733	-0,0099187	-0,0098965	-0,0098667
-0,0049474	-0,0049394	-0,0049486	-0,0049284	-0,0049573	-0,0049497	-0,0050088	-0,0049545	-0,0049200
-0,0000120	-0,0000392	-0,0000485	-0,0000241	-0,0000294	-0,0000559	-0,0000430	-0,0000125	-0,0000348
0,0048870	0,0048837	0,0049234	0,0048874	0,0048596	0,0048453	0,0048738	0,0048538	0,0048778
0,0098152	0,0098897	0,0098307	0,0098647	0,0098342	0,0098435	0,0098046	0,0098164	0,0098314
0,0147872	0,0147596	0,0147882	0,0147762	0,0147699	0,0147969	0,0147845	0,0148135	0,0147508
0,0196861	0,0196674	0,0196597	0,0196513	0,0197133	0,0196982	0,0197503	0,0196866	0,0197112

Tabela 5.6 – Série #1 – Ângulos ajustados pelo polinômio de grau 2

Ângulos ajustados para cada polinômio interpolador								
Grau 2 (rad)								
Eletronível A01	Eletronível A02	Eletronível A03	Eletronível A04	Eletronível A05	Eletronível A06	Eletronível A10	Eletronível A16	Eletronível A17
-0,0197625	-0,0197585	-0,0197738	-0,0197573	-0,0197687	-0,0197782	-0,0197621	-0,0197710	-0,0197658
-0,0148760	-0,0148791	-0,0148655	-0,0149027	-0,0148861	-0,0148679	-0,0148672	-0,0148656	-0,0148983
-0,0099257	-0,0099165	-0,0098971	-0,0098841	-0,0098934	-0,0098963	-0,0099292	-0,0099212	-0,0098948
-0,0050055	-0,0050053	-0,0050178	-0,0050044	-0,0050067	-0,0049970	-0,0050319	-0,0050063	-0,0049787
-0,0000796	-0,0001163	-0,0001289	-0,0001129	-0,0000874	-0,0001111	-0,0000704	-0,0000731	-0,0001036
0,0048299	0,0048182	0,0048557	0,0048122	0,0048102	0,0047986	0,0048503	0,0048022	0,0048192
0,0097889	0,0098597	0,0097996	0,0098300	0,0098111	0,0098221	0,0097931	0,0097922	0,0098039
0,0148123	0,0147868	0,0148182	0,0148080	0,0147902	0,0148174	0,0147934	0,0148353	0,0147746
0,0197821	0,0197749	0,0197734	0,0197751	0,0197946	0,0197764	0,0197879	0,0197714	0,0198075

Tabela 5.7 – Série #1 – Ângulos ajustados pelo polinômio de grau 3

Ângulos ajustados para cada polinômio interpolador								
Grau 3 (rad)								
Eletronível A01	Eletronível A02	Eletronível A03	Eletronível A04	Eletronível A05	Eletronível A06	Eletronível A10	Eletronível A16	Eletronível A17
-0,0190185	-0,0209599	-0,0193167	-0,0189853	-0,0203449	-0,0185745	-0,0198207	-0,0201327	-0,0202156
-0,0142953	-0,0157500	-0,0145019	-0,0143014	-0,0153119	-0,0139527	-0,0148886	-0,0151238	-0,0152363
-0,0095288	-0,0104762	-0,0096414	-0,0094750	-0,0101721	-0,0092819	-0,0099325	-0,0100867	-0,0101174
-0,0048038	-0,0052728	-0,0048749	-0,0047914	-0,0051462	-0,0046840	-0,0050300	-0,0050864	-0,0050878
-0,0000800	-0,0001000	-0,0001000	-0,0001000	-0,0000900	-0,0001000	-0,0000700	-0,0000700	-0,0001000
0,0046269	0,0051221	0,0047735	0,0046255	0,0049421	0,0045082	0,0048490	0,0048897	0,0049363
0,0093856	0,0104670	0,0096179	0,0094475	0,0100801	0,0092289	0,0097962	0,0099726	0,0100353
0,0142162	0,0157084	0,0145523	0,0142444	0,0151971	0,0139321	0,0148133	0,0151208	0,0151194
0,0190105	0,0210402	0,0194465	0,0190488	0,0203429	0,0186134	0,0198436	0,0201747	0,0202662

Conhecidos os valores ajustados dos ângulos indicados por cada eletronível, obtido a partir de seus respectivos polinômios de ajuste, é possível calcular pela Equação 2.52 a incerteza do ajuste. Os resultados desses cálculos encontram-se resumido nas Tabelas 5.8 a 5.10, a seguir apresentadas

Tabela 5.8 – Série #1 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 1

Incerteza do Ajuste								
Grau 1 (rad)								
Eletronível A01	Eletronível A02	Eletronível A03	Eletronível A04	Eletronível A05	Eletronível A06	Eletronível A10	Eletronível A16	Eletronível A17
0,00008904	0,00010033	0,00010993	0,00011478	0,00008193	0,00008726	0,00005855	0,00008619	0,00009338

Tabela 5.9 – Série #1 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 2

Incerteza do Ajuste								
Grau 2 (rad)								
Eletronível A01	Eletronível A02	Eletronível A03	Eletronível A04	Eletronível A05	Eletronível A06	Eletronível A10	Eletronível A16	Eletronível A17
0,00006283	0,00006980	0,00008124	0,00007906	0,00006272	0,00007315	0,00005596	0,00006637	0,00006832

Tabela 5.10 – Série #1 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 3

Incerteza do Ajuste								
Grau 3 (rad)								
Eletronível A01	Eletronível A02	Eletronível A03	Eletronível A04	Eletronível A05	Eletronível A06	Eletronível A10	Eletronível A16	Eletronível A17
0,00067309	0,00105090	0,00036939	0,00066807	0,00048784	0,00103597	0,00006787	0,00032882	0,00040063

A inspeção desses resultados permite identificar, dentre os diferentes graus de polinômios, aquele que oferece o menor valor de incerteza de ajuste associado à calibração de cada um dos 9 eletrônives avaliados na Série #1 de calibração. O polinômio que oferece o menor valor da incerteza do ajuste é aquele que mais bem modela a natureza física da calibração.

Feita a inspeção nas Tabelas 5.8 a 5.10, foi possível constatar que, para o caso da Série #1 de dados de calibração, coincidentemente, a menor incerteza do ajuste está associada ao polinômio de grau 2, resultados esses apresentados na Tabela 5.11, a seguir.

Tabela 5.11 – Polinômio com a menor incerteza do ajuste na Série # 1

Incerteza do Ajuste								
Eletronível A01	Eletronível A02	Eletronível A03	Eletronível A04	Eletronível A05	Eletronível A06	Eletronível A10	Eletronível A16	Eletronível A17
0,00006283	0,00006980	0,00008124	0,00007906	0,00006272	0,00007315	0,00005596	0,00006637	0,00006832
Grau 2	Grau 2	Grau 2	Grau 2	Grau 2	Grau 2	Grau 2	Grau 2	Grau 2

A partir do grau de liberdade associado à calibração (determinado pela diferença entre o números de pontos experimentais e o número de coeficientes do polinômio de melhor ajuste (3 para o caso do polinômio de grau 2) é possível estimar, com um nível de confiança de 95%, determina-se o Fator de Abrangência  $k$  (ISO GUM 2008) a partir da distribuição t-Student, cujo resultado, para cada eletrônível calibrado.

Como o grau 2 se mostrou o mais adequado para todas as nove calibrações, por sua vez realizadas com o mesmo número de pontos experimentais, o Fator de Abrangência  $k$  apresenta o mesmo valor (2,97) para as calibrações dos nove eletrônives desta Série #1 de dados de calibração. Cabe aqui mencionar que este valor  $k = 2,97$ , embora possa parecer elevado, está coerente para a correspondente distribuição de probabilidade  $t$ -student, utilizada para se determinar o número de graus efetivos de liberdade (calculado em torno de sete), para o o nível de confiança definido na análise (95%). Conforme será mostrado, a seguir, para as quatro séries

de dados de calibração, esse valor do Fator de Abrangência  $k$  se mantém nesse mesmo patamar, assim indicando coerência do procedimento de cálculo utilizado.

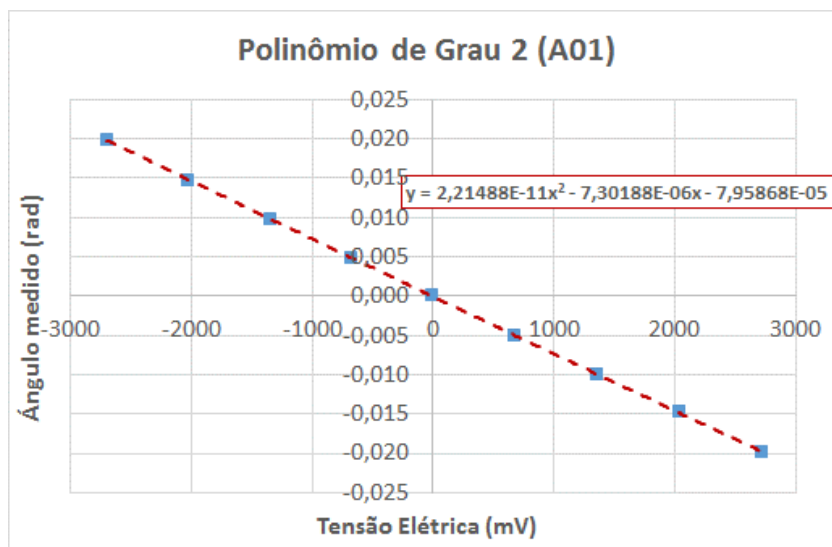


Figura 5. 5 – Curva de ajuste e polinômio do eletrônível A01

A título de ilustração, a Figura 5.5 mostra a curva de ajuste de calibração de um dos nove eletrôníveis (arbitrariamente escolhido o eletrônível A01), que integra a Série #1 de calibração. Os demais gráficos associados ao melhor polinômio de ajuste dos demais oito eletrôníveis da Série #1 de calibração foram igualmente incluídos, porém no Apêndice A, para não sobrecarregar o texto deste capítulo de análise. Importante destacar nessa figura, e em todas as demais incluídas no Apêndice, que no eixo das ordenadas encontram-se plotados os valores de ângulo obtidos pela calibração do eletrônível de referência utilizado para referenciar as quatro séries de calibração conjunta dos 36 eletrôníveis estudados.

### 5.3. Cálculo da incerteza do ajuste – Série #2

Similarmente ao que foi caracterizado na seção anterior (i.e.: referindo-se à sequência da análise estatística proposta), também para os dados dessa da Série #2 de calibração, foi realizado um tratamento estatístico que permite calcular, para cada curva de calibração dos nove eletrôníveis desta série, (i) o erro sistemático associado a cada polinômio interpolador e (ii) a incerteza expandida associada à calibração de dsses eletrôníveis, para todos os três graus de polinômios considerados.

### 5.3.1.

#### Cálculo do melhor polinômio interpolador – Série #2

Tal qual já discutido na seção anterior, utilizando-se os polinômios de grau 1, grau 2 e grau 3 para cada calibração dos nove eletrôn timer que integram a Série #2 de calibração, calcula-se o valor do ângulo corrigido (valor ajustado pelo seu respectivo polinômio interpolador), para cada sensor.

Esse é o valor corrigido para incorporar a calibração ao valor indicado pelo eletrôn timer em pauta. As Tabelas 5.12 a 5.14 apresentam os valores calculados dos ângulos ajustados pelos polinômios interpoladores para a Série #2 de calibração, para cada grau de polinômio interpolador, respectivamente.

Tabela 5.12 – Série #2 – Ângulos ajustados – polinômio de grau 1

Ângulos ajustados para cada polinômio interpolador								
Grau 1 (rad)								
Eletrôn timer A07	Eletrôn timer A08	Eletrôn timer A09	Eletrôn timer A11	Eletrôn timer A12	Eletrôn timer A13	Eletrôn timer A14	Eletrôn timer A15	Eletrôn timer B01
-0,0198494	-0,0198378	-0,0198770	-0,0198341	-0,0198763	-0,0197674	-0,0198951	-0,0198748	-0,0198169
-0,0149111	-0,0149189	-0,0149064	-0,0149036	-0,0148759	-0,0147979	-0,0149150	-0,0149091	-0,0149097
-0,0099728	-0,0099542	-0,0099986	-0,0101013	-0,0099347	-0,0098214	-0,0099216	-0,0099367	-0,0099541
-0,0051670	-0,0051193	-0,0051410	-0,0052613	-0,0050379	-0,0049222	-0,0050669	-0,0050386	-0,0051093
-0,0002217	-0,0002463	-0,0001892	-0,0000669	-0,0003334	-0,0000862	-0,0002849	-0,0002959	-0,0002992
0,0047027	0,0046115	0,0046998	0,0047732	0,0045560	0,0032736	0,0046424	0,0045887	0,0045941
0,0096619	0,0096602	0,0097018	0,0097941	0,0096526	0,0098739	0,0096820	0,0096489	0,0096468
0,0146630	0,0146631	0,0146598	0,0146417	0,0146751	0,0149137	0,0146622	0,0146889	0,0146856
0,0195803	0,0196278	0,0195363	0,0194441	0,0196607	0,0198199	0,0195829	0,0196140	0,0196482

Tabela 5.13 – Série #2 – Ângulos ajustados – polinômio de grau 2

Ângulos ajustados para cada polinômio interpolador								
Grau 2 (rad)								
Eletrôn timer A07	Eletrôn timer A08	Eletrôn timer A09	Eletrôn timer A11	Eletrôn timer A12	Eletrôn timer A13	Eletrôn timer A14	Eletrôn timer A15	Eletrôn timer B01
-0,0199914	-0,0200075	-0,0199865	-0,0199134	-0,0200602	-0,0201975	-0,0200258	-0,0200333	-0,0200142
-0,0149463	-0,0149619	-0,0149328	-0,0149229	-0,0149209	-0,0149100	-0,0149476	-0,0149492	-0,0149603
-0,0099319	-0,0099059	-0,0099664	-0,0100787	-0,0098820	-0,0097061	-0,0098843	-0,0098922	-0,0098988
-0,0050814	-0,0050175	-0,0050740	-0,0052130	-0,0049271	-0,0046719	-0,0049889	-0,0049441	-0,0049915
-0,0001203	-0,0001257	-0,0001104	-0,0000095	-0,0002032	0,0002107	-0,0001929	-0,0001844	-0,0001594
0,0047893	0,0047155	0,0047669	0,0048217	0,0046686	0,0035524	0,0047216	0,0046852	0,0047152
0,0097030	0,0097097	0,0097328	0,0098161	0,0097058	0,0099961	0,0097195	0,0096953	0,0097051
0,0146269	0,0146211	0,0146310	0,0146210	0,0146290	0,0148085	0,0146300	0,0146502	0,0146375
0,0194379	0,0194581	0,0194253	0,0193646	0,0194757	0,0194037	0,0194542	0,0194584	0,0194523

Tabela 5.14 – Série #2 – Ângulos ajustados – polinômio de grau 3

Grau 3 (rad)								
Eletronível A07	Eletronível A08	Eletronível A09	Eletronível A11	Eletronível A12	Eletronível A13	Eletronível A14	Eletronível A15	Eletronível B01
-0,0199464	-0,0207144	-0,0190571	-0,0188620	-0,0186044	-0,0192275	-0,0209499	-0,0204946	-0,0200282
-0,0149377	-0,0155447	-0,0142542	-0,0140159	-0,0139646	-0,0144785	-0,0157162	-0,0153802	-0,0150494
-0,0099337	-0,0103121	-0,0095192	-0,0094096	-0,0093097	-0,0095614	-0,0104307	-0,0102210	-0,0100043
-0,0050767	-0,0052177	-0,0048455	-0,0048490	-0,0046630	-0,0046456	-0,0052754	-0,0051253	-0,0050743
-0,0001000	-0,0001000	-0,0001000	-0,0000100	-0,0002000	0,0002000	-0,0002000	-0,0002000	-0,0002000
0,0048256	0,0049692	0,0045609	0,0044810	0,0044037	0,0035211	0,0050075	0,0048415	0,0047189
0,0097474	0,0101869	0,0092985	0,0091565	0,0091279	0,0098245	0,0102900	0,0100071	0,0097360
0,0146625	0,0152892	0,0139576	0,0137194	0,0136713	0,0143394	0,0154459	0,0150693	0,0146561
0,0194397	0,0202690	0,0184983	0,0183187	0,0180338	0,0183936	0,0204573	0,0199125	0,0194001

Obtidos os valores ajustados dos ângulos indicados por cada eletronível, calculado a partir de seus respectivos polinômios de ajuste, é possível calcular pela Equação 2.52 a incerteza do ajuste. Os resultados desses cálculos encontram-se resumido nas Tabelas 5.15 a 5.17, a seguir apresentadas

Tabela 5.15 – Série #2 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 1

Incerteza do Ajuste								
Grau 1 (rad)								
Eletronível A07	Eletronível A08	Eletronível A09	Eletronível A11	Eletronível A12	Eletronível A13	Eletronível A14	Eletronível A15	Eletronível B01
1,2762E-04	1,4619E-04	1,0399E-04	1,1642E-04	1,8021E-04	5,8623E-04	1,4067E-04	1,5457E-04	1,6732E-04

Tabela 5.16 – Série #2 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 2

Incerteza do Ajuste								
Grau 2 (rad)								
Eletronível A07	Eletronível A08	Eletronível A09	Eletronível A11	Eletronível A12	Eletronível A13	Eletronível A14	Eletronível A15	Eletronível B01
8,4173E-05	8,9272E-05	7,3793E-05	1,0994E-04	1,3392E-04	5,4269E-04	1,1486E-04	1,1545E-04	9,9338E-05

Tabela 5.17 – Série #2 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 3

Incerteza do Ajuste								
Grau 3 (rad)								
Eletronível A07	Eletronível A08	Eletronível A09	Eletronível A11	Eletronível A12	Eletronível A13	Eletronível A14	Eletronível A15	Eletronível B01
9,3662E-05	7,0222E-04	7,9388E-04	9,9707E-04	1,1703E-03	8,6259E-04	8,8884E-04	4,6375E-04	1,1019E-04

A verificação desses resultados permite identificar, dentre os diferentes graus de polinômios, aquele que oferece o menor valor de incerteza de ajuste associado à calibração de cada um dos 9 eletroníveis avaliados na Série #2 de calibração. O polinômio que oferece o menor valor da incerteza do ajuste é aquele que mais bem modela a natureza física da calibração.

Feita a inspeção nas Tabelas 5.15 a 5.17, foi possível constatar que, para o caso da Série #2 de dados de calibração, coincidentemente, a menor incerteza do ajuste está associada ao polinômio de grau 2, resultados esses apresentados na tabela 5.18, a seguir.

Tabela 5.18 – Polinômio com a menor incerteza do ajuste na Série # 2

Incerteza do Ajuste								
Eletronível A07	Eletronível A08	Eletronível A09	Eletronível A11	Eletronível A12	Eletronível A13	Eletronível A14	Eletronível A15	Eletronível B01
0,00008417	0,00008927	0,00007379	0,00010994	0,00013392	0,00054269	0,00011486	0,00011545	0,00009934
Grau 2	Grau 2	Grau 2	Grau 2	Grau 2	Grau 2	Grau 2	Grau 2	Grau 2

A partir do grau de liberdade associado à calibração determinado pela diferença entre o números de pontos experimentais e o número de coeficientes do polinômio de melhor ajuste (3 para o caso do polinômio de grau 2) é possível estimar, com um nível de confiança de 95%, determina-se o Fator de Abrangência  $k$  (ISO GUM 2008) a partir da distribuição t-Student, cujo resultado, para cada eletronível calibrado.

Como o grau 2 se mostrou o mais adequado para todas as nove calibrações, por sua vez realizadas com o mesmo número de pontos experimentais, o Fator de Abrangência  $k$  apresenta o mesmo valor (2,97) para as nove calibrações da Série #2.

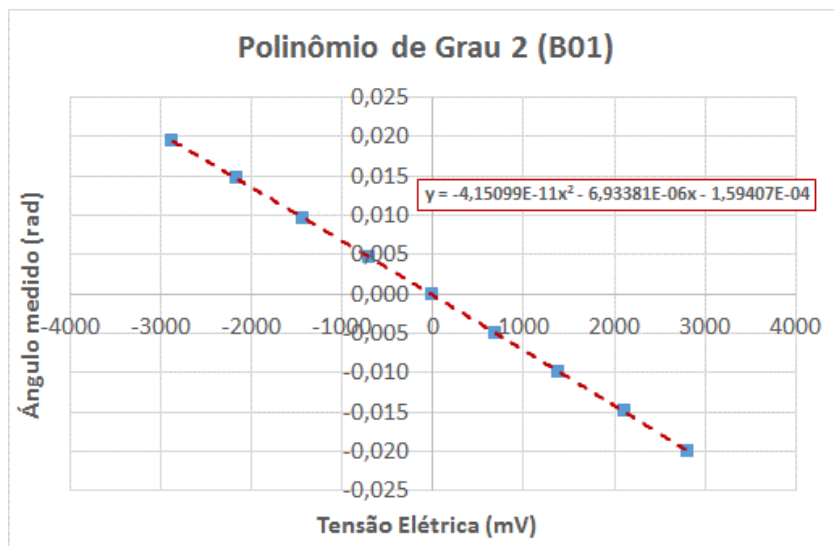


Figura 5.6 – Curva de ajuste e polinômio do eletronível B01



## 5.4.

### Cálculo da incerteza do ajuste – Série #3

Na sequência da análise estatística proposta, os dados dessas quatro séries de calibração são submetidos a um tratamento estatístico que permite calcular, para cada um dos eletrônives, (i) o erro sistemático associado a cada polinômio interpolador e (ii) a incerteza expandida associada à calibração de cada um dos 36 eletrônives.

### 5.4.1.

#### Cálculo do melhor polinômio interpolador – Série #3

Utilizando-se os polinômios de grau 1, grau 2 e grau 3 para cada calibração dos nove eletrônives que integram a Série #3 de calibração, calcula-se o valor do ângulo corrigido (valor ajustado pelo seu respectivo polinômio interpolador), para cada sensor. Esse é o valor corrigido para incorporar a calibração ao valor indicado pelo eletrônível em pauta.

As Tabelas 5.19 a 5.21 apresentam os valores calculados dos ângulos ajustados pelos polinômios interpoladores para a Série #3 de calibração, para cada grau de polinômio interpolador, respectivamente.

Tabela 5.19 – Série #3 – Ângulos ajustados – polinômio de grau 1

Ângulos ajustados para cada polinômio interpolador								
Grau 1 (rad)								
Eletrônível B04	Eletrônível C02	Eletrônível C03	Eletrônível C05	Eletrônível C06	Eletrônível D01	Eletrônível D02	Eletrônível D04	Eletrônível D06
0,0193085	0,0189335	0,0193213	0,0193941	0,0193037	0,0192658	0,0193211	0,0193675	0,0193479
0,0144547	0,0146923	0,0144772	0,0145281	0,0144926	0,0144721	0,0144570	0,0145001	0,0144877
0,0096500	0,0097518	0,0096192	0,0096692	0,0096197	0,0096568	0,0096333	0,0096116	0,0096208
0,0048102	0,0049094	0,0047821	0,0048680	0,0048017	0,0048272	0,0047894	0,0047512	0,0047872
0,0000405	0,0000474	0,0000010	0,0000308	-0,0000094	0,0000478	-0,0000076	-0,0000387	-0,0000130
-0,0047572	-0,0046774	-0,0046893	-0,0046479	-0,0047174	-0,0047531	-0,0046770	-0,0047370	-0,0047933
-0,0095340	-0,0095526	-0,0094915	-0,0094058	-0,0094804	-0,0094750	-0,0095008	-0,0095481	-0,0094935
-0,0142477	-0,0143035	-0,0143146	-0,0141998	-0,0142915	-0,0143190	-0,0142776	-0,0142464	-0,0142871
-0,0191224	-0,0191982	-0,0191027	-0,0190803	-0,0191163	-0,0191199	-0,0191349	-0,0190575	-0,0190540

Tabela 5.20 – Série #3 – Ângulos ajustados – polinômio de grau 2

Ângulos ajustados para cada polinômio interpolador								
Grau 2 (rad)								
Eletronível B04	Eletronível C02	Eletronível C03	Eletronível C05	Eletronível C06	Eletronível D01	Eletronível D02	Eletronível D04	Eletronível D06
0,0192232	0,0189949	0,0192299	0,0192427	0,0192169	0,0192067	0,0192397	0,0192178	0,0192140
0,0144336	0,0147117	0,0144546	0,0144450	0,0144713	0,0144573	0,0144371	0,0144639	0,0144555
0,0096741	0,0097356	0,0096457	0,0096345	0,0096454	0,0096738	0,0096567	0,0096562	0,0096609
0,0048616	0,0048721	0,0048376	0,0048617	0,0048551	0,0048632	0,0048387	0,0048432	0,0048698
0,0001008	0,0000027	0,0000658	0,0000335	0,0000528	0,0000900	0,0000501	0,0000679	0,0000828
-0,0047061	-0,0047162	-0,0046342	-0,0046550	-0,0046648	-0,0047173	-0,0046279	-0,0046471	-0,0047128
-0,0095099	-0,0095714	-0,0094655	-0,0094419	-0,0094557	-0,0094579	-0,0094778	-0,0095071	-0,0094561
-0,0142678	-0,0142897	-0,0143375	-0,0142842	-0,0143138	-0,0143339	-0,0142976	-0,0142842	-0,0143220
-0,0192068	-0,0191370	-0,0191937	-0,0192337	-0,0192046	-0,0191792	-0,0192162	-0,0192078	-0,0191893

Tabela 5.21 – Série #3 – Ângulos ajustados – polinômio de grau 3

Ângulos ajustados para cada polinômio interpolador								
Grau 3 (rad)								
Eletronível B04	Eletronível C02	Eletronível C03	Eletronível C05	Eletronível C06	Eletronível D01	Eletronível D02	Eletronível D04	Eletronível D06
-0,0191834	0,0179043	0,0193497	0,0186955	0,0196508	0,0190516	0,0200988	0,0192319	0,0203019
-0,0143384	0,0137193	0,0145167	0,0140294	0,0147685	0,0142520	0,0150691	0,0144342	0,0152248
-0,0095262	0,0089955	0,0096746	0,0093542	0,0098287	0,0094884	0,0100736	0,0096165	0,0101505
-0,0046744	0,0044758	0,0048499	0,0047181	0,0049416	0,0047521	0,0050455	0,0048177	0,0051067
0,0001000	-0,0000020	0,0000700	0,0000300	0,0000500	0,0000900	0,0000500	0,0000700	0,0000800
0,0048837	-0,0043423	-0,0046372	-0,0045215	-0,0047557	-0,0045842	-0,0048324	-0,0046138	-0,0049566
0,0096163	-0,0088578	-0,0094829	-0,0091682	-0,0096444	-0,0091884	-0,0099007	-0,0094470	-0,0099519
0,0142458	-0,0133416	-0,0143842	-0,0138690	-0,0146183	-0,0139349	-0,0149487	-0,0142121	-0,0151034
0,0189794	-0,0180961	-0,0192920	-0,0186750	-0,0196505	-0,0186786	-0,0201159	-0,0191471	-0,0202965

Conhecidos os valores ajustados dos ângulos indicados por cada eletronível, obtido a partir de seus respectivos polinômios de ajuste, é possível calcular pela Equação 2.52 a incerteza do ajuste. Os resultados desses cálculos encontram-se resumido nas Tabelas 5.22 a 5.24, a seguir apresentadas.

Tabela 5.22 – Série #3 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 1

Incerteza do Ajuste								
Grau 1 (rad)								
Eletronível B04	Eletronível C02	Eletronível C03	Eletronível C05	Eletronível C06	Eletronível D01	Eletronível D02	Eletronível D04	Eletronível D06
1,3733E-04	1,8379E-04	1,1136E-04	1,3662E-04	1,1536E-04	1,2687E-04	1,1127E-04	1,4533E-04	1,4983E-04

Tabela 5.23 – Série #3 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 2

Incerteza do Ajuste								
Grau 2 (rad)								
Eletronível B04	Eletronível C02	Eletronível C03	Eletronível C05	Eletronível C06	Eletronível D01	Eletronível D02	Eletronível D04	Eletronível D06
1,3337E-04	1,9273E-04	9,7842E-05	1,0613E-04	1,0496E-04	1,2927E-04	1,0279E-04	1,0688E-04	1,2460E-04

Tabela 5.24 – Série #3 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 3

Incerteza do Ajuste								
Grau 3 (rad)								
Eletronível B04	Eletronível C02	Eletronível C03	Eletronível C05	Eletronível C06	Eletronível D01	Eletronível D02	Eletronível D04	Eletronível D06
3,3141E-02	1,0531E-03	1,2997E-04	4,9319E-04	3,7780E-04	3,7225E-04	7,5764E-04	1,2502E-04	9,2650E-04

A inspeção desses resultados permite identificar, dentre os diferentes graus de polinômios, aquele que oferece o menor valor de incerteza de ajuste associado à calibração de cada um dos nove eletrônives avaliados na Série #3 de calibração. O polinômio que oferece o menor valor da incerteza do ajuste é aquele que mais bem modela a natureza física da calibração.

Feita a inspeção nas Tabelas 5.22 a 5.24, foi possível constatar que, para o caso da Série #3 de dados de calibração, sete sensores mostram que o polinômio de grau 2 tem um valor menor de incerteza do ajuste mas dois eletrônives (C02, D01) tem o polinômio de grau 1 tem o valor menor de incerteza do ajuste.

Tabela 5.25 – Polinômio com a menor incerteza do ajuste na Série # 3

Incerteza do Ajuste								
Eletronível B04	Eletronível C02	Eletronível C03	Eletronível C05	Eletronível C06	Eletronível D01	Eletronível D02	Eletronível D04	Eletronível D06
0,00013337	0,00018379	0,00009784	0,00010613	0,00010496	0,00012687	0,00010279	0,00010688	0,00012460
Grau 2	Grau 1	Grau 2	Grau 2	Grau 2	Grau 1	Grau 2	Grau 2	Grau 2

A partir do grau de liberdade associado à calibração (determinado pela diferença entre o números de pontos experimentais e o número de coeficientes do polinômio de melhor ajuste (3 para o caso do polinômio de grau 2 e 2 para o caso do polinômio de grau 1) é possível estimar, com um nível de confiança de 95%, determina-se o Fator de Abrangência  $k$  (ISO GUM 2008) a partir da distribuição t-Student, cujo resultado, para cada eletrônível calibrado.

Como o grau 2 se mostrou o mais adequado para sete calibrações e o grau 1 se mostrou o mais adequado para duas calibrações, por sua vez realizadas com o mesmo número de pontos experimentais, o Fator de Abrangência  $k$  apresenta o mesmo valor (2,97 e 2,84 respectivamente) para as nove calibrações da Série #3.

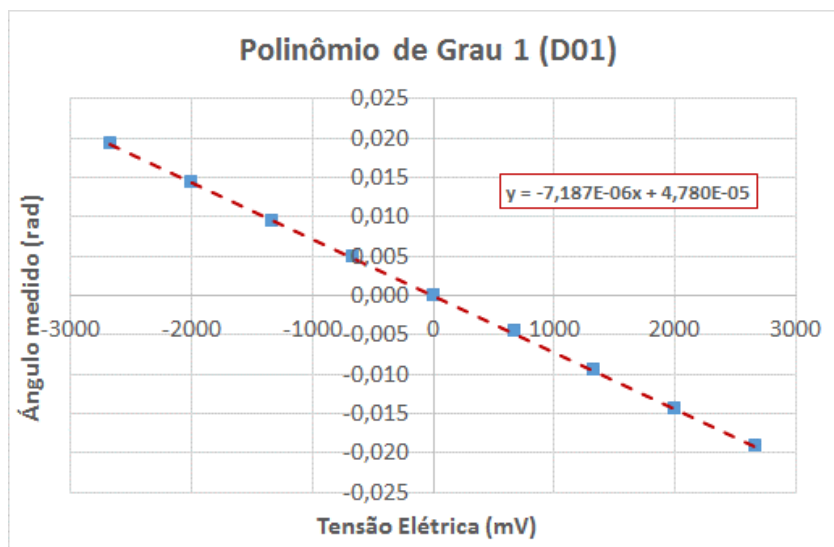


Figura 5.7 – Curva de ajuste e polinômio do eletrônível D01

A Figura 5.7 mostra a curva de ajuste de calibração para um dos nove eletrôníveis (Eletrônível D01) que compõem a Série #3 de calibração. Os demais gráficos associados ao melhor polinômio de ajuste dos demais oito eletrôníveis da Série #3 de calibração foram igualmente incluídos, porém no Apêndice A para não sobrecarregar o texto deste capítulo de análise.

## 5.5.

### Cálculo da incerteza do ajuste – Série #4

Na sequência da análise estatística proposta, os dados dessas quatro séries de calibração são submetidos a um tratamento estatístico que permite calcular, para cada um dos eletrôníveis, (i) o erro sistemático associado a cada polinômio interpolador e (ii) a incerteza expandida associada à calibração de cada um dos 36 eletrôníveis.

#### 5.5.1.

##### Cálculo do melhor polinômio interpolador – Série #4

Utilizando os polinômios de grau 1, grau 2 e grau 3 para cada calibração dos nove eletrôníveis que integram a Série #4 de calibração, calcula-se o valor do ângulo corrigido (valor ajustado pelo seu respectivo polinômio interpolador), para cada sensor. Esse é o valor corrigido para incorporar a calibração ao valor indicado pelo eletrônível em pauta. As Tabelas 5.26 a 5.28 apresentam os valores calculados

dos ângulos ajustados pelos polinômios interpoladores para a Série #4 de calibração, para cada grau de polinômio interpolador, respectivamente.

Tabela 5.26 – Série #4 – Ângulos ajustados – polinômio de grau 1

Ângulos ajustados para cada polinômio interpolador								
Grau 1 (rad)								
Eletronível B02	Eletronível B03	Eletronível B05	Eletronível B06	Eletronível B07	Eletronível C01	Eletronível C04	Eletronível D03	Eletronível D05
0,0198799	0,0198897	0,0198343	0,0198745	0,0198418	0,0198582	0,0198749	0,0198426	0,0198779
0,0149266	0,0149359	0,0149658	0,0149421	0,0149653	0,0149544	0,0149249	0,0149332	0,0149260
0,0100085	0,0100024	0,0100267	0,0099875	0,0099895	0,0100052	0,0100112	0,0100310	0,0100185
0,0051185	0,0051094	0,0050946	0,0050848	0,0051130	0,0050787	0,0050831	0,0050999	0,0050961
0,0001652	0,0001826	0,0001979	0,0002042	0,0001939	0,0002202	0,0002202	0,0001905	0,0001886
-0,0046684	-0,0046969	-0,0046564	-0,0046467	-0,0046330	-0,0046761	-0,0046354	-0,0046320	-0,0046745
-0,0095442	-0,0095427	-0,0095602	-0,0095421	-0,0095592	-0,0095422	-0,0095708	-0,0095269	-0,0095376
-0,0144130	-0,0144357	-0,0144217	-0,0144152	-0,0144357	-0,0143931	-0,0144482	-0,0144436	-0,0144229
-0,0193170	-0,0192883	-0,0193255	-0,0193328	-0,0193194	-0,0193498	-0,0193038	-0,0193385	-0,0193157

Tabela 5.27 – Série #4 – Ângulos ajustados – polinômio de grau 2

Ângulos ajustados para cada polinômio interpolador								
Grau 2 (rad)								
Eletronível B02	Eletronível B03	Eletronível B05	Eletronível B06	Eletronível B07	Eletronível C01	Eletronível C04	Eletronível D03	Eletronível D05
0,0198916	0,0198861	0,0198622	0,0198955	0,0198723	0,0198830	0,0198942	0,0198841	0,0198913
0,0149298	0,0149346	0,0149724	0,0149478	0,0149735	0,0149601	0,0149293	0,0149438	0,0149294
0,0100057	0,0100027	0,0100179	0,0099822	0,0099816	0,0099972	0,0100052	0,0100195	0,0100149
0,0051122	0,0051107	0,0050768	0,0050728	0,0050954	0,0050627	0,0050708	0,0050751	0,0050883
0,0001575	0,0001845	0,0001773	0,0001899	0,0001730	0,0002018	0,0002060	0,0001612	0,0001793
-0,0046751	-0,0046952	-0,0046737	-0,0046591	-0,0046511	-0,0046913	-0,0046473	-0,0046570	-0,0046825
-0,0095477	-0,0095416	-0,0095678	-0,0095483	-0,0095681	-0,0095489	-0,0095761	-0,0095389	-0,0095415
-0,0144109	-0,0144358	-0,0144136	-0,0144110	-0,0144293	-0,0143859	-0,0144427	-0,0144337	-0,0144201
-0,0193070	-0,0192901	-0,0192954	-0,0193138	-0,0192913	-0,0193228	-0,0192834	-0,0192980	-0,0193032

Tabela 5.28 – Série #4 – Ângulos ajustados – polinômio de grau 3

Ângulos ajustados para cada polinômio interpolador								
Grau 3 (rad)								
Eletronível B02	Eletronível B03	Eletronível B05	Eletronível B06	Eletronível B07	Eletronível C01	Eletronível C04	Eletronível D03	Eletronível D05
0,0193714	0,0201455	0,0192778	0,0209282	0,0192318	0,0205126	0,0187955	0,0188718	0,0209437
0,0146943	0,0152950	0,0146780	0,0159073	0,0146374	0,0156042	0,0142362	0,0143247	0,0159071
0,0099303	0,0103242	0,0098967	0,0107093	0,0098346	0,0105066	0,0096030	0,0096813	0,0107608
0,0051155	0,0053024	0,0050477	0,0054660	0,0050547	0,0053389	0,0048862	0,0049444	0,0054970
0,0002000	0,0002000	0,0002000	0,0002000	0,0002000	0,0002000	0,0002000	0,0002000	0,0002000
-0,0045941	-0,0048532	-0,0045992	-0,0050290	-0,0045574	-0,0049729	-0,0044748	-0,0044517	-0,0050458
-0,0093880	-0,0098263	-0,0094010	-0,0102492	-0,0093666	-0,0100596	-0,0091848	-0,0091277	-0,0102370
-0,0140930	-0,0147569	-0,0140759	-0,0153379	-0,0140423	-0,0150288	-0,0137615	-0,0137411	-0,0153457
-0,0187093	-0,0195114	-0,0186657	-0,0203115	-0,0186006	-0,0199518	-0,0182045	-0,0182139	-0,0203034

Conhecidos os valores ajustados dos ângulos indicados por cada eletronível, obtido a partir de seus respectivos polinômios de ajuste, é possível calcular pela

Equação 2.52 a incerteza do ajuste. Os resultados desses cálculos encontram-se resumido nas Tabelas 5.29 a 5.31, a seguir apresentadas

Tabela 5.29 – Série #4 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 1

Incerteza do Ajuste								
Grau 1 (rad)								
Eltronível B02	Eltronível B03	Eltronível B05	Eltronível B06	Eltronível B07	Eltronível C01	Eltronível C04	Eltronível D03	Eltronível D05
1,4300E-04	1,4618E-04	1,4771E-04	1,6360E-04	1,5595E-04	1,6158E-04	1,5911E-04	1,5131E-04	1,4792E-04

Tabela 5.30 – Série #4 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 2

Incerteza do Ajuste								
Grau 2 (rad)								
Eltronível B02	Eltronível B03	Eltronível B05	Eltronível B06	Eltronível B07	Eltronível C01	Eltronível C04	Eltronível D03	Eltronível D05
1,5423E-04	1,5788E-04	1,5799E-04	1,7604E-04	1,6694E-04	1,7340E-04	1,7118E-04	1,6038E-04	1,5946E-04

Tabela 5.31 – Série #4 – Incerteza do ajuste – polinômio de grau 3

Incerteza do Ajuste								
Grau 3 (rad)								
Eltronível B02	Eltronível B03	Eltronível B05	Eltronível B06	Eltronível B07	Eltronível C01	Eltronível C04	Eltronível D03	Eltronível D05
4,0603E-04	3,4455E-04	4,5009E-04	1,0138E-03	5,0181E-04	6,7747E-04	8,6536E-04	8,2845E-04	1,0226E-03

A inspeção desses resultados permite identificar, dentre os diferentes graus de polinômios, aquele que oferece o menor valor de incerteza de ajuste associado à calibração de cada um dos nove eletrônicos avaliados na Série #4 de calibração. O polinômio que oferece o menor valor da incerteza do ajuste é aquele que mais bem modela a natureza física da calibração.

Feita a inspeção nas Tabelas 5.29 a 5.31, foi possível constatar que, para o caso da Série #4 de dados de calibração, coincidentemente, a menor incerteza do ajuste está associada ao polinômio de grau 1, resultados esses apresentados na tabela 5.32, a seguir.

Tabela 5.32 – Polinômio com a menor incerteza do ajuste na Série # 4

Incerteza do Ajuste								
Eltronível B02	Eltronível B03	Eltronível B05	Eltronível B06	Eltronível B07	Eltronível C01	Eltronível C04	Eltronível D03	Eltronível D05
0,00014300	0,00014618	0,00014771	0,00016360	0,00015595	0,00016158	0,00015911	0,00015131	0,00014792
Grau 1	Grau 1	Grau 1	Grau 1	Grau 1	Grau 1	Grau 1	Grau 1	Grau 1

A partir do grau de liberdade associado à calibração (determinado pela diferença entre o número de pontos experimentais e o número de coeficientes do polinômio de melhor ajuste (2 para o caso do polinômio de grau 1) é possível estimar, com um nível de confiança de 95%, determina-se o Fator de Abrangência

$k$  (ISO GUM 2008) a partir da distribuição t-Student, cujo resultado, para cada eletrônível calibrado.

Como o grau 1 se mostrou o mais adequado para todas as nove calibrações, por sua vez realizadas com o mesmo número de pontos experimentais, o Fator de Abrangência  $k$  apresenta o mesmo valor (2,84) para as nove calibrações da Série #4.

A Figura 5.8 mostra a curva de ajuste de calibração para um dos nove eletrôníveis (Eletrônível C01) que compõem a Série #4 de calibração. Os demais gráficos associados ao melhor polinômio de ajuste dos demais oito eletrôníveis da Série #4 de calibração foram igualmente incluídos, porém no Apêndice A para não sobrecarregar o texto deste capítulo de análise.

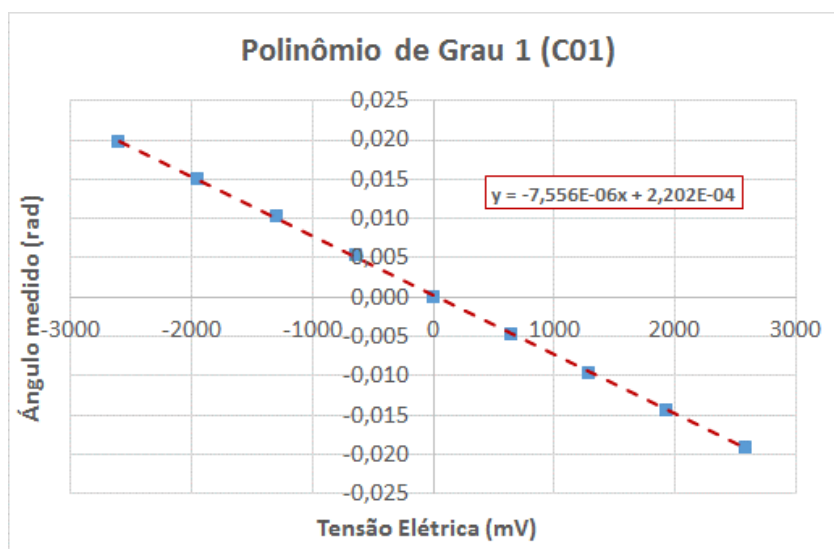


Figura 5.8 – Curva de ajuste e polinômio do eletrônível C01

## 5.6. Cálculo da incerteza associada aos 36 calibrações

Conhecido o Fator de Abrangência  $k$  associado às respectivas curvas de calibração de cada um dos 36 eletrôníveis, calculam-se os componentes da incerteza Expandida  $U_E$ , de acordo com os seguintes passos:

- (i) Cálculo do componente da incerteza  $U_{inst}$ . Pelo fato de todos os eletrôníveis serem do mesmo tipo e modelo, possuem a mesma resolução, assim permitindo concluir que possuem o mesmo valor de incerteza associada à resolução do instrumento de medição. A Tabela 5.33 resume esses valores, que se aplicam à calibração de cada um dos 36 eletrôníveis.

Tabela 5.33 – Incerteza associada à resolução de cada eletrônível

Incerteza associada à resolução de cada um dos 36 eletrôníveis	
Item	rad
Resolução padrão (rad)	0,00005818
Divisor	3,4641
$U_{int}$	0,00001679

A incerteza do instrumento submetido ao processo de calibração é calculada pelo quociente entre o valor que caracteriza a sua resolução e o valor de  $2\sqrt{3}$ , parâmetro esse consagrado (ISO GUM 2008) para dispositivos digitais de medição, cujos resultados apresentam uma distribuição retangular de probabilidades.

- (ii) Cálculo do componente da Incerteza associada ao ajuste  $U_s$  (Equação 2.52). Os respectivos componentes da incerteza associada ao ajuste foram calculados e reportados nas Tabelas 5.10, 5.18, 5.25 e 5.32, para cada curva de calibração dos 36 eletrôníveis em pauta.
- (iii) Considera-se o valor da incerteza padrão  $U_p$ , como um valor comum para todos os cálculos, já que reflete a incerteza expandida do padrão de referência, utilizada para balizar a calibração das quatro séries de calibração.

Tabela 5.34 – Incerteza associada a eletrônível de referência (padrão)

Incerteza associada à resolução do eletrônível de referência (padrão)	
Item	rad
Resolução padrão (rad)	0,00000490
Divisor	3,4641
$U_p$	0,00000141

Na ausência de um certificado de calibração de um determinado instrumento, a sua incerteza pode ser avaliada pelo quociente entre a sua resolução e o valor de  $2\sqrt{3}$ , já que este é um dispositivo de medição digital, portanto representado por uma distribuição retangular de probabilidades.



- (iv) O componente da incerteza devido à repetibilidade  $U_p$ ; i.e.: réplicas de leituras distintas de um mesmo ponto de calibração, neste caso não é considerada, já que a análise se refere a uma única leitura registrada por Ramos (2009) realizada pelo eletrônível de referência.

### 5.6.1. Resultado da série #1

A Tabela 5.34 documenta os valores desses componentes de incerteza obtidos para cada eletrônível que integra a Série #1 de calibração. Documenta, também, a o componente da incerteza expandida associada às medições de calibração.

Tabela 5.35 – Incerteza expandida de medição – Série #1

INCERTEZA DE MEDIÇÃO (rad)								
Eletrônível	Inc. associada à resolução	Inc. associada ao padrão	Inc. associada ao ajuste	Inc. Combinada	Graus efetivos de liberdade	Fator de abrangência	Inc. Expandida	Nível de confiança (%)
Eletrônível A01	0,0000168	0,0000014	0,0000628	0,0000651	6,9	1,96	0,0001275	95,45%
Eletrônível A02	0,0000168	0,0000014	0,0000698	0,0000718	6,7	1,96	0,0001407	
Eletrônível A03	0,0000168	0,0000014	0,0000812	0,0000830	6,5	1,96	0,0001626	
Eletrônível A04	0,0000168	0,0000014	0,0000791	0,0000808	6,6	1,96	0,0001584	
Eletrônível A05	0,0000168	0,0000014	0,0000627	0,0000649	6,9	1,96	0,0001273	
Eletrônível A06	0,0000168	0,0000014	0,0000731	0,0000751	6,7	1,96	0,0001471	
Eletrônível A10	0,0000168	0,0000014	0,0000560	0,0000584	7,1	1,96	0,0001145	
Eletrônível A16	0,0000168	0,0000014	0,0000664	0,0000685	6,8	1,96	0,0001342	
Eletrônível A17	0,0000168	0,0000014	0,0000683	0,0000704	6,8	1,96	0,0001379	

Conforme pode ser observado pelos dados da tabela acima, que documenta resultados de calibração dos nove eletrôníveis que integram a Série #1 de calibração, esses dados exibem um excelente grau de concordância. A Figura 5.9 plota, para cada curva de calibração, a soma do erro sistemático e da incerteza expandida, usualmente denominado por erro total associado à calibração. Conforme ilustrado, no eixo horizontal é plotado o ângulo ajustado segundo o melhor polinômio interpolador e no eixo vertical o erro total associado ao processo de calibração. Esse erro total denota um critério de aceitação/rejeição do instrumento utilizado para realizar a medição (valores máximos ou mínimos aceitáveis, face aos fins e usos a que se destina o instrumento de medição). Nada mais que um critério para se avaliar a qualidade do resultado da calibração quanto ao seu uso (apto para uso, uso parcial ou restrito, reclassificação, aguardando manutenção ou ajuste e segregação). Recomenda-se que, na ausência de outra especificação (imposta por documento normativo, regulamento, etc.), este critério

seja utilizado como critério de aceitação da calibração<sup>2</sup>. Em outras palavras, a soma do módulo do resultado da medição com o módulo da incerteza associada deve ser inferior ou igual ao valor máximo admissível (VMA) para o equipamento.

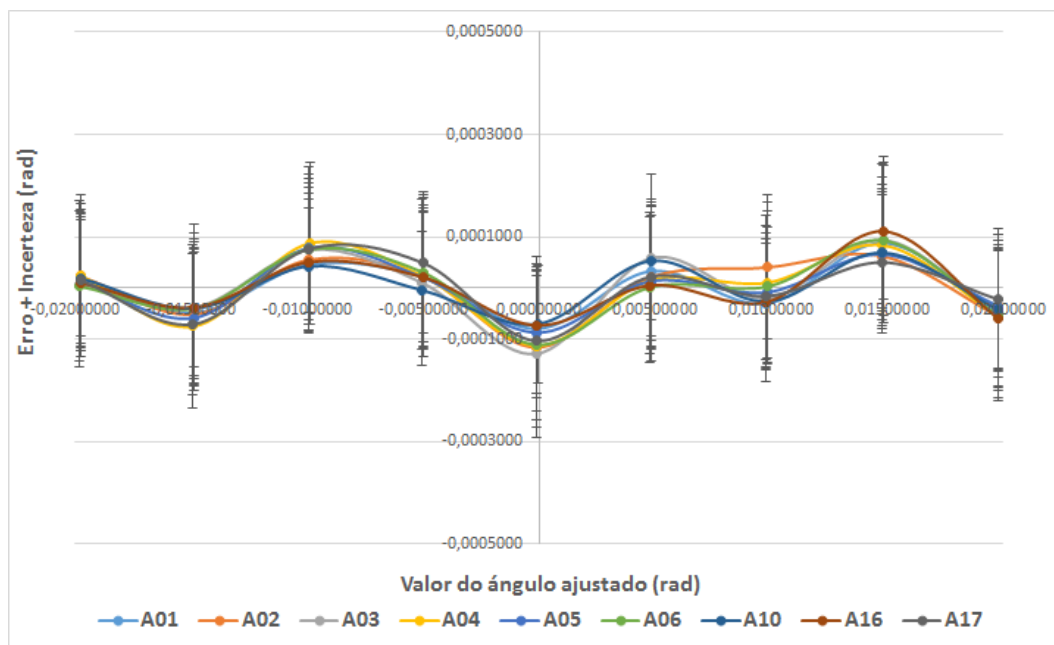


Figura 5.9 – Erro total associado à calibração sa série #1

O melhor polinômio interpolador para os nove eletrônives que integram a Série #1 de calibração foi o de grau 2. A análise dos resultados da calibração indicam que o fator de maior influência no cálculo da incerteza expandida emerge da incerteza associada ao ajuste.

Os resultados de calibração de cada sensor são reportados na cor escolhida para caracterizar cada sensor individualmente. Conforme indicado na Figura 5.9, pode se observar que o erro sistemático somado à incerteza expandida não ultrapassa o valor de 0,0003 rad., valor esse entendido como a tolerância máxima que deve ser admitida para caracterizar os limites de aplicabilidade deste tipo de instrumentos em aplicações críticas de engenharia civil.

<sup>2</sup> O conceito de “Valor Máximo Admissível, VMA” (soma do módulo do resultado da medição com o módulo da incerteza associada), comumente denominado por “erro total”, é discutido no site da Presys (Notas técnicas sobre calibração e automação de processos), disponível em: <http://www.presys.com.br/blog/category/calibracao-e-metrologia/>

### 5.6.2. Resultado da série #2

A Tabela 5.36 documenta os valores dos componentes de incerteza obtidos para cada eletrônível associados à Série #2 de calibração. Documenta, também, a incerteza de medição expandida para cada calibração que compõe esta série de dados de calibração.

Tabela 5.36 – Incerteza expandida de medição – Série #2

INCERTEZA DE MEDIÇÃO (rad)								
Eletrônível	Inc. associada à resolução	Inc. associada ao padrão	Inc. associada ao ajuste	Inc. Combinada	Graus efetivos de liberdade	Fator de abrangência	Inc. Expandida	Nível de confiança (%)
Eletrônível A07	0,0000168	0,0000014	0,0000842	0,0000858	6,5	1,96	0,0001683	95,45%
Eletrônível A08	0,0000168	0,0000014	0,0000893	0,0000908	6,4	1,96	0,0001781	
Eletrônível A09	0,0000168	0,0000014	0,0000738	0,0000757	6,6	1,96	0,0001484	
Eletrônível A11	0,0000168	0,0000014	0,0001099	0,0001112	6,3	1,96	0,0002180	
Eletrônível A12	0,0000168	0,0000014	0,0001339	0,0001350	6,2	1,96	0,0002646	
Eletrônível A13	0,0000168	0,0000014	0,0005427	0,0005429	6,0	1,96	0,0010642	
Eletrônível A14	0,0000168	0,0000014	0,0001149	0,0001161	6,3	1,96	0,0002275	
Eletrônível A15	0,0000168	0,0000014	0,0001154	0,0001167	6,3	1,96	0,0002287	
Eletrônível B01	0,0000168	0,0000014	0,0000993	0,0001008	6,4	1,96	0,0001975	

Conforme pode ser observado, os resultados experimentais de oito das nove medições associadas à calibração da Série #2 para cada eletrônível apresentam excelente concordância, exceto para o caso do sensor A13. Os resultados dessa rodada de experimentos foram agrupados e mostrados na Figura 5.10, cujo eixo horizontal denota o ângulo ajustado segundo o melhor polinômio interpolador e o eixo vertical a soma do erro sistemático e da incerteza expandida, respectivamente para cada dados de calibração.

Nesta Série #2 de dados de calibração, o melhor polinômio interpolador para os nove eletrôníveis foi de grau 2. Já os resultados obtidos, permitem observar que o fator de maior influência no cálculo da incerteza expandida emerge da incerteza associada ao ajuste.

Os resultados de calibração de cada sensor são reportados na cor que caracteriza cada sensor, conforme indicado na Figura 5.10. Para esse conjunto de dados, observa-se que o erro sistemático somado à incerteza expandida não ultrapassa o valor 0,0005 rad, então entendido como o valor limite que define a tolerância do processo. Nessa figura, destoa (na cor verde), o comportamento estranho do eletrônível A13, que apresenta um valor de erro total completamente

fora do padrão de comportamento dos demais eletrônives, e por isso deve ser descartado já que se encontra fora da tolerância definida.

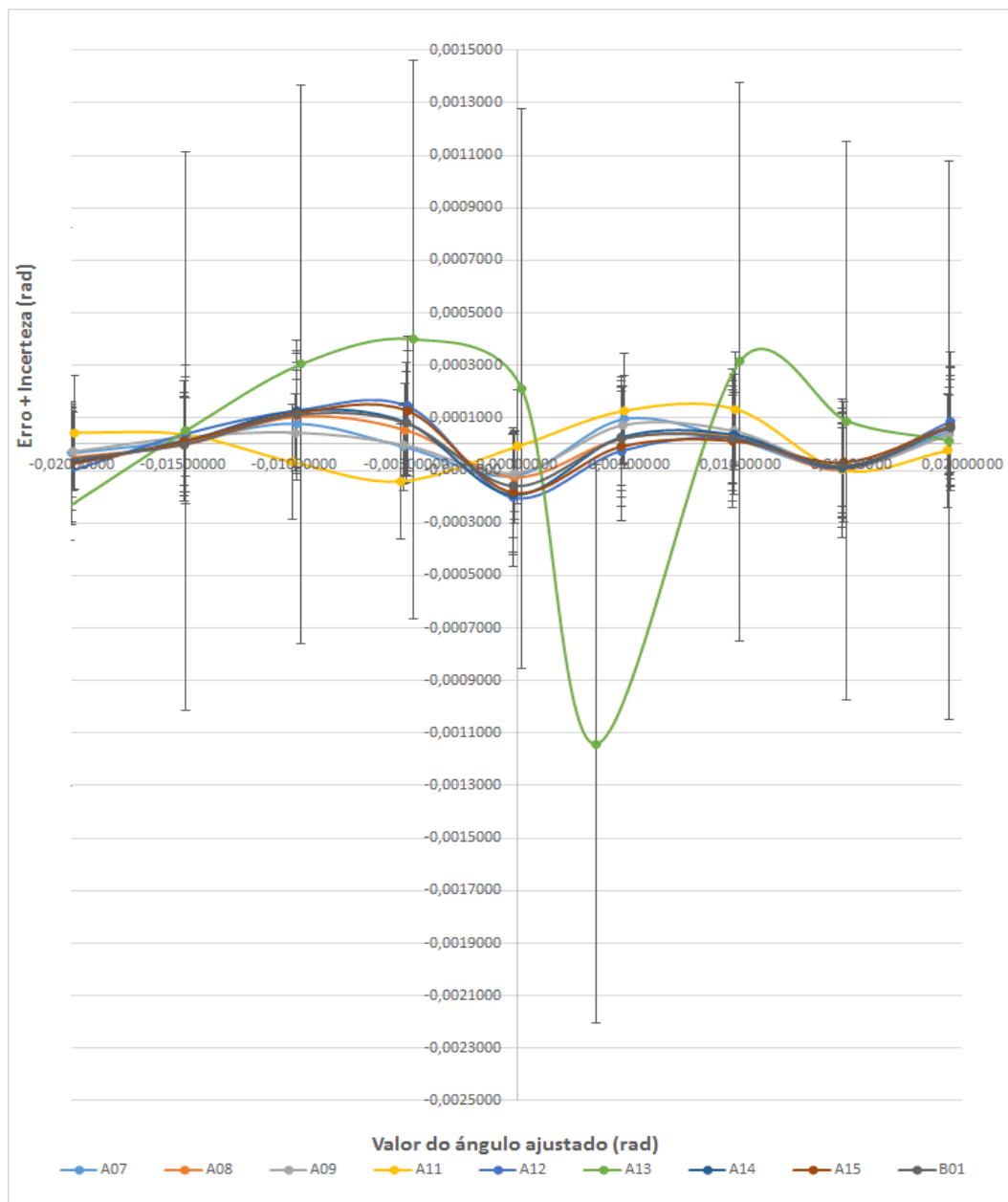


Figura 5.10 – Erro total associado à calibração da série #2

Dentre as possíveis explicações para o desvio de comportamento da resposta do eletrônível A13, poder-se-iam citar um erro sistemático atípico do instrumento; descuidos na operação do instrumento; possibilidade de valores atípicos (outliers) terem sido considerados durante o processo de medição; imprecisão do procedimento experimental, ou mesmo questões que afetam a integridade da capsula do sensor (oxidação do fluido eletrolítico, deterioração das hastes de contato com o fluido eletrolítico, micro rompimento da capsula. Por essa razão

considera-se prudente não emitir qualquer juízo de valor e simplesmente descartar o eletrônível, condenando-o para uso.

### 5.6.3. Resultado da série #3

A Tabela 5.37 documenta os valores dos componentes de incerteza obtidos para cada eletrônível na Série #3 de calibração. Mostra, também, a incerteza de medição expandida para cada calibração que integra esta série de calibração.

Tabela 5.37 – Incerteza expandida de medição – Série #3

INCERTEZA DE MEDIÇÃO (rad)								
Eletrônível	Inc. associada à resolução	Inc. associada ao padrão	Inc. associada ao ajuste	Inc. Combinada	Graus efetivos de liberdade	Fator de abrangência	Inc. Expandida	Nível de confiança (%)
Eletrônível B04	0,0000168	0,0000014	0,0001334	0,0001344	6,2	1,96	0,0002635	95,45%
Eletrônível C02	0,0000168	0,0000014	0,0001838	0,0001846	7,1	1,96	0,0003617	
Eletrônível C03	0,0000168	0,0000014	0,0000978	0,0000993	6,4	1,96	0,0001946	
Eletrônível C05	0,0000168	0,0000014	0,0001061	0,0001075	6,3	1,96	0,0002106	
Eletrônível C06	0,0000168	0,0000014	0,0001050	0,0001063	6,3	1,96	0,0002084	
Eletrônível D01	0,0000168	0,0000014	0,0001269	0,0001280	7,2	1,96	0,0002508	
Eletrônível D02	0,0000168	0,0000014	0,0001028	0,0001042	6,3	1,96	0,0002042	
Eletrônível D04	0,0000168	0,0000014	0,0001069	0,0001082	6,3	1,96	0,0002121	
Eletrônível D06	0,0000168	0,0000014	0,0001246	0,0001257	6,2	1,96	0,0002464	

Conforme pode ser observado, oito das nove medições de calibração da Série #3, para cada calibração dos eletrôníveis considerados, apresentam excelente concordância, exceto para o caso do sensor C02, cujos resultados dessa rodada foram agrupados e plotados na Figura 5.11.

Similarmente aos casos anteriores, o eixo horizontal plota o ângulo ajustado segundo o polinômio interpolador que oferece a menor incerteza de ajuste e o eixo vertical a soma do erro sistemático e da incerteza expandida, respetivamente para cada curva de calibração considerada.

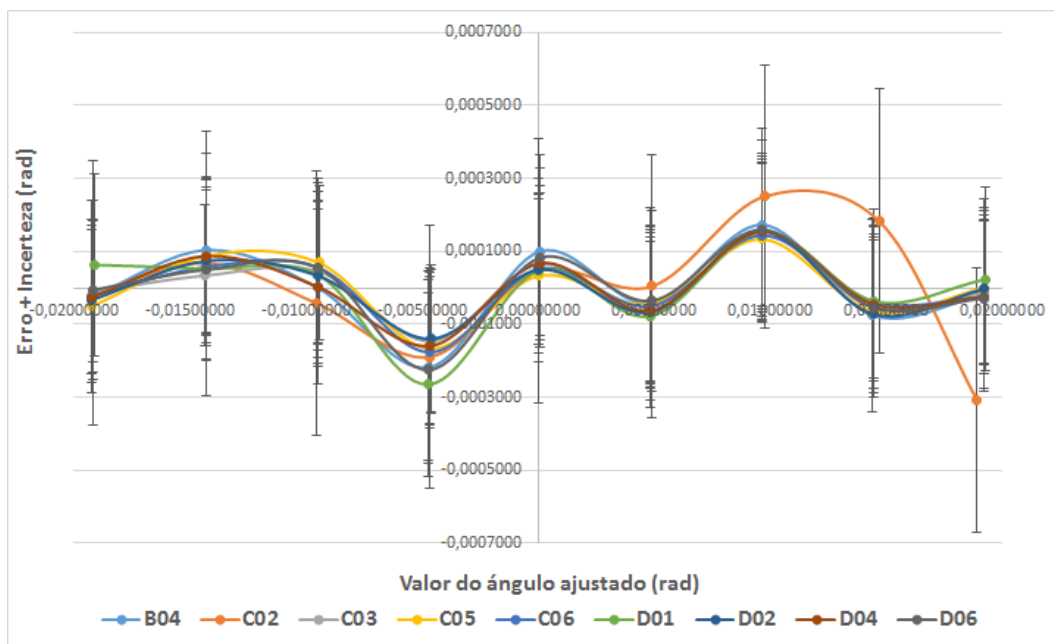


Figura 5.11 – Erro total associado à calibração da série #3

Nesta Série #3, o melhor polinômio interpolador recai para sete eletrônicos (B04, C03, C05, C06, D02, D04, D06), com melhor comportamento quando polinômios de grau 2 são considerados. Já os eletrônicos C02 e D01 apresentam melhor comportamento quando representados por um polinômio de grau 1. Para esses casos foi possível observar que o fator de maior influência no cálculo da incerteza expandida é a incerteza associada ao ajuste.

Os resultados de calibração de cada sensor são reportados na cor que caracteriza cada sensor. Conforme indicado na Figura 5.11, observa-se que o erro sistemático somado à incerteza expandida não ultrapassa o valor limite de 0,0005 rad, portanto entendido como o valor que caracteriza a tolerância máxima admissível para utilização desses eletrônicos. Neste lote de eletrônicos. Destoa o eletrônico C02, descartado para uso pelos motivos já expostos.

#### 5.6.4. Resultado da série #4

A Tabela 5.38 documenta os valores dos componentes de incerteza associados à calibração dos nove eletrônicos que integram a Série #4 de calibração. Mostra, também, a incerteza de medição expandida para cada calibração que integra esta série de dados de calibração.

Tabela 5.38 – Incerteza expandida de medição – Série #4

INCERTEZA DE MEDIÇÃO (rad)								
Eletronível	Inc. associada à resolução	Inc. associada ao padrão	Inc. associada ao ajuste	Inc. Combinada	Graus efetivos de liberdade	Fator de abrangência	Inc. Expandida	Nível de confiança (%)
Eletronível B02	0,0000168	0,0000014	0,0001430	0,0001440	7,2	1,96	0,0002822	95,45%
Eletronível B03	0,0000168	0,0000014	0,0001462	0,0001471	7,2	1,96	0,0002884	
Eletronível B05	0,0000168	0,0000014	0,0001477	0,0001487	7,2	1,96	0,0002914	
Eletronível B06	0,0000168	0,0000014	0,0001636	0,0001645	7,1	1,96	0,0003224	
Eletronível B07	0,0000168	0,0000014	0,0001560	0,0001569	7,2	1,96	0,0003074	
Eletronível C01	0,0000168	0,0000014	0,0001616	0,0001625	7,2	1,96	0,0003184	
Eletronível C04	0,0000168	0,0000014	0,0001591	0,0001600	7,2	1,96	0,0003136	
Eletronível D03	0,0000168	0,0000014	0,0001513	0,0001523	7,2	1,96	0,0002984	
Eletronível D05	0,0000168	0,0000014	0,0001479	0,0001489	7,2	1,96	0,0002918	

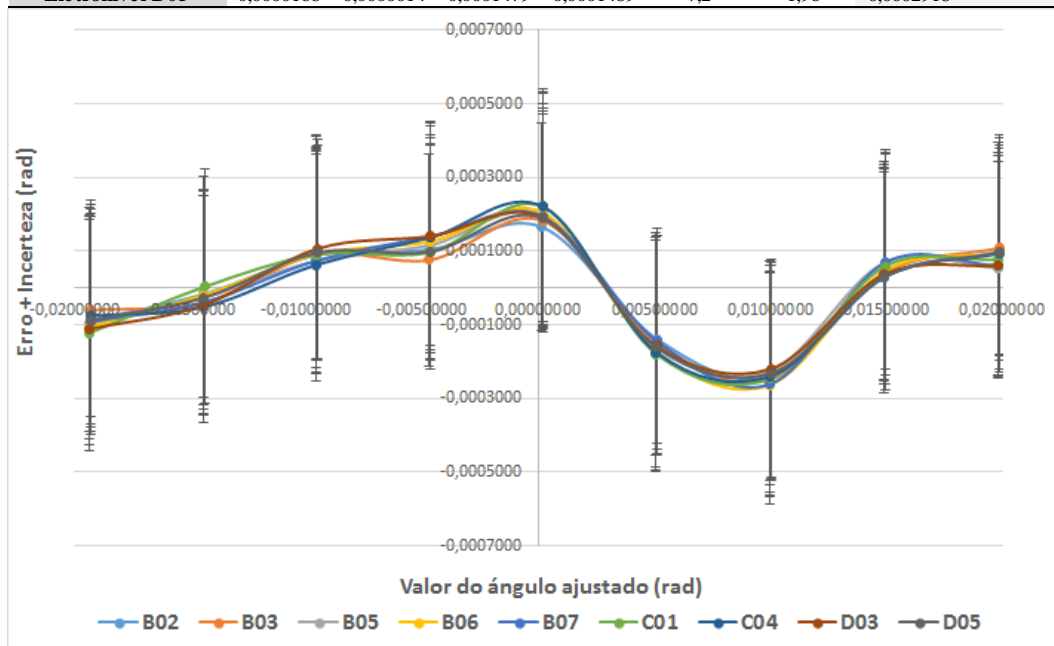


Figura 5.12 – Erro total associado à calibração da série #4

Conforme pode ser observado, as nove rodadas de medições de calibração que compõem esta Série #4 apresentam excelente concordância, conforme ilustrado na Figura 5.12. Similarmente, o eixo horizontal plota o ângulo ajustado segundo o melhor polinômio interpolador e o eixo vertical a soma do erro sistemático e da incerteza expandida, respectivamente para cada uma das nove curvas de calibração associadas aos nove eletrônives considerados nesta série.

O melhor polinômio interpolador para os nove eletrônives da quarta série foi de grau 1. Por meio dos resultados obtidos, pode-se observar que o fator de maior influência no cálculo da incerteza expandida é a incerteza associada ao ajuste.

Os resultados de calibração de cada sensor são reportados na cor que caracteriza cada sensor. Conforme indicado na Figura 5.12, pode se observar que o erro sistemático somado à incerteza expandida não ultrapassa o valor limite de

0,0006 rad, definindo a tolerância do processo para orientar a aplicação desses eletrônicos.



## **6. Conclusões e sugestões**

### **6.1. Conclusões**

Em conformidade aos objetivos originalmente formulados (Seção 1.1, Capítulo 1), conclui-se que estes foram plenamente alcançados.

No que concerne o primeiro dos dois objetivos centrais —i.e.: (i) avaliar a confiabilidade metrológica do processo de calibração de um conjunto de eletrônicos— o trabalho avaliou, para cada uma das quatro séries de calibração, cada integrando nove eletrônicos submetidos em conjunto à calibração contra um eletrôn timer calibrado de referência, o erro sistemático e à incerteza expandida, assim permitindo expressar o que se denomina erro total associado à calibração. No contexto de um intenso processo de cálculo, a análise estatística requereu a determinação de 108 polinômios de ajuste, que permitiram definir o grau do polinômio de ajuste que oferece a menor incerteza de ajuste. Já no que concerne o segundo objetivo principal —i.e.: propor um método de descarte de eletrônicos fundamentado na conformidade a limites admissíveis de tolerância para aplicações específicas que requerem a determinação de desvios angulares de sistemas críticos de engenharia civil— o trabalho foi capaz de propor um critério objetivo para se determinar, à luz da combinação de incertezas do Tipo A e do Tipo B, um valor limite de tolerância para descarte de eletrônicos cujo comportamento estatístico não se encontra adequado ao uso para aplicações específicas em engenharia civil.

O trabalho igualmente alcançou seus objetivos específicos, tendo em vista que igualmente atendeu às premissas básicas estabelecidas quando da proposição do trabalho. Mais especificamente, o trabalho:

- aderente aos conceitos internacionalmente consensados de metrologia (VIM, 2008); fundamentado na teoria consagrada para se expressar a incerteza de medição (ISO GUM 2008) e, em conformidade às melhores práticas relacionadas à sua avaliação (EA-4/02 2013), o trabalho propôs uma

alternativa baseada no polinômio (método dos mínimos quadrados) que oferece o menor valor da incerteza do ajuste para identificar o modelo que mais bem representa a natureza física da calibração dos eletrôníeis investigados, que se destinam à medição de desvios angulares de sistemas críticos de interesse da engenharia civil;

- avaliou a confiabilidade da calibração simultânea de um conjunto de 36 eletrôníeis, agrupados em quatro séries de nove instrumentos, pela sua comparação a um eletrônível de referência, cuja confiabilidade metrológica foi previamente assegurada por um processo de comparação rastreável à unidades do Sistema Internacional de Unidades em laboratório metrológico detentor de rastreabilidade para medições angulares.
- propôs um método para avaliar a confiabilidade metrológica de eletrôníeis e um critério de seu descarte quando estes deixam de atender a padrões aceitáveis de tolerância compatíveis com aplicações específicas de interesse da engenharia civil.

## 6.2.

### **Sugestões para desdobramentos futuros do trabalho**

Vislumbrando perspectivas de continuidade do trabalho, pelo menos duas sugestões são encaminhadas. No que concerne o padrão de referência, recomenda-se implementar um sistema metrológico eficaz capaz de permitir revisões da calibração do eletrônível de referência, utilizado como padrão, permitindo a sua calibração com o rigor metrológico, com rastreabilidade direta a padrões geométricos para determinação independente do ângulo de base a ser utilizado na sua calibração. No que concerne a replicabilidade das medições, recomenda-se sofisticar o sistema de aquisição de dados com o propósito de automatizá-lo, assim permitindo aumentar a amostragem (réplicas da mesma medição). Ao aumentar o número de réplicas do mesmo experimento consegue-se reduzir o componente do Tipo A da incerteza associada à medição, em consequência reduzindo o erro total da medição (definido pela soma do erro sistemático e da incerteza expandida).

## 7. Referências Bibliográficas

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. **Guia para expressão da incerteza de medição– ISO GUM**. Rio de Janeiro: INMETRO e ABNT, pp.120. 2003.

ANDRADE, B. C. S.; **Estudo das incertezas na medição de espessura por ultrassom em peças aeronáuticas**. Dissertação de Mestrado, CEFET / RJ de Janeiro, Brasil, 2012.

CARRASCO, E. V. M.; CARVALHO, E. P.; OLIVEIRA, A. L. C. **Determinação da incerteza de medição nos ensaios de compressão paralela às fibras**. Revista Árvore, vol. 32, no 1, 2008.

CABRAL, P., “**Erros e Incertezas de Medição**”. Apostila, 2004.

CNI. COMPI, “**Metrologia**”. 2. ed. rev. Apostila. Brasília, 2002.

COOKE, R. W. E PRICE, G. **Horizontal inclinometers for the measurement of vertical displacement in the soil around experimental foundations**. In: Field instrumentation in geotechnical engineering, pp. 112-125. 1974.

COUTO, P. R. G. **Estimativa da incerteza de medição na análise química**. Apostila. Cooperação técnica Alemanha– Brasil. Projeto Metrologia Nordeste II. Recife, 2002.

DUNNICLIFF, J. (1988) **Geotechnical Instrumentation for Monitoring Field Performance**. John Dunnclif with the assistance of Gordon E. Green, Wiley-Interscience Publ., 577 pp.

EA-4/02 **Evaluation of the uncertainty of measurement in calibration**, EA - European 2013.

EURACHEM/CITAC. **Quantifying Uncertainty in Analytical Measurement**. 2ª Edição 2000. Disponível em: < <http://www.citac.cc/QUAM2000-1.pdf> >.

EURACHEM/CITAC. **Guide Measurement uncertainty arising from sampling – A Guide to Methods and Approaches**. 1ª Edição, 2007. Disponível em: <[http://www.eurachem.org/guides/pdf/UfS\\_2007.pdf](http://www.eurachem.org/guides/pdf/UfS_2007.pdf)>.

FRANCO, N. M. B. **Cálculo Numérico**. São Paulo: Pearson Brasil, 2006.

FIDÉLIS, Gilberto C. **Apostila de Incerteza de Medição**. Centro de Educação, Consultoria e Treinamento, CECT. Disponível em: <<http://www.cect.com.br>>.

FIDELIS, Gilberto. C. **“Como Determinar a Incerteza de Medição”**, CECT, 2010. Disponível em <<http://www.cect.com.br>>.

FRIDMAN A. E. **The Quality of Measurements**, A Metrological Reference, Springer; Russia, 2012.

GUPTA, Dr. S. V. **Measurement uncertainties**, Physical Parameters and Calibration of Instruments; Springer, India, 2012.

INMETRO – **Vocabulário Internacional de Metrologia**: conceitos fundamentais e gerais e termos associados (VIM 2012).

MAURIS, G. **“Propagation of measurement uncertainty expressed by a possibility distribution with coverage-interval-based semantics”**. XVIII IMEKO WORLD CONGRESS. Metrology for a sustainable development. Rio de Janeiro, Brazil, 2006.

MONTGOMERY, D. C., RUNGER, G. C., **Applied Statistics and Probability for Engineers**, Wiley, 3rd Edition, ISBN 0471204544, Sep 2002

PENMAN, A.D.M. & ROCHA FILHO, P. **Instrumentation for CFRD Dams**. In: J. Barry Cooke Volume - Concrete Face Rockfill Dams, Beijing, 2000.

PEREIRA, M., **Incerteza da medição**. Apostila FCTUC, 2012

RAMOS, V. C. L. **Análise de estacas verticais carregadas horizontalmente no topo, instrumentadas com eletrônicos**. Dissertação de Mestrado, DEC / PUC-Rio de Janeiro, Brasil, 1988.

RAMOS, D. T. **Aplicação de eletrônicos para obtenção das deflexões e dos momentos fletores na face de concreto de barragens de enrocamento**. Dissertação de Mestrado, DEC / PUC-Rio de Janeiro, Brasil, 2009.

ROCHA FILHO, P. **Slab deflection of a concrete faced rockfill dam.** Dam Engineering - Journal of the British Dam Society, Vol. VI Issue 3, setembro, pp. 185-197. 1995.

ROCHA FILHO, P. & PRICE, G. **Curso de Instrumentação em Engenharia Geotécnica – Aplicação da Técnica de Eletrônicos.** Sociedade Portuguesa de GEOTECNIA, LNEC, LISBOA, PORTUGAL, 2000

TAYLOR, John R. **Introdução à análise de erros:** o estudo de incertezas em medições físicas. 2. Ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.

VIM 2008 - Vocabulário Internacional de Metrologia – **Conceitos Fundamentais e Gerais e Termos Associados.** 1ª Edição Brasileira do VIM, INMETRO, Rio de Janeiro, 2009.

VOGEL, A. I. **Análise Química Quantitativa,** Livro técnico e científico editora, S.A. 6ª edição, 2002.

VUOLO, J. H. **Fundamentos da teoria de erros.** Editora Edgard Blücher, 2ª edição, São Paulo, 1996. ISBN 8521200560.

WOOD, B. M. & DOUGLAS, R. J. **“Confidence-interval interpretation of a measurement pair for quantifying a comparison”.** Metrologia, 35, pp 187-196, Sèvres, 1998.

## 8. Apêndices

### Apêndice A – Curvas e polinômios com menor incerteza do ajuste

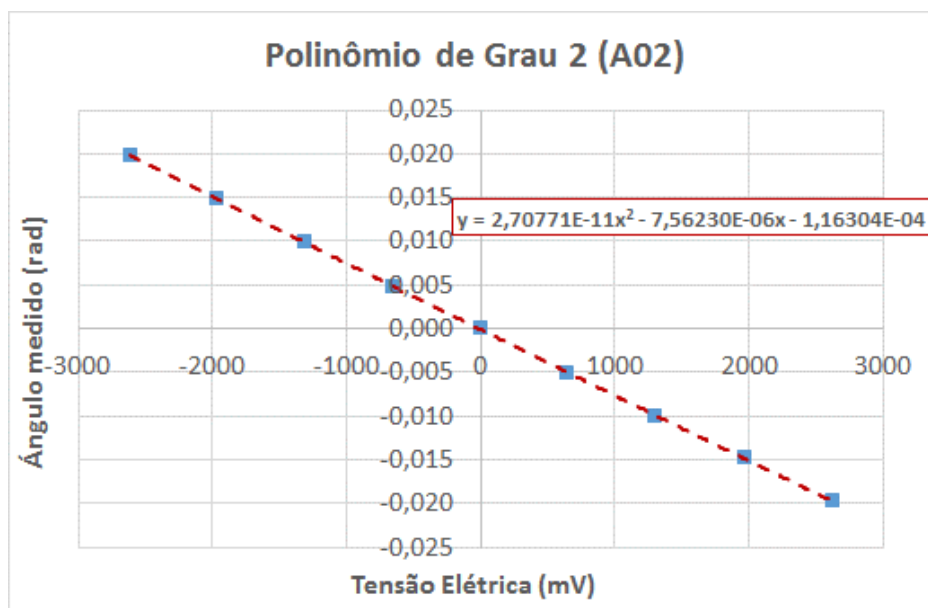


Figura AA.1 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível A02

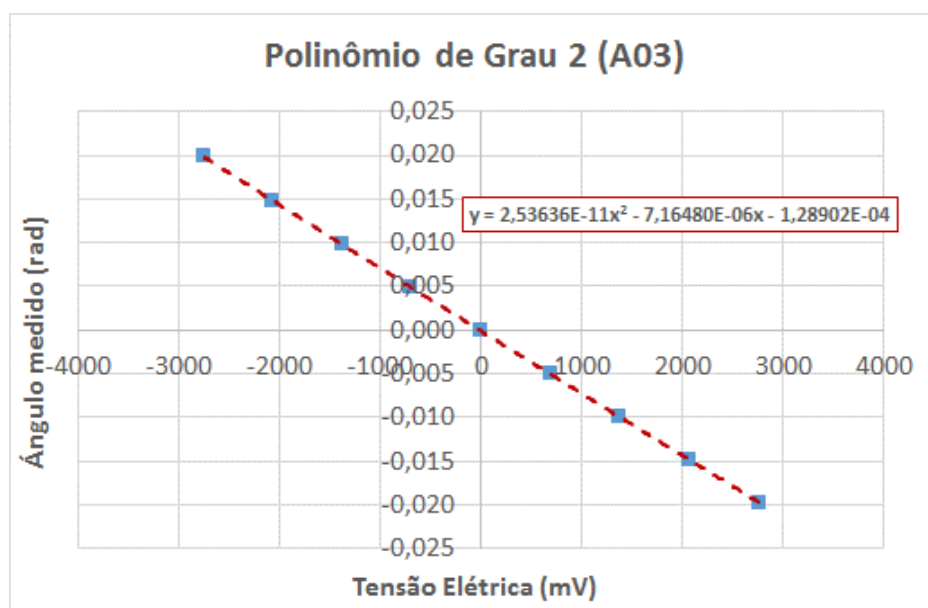


Figura AA.2 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível A03

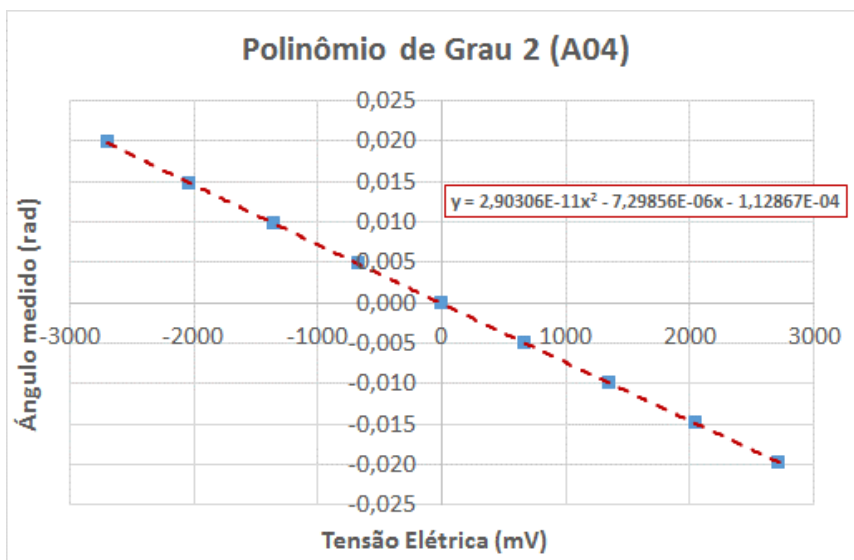


Figura AA.3 – Curva e polinômio interpolador do nível A04

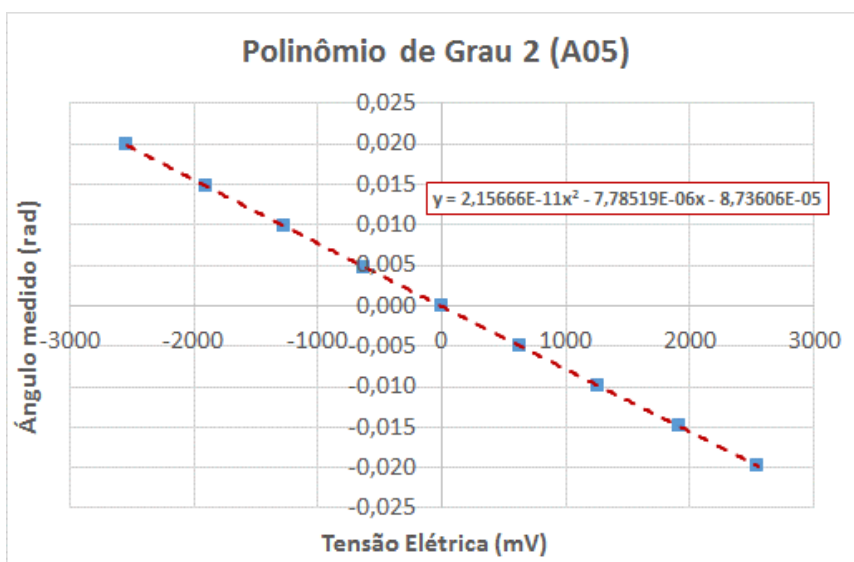


Figura AA.4 – Curva e polinômio interpolador do nível A05

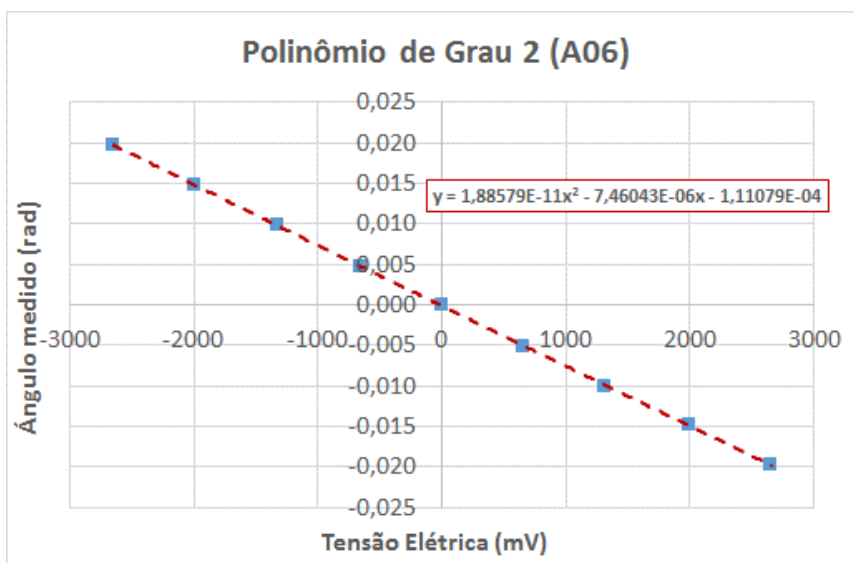


Figura AA.5 – Curva e polinômio interpolador do nível A06

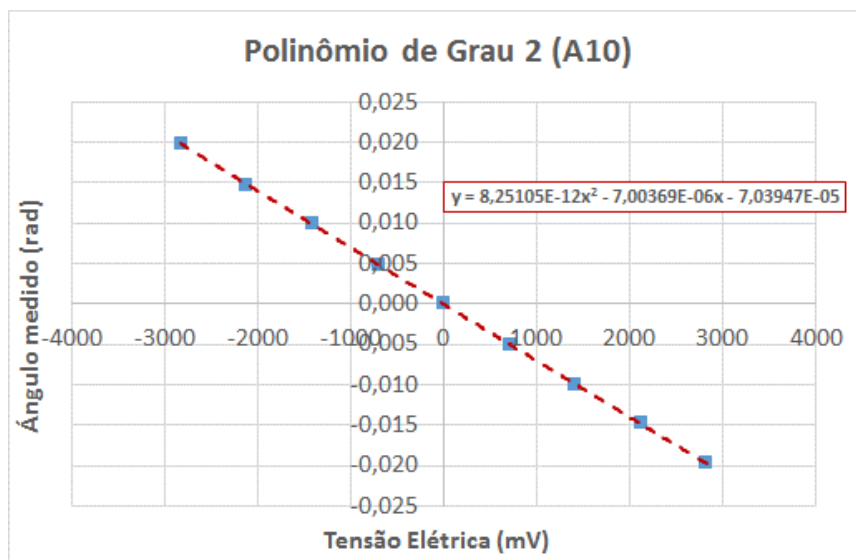


Figura AA.6 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível A10

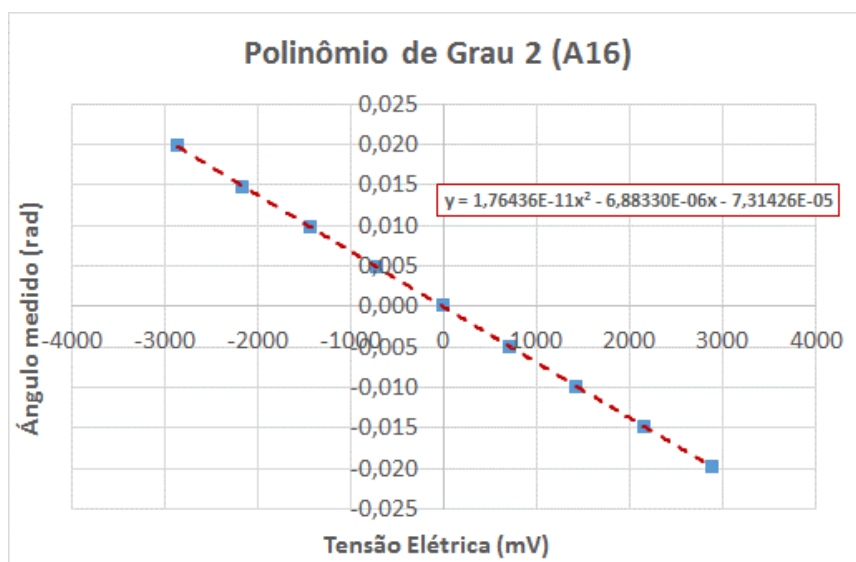


Figura AA.7 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível A16

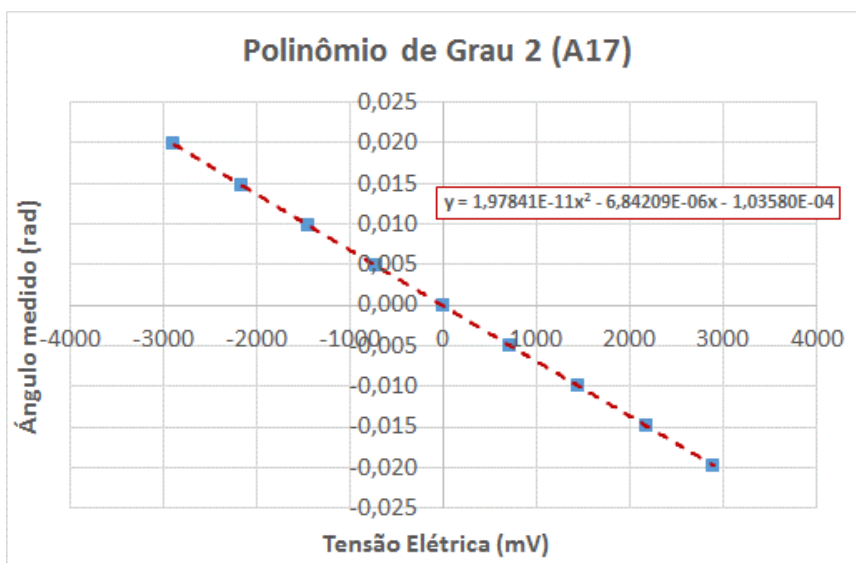


Figura AA.8 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível A17



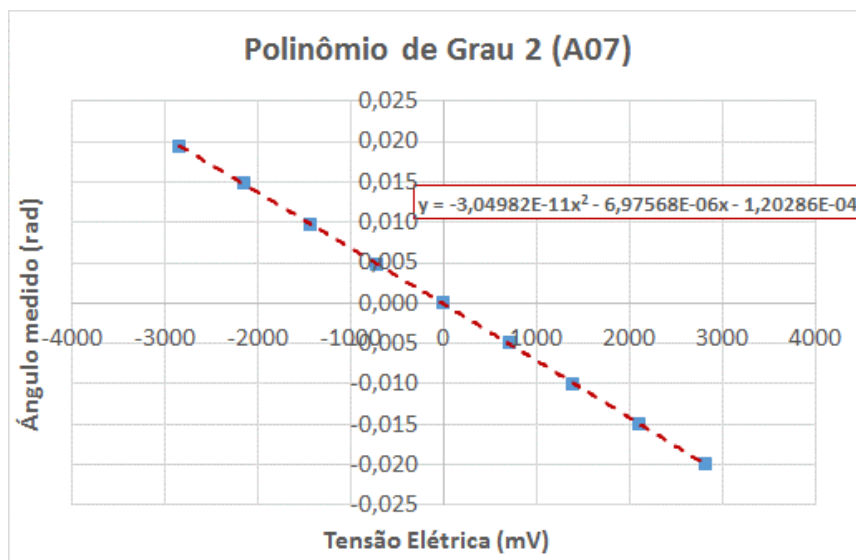


Figura AA.9 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível A07

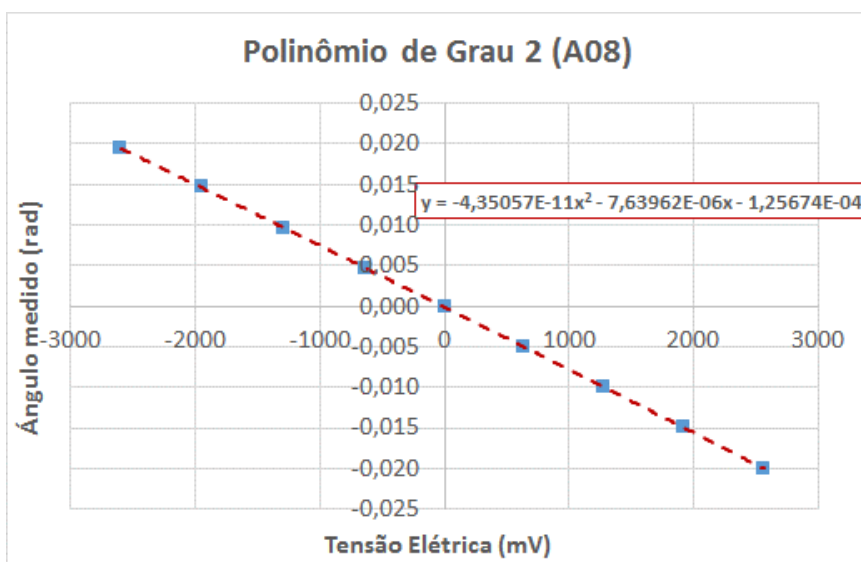


Figura AA.10 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível A08

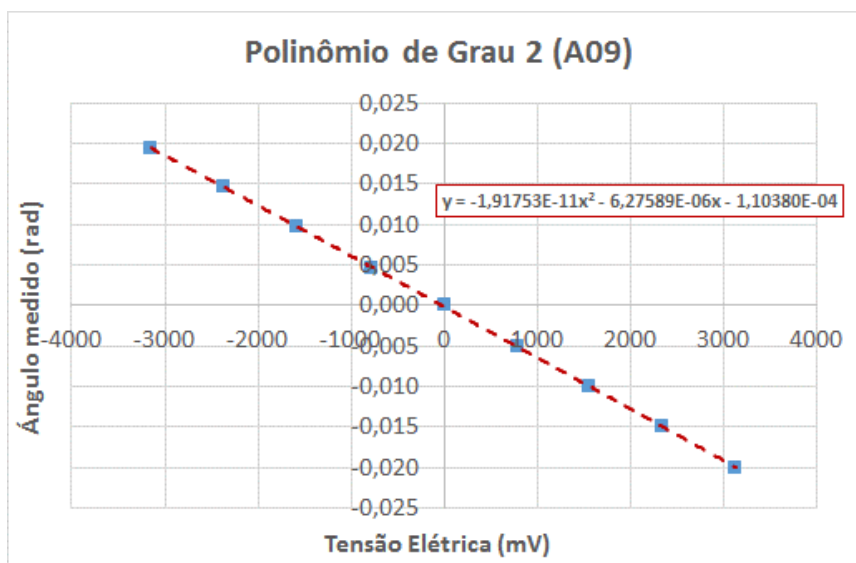


Figura AA.11 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível A09

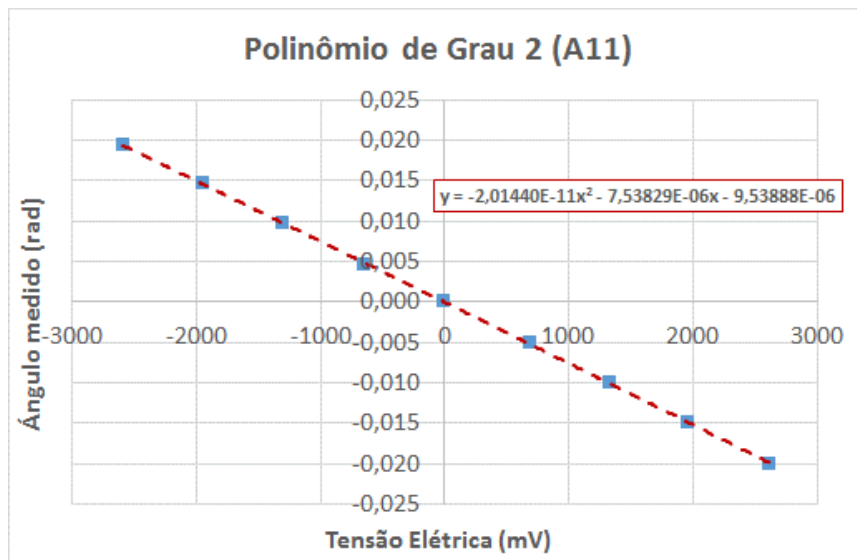


Figura AA.12 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível A11

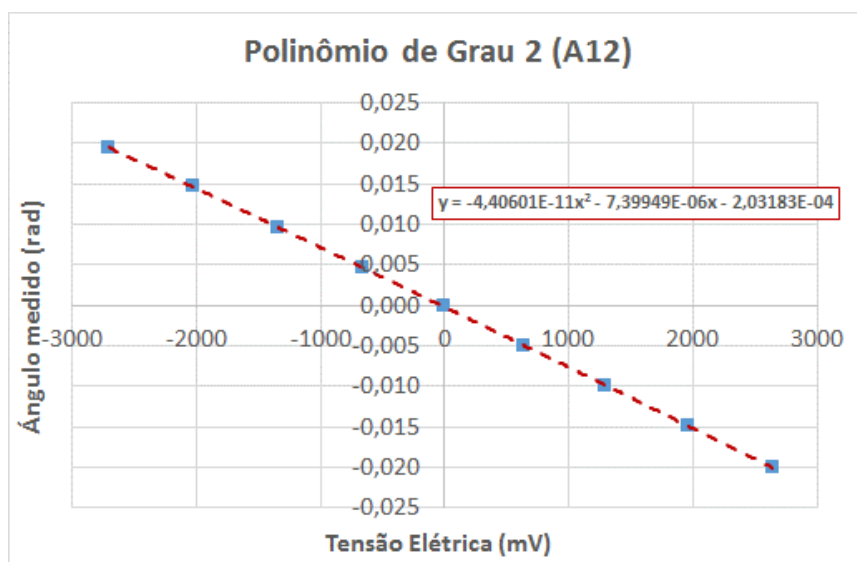


Figura AA.13 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível A12

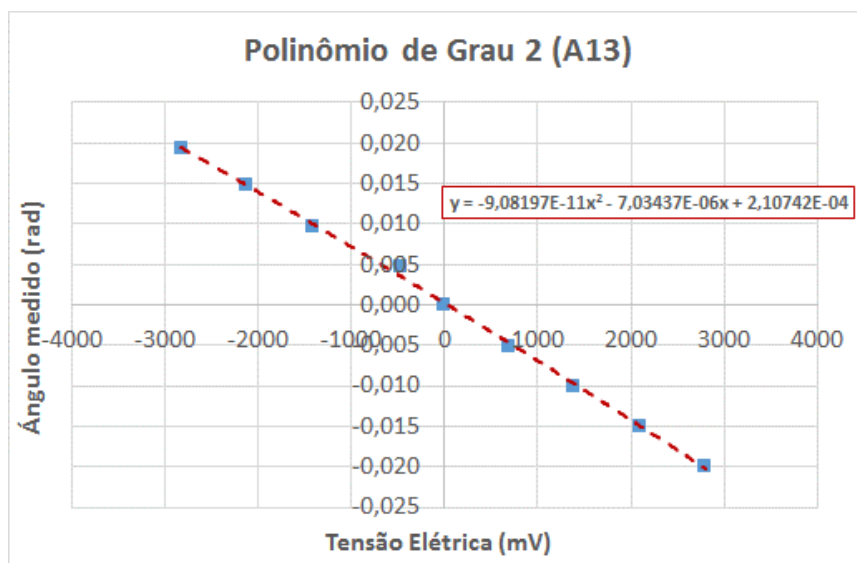


Figura AA.14 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível A13

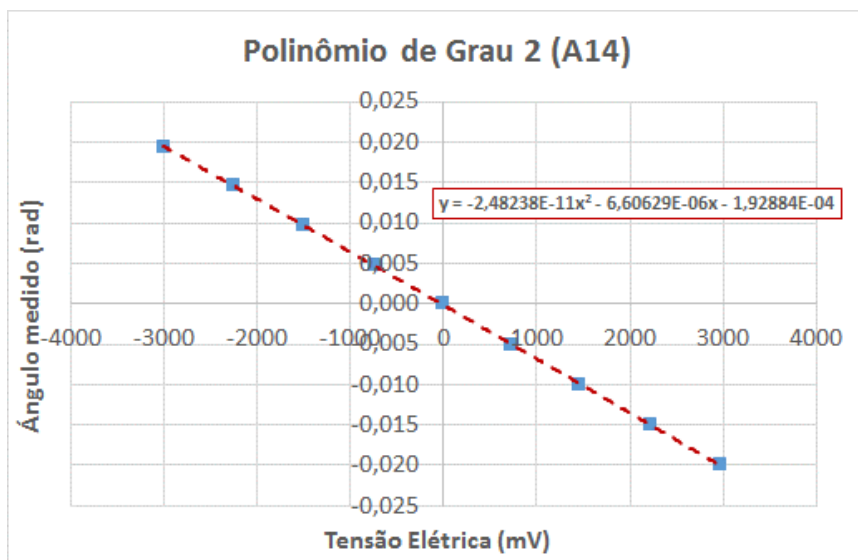


Figura AA.15 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível A14

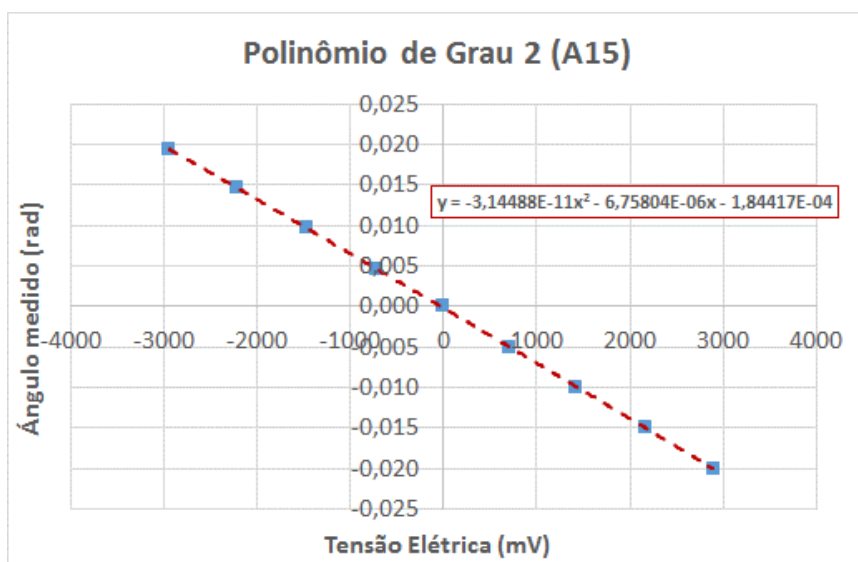


Figura AA.16 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível A15

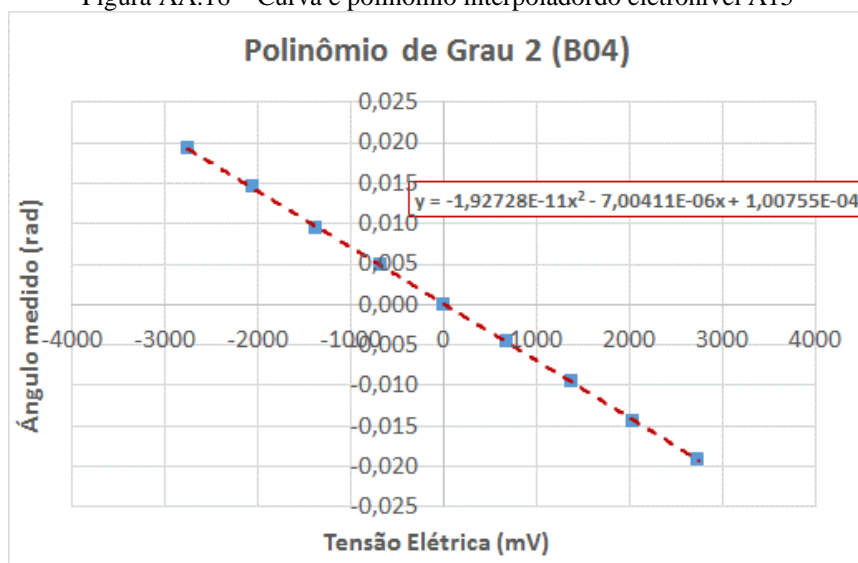


Figura AA.17 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível B04

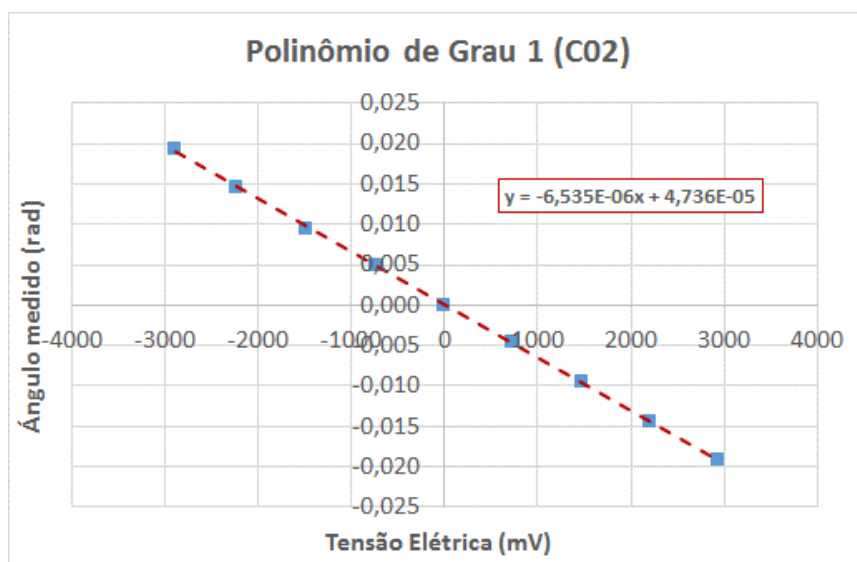


Figura AA.18 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível C02

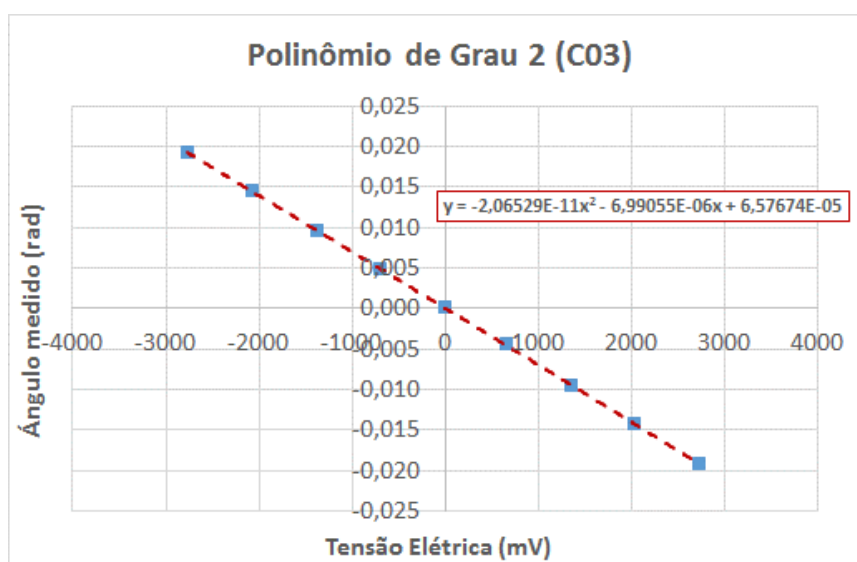


Figura AA.19 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível C03

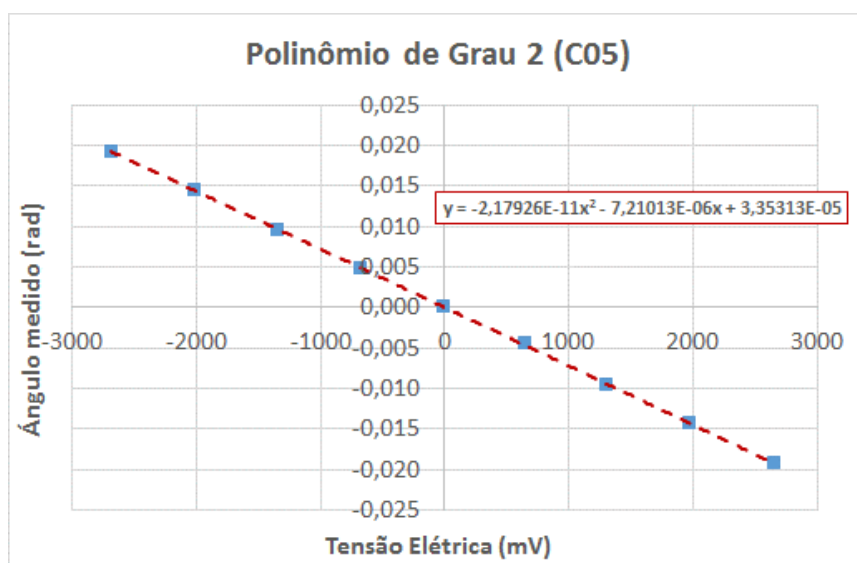


Figura AA.20 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível C05

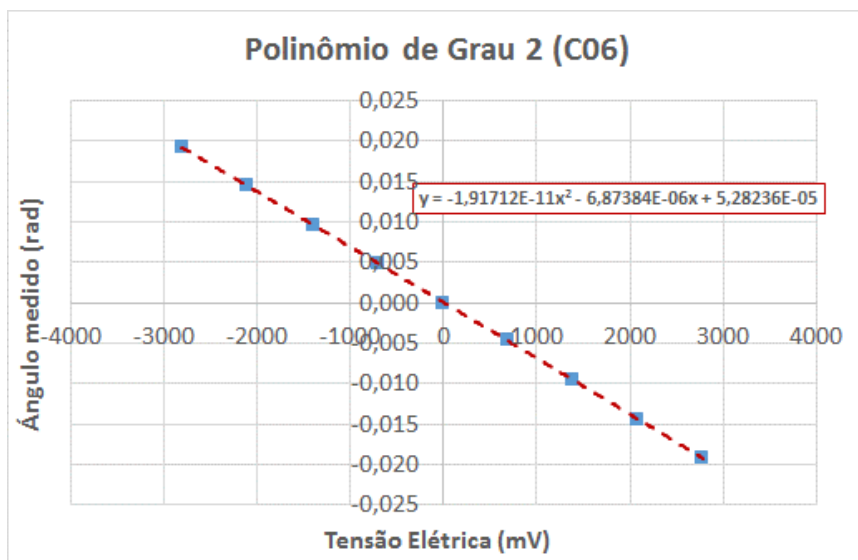


Figura AA.21 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível C06

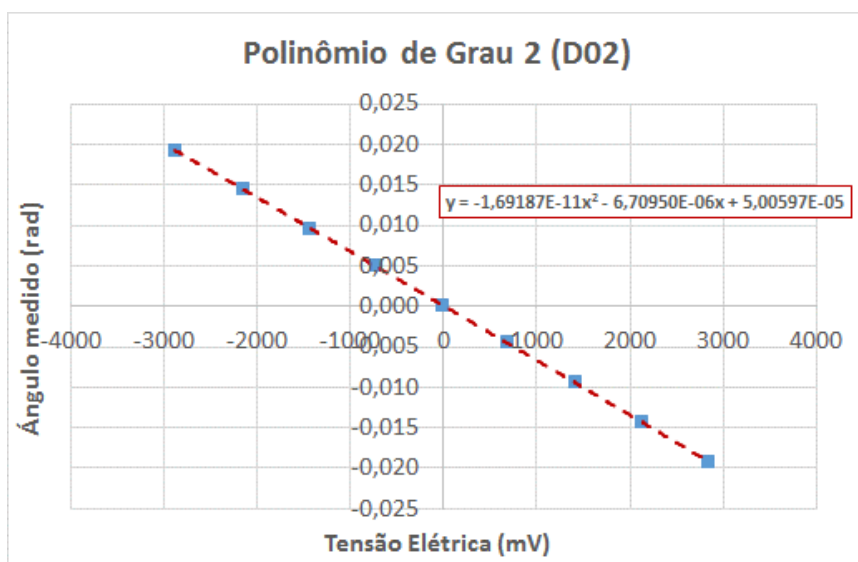


Figura AA.22 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível D02

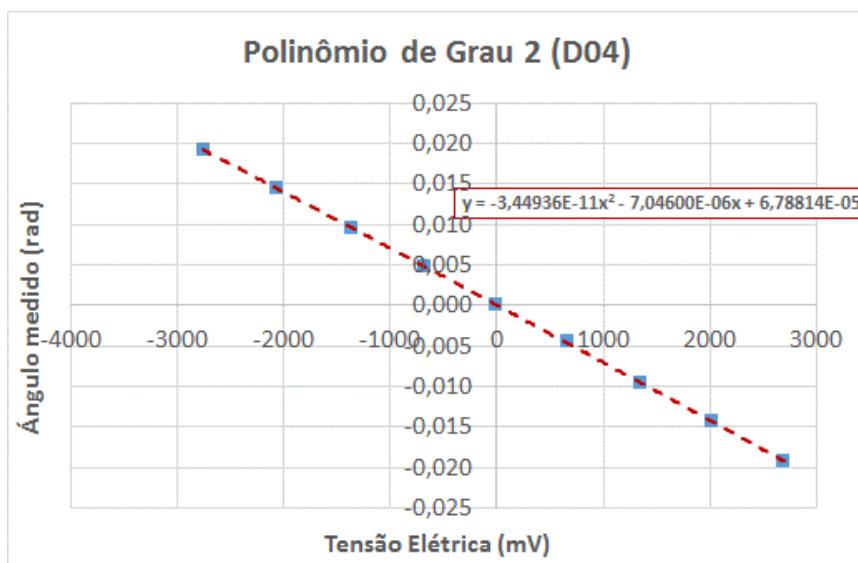


Figura AA.23 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível D04

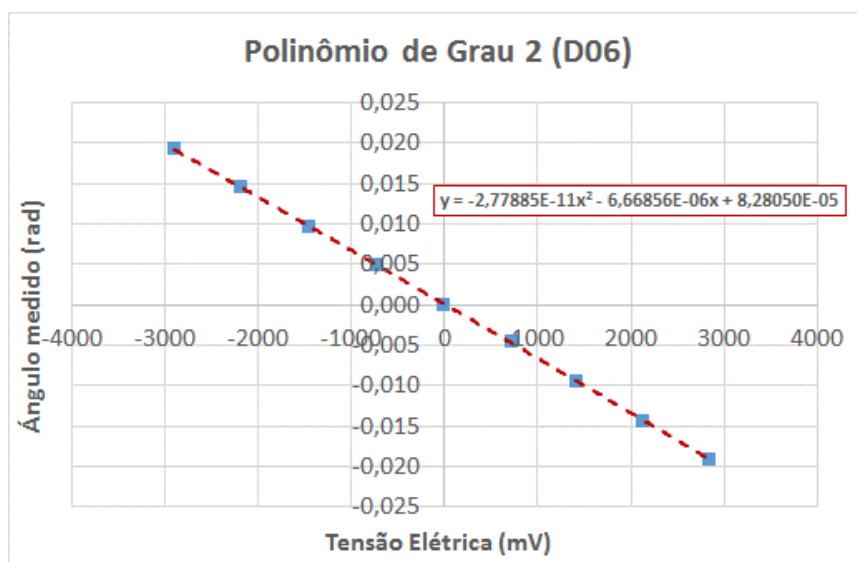


Figura AA.24 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível D06

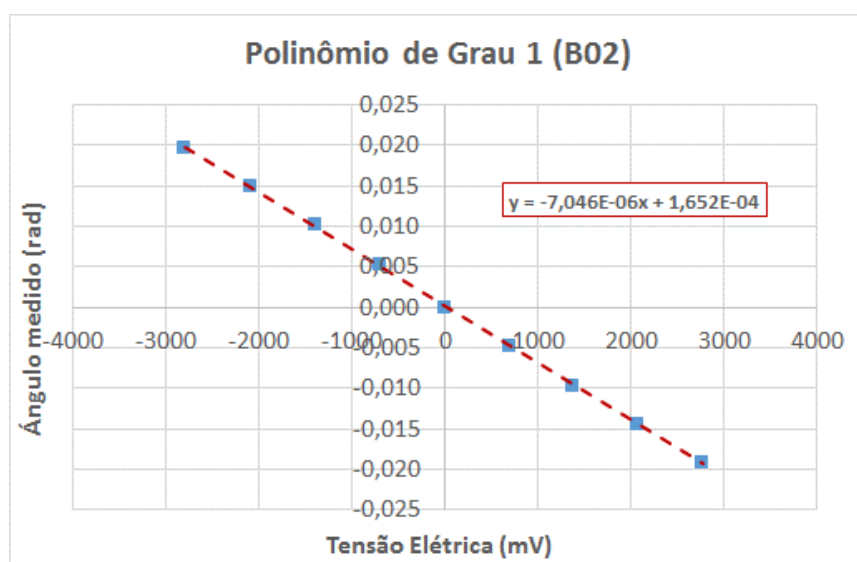


Figura AA.25 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível B02

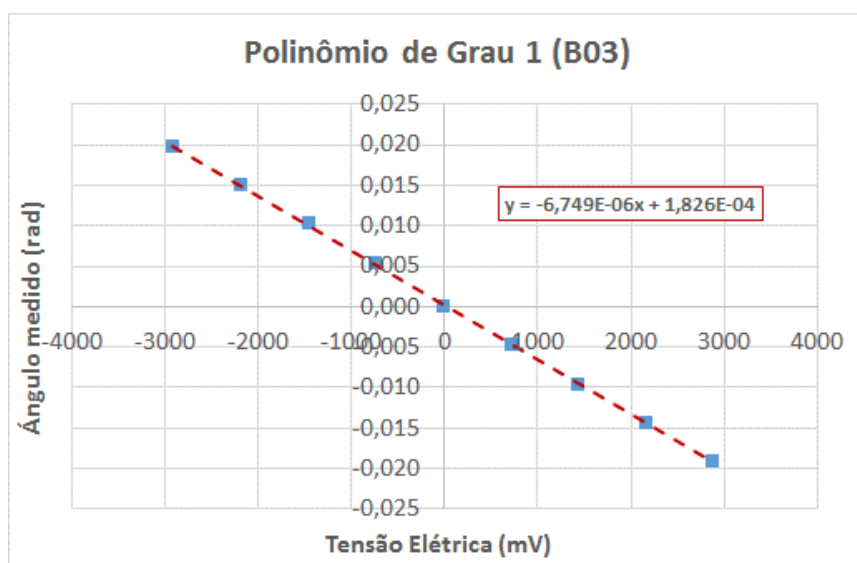


Figura AA.26 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível B03

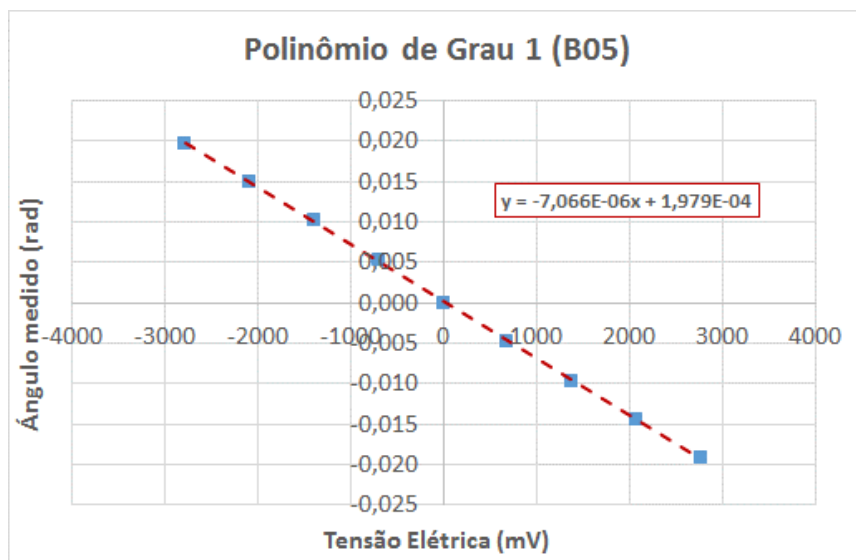


Figura AA.27 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível B05

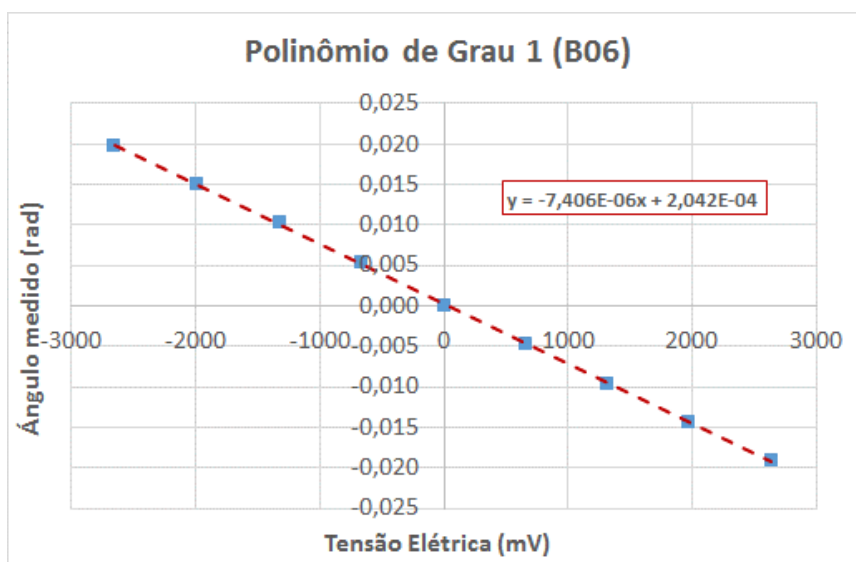


Figura AA.28 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível B06

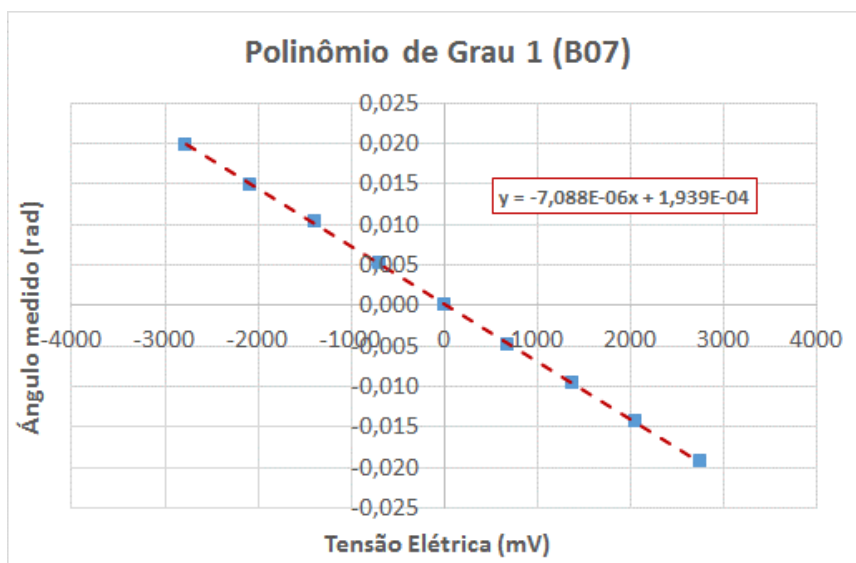


Figura AA.29 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível B07

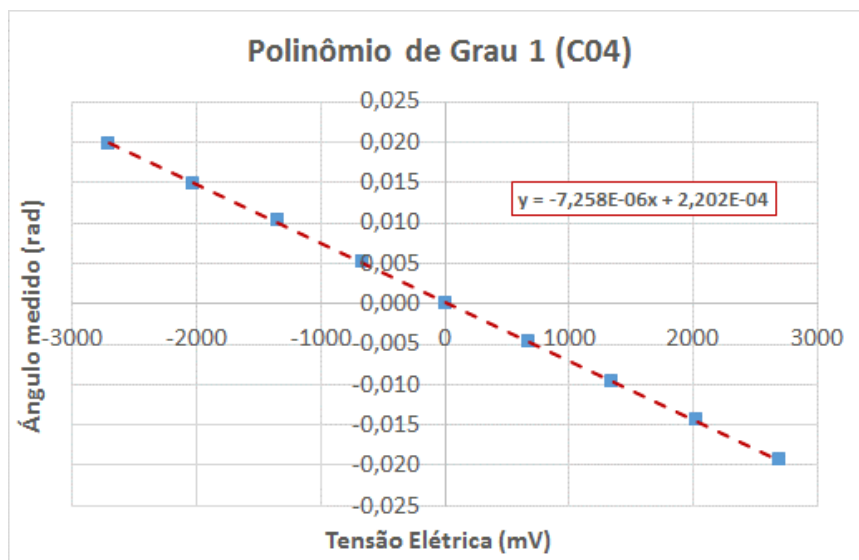


Figura AA.30 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível C04

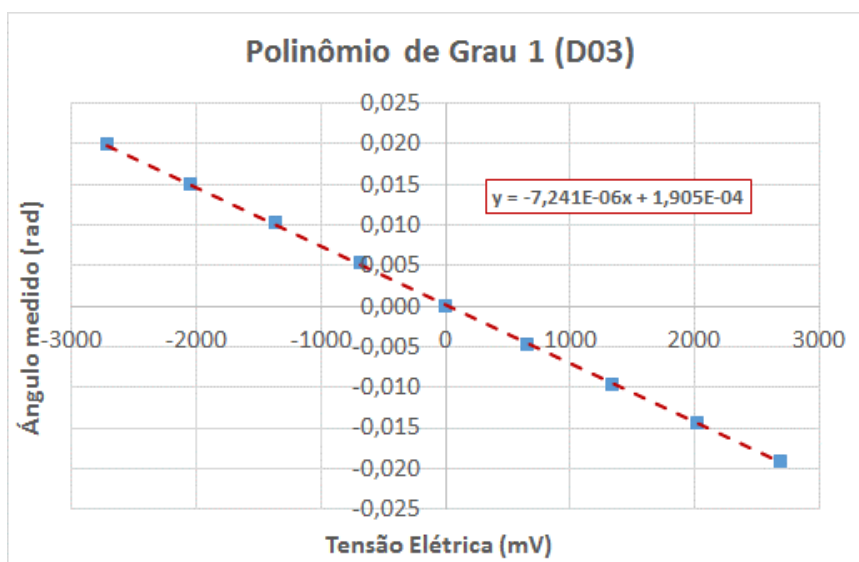


Figura AA.31 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível D03

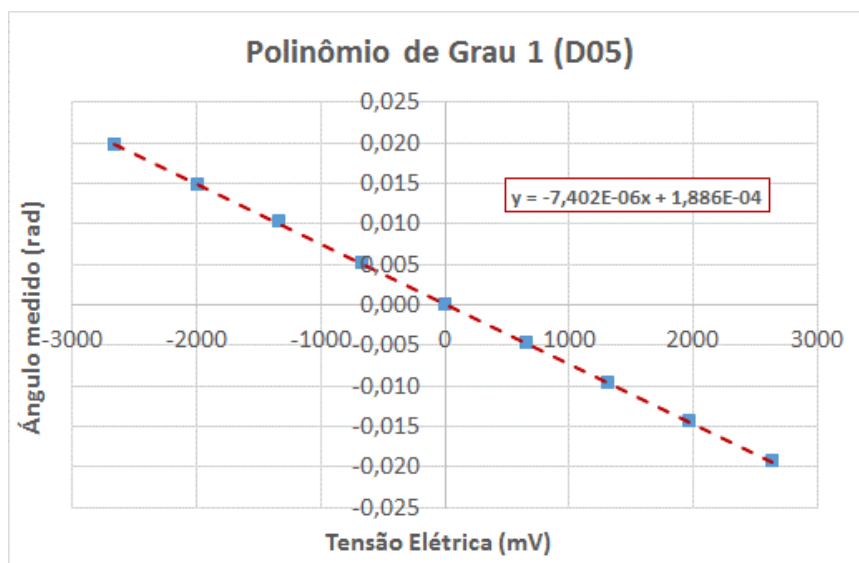


Figura AA.32 – Curva e polinômio interpoladordo eletrônível D05



## Apêndice B – Curvas dos resultados finais

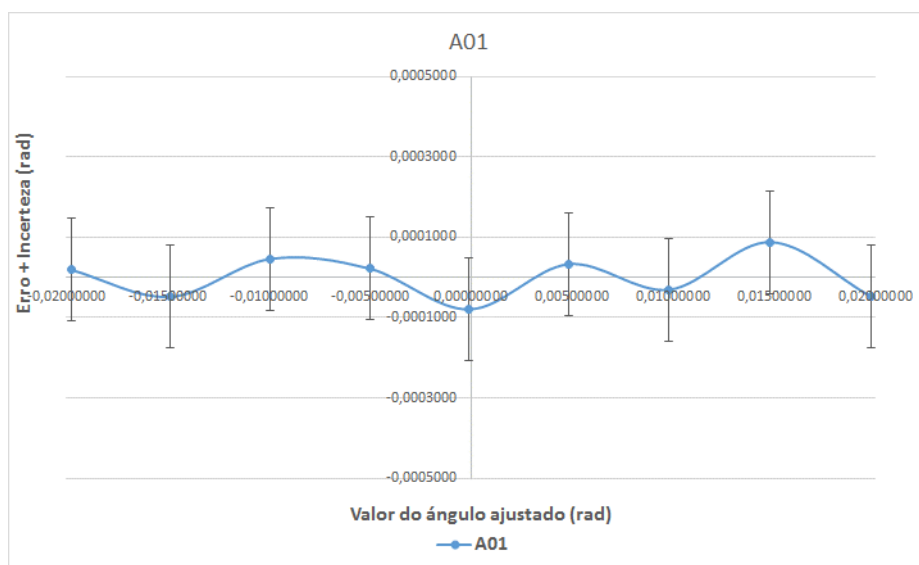


Figura AB.1 – Erro total associado à calibração do eletrônível A01

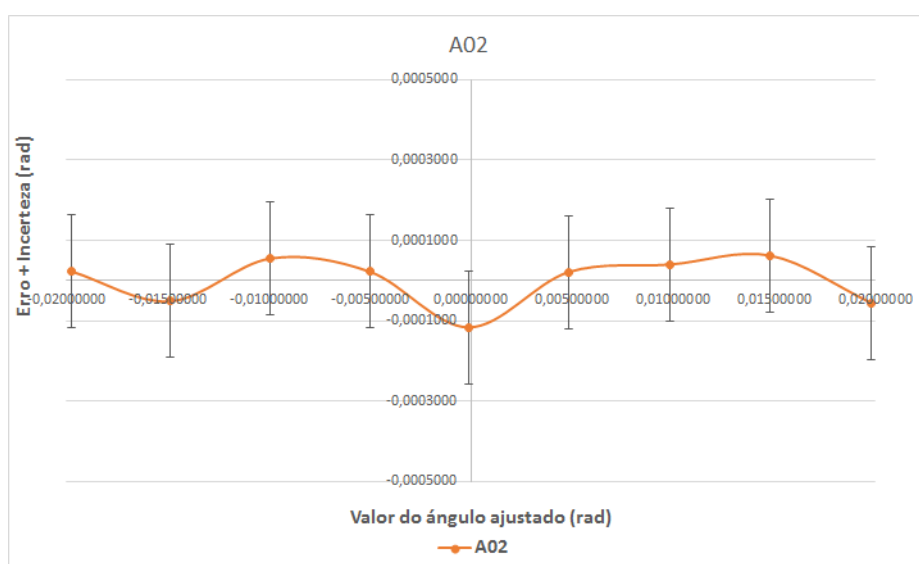


Figura AB.2 – Erro total associado à calibração do eletrônível A02

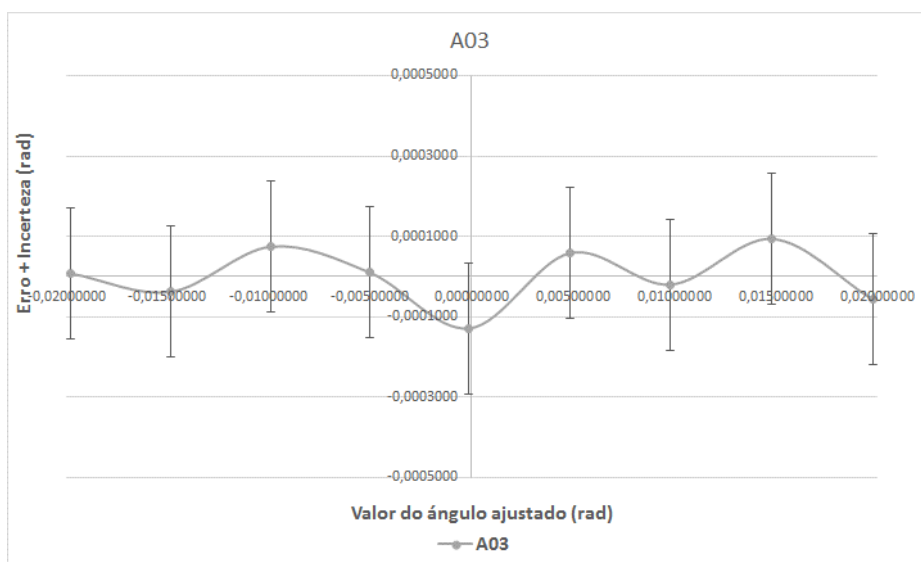


Figura AB.3 – Erro total associado à calibração do eletrômetro A03

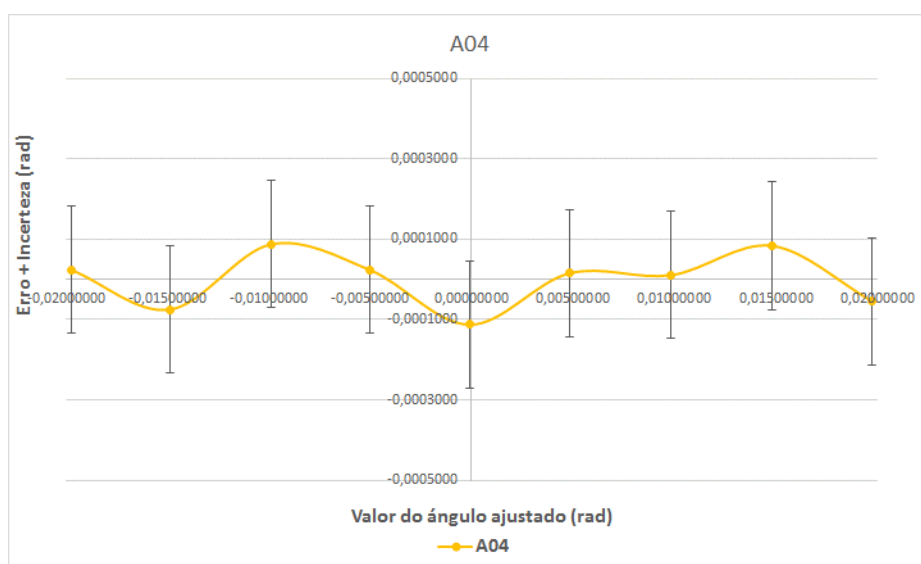


Figura AB.4 – Erro total associado à calibração do eletrômetro A04

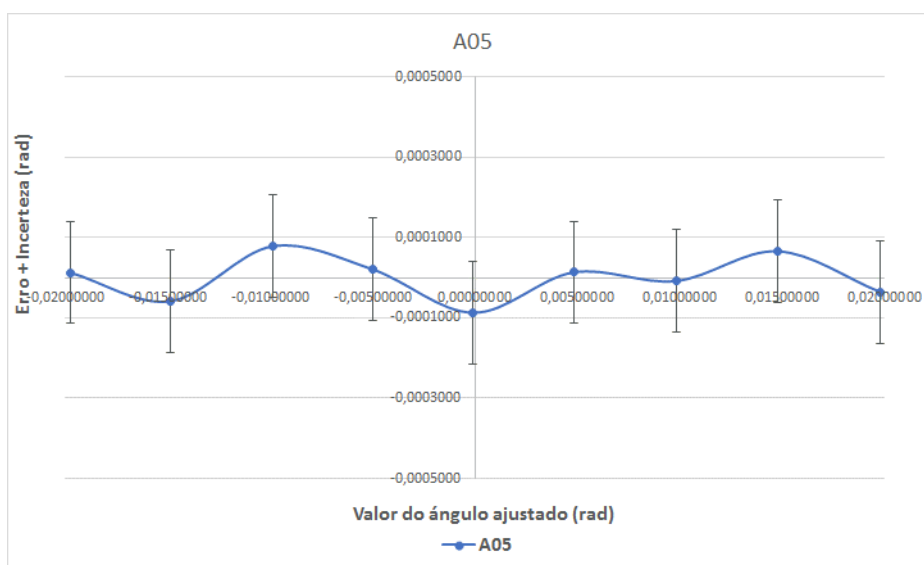


Figura AB.5 – Erro total associado à calibração do eletrômetro A05



Figura AB.6 – Erro total associado à calibração do eletrômetro A06

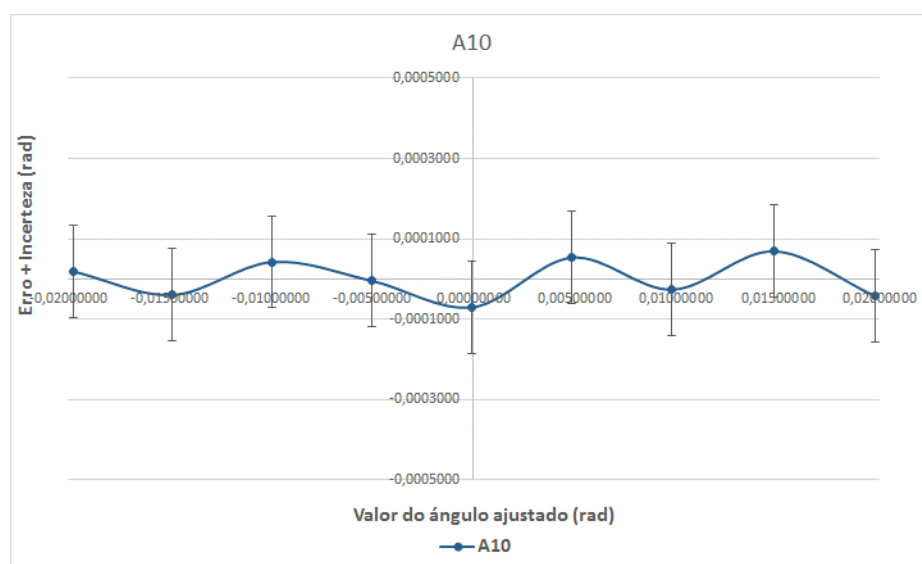


Figura AB.7 – Erro total associado à calibração do eletrômetro A10

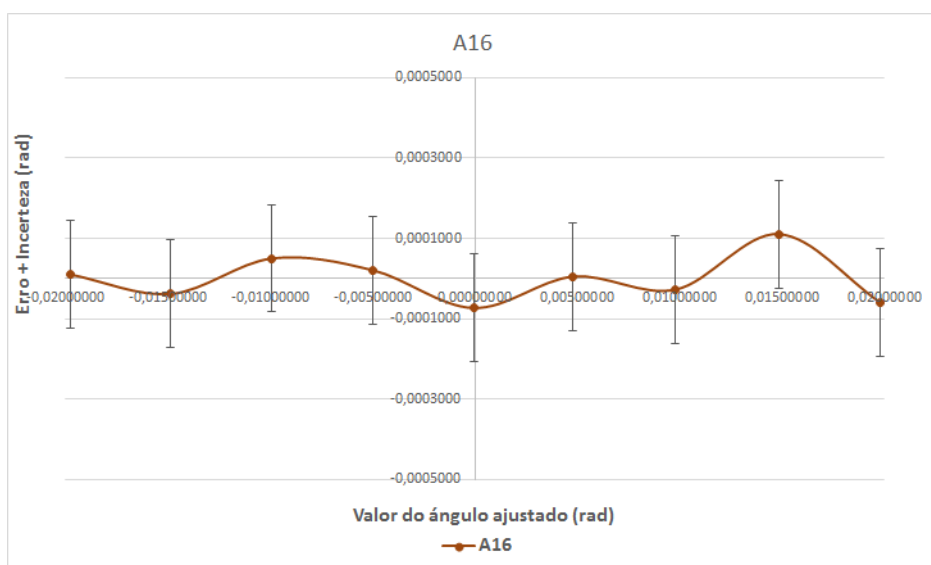


Figura AB.8 – Erro total associado à calibração do eletrômetro A16

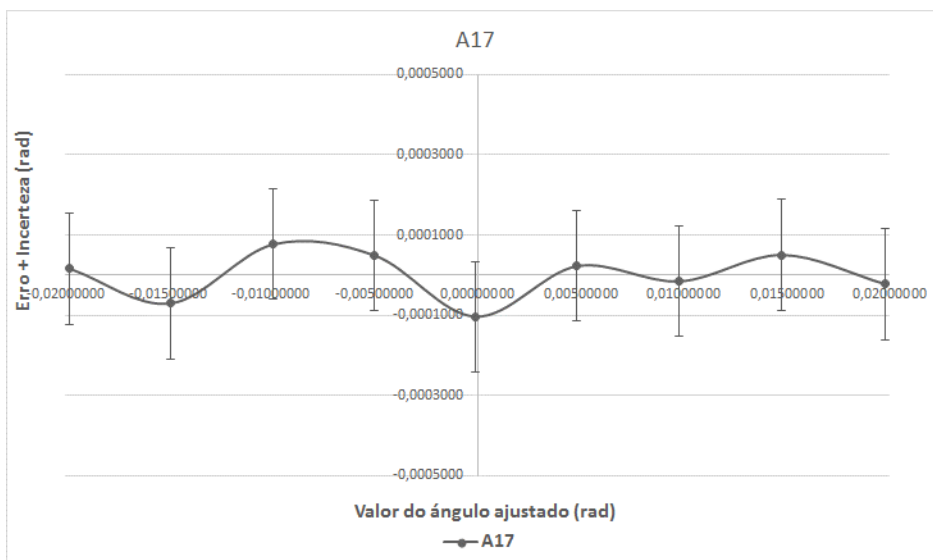


Figura AB.9 – Erro total associado à calibração do eletrônível A17

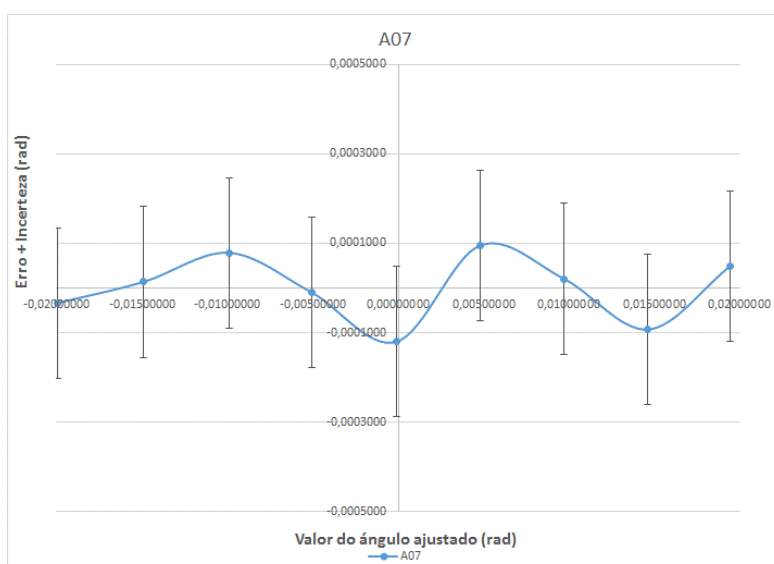


Figura AB.10 – Erro total associado à calibração do eletrônível A07

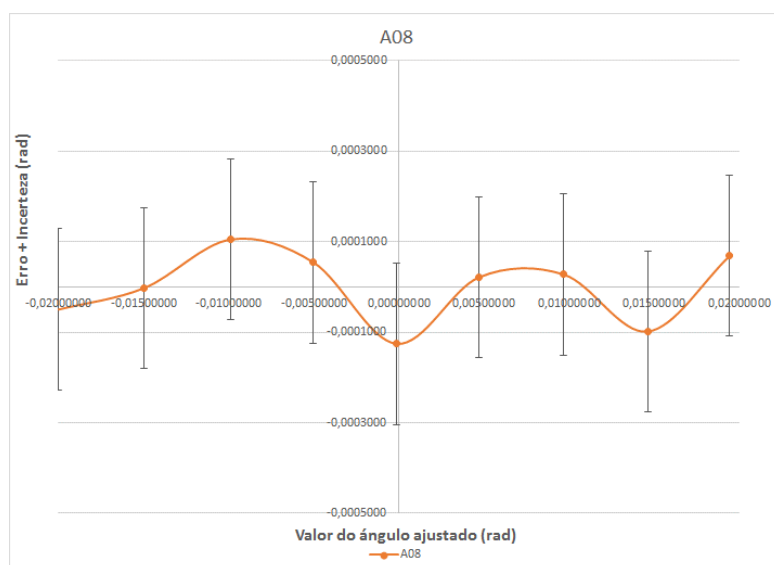


Figura AB.11 – Erro total associado à calibração do eletrônível A08

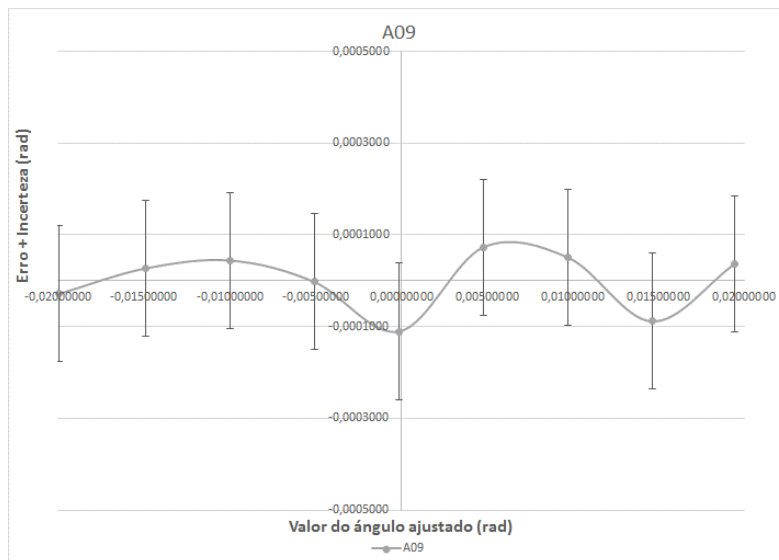


Figura AB.12 – Erro total associado à calibração do eletrômetro A09

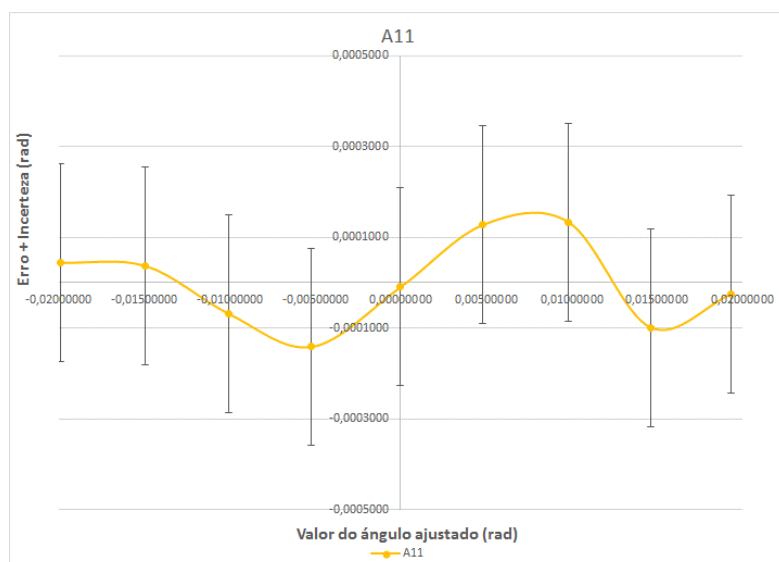


Figura AB.13 – Erro total associado à calibração do eletrômetro A11

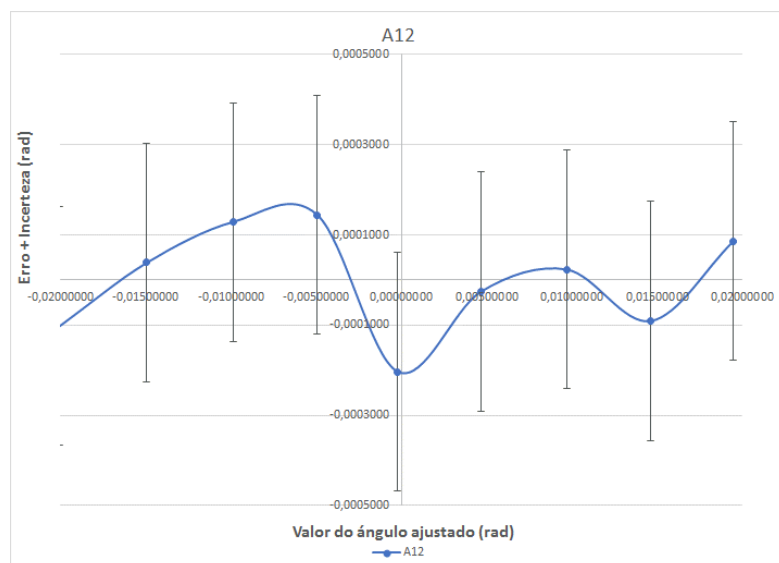


Figura AB.14 – Erro total associado à calibração do eletrômetro A12

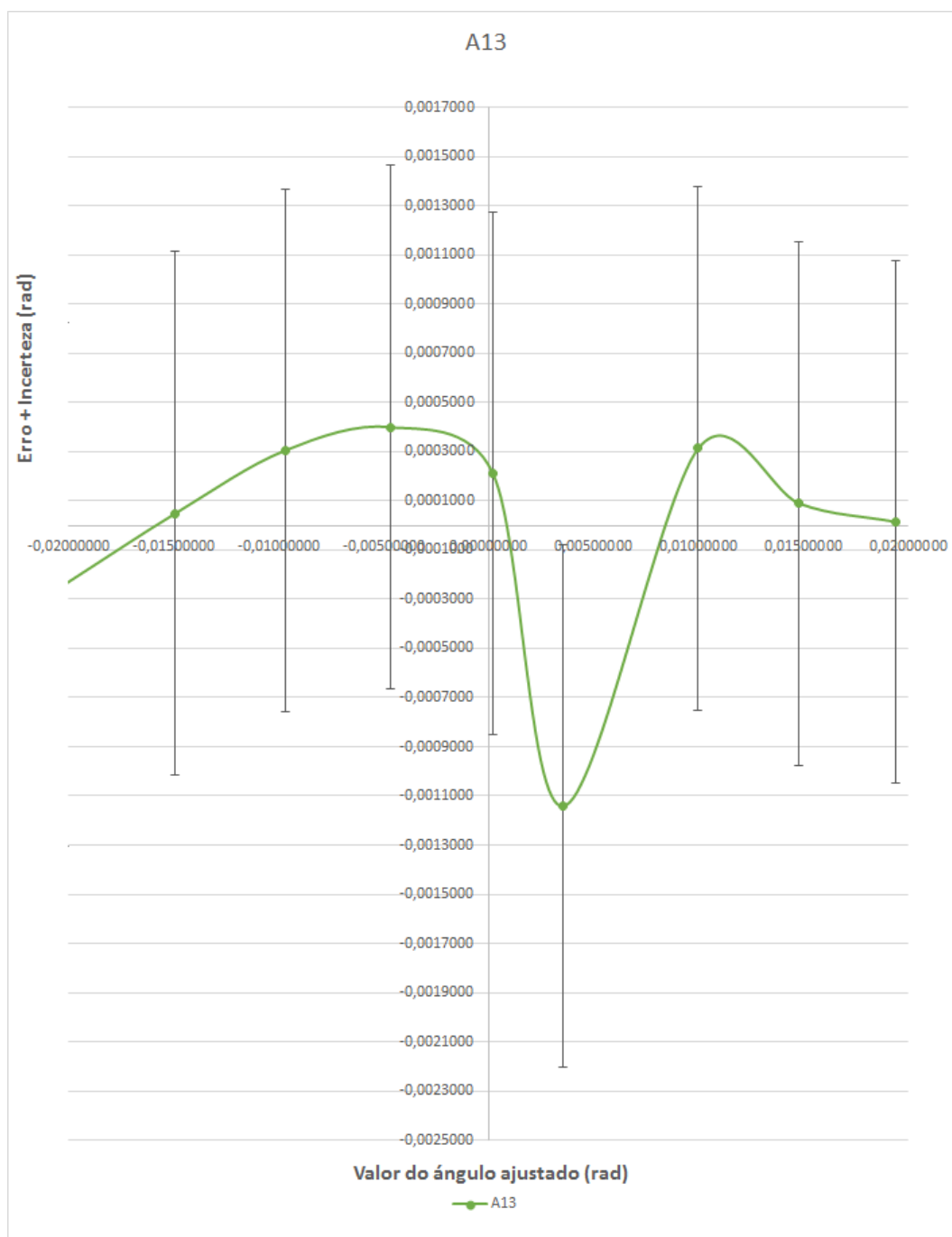


Figura AB.15 – Erro total associado à calibração do eletrônível A13

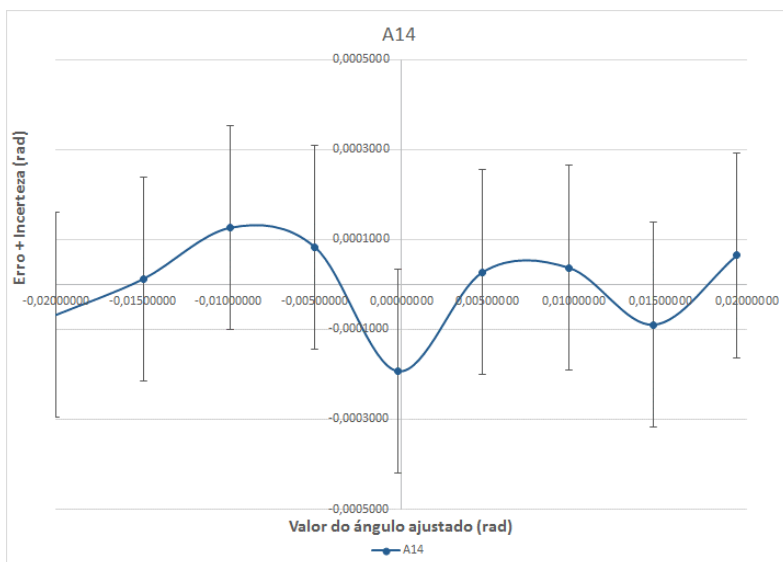


Figura AB.16 – Erro total associado à calibração do eletrônível A14

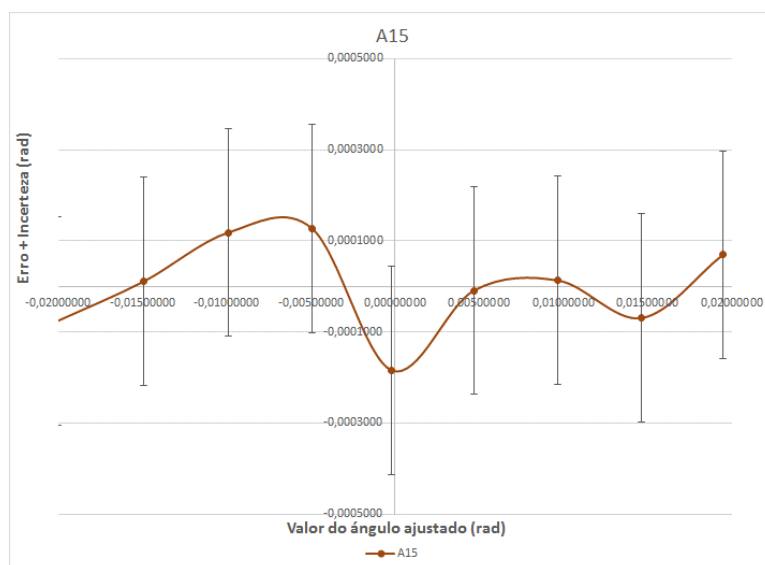


Figura AB.17 – Erro total associado à calibração do eletrônível A15

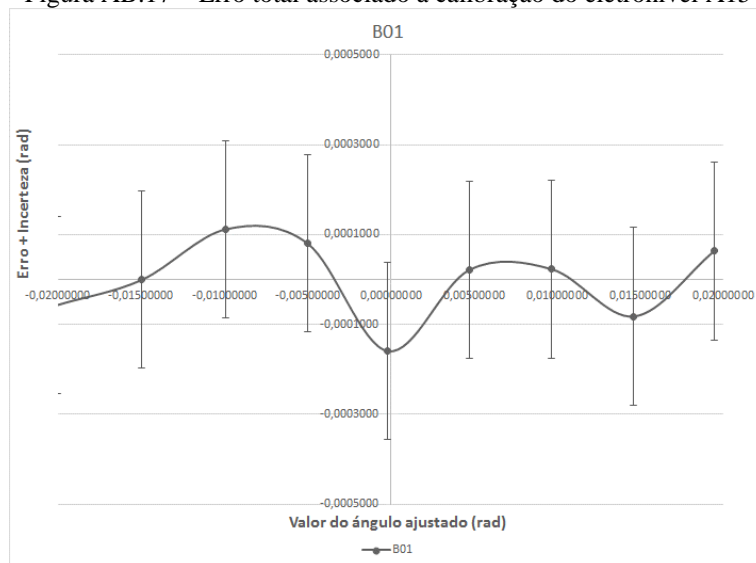


Figura AB.18 – Erro total associado à calibração do eletrônível B01

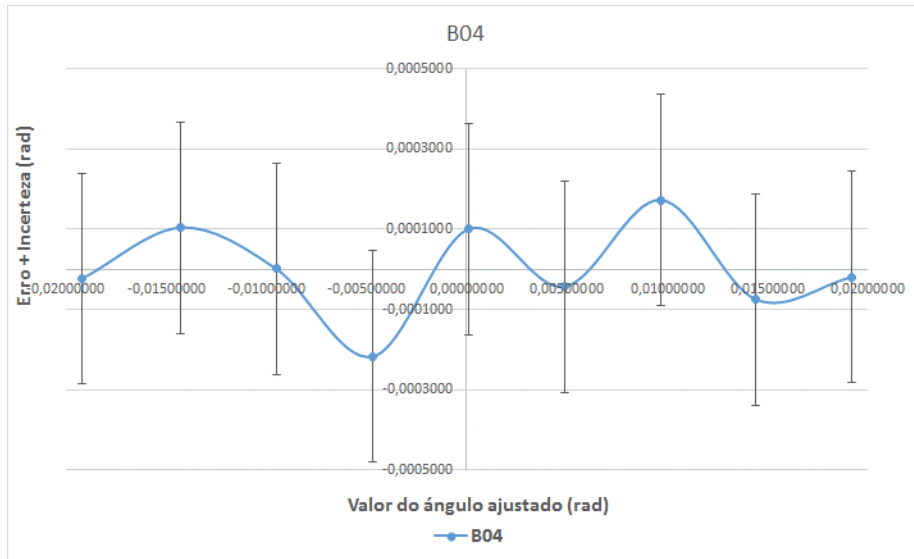


Figura AB.19 – Erro total associado à calibração do eletrônível B04

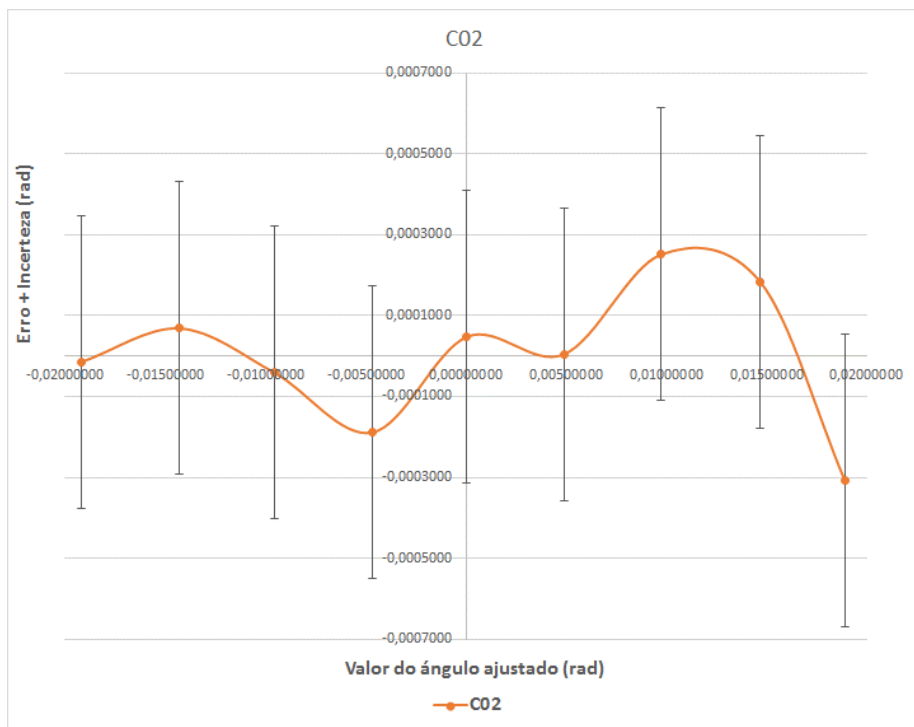


Figura AB.20 – Erro total associado à calibração do eletrônível C02



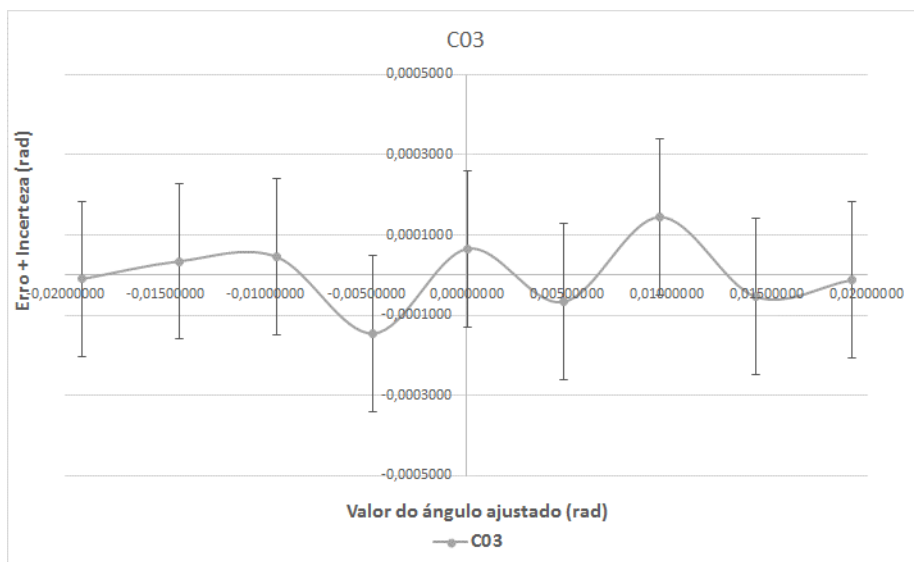


Figura AB.21 – Erro total associado à calibração do eletrônível C03

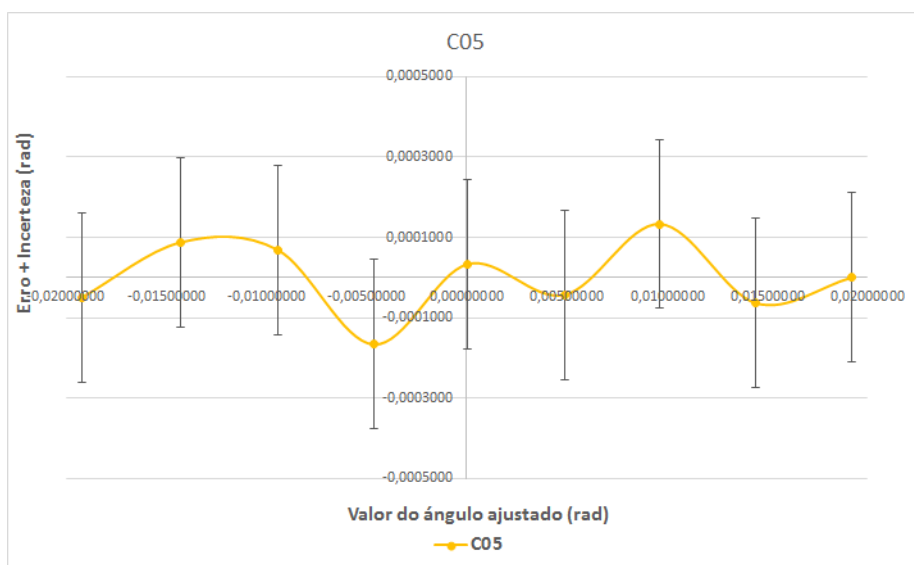


Figura AB.22 – Erro total associado à calibração do eletrônível C05

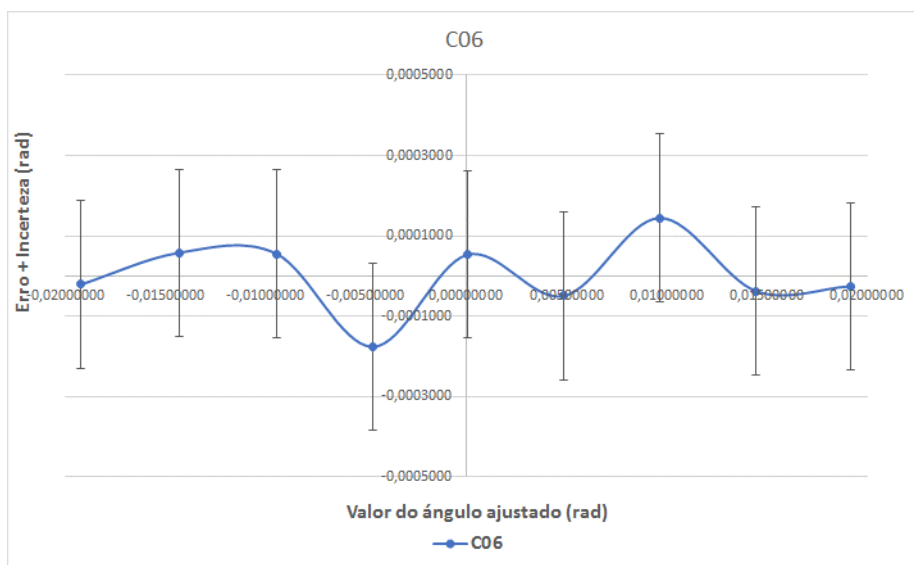


Figura AB.23 – Erro total associado à calibração do eletrônível C06

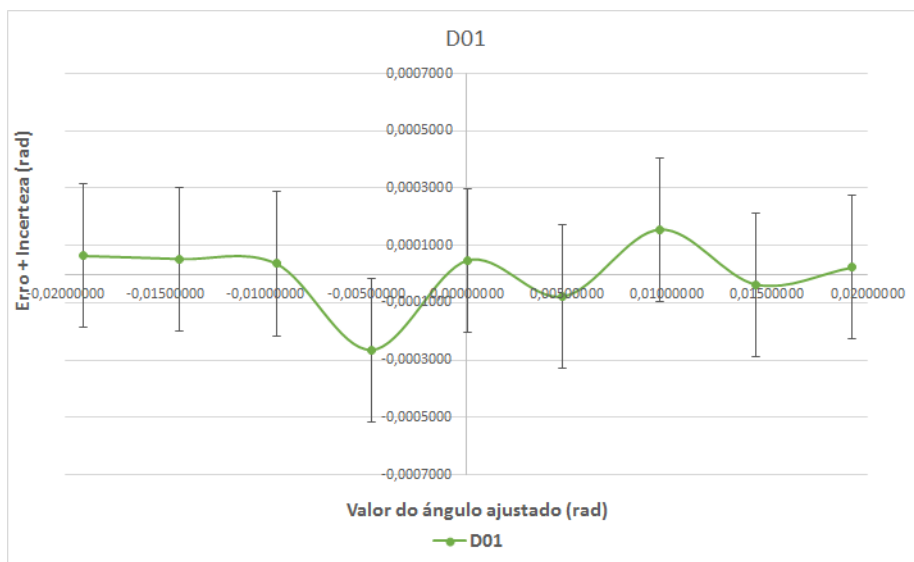


Figura AB.24 – Erro total associado à calibração do eletrônível D01

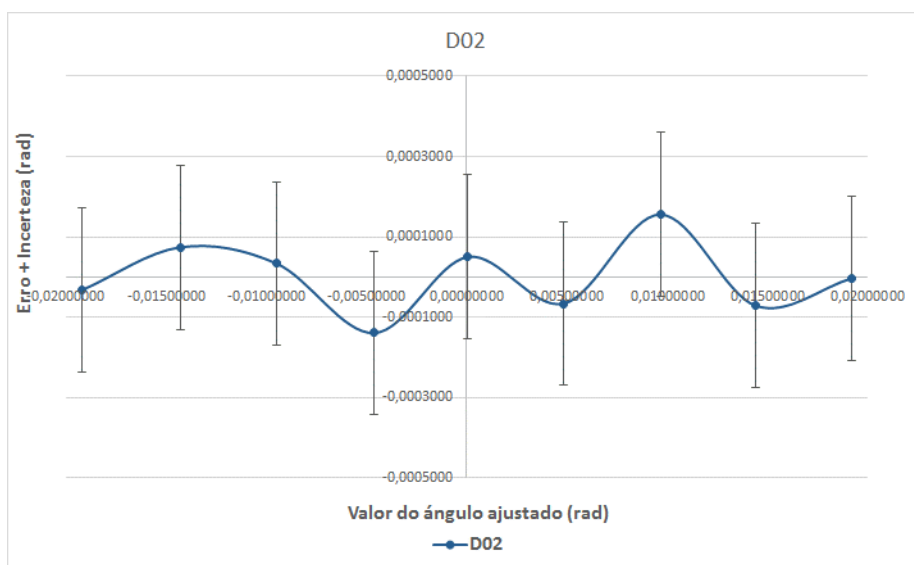


Figura AB.25 – Erro total associado à calibração do eletrônível D02

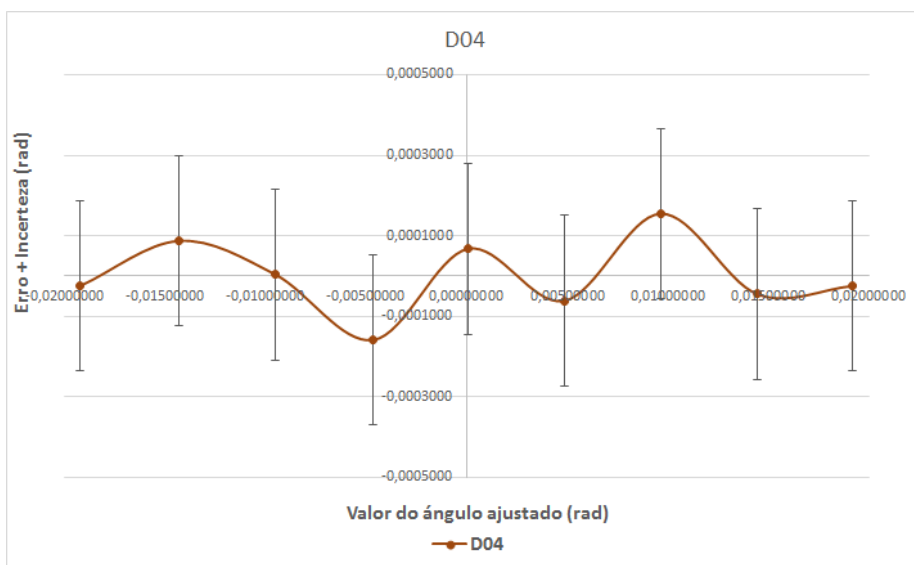


Figura AB.26 – Erro total associado à calibração do eletrônível D04

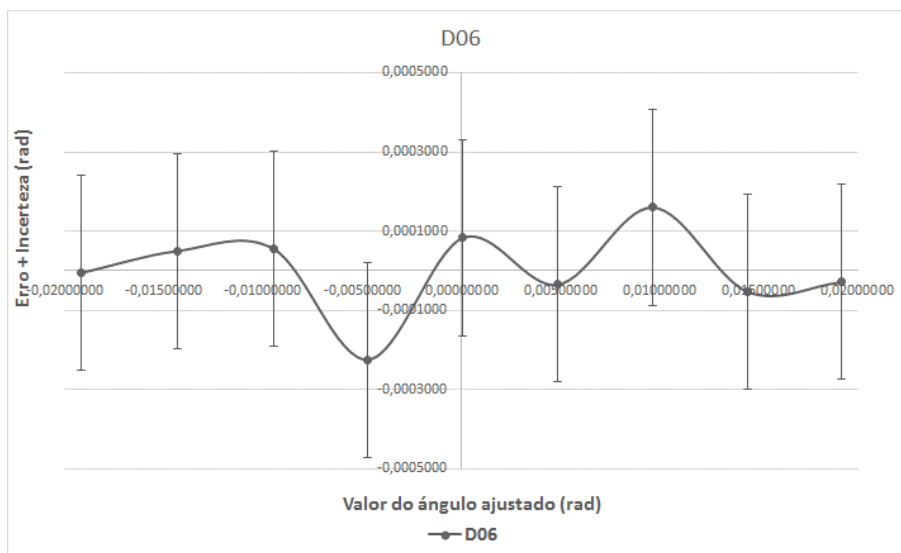


Figura AB.27 – Erro total associado à calibração do eletrônível D06

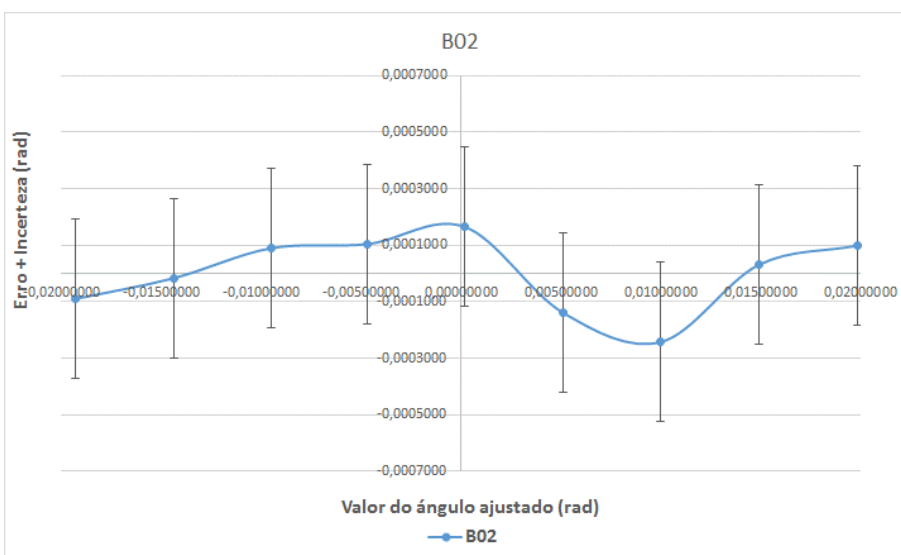


Figura AB.28 – Erro total associado à calibração do eletrônível B02

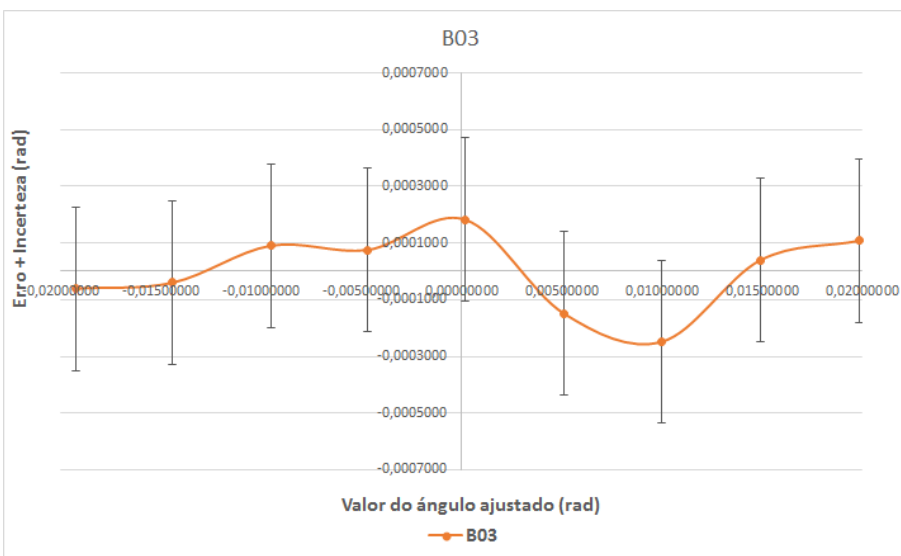


Figura AB.29 – Erro total associado à calibração do eletrônível B03

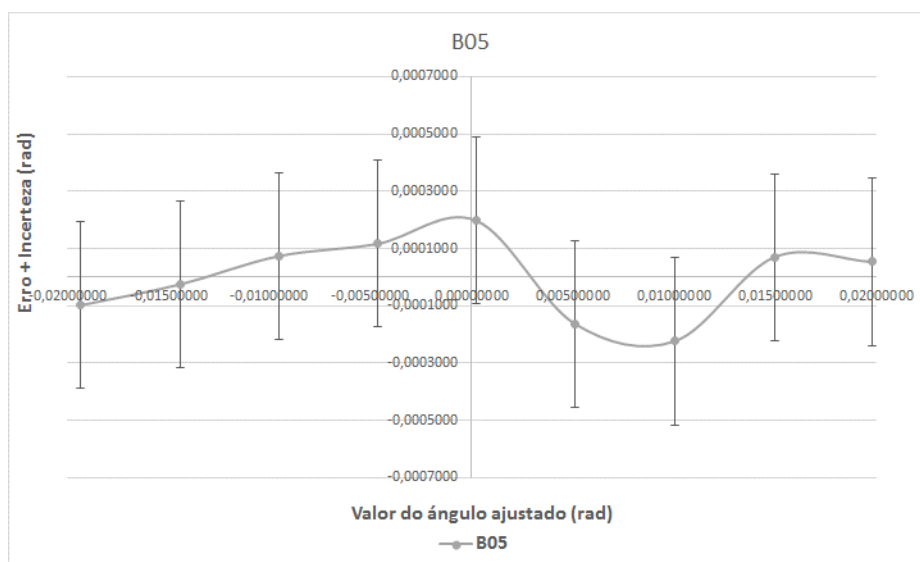


Figura AB.30 – Erro total associado à calibração do eletrônível B05



Figura AB.31 – Erro total associado à calibração do eletrônível B06

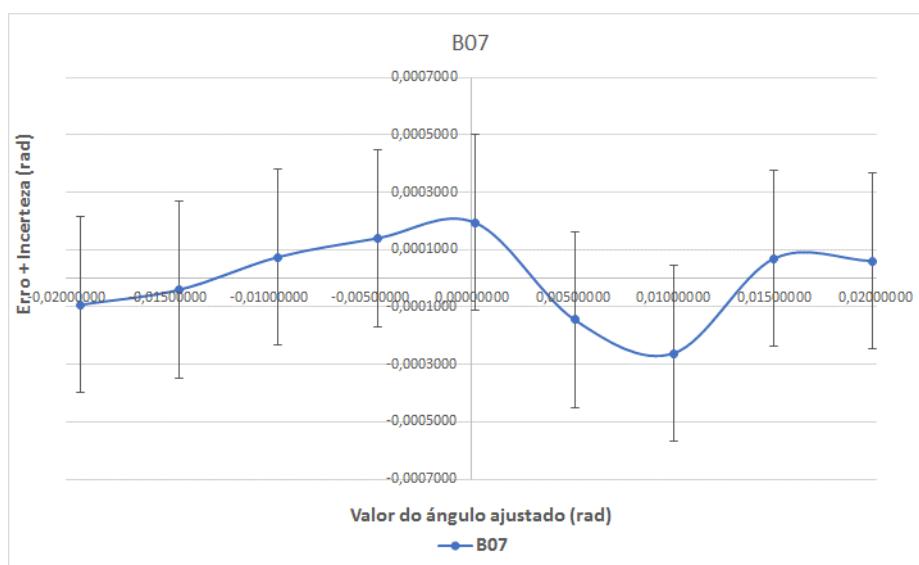


Figura AB.32 – Erro total associado à calibração do eletrônível B07

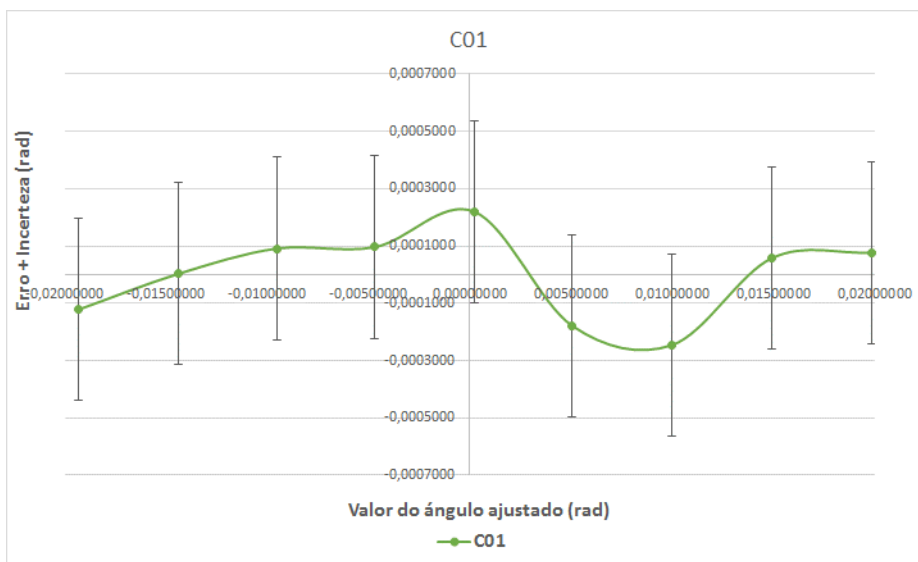


Figura AB.33 – Erro total associado à calibração do eletrônível C01

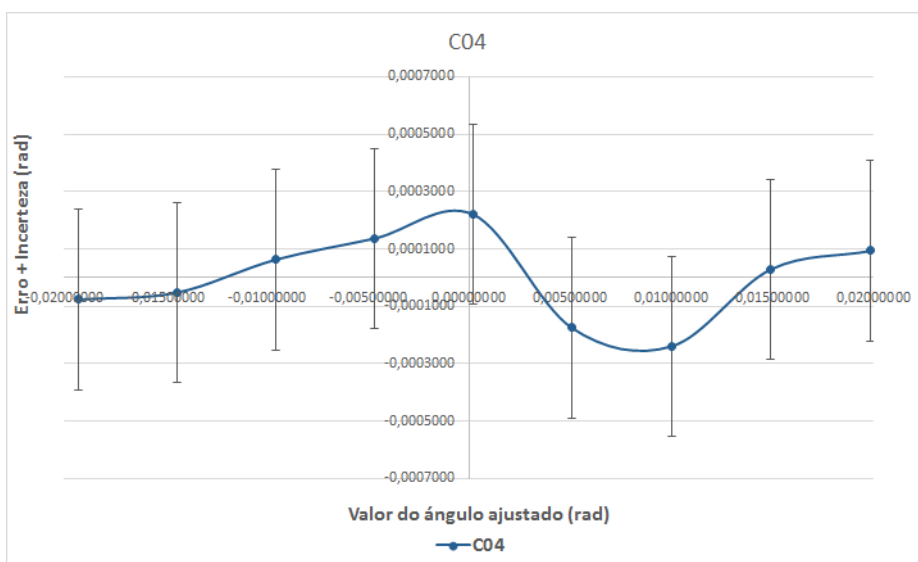


Figura AB.34 – Erro total associado à calibração do eletrônível C04

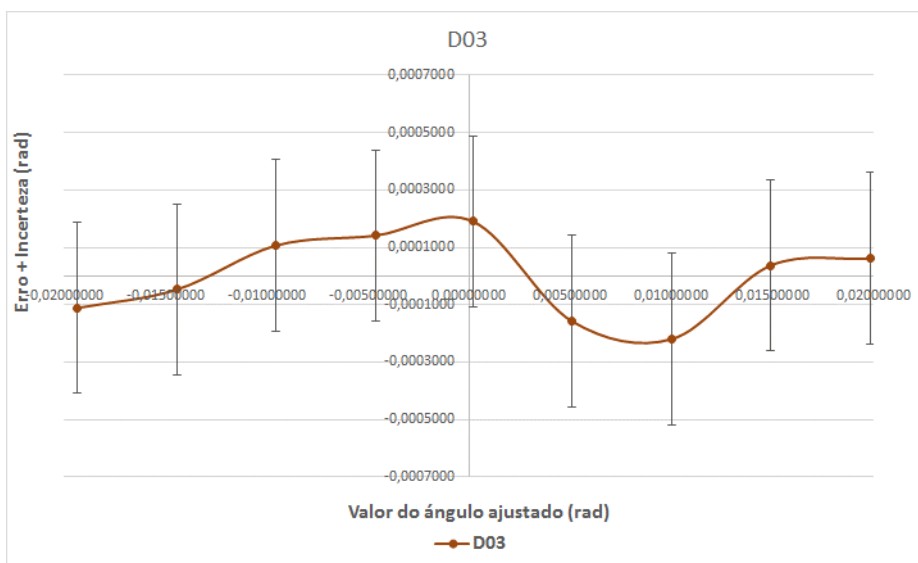


Figura AB.35 – Erro total associado à calibração do eletrônível D03

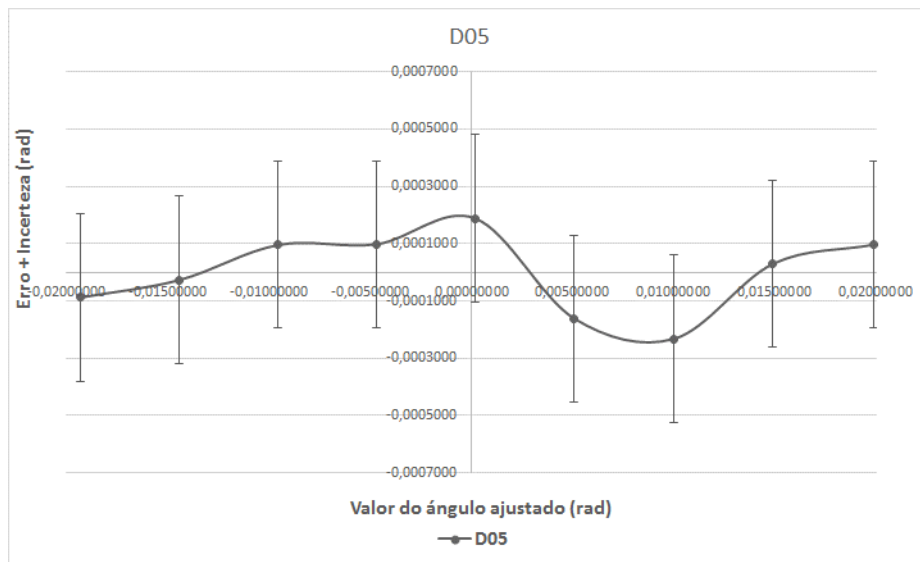


Figura AB.36 – Erro total associado à calibração do eletrônível D05

## **Anexos**

### **Anexo A – Conceitos fundamentais em metrologia**

Neste anexo vai se descrever os Conceitos Fundamentais em Metrologia Aplicados à Análise de Incerteza de Medição

#### **Conceitos clássicos: exatidão e precisão**

Tem sido prática corrente a utilização dos conceitos de “exatidão” e “precisão” para caracterizar o grau de rigor com que uma medição é efetuada.

##### **Exatidão**

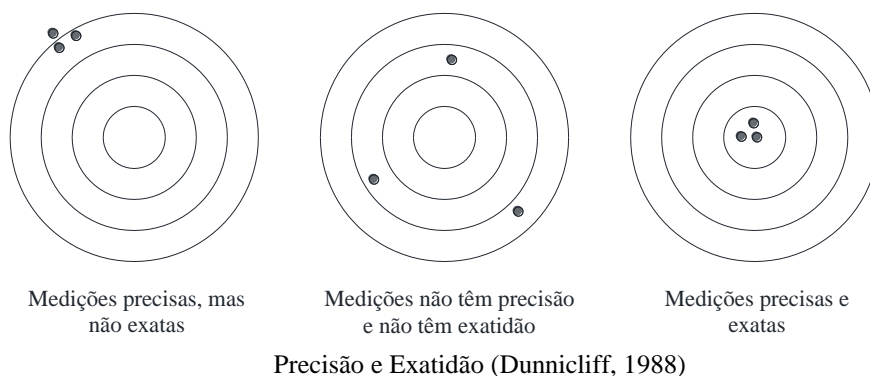
É a proximidade da abordagem de uma medição com o valor real da quantidade medida. Consiste na maior ou menor aproximação entre o resultado obtido e o valor verdadeiro.

A exatidão de um instrumento é avaliada durante a calibração, quando o valor real é o valor indicado por um instrumento cuja exatidão é verificada e rastreável a um padrão aceito.

##### **Precisão**

A precisão é a proximidade da abordagem de cada uma de várias medidas semelhantes à média aritmética, o seja, está associada à dispersão dos valores resultantes da repetição das medições. Precisão é sinônimo de reprodutibilidade e repetitividade, costuma-se expressar precisão como um número  $\pm$ .

A diferença entre exatidão e precisão é ilustrada na seguinte figura. O olho do touro representa o valor verdadeiro. No primeiro caso, as medições são precisas, mas não exatas, como ocorreria ao usar uma fita de levantamento com uma torção ruim ou um medidor de pressão com deslocamento zero, tais erros são sistemáticos. No segundo caso, as medidas não têm precisão, mas, se forem feitas leituras suficientes, a média será exata, esses erros são aleatórios. No terceiro caso, as medições são precisas e exatas.



## Medição

A metrologia, ciência da medição, abrange todos os aspectos teóricos e práticos, em qualquer campo da ciência ou da tecnologia (VIM, 2008). Atualmente, a confiabilidade metrológica é buscada, principalmente, através do controle dos sistemas de medição, por meio da calibração. No entanto, de acordo com Coral (2004), a garantia dessa confiabilidade vai além desse controle e envolve aspectos relacionados às medições desde a seleção do sistema de medição mais adequado, até a correta expressão do resultado de uma medição.

O resultado de uma medição é um valor atribuído a um mensurando obtido através de uma medição. Quando relatado, deve-se indicar claramente, se ele se refere a uma indicação, ao resultado não corrigido, ao resultado corrigido, e, se corresponde ao valor médio de várias medições.

Segundo EA-4/02 (2003) uma expressão completa do resultado de uma medição inclui informações sobre a incerteza de medição. Sendo assim, o resultado de medição é composto de duas parcelas:

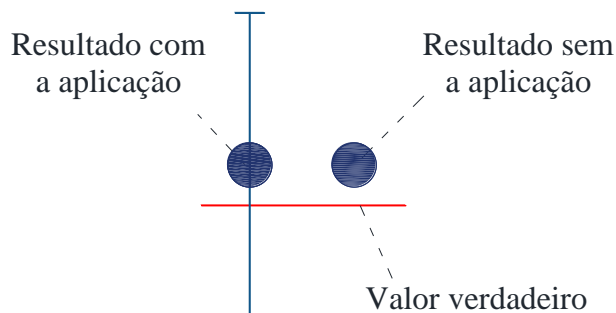
- O Resultado atribuído ao mensurando ( $y$ ), que corresponde ao valor central da faixa onde deve-se situar o valor verdadeiro da grandeza medida;
- A Incerteza do Resultado ( $U$ ), que expressa a faixa de dúvida ainda presente no resultado, provocado pelos erros presentes no sistema de medição e as variações da grandeza a medir.

Portanto, recomenda-se que o resultado da medição seja expresso por:

$$Y = y \pm U [\text{unidade de medida}]$$



Este resultado é melhor visualizado através da Figura 2.3 que apresenta resultados com e sem a aplicação da expressão da incerteza de medição.



Resultado de medição: com aplicação e sem aplicação da incerteza.  
Adaptado de Melo, 2007

## Erro de Medição

A definição de erro de medição baseado no VIM (2008) é a diferença entre o valor medido de uma grandeza e um valor de referência. Como o valor do mensurando não é verdadeiramente conhecido, o erro é um conceito idealizado, não podendo ser conhecido exatamente.

É importante lembrar que por menor que o erro possa se apresentar, ele estará sempre presente em qualquer medição. Como não é possível a realização de uma medição exata, uma vez que toda ela sofre influências, não se consegue obter um valor verdadeiro para uma grandeza qualquer.

O efeito do problema (neste caso, o erro) é colocado no lado direito do gráfico e os grandes contribuidores ou “causas” estão relacionados no lado esquerdo, como exemplificados na seguinte figura.

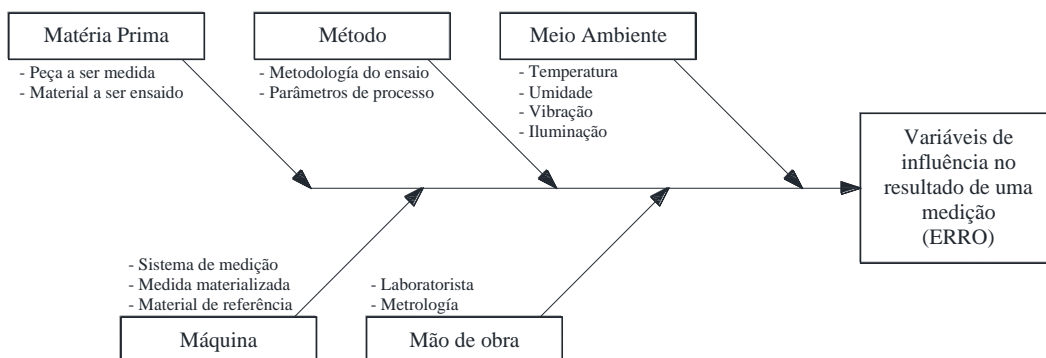


Diagrama de causa e efeito (espinha de peixe) Adoptado de Meyer, 2007

Um erro é caracterizado por dois componentes: um componente sistemático e um componente aleatório Guide Measurement uncertainty arising from sampling – A Guide to Methods and Approaches (EURACHEM, 2000).

### **Erro sistemático**

É um componente do erro de medição que é causado por fontes conhecidas ou desconhecidas, pode aparecer a partir de uma falha na execução de um experimento ou em uma falha no equipamento, podem ser obtidas a partir de repetição de medições.

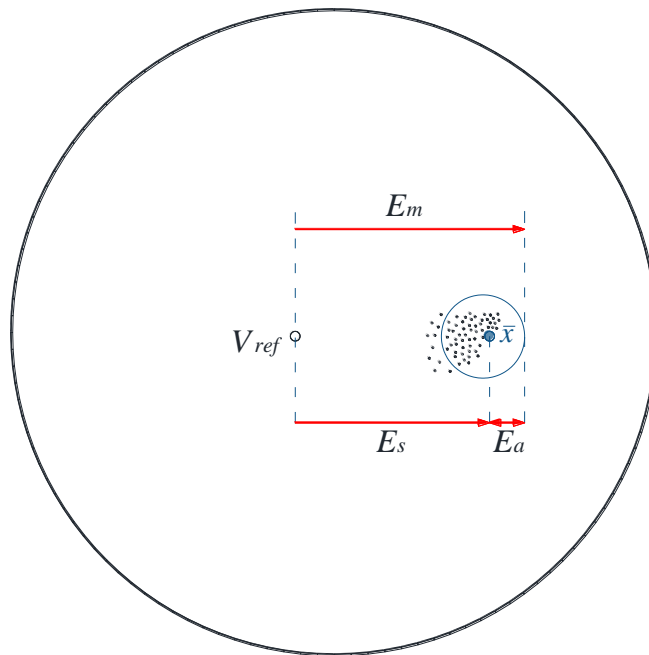
Em medições repetidas, o erro sistemático permanece constante ou varia de maneira previsível, podendo-se aplicar uma correção para compensá-lo quando o mesmo é proveniente de fonte conhecida.

Essa compensação pode assumir diferentes formas, tais como a adição de um valor, a multiplicação por um fator, ou a aplicação de uma equação (ANDRADE, 2012). Esse erro pode ser descoberto e corrigido, embora essa não possa ser uma tarefa fácil de ser realizada (EURACHEM, 2000).

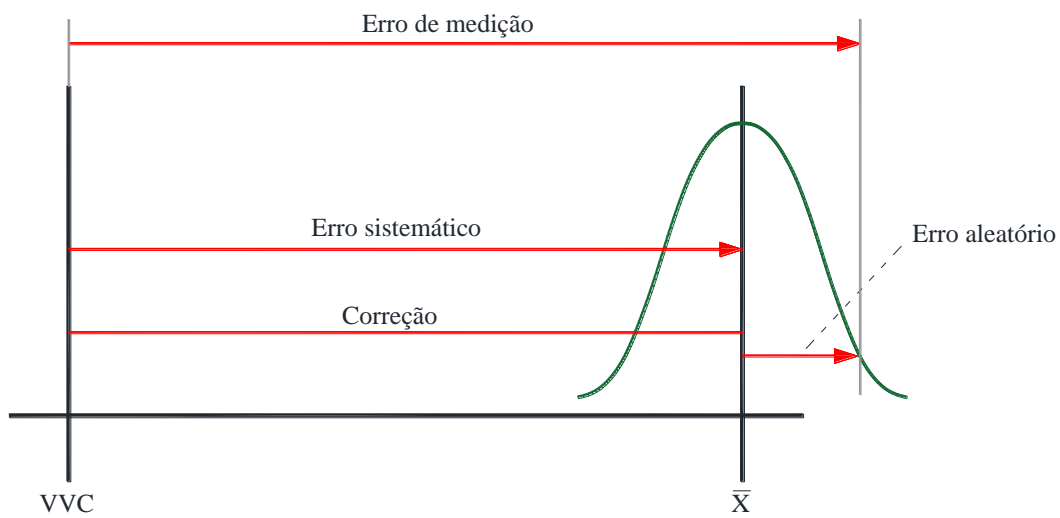
### **Erro aleatório**

É um componente do erro de medição que se manifesta através de pequenas variações nas medidas de uma amostra feitas em sucessão pelo mesmo analista, tomando todas as precauções necessárias efetuadas sob mesmas condições de análise. Esse tipo de erro é produzido por fatores que não podem ser controlados pelo analista, mas geralmente pode ser reduzido aumentando o número de análises (VOGEL, 2002).

Em medições repetidas, varia de maneira imprevisível. O erro aleatório de um conjunto de medições repetidas foi uma distribuição que pode ser assumida por sua esperança matemática ou valor esperado, o qual é geralmente assumido como sendo zero, e por sua variância (ANDRADE, 2012).



a) Na Engenharia

b) Na estatística  
Representação gráfica do erro de medição

## Anexo B – Data Sheet do eletrônível a ser calibrado



*The Fredericks Company*

DATA SHEET

**0715-4101-99**

### Single Axis Mid Range Angle Electrolytic Tilt Sensor

#### Description

The **0715-4101-99** Sensor has been used successfully in applications that demand a high accuracy for wider-angle ranges. This sensor provides excellent stability, good repeatability at null and angles, over time and a wide range of temperatures. The hermetic glass to metal construction and solid platinum electrodes guarantee a long operating life and consistent operating characteristics.

- Angle Range  $\pm 9^\circ$
- Resolution 12 arc sec.
- Null Repeat 1-arc min.

#### Applications Include

- » Automobile Wheel Alignment
- » Aircraft Avionics
- » Geophysical Monitoring
- » Machine Tool Leveling
- » Medical Positioning and Monitoring

#### Physical Dimensions

Vial length	1.23" (31.2mm)
Vial diameter	0.36" (9.1mm)
Lead length	6.0" (152.4mm)

#### Sensor Test Circuitry

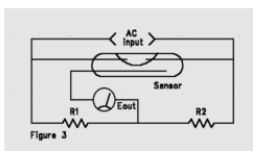
Tests were conducted by exciting the left and right electrodes with an AC signal of 400 Hz and an rms voltage to produce the maximum current at null as per operating specifications. Output readings are taken between the center electrode and the center of the balanced resistors R1 and R2. Tests were conducted at a temperature of  $+25^\circ\text{C}$ . See sensor test circuitry in figure 3. Output curve is shown in figure 1.

#### Description of Test Values

AC Input voltage = Null  
Current (max) times Null  
Impedance (nom)

Eout = Angle of tilt from null  
(Direction of tilt  
determined by phase of  
Eout)

R1 = R2 =  $\frac{1}{2}$  Null Impedance  
(nom)



**Caution!**-Ensure that all test and operating circuits are entirely free of direct current. Direct current will cause level damage and/or instability.

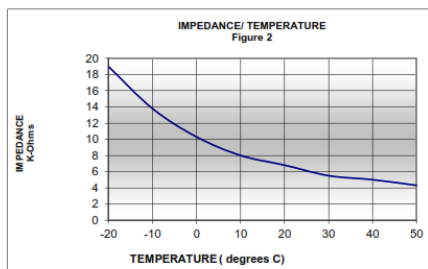
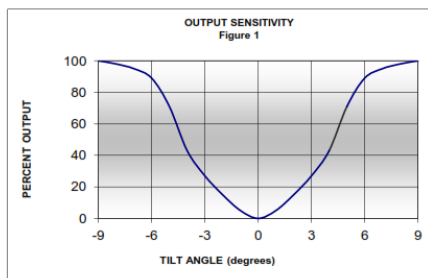


#### Operating Specifications

Operating Range (max.)	$\pm 9^\circ$
Linear Range	$\pm 3^\circ$
Null Voltage	$\leq 0.010$ Volts
Null Current (max.)	2.5 mA (continuous)
Null Impedance (nom) <sup>1</sup>	6000 Ohms ( $25^\circ\text{C}$ )
(measured left to right electrode) see fig. 2	
Null Repeatability	$\leq 1$ arc minute
Resolution	$\leq 12$ arc seconds
Symmetry (typ)	$\leq 20\%$
Operating Temperature	$-20^\circ\text{C}$ to $+50^\circ\text{C}$
Storage Temperature	$-50^\circ\text{C}$ to $+100^\circ\text{C}$
Time Constant (1) <sup>2</sup>	$\leq 500$ msec
Materials	non-magnetic
Temperature coefficient	$\pm 0.5$ arc seconds / $^\circ\text{C}$
at null (when properly mounted)	

<sup>1</sup> Impedance of the electrolyte may be changed to limit null current

<sup>2</sup> Viscosity of the electrolyte may be modified to meet individual requirements to reduce vibration



The Fredericks Company | 2400 Philmont Ave • Huntingdon Valley, PA 19006-0067  
Tel: 215.947.2500 | Fax: 215.947.7464 | Email: [sales@fredericks.com](mailto:sales@fredericks.com) | [www.fredericks.com](http://www.fredericks.com)  
0715-4101-99\_ds Revision: B