



**Ana Patrícia Barros Torraca**

**Metodologia para definição dos parâmetros ótimos de  
um contrato de seguros na indústria de óleo e gás**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Bruno Fânzeres dos Santos

Rio de Janeiro  
Agosto de 2019



**Ana Patrícia Barros Torraca**

**Metodologia para definição dos parâmetros ótimos de um contrato de seguros na indústria de óleo e gás**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

**Prof. Bruno Fânzeres dos Santos**

Orientador

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

**Prof. Hélio Côrtes Vieira Lopes**

Departamento de Informática - PUC-Rio

**Prof. Silvio Hamacher**

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 16 de agosto de 2019

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, da autora e do orientador.

**Ana Patrícia Barros Torraca**

Graduou-se em Engenharia de Produção na UFRJ (Universidade Federal do Rio de Janeiro) em 2010. É engenheira de produção na Petrobras desde 2012, atuando atualmente na área de riscos operacionais, com ênfase em estudos de planejamento securitário.

Ficha Catalográfica

Torraca, Ana Patrícia Barros

Metodologia para definição dos parâmetros ótimos de um contrato de seguros na indústria de óleo e gás / Ana Patrícia Barros Torraca ; orientador: Bruno Fânzeres dos Santos. – 2019.

102 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Industrial, 2019.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Industrial – Teses. 2. Otimização de seguros. 3. Barreiras de segurança. 4. Medidas de risco. 5. Sample average approximation. I. Santos, Bruno Fânzeres dos. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Industrial. III. Título.

CDD: 658.5

## **Agradecimentos**

À minha família, em especial meus pais, Leila e Mário, pela educação, carinho e apoio em todos os momentos da minha vida, e meu irmão Hugo, pela amizade e ajuda sempre que preciso.

À PUC-Rio e toda a equipe do Departamento de Engenharia Industrial, professores, funcionários e colegas, pelo ensino e apoio ao longo do curso. Em especial ao meu orientador, Bruno, por toda sua ajuda e grande dedicação durante a concepção e elaboração desse trabalho.

Aos membros da Comissão Examinadora, por sua colaboração e disposição em participar da banca.

À Petrobras, pelo apoio e liberação para minha participação nesse curso. Agradeço especialmente aos meus chefes, Edir e Lívia, pela compreensão nos momentos em que estive ausente, e aos demais colegas da gerência de Riscos Operacionais.

A todos os meus amigos pelo apoio e incentivo constantes.

Ao meu namorado, Gustavo, por todo o seu carinho, compreensão e incentivo.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## Resumo

Torraca, Ana Patrícia Barros; dos Santos, Bruno Fânzeres. **Metodologia para definição dos parâmetros ótimos de um contrato de seguros na indústria de óleo e gás**. Rio de Janeiro, 2019. 102p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

As operações das empresas de óleo e gás são naturalmente perigosas e suscetíveis a ocorrência de acidentes. As perdas financeiras associadas a acidentes podem ser elevadas. Para evitar esse risco, é comum que as empresas adquiram seguros. No entanto, determinar seus parâmetros adequados requer estimativas de exposição ao risco, o que ainda é uma tarefa difícil. Para lidar com essa questão, alguns autores sugerem uma caracterização de incerteza baseada em barreiras de segurança. Essa abordagem facilita a definição das consequências e também atua de forma mais preditiva quando comparada aos modelos baseados apenas em dados históricos. Um modelo de otimização é sugerido, utilizando os resultados obtidos com o método de caracterização de incerteza mencionado. Como as funções de perdas não são completamente conhecidas, de forma a resolver o problema estocástico, uma abordagem de *Sample Average Approximation* (SAA) é usada. Os resultados obtidos foram comparados à situação sem seguro e a outras duas opções de contrato de seguros. O modelo de otimização proposto foi o que conferiu maior previsibilidade dos valores de perdas, apresentando o menor desvio-padrão. Ressalta-se que a segunda melhor opção obteve um desvio-padrão 102% a mais do que o obtido com o seguro otimizado. Além disso, o modelo também proporcionou maior proteção contra os eventos extremos, característica representada pelos menores valores de VaR e CVaR, com a segunda melhor opção apresentando um CVaR 41% maior do que o obtido com o seguro otimizado.

## Palavras-chave

Otimização de seguros; Barreiras de segurança; Medidas de Risco; *Sample average approximation*.

## Abstract

Torraca, Ana Patrícia Barros; dos Santos, Bruno Fânzeres (Advisor). **Methodology for the definition of an insurance contract optimal parameters in the oil and gas industry.** Rio de Janeiro, 2019. 102p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Operations in oil and gas companies are naturally dangerous and susceptible to the occurrence of accidents. The financial losses due to accident damages can be elevated. To avoid the risk of high expenses, it is usual for firms to acquire insurance. However, setting the right parameters for an insurance contract requires estimating the firm's risk exposure, which is still a hard task. To handle this issue, some authors suggest uncertainty characterization models based on safety barriers and precursor information. This approach facilitates the definition of consequences and also acts in a more predictive way when compared to usual models based only on historical data. Then, an optimization model is suggested, using the results obtained with the uncertainty characterization method mentioned as one of its inputs. As loss functions are not fully known, in order to solve the stochastic problem, a Sample Average Approximation (SAA) approach is used. The results obtained were compared to the situation where the company does not acquire insurance and to other two insurance contract options. The optimization model proposed was the one that granted greater predictability to the loss values, presenting the smallest standard deviation. The second best option presented a standard deviation 102% greater than the one obtained with the optimized insurance. Also, the model provided greater protection against extreme events, characteristic shown by smaller VaR and CVaR values, with the second best option presenting a CVaR 41% greater than the optimized model's CVaR.

## Keywords

Insurance optimization; Safety barriers; Risk Measures; Sample average approximation.

# Sumário

1	Introdução	14
1.1.	Objetivo	16
1.2.	Organização do Trabalho	17
2	Seguros no mercado de óleo e gás brasileiro	18
2.1.	Legislação e regulação de seguros no Brasil	18
2.2.	Seguros no mercado de óleo e gás	19
2.2.1.	Riscos de Petróleo	19
2.2.2.	<i>Protection and Indemnity (P&amp;I)</i>	20
2.2.3.	Responsabilidade Civil Geral	20
2.2.4.	Transportes	21
2.2.5.	Riscos de Engenharia	21
2.2.6.	Lucros cessantes	21
2.2.7.	Riscos Ambientais	22
2.3.	Relação entre possíveis danos da indústria de óleo e gás e seguros oferecidos no mercado	22
2.4.	Terminologia de seguros	23
3	Caracterização da incerteza	25
4	Modelo de otimização do contrato de seguros	29
4.1.	Caracterização do contrato de Seguros	29
4.2.	Precificação do contrato de seguros	32
4.3.	Estimação do <i>risk loading factor</i> ( $\tau$ )	33
4.4.	Modelo de otimização	34
5	Metodologia de Solução	36
5.1.	Reformulação das funções não-lineares do contrato	36
5.2.	Modelo baseado em CVaR	41
5.2.1.	CVaR na função objetivo	42
5.3.	Aplicação do <i>Sample Average Approximation (SAA)</i>	45
5.4.	Tamanho do problema geral	46
6	Aplicação em um estudo de caso e resultados	48
6.1.	Dados utilizados no estudo de caso	48

6.2. Resultados do estudo de caso	50
6.2.1. Convergência do problema	50
6.2.2. Estabelecimento do caso base	54
6.2.3. Impactos da variação do <i>risk loading factor</i> ( $\tau$ )	55
6.2.4. Impactos da variação do $\gamma$ associado à combinação convexa do CVaR e Valor esperado na função objetivo	56
6.2.5. Impactos da variação do <b>T1</b> mínimo ( <b>T1</b> )	58
6.2.6. Impactos da variação do <b>T1</b> máximo ( <b>T1</b> )	61
6.2.7. Situação com seguro X Situação sem seguro	62
6.2.8. Impacto da variação das probabilidades de falha das barreiras de segurança	69
7 Conclusão e Pesquisas Futuras	77
7.1. Conclusão	77
7.2. Pesquisas Futuras	78
7.2.1. Aplicação do modelo em situação de mais de um tipo de dano e/ou apólice	79
7.2.2. Adoção de custos associados ao alto acionamento da apólice	79
7.2.3. Uso de mínimo arrependimento como métrica para seleção dos parâmetros do contrato	80
8 Referências Bibliográficas	81
Apêndice A	
Tamanho do problema do estudo de caso	87
Apêndice B	
Resultados detalhados das rodadas do estudo de caso	88
Apêndice C	
Métricas e resultados associados às perdas totais em cada opção de contrato de seguro	95

## Lista de Figuras

Figura 1: Relação entre apólices e possíveis danos decorrentes de acidentes..	22
Figura 2: Exemplo de árvore de falhas para a barreira de prevenção à liberação ( <i>Release Prevention Barrier – IPB</i> ).....	26
Figura 3: Árvore de eventos de sequência de acidentes.....	28
Figura 4: Representação da função de perda da empresa segurada por evento.....	31
Figura 5: Representação da função de perda da empresa segurada por evento, com variáveis da reformulação do problema.....	37
Figura 6: Representação da função de indenizações totais, com variáveis da reformulação do problema.....	40
Figura 7: Representação do CVaR.....	42
Figura 8: Pseudo-código de implementação do problema.....	46
Figura 9: Comparação dos dispêndios gerados utilizando o modelo e utilizando 100.000 cenários.....	54
Figura 10: Impactos da variação do <i>risk loading factor</i> nos valores ótimos do prêmio e da função objetivo.....	56
Figura 11: Impactos da variação do $\gamma$ nos valores de $T2$ e $T3$ ótimos.....	57
Figura 12: Impactos da variação do $\gamma$ nos valores ótimos do prêmio e da função objetivo.....	58
Figura 13: Impactos da variação do $T1$ nos valores de $T2$ e $T3$ ótimos.....	60
Figura 14: Impactos da variação do $T1$ nos valores do prêmio e da função objetivo.....	61
Figura 15: Médias de dispêndios para cada opção de seguro e $\tau$ avaliado.....	64
Figura 16: Desvio-padrão dos dispêndios para cada opção de seguro e $\tau$ avaliado.....	64
Figura 17: Valor máximo dos dispêndios para cada opção de seguro e $\tau$ avaliado.....	65
Figura 18: CVaR dos dispêndios para cada opção de seguro e $\tau$ avaliado.....	65
Figura 19: Curvas acumuladas de dispêndios, com $\tau = 0,03$ .....	67
Figura 20: Comparação das curvas acumuladas de dispêndios para cada $\tau$ avaliado.....	68
Figura 21: Curva de probabilidade acumulada do percentual de acionamentos da apólice no caso base para o seguro otimizado.....	68

Figura 22: Curvas acumuladas de dispêndios, considerando as novas probabilidades de falha e $\tau = 0,03$ .....	72
Figura 23: Curva de probabilidade acumulada do percentual de acionamentos da apólice no caso base para o seguro otimizado, considerando as novas probabilidades de falha das barreiras .....	73
Figura 24: Curvas acumuladas de dispêndios, considerando as novas probabilidades de falha e $\tau = 0,30$ .....	75
Figura 25: Curvas acumuladas de dispêndios para $\tau = 0,03$ e $\tau = 0,30$ .....	76
Figura 26: Curva de probabilidade acumulada do percentual de acionamentos da apólice para o seguro otimizado, considerando as novas probabilidades de falha das barreiras e $\tau = 0,30$ .....	76
Figura 27: Curvas acumuladas de dispêndios, com $\tau = 0,00$ .....	95
Figura 28: Curvas acumuladas de dispêndios, com $\tau = 0,05$ .....	96
Figura 29: Curvas acumuladas de dispêndios, com $\tau = 0,10$ .....	96
Figura 30: Curvas acumuladas de dispêndios, com $\tau = 0,20$ .....	97
Figura 31: Curvas acumuladas de dispêndios, com $\tau = 0,30$ .....	97

## Lista de Tabelas

Tabela 1: Tamanho do problema .....	46
Tabela 2: Probabilidade de falha para cada barreira de segurança .....	48
Tabela 3: Parâmetros da distribuição triangular utilizada para cada categoria de danos.....	49
Tabela 4: Valores adotados para as variáveis de entrada do problema .....	50
Tabela 5: <i>Gap%</i> para as combinações de <i>S</i> e <i>M</i> .....	52
Tabela 6: Desvio-padrão% (do <i>lower bound</i> ) para as combinações de <i>S</i> e <i>M</i> ....	53
Tabela 7: Valores adotados para o caso base .....	55
Tabela 8: Impactos da variação do <i>risk loading factor</i> ( $\tau$ ) .....	55
Tabela 9: Impactos da variação do $\gamma$ .....	57
Tabela 10: Impactos da variação do <i>T1</i> .....	58
Tabela 11: Impactos da variação do <i>T1</i> (com novo número de cenários) .....	59
Tabela 12: Impactos da variação do <i>T1</i> .....	61
Tabela 13: Parâmetros do contrato para cada opção de seguro, considerando a situação base .....	63
Tabela 14: Métricas associadas às perdas totais, considerando o caso base....	66
Tabela 15: Probabilidade de falha alterada para cada barreira .....	69
Tabela 16: Probabilidade de ocorrência de cada estado de consequência ( <i>k</i> ) ..	69
Tabela 17: Parâmetros do contrato para cada opção de seguro, considerando a situação base e as novas probabilidades.....	70
Tabela 18: Métricas associadas às perdas totais, considerando o caso base e as novas probabilidades de falha das barreiras .....	71
Tabela 19: Parâmetros do contrato para cada opção de seguro, considerando e $\tau = 0,30$ e as novas probabilidades .....	73
Tabela 20: Métricas associadas às perdas totais, considerando $\tau = 0,30$ e as novas probabilidades de falha das barreiras.....	74
Tabela 21: Tamanho do problema ( <i>S</i> = 500 e <i>N</i> = 6 ).....	87
Tabela 22: Resultados detalhados do estudo de caso, considerando: <i>W</i> = 100.000; $\gamma = 0,99$ ; $\tau = 0,30$ ; <i>T1</i> = 10 e <i>T1</i> = 150.....	88
Tabela 23: Resultados detalhados do estudo de caso, considerando: <i>W</i> = 100.000; <i>S</i> = 500; <i>M</i> = 5 e <i>T1</i> = 10 .....	92
Tabela 24: Resultados detalhados do estudo de caso, considerando: <i>W</i> = 100.000; <i>M</i> = 5; $\gamma = 0,50$ ; $\tau = 0,03$ e <i>T1</i> = 150 .....	93

Tabela 25: Resultados detalhados do estudo de caso, considerando as probabilidades de falha das barreiras alteradas e demais parâmetros conforme abaixo: .....	94
Tabela 26: Métricas associadas às perdas totais, considerando $\tau = 0,00$ .....	98
Tabela 27: Métricas associadas às perdas totais, considerando $\tau = 0,05$ .....	99
Tabela 28: Métricas associadas às perdas totais, considerando $\tau = 0,10$ .....	100
Tabela 29: Métricas associadas às perdas totais, considerando $\tau = 0,20$ .....	101
Tabela 30: Métricas associadas às perdas totais, considerando $\tau = 0,30$ .....	102

*“Não é sobre chegar no topo do mundo e saber que venceu*

*É sobre escalar e sentir que o caminho te fortaleceu”*

*Ana Vilela, Trem-bala*

# 1 Introdução

A indústria de óleo e gás é de grande relevância na economia, sendo responsável por cerca de 53% das fontes de energia que compõem a matriz energética do mundo e de 48% no Brasil, de acordo com informações da Empresa de Pesquisa Energética (EPE, 2018).

Os processos associados à extração e produção de seus produtos são complexos e, como envolvem materiais inflamáveis e tóxicos, a possibilidade de ocorrência de grandes acidentes se torna uma preocupação relevante.

Ao longo dos anos, muitas mudanças foram feitas tanto em regulações da indústria como em práticas usualmente adotadas pela mesma (Kerin, 2015). Tais mudanças foram implementadas a partir de lições aprendidas de eventos passados, como o acidente de Piper Alpha (1988), de forma a evitar a ocorrência de tais eventos e de mitigar seus impactos, caso venham a ocorrer.

No entanto, tais mudanças podem diminuir as chances de ocorrência de grandes acidentes, porém não podem garantir que eles não irão ocorrer. Assim, faz-se necessário que as empresas de óleo estejam preparadas para lidar com as potenciais consequências dos mesmos. Isso porque os impactos decorrentes deles podem ser significativos, levando a perdas financeiras extremamente elevadas. Um exemplo disso pode ser observado através do acidente de Macondo (2010), que provocou o derramamento de 4,9 milhões de barris de óleo (Azwell *et al.*, 2011), tendo o derramamento durado 87 dias (GLOBAL, BP, 2010). Como consequência, a *British Petroleum* (BP) incorreu em perdas de cerca de US\$ 63 bilhões (GLOBAL, BP, 2017).

Para se proteger de possíveis perdas elevadas provocadas pela ocorrência de um grande acidente, é usual que as empresas contratem seguros. Muitos autores abordam a questão de contratação de seguros como uma forma de as empresas obterem maior utilidade quando comparada a situação em que a empresa assume sozinha todas as possíveis perdas (Arrow, 1974; Cummins e Mahul, 2004; Ramsay e Oguledo, 2012; Jost, 2015; Liu *et al.*, 2015; Wang e Huang, 2016).

Outra questão importante associada ao estudo de seguros é o uso de medidas de risco, visto que os problemas lidam com incertezas. Alguns autores utilizam medidas como *Value-at-Risk* (VaR) e *Conditional Value-at-Risk* (CVaR) para suportar as decisões sobre o tema. Pichler e Shapiro (2015), por exemplo, utilizaram tais medidas de risco para precificar o prêmio de um contrato de seguros. Wang e Huang (2016) desenvolveram um contrato ótimo de seguros que possibilitasse a maximização da utilidade esperada, sob restrições de VaR e CVaR. No entanto, apesar de relevante e adequado aos estudos de seguros, o uso de tais medidas ainda parece pouco difundido.

De forma geral, os estudos desse campo costumam abordar questões relativas à precificação do contrato de seguros (Ramsay e Oguledo, 2012; Pichler e Shapiro, 2015; Jost, 2016; Zhu, 2017) e/ou ao desenho do contrato e estabelecimento dos parâmetros adequados de seguros. Cummins e Mahul (2004), por exemplo, diferentemente de muitos autores anteriores, consideraram um contrato de forma mais realista, em que o mesmo é restringido por um limite superior de cobertura. Sun e Dong (2015) discutiram um desenho ótimo de contratos de seguros sob restrições de risco de *equity*. Gaffney e Ben-Israel (2016) propuseram um modelo de contrato ótimo de franquia e limite de cobertura, utilizando minimização do valor esperado combinado à variância das perdas. No entanto, é importante ressaltar que, apesar de as funções de perda apresentarem grande impacto sobre os resultados, a maior parte dos trabalhos conduzidos até hoje não lidam de forma adequada com essa questão. Na maioria dos casos, essa função é considerada conhecida, como visto em Ramsay e Oguledo (2012), Jost (2015) e Liu *et al.* (2015), ou assume-se uma função genérica  $F(x)$ , a qual não é especificada.

Os estudos das funções de perdas têm sido usualmente conduzidos pelos pesquisadores de segurança de processos. Um aspecto relevante apontado por eles no que se refere aos grandes acidentes é o fato de tais acidentes constituírem eventos raros. Em decorrência disso, há escassez de dados associados aos mesmos, o que dificulta a estimativa de probabilidades de ocorrência através de dados históricos (El-Gheriani *et al.*, 2017).

Assim, para contornar esse problema, alguns autores como Kujath *et al.* (2010), Yang *et al.* (2013) e Yang *et al.* (2015) sugerem o uso de dados de eventos precursores alinhados ao conceito de barreiras de segurança. Isso porque, ao decompor o problema em seus componentes, a estimativa de probabilidade de ocorrência de falhas se torna mais simples. Esses estudos trabalham a questão de como estimar as probabilidades de ocorrência de grandes acidentes, sendo

também necessário estudar questões associadas às estimativas de danos, dada a ocorrência de um evento.

Arunraj e Maiti (2009), por exemplo, propuseram uma metodologia de modelagem de consequências que considera diversos aspectos do evento, como perda de produção, danos a propriedade, perdas de saúde e segurança humanas e danos ao meio-ambiente. Hashemi *et al.* (2015) apresentaram uma metodologia que considera simulação de Monte Carlo aliado ao uso de cópulas para que se possa construir distribuições multivariadas de perdas. No entanto, como apontado por Yang *et al.* (2015), os estudos probabilísticos baseados em dados de precursores que permitam estimar os impactos decorrentes de acidentes ainda necessitam de desenvolvimento.

Em virtude do exposto, para que as empresas possam modelar adequadamente o problema de definição de seguros, deve-se considerar não apenas a teoria sobre o tema de seleção do melhor desenho de contrato de seguros, mas também métodos para caracterizar a incerteza associada aos acidentes. Assim, a metodologia de barreiras de segurança e informações de precursores constitui um método cujos resultados seriam mais próximos da realidade e cuja obtenção de dados é mais fácil.

### **1.1. Objetivo**

Diante do contexto acima descrito, o objetivo desse trabalho é propor um método para definição de contratos ótimos de seguros, sob a ótica da empresa segurada, considerando tanto aspectos e características da própria empresa quanto respostas do mercado e restrições do mesmo. As contribuições desse trabalho são:

1. Melhor caracterização da incerteza e estimativa das funções de perdas, utilizando como base o método de barreiras de segurança e informações de precursores.
2. Formulação de um problema de especificação ótima sob incerteza de um contrato com resposta de preço pelas seguradoras.
3. Metodologia de solução do problema de otimização baseado em um conjunto de reformulações de forma a tornar o problema tratável, utilizando o método de *Sample Average Approximation* para resolução do problema.

## **1.2. Organização do Trabalho**

Esta dissertação está organizada em sete capítulos. O Capítulo 1 apresenta a Introdução, com a contextualização do problema abordado e a motivação do mesmo. Além disso, também são apresentados os objetivos do estudo, bem como o presente item de organização do trabalho.

No Capítulo 2 são apresentados diversos ramos de seguros associados à Indústria de óleo e gás, além de termos comumente utilizadas em seguros.

O Capítulo 3 aborda o modelo utilizado para caracterização da incerteza do problema.

O Capítulo 4 apresenta a caracterização do contrato de seguros utilizado, mostrando os parâmetros considerados e as equações associadas ao mesmo. Além disso, também são abordados a forma de precificação do contrato de seguros e o modelo de otimização considerado, exibindo sua função objetivo e as restrições gerais a que o mesmo está sujeito.

O Capítulo 5 apresenta a metodologia de solução utilizada, com as reformulações realizadas de forma a possibilitar a resolução do problema, bem como o método SAA.

O Capítulo 6 apresenta o estudo de caso conduzido, as análises de sensibilidade realizadas e os resultados obtidos com o uso do método proposto.

Por fim, o Capítulo 7 apresenta as conclusões do estudo e sugestões de trabalhos futuros.

## 2 Seguros no mercado de óleo e gás brasileiro

Na presente seção são apresentados aspectos associados ao mercado de seguros brasileiro, como sua legislação e regulação, além dos seguros específicos associados ao mercado de óleo e gás e da terminologia de seguros adotada ao longo do presente trabalho.

### 2.1. Legislação e regulação de seguros no Brasil

O mercado de seguros brasileiro possui diretrizes e normas da política de seguros, que são estabelecidas pelo Conselho Nacional de Seguros Privados (CNSP) (Banco Central do Brasil, 2018). A esse órgão compete fixar as características gerais dos contratos de seguros, estabelecer diretrizes para as operações de resseguro, além de fixar limites legais e técnicos para operações das Sociedades Seguradoras, dentre outras atribuições.

Uma vez estabelecidas as diretrizes para as operações, compete à Superintendência de Seguros Privados (SUSEP) fiscalizar e controlar o mercado. Tal entidade constitui uma autarquia vinculada ao Ministério da Fazenda, tendo sido criada através do Decreto-lei nº 73, de 21 de novembro de 1966. Em seu site são divulgados atos normativos que estabelecem regras e critérios para a comercialização de produtos de seguros no país (SUSEP, 2018).

Além das regras estabelecidas para os produtos, o mercado também está sujeito a legislação, que estabelece a obrigatoriedade de contratação de determinados seguros. O decreto nº 61.867, de 11 de dezembro de 1967, estabeleceu obrigação de contratação de seguros como para o transporte de bens pertencentes a pessoas jurídicas e seguro contra incêndio de bens pertencentes a pessoas jurídicas, dentre outros (PLANALTO, 2018).

Há ainda seguros obrigatórios no país por exigência de autoridades públicas. A NORMAM 04 da Marinha, por exemplo, estabelece que embarcações estrangeiras que operem em águas jurisdicionais brasileiras devem possuir seguro *P&I* (que será abordado no item 2.2.2), com cláusula de remoção de destroços (*wreck removal*) (NORMAS DA AUTORIDADE MARÍTIMA, 2018).

Assim, é importante destacar que, muitas vezes, a contratação de um determinado seguro não é uma opção da empresa. Além disso, há regras para estabelecimento de determinados produtos, o que pode implicar em contratação de itens não relevantes para que se possa adquirir outros itens de cobertura no seguro.

Esses aspectos devem ser considerados pelas empresas quando forem realizar seus planejamentos securitários, identificando seus seguros obrigatórios e regras para contratação de determinados seguros.

## **2.2. Seguros no mercado de óleo e gás**

Como já mencionado, a indústria de óleo e gás é bastante arriscada, estando sujeita à ocorrência de diversos tipos de danos, como: danos à propriedade, danos a terceiros, danos ambientais e perda de produção, por exemplo. Esses danos podem ser bastante elevados, havendo no mercado de seguros brasileiro e/ou internacional alguns produtos de seguros que visam sua proteção. Os seguros podem ser voltados para o atendimento de determinadas etapas do ciclo de vida de uma unidade, como as fases de construção e operação, para tipos específicos de danos e para tipos específicos de unidades. Os diversos tipos de seguros relevantes para a indústria de óleo e gás estão brevemente descritos abaixo.

### **2.2.1. Riscos de Petróleo**

De acordo com a Circular SUSEP 470 de 28 de junho de 2013, estão sujeitas aos riscos de petróleo as atividades, equipamentos e/ou instalações que estejam diretamente ligadas à produção, perfuração e prospecção, dentre as quais estão:

- unidades de perfuração e unidades de produção;
- unidades de armazenamento no campo de produção em terra (*onshore*) e marítimas (*offshore*) e dutos *offshore*;
- manutenção, conservação e construção de unidades dos tipos UE (unidades de exploração), UP (unidades de produção), UA (unidades de armazenamento) e outras estruturas submarinas, incluindo dutos *offshore*, ligadas à produção ou exploração de óleo ou gás;
- óleo e/ou gás armazenado na unidade de produção e/ou unidade *offshore* de armazenamento.

Além da cobertura para os danos à propriedade (instalações, máquinas e produtos), a circular também permite que a apólice contenha cobertura para responsabilidade civil, isto é, para cobrir eventuais danos que sejam causados a terceiros.

### **2.2.2. Protection and Indemnity (P&I)**

A cobertura de *Protection and Indemnity* é uma exigência para operação no Brasil de embarcações estrangeiras. Alguns tipos de instalações utilizadas pela indústria de óleo e gás, como por exemplo as *Floating Production Storage and Offloading (FPSO)* e *Floating Storage and Offloading (FSO)*, são embarcações e, usualmente possuem bandeira estrangeira, estando sujeitas à contratação obrigatória de P&I. Essa é uma forma diferente de seguro, uma vez que o emissor da apólice não é uma seguradora, mas um clube ao qual as empresas se associam. O efeito de proteção é parecido com o de um seguro comum, porém os segurados podem ter que pagar prêmios adicionais, caso necessário.

Usualmente os clubes fornecem proteção contra danos a terceiros. O GARD, por exemplo, fornece cobertura para: responsabilidade civil em decorrência da atividade de transporte de cargas, perda de vida ou lesões a passageiros, tripulantes e outros, responsabilidade por remoção de destroços e responsabilidade por danos a propriedade de terceiros, incluindo poluição. Podem apresentar cobertura também para perdas físicas às instalações e danos associados a interrupção de negócios, como visto no clube citado (GARD, 2019).

### **2.2.3. Responsabilidade Civil Geral**

A contratação do seguro de Responsabilidade Civil Geral (RCG) é facultativa no Brasil. De acordo com as condições contratuais padrões de Responsabilidade Civil Geral divulgadas pela SUSEP, esse seguro fornece cobertura contra danos materiais e/ou corporais que sejam causados a terceiros em decorrência das atividades da empresa. O mesmo também cobre gastos com ações emergenciais tomadas para evitar ou minorar danos a terceiros.

#### **2.2.4. Transportes**

O seguro de transportes de pessoas jurídicas é obrigatório no Brasil e cobre danos a mercadorias em viagens aquaviárias, terrestres e aéreas, no país e no exterior. As mercadorias podem incluir os produtos da empresa, como óleo e derivados, e equipamentos necessários para obras e instalações em operação. As condições de operação desse seguro constam das Condições Contratuais Padronizadas da SUSEP.

#### **2.2.5. Riscos de Engenharia**

As apólices de Riscos de Engenharia fornecem cobertura contra danos decorrentes de acidentes de origem súbita e imprevista, provocados tanto às obras que sejam escopo do seguro quanto aos materiais a serem utilizados em sua construção. Tal cobertura pode contemplar as etapas de construção, instalação, montagem, período de testes e manutenção. De acordo com a Circular SUSEP de 14 de outubro de 2016, além das coberturas básicas acima citadas, a apólice pode contar também com cobertura para Responsabilidade Civil, que indeniza o segurado em decorrência de reclamações por danos corporais e materiais que sejam causados a terceiros de forma involuntária por conta da execução da obra objeto do seguro.

#### **2.2.6. Lucros cessantes**

A Circular SUSEP 560 de 07 de novembro de 2017 estabelece as regras para comercialização de seguro para lucros cessantes no país, definindo o objetivo desse seguro como “garantir uma indenização pelos prejuízos resultantes da interrupção ou perturbação no movimento de negócios do segurado”. A apólice pode contemplar: perda de lucro bruto, perda de lucro líquido, perda de receita bruta e/ou despesas fixas.

Cabe destacar que, muitas vezes o mercado insere essa cobertura em outras apólices, como na de Riscos de Petróleo ou Riscos Operacionais.

### 2.2.7. Riscos Ambientais

Os seguros contra riscos ambientais ainda não possuem uma circular específica da SUSEP para sua regulação. Normalmente, esse produto fornece indenização para custos e despesas de limpeza do ambiente afetado, custos judiciais de defesa, danos materiais, corporais e morais a terceiros e danos a recursos naturais, podendo tais danos serem decorrentes de lançamento súbito, acidental ou gradual de contaminantes ao meio ambiente. (CHUBB, 2019). Essa apólice possui algumas coberturas que já são tratadas na apólice de RCG, como danos a terceiros em caso de poluição súbita. No entanto, possui cobertura mais ampla no que se refere a danos ambientais.

### 2.3. Relação entre possíveis danos da indústria de óleo e gás e seguros oferecidos no mercado

Assim, cabe destacar que, muitas vezes, determinado tipo de dano é coberto por mais de uma apólice, como é o caso de danos a terceiros. Esses podem ser cobertos tanto pela apólice de P&I, como de Responsabilidade Civil Geral, por exemplo. Quando isso ocorre, no ato de contratação de uma determinada apólice, é registrada na mesma a existência do outro seguro, bem como os limites lá previstos e a ordem de acionamento entre as apólices.



**Figura 1: Relação entre apólices e possíveis danos decorrentes de acidentes**

Fonte: Elaboração própria

A relação entre as apólices existentes no mercado e os possíveis danos decorrentes de um acidente é apresentada na Figura 1. Destaca-se que a seleção

de apólices apresentadas e danos, tanto na figura quanto ao longo dessa seção, não é exaustiva. Os mesmos foram apresentados apenas para mostrar a complexidade da relação entre as apólices e as coberturas por elas oferecidas.

## **2.4. Terminologia de seguros**

Um contrato de seguros constitui uma forma de um determinado agente (“segurado”) transferir riscos para um outro agente (“seguradora”), realizando, para isso, o pagamento de um prêmio. Ele é firmado mediante a aquisição de uma apólice de seguros, documento contratual que estabelece direitos e obrigações de cada parte, bem como as garantias que foram contratadas (SUSEP, 2018). Em troca da promessa de recebimento de uma indenização no caso de ocorrência de um evento coberto pela apólice (sinistro), o segurado deve pagar antecipadamente um prêmio de seguro a seguradora. Alguns parâmetros do contrato podem afetar a precificação do contrato de seguros, como a franquia adotada e o limite de cobertura (Gaffney e Ben-Israel, 2016). Essa relação será discutida com mais detalhes ao longo da seção 4.2.

A franquia representa a parcela dos danos que constitui responsabilidade do segurado no caso de ocorrência de um sinistro, ou seja, o valor que a seguradora deixará de pagar, devendo a mesma estar discriminada na apólice de seguros. No Brasil, as franquias podem ser facultativas, quando solicitadas pelo segurado, ou obrigatórias, quando impostas pela seguradora (SUSEP, 2018). Além disso, podem ser estabelecidas em termos de valor fixo ou percentual do valor dos danos. No caso de franquias de valor fixo, o segurado só receberá indenização na hipótese de os danos serem maiores do que a mesma. A indenização corresponderá ao valor dos danos em excesso ao valor da franquia. Na situação de franquias como percentual dos danos, independentemente do valor dos danos, o segurado receberá indenização. Em ambas as situações, o valor de indenização pode ser limitado, de acordo com o limite de cobertura da apólice.

De forma geral, as apólices também contam com limites de cobertura, que restringem o valor de indenização a ser pago pela seguradora ao longo do período de vigência da apólice. O limite máximo de garantia (LMG) constitui o valor máximo que a seguradora indenizará o segurado, podendo ser estabelecido por evento ou série de eventos. Já o limite máximo de indenização (LMI) é aplicado por cobertura, quando uma mesma apólice apresenta diversas coberturas

distintas. Os diversos LMIs de uma apólice são independentes entre si e não se comunicam. Cabe destacar que tais limites podem ser impactados pela capacidade do mercado. A capacidade representa o valor máximo que o mercado está disposto a oferecer para uma determinada cobertura de um segurado. O valor da capacidade é estimado por diversos agentes da indústria, podendo ser encontrado em relatórios sobre o mercado de seguros.

Para estabelecer os limites desejados de cobertura, o segurado, de forma geral, se baseia no valor em risco ou no dano máximo provável. O valor em risco corresponde ao valor total de um determinado bem (SUSEP, 2018). Já o conceito de dano máximo provável (DMP) é mais abrangente, não se restringindo a aplicação em propriedades, mas considerando qualquer tipo de perda que possa vir a ocorrer, como perdas associadas à responsabilidade civil. Para a definição do valor associado ao DMP, são avaliados diversos cenários de perda e é verificado, dentre tais cenários, qual o maior valor de perda possível (Gustavsson *et al.*, 2010). Black (1969) define DMP como “a perda máxima que provavelmente ocorrerá quando, e se, o perigo contra o qual foi feito seguro de fato ocorrer”. Dessa forma, em se tratando de um seguro contra danos a propriedade, é possível que o DMP seja menor do que o valor em risco, visto que o cenário de destruição total de um determinado ativo pode não ser considerado possível.

O valor do DMP deve ser considerado na caracterização dos danos, que subsidiarão a definição dos parâmetros de um contrato de seguros.

### 3 Caracterização da incerteza

Um aspecto relevante associado aos problemas de seguros refere-se à forma de caracterização das incertezas. Essa constitui uma tarefa difícil, principalmente no caso de grandes acidentes. Isso porque, como mencionado anteriormente, os mesmos são eventos raros, o que faz com que os dados disponíveis associados a eles sejam escassos.

Para lidar com isso, modelos baseados em barreiras de segurança e informações de precursores têm sido utilizados. Essas barreiras se baseiam no modelo do “queijo suíço” (*Swiss Cheese Model*) de Reason (1990). As barreiras atuam de forma sequencial (fatias do queijo), constituindo diversas etapas de proteção. Um grande acidente ocorre quando falhas ocorrem em todas as barreiras (furos das fatias de queijo alinhados). Dessa forma, o modelo propõe que um acidente não é causado por falhas na última etapa da sequência de barreiras, mas sim por uma sequência/cominação de falhas envolvendo diversos elementos do sistema.

É importante considerar que tais barreiras representam modelos conceituais que indicam os elementos que seriam necessários para a ocorrência de acidentes (Kujath *et al.*, 2010). Assim, elas podem não ser apenas físicas, mas também processuais. Para o seu estabelecimento é necessária a elaboração de árvores de falhas (*fault tree analysis – FTA*) e árvores de eventos (*event tree*). As árvores de falhas devem ser construídas de forma a representar a sequência de falhas de cada barreira, possibilitando a compreensão das relações causais entre os eventos (Rathnayaka *et al.*, 2011a). Um exemplo de árvore de falhas é apresentado na Figura 2, em que é possível ver os diversos elementos que formam uma barreira de segurança.

Através da decomposição do processo em pedaços menores, a obtenção de dados e consequentes estimativas de ocorrência se tornam mais factíveis do que a situação do problema original. Assim, a probabilidade de ocorrência de um grande acidente seria dada pela probabilidade combinada de falhas das barreiras consideradas na situação.

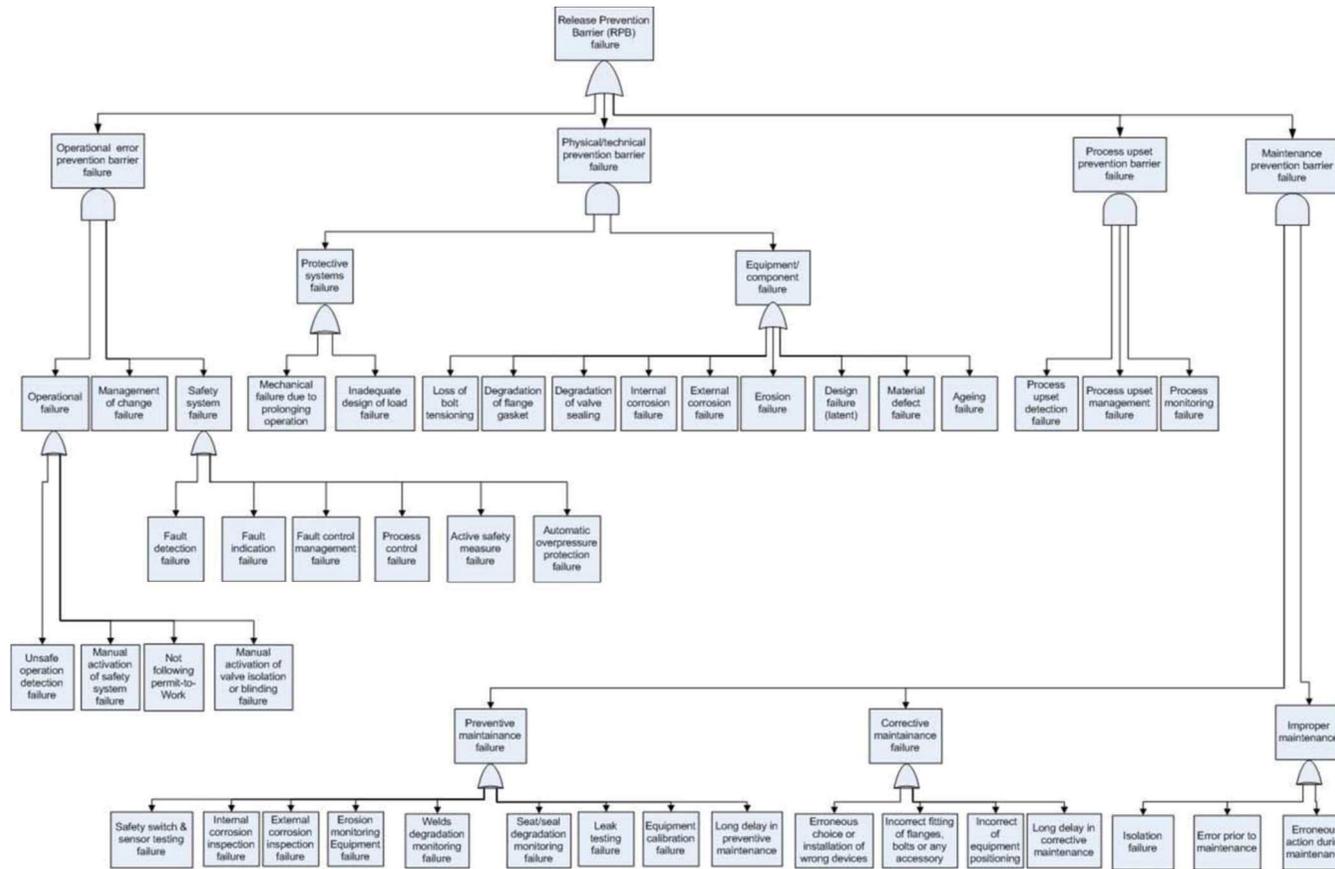


Figura 2: Exemplo de árvore de falhas para a barreira de prevenção à liberação (*Release Prevention Barrier – IPB*)

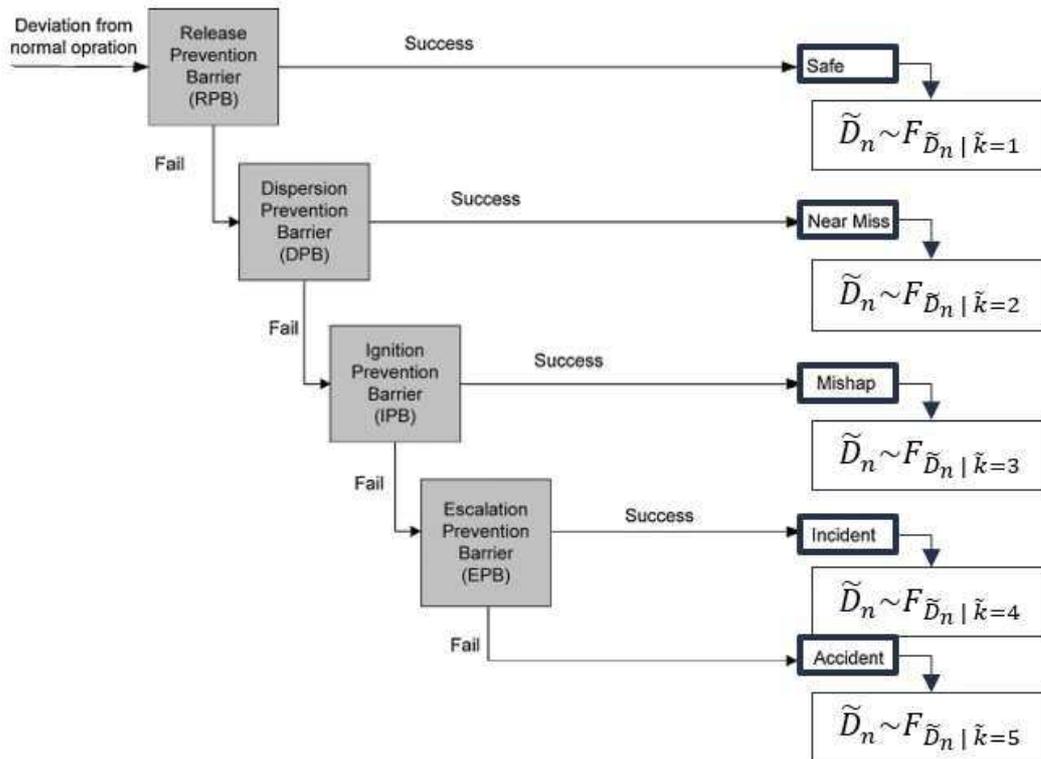
Fonte: Rathnayaka *et al.*, 2011a

Alinhado a isso, Yang *et al.* (2013) propõe um método para estimar a ocorrência de eventos raros utilizando informações de precursores e uma abordagem hierárquica Bayesiana (*Hierarchical Bayesian Approach – HBA*).

Outro fator relevante para o uso de um modelo baseado em barreiras de segurança para caracterizar a incerteza refere-se ao fato de que o mesmo reflete melhor as condições atuais e elementos que compõem as unidades. Para isso, o modelo conceitual de barreiras de segurança deve ser elaborado de forma a refletir os sistemas e componentes da(s) unidade(s) em análise, sendo necessário que as árvores de falha e de eventos sejam mantidas atualizadas.

Assim, como ao longo do tempo diversos novos equipamentos e componentes vão sendo incorporados e modificados nas unidades, as estimativas calculadas com base em modelos de barreiras de segurança e precursores estariam mais aderentes às probabilidades atuais de ocorrência dos acidentes do que estimativas baseadas apenas em histórico de ocorrência de acidentes. Isso porque, os mesmos podem apresentar eventos ocorridos em momentos em que os sistemas utilizados nas unidades eram muito distintos dos atuais, além de tais históricos, em muitos casos, apresentarem poucos dados.

Um exemplo de esquema de barreiras de segurança e classificação de estados finais dos eventos, dada a ocorrência de um desvio de processo, é mostrado na Figura 3, de forma a facilitar a compreensão do conceito sequencial tratado e dos eventos precursores.



**Figura 3: Árvore de eventos de sequência de acidentes**

Fonte: Adaptado de Rathnayaka *et al.*, 2011b

O modelo exibido na Figura 3, utiliza cinco diferentes categorias de consequências ( $\tilde{k} \in \{1,2,3,4,5\}$ ), dentre as quais os eventos exibidos como “near miss” e “mishap”, por exemplo, seriam considerados precursores de acidentes. Adotou-se que os danos ( $\tilde{D}_n$ ) associados a cada categoria de consequência seguem funções de distribuição de probabilidade ( $F_{\tilde{D}_n}$ ), as quais são distintas entre si e dependem da categoria.

Cabe destacar que outros tipos de eventos, como causas externas (colisão, por exemplo) podem gerar perdas. No entanto, tais eventos são mais raros e, de acordo com o direito civil brasileiro, os danos associados aos mesmos deveriam ser de responsabilidade do causador do dano. Assim, nesse trabalho, tais situações não são consideradas, restringindo-se apenas às situações associadas às barreiras de segurança.

## 4

### Modelo de otimização do contrato de seguros

Nessa seção, o problema de decisão de contratação de seguros é apresentado através de um problema de otimização. Para isso, antes são apresentados o modelo de contrato considerado e a forma adotada para precificação do tipo de contrato selecionado.

#### 4.1.

##### Caracterização do contrato de Seguros

Em vista dos conceitos expostos na seção 2 e das possibilidades de formas de contrato existentes no Brasil, o contrato de seguros considerado no presente trabalho é caracterizado seguindo a forma atualmente adotada na empresa estudada. Destaca-se ainda que, para efeitos de simplificação do modelo, desprezou-se os efeitos do valor do dinheiro no tempo.

Para adequadamente caracterizar o contrato de seguros, deve-se considerar que, ao longo do período de vigência da apólice, o segurado está sujeito à ocorrência de desvios de processos. Tais desvios, associados à ocorrência de falhas nas barreiras de segurança (conforme descritas na seção 3), podem gerar sinistros. No momento de contratação da apólice, o número de desvios ( $\tilde{N}$ ) é incerto, bem como a magnitude do dano ( $\tilde{D}_n$ ) provocado pela ocorrência de tal evento. Assim, na situação em que a empresa não possui seguro, suas perdas totais ( $\mathcal{L}^{(NI)}(\tilde{N}, \tilde{\mathbf{D}})$ ) seriam dadas por:

$$\mathcal{L}^{(NI)}(\tilde{N}, \tilde{\mathbf{D}}) = \sum_{n=1}^{\tilde{N}} \tilde{D}_n \quad (1)$$

sendo  $\tilde{\mathbf{D}} = \{\tilde{D}_n\}_{n=1}^{\tilde{N}}$ . A empresa pode optar pela contratação de seguros, de forma a evitar possíveis perdas elevadas. Dessa forma, caso ocorra um acidente, a seguradora pagaria uma indenização ( $I^S$ ), reduzindo o valor que a empresa segurada teria que arcar. Para usufruir de tal proteção, a empresa deve pagar um prêmio ( $p$ ) no momento de aquisição da apólice.

Quando da aquisição da apólice, as partes acordam entre si quais serão os parâmetros do contrato ( $\theta$ ). No caso em questão, considera-se três parâmetros distintos. O primeiro deles é a franquia ( $T_1$ ), que, como mencionado anteriormente, corresponde à parcela inicial de cada sinistro que é de responsabilidade da empresa contratante da apólice. A franquia considerada é do tipo valor fixo, o que significa que, enquanto os danos forem inferiores ao valor da franquia, nenhuma indenização será paga pela seguradora, devendo a empresa segurada arcar com todos os danos. Além disso, considera-se que há um limite de cobertura por evento ( $T_2$ ), que corresponde ao valor máximo que a seguradora irá pagar individualmente. Dessa forma, caso algum evento tenha danos superiores ao limite estabelecido, o valor máximo pago pela seguradora será equivalente ao limite definido ( $T_2$ ). Em vista do exposto, a função de indenização por evento  $I_n^{(S)}(\tilde{D}_n, T_1, T_2)$  a ser paga pela seguradora pode ser expressa como:

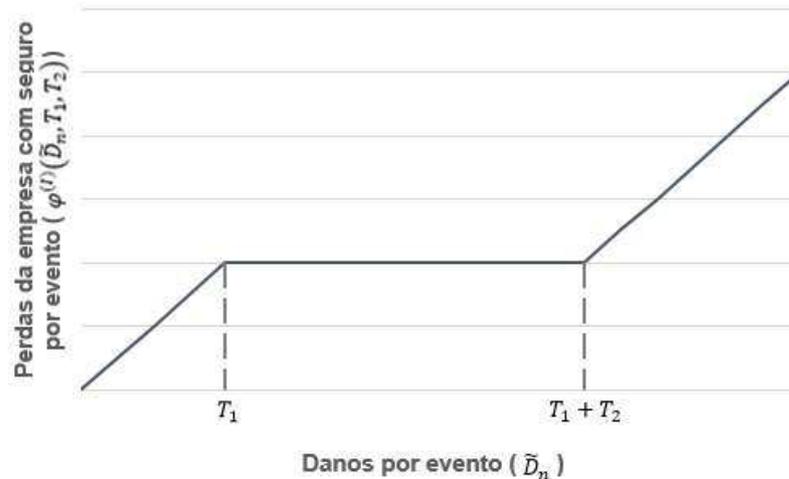
$$I_n^{(S)}(\tilde{D}_n, T_1, T_2) = \begin{cases} 0, & \tilde{D}_n < T_1; \\ \tilde{D}_n - T_1, & T_1 \leq \tilde{D}_n \leq T_1 + T_2; \\ T_2, & \tilde{D}_n > T_1 + T_2; \end{cases} \quad (2)$$

Uma vez que, ao contratar o seguro, a empresa segurada deixa de pagar uma parcela dos danos (a indenização  $I_n^{(S)}(\tilde{D}_n, T_1, T_2)$  paga pela seguradora), a função de perdas por evento ( $\varphi_n^{(I)}$ ) da segurada seria equivalente a:

$$\varphi_n^{(I)}(\tilde{D}_n, T_1, T_2) = \begin{cases} \tilde{D}_n, & \tilde{D}_n < T_1; \\ T_1, & T_1 \leq \tilde{D}_n \leq T_1 + T_2; \\ \tilde{D}_n - T_2, & \tilde{D}_n > T_1 + T_2; \end{cases} \quad (3)$$

A função (3) é exibida de forma gráfica na Figura 4 permitindo melhor compreensão da mesma. A função de perda expressa em (2) ainda pode ser reescrita conforme abaixo.

$$\varphi_n^{(I)}(\tilde{D}_n, T_1, T_2) = \max(\min(\tilde{D}_n, T_1); (\tilde{D}_n - T_2)) \quad (4)$$



**Figura 4: Representação da função de perda da empresa seguradora por evento**

Fonte: Elaboração própria

Além dos parâmetros já expressos, considera-se que o contrato ainda está sujeito a um limite de indenização agregado ( $T_3$ ), que limita o montante total a ser pago pela seguradora durante o contrato, por todos os eventos que venham a ocorrer no período de vigência da apólice. Dessa forma, uma vez que o somatório de indenizações do contrato atinja o referido limite, nenhuma indenização poderá ser paga de tal momento em diante. Assim, sob o ponto de vista da seguradora, é possível expressar a função de indenização total em função do conjunto de parâmetros do contrato ( $\theta = (T_1, T_2, T_3)$ ) e do número de eventos ( $\tilde{N}$ ) e magnitude dos danos ( $\tilde{D}$ ) conforme abaixo:

$$I^T(\tilde{N}, \tilde{D}, \theta) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\tilde{N}} I_n^{(S)}(\tilde{D}_n, T_1, T_2), & \sum_{n=1}^{\tilde{N}} I_n^{(S)}(\tilde{D}_n, T_1, T_2) < T_3; \\ T_3, & \sum_{n=1}^{\tilde{N}} I_n^{(S)}(\tilde{D}_n, T_1, T_2) \geq T_3; \end{cases} \quad (5)$$

A partir de (5) é possível então escrever a função das perdas totais incorridas pela empresa, na situação em que o seguro é contratado, representada pela equação (6).

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{(I)}(\tilde{N}, \tilde{\mathbf{D}}, \theta) &= \sum_{n=1}^{\tilde{N}} \tilde{D}_n - I^T(\tilde{N}, \tilde{\mathbf{D}}, \theta) \\ &= \begin{cases} \sum_{n=1}^{\tilde{N}} \varphi_n^{(I)}(\tilde{D}_n, T_1, T_2), & \sum_{n=1}^{\tilde{N}} I_n^{(S)}(\tilde{D}_n, T_1, T_2) < T_3; \\ \sum_{n=1}^{\tilde{N}} \tilde{D}_n - T_3, & \sum_{n=1}^{\tilde{N}} I_n^{(S)}(\tilde{D}_n, T_1, T_2) \geq T_3; \end{cases} \quad (6) \end{aligned}$$

Assim, a empresa segurada pagará o somatório das suas parcelas individuais de cada evento ( $\varphi_n^{(I)}$ ), enquanto o somatório das indenizações pagas pela seguradora ( $I_n^{(S)}$ ) não exceder o limite agregado de indenização ( $T_3$ ). Caso tal somatório exceda o limite, a empresa pagará por todos os danos, excluindo-se o limite pago pela seguradora.

Como feito para a equação de perdas por evento, a equação de perdas totais também é reescrita e expressa em (7) e (8).

$$\mathcal{L}^{(I)}(\tilde{N}, \tilde{\mathbf{D}}, \theta) = \max \left( \sum_{n=1}^{\tilde{N}} \varphi_n^{(I)}(\tilde{D}_n, T_1, T_2), \sum_{n=1}^{\tilde{N}} \tilde{D}_n - T_3 \right) \quad (7)$$

$$\mathcal{L}^{(I)}(\tilde{N}, \tilde{\mathbf{D}}, \theta) = \max \left( \sum_{n=1}^{\tilde{N}} \max(\min(\tilde{D}_n, T_1); (\tilde{D}_n - T_2)), \sum_{n=1}^{\tilde{N}} \tilde{D}_n - T_3 \right) \quad (8)$$

#### 4.2. Precificação do contrato de seguros

Quando um seguro é adquirido, além da parcela de perdas explicitada pela equação (8), a empresa também deve arcar com o pagamento do prêmio. Muitos autores apontam que os prêmios cobrados pelas seguradoras pelos contratos de seguros estão relacionados aos parâmetros do contrato e/ou a expectativa de indenização a ser paga ao longo do mesmo. Hong (2018), por exemplo, define o prêmio como um produto do valor esperado dos pagamentos de indenizações por um fator  $(1 + \tau)$ , em que  $\tau$  representa o chamado “*risk loading factor*”. A mesma representação do prêmio foi anteriormente adotada por Braun e Muermann (2004), que consideram que esse comportamento de precificação pode ser justificado através da assunção de que “os seguradores são neutros a risco, em um mercado perfeitamente competitivo, com custos transacionais proporcionais,

sem custos de entrada”. Além disso, os mesmos consideram que não há assimetria de informação.

Dhaene *et al.* (2002) consideram um prêmio equivalente ao valor esperado dos pagamentos, sem incorporar qualquer fator e/ou custo extra.

Gaffney e Ben-Israel (2016) também associam o valor do prêmio aos pagamentos. Eles consideram que o prêmio é uma função da franquia (*deductible*) e do limite de cobertura da apólice (*coverage*) e que, para que o mesmo seja justo atuarialmente e, assumindo que o lucro da seguradora é não-negativo, essa função deve ser maior do que o valor esperado dos danos na faixa de pagamentos da seguradora.

Assim, a função de prêmio adotada no presente trabalho considera as proposições de Braun e Muermann (2004) e Hong (2018), uma vez que a mesma parece representar melhor a realidade, contemplando os custos da seguradora e os valores a serem pagos por ela. Essa representação do prêmio  $p$  a ser pago pela empresa está descrita em (9), sendo  $\tau$  a representação do *risk loading factor*.

$$p \geq (1 + \tau) * \mathbb{E}[I^T(\tilde{N}, \tilde{D}, \theta)] \quad (9)$$

Dessa forma, para que a seguradora aceite o risco da empresa, ela exigiria um prêmio mínimo equivalente ao valor esperado das indenizações que terá que arcar ao longo do contrato, acrescida de uma taxa aplicada a cada pagamento realizado.

### 4.3. Estimação do *risk loading factor* ( $\tau$ )

Para que a empresa possa utilizar a equação de prêmio apresentada na seção anterior como um dos aspectos do seu problema, é necessário que a mesma possa estimar o valor do *risk loading factor* da seguradora. Isolando tal fator na equação (9), o mesmo pode ser representado por:

$$\tau = \frac{p}{\mathbb{E}[I^T(\tilde{N}, \tilde{D}, \theta)]} - 1 \quad (10)$$

Considerando que a equação de prêmio apresentada se baseia na ideia de que não há assimetria de informação, a empresa seria capaz de calcular o valor esperado das indenizações a serem pagas. Assim, utilizando parâmetros  $\theta$  e

prêmios  $p$  de apólices anteriores, seria possível calcular o *risk loading factor* da época da apólice. Tal fator pode ser atualizado com base em relatórios de mercado, que estimam as taxas de elevação dos prêmios para o próximo período.

#### 4.4. Modelo de otimização

Nessa seção, o problema de definição dos parâmetros ótimos de um contrato de seguros é apresentado através de um problema de otimização. Essa abordagem foi escolhida para tornar mais fácil o desenvolvimento de uma metodologia que fosse capaz de identificar os parâmetros  $\theta = (T_1, T_2, T_3)$  ótimos quando são considerados diversos tipos de danos (instalações, lucros cessantes, mercadorias, meio-ambiente e terceiros, por exemplo), cobertos em apólices distintas, cada qual com seus respectivos parâmetros. Como apresentado na seção 2, a relação entre as apólices e as diversas coberturas é complexa. Assim, o uso de simulação para resolução do problema se tornaria muito custoso. Destaca-se, porém, que o problema aqui tratado considera apenas um tipo de dano e uma apólice. No entanto, a estrutura da formulação proposta pode ser estendida para contemplar também múltiplos danos e apólices.

Dessa forma, o problema busca identificar os melhores parâmetros  $\theta = (T_1, T_2, T_3)$  para o contrato, de forma a minimizar os pagamentos que a empresa segurada terá que arcar. É importante considerar que os pagamentos não incluem apenas as perdas residuais após a transferência de riscos para a seguradora por meio do contrato de seguro, mas também o prêmio pago para efetivar tal transferência. Uma formulação geral para o problema de otimização considerado é apresentada a seguir.

$$\min_{\theta, p} \phi[\mathcal{L}^{(I)}(\tilde{N}, \tilde{D}, \theta) + p] \quad (11)$$

$$\text{s.t. } p \geq (1 + \tau) * E[I^T(\tilde{N}, \tilde{D}, \theta)] \quad (12)$$

$$T_2 \leq T_3 \quad (13)$$

$$\underline{T}_1 \leq T_1 \leq \overline{T}_1 \quad (14)$$

$$T_1, T_2, T_3 \geq 0 \quad (15)$$

O modelo apresentado considera o objetivo de minimizar uma função de perdas totais e prêmio, estando sujeito a algumas restrições. Dentre elas encontra-se a restrição de prêmio em função da indenização que poderá ser paga ao longo do contrato, como já abordado na seção 4.2.. Além disso, são consideradas duas restrições lógicas para o problema. A primeira, exibida em (13), mostra a relação entre os limites de indenização do contrato para um único evento ( $T_2$ ) e para o total de eventos ( $T_3$ ) ao longo da vigência da apólice. A restrição impõe que o limite agregado de indenizações não seja inferior ao limite individual de indenização (por evento). Além disso, tanto os limites de indenização quanto a franquia devem ser não-negativos. Por fim, considerou-se que, dado um problema associado à indústria de petróleo, em que muitos eventos de pequeno porte podem acontecer, e ainda, que de forma geral, as empresas possuem alguma capacidade de assunção de riscos, seria possível que as seguradoras impusessem uma franquia mínima ( $\underline{T}_1$ ). Ademais, também foi estabelecido limite superior para a franquia ( $\overline{T}_1$ ). Tal limite representaria uma restrição de caixa da empresa segurada, indicando o máximo valor disponível que a mesma teria para arcar com um possível dano, sem necessidade de captação de recursos. Ambas as condições são representadas por (14).

## 5 Metodologia de Solução

Na presente seção a metodologia de solução do problema abordado é apresentada, sendo utilizada a abordagem tradicional de programação estocástica, em que as incertezas são representadas a partir de cenários  $(\tilde{N}, \{\tilde{D}_n\}_{n=1}^{\tilde{N}}) \approx (N_s, \{D_{ns}\}_{n=1}^{N_s})_{s=1}^S$ .

### 5.1. Reformulação das funções não-lineares do contrato

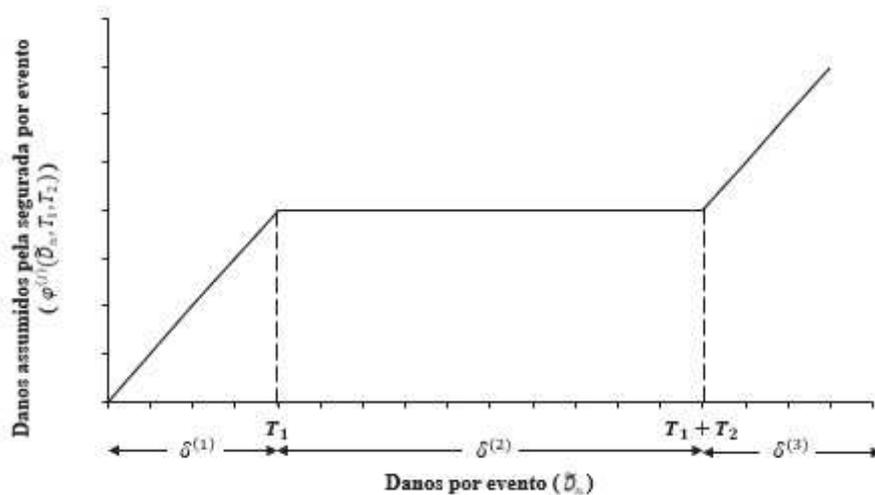
O problema de otimização apresentado na seção anterior conta com funções não-lineares, o que gerou a necessidade de reformulação das mesmas para o tratamento do problema por *solvers* comerciais. O problema reformulado é apresentado nessa seção.

A formulação proposta se baseou na decomposição em três parcelas ( $\delta^{(1)}$ ,  $\delta^{(2)}$  e  $\delta^{(3)}$ ) do valor do dano associado a um evento ( $D_{ns}$ ), conforme abaixo.

$$D_{ns} = \delta_{ns}^{(1)} + \delta_{ns}^{(2)} + \delta_{ns}^{(3)} \quad \begin{array}{l} \forall n = 1, \dots, N_s \\ \forall s = 1, \dots, S \end{array} \quad (16)$$

O valor assumido pela empresa segurada ( $\varphi_{ns}^{(I)}$ ) é equivalente ao somatório das parcelas  $\delta^{(1)}$  e  $\delta^{(3)}$ , e a parcela assumida pela seguradora ( $I_{ns}^{(S)}$ ) é igual a  $\delta^{(2)}$ . Essa lógica de decomposição é apresentada na Figura 5.

$$\varphi_{ns}^{(I)} = \delta_{ns}^{(1)} + \delta_{ns}^{(3)} \quad \begin{array}{l} \forall n = 1, \dots, N_s \\ \forall s = 1, \dots, S \end{array} \quad (17)$$



**Figura 5: Representação da função de perda da empresa segurada por evento, com variáveis da reformulação do problema**

Fonte: Elaboração própria

Para que a decomposição funcione adequadamente é necessário que antes de conferir qualquer valor à variável  $\delta^{(2)}$ , o otimizador atribua à variável  $\delta^{(1)}$  o máximo valor que a mesma pode assumir, ou seja, a franquia  $T_1$ . A mesma relação ocorre com  $\delta^{(2)}$  e  $\delta^{(3)}$ . Para que seja atribuído qualquer valor à variável  $\delta^{(3)}$ , é necessário que a variável  $\delta^{(2)}$  tenha atingido seu valor máximo, no caso, o limite de indenização por evento  $T_2$ . Assim, foram estabelecidas as condições exibidas nas equações (20)-(23). Tais condições consideram o uso de três variáveis binárias ( $y^{(1)}$ ,  $y^{(2)}$  e  $y^{(3)}$ ) associadas respectivamente à atribuição de valores às parcelas  $\delta^{(1)}$ ,  $\delta^{(2)}$  e  $\delta^{(3)}$ . Quando as parcelas recebem valor, as variáveis binárias assumem o valor um e quando as parcelas não assumem valor, as variáveis binárias associadas às mesmas assumem o valor zero. Na formulação abaixo, as variáveis  $y^{(1)}$ ,  $y^{(2)}$ ,  $y^{(3)}$ ,  $\delta^{(1)}$ ,  $\delta^{(2)}$  e  $\delta^{(3)}$  são apresentadas por evento e por cenário.

$$D_{ns} = \delta_{ns}^{(1)} + \delta_{ns}^{(2)} + \delta_{ns}^{(3)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (18)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$\varphi_{ns}^{(I)} = \delta_{ns}^{(1)} + \delta_{ns}^{(3)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (19)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$y_{ns}^{(2)} * T_1 \leq \delta_{ns}^{(1)} \leq T_1 * y_{ns}^{(1)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (20)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$y_{ns}^{(3)} * T_2 \leq \delta_{ns}^{(2)} \leq T_2 * y_{ns}^{(2)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (21)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$y_{ns}^{(3)} \leq y_{ns}^{(2)} \leq y_{ns}^{(1)} \quad \forall s = 1, \dots, S$$

$$\forall n = 1, \dots, N_s \quad (22)$$

$$\delta_{ns}^{(3)} \leq D_{ns} * y_{ns}^{(3)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s$$

$$\forall s = 1, \dots, S \quad (23)$$

$$y_{ns}^{(1)}, y_{ns}^{(2)}, y_{ns}^{(3)} \in \{0,1\} \quad \forall n = 1, \dots, N_s$$

$$\forall s = 1, \dots, S \quad (24)$$

Para que as condições de ordem de atribuição de valor sejam atendidas, estabeleceu-se a condição representada pela equação (22), que faz com que a variável binária ( $y^{(3)}$ ) associada ao acionamento da variável  $\delta^{(3)}$  só assuma valor um se as variáveis binárias  $y^{(1)}$  e  $y^{(2)}$  também assumam o valor um.

Além disso, as equações (20) e (21) estabelecem que as variáveis  $\delta^{(1)}$  e  $\delta^{(2)}$  assumam valores até o limite estabelecido para cada uma ( $T_1$  e  $T_2$ ).

Como a primeira parcela deve ser sempre acionada, no problema completo tratado (representado pelas equações (54)-(90)) a variável  $y^{(1)}$  foi substituída pelo valor um. Além disso, os termos  $y_{ns}^{(2)} * T_1$ ,  $y_{ns}^{(3)} * T_2$  e  $T_2 * y_{ns}^{(2)}$  são bilineares. Assim, para tratar essa situação foram utilizadas as equações (25) a (37) abaixo, sendo as parcelas  $y_{ns}^{(2)} * T_1$ ,  $y_{ns}^{(3)} * T_2$  e  $T_2 * y_{ns}^{(2)}$  substituídas, respectivamente, por  $z_{ns}^{(2)}$ ,  $z_{ns}^{(3)}$  e  $z_{ns}^{(4)}$ .

$$z_{ns}^{(2)} \leq \delta_{ns}^{(1)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s$$

$$\forall s = 1, \dots, S \quad (25)$$

$$z_{ns}^{(2)} \leq \overline{T_1} * y_{ns}^{(2)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s$$

$$\forall s = 1, \dots, S \quad (26)$$

$$T_1 - z_{ns}^{(2)} \geq 0 \quad \forall n = 1, \dots, N_s$$

$$\forall s = 1, \dots, S \quad (27)$$

$$T_1 - z_{ns}^{(2)} \leq \overline{T_1} * (1 - y_{ns}^{(2)}) \quad \forall n = 1, \dots, N_s$$

$$\forall s = 1, \dots, S \quad (28)$$

$$T_1 \geq \delta_{ns}^{(1)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s$$

$$\forall s = 1, \dots, S \quad (29)$$

$$z_{ns}^{(3)} \leq \delta_{ns}^{(2)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s$$

$$\forall s = 1, \dots, S \quad (30)$$

$$z_{ns}^{(3)} \leq \overline{T_2} * y_{ns}^{(3)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s$$

$$\forall s = 1, \dots, S \quad (31)$$

$$T_2 - z_{ns}^{(3)} \geq 0 \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (32)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$T_2 - z_{ns}^{(3)} \leq \overline{T}_2 * (1 - y_{ns}^{(3)}) \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (33)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$z_{ns}^{(4)} \geq \delta_{ns}^{(2)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (34)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$z_{ns}^{(4)} \leq \overline{T}_2 * y_{ns}^{(2)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (35)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$T_2 - z_{ns}^{(4)} \geq 0 \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (36)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$T_2 - z_{ns}^{(4)} \leq \overline{T}_2 * (1 - y_{ns}^{(2)}) \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (37)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

Tomando como exemplo a linearização da expressão  $y_{ns}^{(2)} * T_1 \leq \delta_{ns}^{(1)}$ , temos que, se  $y_{ns}^{(2)} = 0$ , então

$$T_1 - z_{ns}^{(2)} \leq \overline{T}_1 * (1 - y_{ns}^{(2)}) = \overline{T}_1 \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (38)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$T_1 \geq z_{ns}^{(2)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (39)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$z_{ns}^{(2)} = 0 \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (40)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$\delta_{ns}^{(1)} \geq 0 \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (41)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

Logo,  $0 \leq T_1 \leq \overline{T}_1$ . Porém, na situação de  $y_{ns}^{(2)} = 1$ , temos:

$$z_{ns}^{(2)} \leq \delta_{ns}^{(1)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (42)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$z_{ns}^{(2)} \leq \overline{T}_1 \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (43)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$T_1 - z_{ns}^{(2)} \geq 0 \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (44)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

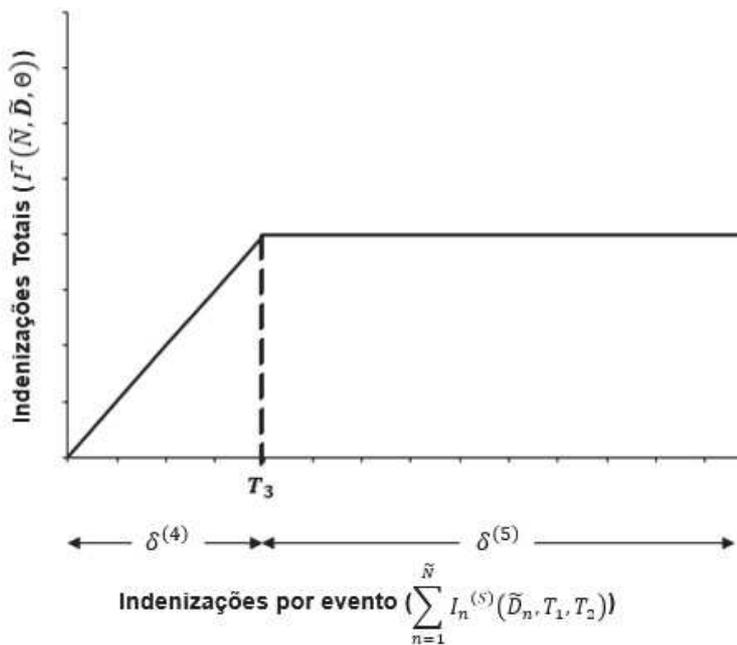
$$T_1 - z_{ns}^{(2)} \leq 0 \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (45)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

De (44) e (45), tem-se que  $T_1 = z_{ns}^{(2)}$ , que deve ser ao mesmo tempo menor do que  $\delta_{ns}^{(1)}$  e  $\bar{T}_1$ .

A mesma lógica acima foi aplicada nas demais situações em que era necessário realizar novas linearizações.

Para tratar as questões associadas ao limite global de indenização  $T_3$ , foi utilizada lógica parecida com a acima demonstrada. A indenização total paga pela seguradora foi decomposta em duas parcelas ( $\delta^{(4)}$  e  $\delta^{(5)}$ ), como exibido na Figura 6.



**Figura 6: Representação da função de indenizações totais, com variáveis da reformulação do problema**

Fonte: Elaboração própria

Para um único cenário, a variável  $\delta^{(4)}$  representa o valor total das indenizações pagas pela seguradora, o qual está limitado por  $T_3$ . Assim, a parcela a ser paga pela empresa pode ser representada pela equação (46).

A variável  $\delta^{(5)}$  representa o valor do somatório das indenizações individuais que excede o limite global  $T_3$  da apólice, relação representada pela equação (47).

$$\mathcal{L}_s^{(I)} = \sum_{n=1}^{N_s} D_{ns} - \delta_s^{(4)} \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (46)$$

$$\delta_s^{(4)} + \delta_s^{(5)} = \sum_{n=1}^{N_s} \delta_{ns}^{(2)} \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (47)$$

Da mesma forma que no bloco anterior, foram utilizadas variáveis binárias ( $y^{(4)}$ , substituída na formulação final pelo valor um, como realizado para  $y^{(1)}$  e  $y^{(5)}$ ).

Como no outro conjunto de equações, a formulação também deve garantir que a variável  $\delta^{(5)}$  só apresente valor uma vez que  $\delta^{(4)}$  tenha assumido o seu valor máximo, no caso, o limite global de indenização  $T_3$ . Para isso, tem-se o seguinte conjunto de restrições.

$$y_s^{(5)} * T_3 \leq \delta_s^{(4)} \leq T_3 * y_s^{(4)} \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (48)$$

$$y_s^{(5)} \leq y_s^{(4)} \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (49)$$

$$y_s^{(4)}, y_s^{(5)} \in \{0,1\} \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (50)$$

A primeira parte da equação contida em (48),  $y_s^{(5)} * T_3 \leq \delta_s^{(4)}$ , foi linearizada, passando a ser representada pelo conjunto de equações (79)-(82). Tal linearização foi conduzida da mesma forma que realizada anteriormente nesse trabalho.

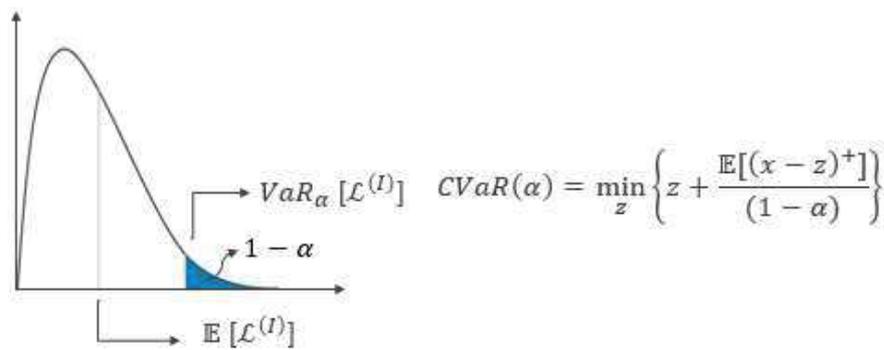
Além disso, como já realizado com o limite individual de indenização ( $T_2$ ), também foi estabelecido limite máximo para  $T_3$ , representado por  $\overline{T_3}$ , que indicaria a máxima capacidade ofertada pelo mercado segurador para a cobertura em questão.

## 5.2. Modelo baseado em CVaR

Ao se tratar de problemas de seguros é necessário considerar que os mesmos não são contratados visando as perdas usuais de uma empresa, mas como uma forma de transferência do risco associado aos piores cenários de perdas. Assim, as métricas a serem utilizadas devem representar os eventos de cauda da distribuição de perdas.

Por conta disso, foi utilizado o *Conditional Value at Risk* (CVaR), que, nesse trabalho, representa o valor esperado das perdas que excedem um determinado valor (VaR) associado a um nível de confiança ( $\alpha$ ).

Na Figura 7, o CVaR seria representado pela média dos valores da área destacada.



**Figura 7: Representação do CVaR**

Fonte: Elaboração própria

Essa métrica é comumente utilizada na literatura de risco, já tendo sido aplicada em estudos sobre seguros, como os de Pichler e Shapiro (2015), em que as métricas de risco foram utilizadas para precificação de contratos de seguros, e Wang e Huang (2016), em que aplicou-se métricas de risco (VaR e CVaR) como restrições para a otimização do contrato de seguros. Nesse caso, as métricas de risco foram consideradas nas restrições do problema.

No presente trabalho, é proposta uma formulação considerando o uso do CVaR na função objetivo.

Assim, na seção subsequente são exibidas as alterações realizadas no problema original para refletir a inserção de considerações de risco.

### 5.2.1. CVaR na função objetivo

Para inserir o CVaR na função objetivo, considerou-se uma combinação convexa, como realizado em Fanzeres *et al.* (2015), entre o valor esperado das perdas com seguros e o CVaR das mesmas. Isso foi feito pois os valores extremos das perdas costumam ser bastante elevados quando comparados ao valor esperado. Dessa forma, ao utilizar-se apenas a métrica de CVaR, os resultados obtidos poderiam gerar parâmetros de contrato que minimizassem as perdas a qualquer custo de prêmio. Dessa forma, a combinação convexa com o valor esperado tende a proporcionar resultados menos conservadores.

Para considerar essa alteração no problema completo proposto é necessário alterar a equação da função objetivo, que passa a ser representada por:

$$\begin{aligned} \Phi(\mathcal{L}^{(l)}(\tilde{N}, \tilde{D}, \Theta) + p) &= (1 - \gamma) * \mathbb{E}(\mathcal{L}^{(l)}(\tilde{N}, \tilde{D}, \Theta) + p) + \gamma \\ &* CVaR_{\alpha}(\mathcal{L}^{(l)}(\tilde{N}, \tilde{D}, \Theta) + p) \end{aligned} \quad (51)$$

Além disso, foram também inseridas duas novas restrições ao problema, conforme método apresentado em Rockafellar e Uryasev (2000). As mesmas são descritas abaixo.

$$CVaR_{\alpha} = v + \frac{1}{(1 - \alpha)S} \sum_{s=1}^S \beta_s \quad (52)$$

$$\beta_s \geq \mathcal{L}^{(l)}(N_s, \mathbf{D}_s, \Theta) + p - v \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (53)$$

A seguir, apresenta-se o modelo completo, considerando tais restrições e alteração na função objetivo.

$$\begin{aligned} \min_{\Theta, p, \delta_{ns}^{(1)}, \delta_{ns}^{(2)}, \delta_{ns}^{(3)}, \delta_s^{(4)}, \delta_s^{(5)}, z_{ns}^{(2)}, z_{ns}^{(3)}, z_{ns}^{(4)}, z_s^{(5)}, y_{ns}^{(2)}, y_{ns}^{(3)}, y_s^{(5)}} & (1 - \gamma) * \left( \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \mathcal{L}^{(l)}_s + p \right) \\ & + \gamma * CVaR_{\alpha} \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } p &\geq (1 + \tau) * \frac{1}{S} * \sum_{s=1}^S (\sum_{n=1}^{N_s} D_{ns}) - \mathcal{L}^{(l)}_s & \forall n = 1, \dots, N_s \\ & & \forall s = 1, \dots, S \end{aligned} \quad (55)$$

$$CVaR_{\alpha} = v + \frac{1}{(1 - \alpha)S} \sum_{s=1}^S \beta_s \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (56)$$

$$\beta_s \geq \mathcal{L}^{(l)} + p - v \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (57)$$

$$T_2 \leq T_3 \quad (58)$$

$$\underline{T}_1 \leq T_1 \leq \overline{T}_1 \quad (59)$$

$$\begin{aligned} D_{ns} &= \delta_{ns}^{(1)} + \delta_{ns}^{(2)} + \delta_{ns}^{(3)} & \forall n = 1, \dots, N_s \\ & & \forall s = 1, \dots, S \end{aligned} \quad (60)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{ns}^{(l)} &= \delta_{ns}^{(1)} + \delta_{ns}^{(3)} & \forall n = 1, \dots, N_s \\ & & \forall s = 1, \dots, S \end{aligned} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} z_{ns}^{(2)} &\leq \delta_{ns}^{(1)} & \forall n = 1, \dots, N_s \\ & & \forall s = 1, \dots, S \end{aligned} \quad (62)$$

$$\begin{aligned} z_{ns}^{(2)} &\leq \overline{T}_1 * y_{ns}^{(2)} & \forall n = 1, \dots, N_s \\ & & \forall s = 1, \dots, S \end{aligned} \quad (63)$$

$$\begin{aligned} T_1 - z_{ns}^{(2)} &\geq 0 & \forall n = 1, \dots, N_s \\ & & \forall s = 1, \dots, S \end{aligned} \quad (64)$$

$$T_1 - z_{ns}^{(2)} \leq \overline{T}_1 * (1 - y_{ns}^{(2)}) \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (65)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$T_1 \geq \delta_{ns}^{(1)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (66)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$z_{ns}^{(3)} \leq \delta_{ns}^{(2)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (67)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$z_{ns}^{(3)} \leq \overline{T}_2 * y_{ns}^{(3)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (68)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$T_2 - z_{ns}^{(3)} \geq 0 \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (69)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$T_2 - z_{ns}^{(3)} \leq \overline{T}_2 * (1 - y_{ns}^{(3)}) \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (70)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$z_{ns}^{(4)} \geq \delta_{ns}^{(2)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (71)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$z_{ns}^{(4)} \leq \overline{T}_2 * y_{ns}^{(2)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (72)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$T_2 - z_{ns}^{(4)} \geq 0 \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (73)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$T_2 - z_{ns}^{(4)} \leq \overline{T}_2 * (1 - y_{ns}^{(2)}) \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (74)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$y_{ns}^{(3)} \leq y_{ns}^{(2)} \leq 1 \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (75)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$\delta_{ns}^{(3)} \leq D_{ns} * y_{ns}^{(3)} \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (76)$$

$$\forall s = 1, \dots, S$$

$$\mathcal{L}_s^{(1)} = \sum_{n=1}^{N_s} D_{ns} - \delta_s^{(4)} \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (77)$$

$$\delta_s^{(4)} + \delta_s^{(5)} = \sum_{n=1}^{N_s} \delta_{ns}^{(2)} \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (78)$$

$$z_s^{(5)} \leq \delta_s^{(4)} \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (79)$$

$$z_s^{(5)} \leq \overline{T}_3 * y_s^{(5)} \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (80)$$

$$T_3 - z_s^{(5)} \geq 0 \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (81)$$

$$T_3 - z_s^{(5)} \leq \overline{T}_3 * (1 - y_s^{(5)}) \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (82)$$

$$T_3 \geq \delta_s^{(4)} \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (83)$$

$$\delta_s^{(5)} \leq \overline{T}_3 * y_s^{(5)} \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (84)$$

$$y_s^{(5)} \leq 1 \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (85)$$

$$T_1, T_2, T_3 \geq 0 \quad (86)$$

$$z_{ns}^{(2)}, z_{ns}^{(3)}, z_{ns}^{(4)}, \delta_{ns}^{(1)}, \delta_{ns}^{(2)}, \delta_{ns}^{(3)} \geq 0 \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (87)$$

$$z_s^{(5)}, \delta_s^{(4)}, \delta_s^{(5)} \geq 0 \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (88)$$

$$y_{ns}^{(2)}, y_{ns}^{(3)} \in \{0,1\} \quad \forall n = 1, \dots, N_s \quad (89)$$

$$y_s^{(5)} \in \{0,1\} \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (90)$$

### 5.3.

#### Aplicação do *Sample Average Approximation (SAA)*

Como mencionado anteriormente, o problema consiste na minimização de uma função das perdas totais incorridas acrescidas do valor do prêmio pago pelo mesmo. No entanto, a função de perdas não pode ser computada de forma exata. Em vista disso, como sugerido por Shapiro (2001), foi necessária a realização de amostragem de um conjunto de cenários ( $S$ ) e uso de simulação de Monte Carlo, sendo adotado o método de *Sample Average Approximation (SAA)*. A ideia associada a tal método é de geração de amostras aleatórias, sendo resolvidos  $M$  problemas de otimização, cada um com  $S$  cenários. Assim, o valor esperado da função é aproximado pela média dos resultados obtidos em cada problema de otimização.

Os valores ótimos obtidos são então avaliados em uma amostra *out of sample* com um número  $W$  de cenários. O resultado obtido definirá o valor para o outro *bound*, sendo então calculado o *gap* entre as soluções obtidas.

Esse método é comumente adotado para resolução de problemas de otimização estocástica, uma vez que garante boa convergência e métodos estatísticos bem desenvolvidos, os quais permitem validar as soluções obtidas e conduzir análises de erros (Emelogu *et al.*, 2016).

Além disso, cabe destacar que, no caso de problemas de seguros, em que os eventos de valor extremo são muito raros, sem o uso do SAA seria necessária uma amostragem muito grande de cenários para que o problema apresentasse convergência. Assim, o uso do SAA permite que bons resultados sejam encontrados, amostrando-se um número menor de cenários.

O método já foi aplicado em diversos tipos de casos, como problemas de roteamento de veículos (Verweij *et al.*, 2003), problemas de investimentos em ativos (Blomvall e Shapiro, 2006) e problemas de alocação de orçamento (Royset e Szechtman, 2013). Apesar de não ter sido identificado nenhum trabalho no ramo

de seguros utilizando SAA, uma aproximação ao presente estudo foi encontrada em Royset e Polak (2004), em que o referido método foi utilizado na solução de um problema de confiabilidade.

Para aplicar esse método ao modelo proposto, foi construído um código em linguagem de programação Julia. O pseudo-código da implementação do problema é apresentado na Figura 8.

<p><i>Part I:</i></p> <p><b>for</b> <math>m \in M</math></p> <p>    <b>for</b> <math>s \in S</math></p> <p>        Step 1: Sample <math>\tilde{N} \sim Po(\lambda)</math></p> <p>        Step 2: <b>for</b> <math>n = 1: \tilde{N}</math></p> <p>            Sample <math>\tilde{k} \sim F_k</math></p> <p>            Sample <math>\tilde{D}_n \sim F_{\tilde{D}_n   \tilde{k}}</math></p> <p>        <b>end</b> <math>n</math></p> <p>    <b>end</b> <math>s</math></p> <p>    Step 3: Solve optimization problem     Compute objective function</p> <p><b>end</b> <math>m</math></p> <p>Step 4: Compute bound value     Compute bound variance</p>	<p><i>Part II:</i></p> <p><b>for</b> <math>m \in M</math></p> <p>    Step 5: Choose feasible solution from Part I</p> <p>    <b>for</b> <math>t \in T</math></p> <p>        Step 6: Sample <math>\tilde{N} \sim Po(\lambda)</math></p> <p>        Step 7: <b>for</b> <math>n = 1: \tilde{N}</math></p> <p>            Sample <math>\tilde{k} \sim F_k</math></p> <p>            Sample <math>\tilde{D}_n \sim F_{\tilde{D}_n   \tilde{k}}</math></p> <p>        <b>end</b> <math>n</math></p> <p>        Step 8: Compute objective function</p> <p>    <b>end</b> <math>t</math></p> <p><b>end</b> <math>m</math></p> <p>Step 9: Compute bound value (minimum)     Compute bound variance</p> <p>Step 10: Compute GAP     Compute total variance</p>
---	--

**Figura 8: Pseudo-código de implementação do problema**

Fonte: Elaboração própria

**5.4. Tamanho do problema geral**

Em função das variáveis e restrições descritas na seção 5.2, é possível estabelecer o tamanho do problema a ser considerado.

**Tabela 1: Tamanho do problema**

	$N * S$	$S$	-
Quantidade de variáveis binárias	$2 * N * S$	$1 * S$	0
Quantidade de variáveis contínuas	$8 * N * S$	$6 * S$	0
Quantidade de restrições	$29 * N * S$	$13 * S$	5

Fonte: Elaboração Própria

A Tabela 1 apresenta a quantidade de variáveis binárias e contínuas do problema, além da quantidade de restrições. Essas quantidades são apresentadas em função de  $N * S$ ,  $S$  e que independem de  $N$  e  $S$ . A partir da mesma é possível observar o nível de complexidade do problema tratado, o qual, como será abordado posteriormente, se mostrou custoso computacionalmente. Destaca-se, porém que os valores apresentados na tabela em questão retratam as quantidades referentes a um único problema de otimização  $M$ .

Além disso, o Apêndice A, apresenta as quantidades acima, associadas ao caso base desenvolvido no presente trabalho.

## 6

### Aplicação em um estudo de caso e resultados

O método sugerido foi aplicado em um estudo de caso, em que foi simulada a decisão da empresa no momento de escolha dos melhores parâmetros para um contrato de seguros contra um único tipo de dano (danos à propriedade, por exemplo) de uma unidade da indústria de óleo e gás.

#### 6.1.

##### Dados utilizados no estudo de caso

A presente seção apresenta os dados que foram considerados no estudo de caso conduzido.

A estimativa de número de desvios utilizada seguiu uma distribuição de Poisson, como sugerido em Rathnayaka *et al.* (2011b), i.e.,  $\tilde{N} \sim Po(\lambda)$ , sendo utilizado  $\lambda = 6$ .

As probabilidades de falha adotadas foram estabelecidas de acordo com as adotadas em Rathnayaka *et al.* (2011b), que tiveram como base dados reais da indústria, obtidos, dentre outras fontes, do OREDA (*Offshore Reliability Data Handbook*, 2002). Os dados de probabilidade utilizados encontram-se descritos na Tabela 2.

**Tabela 2: Probabilidade de falha para cada barreira de segurança**

Barreira de Segurança	Probabilidade de Falha
Release Prevention Barrier (RPB)	0,0527
Dispersion Prevention Barrier (DPB)	0,0616
Ignition Prevention Barrier (IPB)	0,1060
Escalation Prevention Barrier (EPB)	0,0271

Fonte: Rathnayaka *et al.* (2011b)

No caso das distribuições condicionais dos danos  $\tilde{D}_n \sim F_{\tilde{D}_n | \tilde{k}}$  foram consideradas distribuições triangulares. Cabe ressaltar que as mesmas foram definidas com o intuito de exemplificar a aplicação do método sugerido.

Destaca-se que, em análises de risco, a distribuição beta muitas vezes é utilizada, sendo a mesma considerada adequada para essa situação, uma vez que proporciona uma variedade de formas diferentes (Johnson, 1997). No entanto, como apontado por Johnson (1997), tal distribuição não é facilmente compreendida e seus parâmetros são difíceis de estimar. A distribuição triangular, como indicado pelo autor, surge como uma boa *proxy* de tal distribuição, porém mais intuitiva.

Em muitos casos, não se tem dados suficientes para estimar a distribuição adequada ao problema tratado, sendo então utilizada a opinião de especialistas. Assim, a distribuição triangular pode ser construída através da especificação pelo especialista de uma faixa de valores e uma moda (O'Hagan e Oakley, 2004).

Os parâmetros utilizados para as distribuições condicionais de danos são exibidos na Tabela 3.

**Tabela 3: Parâmetros da distribuição triangular utilizada para cada categoria de danos**

Consequências ( $\tilde{k}$ )	Mínimo	Moda	Máximo
$\tilde{k} = 1 \rightarrow$ (Safe)	0	0	75
$\tilde{k} = 2 \rightarrow$ (Near miss)	50	75	200
$\tilde{k} = 3 \rightarrow$ (Mishap)	150	250	500
$\tilde{k} = 4 \rightarrow$ (Incident)	300	500	1,500
$\tilde{k} = 5 \rightarrow$ (Accident)	800	1,200	10,000

Além disso, considerou-se um valor de 0,95 para o  $\alpha$  associado ao CVaR, conforme prática adotada na literatura. Cabe destacar que, como se imaginava que determinadas variáveis de entrada poderiam ter impactos na convergência do problema, foram adotados, inicialmente, os valores de  $\gamma = 0,99$  e  $\tau = 0,30$ . Isso porque, caso o problema convergisse nessas situações, imaginava-se que o mesmo também apresentaria convergência nas demais situações.

Os valores adotados para as variáveis do problema encontram-se descritos na Tabela 4, tendo os mesmos se mantido constantes ao longo das rodadas do problema de otimização realizadas para identificar os parâmetros necessários (número de cenários e de problemas de otimização) para que o problema convergisse.

**Tabela 4: Valores adotados para as variáveis de entrada do problema**

Variável	Valor
$\lambda$	6,00
$\alpha$	0,95
$\underline{T}_1$	10,00
$\overline{T}_1$	150,00
$\overline{T}_2$	$\max(D_{ns})$
$\overline{T}_3$	$\max\left(\sum_{n=1}^{N_s} D_{ns}\right)$
$\tau$	0,30
$\gamma$	0,99

Fonte: Elaboração própria

Os dados mencionados foram utilizados como base para a geração de cenários do SAA. Como já mencionado, para a resolução do problema, foi implementado código de programação que utilizou a linguagem Julia, além do *solver* Gurobi.

## 6.2. Resultados do estudo de caso

Nessa seção são apresentados os resultados do estudo de caso conduzido. Primeiramente, foram avaliados os valores dos parâmetros número de cenários ( $S$ ) e número de problemas de otimização ( $M$ ) necessários para que o problema convergisse. Após identificar os valores adequados, outros parâmetros do modelo foram variados para a condução de análise de sensibilidade, possibilitando avaliar como o modelo responde a tais variações. As tabelas com os resultados completos do estudo encontram-se no Apêndice B.

### 6.2.1. Convergência do problema

Primeiramente, foram verificados os valores necessários do número de cenários ( $S$ ) e do número de problemas de otimização ( $M$ ) para que o problema apresentasse convergência. Para isso, avaliou-se a diferença (*gap*) entre os valores da função objetivo (FO) do *lower bound* ( $FO_{lb}$ ) e do *upper bound* ( $FO_{ub}$ )

calculados pelo método SAA. Além do *gap* foi avaliado também o desvio-padrão entre os valores calculados para a função objetivo do *lower bound*. O problema foi rodado até que se obtivesse um *gap* percentual inferior a 1%. A fórmula utilizada para o cálculo do *gap* percentual encontra-se descrita em (91):

$$gap\% = \frac{FO_{ub} - FO_{lb}}{FO_{lb}} \quad (91)$$

Através dos resultados do estudo, foi possível observar que o número de cenários ( $S$ ) possui impacto relevante na redução do *gap* de otimalidade do problema. Além disso, o parâmetro em questão também apresentou impacto no desvio-padrão calculado para os valores da função objetivo do *lower bound* ( $FO_{lb}$ ). Assim como conduzido para o *gap*, também foi calculado o desvio-padrão percentual.

$$DP_{lb}\% = \frac{DP_{lb}}{FO_{lb}} \quad (92)$$

O número de problemas de otimização ( $M$ ), por sua vez, apresentou impacto relevante apenas no desvio-padrão. Tais comportamentos podem ser observados nos resultados apresentados nas Tabela 5 e Tabela 6. A Tabela 5 apresenta os resultados obtidos para o *gap* para cada combinação de  $S$  e  $M$  avaliados, enquanto na Tabela 6 são exibidos os resultados para o desvio-padrão.

**Tabela 5: Gap% para as combinações de S e M**

	S= 50	S= 100	S= 150	S= 200	S= 250	S= 300	S= 350	S= 400	S= 450	S= 500
M = 5	33,2%	7,3%	6,5%	6,9%	3,9%	1,9%	4,7%	1,0%	3,2%	0,7%
M = 10	23,8%	10,6%	4,4%	5,4%	5,8%	4,3%	4,6%	1,3%	3,4%	3,1%
M = 15	23,8%	5,7%	6,2%	5,4%	5,8%	4,8%	4,6%	(*) Valores não calculados, pois o tempo de processamento excedeu 24h.		
M = 25	23,5%	5,7%	6,3%	5,4%	5,7%	5,4%	4,6%			
M = 50	20,2%	14,7%	6,3%	6,4%	5,4%	5,1%				
M = 100	23,2%	13,8%	11,1%	6,3%	5,3%	5,9%				
M = 150	23,0%	14,3%	11,2%	11,4%						
M = 200	21,7%	14,4%	12,0%	11,3%						
M = 250	22,7%	14,1%	11,1%							
M = 300	23,1%	14,6%	11,8%							

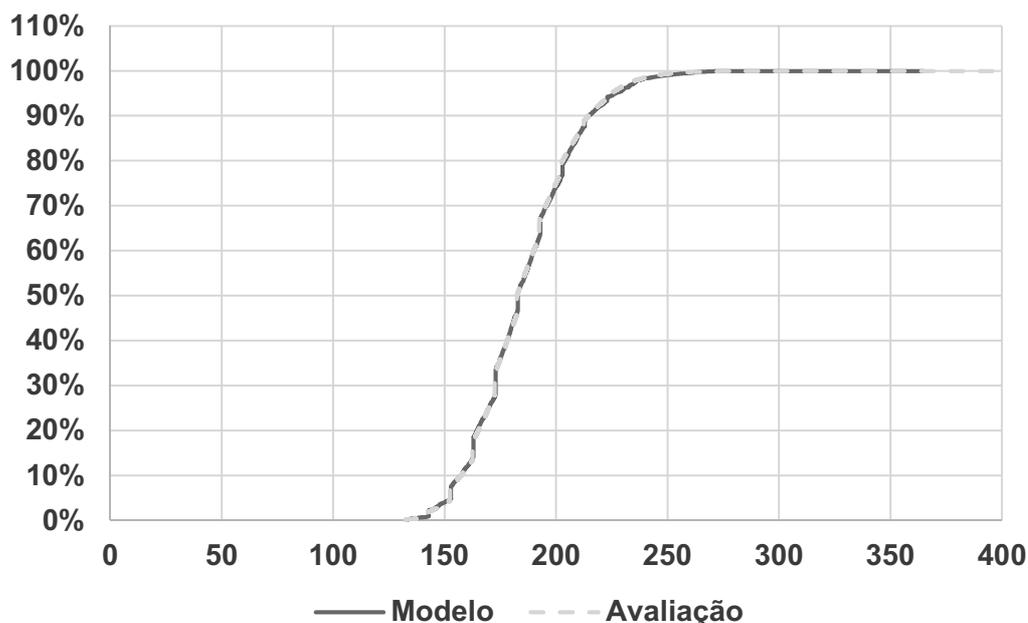
Fonte: Elaboração própria

**Tabela 6: Desvio-padrão% (do *lower bound*) para as combinações de *S* e *M***

	S= 50	S= 100	S= 150	S= 200	S= 250	S= 300	S= 350	S= 400	S= 450	S= 500
M = 5	9,2%	2,4%	3,8%	4,2%	2,6%	1,8%	3,3%	1,8%	2,5%	0,7%
M = 10	6,2%	3,5%	2,7%	2,9%	2,5%	1,6%	1,9%	1,0%	1,7%	1,2%
M = 15	5,8%	2,8%	2,5%	2,1%	2,0%	1,6%	1,6%	(*) Valores não calculados, pois o tempo de processamento excedeu 24h.		
M = 25	4,3%	2,0%	2,1%	1,6%	1,4%	1,2%	0,9%			
M = 50	3,5%	2,6%	1,3%	1,5%	1,3%	1,3%				
M = 100	2,8%	1,8%	1,5%	1,0%	0,9%	1,0%				
M = 150	2,2%	1,4%	1,2%	1,2%						
M = 200	1,9%	1,2%	1,2%	1,0%						
M = 250	1,7%	1,1%	0,7%							
M = 300	1,6%	1,1%	1,0%							

Fonte: Elaboração própria

Após os testes de convergência, verificou-se que os valores de  $S$  igual a 500 e  $M$  igual a 5, levavam a um *gap* inferior a 1%. Para confirmar a convergência e selecionar tais parâmetros para uso nos demais estudos, as curvas acumuladas de probabilidade dos dispêndios totais (incluindo o valor do prêmio) gerados com esses parâmetros (modelo) foram comparados com os dispêndios totais gerados com 100.000 cenários (Cenário de avaliação).



**Figura 9: Comparação dos dispêndios gerados utilizando o modelo e utilizando 100.000 cenários**

Fonte: Elaboração própria

Através da Figura 9 é possível observar que as curvas acumuladas geradas se sobrepõem, indicando que os cenários utilizados no modelo (com valores de  $S$  igual a 500 e  $M$  igual a 5) são representativos.

### **6.2.2. Estabelecimento do caso base**

Assim, após a análise de convergência, foi estabelecido um conjunto de valores para os parâmetros de entrada do modelo, de forma a compor um caso base. O mesmo foi utilizado para condução de análise de sensibilidade de alguns parâmetros de entrada utilizados no modelo. Os resultados de tais avaliações encontram-se nas seções 6.2.3 a 6.2.6.

Os valores associados ao caso base encontram-se descritos na Tabela 7, tendo sido alterados os valores de  $\gamma$  e de  $\tau$  (em relação aos presentes na Tabela 4), com os demais valores permanecendo os mesmos. Além disso, foram também inseridos os valores associados ao SAA.

**Tabela 7: Valores adotados para o caso base**

Variável	Valor
$S$	500
$M$	5
$W$	100.000
$\lambda$	6,00
$\alpha$	0,95
$\gamma$	0,50
$\tau$	0,03
$\overline{T}_1$	10,00
$\overline{T}_1$	150,00
$\overline{T}_2$	$\max(D_{ns})$
$\overline{T}_3$	$\max\left(\sum_{n=1}^{N_s} D_{ns}\right)$

Fonte: Elaboração própria

### 6.2.3.

#### Impactos da variação do *risk loading factor* ( $\tau$ )

Para avaliação dos impactos do *risk loading factor* nos resultados gerados pelo modelo foram utilizados os seguintes valores: 0,00; 0,03; 0,05; 0,10; 0,20 e 0,30. Todos os demais parâmetros foram mantidos constantes em tal avaliação.

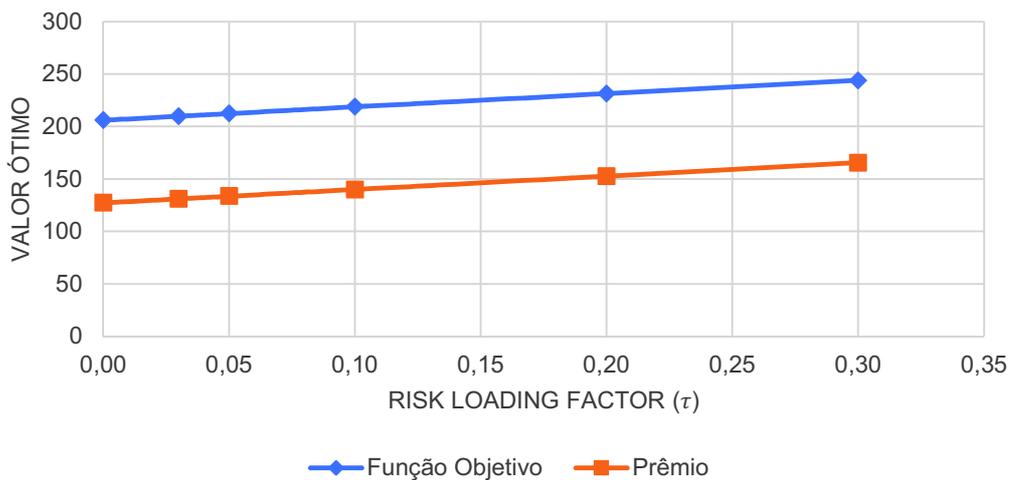
**Tabela 8: Impactos da variação do *risk loading factor* ( $\tau$ )**

$\tau$	Gap%	DP <sub>lb</sub> %	$T_1$ ótimo	$T_2$ ótimo	$T_3$ ótimo	$p$	FO <sub>lb</sub>
0,00	0,62%	1,09%	10,00	1.261,90	1.436,19	127,35	206,17
0,03	0,62%	1,12%	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	209,99
0,05	0,61%	1,14%	10,00	1.250,41	1.436,19	133,72	212,54
0,10	0,59%	1,20%	10,00	1.261,90	1.436,19	140,09	218,90

$\tau$	Gap%	$DP_{lb}\%$	$T_1$ ótimo	$T_2$ ótimo	$T_3$ ótimo	$p$	$FO_{lb}$
0,20	0,62%	1,40%	10,00	1.250,41	1.436,19	152,83	231,50
0,30	0,68%	1,67%	10,00	1.261,90	1.447,69	165,59	244,02

Fonte: Elaboração própria

A Tabela 8 apresenta os resultados consolidados para as variáveis de resposta do problema de acordo com as variações do *risk loading factor*, sendo a linha associada ao caso base destacada em cinza. A partir da tabela, foi possível observar que tal parâmetro não afetou a convergência do problema, tampouco o valor ótimo para a franquia ( $T_1$  ótimo). Seu principal impacto foi nos valores do prêmio ( $p$ ) e da função objetivo ( $FO_{lb}$ ), os quais apresentaram variações lineares (Figura 10).



**Figura 10: Impactos da variação do *risk loading factor* nos valores ótimos do prêmio e da função objetivo**

Fonte: Elaboração própria

#### 6.2.4.

#### Impactos da variação do $\gamma$ associado à combinação convexa do CVaR e Valor esperado na função objetivo

Outro parâmetro que foi avaliado foi o  $\gamma$ , que está associado à combinação convexa de CVaR e valor esperado adotada na função objetivo do problema. Tal parâmetro representa o grau de aversão a risco da empresa, sendo empresas mais avessas ao risco representadas por valores mais elevados de  $\gamma$ .

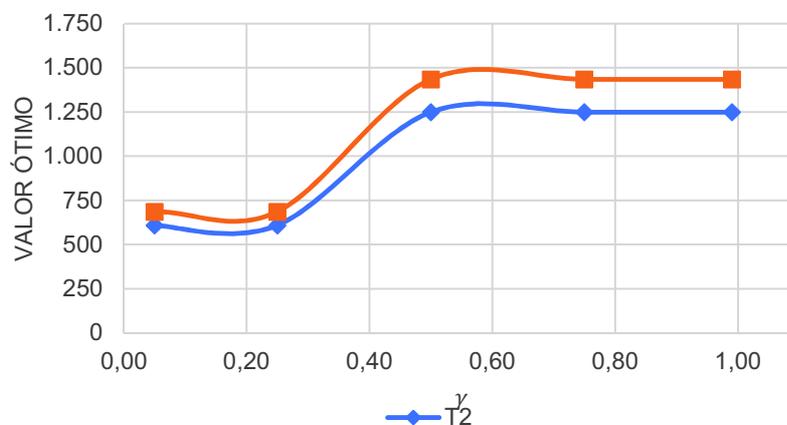
Para avaliação dos impactos dessa variável, foram utilizados os seguintes valores: 0,05; 0,25; 0,50; 0,75 e 0,99, sendo todos os demais parâmetros mantidos constantes e iguais aos estabelecidos no caso base.

**Tabela 9: Impactos da variação do  $\gamma$**

$\gamma$	Gap%	$DP_{lb}\%$	$T_1$ ótimo	$T_2$ ótimo	$T_3$ ótimo	$p$	$FO_{lb}$
0,05	0,39%	2,73%	10,00	609,85	687,56	128,92	184,50
0,25	0,78%	1,77%	10,00	609,85	687,56	128,92	195,94
0,50	0,62%	1,12%	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	209,99
0,75	0,69%	1,08%	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	223,34
0,99	0,89%	1,33%	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	235,82

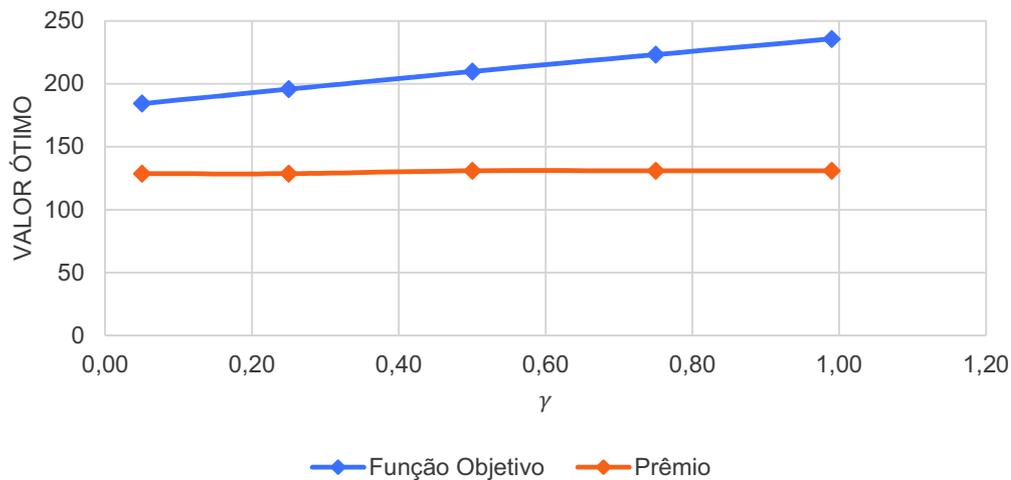
Fonte: Elaboração própria

Através dos resultados, observou-se que variações desse parâmetro não apresentam relevância para a convergência do problema ou na definição do  $T_1$  ótimo. No entanto, o mesmo afeta as definições dos limites ótimos de cobertura ( $T_2$  e  $T_3$ ), conforme observado na Figura 11. Valores mais elevados de  $\gamma$  provocaram elevações nos valores de tais limites e consequentes elevações nos valores do prêmio ( $p$ ) e da função objetivo ( $FO_{lb}$ ). Assim, empresas que apresentam maior aversão a risco tenderiam a escolher limites maiores, buscando maior proteção contra os eventos extremos, sendo necessário que pagassem valores maiores de prêmio ( $p$ ).



**Figura 11: Impactos da variação do  $\gamma$  nos valores de  $T_2$  e  $T_3$  ótimos**

Fonte: Elaboração própria



**Figura 12: Impactos da variação do  $\gamma$  nos valores ótimos do prêmio e da função objetivo**

Fonte: Elaboração própria

Destaca-se que, embora elevações de  $\gamma$  provoquem crescimento no valor do prêmio, tal aumento é pequeno quando comparado ao provocado na função objetivo (Figura 12). Essa elevação considera o aumento de prêmio, mas há também um efeito numérico, uma vez que se passa a dar mais peso aos valores mais altos (CVaR) em detrimento dos mais baixos (média).

### 6.2.5. Impactos da variação do $T_1$ mínimo ( $\underline{T}_1$ )

Para avaliação do impacto da franquia mínima na solução do problema foram utilizados os seguintes valores: 0; 10; 20; 50; 70 e 90.

**Tabela 10: Impactos da variação do  $\underline{T}_1$**

$\underline{T}_1$	Gap%	DP <sub>lb</sub> %	$T_1$ ótimo	$T_2$ ótimo	$T_3$ ótimo	$p$	FO <sub>lb</sub>
0	1,74%	3,01%	0,00	1.271,90	1.529,07	184,85	183,23
10	0,62%	1,12%	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	209,99
20	0,52%	0,99%	20,00	1.251,90	1.361,50	91,14	231,20
50	2,08%	4,07%	50,00	485,54	487,40	26,02	265,13

$T_1$	Gap%	DP <sub>lb</sub> %	$T_1$ ótimo	$T_2$ ótimo	$T_3$ ótimo	$p$	FO <sub>lb</sub>
70	2,98%	5,76%	70,00	453,83	453,83	14,62	273,27
90	2,78%	4,42%	90,00	440,85	440,85	10,16	280,58

Fonte: Elaboração própria

Através dos resultados apresentados na Tabela 10 observou-se que o limite inferior para  $T_1$  apresentou impacto na convergência do problema. Em decorrência disso, optou-se por elevar o número de cenários, de forma a reduzir o gap%. Então, após a obtenção de valores de gap% inferiores a 1%, foi possível comparar os impactos de cada valor de  $T_1$  nas variáveis de resposta do problema. O número de cenários ( $S$ ) para os casos em que o gap% era superior a 1% ( $T_1$  com valores iguais a: 0; 50; 70 e 90) foi aumentado para 1000.

**Tabela 11: Impactos da variação do  $T_1$  (com novo número de cenários)**

$S$	$T_1$	Gap%	DP <sub>lb</sub> %	$T_1$ ótimo	$T_2$ ótimo	$T_3$ ótimo	$p$	FO <sub>lb</sub>
1000	0	0,58%	2,88%	0,00	1.271,90	1.529,07	182,53	182,53
500	10	0,62%	1,12%	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	209,99
500	20	0,52%	0,99%	20,00	1.251,90	1.361,50	91,14	231,20
1000	50	0,76%	0,55%	50,00	1.329,31	1.371,53	30,27	268,39
1000	70	0,77%	0,48%	70,00	1.337,00	1.343,31	18,54	278,56
1000	90	0,76%	0,40%	90,00	1.317,00	1.319,22	13,60	285,04

Fonte: Elaboração própria

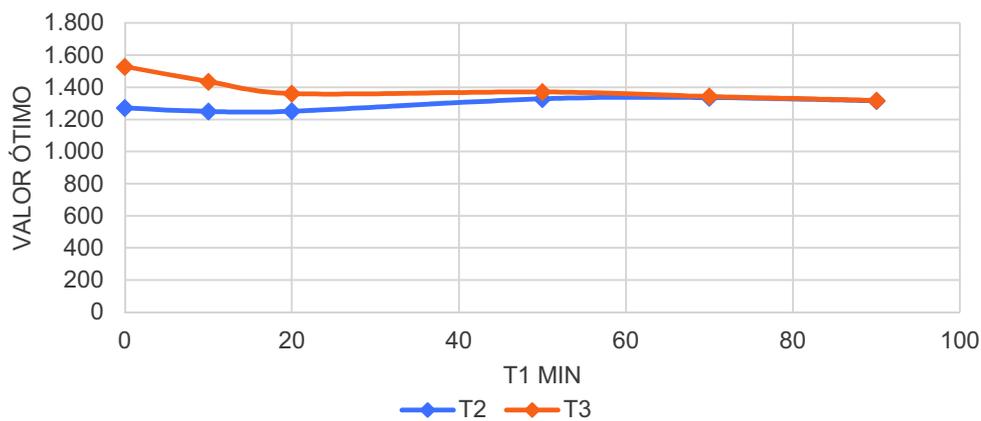
Apesar de se ter utilizado um número de cenários diferente entre os casos avaliados, considerou-se que os resultados seriam comparáveis, uma vez que os gaps% eram próximos e inferiores a 1%. Além disso, é importante destacar que também houve diferenças nos tempos de processamento entre os casos, sendo os tempos para os casos de franquia mínima ( $T_1$ ) iguais a 10 e a 20 os mais elevados, tornando o aumento do número de cenários inviável nesses casos.

A Tabela 11 apresenta os resultados obtidos para as variações de  $T_1$ . Observa-se que, além dos impactos na convergência já mencionados anteriormente, também houve impacto no valor de  $T_1$  ótimo, sendo o mesmo

sempre igual ao valor de  $T_1$  mínimo, e nas demais variáveis de resposta do problema.

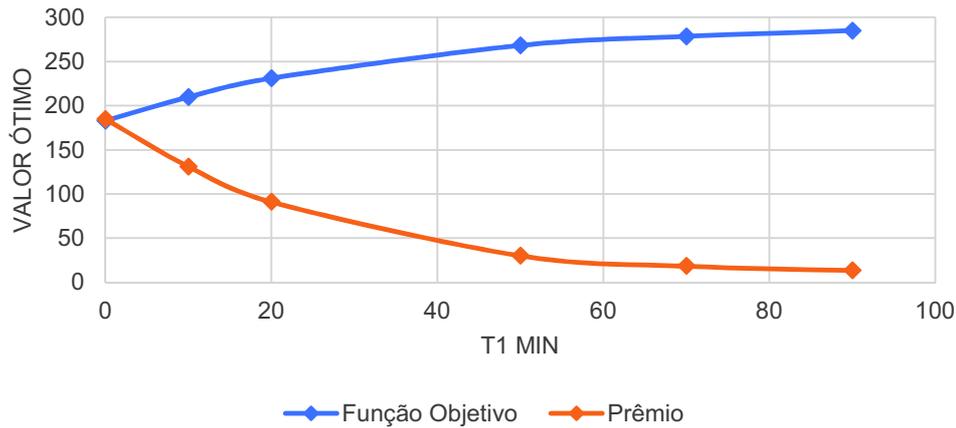
Destaca-se que o aumento do valor do  $T_1$  levou a redução da parcela dos danos que a seguradora assume, implicando em grandes reduções no valor do prêmio cobrado. No entanto, como a parcela que o segurado assume aumenta, apesar da redução de prêmio, houve aumento do valor da função objetivo ( $FO_{lb}$ ) do problema, como exibido na Figura 14.

Além disso, como houve drástica redução no valor do prêmio ( $p$ ), poder-se-ia imaginar que  $T_2$  e  $T_3$  poderiam ser elevados. No entanto, como o aumento da parcela dos danos que a empresa segurada terá que arcar foi substancial, a solução ótima do problema apontou para uma redução do valor de  $T_3$  ótimo (Figura 13). Isso possivelmente ocorreu como uma forma de reduzir ainda mais o valor do prêmio a ser pago para compensar a elevação da parcela que a empresa segurada arca. Já o valor de  $T_2$  apresentou aumento, se aproximando de  $T_3$ , como efeito da co-otimização do modelo.



**Figura 13: Impactos da variação do  $T_1$  nos valores de  $T_2$  e  $T_3$  ótimos**

Fonte: Elaboração própria



**Figura 14: Impactos da variação do  $T_1$  nos valores do prêmio e da função objetivo**

Fonte: Elaboração própria

### 6.2.6.

#### Impactos da variação do $T_1$ máximo ( $\overline{T_1}$ )

Para avaliar os impactos da franquia máxima ( $\overline{T_1}$ ) foram utilizados os seguintes valores: 15; 30; 50; 100; 150; 200 e 250. Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 12. Através dela, verifica-se que o  $\overline{T_1}$  não provocou nenhum impacto em qualquer das variáveis de saída avaliadas. Isso se deveu ao fato de que em todos os valores ótimos para  $T_1$  foram sempre equivalentes à franquia mínima ( $T_1$ ). É importante destacar, porém, que o valor de  $\overline{T_1}$  apresentou impactos no tempo de resolução do problema. Assim, quanto menor o intervalo permitido para a franquia ( $\overline{T_1} - T_1$ ), menor o tempo de processamento até a obtenção da solução ótima do problema.

**Tabela 12: Impactos da variação do  $\overline{T_1}$**

$\overline{T_1}$	Gap%	DP <sub>lb</sub> %	$T_1$ ótimo	$T_2$ ótimo	$T_3$ ótimo	$p$	FO <sub>lb</sub>
15	0,62%	1,12%	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	209,99
30	0,62%	1,12%	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	209,99
50	0,62%	1,12%	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	209,99
100	0,62%	1,12%	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	209,99

$\bar{T}_1$	Gap%	DP <sub>lb</sub> %	$T_1$ ótimo	$T_2$ ótimo	$T_3$ ótimo	$p$	FO <sub>lb</sub>
150	0,62%	1,12%	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	209,99
200	0,62%	1,12%	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	209,99
250	0,62%	1,12%	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	209,99

Fonte: Elaboração própria

### 6.2.7. Situação com seguro X Situação sem seguro

Nessa seção são apresentados os resultados comparativos entre a situação em que o seguro é contratado e a situação em que a empresa opta por não contratar seguro.

As distribuições utilizadas para isso foram iguais as utilizadas anteriormente para definição dos valores ótimos dos parâmetros  $\theta = (T_1, T_2, T_3)$ .

Além da comparação com a situação sem seguro, também foram utilizadas outras duas opções de seguros, cujos parâmetros  $\theta = (T_1, T_2, T_3)$  foram definidos a partir de determinados percentis dos danos calculados. No caso de  $T_1$  e  $T_2$ , os valores foram definidos considerando-se as curvas acumuladas para todos os eventos sorteados nos 100.000 cenários. Já para  $T_3$  considerou-se a curva acumulada associada ao somatório dos danos que ocorreriam no período de vigência da apólice contratada, também com base nos 100.000 cenários.

Na situação da primeira opção de seguro ("Seguro 1"), adotou-se o percentil de 30% para a franquia ( $T_1$ ) e 70% para os limites individual e agregado ( $T_2$  e  $T_3$ ). Para a segunda opção de seguro ("Seguro 2"), adotou-se o percentil de 50% para  $T_1$  e 99% para  $T_2$  e  $T_3$ . O valor de 99% poderia corresponder ao conceito de Dano Máximo Provável (DMP), já descrito na seção 2.4, que é bastante utilizado na indústria de seguros. Os valores associados ao caso base encontram-se descritos na Tabela 13.

**Tabela 13: Parâmetros do contrato para cada opção de seguro, considerando a situação base**

<b>Contrato</b>	$T_1$	$T_2$	$T_3$
Sem seguro	-		
Seguro 1	13,04	36,63	218,50
Seguro 2	23,47	147,67	504,18
Seguro otimizado	10,00	1250,41	1436,19

Fonte: Elaboração própria

Os prêmios de cada opção foram calculados utilizando a equação (9), aplicada aos valores calculados através dos 100.000 cenários. Os prêmios foram então somados às expectativas de pagamento de danos em cada situação de contrato, para obtenção do valor total de pagamentos da empresa segurada em tais situações. A Figura 19 apresenta as curvas totais acumuladas de dispêndios ( $\mathcal{L}^{(t)}(N, \mathbf{D}, \theta) + p$ ) para cada situação de contrato de seguro. Através da mesma, é possível observar que a contratação de seguro provoca uma menor variação nos valores a serem pagos pela empresa segurada. Isso também pode ser observado pelo menor desvio-padrão para tais valores, conforme Tabela 14.

Ressalta-se que, no caso base, o desvio-padrão associado à opção de Seguro 2 apresentou acréscimo de 102% com relação ao valor obtido para o seguro otimizado, o Seguro 1 apresentou acréscimo de 142% e a situação sem seguro teve um desvio-padrão 246% a mais do que o desvio-padrão do Seguro Otimizado. Assim, o seguro otimizado é a melhor opção no que se refere à previsibilidade dos dispêndios.

Além disso, a opção em que o seguro foi otimizado foi a que conferiu maior proteção contra os eventos extremos, apresentando os menores valores para o VaR e o CVaR. Ainda considerando o cenário abordado no caso base, a opção de Seguro 2 apresentou um CVaR 41% maior do que o obtido com o uso do seguro otimizado, a opção de Seguro 1 teve um CVaR 71% maior e a situação em que nenhum seguro era contratado apresentou um CVaR 102% maior do que a opção de seguro otimizado. A Figura 15, a Figura 16, a Figura 17 e a Figura 18 apresentam a comparação de métricas de cada opção de seguro em cada situação de *risk loading factor* adotada.

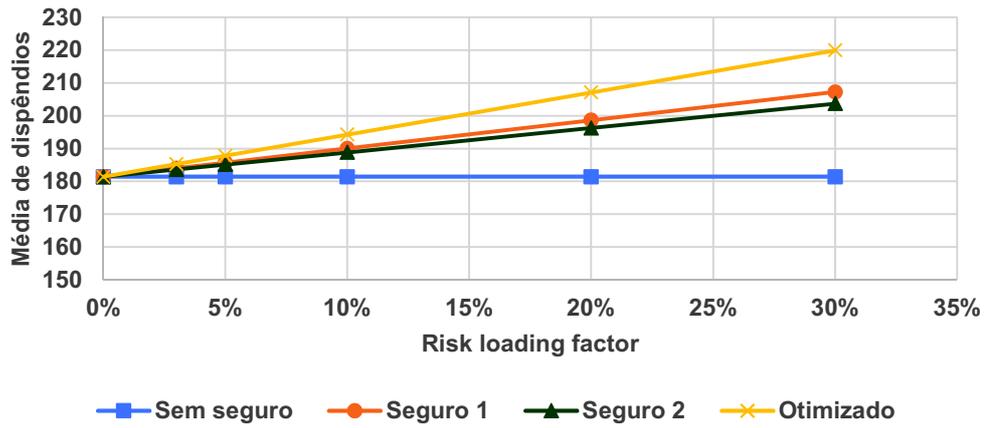


Figura 15: Médias de dispêndios para cada opção de seguro e  $\tau$  avaliado

Fonte: Elaboração própria

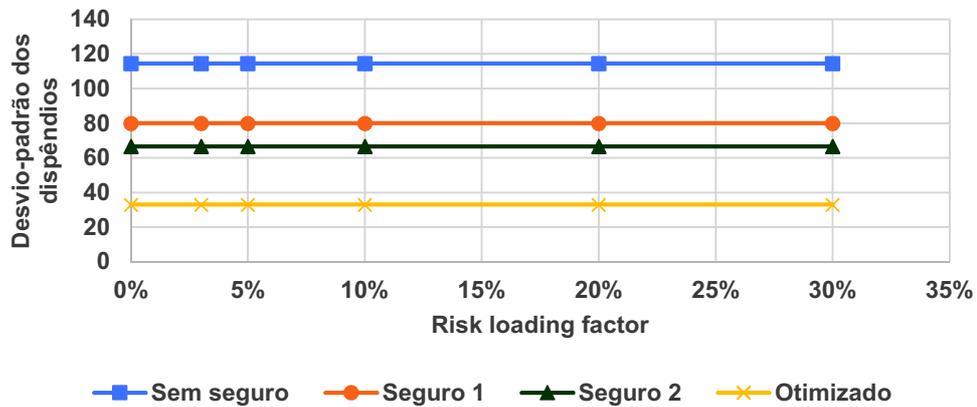
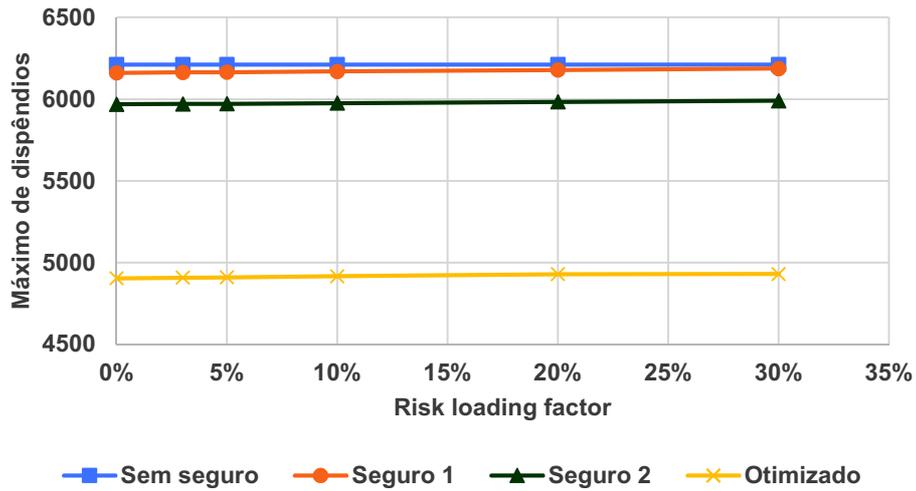


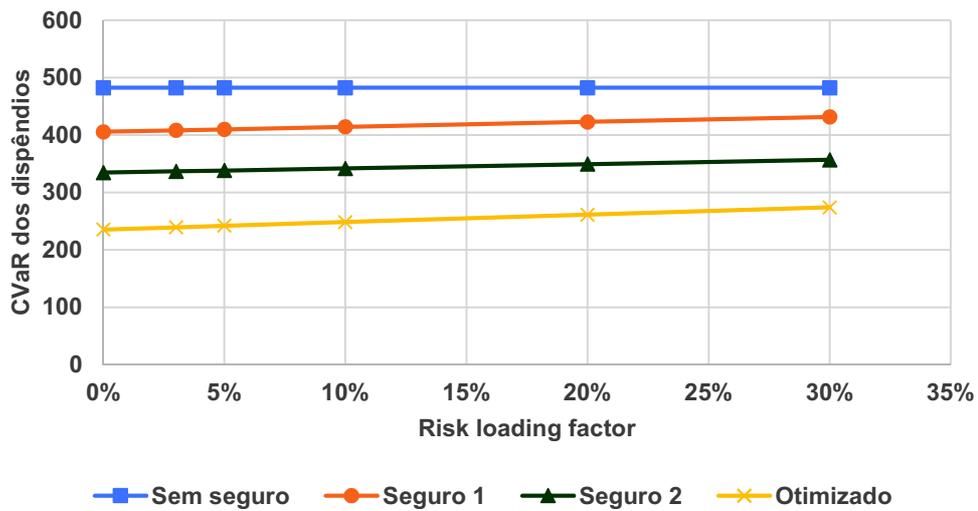
Figura 16: Desvio-padrão dos dispêndios para cada opção de seguro e  $\tau$  avaliado

Fonte: Elaboração própria



**Figura 17: Valor máximo dos dispêndios para cada opção de seguro e  $\tau$  avaliado**

Fonte: Elaboração própria



**Figura 18: CVaR dos dispêndios para cada opção de seguro e  $\tau$  avaliado**

Fonte: Elaboração própria

Tabela 14: Métricas associadas às perdas totais, considerando o caso base

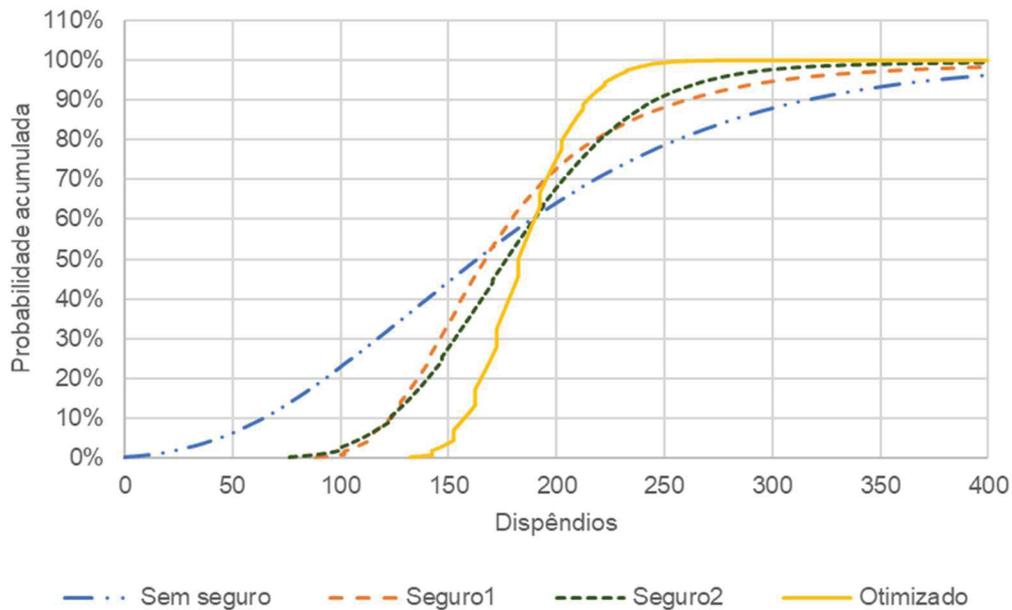
		Sem seguro	Seguro 1	Seguro 2	Seguro Otimizado
Média do percentual de acionamento da apólice		-	70%	50%	76%
Média		181,45	184,03	183,68	185,30
Desvio-padrão		114,51	80,02	66,68	33,07
VaR <sub>95%</sub>		374,59	304,22	270,63	224,35
CVaR <sub>95%</sub>		482,53	408,42	336,84	239,46
Máximo		6.211,31	6.163,54	5.970,55	4.907,51
PERCENTIS	1,0%	14,46	101,80	91,00	142,40
	5,0%	43,83	114,83	110,02	152,40
	10,0%	64,34	123,08	123,51	157,29
	15,0%	79,57	129,15	132,21	162,40
	20,0%	93,01	135,74	140,44	165,09
	30,0%	117,08	146,06	152,98	172,40
	40,0%	140,26	156,10	165,51	178,07
	50,0%	163,41	166,91	176,91	182,40
	60,0%	188,43	179,36	189,58	189,84
	70,0%	217,79	194,68	203,17	195,29
	80,0%	255,94	217,96	220,07	202,78
	85,0%	281,26	235,19	231,40	208,66
	90,0%	316,11	260,33	245,77	214,41
	95,0%	374,59	304,22	270,63	224,35
	99,0%	527,13	456,87	348,89	243,72
99,9%	969,49	901,53	778,12	270,78	

Fonte: Elaboração própria

O comportamento de menor desvio-padrão e maior proteção contra eventos extremos foi observado para todos os valores do *risk loading factor* ( $\tau$ ) testados. Observa-se, porém que quanto mais cara for a taxa cobrada pelo seguro (*risk loading factor*), menor será o efeito de proteção de cauda, além de todas as opções de seguro se aproximarem da opção sem seguro. No entanto, o efeito da

previsibilidade de pagamentos (desvio-padrão) foi pouco afetada na faixa de valores considerada.

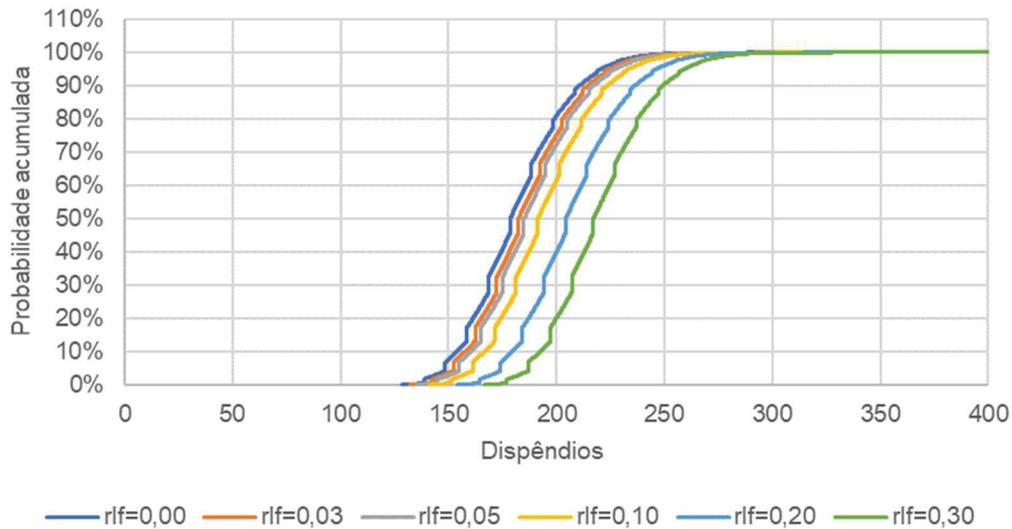
O gráfico comparativo entre os contratos associado ao caso base, encontra-se na Figura 19. Os resultados dos demais valores do *risk loading factor* ( $\tau$ ) considerados encontram-se no Apêndice C.



**Figura 19: Curvas acumuladas de dispêndios, com  $\tau = 0,03$**

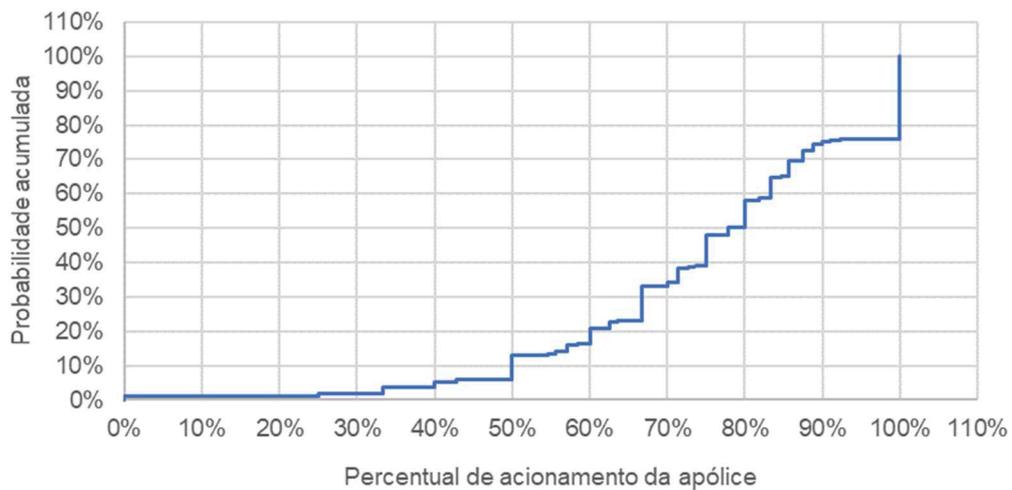
Fonte: Elaboração própria

Além disso, a Figura 20 apresenta uma comparação das curvas de dispêndio utilizando-se o seguro otimizado para cada opção de  $\tau$  avaliada ( $\tau = 0,00$ ;  $\tau = 0,03$ ;  $\tau = 0,05$ ;  $\tau = 0,10$ ;  $\tau = 0,20$  e  $\tau = 0,30$ ). Através dela é possível verificar que há deslocamento das curvas para a direita e do percentil em que os dispêndios se tornam iguais às outras opções conforme o valor do *risk loading factor* é aumentado.



**Figura 20: Comparação das curvas acumuladas de dispêndios para cada  $\tau$  avaliado**

Fonte: Elaboração própria



**Figura 21: Curva de probabilidade acumulada do percentual de acionamentos da apólice no caso base para o seguro otimizado**

Fonte: Elaboração própria

Por fim, observou-se que o percentual de eventos em que a apólice era acionada no caso do seguro otimizado foi elevado (78% em média), conforme Figura 21. Esse perfil elevado dificulta a gestão por parte de ambas as partes (seguradora e segurada), visto que há mais casos a serem discutidos entre as

duas. Esse resultado pode estar associado ao fato de que não foram considerados no problema os custos associados à gestão da apólice.

### 6.2.8.

#### Impacto da variação das probabilidades de falha das barreiras de segurança

Além das análises de sensibilidade já mencionadas, foi realizada avaliação do impacto da mudança das probabilidades de falha de cada barreira para observar como o modelo seria impactado. Assim, as probabilidades apresentadas na Tabela 2 foram alteradas para os valores apresentados na Tabela 15, implicando nas probabilidades apresentadas na Tabela 16 para cada estado de consequência ( $\tilde{k}$ ). Os parâmetros das distribuições condicionais de danos foram mantidos conforme Tabela 3, bem como a frequência dos desvios que ocorrerem no processo ( $\lambda = 6$ ).

**Tabela 15: Probabilidade de falha alterada para cada barreira**

Barreira de Segurança	Probabilidade de Falha
Release Prevention Barrier (RPB)	0,50
Dispersion Prevention Barrier (DPB)	0,60
Ignition Prevention Barrier (IPB)	0,50
Escalation Prevention Barrier (EPB)	0,35

Fonte: Elaboração própria

**Tabela 16: Probabilidade de ocorrência de cada estado de consequência ( $\tilde{k}$ )**

Consequências ( $\tilde{k}$ )	Probabilidade
$\tilde{k} = 1 \rightarrow$ (Safe)	0,50
$\tilde{k} = 2 \rightarrow$ (Near miss)	0,20
$\tilde{k} = 3 \rightarrow$ (Mishap)	0,15
$\tilde{k} = 4 \rightarrow$ (Incident)	0,10
$\tilde{k} = 5 \rightarrow$ (Accident)	0,05

Fonte: Elaboração própria

Com as novas probabilidades, foi necessário identificar o novo conjunto de valores de  $S$  e  $M$  que permitiam a convergência do problema. Para identificar esses parâmetros, foram utilizados os demais valores do caso base, conforme

Tabela 7. O método para identificar a convergência do problema foi o mesmo da situação anterior. Como resultado obteve-se o conjunto de valores  $S = 1200$  e  $M = 5$ , que geraram um  $gap\%$  de 0,26% e desvio-padrão% de 3,25%. Os valores ótimos obtidos para o caso base encontram-se descritos na Tabela 17, bem como os novos valores para as opções de Seguro 1 e Seguro 2, que foram calculados utilizando-se a mesma regra adotada anteriormente.

**Tabela 17: Parâmetros do contrato para cada opção de seguro, considerando a situação base e as novas probabilidades**

<b>Contrato</b>	$T_1$	$T_2$	$T_3$
Sem seguro	-		
Seguro 1	27,54	178,66	2.046,81
Seguro 2	63,87	5.957,51	11.342,97
Seguro otimizado	10,00	9.676,51	18.391,33

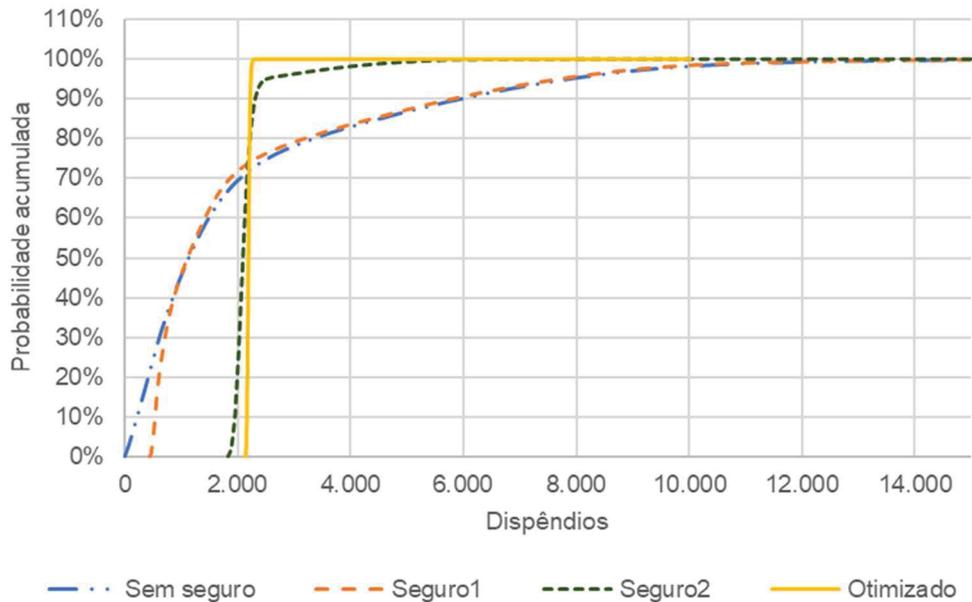
Fonte: Elaboração própria

Os resultados obtidos para essa nova situação encontram-se representados na Figura 22 e na Tabela 18. Tais resultados foram similares aos da situação anterior, com as probabilidades originais, mostrando que o seguro otimizado é pior na média do que as demais opções e a opção de não fazer seguro é em média a melhor. No entanto, novamente, o seguro otimizado foi a opção que conferiu maior previsibilidade aos valores a serem dispendidos pela empresa segurada, representada pelo menor desvio-padrão dos valores de dispêndios. O desvio-padrão da segunda melhor opção de seguro (Seguro2) nesse quesito se mostrou 669% maior do que o desvio-padrão obtido com o seguro otimizado, a opção de Seguro1 apresentou um desvio-padrão de mais de 3700% maior do que o seguro otimizado e a situação em que nenhum seguro era contratado resultou em um desvio-padrão de mais de 3900% maior do que o seguro otimizado.

**Tabela 18: Métricas associadas às perdas totais, considerando o caso base e as novas probabilidades de falha das barreiras**

		Sem seguro	Seguro 1	Seguro 2	Seguro Otimizado
Média do percentual de acionamento da apólice		-	70%	50%	88%
Média		2.134,32	2.147,37	2.187,77	2.196,64
Desvio-padrão		2.576,64	2.448,43	493,84	64,21
VaR <sub>95%</sub>		7.871,50	7.708,01	2.518,26	2.238,39
CVaR <sub>95%</sub>		10.076,32	9.823,07	3.883,06	2.267,31
Máximo		26.271,45	25.675,63	16.763,63	10.019,67
PERCENTIS	1,0%	27,31	475,38	1.862,46	2.149,55
	5,0%	119,53	505,81	1.916,27	2.159,55
	10,0%	220,99	537,49	1.954,26	2.169,55
	15,0%	321,00	569,67	1.975,18	2.169,55
	20,0%	419,38	608,23	1.995,84	2.176,70
	30,0%	616,44	716,28	2.031,49	2.179,94
	40,0%	853,38	872,65	2.063,72	2.189,55
	50,0%	1.134,06	1.112,84	2.095,88	2.193,59
	60,0%	1.488,85	1.421,13	2.130,15	2.199,55
	70,0%	2.046,81	1.869,57	2.169,60	2.208,59
	80,0%	3.346,90	3.183,83	2.221,34	2.215,15
	85,0%	4.529,54	4.391,46	2.257,95	2.219,55
	90,0%	5.974,69	5.816,17	2.313,24	2.228,16
	95,0%	7.871,50	7.708,01	2.518,26	2.238,39
	99,0%	11.342,97	10.971,61	4.684,37	2.258,88
99,9%	16.851,46	16.464,20	7.343,63	2.289,55	

Fonte: Elaboração própria

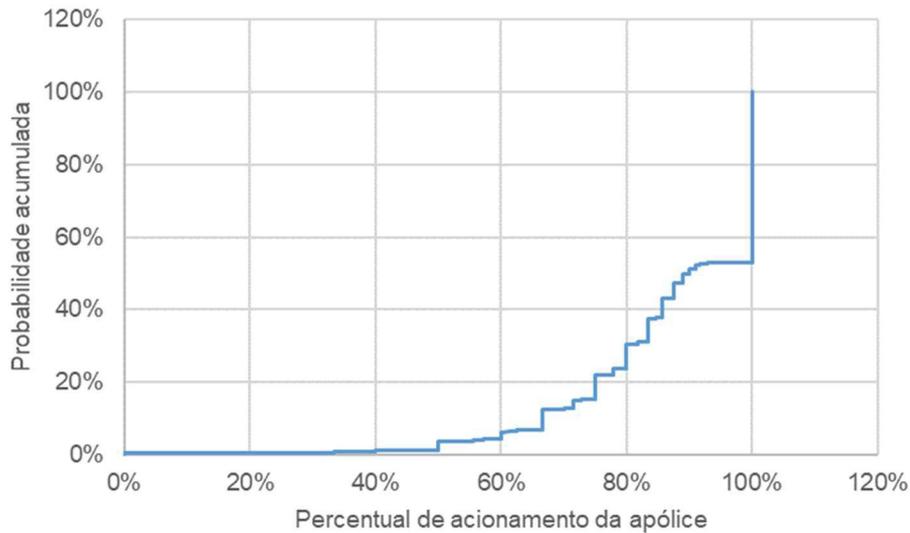


**Figura 22: Curvas acumuladas de dispêndios, considerando as novas probabilidades de falha e  $\tau = 0,03$**

Fonte: Elaboração própria

Além disso, o seguro otimizado também conferiu maior proteção contra os eventos extremos, o que é demonstrado pelo menor CVaR e pelo menor valor máximo. O CVaR obtido com a situação sem seguro foi 344% maior do que o otimizado, o da opção de Seguro 1 foi 333% e o da opção de Seguro 2 foi 71% maior. Já o valor máximo da situação sem seguro foi 162% maior do que o obtido na situação do seguro otimizado, o da opção de Seguro 1 foi 156% e o do Seguro 2 foi 67% maior.

Destaca-se que novamente a média de acionamentos da apólice foi alta, em cerca de 88% dos casos, como observado na Figura 23. Essa situação gera mais trabalho para as duas partes, conforme já destacado anteriormente, e, portanto, não é a ideal quando se analisa a situação sob a ótica da gestão do contrato e não a financeira.



**Figura 23: Curva de probabilidade acumulada do percentual de acionamentos da apólice no caso base para o seguro otimizado, considerando as novas probabilidades de falha das barreiras**

Fonte: Elaboração própria

Por fim, em decorrência dos altos valores de dispêndios obtidos por conta do aumento das probabilidades dos eventos mais severos, testou-se se o resultado se manteria no caso de aumento do *risk loading factor*, ou seja, no caso de a contratação de seguros ser mais cara. A Tabela 19 apresenta os valores considerados para os parâmetros do contrato.

**Tabela 19: Parâmetros do contrato para cada opção de seguro, considerando e  $\tau = 0,30$  e as novas probabilidades**

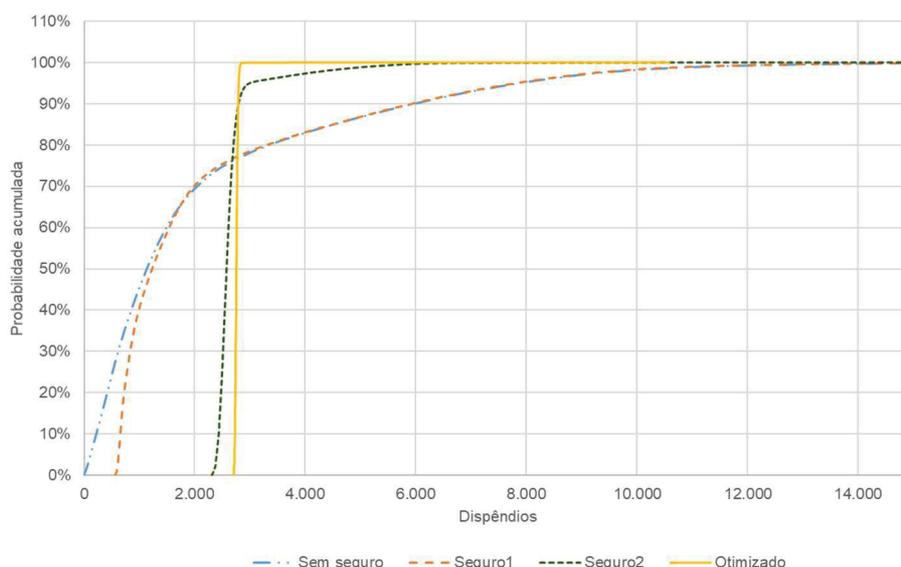
<b>Contrato</b>	$T_1$	$T_2$	$T_3$
Sem seguro	-		
Seguro 1	27,54	178,66	2.046,81
Seguro 2	63,87	5.957,51	11.342,97
Seguro otimizado	10,00	9.667,75	18.391,33

Fonte: Elaboração própria

**Tabela 20: Métricas associadas às perdas totais, considerando  $\tau = 0,30$  e as novas probabilidades de falha das barreiras**

		<b>Sem seguro</b>	<b>Seguro 1</b>	<b>Seguro 2</b>	<b>Seguro Otimizado</b>
Média do percentual de acionamento da apólice		-	70%	50%	88%
Média		2.134,32	2.264,83	2.668,83	2.757,49
Desvio-padrão		2.576,64	2.448,43	493,84	64,21
VaR <sub>95%</sub>		7.871,50	7.825,46	2.999,32	2.799,26
CVaR <sub>95%</sub>		10.076,32	9.940,53	4.364,12	2.828,21
Máximo		26.271,45	25.793,09	17.244,69	10.580,52
<b>PERCENTIS</b>	1,0%	27,31	592,84	2.343,52	2.710,40
	5,0%	119,53	623,26	2.397,33	2.720,40
	10,0%	220,99	654,95	2.435,32	2.730,40
	15,0%	321,00	687,13	2.456,23	2.730,40
	20,0%	419,38	725,68	2.476,89	2.737,55
	30,0%	616,44	833,73	2.512,55	2.740,79
	40,0%	853,38	990,10	2.544,78	2.750,40
	50,0%	1.134,06	1.230,29	2.576,94	2.754,44
	60,0%	1.488,85	1.538,58	2.611,21	2.760,40
	70,0%	2.046,81	1.987,03	2.650,66	2.769,44
	80,0%	3.346,90	3.301,28	2.702,40	2.776,01
	85,0%	4.529,54	4.508,92	2.739,01	2.780,40
	90,0%	5.974,69	5.933,62	2.794,30	2.789,02
	95,0%	7.871,50	7.825,46	2.999,32	2.799,26
	99,0%	11.342,97	11.089,06	5.165,43	2.819,81
99,9%	16.851,46	16.581,65	7.824,69	2.850,68	

Fonte: Elaboração própria



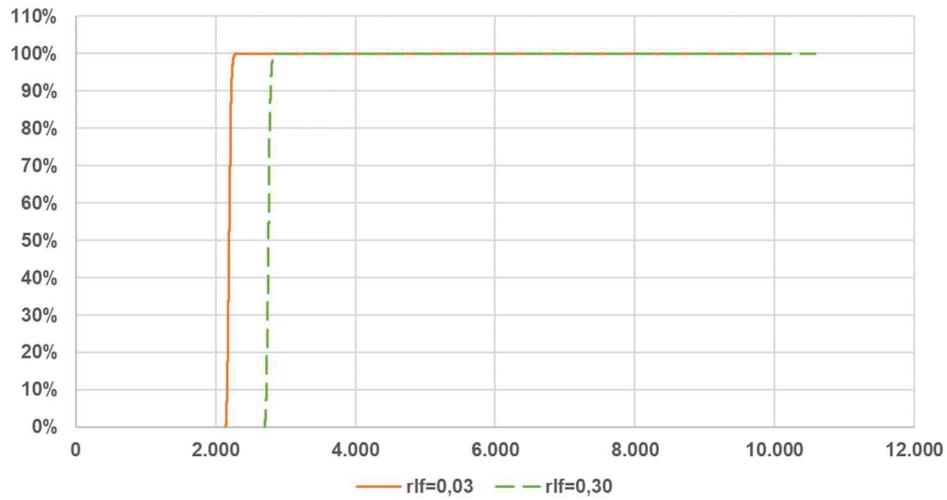
**Figura 24: Curvas acumuladas de dispêndios, considerando as novas probabilidades de falha e  $\tau = 0,30$**

Fonte: Elaboração própria

Os resultados obtidos (exibidos na Tabela 20 e na Figura 24) mostram que, mesmo com o seguro sendo mais caro, a opção de contratá-lo é melhor quando se considera questões associadas à previsibilidade e proteção contra eventos extremos. Nesse sentido, a opção de seguro otimizado continuou sendo a que melhor responde a essas métricas.

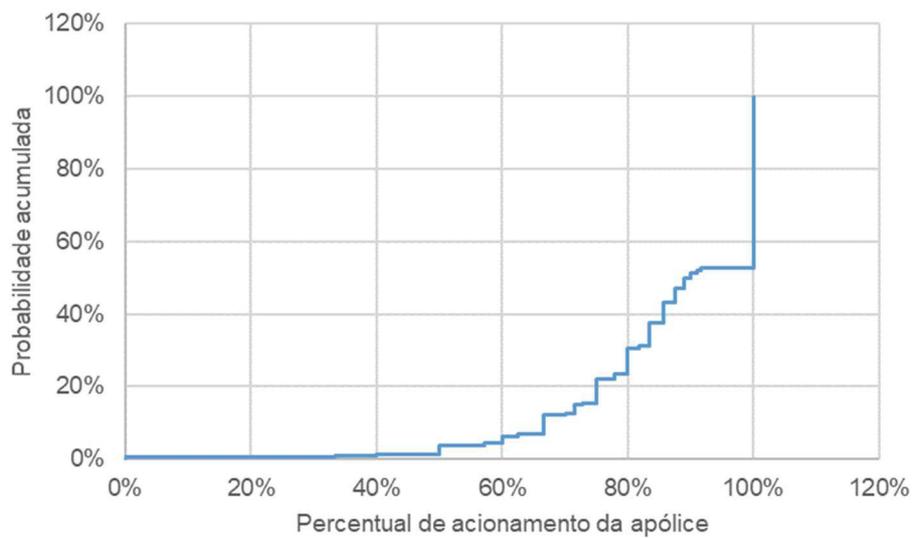
Como na situação anterior, também se observou pouco reflexo do aumento do *risk loading factor* na definição dos valores ótimos dos parâmetros do seguro. Conforme exibido na Figura 25, esse aumento apenas provoca deslocamento da curva de dispêndios, ou seja, a variação de prêmio paga para aquisição do seguro, decorrente do aumento do *risk loading factor*, é acrescida ao valor dos dispêndios, porém o formato da curva é mantido.

Ressalta-se ainda que, como nos demais casos avaliados ao longo do presente trabalho, observou-se também nessa situação, uma elevada taxa de acionamento da apólice quando da ocorrência de um evento, visto que a franquia  $T_1$  era igual a do caso anterior. Assim, como a franquia era a mesma nas duas situações, o perfil de acionamento da apólice (exibido na Figura 23 para a situação de  $\tau = 0,30$  e na Figura 26 para o caso de  $\tau = 0,30$ ) também foi o mesmo nos dois casos.



**Figura 25: Curvas acumuladas de dispêndios para  $\tau = 0,03$  e  $\tau = 0,30$**

Fonte: Elaboração própria



**Figura 26: Curva de probabilidade acumulada do percentual de acionamentos da apólice para o seguro otimizado, considerando as novas probabilidades de falha das barreiras e  $\tau = 0,30$**

Fonte: Elaboração própria

## 7

# Conclusão e Pesquisas Futuras

### 7.1. Conclusão

O estudo conduzido indicou a forma de caracterização e precificação de um contrato de seguros, além de utilizar o conceito de barreiras de segurança para melhor caracterizar as incertezas associadas a acidentes em ativos da indústria de óleo e gás. Para identificar a decisão do seguro ótimo a ser contratado, foi desenvolvido um problema de otimização, que exigiu algumas reformulações para que sua solução fosse possível. Além disso, para a resolução do problema, utilizou-se o método de SAA.

Através do estudo, foi possível verificar algumas relações entre os parâmetros adotados e os resultados obtidos com o uso do modelo de otimização proposto. A franquia mínima ( $\underline{T}_1$ ) foi o parâmetro que mais impactou os resultados, afetando inclusive a convergência do problema. Essa foi a única variável de entrada que afetou o valor da franquia ótima ( $T_1$ ) obtida, além de ter reflexos nos valores ótimos para os limites  $T_2$  e  $T_3$ , no valor do prêmio e na função objetivo. Ao contrário do observado para a franquia mínima ( $\underline{T}_1$ ), a franquia máxima ( $\overline{T}_1$ ) atribuída ao problema não afetou nenhuma variável de saída.

O *risk loading factor* ( $\tau$ ) teve impacto apenas nos resultados do prêmio e da função objetivo, não afetando as definições dos parâmetros do contrato. Já a aversão a risco impactou os resultados obtidos para os limites  $T_2$  e  $T_3$ . Empresas mais avessas, as quais atribuem um peso  $\gamma$  maior ao CVaR, buscariam maior proteção contra os eventos extremos, elevando os valores dos limites e, como consequência disso, pagando prêmios mais altos.

O modelo de seguro otimizado apresentou pior resultado na média, ou seja, a média de dispêndios obtida com o mesmo (à exceção da situação de *risk loading factor* nulo, em que a média era igual para todos os casos) era maior do que a média das demais opções apresentadas. Além disso, a diferença entre as médias de cada opção de seguro se eleva conforme o *risk loading factor* ( $\tau$ ) é elevado. No entanto, o seguro otimizado proporcionou maior previsibilidade dos valores que a

empresa segurada teria que dispendir, fato indicado pelo desvio-padrão significativamente menor do que o obtido com as demais opções.

Destaca-se ainda que o seguro otimizado proposto também apresentou melhor proteção contra os eventos extremos, apresentando menor CVaR do que todas as opções avaliadas.

Além disso, mesmo com a elevação das probabilidades de falha das barreiras de segurança, o seguro otimizado manteve-se como a melhor opção nos quesitos previsibilidade e proteção contra eventos extremos, apresentando indicadores comparativos com as demais opções de seguro consideradas ainda melhores do que na situação original de probabilidades.

Um outro benefício possibilitado por esse tipo de modelo é o fato de que o mesmo permitiria (com as devidas adaptações) a solução ótima de um problema que considerasse mais de um tipo de dano e de apólice, com seus respectivos parâmetros. A resolução de problemas dessa magnitude através de modelos de simulação se tornaria muito complexa, sendo o modelo de otimização mais adequado para tais situações.

Cabe destacar que o problema desenvolvido foi muito custoso computacionalmente, a depender dos valores das variáveis de entrada consideradas. No entanto, no caso de adoção de tal modelo por empresas, esse não deveria ser um fator de impedimento de seu uso, já que decisões de seguros não são feitas para um curto prazo. Assim, seria possível que se gastasse um tempo maior para obter-se resultados que irão suportar tais decisões. Além disso, muitas empresas contam com computadores mais potentes, o que as permitiria rodar o modelo de forma mais rápida.

Por fim, é importante destacar que o modelo de caracterização da incerteza baseado em barreiras de segurança exige mais organização interna e a coleta de mais dados do que quando comparado ao modelo de histórico de acidentes. No entanto, tal modelo reflete melhor a realidade atual das instalações, podendo prover resultados mais aderentes à situação da empresa.

## **7.2. Pesquisas Futuras**

Nessa seção, são apresentadas algumas indicações de pesquisas e trabalhos futuros que não puderam ser tratados no decorrer do presente trabalho.

### **7.2.1.**

#### **Aplicação do modelo em situação de mais de um tipo de dano e/ou apólice**

Quando grandes acidentes ocorrem, é comum que os mesmos tenham como consequência mais de um tipo de dano, sendo tais danos cobertos em mais de uma apólice. As capacidades de cobertura ofertadas pelo mercado, bem como as taxas cobradas para cada tipo de cobertura, muitas vezes são bastante diferentes, cabendo a empresa segurada avaliar a aquisição dos seguros de forma conjunta.

Como já apontado anteriormente, o modelo considerado nesse trabalho abordou apenas um tipo de dano coberto por apenas uma apólice. No entanto, a lógica utilizada pode ser aplicada em problemas mais complexos, adaptando a função objetivo e as restrições.

Contudo um maior número de restrições e variáveis tende a aumentar a complexidade do problema, tornando-o ainda mais custoso computacionalmente. Assim, sugere-se como uma pesquisa futura a adaptação do modelo para considerar mais de um tipo de dano e apólice, avaliando-se também o tempo de processamento necessário para isso.

### **7.2.2.**

#### **Adoção de custos associados ao alto acionamento da apólice**

Outra indicação de estudos futuros refere-se à incorporação à função objetivo do problema de uma parcela de custos associada à gestão de sinistros pela empresa segurada. Quando um sinistro ocorre, é comum que a empresa segurada tenha gastos referentes a necessidade de equipe (e custos associados) necessários para conduzir o processo de regulação do sinistro com a seguradora. Esses processos, muitas vezes são complexos e duradouros.

O modelo proposto nesse trabalho obteve sempre como resultado a adoção da franquia mínima estabelecida, o que gerou uma média elevada de acionamentos da seguradora, ou seja, grande parte dos eventos ocorridos levariam a um processo de regulação da situação junto à seguradora.

Destaca-se que o modelo não levou em consideração tais custos. Dessa forma, sugere-se à incorporação deles para avaliação dos resultados, de forma a verificar se um alto custo associado ao processo interno de gestão de sinistros poderia implicar em um outro resultado ótimo para a franquia e, conseqüentemente, os demais parâmetros.

Além disso, uma taxa de acionamento da apólice elevada, em geral, provoca aumentos no valor do prêmio cobrado pela seguradora. Esse efeito também não foi considerado no desenvolvimento do problema tratado no presente trabalho. Dessa forma, sua incorporação ao modelo também poderia impactar no resultado de franquia ótima.

### **7.2.3.**

#### **Uso de mínimo arrependimento como métrica para seleção dos parâmetros do contrato**

Diversos autores têm estudado o conceito de arrependimento e o seu uso para embasar decisões a serem tomadas. De forma geral, tais estudos são conduzidos tanto no ramo da psicologia quanto no ramo de economia, como observado por Connolly e Zeelenberg (2002). O arrependimento está associado ao sentimento que se tem quando uma alternativa performa melhor do que a alternativa escolhida (Chorus, 2010). Simonson (1992) defende que se pode antecipar o arrependimento de uma determinada decisão e que isso pode ser incorporado na avaliação das alternativas, impactando as decisões a serem tomadas. Em seu estudo, verificou que na situação de escolha de compra entre artigos de uma marca famosa e mais cara e artigos de uma marca mais barata, as pessoas sentiriam um maior arrependimento no caso de falha do produto se o mesmo fosse da marca mais barata, pois tenderiam a se culpar pela decisão, quando, no outro caso, culpariam o fabricante. O caso está de acordo com a “teoria da norma” de Kahneman e Miller (1986), que postula que as pessoas sentem maior arrependimento quando tomam uma decisão que difere da “norma” considerada. No caso de seguros, esse conceito também pode ser aplicado. No entanto, apesar disso, ainda há poucos estudos tratando o tema. Que se tenha conhecimento, apenas o estudo de Braun e Muermann (2004) abordou a questão, buscando identificar as decisões ótimas de aquisição de seguros por indivíduos que apresentam comportamentos alinhados à Teoria do Arrependimento. Porém, o mesmo foi considerado apenas no âmbito de seguradoras e resseguradoras, tendo sido apontado como um possível estudo futuro o uso de tal abordagem sob a ótica dos segurados.

- Arrow, K. J. (1974). **Optimal insurance and generalized deductibles**. Scandinavian Actuarial Journal, 1974(1), 1-42.
- Arunraj, N. S., & Maiti, J. (2009). **A methodology for overall consequence modeling in chemical industry**. Journal of hazardous materials, 169(1), 556-574.
- Azwell, T., Blum, M. J., Hare, A., Joye, S., Kubendran, S., Laleian, A., & White, L. E. (2011). **The Macondo blowout environmental report**. Deepwater Horizon Study Group Environmental Report.
- Banco Central do Brasil. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/acessoinformacao/legado?url=https:%2F%2Fwww.bcb.gov.br%2Fpre%2Fcomposicao%2Fcns.asp> - Consultado em 27/12/2018.
- Black, Edward B., **Discussion by Edward B. Black**, Proceedings of the Casualty Actuarial Society, Vol. LVI, 1969, p. 46.
- Blomvall, J., & Shapiro, A. (2006). **Solving multistage asset investment problems by the sample average approximation method**. Mathematical programming, 108(2-3), 571-595.
- Braun, M., & Muermann, A. (2004). **The impact of regret on the demand for insurance**. Journal of Risk and Insurance, 71(4), 737-767.
- Chorus, C. G. (2010). **A new model of random regret minimization**. EJTIR, 10 (2), 2010.
- CHUBB. Disponível em: <https://www.chubb.com/br-pt/business/casualty-environmental-risks.aspx> - Consultado em 02/02/2019.
- Connolly, T., & Zeelenberg, M. (2002). **Regret in decision making**. Current directions in psychological science, 11(6), 212-216.
- Cummins, J. D., & Mahul, O. (2004). **The demand for insurance with an upper limit on coverage**. Journal of Risk and Insurance, 71(2), 253-264.

- Dhaene, J., Denuit, M., Goovaerts, M. J., Kaas, R., & Vyncke, D. (2002). **The concept of comonotonicity in actuarial science and finance: theory.** Insurance: Mathematics and Economics, 31(1), 3-33.
- El-Gheriani, M., Khan, F., Chen, D., & Abbassi, R. (2017). **Major accident modelling using spare data.** Process Safety and Environmental Protection, 106, 52-59.
- Emelogu, A., Chowdhury, S., Marufuzzaman, M., Bian, L., & Eksioglu, B. (2016). **An enhanced sample average approximation method for stochastic optimization.** International Journal of Production Economics, 182, 230-252.
- Empresa de Pesquisa Energética - EPE (2018). Disponível em <http://www.epe.gov.br/pt/abcdenergia/matriz-energetica-e-eletrica>. Acessado em: 03/06/2018.
- Fanzeres, B., Street, A., & Barroso, L. A. (2015). **Contracting strategies for renewable generators: A hybrid stochastic and robust optimization approach.** IEEE Transactions on Power Systems, 30(4), 1825-1837.
- Gaffney, C., & Ben-Israel, A. (2016). **A simple insurance model: optimal coverage and deductible.** Annals of Operations Research, 237(1-2), 263-279.
- GARD. Disponível em: <http://www.gard.no/web/products/energy>. Acessado em 02/02/2019.
- GLOBAL, BP (2010). **Deepwater Horizon Accident Investigation Report.** Disponível em: [https://www.bp.com/content/dam/bp/pdf/sustainability/issue-reports/Deepwater\\_Horizon\\_Accident\\_Investigation\\_Report.pdf](https://www.bp.com/content/dam/bp/pdf/sustainability/issue-reports/Deepwater_Horizon_Accident_Investigation_Report.pdf). Acessado em: 15/01/2018.
- GLOBAL, BP (2017). **Annual Report and Form 20-F 2016.** Disponível em: <https://www.bp.com/en/global/corporate/investors/results-and-reporting/annual-report.html>. Acessado em: 15/01/2018.
- Gustavsson, M., Shahriari, M., & Lindgren, M. (2010). **Evaluating EML Modeling Tools for Insurance Purposes: A Case Study.** International Journal of Chemical Engineering, 2010.
- Hashemi, S. J., Ahmed, S., & Khan, F. I. (2015). **Loss scenario analysis and loss aggregation for process facilities.** Chemical Engineering Science, 128, 119-129.

- Hong, L. (2018). **A note on Mossin's theorem for deductible insurance given random initial wealth**. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2018(5), 404-411.
- Johnson, D. (1997). **The triangular distribution as a proxy for the beta distribution in risk analysis**. *Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician)*, 46(3), 387-398.
- Jost, P. J. (2016). **Competitive insurance pricing with complete information, loss-averse utility and finitely many policies**. *Insurance: Mathematics and Economics*, 66, 11-21.
- Kahneman, D., & Miller, D. T. (1986). **Norm theory: Comparing reality to its alternatives**. *Psychological review*, 93(2), 136.
- Kerin, T. (2016). **The evolution of process safety standards and legislation following landmark events—what have we learnt?**. *Process Safety Progress*, 35(2), 165-170.
- Kujath, M. F., Amyotte, P. R., & Khan, F. I. (2010). **A conceptual offshore oil and gas process accident model**. *Journal of loss prevention in the process industries*, 23(2), 323-330.
- Liu, Y., Li, X., & Liu, Y. (2015). **The bounds of premium and optimality of stop loss insurance under uncertain random environments**. *Insurance: Mathematics and Economics*, 64, 273-278.
- Meel, A., & Seider, W. D. (2006). **Plant-specific dynamic failure assessment using Bayesian theory**. *Chemical engineering science*, 61(21), 7036-7056.
- NORMAS DA AUTORIDADE MARÍTIMA. NORMAN 04. Disponível em: <https://www.marinha.mil.br/dpc/normas>. Consultado em 27/12/2018.
- O'Hagan, A., & Oakley, J. E. (2004). **Probability is perfect, but we can't elicit it perfectly**. *Reliability Engineering & System Safety*, 85(1-3), 239-248.
- OREDA, 2002. **Offshore Reliability Data Handbook**. SINTEF Industrial Management. Det Norske Veritas.
- Pichler, A., & Shapiro, A. (2015). **Minimal representation of insurance prices**. *Insurance: Mathematics and Economics*, 62, 184-193.

PLANALTO. **Decreto 61.867, de 11 de dezembro de 1967**. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/decreto/1950-1969/D61867.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/1950-1969/D61867.htm).

Consultado em 27/12/2018.

Ramsay, C. M., & Oguledo, V. I. (2012). **Insurance pricing with complete information, state-dependent utility, and production costs**. Insurance: Mathematics and Economics, 50(3), 462-469.

Rathnayaka, S., Khan, F., & Amyotte, P. (2011a). **SHIPP methodology: Predictive accident modeling approach. Part I: Methodology and model description**. Process safety and environmental protection, 89(3), 151-164.

Rathnayaka, S., Khan, F., & Amyotte, P. (2011b). **SHIPP methodology: predictive accident modeling approach. Part II. Validation with case study**. Process Safety and Environmental Protection, 89(2), 75-88.

Reason, J. (1990). **Human error**. Cambridge university press.

Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). **Optimization of conditional value-at-risk**. Journal of risk, 2, 21-42.

Royset, J. O., & Polak, E. (2004). **Reliability-based optimal design using sample average approximations**. Probabilistic Engineering Mechanics, 19(4), 331-343.

Royset, J. O., & Szechtman, R. (2013). **Optimal budget allocation for sample average approximation**. Operations Research, 61(3), 762-776.

Shapiro, A. (2001). **Monte Carlo simulation approach to stochastic programming**. In Proceedings of the 33rd conference on Winter simulation (pp. 428-431). IEEE Computer Society.

Simonson, I. (1992). **The influence of anticipating regret and responsibility on purchase decisions**. Journal of consumer research, 19(1), 105-118.

Sun, W., & Dong, D. (2015). **On the optimal design of insurance contracts with the restriction of equity risk**. Economic Modelling, 51, 646-652.

SUSEP – Superintendência de Seguros Privados. **Circular SUSEP 470**. Disponível em:

<http://www2.susep.gov.br/bibliotecaweb/docOriginal.aspx?tipo=1&codigo=31124> - Consultado em 02/01/2019.

SUSEP – Superintendência de Seguros Privados. **Circular SUSEP 540**. Disponível em:

<http://www2.susep.gov.br/bibliotecaweb/docOriginal.aspx?tipo=1&codigo=38936> - Consultado em 02/01/2019.

SUSEP – Superintendência de Seguros Privados. **Circular SUSEP 560**. Disponível em:

<http://www2.susep.gov.br/bibliotecaweb/docOriginal.aspx?tipo=1&codigo=41410> - Consultado em 02/01/2019.

SUSEP – Superintendência de Seguros Privados. **Condições Contratuais Padronizadas – Seguro Transporte**. Disponível em: <http://www.susep.gov.br/download/menubiblioteca/SegTransp2.1.pdf> - Consultado em 02/01/2019.

SUSEP – Superintendência de Seguros Privados. **Condições Contratuais Padronizadas – Seguro de Responsabilidade Civil Geral**. Disponível em:

<http://www2.susep.gov.br/bibliotecaweb/docOriginal.aspx?tipo=4&codigo=29548> - Consultado em 02/01/2019.

SUSEP – Superintendência de Seguros Privados. **Glossário**. Disponível em: <http://www.susep.gov.br/menu/informacoes-ao-publico/glossario> - Consultado em 17/07/2018.

Verweij, B., Ahmed, S., Kleywegt, A. J., Nemhauser, G., & Shapiro, A. (2003). **The sample average approximation method applied to stochastic routing problems: a computational study**. Computational Optimization and Applications, 24(2-3), 289-333.

Wang, C. P., & Huang, H. H. (2016). **Optimal insurance contract under VaR and CVaR constraints**. The North American Journal of Economics and Finance, 37, 110-127.

Yang, M., Khan, F. I., & Lye, L. (2013). **Precursor-based hierarchical Bayesian approach for rare event frequency estimation: a case of oil spill accidents**. Process safety and environmental protection, 91(5), 333-342.

Yang, M., Khan, F., Lye, L., & Amyotte, P. (2015). **Risk assessment of rare events**. Process Safety and Environmental Protection, 98, 102-108.

Zhu, W. (2017). Wanting robustness in insurance: **A model of catastrophe risk pricing and its empirical test**. Insurance: Mathematics and Economics, 77, 14-23.

## Apêndice A

### Tamanho do problema do estudo de caso

Na presente seção o tamanho do problema associado ao estudo de caso tratado é apresentado. Destaca-se que para representar a complexidade abaixo, utilizou-se o número médio de eventos ( $N = 6$ ) e o número de cenários considerado no caso base ( $S = 500$ ) para apenas um problema de otimização.

**Tabela 21: Tamanho do problema ( $S = 500$  e  $N = 6$ )**

	$N * S$	$S$	-	Total
Quantidade de variáveis binárias	6.000	500	0	<b>6.500</b>
Quantidade de variáveis contínuas	24.000	3.000	0	<b>27.000</b>
Quantidade de restrições	87.000	6.500	5	<b>93.505</b>

Fonte: Elaboração Própria

## Apêndice B

### Resultados detalhados das rodadas do estudo de caso

**Tabela 22: Resultados detalhados do estudo de caso, considerando:  $W = 100.000$ ;  $\gamma = 0,99$ ;  $\tau = 0,30$ ;  $T_1 = 10$  e  $\bar{T}_1 = 150$**

$S$	$M$	$FO_{lb}$	$DP_{lb}$	$FO_{ub}$	$DP_{ub}$	$Gap$	$T_1$ ótimo	$T_2$ ótimo	$T_3$ ótimo	$p$	$Gap\%$	$DP_{lb}\%$
50	5	229,06	21,02	305,05	0,23	75,99	10,00	475,96	606,35	187,03	33,18%	9,18%
50	10	229,06	14,20	283,63	0,34	54,57	10,00	605,04	682,75	165,93	23,83%	6,20%
50	15	229,06	13,19	283,59	0,34	54,54	10,00	605,04	682,75	165,93	23,81%	5,76%
50	25	229,06	9,95	282,92	0,34	53,87	10,00	605,04	682,75	165,93	23,52%	4,34%
50	50	220,38	7,80	264,95	0,43	44,57	10,00	330,14	516,62	137,55	20,22%	3,54%
50	100	215,06	5,94	264,98	0,43	49,92	10,00	330,14	516,44	137,55	23,21%	2,76%
50	150	215,06	4,79	264,55	0,43	49,49	10,00	330,14	516,41	137,55	23,01%	2,23%
50	200	215,06	4,15	261,82	0,49	46,76	10,00	431,48	552,60	138,91	21,74%	1,93%
50	250	213,23	3,72	261,71	0,49	48,48	10,00	431,48	552,60	138,91	22,73%	1,75%

<i>S</i>	<i>M</i>	<i>FO<sub>lb</sub></i>	<i>DP<sub>lb</sub></i>	<i>FO<sub>ub</sub></i>	<i>DP<sub>ub</sub></i>	<i>Gap</i>	<i>T<sub>1</sub></i> ótimo	<i>T<sub>2</sub></i> ótimo	<i>T<sub>3</sub></i> ótimo	<i>p</i>	<i>Gap%</i>	<i>DP<sub>lb</sub>%</i>
50	300	213,23	3,36	262,41	0,50	49,18	10,00	431,48	552,60	138,91	23,06%	1,58%
100	5	260,61	6,29	279,62	0,32	19,01	10,00	608,26	685,97	165,19	7,29%	2,41%
100	10	252,81	8,81	279,54	0,32	26,73	10,00	608,43	685,97	165,19	10,57%	3,48%
100	15	252,81	7,10	267,30	0,38	14,49	10,00	1.098,02	1.155,04	158,88	5,73%	2,81%
100	25	252,81	4,96	267,32	0,38	14,51	10,00	1.098,02	1.155,04	158,88	5,74%	1,96%
100	50	232,93	5,96	267,28	0,38	34,34	10,00	1.098,43	1.155,04	158,88	14,74%	2,56%
100	100	232,93	4,18	265,12	0,43	32,19	10,00	837,33	1.023,10	155,47	13,82%	1,80%
100	150	232,93	3,23	266,31	0,44	33,38	10,00	837,33	1.023,10	155,47	14,33%	1,38%
100	200	232,93	2,79	266,43	0,43	33,50	10,00	837,33	1.023,10	155,47	14,38%	1,20%
100	250	232,93	2,45	265,68	0,43	32,75	10,00	837,33	1.023,10	155,47	14,06%	1,05%
100	300	226,87	2,58	259,97	0,48	33,10	10,00	708,25	819,90	148,15	14,59%	1,14%
150	5	261,50	9,91	278,44	0,32	16,94	10,00	650,97	688,12	163,69	6,48%	3,79%
150	10	257,53	7,05	268,87	0,39	11,34	10,00	1.098,02	1.153,96	160,28	4,40%	2,74%
150	15	252,21	6,29	267,91	0,38	15,71	10,00	1.098,02	1.153,96	160,28	6,23%	2,49%
150	25	252,00	5,18	267,84	0,38	15,84	10,00	1.098,02	1.153,96	160,28	6,28%	2,06%
150	50	252,00	3,32	267,96	0,38	15,96	10,00	1.098,02	1.153,96	160,28	6,33%	1,32%
150	100	235,68	3,64	261,91	0,46	26,23	10,00	1.061,29	1.155,74	154,83	11,13%	1,55%
150	150	235,68	2,91	262,02	0,46	26,33	10,00	1.061,29	1.155,74	154,83	11,17%	1,24%

<i>S</i>	<i>M</i>	<i>FO<sub>lb</sub></i>	<i>DP<sub>lb</sub></i>	<i>FO<sub>ub</sub></i>	<i>DP<sub>ub</sub></i>	<i>Gap</i>	<i>T<sub>1</sub></i> ótimo	<i>T<sub>2</sub></i> ótimo	<i>T<sub>3</sub></i> ótimo	<i>p</i>	<i>Gap%</i>	<i>DP<sub>lb</sub>%</i>
150	200	231,63	2,82	259,42	0,51	27,79	10,00	714,21	825,86	145,90	12,00%	1,22%
150	250	235,68	1,59	261,96	0,46	26,28	10,00	1.061,29	1.155,74	154,83	11,15%	0,67%
150	300	231,63	2,28	258,91	0,52	27,27	10,00	714,21	825,86	145,90	11,77%	0,98%
200	5	257,22	10,88	274,85	0,32	17,63	10,00	608,67	686,38	160,41	6,85%	4,23%
200	10	255,28	7,50	269,09	0,39	13,81	10,00	1.072,29	1.152,21	159,78	5,41%	2,94%
200	15	255,28	5,37	268,97	0,38	13,69	10,00	1.072,29	1.152,21	159,78	5,36%	2,11%
200	25	255,28	4,10	269,00	0,38	13,72	10,00	1.072,29	1.152,21	159,78	5,37%	1,60%
200	50	248,55	3,67	264,36	0,49	15,81	10,00	879,77	932,43	152,30	6,36%	1,48%
200	100	247,16	2,52	262,70	0,49	15,54	10,00	879,77	932,43	152,30	6,29%	1,02%
200	150	237,12	2,79	264,23	0,56	27,12	10,00	1.060,86	1.155,31	151,89	11,44%	1,18%
200	200	237,12	2,41	263,94	0,51	26,82	10,00	1.086,57	1.155,31	151,89	11,31%	1,02%
250	5	265,29	6,91	275,63	0,32	10,34	10,00	608,67	686,38	161,20	3,90%	2,61%
250	10	256,70	6,44	271,49	0,38	14,79	10,00	1.065,12	1.145,04	162,90	5,76%	2,51%
250	15	256,70	5,11	271,50	0,38	14,80	10,00	1.065,12	1.145,04	162,90	5,76%	1,99%
250	25	256,70	3,67	271,42	0,38	14,72	10,00	1.065,12	1.145,04	162,90	5,74%	1,43%
250	50	249,66	3,30	263,11	0,42	13,45	10,00	879,77	930,03	153,94	5,39%	1,32%
250	100	249,66	2,19	262,96	0,42	13,30	10,00	879,77	930,03	153,94	5,33%	0,88%
300	5	267,61	4,74	272,63	0,37	5,02	10,00	1.061,29	1.141,21	164,21	1,88%	1,77%

<i>S</i>	<i>M</i>	<i>FO<sub>lb</sub></i>	<i>DP<sub>lb</sub></i>	<i>FO<sub>ub</sub></i>	<i>DP<sub>ub</sub></i>	<i>Gap</i>	<i>T<sub>1</sub></i> ótimo	<i>T<sub>2</sub></i> ótimo	<i>T<sub>3</sub></i> ótimo	<i>p</i>	<i>Gap%</i>	<i>DP<sub>lb</sub>%</i>
300	10	261,07	4,28	272,26	0,31	11,19	10,00	1.061,29	1.141,21	164,21	4,29%	1,64%
300	15	259,73	4,03	272,27	0,31	12,54	10,00	1.061,29	1.141,21	164,21	4,83%	1,55%
300	25	258,28	3,17	272,20	0,31	13,92	10,00	1.061,29	1.141,21	164,41	5,39%	1,23%
300	50	249,47	3,18	261,71	0,50	12,76	10,00	1.059,80	1.154,25	154,36	5,11%	1,28%
300	100	245,55	2,58	260,03	0,48	14,48	10,00	836,14	873,94	150,83	5,90%	1,05%
350	5	258,46	8,63	270,62	0,30	12,16	10,00	1.069,60	1.149,52	162,22	4,71%	3,34%
350	10	258,35	5,00	271,00	0,30	11,84	10,00	1.069,60	1.149,52	162,22	4,58%	1,94%
350	15	258,35	4,16	270,21	0,30	11,86	10,00	1.069,60	1.149,52	162,22	4,59%	1,61%
350	25	258,35	2,37	270,21	0,30	11,86	10,00	1.069,60	1.149,52	162,22	4,59%	0,92%
400	5	267,33	4,69	270,03	0,35	2,70	10,00	1.062,21	1.142,13	163,34	1,01%	1,75%
400	10	266,93	2,74	270,46	0,35	3,53	10,00	1.062,21	1.142,13	163,34	1,32%	1,03%
450	5	260,85	6,61	269,14	0,29	8,30	10,00	1.067,08	1.147,00	162,47	3,18%	2,53%
450	10	260,85	4,36	269,63	0,29	8,78	10,00	1.067,08	1.147,00	162,47	3,37%	1,67%
500	5	270,55	1,91	272,31	0,35	1,76	10,00	1.250,41	1.436,19	165,56	0,65%	0,70%
500	10	264,08	3,16	272,34	0,35	8,26	10,00	1.250,41	1.436,19	165,56	3,13%	1,20%

Fonte: Elaboração própria

**Tabela 23: Resultados detalhados do estudo de caso, considerando:  $W = 100.000$ ;  $S = 500$ ;  $M = 5$  e  $T_1 = 10$** 

$\gamma$	$\tau$	$\overline{T_1}$	$FO_{lb}$	$DP_{lb}$	$FO_{ub}$	$DP_{ub}$	$Gap$	$T_1$ ótimo	$T_2$ ótimo	$T_3$ ótimo	$p$	$Gap\%$	$DP_{lb}\%$
0,99	0,03	150	235,82	1,77	237,92	0,40	2,11	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	0,89%	0,75%
0,75	0,03	150	223,34	1,56	224,87	0,24	1,53	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	0,69%	0,70%
0,50	0,03	150	209,99	1,53	211,28	0,20	1,29	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	0,62%	0,73%
0,25	0,03	150	195,94	1,86	197,46	0,12	1,52	10,00	609,85	687,56	128,92	0,78%	0,95%
0,05	0,03	150	184,50	2,25	185,22	0,11	0,72	10,00	609,85	687,56	128,92	0,39%	1,22%
0,50	0,00	150	206,17	1,50	207,45	0,20	1,28	10,00	1.261,90	1.436,19	127,35	0,62%	0,73%
0,50	0,05	150	212,54	1,56	213,83	0,20	1,29	10,00	1.250,41	1.436,19	133,72	0,61%	0,73%
0,50	0,20	150	231,50	1,80	232,93	0,20	1,43	10,00	1.250,41	1.436,19	152,83	0,62%	0,78%
0,50	0,10	150	218,90	1,62	220,19	0,20	1,28	10,00	1.261,90	1.436,19	140,09	0,59%	0,74%
0,50	0,30	150	244,02	2,02	245,68	0,20	1,66	10,00	1.261,90	1.447,69	165,59	0,68%	0,83%
0,50	0,03	15	209,99	1,53	211,28	0,20	1,29	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	0,62%	0,73%
0,50	0,03	30	209,99	1,53	211,28	0,20	1,29	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	0,62%	0,73%
0,50	0,03	50	209,99	1,53	211,28	0,20	1,29	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	0,62%	0,73%
0,50	0,03	100	209,99	1,53	211,28	0,20	1,29	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	0,62%	0,73%
0,50	0,03	200	209,99	1,53	211,28	0,20	1,29	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	0,62%	0,73%
0,50	0,03	250	209,99	1,53	211,28	0,20	1,29	10,00	1.250,41	1.436,19	131,18	0,62%	0,73%

Fonte: Elaboração própria

**Tabela 24: Resultados detalhados do estudo de caso, considerando:  $W = 100.000$ ;  $M = 5$ ;  $\gamma = 0,50$ ;  $\tau = 0,03$  e  $\bar{T}_1 = 150$** 

$S$	$\underline{T}_1$	$FO_{lb}$	$DP_{lb}$	$FO_{ub}$	$DP_{ub}$	$Gap$	$T_1$ ótimo	$T_2$ ótimo	$T_3$ ótimo	$p$	$Gap\%$	$DP_{lb}\%$
500	0	183,23	2,35	186,42	0,11	3,19	0,00	1.271,90	1.529,07	184,85	1,74%	1,28%
1000	0	182,53	2,29	183,58	0,09	1,06	0,00	1.271,90	1.529,07	182,53	0,58%	1,26%
500	20	231,20	1,51	232,39	0,31	1,20	20,00	1.251,90	1.361,50	91,14	0,52%	0,65%
500	50	265,13	3,29	270,64	0,38	5,51	50,00	485,54	487,40	26,02	2,08%	1,24%
1000	50	268,39	1,21	270,43	0,53	2,04	50,00	1.329,31	1.371,53	30,27	0,76%	0,45%
500	70	273,27	3,97	281,40	0,43	8,13	70,00	453,83	453,83	14,62	2,98%	1,45%
1000	70	278,56	1,15	280,71	0,59	2,14	70,00	1.337,00	1.343,31	18,54	0,77%	0,41%
500	90	280,58	3,52	288,38	0,45	7,79	90,00	440,85	440,85	10,16	2,78%	1,26%
1000	90	285,04	1,07	287,21	0,62	2,17	90,00	1.317,00	1.319,22	13,60	0,76%	0,37%

Fonte: Elaboração própria

**Tabela 25: Resultados detalhados do estudo de caso, considerando as probabilidades de falha das barreiras alteradas e demais parâmetros conforme abaixo:**

$P(RPB) = 0,50$ ;  $P(DPB) = 0,60$ ;  $P(IPB) = 0,50$ ;  $P(EPB) = 0,35$ ;  $W = 100.000$ ;  $\gamma = 0,50$ ;  $T_1 = 10$  e  $\overline{T_1} = 150$

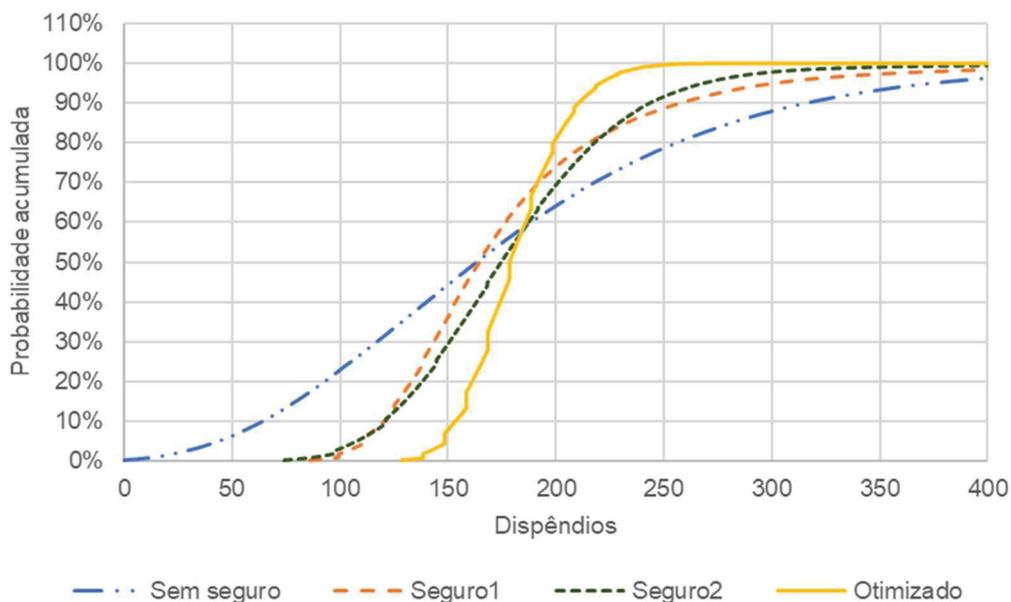
<i>S</i>	<i>M</i>	$\tau$	$FO_{lb}$	$DP_{lb}$	$FO_{ub}$	$DP_{ub}$	<i>Gap</i>	$T_1$ ótimo	$T_2$ ótimo	$T_3$ ótimo	<i>p</i>	<i>Gap%</i>	$DP_{lb}\%$
500	5	0,03	1.927,29	113,73	2.059,76	1,05	1.927,29	10,00	8.962,31	12.443,56	1.843,72	6,87%	5,90%
1000	5	0,03	2.018,70	50,70	2.064,45	0,94	2.018,70	10,00	9.798,46	18.316,99	1.973,91	2,27%	2,51%
1100	5	0,03	2.029,32	60,65	2.069,75	0,58	2.029,32	10,00	9.797,98	18.336,99	1.979,28	1,99%	2,99%
1200	5	0,03	2.034,09	66,09	2.039,35	0,54	2.034,09	10,00	9.676,51	18.391,33	1.950,83	0,26%	3,25%
1200	10	0,03	2.013,11	43,26	2.041,19	0,55	28,09	10,00	9.676,51	18.391,33	1.950,83	1,40%	2,15%
1200	15	0,03	2.013,11	36,78	2.040,77	0,55	27,66	10,00	9.676,51	18.391,33	1.950,83	1,37%	1,83%
1200	5	0,30	2.545,46	83,37	2.550,75	0,54	5,29	10,00	9.667,75	18.391,33	2.462,21	0,21%	3,28%

Fonte: Elaboração própria

## Apêndice C

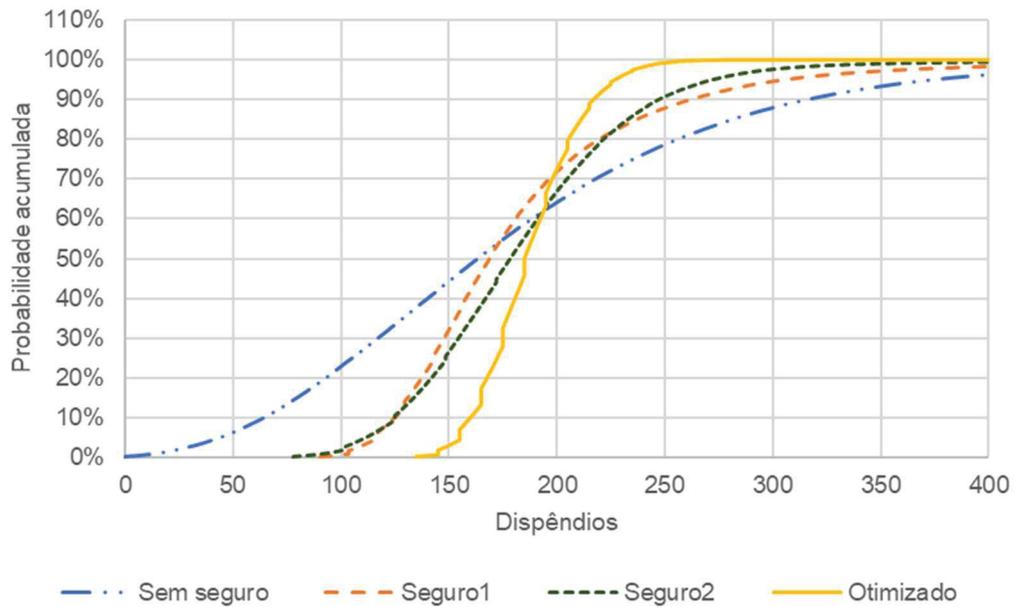
### Métricas e resultados associados às perdas totais em cada opção de contrato de seguro

Nessa seção são apresentados os resultados das métricas de cada opção de contrato de seguro, para os diferentes valores do *risk loading factor* ( $\tau$ ) avaliados no estudo de caso.



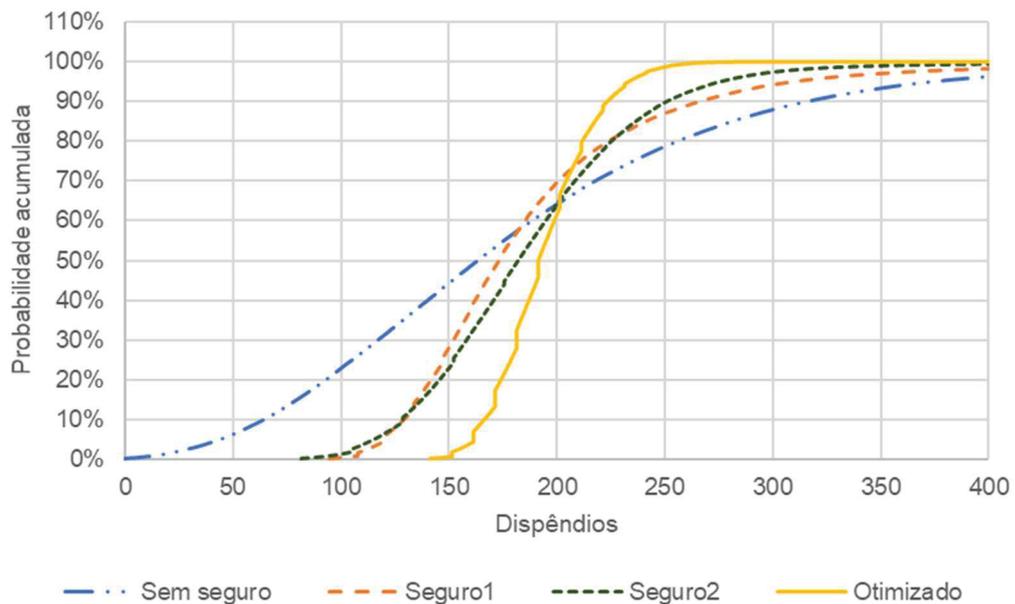
**Figura 27: Curvas acumuladas de dispêndios, com  $\tau = 0,00$**

Fonte: Elaboração própria



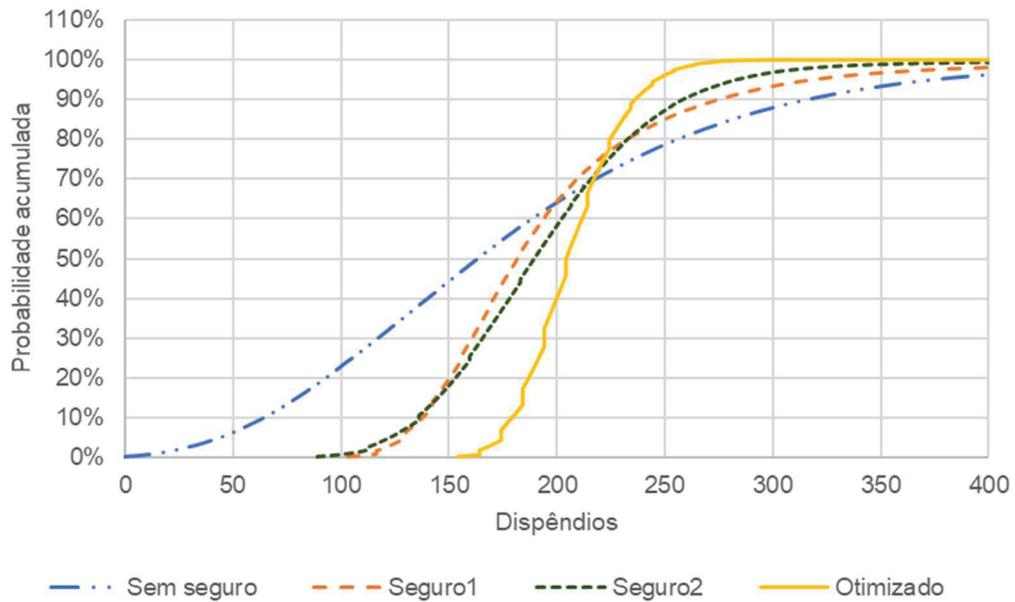
**Figura 28: Curvas acumuladas de dispêndios, com  $\tau = 0,05$**

Fonte: Elaboração própria



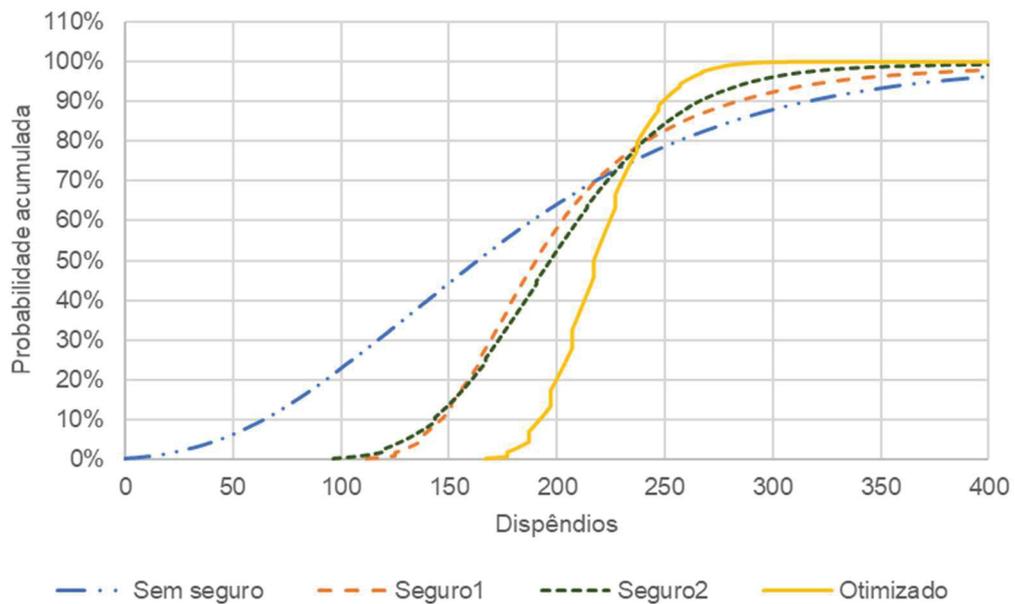
**Figura 29: Curvas acumuladas de dispêndios, com  $\tau = 0,10$**

Fonte: Elaboração própria



**Figura 30: Curvas acumuladas de dispêndios, com  $\tau = 0,20$**

Fonte: Elaboração própria



**Figura 31: Curvas acumuladas de dispêndios, com  $\tau = 0,30$**

Fonte: Elaboração própria

Tabela 26: Métricas associadas às perdas totais, considerando  $\tau = 0,00$ 

		Sem seguro	Seguro 1	Seguro 2	Seguro Otimizado
Média do percentual de acionamento da apólice		-	70%	50%	76%
Média		181,45	181,45	181,45	181,45
Desvio-padrão		114,51	80,02	66,68	33,04
VaR <sub>95%</sub>		374,59	301,63	268,40	220,50
CVaR <sub>95%</sub>		482,53	405,83	334,61	235,58
Máximo		6.211,31	6.160,96	5.968,32	4.903,66
PERCENTIS	1,0%	14,46	99,22	88,77	138,54
	5,0%	43,83	112,24	107,79	148,54
	10,0%	64,34	120,49	121,28	153,44
	15,0%	79,57	126,57	129,98	158,54
	20,0%	93,01	133,16	138,21	161,23
	30,0%	117,08	143,48	150,75	168,54
	40,0%	140,26	153,51	163,28	174,22
	50,0%	163,41	164,33	174,68	178,54
	60,0%	188,43	176,78	187,36	185,99
	70,0%	217,79	192,10	200,94	191,44
	80,0%	255,94	215,37	217,84	198,93
	85,0%	281,26	232,60	229,17	204,80
	90,0%	316,11	257,75	243,54	210,56
	95,0%	374,59	301,63	268,40	220,50
	99,0%	527,13	454,28	346,66	239,87
99,9%	969,49	898,94	775,89	266,92	

Fonte: Elaboração própria

Tabela 27: Métricas associadas às perdas totais, considerando  $\tau = 0,05$ 

		Sem seguro	Seguro 1	Seguro 2	Seguro Otimizado
Média do percentual de acionamento da apólice		-	70%	50%	76%
Média		181,45	185,76	185,16	187,87
Desvio-padrão		114,51	80,02	66,68	33,07
VaR <sub>95%</sub>		374,59	305,94	272,12	226,92
CVaR <sub>95%</sub>		482,53	410,14	338,32	242,03
Máximo		6.211,31	6.165,27	5.972,04	4.910,08
PERCENTIS	1,0%	14,46	103,53	92,48	144,97
	5,0%	43,83	116,55	111,50	154,97
	10,0%	64,34	124,80	125,00	159,86
	15,0%	79,57	130,88	133,70	164,97
	20,0%	93,01	137,47	141,92	167,66
	30,0%	117,08	147,79	154,47	174,97
	40,0%	140,26	157,82	166,99	180,65
	50,0%	163,41	168,64	178,39	184,97
	60,0%	188,43	181,09	191,07	192,41
	70,0%	217,79	196,41	204,66	197,86
	80,0%	255,94	219,68	221,55	205,36
	85,0%	281,26	236,91	232,88	211,23
	90,0%	316,11	262,06	247,25	216,98
	95,0%	374,59	305,94	272,12	226,92
	99,0%	527,13	458,59	350,38	246,29
99,9%	969,49	903,25	779,61	273,35	

Fonte: Elaboração própria

Tabela 28: Métricas associadas às perdas totais, considerando  $\tau = 0,10$ 

		Sem seguro	Seguro 1	Seguro 2	Seguro Otimizado
Média do percentual de acionamento da apólice		-	70%	50%	76%
Média		181,45	190,07	188,88	194,30
Desvio-padrão		114,51	80,02	66,68	33,04
VaR <sub>95%</sub>		374,59	310,25	275,83	233,35
CVaR <sub>95%</sub>		482,53	414,45	342,04	248,44
Máximo		6.211,31	6.169,58	5.975,75	4.916,51
PERCENTIS	1,0%	14,46	107,84	96,20	151,39
	5,0%	43,83	120,86	115,22	161,39
	10,0%	64,34	129,11	128,71	166,29
	15,0%	79,57	135,19	137,41	171,39
	20,0%	93,01	141,78	145,64	174,08
	30,0%	117,08	152,10	158,19	181,39
	40,0%	140,26	162,13	170,71	187,07
	50,0%	163,41	172,95	182,11	191,39
	60,0%	188,43	185,40	194,79	198,84
	70,0%	217,79	200,72	208,37	204,29
	80,0%	255,94	223,99	225,27	211,78
	85,0%	281,26	241,22	236,60	217,66
	90,0%	316,11	266,37	250,97	223,41
	95,0%	374,59	310,25	275,83	233,35
	99,0%	527,13	462,90	354,09	252,72
99,9%	969,49	907,56	783,32	279,78	

Fonte: Elaboração própria

Tabela 29: Métricas associadas às perdas totais, considerando  $\tau = 0,20$ 

		Sem seguro	Seguro 1	Seguro 2	Seguro Otimizado
Média do percentual de acionamento da apólice		-	70%	50%	76%
Média		181,45	198,69	196,31	207,15
Desvio-padrão		114,51	80,02	66,68	33,07
VaR <sub>95%</sub>		374,59	318,87	283,26	246,20
CVaR <sub>95%</sub>		482,53	423,07	349,47	261,31
Máximo		6.211,31	6.178,20	5.983,18	4.929,36
PERCENTIS	1,0%	14,46	116,46	103,63	164,25
	5,0%	43,83	129,48	122,65	174,25
	10,0%	64,34	137,73	136,14	179,15
	15,0%	79,57	143,81	144,84	184,25
	20,0%	93,01	150,40	153,07	186,94
	30,0%	117,08	160,72	165,62	194,25
	40,0%	140,26	170,75	178,14	199,93
	50,0%	163,41	181,57	189,54	204,25
	60,0%	188,43	194,02	202,22	211,69
	70,0%	217,79	209,34	215,80	217,14
	80,0%	255,94	232,61	232,70	224,64
	85,0%	281,26	249,84	244,03	230,51
	90,0%	316,11	274,99	258,40	236,26
	95,0%	374,59	318,87	283,26	246,20
	99,0%	527,13	471,52	361,52	265,57
99,9%	969,49	916,18	790,75	292,63	

Fonte: Elaboração própria

Tabela 30: Métricas associadas às perdas totais, considerando  $\tau = 0,30$ 

		Sem seguro	Seguro 1	Seguro 2	Seguro Otimizado
Média do percentual de acionamento da apólice		-	70%	50%	76%
Média		181,45	207,31	203,74	220,01
Desvio-padrão		114,51	80,02	66,68	33,02
VaR <sub>95%</sub>		374,59	327,49	290,69	259,06
CVaR <sub>95%</sub>		482,53	431,69	356,90	274,14
Máximo		6.211,31	6.186,82	5.990,61	4.930,73
PERCENTIS	1,0%	14,46	125,08	111,06	177,10
	5,0%	43,83	138,10	130,08	187,10
	10,0%	64,34	146,35	143,57	192,00
	15,0%	79,57	152,42	152,27	197,10
	20,0%	93,01	159,02	160,50	199,79
	30,0%	117,08	169,34	173,05	207,10
	40,0%	140,26	179,37	185,57	212,78
	50,0%	163,41	190,19	196,97	217,10
	60,0%	188,43	202,64	209,65	224,55
	70,0%	217,79	217,96	223,23	230,00
	80,0%	255,94	241,23	240,13	237,49
	85,0%	281,26	258,46	251,46	243,37
	90,0%	316,11	283,61	265,83	249,12
	95,0%	374,59	327,49	290,69	259,06
	99,0%	527,13	480,14	368,95	278,43
99,9%	969,49	924,80	798,19	305,48	

Fonte: Elaboração própria