

5 Simulações de colisões planas de veículos deformáveis

Foram realizadas diversas simulações semelhantes às reconstituições encontradas na literatura referenciada objetivando a validação qualitativa inicial dos modelos desenvolvidos, procurando abranger os mais diversos casos de colisão. Como os parâmetros de rigidez não são exatos e os dados disponíveis para cada caso não são completos, variando de fonte para fonte, uma análise quantitativa mais rigorosa dos resultados não é apropriada. O algoritmo de resolução das equações diferenciais do MATLAB foi o ODE23, com exceção das simulações dos itens 5.3.3, 5.3.4 e 5.3.5, onde foi utilizado o algoritmo ODE4 com passo fixo de 10^{-5} s, pelas razões expostas adiante.

5.1.

Choque central frontal veículo deformável – barreira rígida

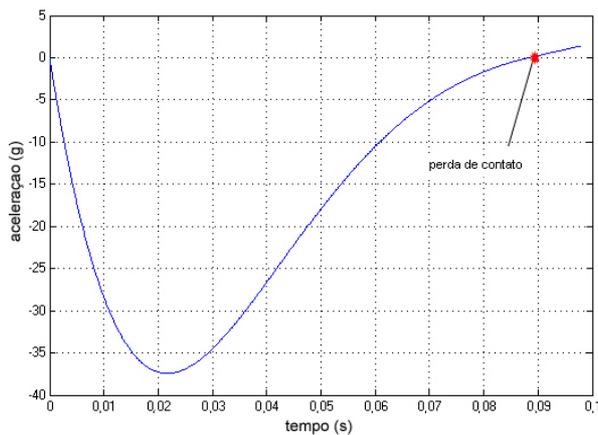
Com uso do modelo apresentado no item 4.1 foram simulados veículos com características de rigidez extraídas de Lozano et al. – 1998, conforme a Tabela 6.

carro (porte)	região frontal	
	C_o (Ns/m)	K(kN/m)
pequeno	$1,132 \times 10^4$	81,7 x C_o
médio	$3,580 \times 10^4$	
grande	$4,236 \times 10^4$	
van	$5,946 \times 10^4$	

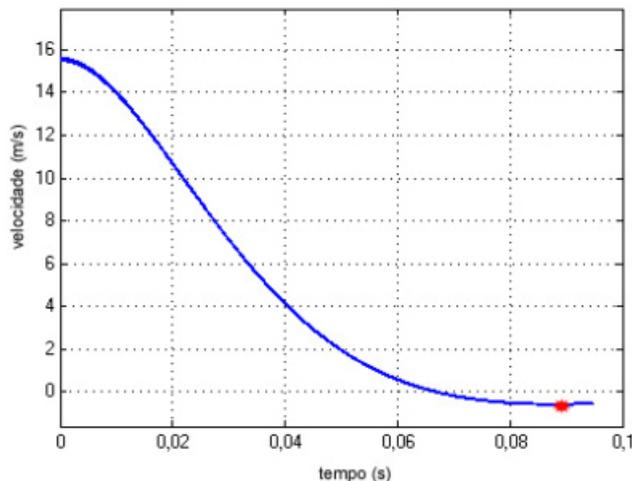
Tabela 6: Parâmetros de rigidez segundo Lozano et al - 1998.

5.1.1. Colisão de um veículo de transporte de carga leve contra barreira rígida

Foi simulado um veículo com massa de 1893 kg com velocidade inicial de 15,65m/s (56 km/h), equivalentes às condições da pick-up Chevy C-1500 modelo 1994 testada em Zaouk et. al - 1998. A rigidez e o amortecimento utilizados foram os fornecidos para vans na Tabela 6. Os resultados obtidos são válidos, conforme comentado no item 4.1, até o instante em que a aceleração tem seu sinal invertido ($t \approx 0,09$, marcado com * nos gráficos), quando então perdem sentido físico, e estão apresentados na Figura 52, onde se verifica um pico de aceleração de aproximadamente 37g e uma velocidade de retorno (após o término do impacto) menor que 1m/s. Comparando-se a ordem de grandeza dos resultados mostrados nos gráficos de velocidade e de aceleração obtidos com os apresentados por Zaouk et. al - 1998 e reproduzidos na Figura 53, confirma-se a coerência dos resultados.



(a)



(b)

Figura 52: Gráficos de (a) aceleração x tempo e de (b) velocidade x tempo para simulação de carro de passeio grande contra barreira rígida a 15,65 m/s (56 km/h).

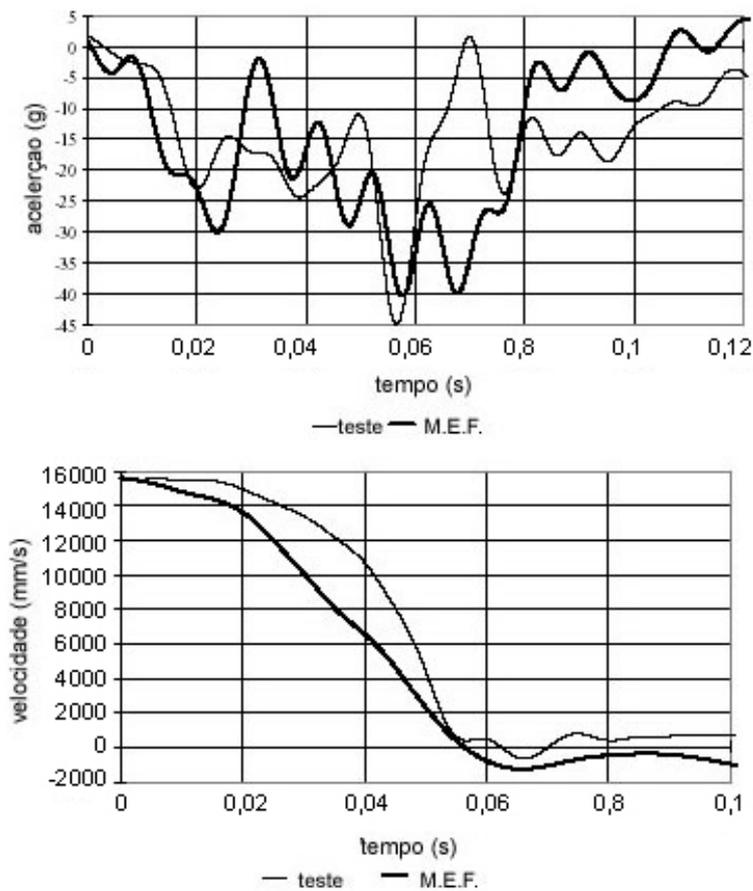


Figura 53: Gráficos de velocidade e de aceleração em choque contra barreira rígida em laboratório e em uma simulação por elementos finitos extraídos de Zouk et. al – 1998.

Os gráficos de Deformação x Tempo e Força x Tempo apresentados na Figura 54 e na Figura 55 mostram que as deformações resultantes são consistentes com as apresentadas nos modelos analíticos tratados no Capítulo 2. A duração do contato, de 9 ms, é equivalente à obtida por Zouk et al. – 1998.

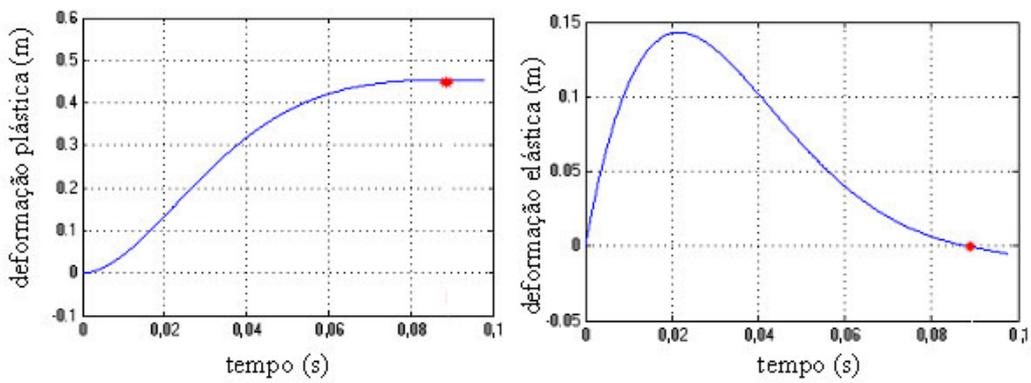
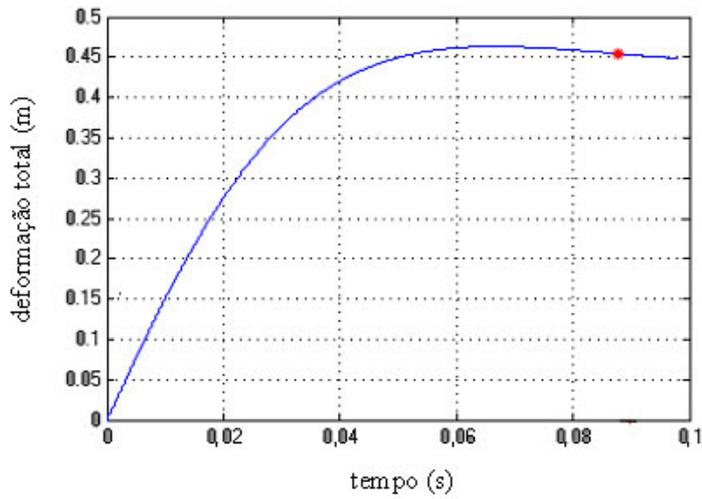


Figura 54: Gráficos de deformação total, deformação plástica e deformação elástica x tempo obtidos da simulação de choque central frontal de veículo contra barreira rígida.

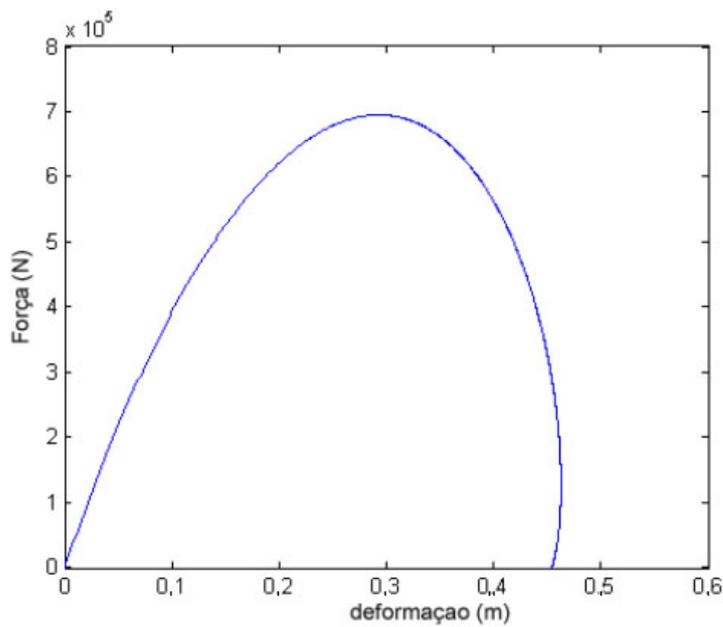


Figura 55: Gráfico de força x deformação obtido na simulação de choque central frontal de veículo contra barreira rígida.

5.1.2. Testes com diferentes valores de rigidez

Para estes testes a função *amortecimento.m* foi alterada, substituindo-se a expressão do amortecimento viscoso proposta por Lozano et al. – 1998 (Equação 37) por um amortecimento constante. Estes testes visam comparar o modelo com os resultados analíticos apresentados em Huang - 2002 . Foi simulado um choque de veículo de 908 kg contra barreira rígida fixa a uma velocidade de 4,47m/s e os valores para a rigidez e o amortecimento apresentados na Tabela 5, extraídos de Huang – 2002.

Rigidez (kN/m)	Amortecimento (kNs/m)
35.023	52,536
5.253	
525	

Tabela 7: Valores de amortecimento e rigidez utilizados nas simulações extraídos de Huang – 2002.

Os resultados encontrados estão mostrados na Figura 56 e na Figura 57 e equivalem aos resultados analíticos apresentados na literatura, onde se pode perceber diferença de comportamento comentada no item 2.2 e mostrada na Figura 10, devido à diferença entre o amortecimento do sistema e o amortecimento de transição.

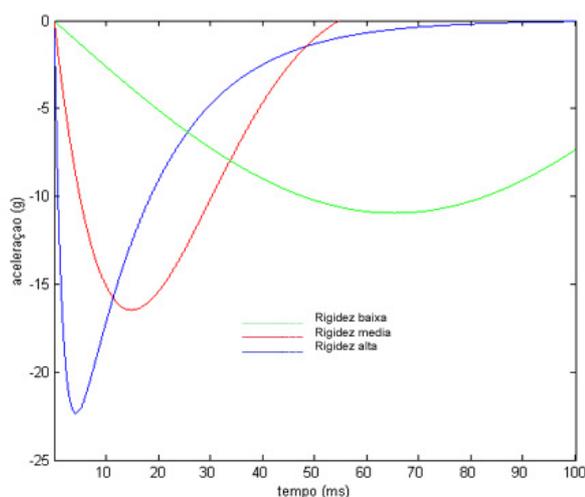


Figura 56: Curvas de aceleração do modelo com diferentes valores de rigidez.

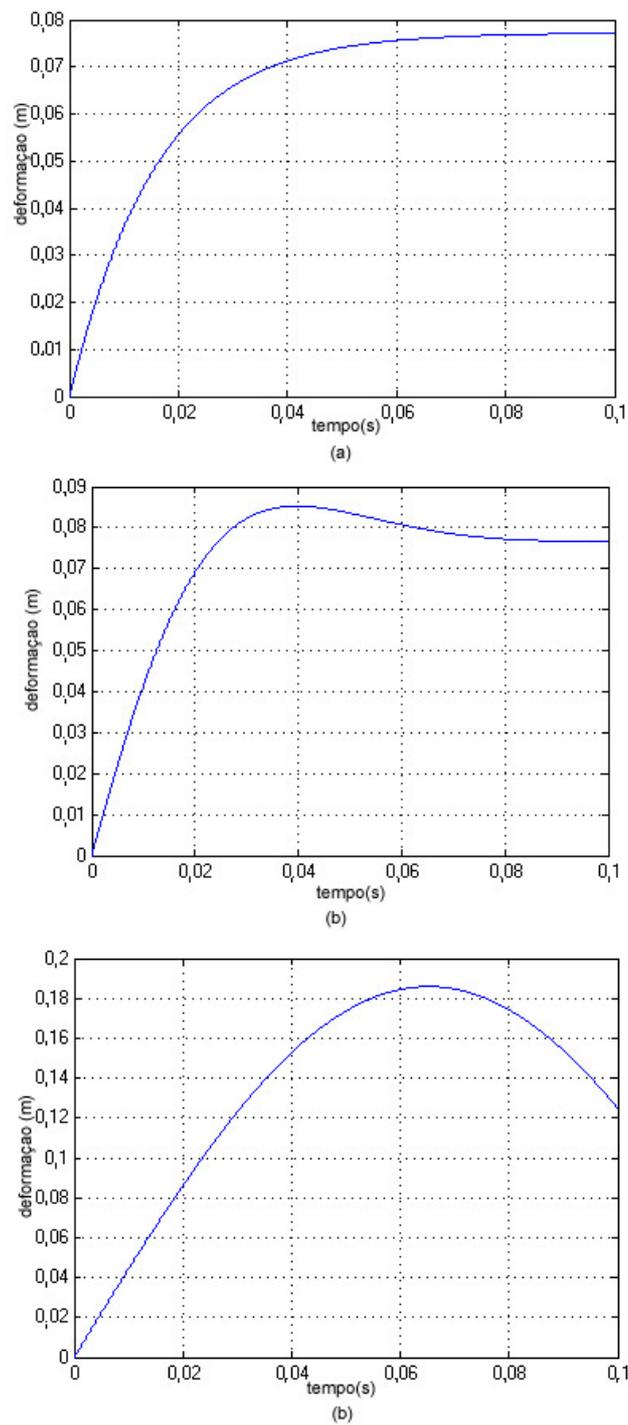


Figura 57: Gráficos de Deformação x tempo com uso de: (a) Rigidez alta; (b) Rigidez Regular; (c) Rigidez baixa.

5.2. Choque central frontal entre dois veículos

Com uso do modelo apresentado no item 4.2 para colisão unidimensional entre dois veículos foram realizadas as simulações de choques de um veículo de carga leve contra uma barreira rígida e de um veículo de rigidez média (Huang – 2002) contra barreira rígida análogos aos do item 5.1, com o objetivo de confrontar os resultados com os gerados pelo modelo mais simples do item 4.1. Após a confirmação, foi simulada uma colisão frontal entre uma Van e um veículo médio, e uma colisão entre dois veículos com grande diferença de massa e rigidez. Ambos os casos são utilizados para comparação com resultados encontrados na literatura.

Como os resultados deste modelo somente são válidos nos instantes durante o contato entre os veículos, nestas simulações foi utilizado um critério de parada forçada, com o uso do bloco *STOP* do Simulink, o qual pára a simulação quando o sinal da aceleração de um dos veículos é invertido.

5.2.1. Colisão de um veículo de transporte de carga leve contra barreira rígida

O teste de impacto com veículo semelhante à pick-up Chevy C-1500, modelo 1994, contra uma barreira rígida fixa apresentado em Zaouk – 1998 e analisado com o modelo do item 4.1 foi simulado. Utilizou-se os mesmos valores de rigidez e amortecimento propostos por Lozano et. al. - 1998 para Vans para o veículo 1. Para o veículo 2 (barreira rígida) foi fixado o valor de 10^7 para a constante utilizada no cálculo do amortecimento viscoso C_0 , representando a rigidez elevada da barreira e o “switch” (Figura 38) foi posicionado de forma a impedir a atuação da força de colisão sobre o mesmo mantendo-o na posição inicial, com a finalidade de simular uma barreira rígida fixa. Os resultados obtidos estão apresentados nos gráficos de deformação x tempo, aceleração x tempo e velocidade x tempo da Figura 55 e não mostram variações quanto aos resultados fornecidos pelo modelo do item anterior, exceto a interrupção forçada da simulação após o instante de aceleração nula.

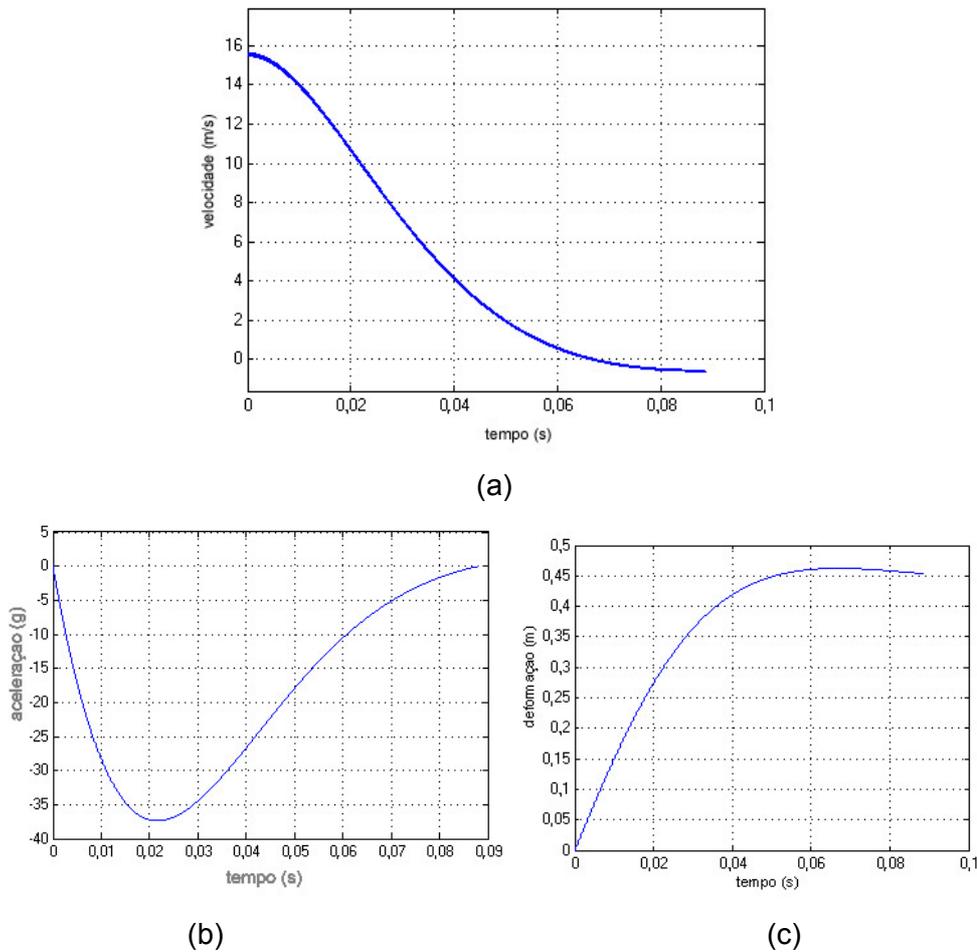


Figura 58: Gráficos de velocidade, aceleração e deformação resultantes da simulação de choque frontal de uma pick-up contra barreira rígida fixa.

Com a finalidade de validar o modelo, foi feito um teste contra barreira rígida, representada, da mesma forma que no item anterior, por um veículo com rigidez elevada e sem movimento e um veículo com rigidez média segundo os valores fornecidos em Huang - 2002 e simulados no modelo anterior (item 5.1.2). A função amortecedor foi alterada de forma a atribuir o amortecimento constante previsto na respectiva literatura ao elemento flexível, em lugar do variável utilizado anteriormente (Equação 37). Os resultados obtidos não apresentam variações em relação aos obtidos no modelo anterior e apresentados na Figura 56 e Figura 57 .

5.2.2. Colisão frontal entre dois veículos diferentes

Após a confirmação dos resultados apresentados nos teste de veículo contra barreira rígida fixa foram feitos testes para choque entre dois veículos deformáveis, possuindo características referentes a vans e outro com características de veículos médios, segundo a Tabela 6. Alterou-se o “switch” presente no modelo do veículo 2 e suas características de rigidez e massa, de forma a representar um veículo médio (massa de 900 kg e $C_0 = 3,580 \times 10^4$).

Ambos os veículos tiveram suas velocidades iniciais ajustadas para 10m/s (36km/h). O esquema físico do choque simulado está mostrado na Figura 59 e os resultados obtidos são apresentados na Figura 60 e na Figura 61, onde é possível observar a variação da velocidade, da aceleração e da deformação de cada veículo. Nota-se que:

- Ao final do choque o veículo de carga leve atinge aproximadamente 3 m/s (10,8 km/h) no mesmo sentido que sua velocidade inicial e o veículo médio atinge aproximadamente 5 m/s (18 km/h) em sentido contrário à sua velocidade inicial;
- O veículo médio sofre um pico de desaceleração maior que 35g, enquanto que o veículo de carga leve sofre aceleração máxima de aproximadamente 17g;
- O veículo médio sofre deformação de aproximadamente 32 cm, enquanto que o veículo de carga leve se deformou de menos que 20cm;
- A restituição encontra-se representada no decréscimo da deformação ao final do choque, conforme pode ser notado no gráfico Força x Deformação;
- A 3ª Lei de Newton (ação e reação) está respeitada, conforme se observa comparando os gráficos de força x tempo dos dois veículos (Figura 62);
- Os instantes de deformações máximas de ambos os veículos são simultâneos e o instante em que as velocidades se igualam corresponde aos pontos de inflexão dos gráficos de aceleração.
- A partir do gráfico da Figura 60 (b) pode-se obter o coeficiente de restituição do choque: $e^* = \frac{|3 - 4,5|}{20} = 0,075$.

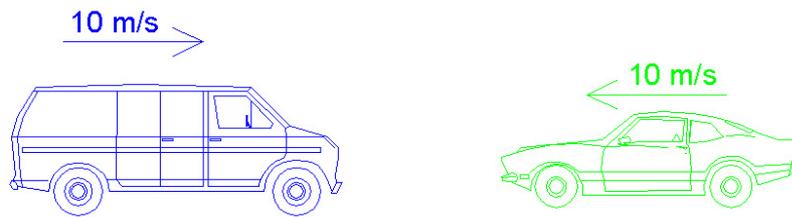
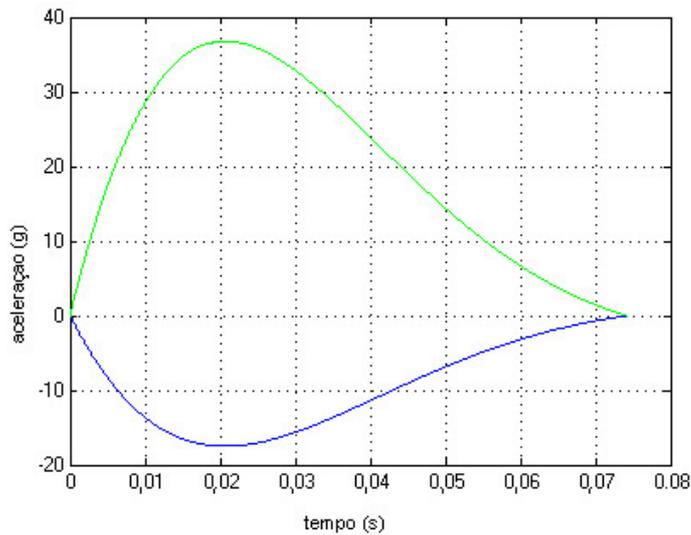
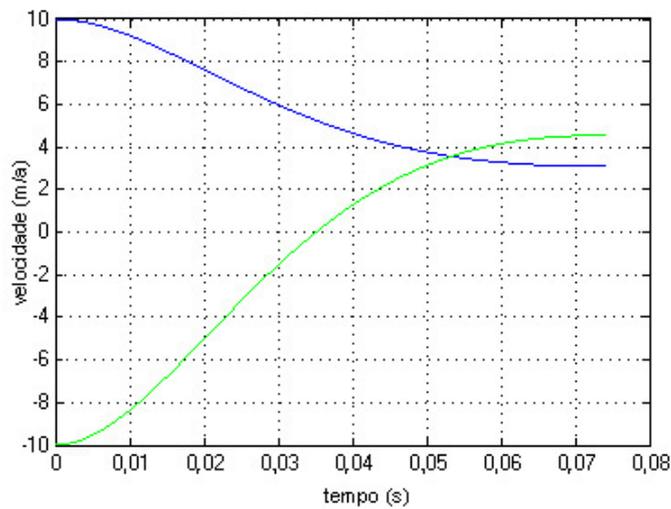


Figura 59: Esquema do choque entre uma pick-up (van) e um carro médio simulado.



(a)



— veiculo medio
— pick-up

(b)

Figura 60: Gráficos de (a) aceleração x tempo e (b) velocidade x tempo obtidos na modelagem do choque frontal entre um veículo de carga leve e um veículo médio.

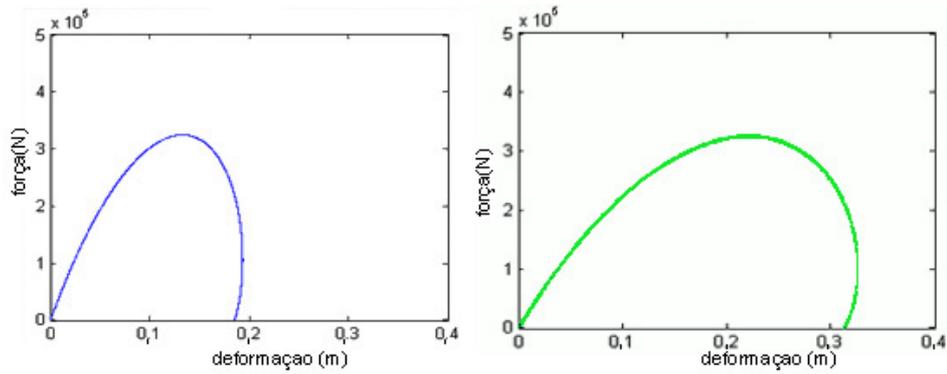
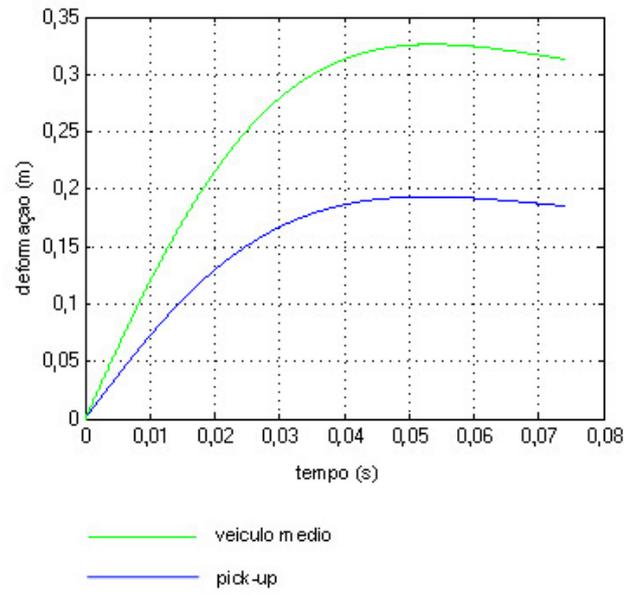


Figura 61: Gráficos de deformação x tempo e de força x deformação obtidos em simulação de choque frontal entre uma pick-up e um veículo médio.

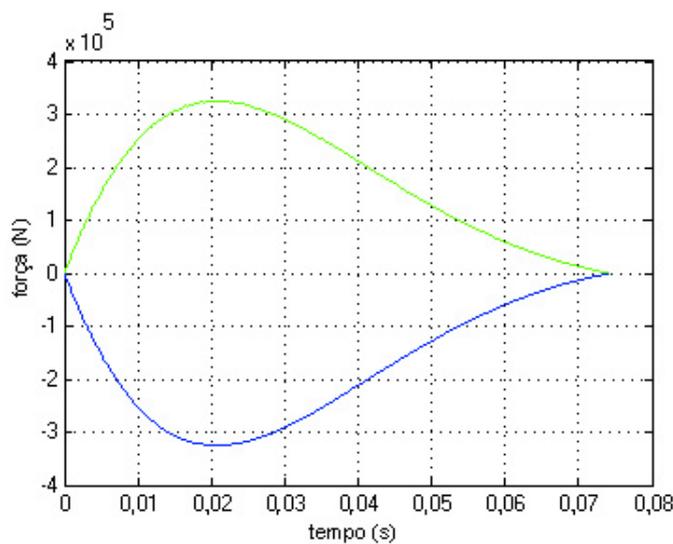


Figura 62: Gráfico de força x tempo dos veículos envolvidos no choque

5.2.3. Colisão frontal entre dois veículos com grande diferença de rigidez e massa

Foi simulada uma colisão entre veículos com grande diferença de massa e rigidez descrita em Jawad-1998, cujos resultados estão ilustrados na Figura 65,. Os valores utilizados são:

- Veículo 1: massa = 1500kg; $Co=5,946 \times 10^4$ (coeficiente indicado por Vans em Lozano et al. –1998); velocidade= 14 m/s (50 km/h).
- Veículo 2: massa= 15000kg; $Co=30 \times 10^4$ (coeficiente indicado por Lozano et al. –1998 para caminhões pesados); velocidade 14 m/s (50 km/h).

O esquema físico da colisão é representado pela Figura 63. Os resultados obtidos mostram grande compatibilidade com os apresentados na literatura, conforme se observa na comparação entre a Figura 64 e a Figura 65. O pico de aceleração do caminhão no modelo criado ficou entre 65 e 70g, enquanto nos dados da literatura atinge valor próximo a 50g, porém estes últimos são dados de laboratório onde se pode perceber uma variação mais lenta da aceleração, permanecendo em seu valor máximo por um tempo maior. A duração do impacto apresentou diferença de 2ms e a deformação total atingiu pouco mais que 60 cm para o carro e 11cm para o caminhão no modelo enquanto que nos dados experimentais apresentados os valores são respectivamente 75cm e 16cm. Tais diferenças podem ser explicadas pelo uso dos valores de rigidez aproximados e pelas simplificações do modelo.

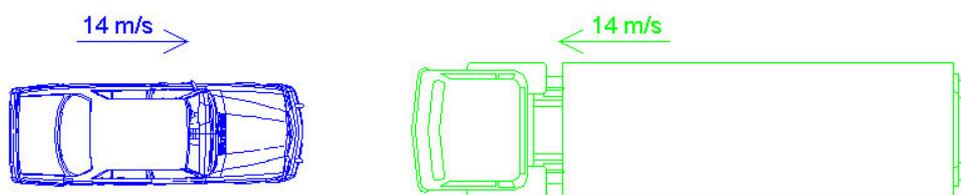


Figura 63: Esquema da colisão entre veículos com grande diferença de massa e rigidez simulado.

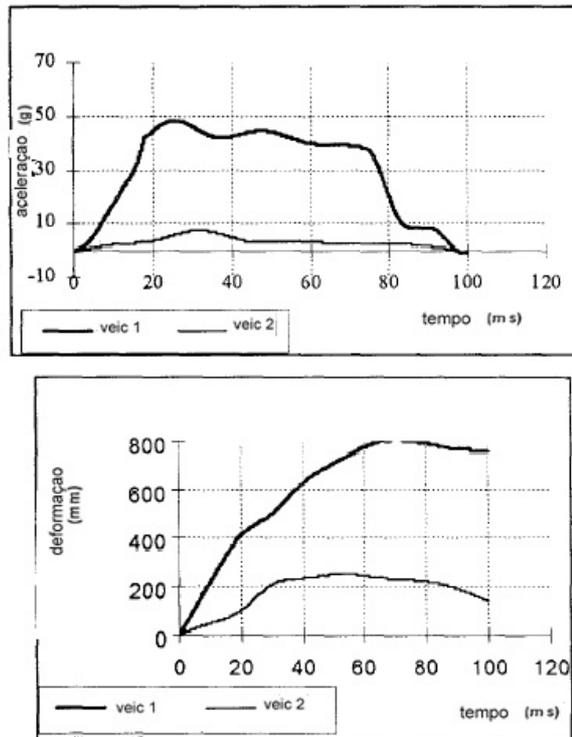


Figura 64: Dados experimentais fornecidos por Jawad – 1998.

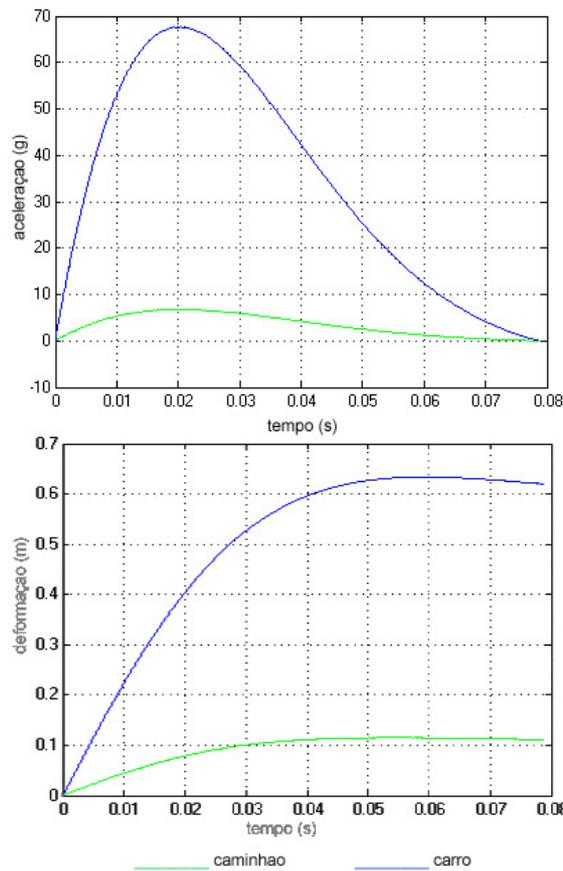


Figura 65: Gráficos de aceleração x tempo e deformação x tempo obtidos na simulação de choque frontal entre caminhão e carro no modelo unidimensional criado.

5.3. Colisões bidimensionais entre dois veículos

Com uso do modelo para simulações de choque bidimensionais entre dois veículos apresentado no item 4.3, foi simulada a colisão de um veículo de carga leve contra uma barreira rígida equivalente à simulada para os modelos mais simples nos itens 5.1.1 e 5.2.1, para uma validação inicial do modelo, seguindo-se de outras simulações mais complexas encontradas na literatura, para uma avaliação qualitativa do modelo implementado.

5.3.1. Colisão de veículo de transporte de carga leve contra barreira rígida

Um veículo com as mesmas características de rigidez e massa dos veículos de carga leve testados nos modelos anteriores foi simulado contra uma barreira rígida fixa (veículo fixo com rigidez elevada) com a mesma velocidade inicial de impacto utilizada nos testes dos modelos anteriores (15,7 m/s ou 56 km/h). Os resultados obtidos estão representados na Figura 66, onde se observa comportamento idêntico ao apresentado nas simulações anteriores. Na Figura 67 é mostrada a saída gráfica fornecida pelo modelo implementado para os veículos não deformados e deformados.

O coeficiente de restituição pode ser calculado a partir do gráfico da Figura 66(b): $e^* = 2 / 15,7 = 0,127$.

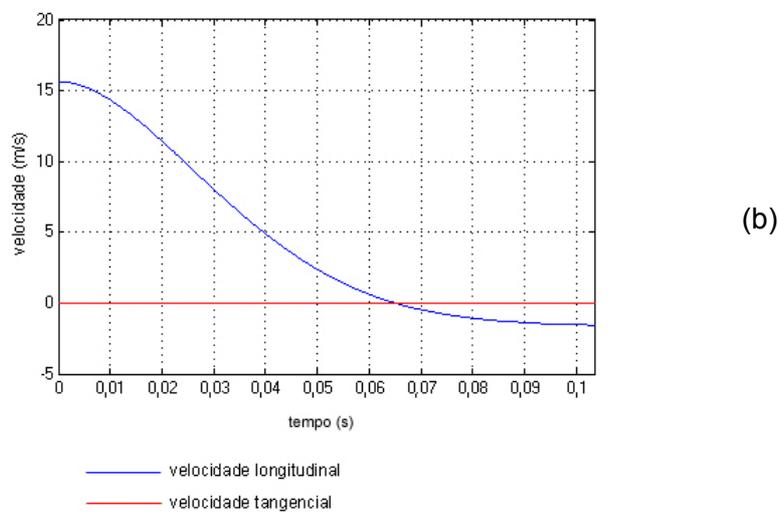
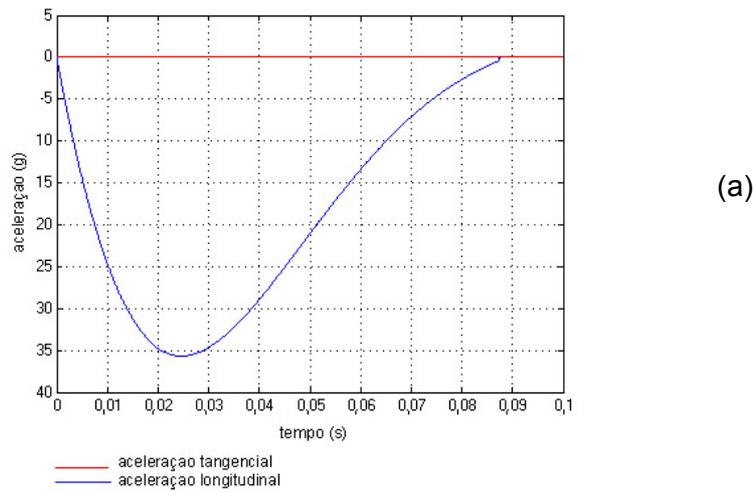


Figura 66: Gráficos de (a) aceleração x tempo e (b) velocidade x tempo obtidos na simulação de choque frontal veículo de carga leve – barreira rígida no modelo bidimensional.

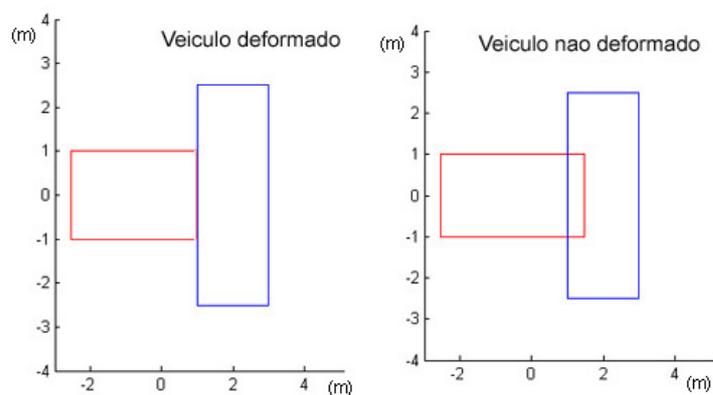


Figura 67: Saída gráfica fornecida pelo modelo para colisão entre veículo, vermelho, e barreira rígida fixa, azul, onde observa-se o veículo deformado ao final do choque e seu contorno original.

5.3.2. Choque frontal localizado contra obstáculo rígido fixo (veículo – poste)

Com a intenção de simular um choque frontal localizado de um veículo contra um obstáculo fixo, semelhante a um choque contra um poste apresentado em York – 1999 e cujos resultados estão reproduzidos na Figura 68, foi modelada uma colisão entre dois veículos com características descritas na Tabela 8. O “switch” existente no modelo foi posicionado de forma a fixar o veículo 2, que assumiu dimensões reduzidas para modelar o obstáculo. Os veículos envolvidos tiveram suas regiões frontais discretizadas em 50 pontos cada.

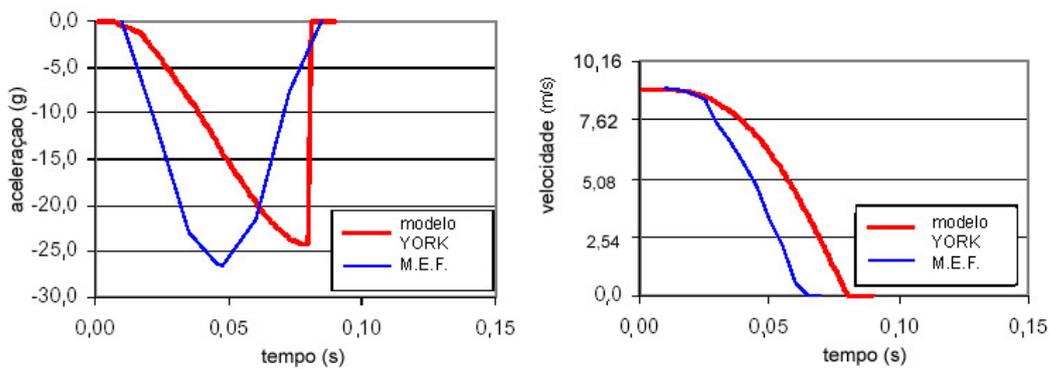


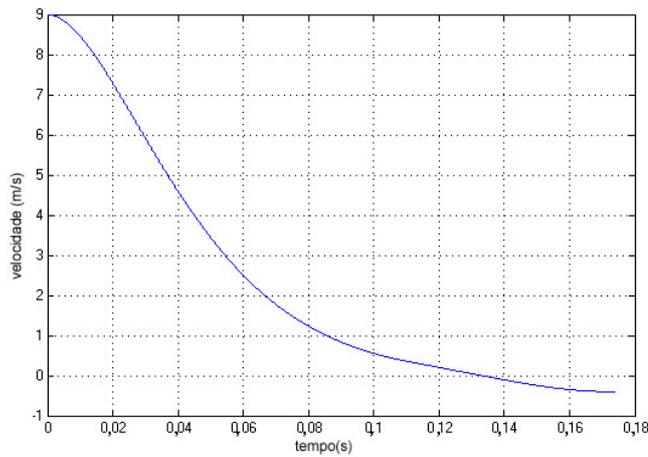
Figura 68: Gráficos de aceleração x tempo e velocidade x tempo fornecidos em York – 1999 para uma colisão central frontal de um veículo contra um poste.

característica	veículo 1	veículo 2 (poste)
massa (kg)	900	-
velocidade inicial (m/s)	9	0
coeficiente C_0 para cálculo do amortecimento (N/m/s)	$5,946 \times 10^4$	10^7
rigidez (N/m)	$81,7XC_0$	$81,7XC_0$
largura (m)	1,5	0,4

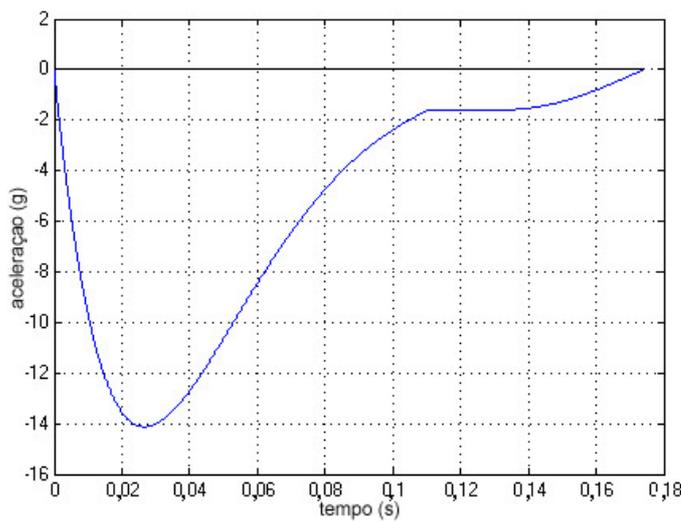
Tabela 8: Valores utilizados na simulação de choque central localizado contra obstáculo fixo rígido.

A variação da velocidade e da aceleração do veículo 1 obtidas nas simulações estão apresentadas nos gráficos da Figura 69 e as saídas gráficas

com o veículo e o obstáculo fornecidas pelo programa ao final do contato são mostradas na Figura 70.



(a)



(b)

Figura 69: Gráficos de (a) velocidade x tempo, (b) aceleração x tempo obtidos na simulação de choque frontal localizado contra obstáculo fixo rígido.

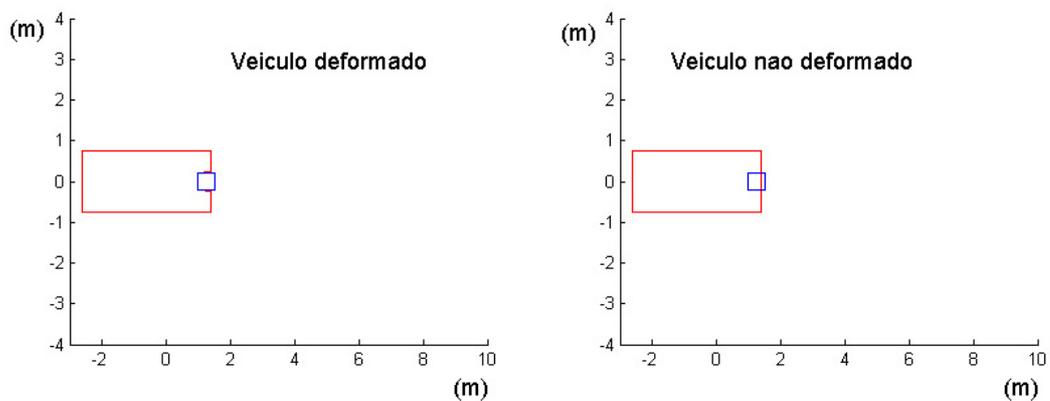
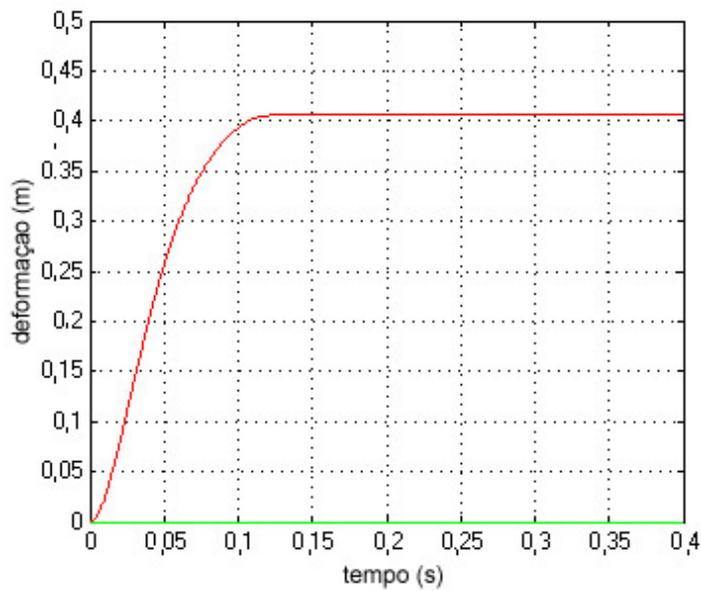
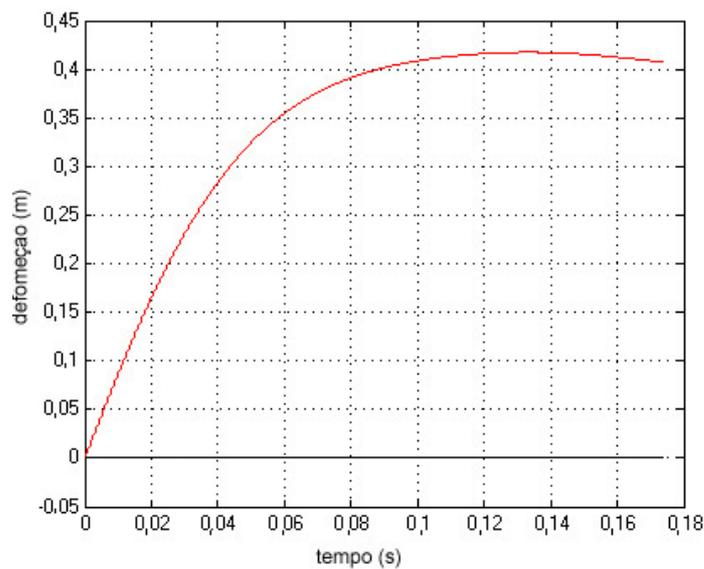


Figura 70: Saída gráfica da simulação de impacto central localizado contra obstáculo rígido fixo ao final da simulação.



(a)



(b)

Figura 71: Gráficos de (a) deformação plástica e de (b) deformação total, obtidos na simulação de choque frontal localizado contra obstáculo fixo rígido.

O comportamento obtido é qualitativamente semelhante ao apresentado na literatura, porém a aceleração alcançada é menor e conseqüentemente o impacto possui maior duração. Na simulação realizada foi atingido um pico de aceleração de aproximadamente 15g em um impacto de 13 ms, enquanto em York – 1999 é alcançado um valor de 25g e o impacto dura 8 ms. Tal fato pode

ser explicado pela desconsideração da força de atrito e pela imprecisão dos dados do veículo.

Observa-se também a existência de um intervalo de tempo com aceleração constante na Figura 69b que, comparando-se com a Figura 71a, conclui-se estar ao final da fase de compressão, significando uma taxa de compressão zero para a mola. No gráfico Deformação x Tempo (Figura 71b) observa-se a representação da elastoelasticidade no modelo. Nota-se também uma deformação máxima de aproximadamente 42 cm, valor razoável para uma colisão a 9m/s (35 km/h) contra um poste.

5.3.3. Colisão frontal central entre dois veículos

Foi realizada a simulação de uma colisão central frontal entre dois veículos de passeio com massas e velocidades iguais às apresentadas em Genta – 1997 e reproduzidas no item 2.1.2 com o objetivo de uma comparação qualitativa. Os veículos simulados tiveram suas regiões dianteiras discretizadas em dez pontos e apresentam as seguintes características, listadas na Tabela 9.

característica	veículo 1	veículo 2
massa (kg)	720	1250
velocidade inicial (m/s)	26,7	13,1
coeficiente C_o para cálculo do amortecimento	$3,580 \times 10^4$	$4,236 \times 10^4$
rigidez (N/m)	$81,7XC_o$	$81,7XC_o$

Tabela 9: Características dos veículos simulados.

Observou-se que o programa de detecção de colisão causou problemas quanto à determinação de pontos em contato com os limites dos veículos. Para solucionar este problema, um dos veículos teve sua bitola reduzida (1,9 m) em relação ao primeiro (2,0 m).

A variação das velocidades dos veículos durante o impacto está representada na Figura 72, onde se observa que o veículo 1 tem velocidade final em torno de 1,1 m/s e o veículo 2 de aproximadamente $-1,6\text{m/s}$. O coeficiente

de restituição do choque pode então ser determinado: $e^* = \frac{2,7}{26,7 + 13,1} = 0,067$.

Comparando as velocidades e o coeficiente de restituição com os valores da solução analítica apresentada na literatura ($e^*_B = 0,048$, $V_{A2} = 0,234$ m/s, $V_{B2} = 2,144$ m/s), nota-se que, apesar de ordem de grandeza ser a mesma, as velocidades de um dos veículos possuem sentidos opostos nas duas soluções.

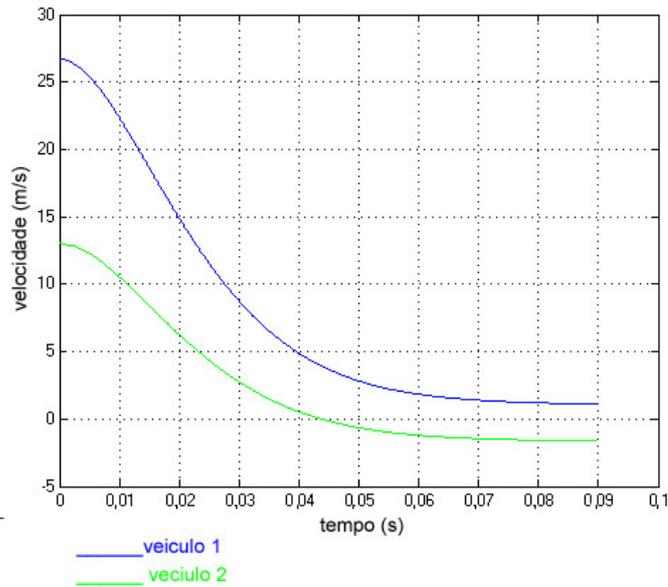


Figura 72: Variação das velocidades do (a) veículo 1 e (b) do veículo 2 com o tempo durante impacto central frontal.

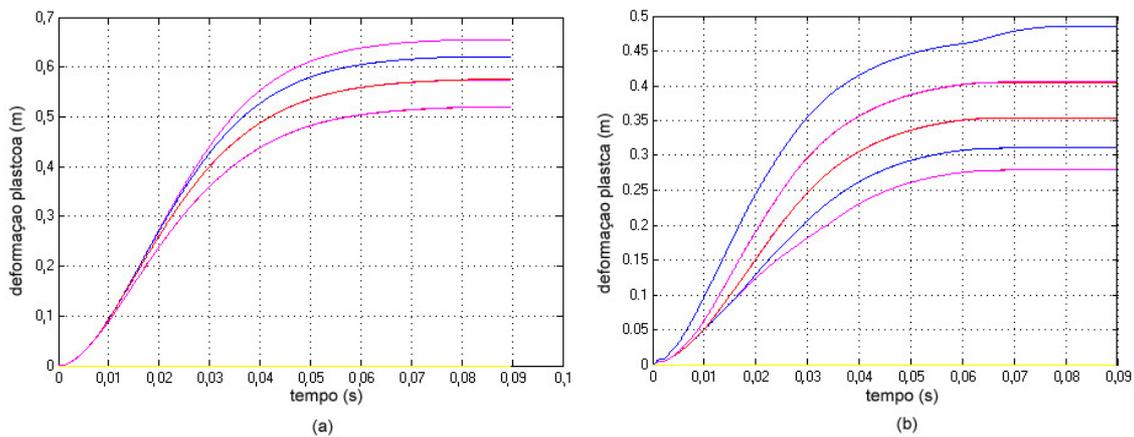


Figura 73: Gráficos das deformações plásticas dos pontos de contorno do (a) veículo 1 e do (b) veículo 2 pelo tempo.

Os pontos que discretizam os veículos possuem deformações diferentes, conforme se observa na Figura 73 e na Figura 74, devido aos pontos deixados fora do contato ao se reduzir a bitola de um dos veículos, porém pode-se extrair uma deformação média de 550 mm para o veículo 1 e de 350 mm para o veículo 2.

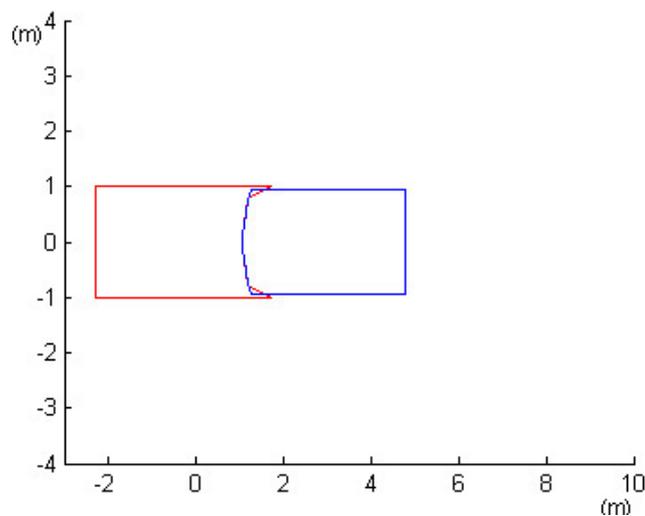


Figura 74: Posicionamento dos veículos ao término da simulação do choque central frontal.

5.3.4.

Colisão frontal com deslocamento entre dois veículos (offset)

Foi realizada uma simulação de colisão frontal com deslocamento, similar à apresentada em York & Day – 1999 e cujo gráfico velocidade x tempo está reproduzido na Figura 75. Foram utilizados dois veículos de carga leve idênticos com uma velocidade de 6,7 m/s com as características listadas abaixo:

- massa: $m=1338$ kg,
- momento de inércia: $I= 2207$ m².kg;

As dimensões dos veículos e o deslocamento entre suas posições iniciais, foram arbitrados:

- distância do centro de massa à dianteira: $l_d=2$ m;
- distância do centro de massa à traseira: $l_t=3$ m;
- bitola: $b=2$ m;
- deslocamento em y entre as posições iniciais dos veículos: 1m

Os valores relativos à elastoplasticidade utilizados foram os indicados para vans em Lozano et. al. –1998.

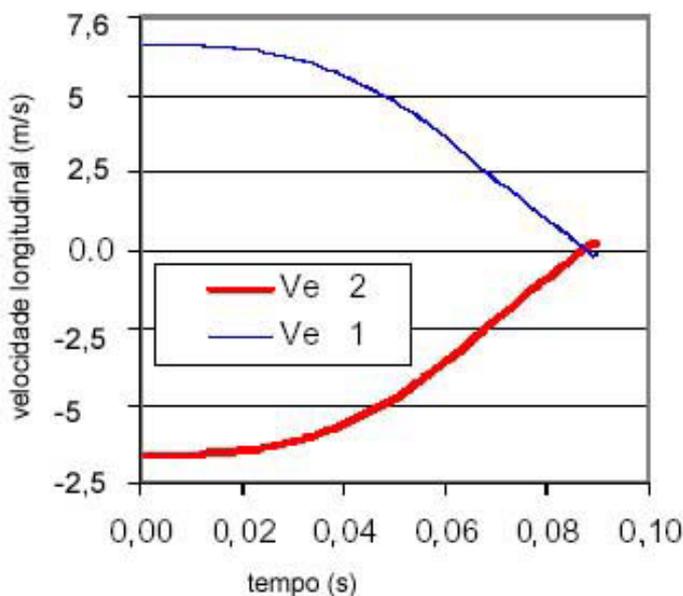


Figura 75: Gráfico velocidade x tempo dos veículos envolvidos em choque frontal com deslocamento, apresentado em York & Day – 1999.

Cada veículo teve suas regiões frontal e lateral divididas em 10 pontos respectivamente. Os parâmetros de rigidez utilizados foram os propostos por Lozano et al. -1998 para vans.

Durante os testes foi observado que as deformações elásticas dos pontos de contorno do veículo, mostradas na Figura 76, não se anulavam ao fim do choque. Tal fator se deve à perda de contato de alguns pontos antes do final da fase de restituição, acentuada devido ao movimento de rotação. O teste de contato é aplicado à taxa de deformação, quando um ponto perde contato com o outro veículo sua taxa é zerada, mas a deformação elástica assume valor constante, por ser a integral deste sinal. A consequência é a imposição de uma aceleração constante ao veículo após o fim do choque, o que é fisicamente injustificável. Para solucionar este problema, as matrizes **teste1** e **teste2** foram aplicadas também nos esforços resultantes, ou seja, anulou-se as forças exercidas pelos pontos sem contato. Tal alteração foi realizada dentro da função *resultante.m*. Esta operação porém causa oscilações na solução numérica devido à constante perda de contato dos pontos durante a simulação, devendo-se analisar sua validade conforme o caso.

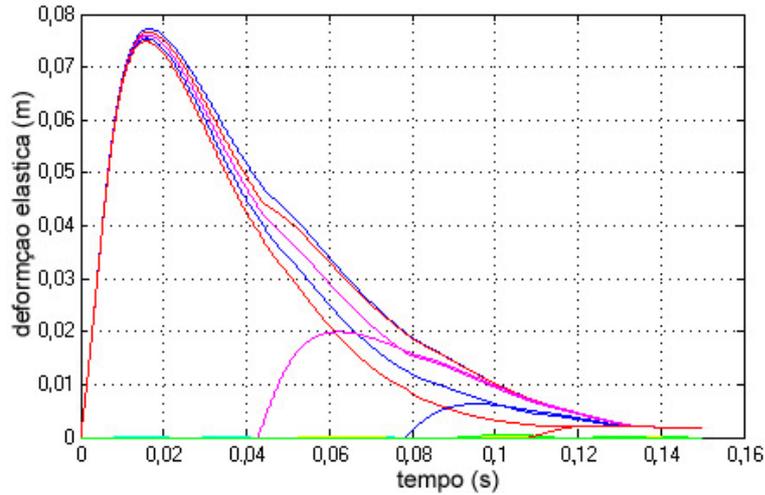


Figura 76: Deformações elásticas dos pontos de contorno do veículo simulado.

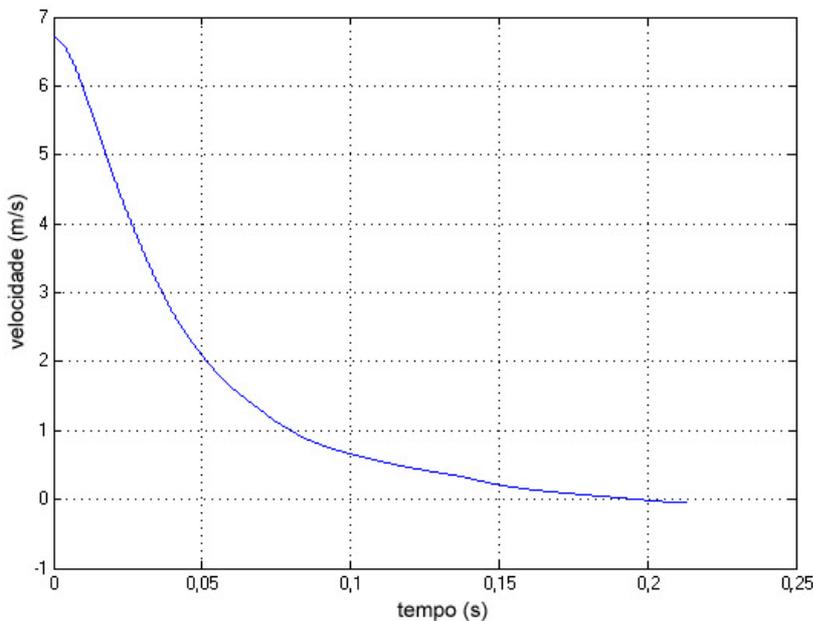


Figura 77: Gráfico de velocidade x tempo obtido na simulação de choque frontal com deslocamento entre dois veículos de carga leve.

Da comparação entre a variação das velocidades dos veículos obtida com o uso do modelo desenvolvido e exposta no gráfico da Figura 77 e os resultados da literatura demonstrados na Figura 71, pode-se destacar que a duração da fase de compressão (deformação plástica) é de aproximadamente 200ms no modelo numérico desenvolvido, enquanto que em York & Day – 1999 este tempo é de 90 ms. Tal diferença pode ser explicada por diversos fatores como atrito, dimensões dos veículos, inexatidão dos parâmetros de rigidez e principalmente a diferença entre a área de contato entre os veículos. Foi feita comparação do

posicionamento dos veículos nos instantes 64ms e 88ms com os apresentados por York & Day – 1999, mostrada na Figura 78.

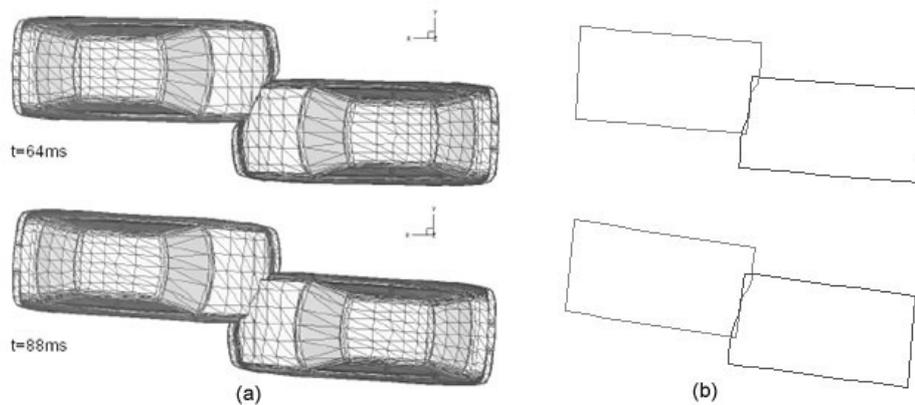


Figura 78: Posicionamento dos veículos em 64ms e 88ms em (a) York & Day –1999 e (b) na simulação realizada.

Conforme mencionado, a perda de contato de contato de alguns pontos deformados e a adição de novos pontos à região de contato durante o choque devido ao movimento de rotação dos veículos provocam oscilações na aceleração dos veículos, como se observa no gráfico da Figura 79.

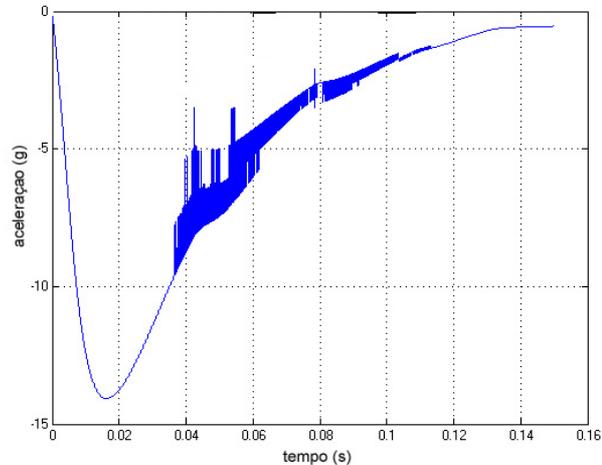


Figura 79: Gráfico de aceleração x tempo obtido na simulação de choque frontal com deslocamento entre dois veículos.

5.3.5. Colisão frontal oblíqua veículo de carga leve – barreira rígida

Foi simulada uma colisão oblíqua entre um veículo de carga leve a 13 m/s e uma barreira rígida com uma inclinação de 30° semelhante à descrita em Day & York – 2000, esquematizada na Figura 80 e cujos resultados estão reproduzidos na Figura 81, onde são mostradas a variação da velocidade e da aceleração com o tempo em um teste experimental e em dois modelos numéricos que diferem entre si na curva de aproximação da força atuante sobre os veículos.

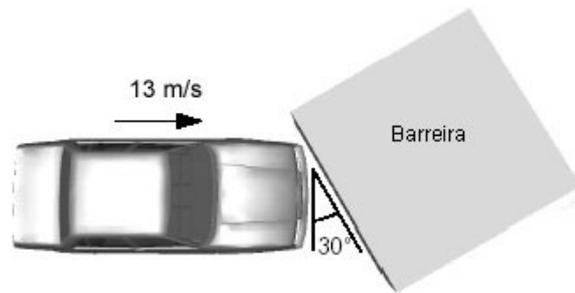


Figura 80: Esquema da colisão de veículo médio contra barreira rígida oblíqua.

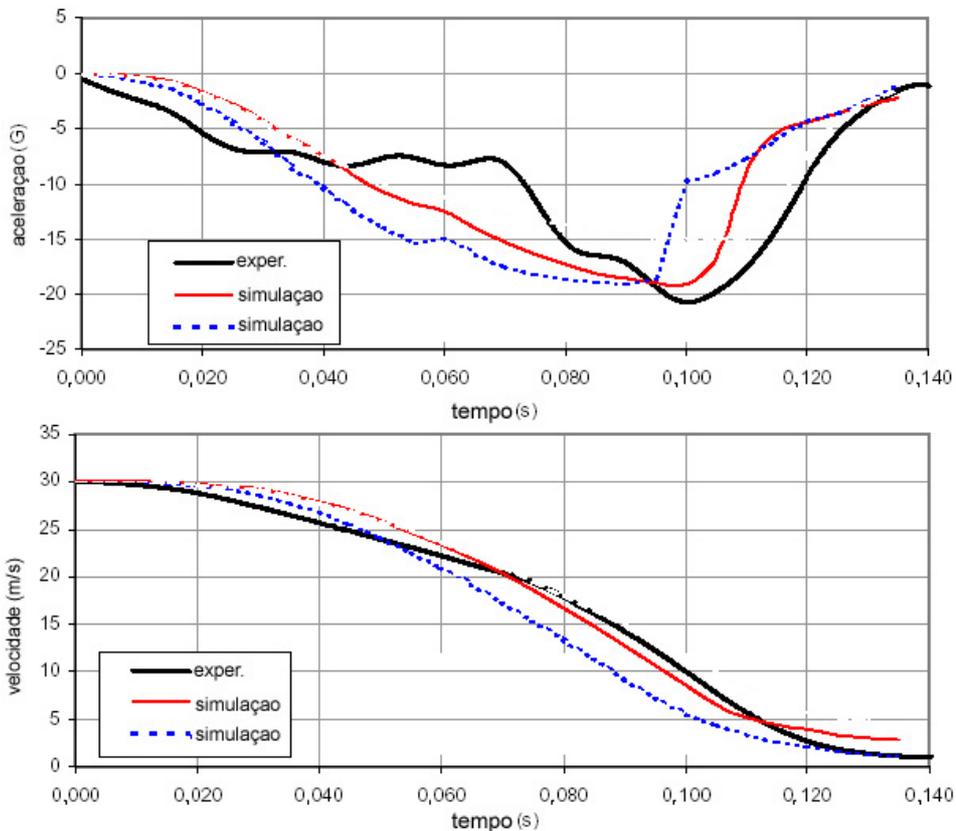


Figura 81: Gráficos de aceleração x tempo e velocidade x tempo experimentais e das simulações apresentadas em Day & York- 2000.

A Figura 82 mostra a variação da velocidade do veículo durante o choque contra a barreira rígida. Comparando-a com o gráfico da Figura 81 percebe-se um perfil semelhante ao apresentado em Day & York – 2000. Há diferenças quanto à velocidade após o choque e a duração do choque que podem ser explicadas pelos fatores como atrito e imprecisão de parâmetros.

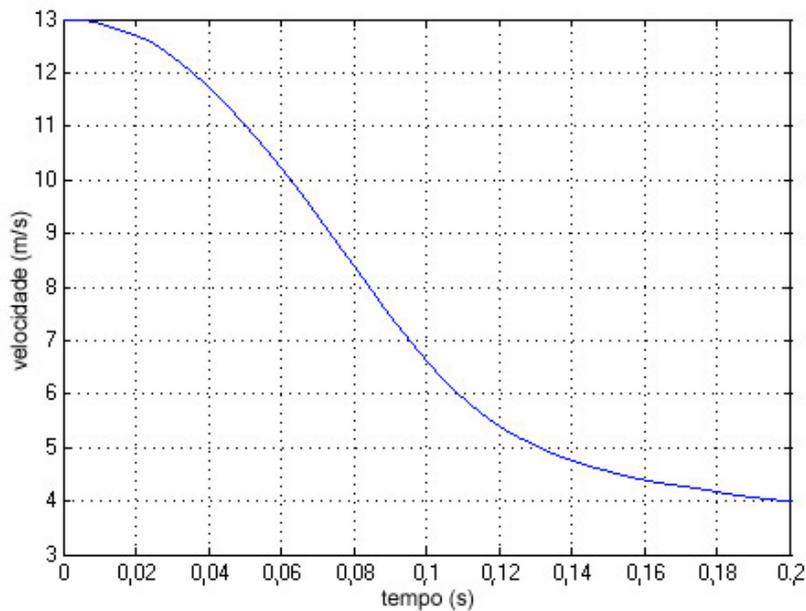


Figura 82: Gráfico velocidade x tempo obtido na simulação de choque oblíquo.

A Figura 83 mostra o gráfico de aceleração x tempo obtido na simulação. Nela pode-se notar uma grande oscilação devido a constante mudança na situação dos pontos de contorno do veículo, entrando e saindo do limite da barreira, devido ao movimento de rotação, o que pode ser verificado na imagem ampliada mostrada na Figura 84. O valor de pico obtido, de aproximadamente 14 g, possui a mesma ordem de grandeza dos resultados apresentados na literatura.

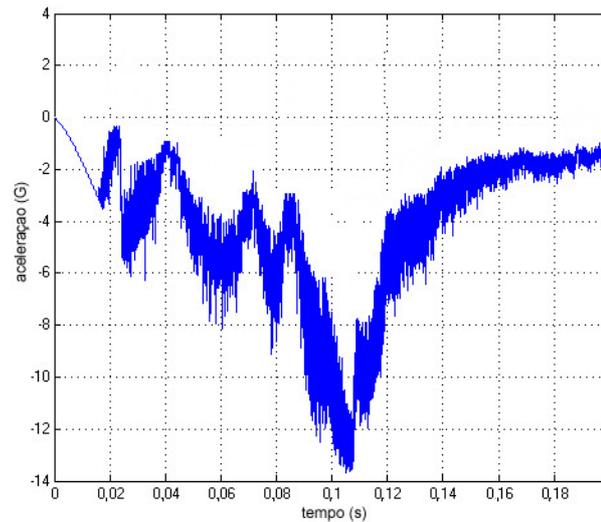


Figura 83: Gráfico aceleração x tempo obtido na simulação de choque oblíquo contra barreira rígida.

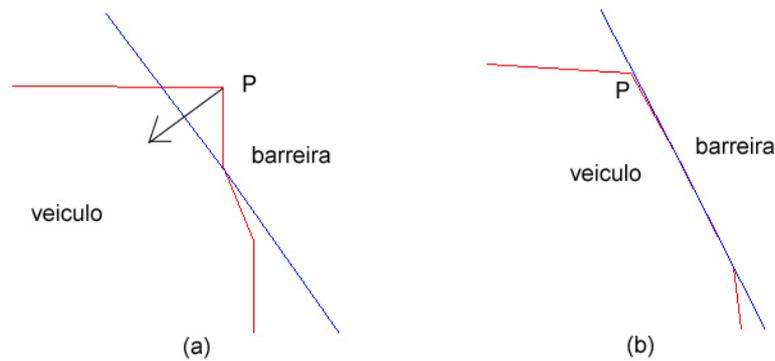


Figura 84: Imagem ampliada de dois instantes subseqüentes, mostrando: (a) ponto P pertencente ao veículo em contato com a barreira rígida e (b) ponto P pertencente ao veículo após perder contato com a barreira rígida.

Uma comparação entre as trajetórias resultantes das simulações realizadas no modelo desenvolvido e das apresentadas na literatura é mostrada na Figura 85, onde se observa um comportamento bastante similar no que concerne à deformação sofrida ao longo do tempo e distinto quanto ao movimento de rotação, o que pode ser explicado, por exemplo, pela diferença de localização do centro de massa, invertendo o momento resultante atuando sobre o veículo, ou a não consideração do atrito no modelo empregado.

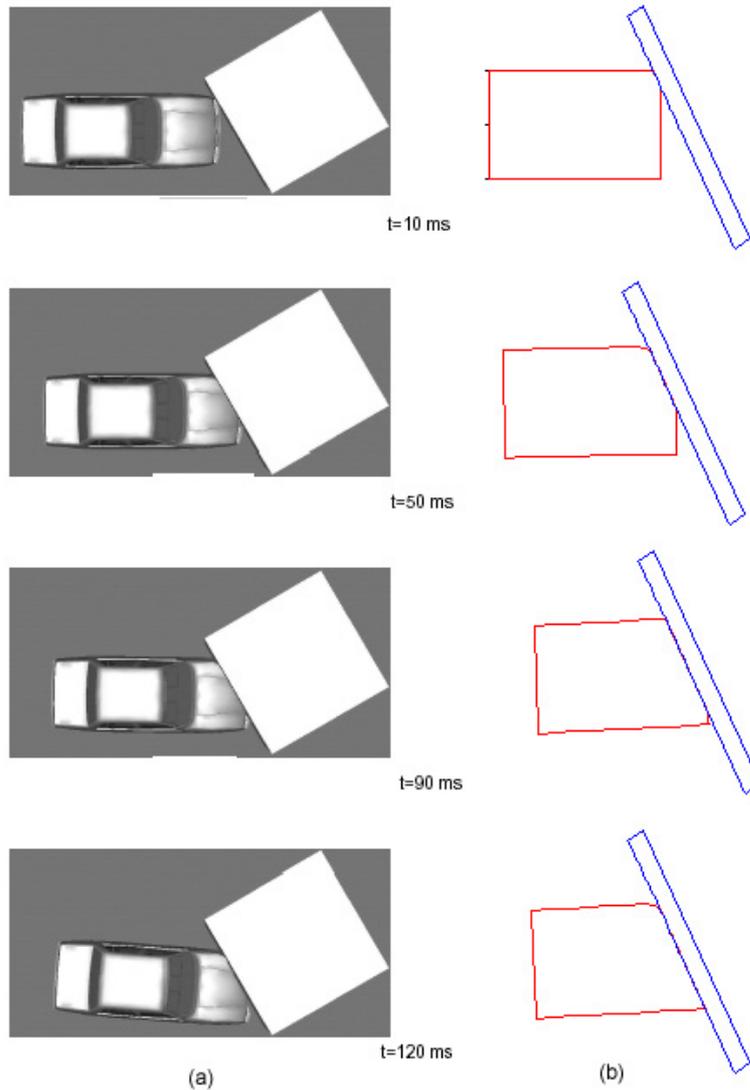


Figura 85: Trajetória obtida em uma simulação de choque oblíquo contra barreira rígida (a) no modelo apresentado em Day & York-2000 e (b) no modelo numérico desenvolvido.

5.3.6. Dinâmicas Discrepantes

Nos testes com o modelo bidimensional foi observada uma instabilidade numérica com a variação da massa do ponto de contato. Isto pode ser explicado com a análise do modelo analítico apresentado na Equação 22 no item 2.3, reproduzida abaixo na Equação 41:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x} \\ \ddot{x}_2 \\ \dot{x}_{b1} \\ \dot{x}_{b2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -K_1/M_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_1/m & -K_2/m \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_2/M_2 \\ 1 & -1 & 0 & -K_1/b_1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -K_2/b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x} \\ \dot{x}_2 \\ x_{b1} \\ x_{b2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_1/M_1 \\ 0 \\ -F_2/M_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

Atribuindo às constantes de rigidez K_1 e K_2 , às constantes de amortecimento viscoso b_1 e b_2 e às massas M_1 e M_2 os valores referentes a um veículo com rigidez regular apresentados em Huang – 2002 e listados na Tabela 10, faz-se uma análise da variação dos autovalores segundo a massa do ponto de contato m .

Massa (kg)	Rigidez (kN/m)	Amortecimento (kNs/m)
903	5253	52,536

Tabela 10: Parâmetros utilizados na análise do modelo.

A matriz de estados possui um autovalor nulo e dois pares de complexos conjugados com partes reais negativas. Variando-se a massa do ponto de contato de 100 a 0,1 kg ocorre um aumento acentuado da parte imaginária de um dos pares de complexos conjugados, conforme pode ser verificado no gráfico da Figura 86, o que aumenta a diferença em relação ao outro par de autovalores que permanece fixo. Tal fato interfere na capacidade de resolução do Simulink e impossibilita o uso de algoritmos com passo variável e causa instabilidade na simulação para valores baixos da massa de P , como ilustrado na Figura 87. Por tal razão, apesar do ponto de contato P fisicamente possuir massa desprezível, foi arbitrada uma massa de 10 kg para o mesmo, cerca de 10% da massa dos veículos, para que pudesse ser resolvido o problema numérico associado às dinâmicas de ordem de grandeza discrepantes.

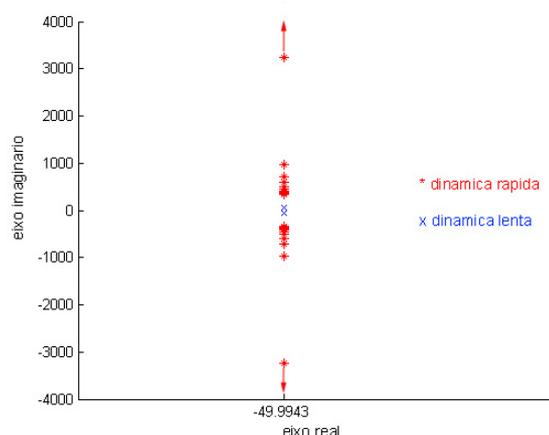


Figura 86: Plotagem dos autovalores complexos da matriz de estados do modelo analítico de colisão frontal entre dois veículos deformáveis variando-se a massa do ponto de contato de 0,1 kg a 100 kg em intervalos de 10.

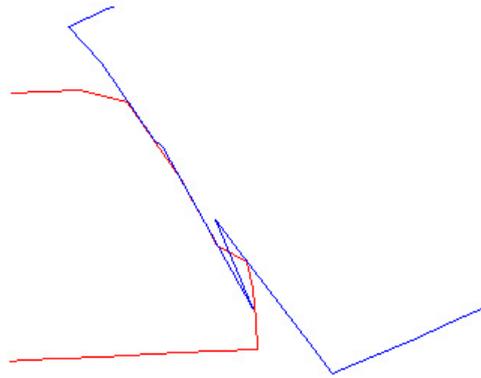


Figura 87: Conseqüência na determinação do contato entre os veículos da instabilidade numérica provocada pelo valor baixo (0,1 kg) arbitrado para a massa do ponto de contato.