

4

Modelos para colisões planas de veículos deformáveis

Apresenta-se a seguir os modelos desenvolvidos para representação do fenômeno de colisão plana de veículos deformáveis, seguindo uma ordem crescente de complexidade.

A implementação destes modelos foi realizada em SIMULINK / MATLAB, seguindo a mesma linha de desenvolvimento dos trabalhos realizados no Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-RIO na área de Dinâmica de Veículos. Apesar de não ser um ambiente computacional voltado para este propósito, o SIMULINK / MATLAB disponibiliza ao usuário recursos que simplificam a solução das equações matemáticas utilizadas, proporcionando maior tempo disponível para a solução dos problemas físicos, e possibilita a integração entre diferentes modelos através de técnicas simples.

4.1.

Choque central frontal veículo deformável – barreira rígida

Foi criado inicialmente um modelo simples para colisão frontal de um veículo flexível contra uma barreira rígida fixa, baseado no modelo analítico apresentado anteriormente no item 2.2, com o objetivo de comparar os resultados obtidos com os fornecidos pela literatura, além de servir como base de validação para modelos mais complexos subsequentes. Foi seguida a linha descrita por Lozano et al. – 1998 e Huang - 2002, onde a elastoplasticidade do veículo é representada por elementos mola-amortecedor em série (Figura 30).

Neste modelo (Equação 38) foi utilizado um único elemento flexível, que recebe como entrada a deformação sofrida pelo veículo e fornece como saída, para a massa do veículo, uma força. A mola e o amortecedor, por estarem em série sofrem forças iguais e a soma dos seus deslocamentos será igual ao deslocamento total, conforme exposto nas equações abaixo, onde δ é o deslocamento total, δ_k é o deslocamento da mola, δ_b é o deslocamento do

amortecedor, K é a rigidez da mola, C o amortecimento viscoso e F a força exercida sobre a massa M do veículo, assim:

$$\begin{cases} \delta = \delta_k + \delta_b \text{ e } \dot{\delta} = \dot{\delta}_k + \dot{\delta}_b \\ F = K\delta_k \\ F = m\ddot{\delta} \\ F = C\dot{\delta}_b \end{cases}$$

logo:

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_b &= F/C \\ F &= K(\delta - \delta_b) \\ \ddot{\delta} &= \frac{1}{m}F \end{aligned} \quad (38)$$

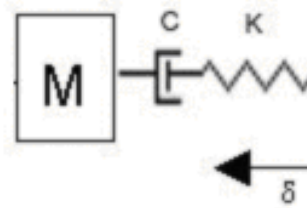


Figura 30: Modelo massa – mola – amortecedor em série (Maxwell)

O elemento flexível (mola – amortecedor) é representado pelos blocos do SIMULINK conforme a Figura 31, onde o deslocamento total do elemento é subtraído do deslocamento do amortecedor viscoso, calculado pela integral da velocidade do mesmo, a qual é obtida pela divisão da força comum pelo coeficiente C , definido por Lozano et. al -1998 segundo a Equação 39, onde δ é a deformação total do elemento. A função *amortecimento.m* é descrita no Apêndice A.1.4.

$$C = \begin{cases} 1,2C_o - \frac{C_o}{2}\delta^2, F > 3000N \\ \infty (\text{representado por } 10^7 \text{ Ns/m}), F \leq 3000N \end{cases} \quad (39)$$

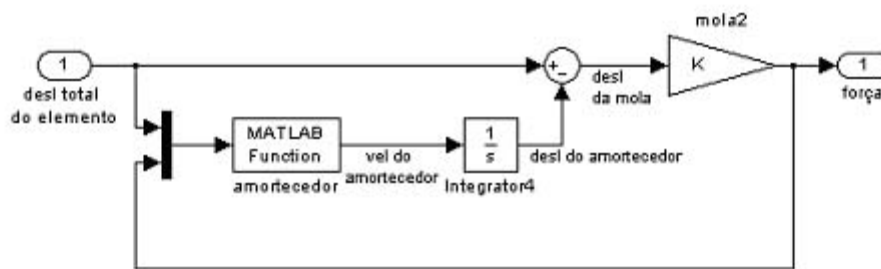


Figura 31: Diagrama de blocos em Simulink para o elemento flexível (mola – amortecedor) utilizado no modelo.

O veículo, representado pelo esquema da Figura 32, recebe a força oriunda do elemento flexível, a qual é dividida por sua massa e integrada até se obter a posição atualizada do seu centro de massa, que será fornecida à função *geometria.m*, descrita no Apêndice A.1.3 (Figura 34).

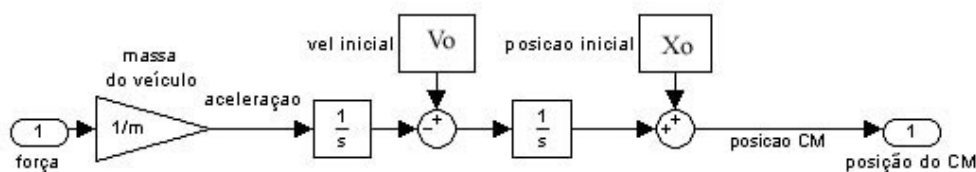


Figura 32: Modelo para a massa do veículo.

A barreira rígida é modelada forçando geometricamente os pontos em contato com a mesma a permanecerem nesta posição até o final do choque, conforme representado na Figura 33. Com essa finalidade foi criada a função *geometria.m* (Apêndice A.1.3), que determina a deformação total através da subtração entre a posição não deformada do veículo (soma da posição do centro de massa com a distância do mesmo à dianteira do veículo) e a posição da barreira (dado inicial). Desta forma pode-se detectar o início do contato, que pode ocorrer em um instante de tempo maior que $t=0$. A função *geometria.m*, recebe como entrada a posição do centro de massa (X_{cm}), obtém a coordenada da dianteira do veículo somando a distância da mesma ao centro de massa, analisa se a dianteira do veículo ultrapassou o limite da barreira (X_b) e então calcula a deformação que é a entrada do elemento flexível, o qual retorna uma

força à massa do veículo, conforme o esquema do modelo apresentado na Figura 34.

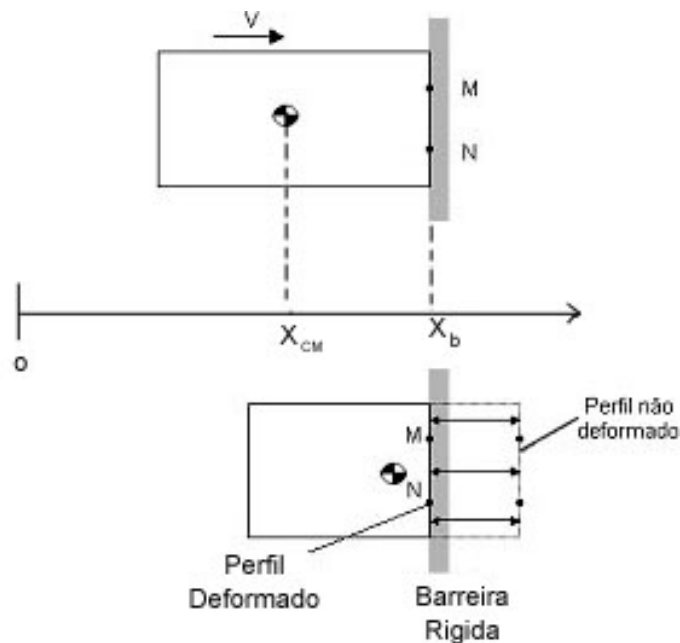


Figura 33: Modelo físico para a barreira rígida.

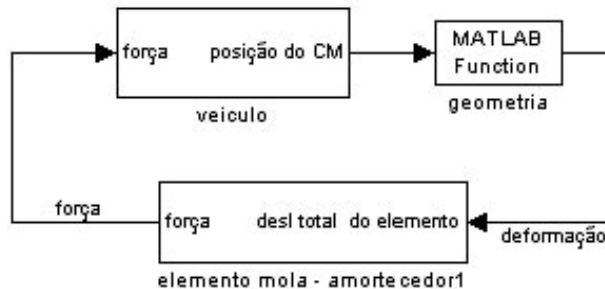


Figura 34: Modelo para choque frontal de veículo flexível com barreira –rígida fixa.

A perda de contato pode ser detectada no instante em que a aceleração do veículo passa a ser positiva e, logo, os resultados a partir deste instante se tornam inválidos.

Os dados do veículo, listados a seguir, são carregados na memória pelo arquivo *dados.m* (Apêndice A.1.2).

m – massa (kg);

ld – distância do centro de massa do veículo a dianteira (m);

lt – distância do centro de massa do veículo a traseira (m);

K – rigidez da mola (N/m);

Co – constante para cálculo do amortecimento viscoso (N/m/s);

Xb – distância do centro de massa à barreira (m);

Vo – velocidade inicial (m/s);

Xo – posição inicial do centro de massa (m).

A simulação propriamente dita é realizada pelo modelo do *Simulink* *barreirarigida.mdl* (Figura 34).

4.2.

Choque frontal central entre dois veículos

Apresenta-se a seguir a implementação computacional do modelo físico apresentado no item 2.3 seguindo o conceito de variáveis de potência, onde a interação entre os componentes do sistema é feita por meio de velocidades e forças, e os veículos são tratados independentemente e conectados pelo ponto P (Figura 35). São consideradas as velocidades relativas dos veículos em relação ao ponto de contato P, ou seja, suas taxas de deformação, que são as entradas dos elementos flexíveis representativos da elastoplasticidade dos veículos, fazendo-os retornarem uma força aplicada sobre os veículos e sobre o ponto de contato, conforme mostrado na Figura 35.

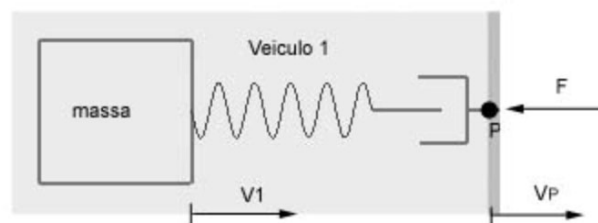


Figura 35: Força aplicada sobre o ponto de contato pelo veículo 1 (F), devido a deformação resultante da velocidade relativa ($V1-VP$), onde $V1$ é a velocidade do veículo 1 e VP a velocidade do ponto P.

Ao ponto de contato P é atribuída uma pequena massa em relação às massas dos veículos aplicando-se sobre ele o somatório das forças exercidas por ambos os veículos. Esta resultante dividida pela massa do ponto e integrada fornece a velocidade do ponto de contato.

O modelo da dinâmica dos veículos, mostrado na Figura 36, é igual ao utilizado no item 4.1, com a diferença de o sinal de saída ser a velocidade, ao invés da posição (o que implica em uma integração a menos). No esquema do

modelo completo criado em Simulink, representado na Figura 37, nota-se que cada um dos veículos tem sua velocidade subtraída da velocidade do ponto P, gerando, para o seu respectivo elemento flexível longitudinal, as taxas de deformação VR1 e VR2. Estas taxas são integradas separadamente resultando nas respectivas deformações armazenadas em d1 e d2.

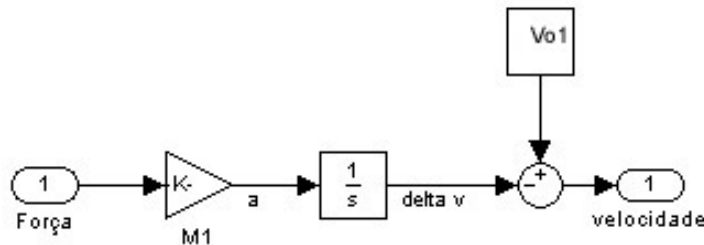


Figura 36: Representação da dinâmica do veículo 1.

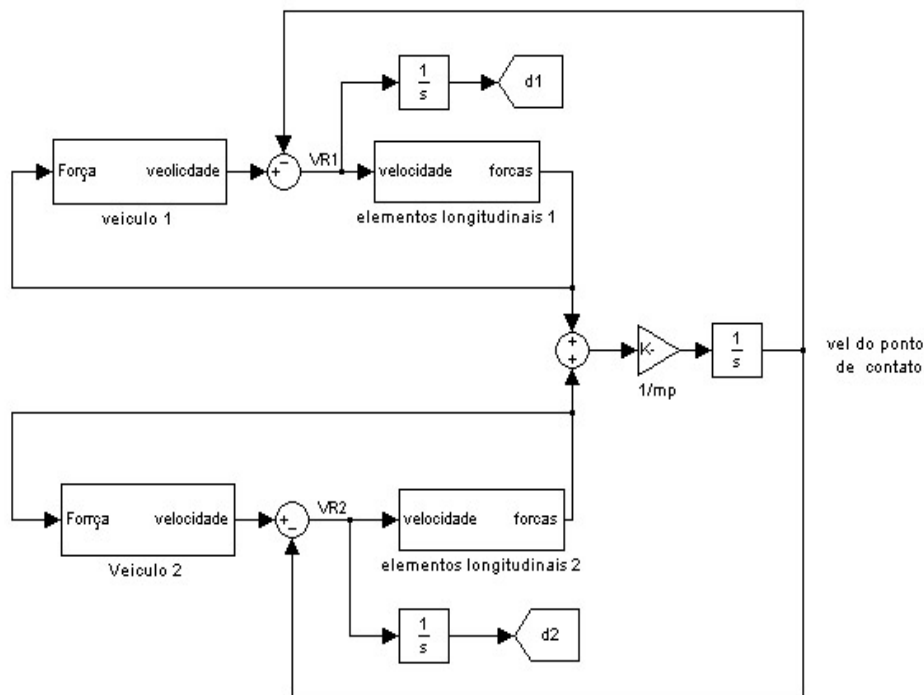


Figura 37: Modelo unidimensional para colisão central entre dois veículos.

A Figura 38 apresenta o esquema utilizado para a modelagem dos elementos flexíveis (mola – amortecedor em série), os quais recebem as taxas de deformação e as subtraem da taxa de deformação plástica (do amortecedor), gerando uma taxa de deformação elástica (da mola). Esta, por sua vez, é integrada e multiplicada pela rigidez longitudinal, obtendo-se a força no elemento. Esta força, além de ser a saída do componente aplicada sobre a

massa do veículo e sobre o ponto P, realimenta os amortecedores viscosos definidos nas funções *amortecedor1* e *amortecedor2*, gerando as taxas de deformação. Como o modelo de plasticidade definido por Vera et al. inclui uma dependência da deformação total do elemento flexível, os valores d1 e d2 armazenados também são entradas da função *amortecedor*. As funções que representam os amortecimentos nada mais fazem do que dividirem a força por um valor calculado por:

$$\begin{cases} C=1,2C_0-\frac{C_0}{2}\delta^2, F>3000N \\ C=\infty \text{ (representado por } 10^7), F \leq 3000N \end{cases} \quad (40)$$

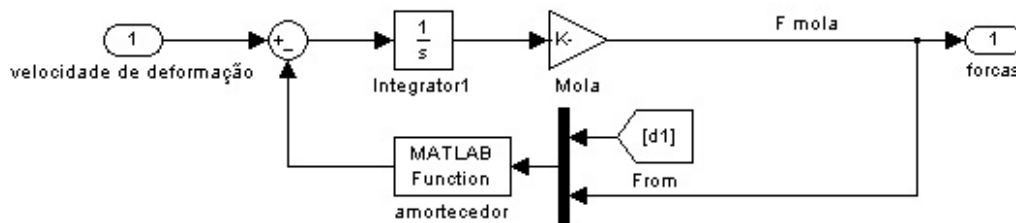


Figura 38: Representação dos elementos flexíveis.

Um “switch” foi colocado no veículo 2, conforme mostrado na Figura 39, com o objetivo de permitir a simulação de um obstáculo fixo, ou seja, impedir o movimento do veículo 2.

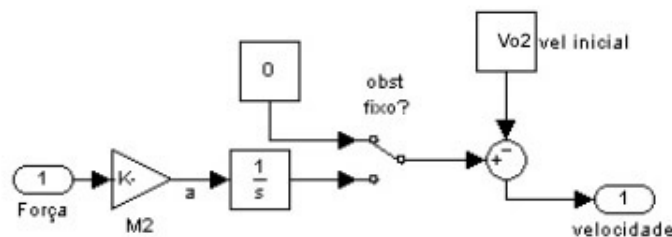


Figura 39: Modelo em Simulink para o veículo 2.

Este modelo leva em consideração o início do contato entre os veículos ocorrendo já no instante inicial $t=0$, sendo, portanto, desnecessária uma função semelhante à *geometria.m* do item 4.1 e, assim como o modelo anterior, após a perda de contato os resultados se tornam inválidos.

Os dados iniciais requeridos são: as massas dos veículos, os coeficientes de rigidez das molas, as velocidades iniciais dos veículos, inseridos diretamente no diagrama do SIMULINK e os coeficiente de amortecimento **Co**, inseridos nas funções *amortecedor1.m* e *amortecedor2.m* (Apêndices A.2.2 e A.2.3).

4.3.

Colisões bidimensionais entre dois veículos

Com base no mesmo princípio para a modelagem da elastoplasticidade dos veículos, foi construído um terceiro modelo, mais complexo que os anteriores, com o objetivo de simular colisões entre dois veículos onde as velocidades não tenham obrigatoriamente a mesma direção e onde as áreas dos veículos possam ser parcialmente envolvidas. O meio utilizado para isto é a discretização das regiões de cada veículo, envolvidas em diferentes elementos flexíveis dispostos em duas direções ortogonais entre si, definidas transversalmente e longitudinalmente ao respectivo veículo, possibilitando assim a ocorrência de diferentes deformações em direções distintas ao longo das regiões afetadas. Cabe ressaltar que estes elementos possuem deformações independentes entre si e que a distinção dos valores de rigidez dos veículos é feita somente de acordo com as regiões frontal, lateral e traseira, não se levando em conta variações dentro de uma mesma área como em Lozano et. al. – 1998.

Da análise de comportamento do sistema massa–mola–amortecedor, mostrada na Figura 10, deve-se destacar que esta discretização pode acarretar em um comportamento dinâmico indesejado. Ao se dividir o amortecimento viscoso e a rigidez envolvida por um mesmo fator (número de pontos discretizantes), o coeficiente $c^* = \sqrt{km} / 2$, é dividido pela raiz quadrada deste mesmo fator, podendo-se, então, chegar a valores de amortecimento resultantes menores que c^* , o que acarreta em um comportamento assintótico para a deformação, comprometendo a representação da restituição da deformação plástica, conforme discutido no item 2.2. Este fator deve ser considerado principalmente na modelagem de choques localizados, onde somente uma pequena parte da área discretizada é envolvida.

De acordo com a representação física do modelo bidimensional utilizado, apresentada na Figura 40, o contato entre regiões de veículos distintos deforma os elementos flexíveis correspondentes, ocasionando uma força e um momento

sobre cada veículo. As forças e momentos de todas as regiões de um veículo que estão em contato com outro são somadas gerando o esforço resultante sobre o mesmo.

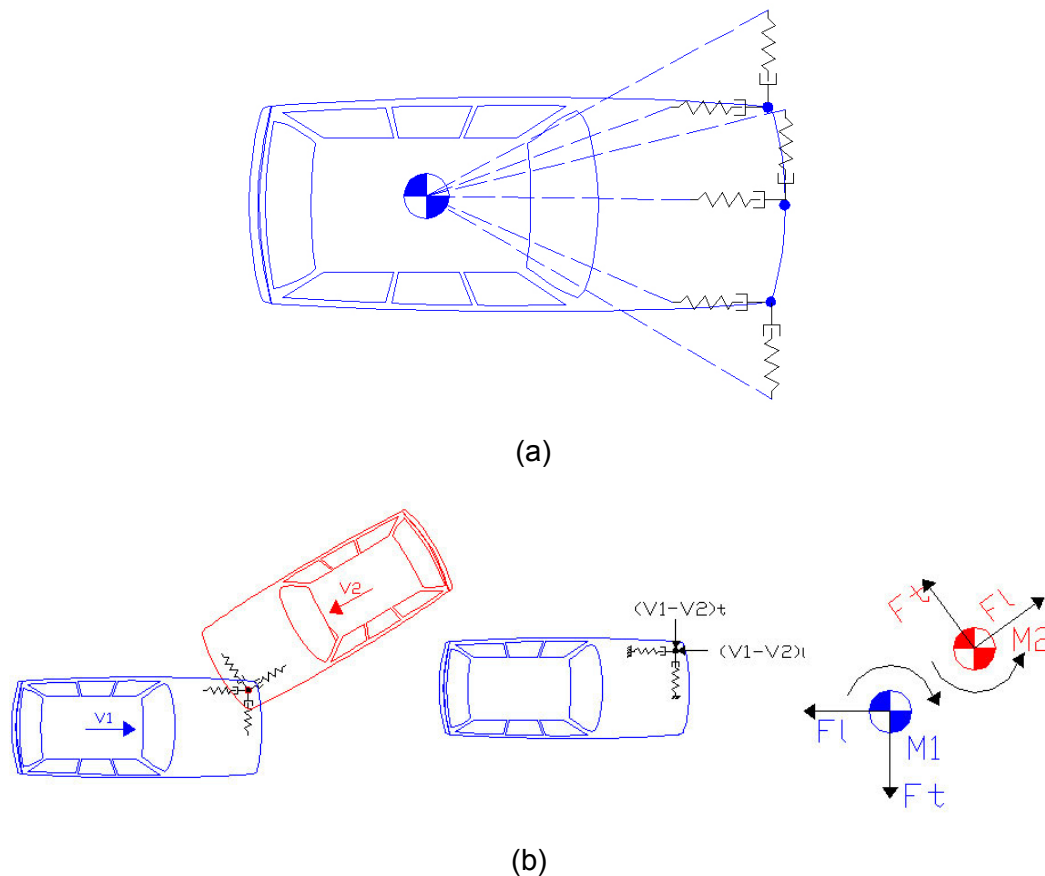


Figura 40: (a) Modelo físico de um veículo com divisão de sua região frontal em três elementos; (b) Representação do contato entre dois veículos, segundo o modelo bidimensional criado.

A modelagem do problema é feita utilizando-se a taxa de deformação, da mesma forma que no modelo unidimensional. Para tal fim, essa taxa é considerada igual em toda a área de contato, ou seja, se em um determinado instante três elementos flexíveis do veículo 1 encontram-se em contato com o veículo 2, todos eles se deformam com a mesma velocidade, enquanto que para os demais esta taxa é nula. Para a determinação da taxa de deformação, subtrai-se a velocidade do centro de massa do veículo da velocidade da região de contato, que é obtida aplicando-se a resultante das forças exercidas por ambos os veículos sobre um ponto de massa desprezível com relação às massas dos veículos envolvidos. Como a região de contato é na verdade um ponto de contato, os momentos locais não são considerados no modelo. Este procedimento para cálculo da taxa de deformação também torna o modelo

simplificado, já que, ao se considerar somente as velocidades dos centros de massa elimina-se a velocidade linear resultante do movimento de rotação do veículo. As geometrias de contorno dos veículos envolvidos são consideradas como retangulares. Os elementos discretizados são também independentes, não havendo rigidez vinculada entre eles.

Um fluxograma do modelo criado é apresentado na Figura 41 e cada uma de suas etapas é implementada em um programa MATLAB ou SIMULINK/MATLAB específico (listados no Apêndice A.3), cujo corpo principal é definido no arquivo *colisao.m* (Apêndice A.3.1). Descreve-se a seguir a função de cada um destes códigos no modelo criado.

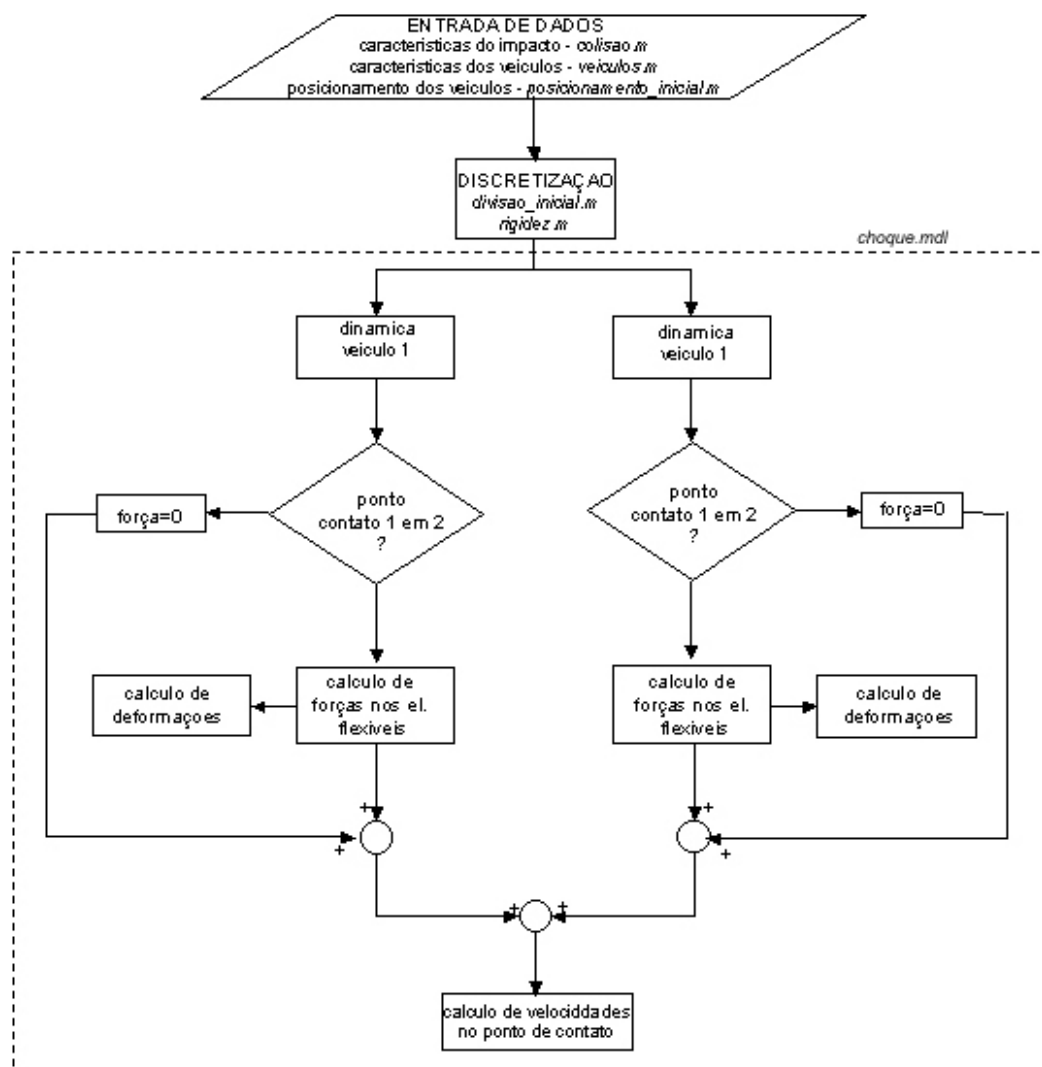


Figura 41: Fluxograma do modelo bidimensional.

4.3.1.

Entrada de dados e discretização do veículo

O arquivo *colisão.m* inicia as simulações solicitando a definição do tipo de impacto dentre as opções mostradas na Figura 42 e a(s) região(ões) atingida(s) em cada veículo (frente, traseira, lateral, frente e lateral ou traseira e lateral). Estes valores são armazenados em variáveis globais conforme mostrado na Tabela 4.

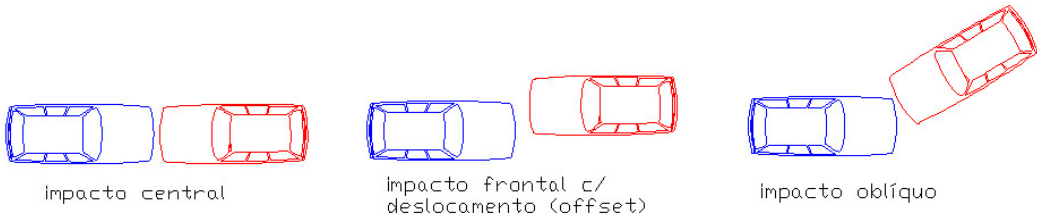


Figura 42: Tipos de impacto.

VARIÁVEL	significado	VALOR
impacto	tipo de impacto	1 – impacto frontal; 2 – impacto c/ deslocamento (offset); 3 – impacto oblíquo;
S(veículo)	região (s) do veículo (1 ou 2) afetada(s)	1-frente; 2-traseira; 3-lateral; 4- frente-lateral; 5-traseira-lateral;

Tabela 4:Variáveis de entrada (arquivo *colisão.m*).

Outras variáveis globais também são calculadas no arquivo *colisão.m* posteriormente com auxílio de outras funções e são mostradas adiante. As características dos veículos com geometrias retangulares, armazenadas no arquivo *veiculos.m* e apresentadas na

Tabela 5 e na Figura 43, devem então ser carregadas.

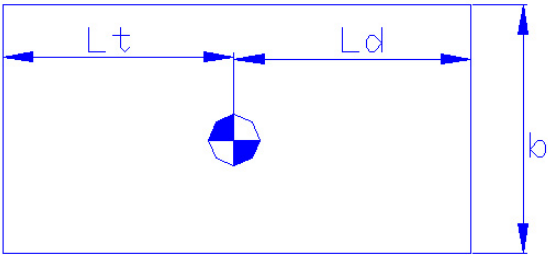


Figura 43: Geometria do veículo no modelo bidimensional.

CARACTERÍSTICA	VEÍCULO 1	VEÍCULO 2
massa (kg)	$m(1)$	$m(2)$
bitola (m)	$b(1)$	$b(2)$
distância do centro de massa a traseira (m)	$lt(1)$	$lt(2)$
distância do centro de massa a dianteira (m)	$ld(1)$	$ld(2)$
momento de inércia(kgm ²)	$I(1)$	$I(2)$
cte de amortecimento para região frontal (N/m/s)	$Cof(1)$	$Cof(2)$
cte de amortecimento para região lateral (N/m/s)	$Col(1)$	$Col(2)$
cte de amortecimento para região traseira (N/m/s)	$Cot(1)$	$Cot(2)$
rigidez da região frontal (N/m)	$kf(1)$	$kf(2)$
rigidez da região lateral (N/m)	$kl(1)$	$kl(2)$
rigidez da região traseira (N/m)	$kt(1)$	$kt(2)$

Tabela 5: Valores iniciados pelo arquivo veiculos.m.

A seguir é feito o posicionamento inicial dos veículos no plano, através do arquivo *posicionamento_inicial.m*. O veículo 1 é sempre posicionado com seu centro de massa nas coordenadas ($x_{CM1}=0, y_{CM1}=0, \phi_{CM1}=0$) e as coordenadas restantes para o veículo 2 ($x_{CM2}, y_{CM2}, \phi_{CM2}$) são solicitadas de acordo com o tipo de choque (Figura 44). O posicionamento é armazenado no vetor global CM, onde:

$$CM = [x_{CM1} \ y_{CM1} \ \phi_{CM1} \ x_{CM2} \ y_{CM2} \ \phi_{CM2}]$$

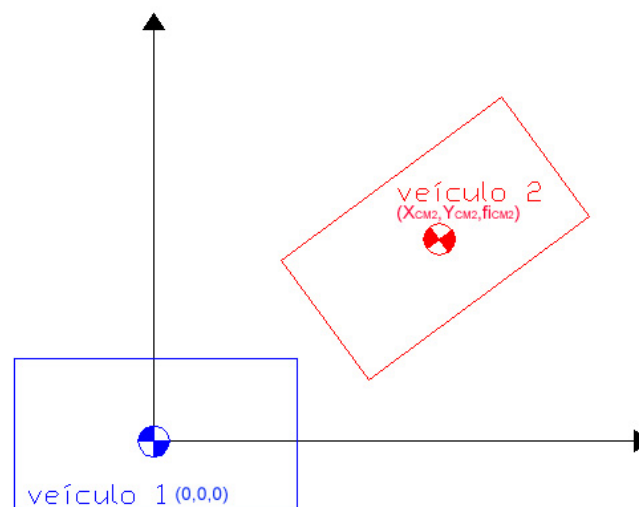


Figura 44: Posicionamento inicial dos veículos no modelo bidimensional.

A função *divisao_inicial(veiculo)*, que é executada para o veículo 1 e para o veículo 2, atribui valores às variáveis (**nd** e **nl**, no caso de duas regiões afetadas, ou somente **nd** quando uma única região do respectivo veículo é afetada) que definem o número de elementos componentes das áreas afetadas (frente lateral ou traseira). Por exemplo, se for desejado dividir a região frontal do veículo 1 em 10 elementos e sua região lateral em 5, faz-se **nd(1)=10** e **nl(1)=5**.

4.3.2. Discretização

A divisão propriamente dita da geometria do veículo é feita pela função *divisao(veiculo,CM)* (Apêndice A.3.6), executada uma vez para cada veículo, onde são determinadas as coordenadas dos pontos que definem os limites dos mesmos, armazenadas nas colunas das matrizes **P1**, para o veículo 1, e **P2**, para o veículo 2, conforme mostrado na Figura 45.

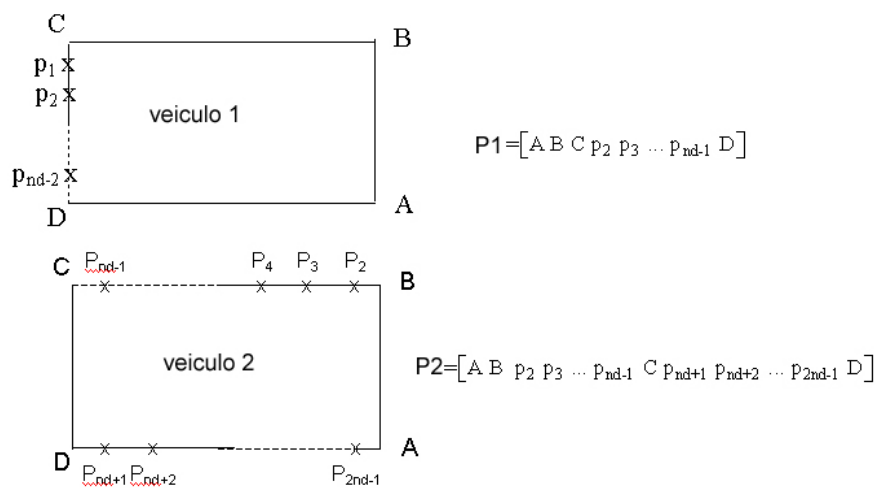


Figura 45: Armazenamento das coordenadas dos pontos que discretizam os veículos envolvidos. Neste caso, o veículo 1 tem sua região traseira afetada e o veículo 2 sofre impacto nas laterais.

As entradas desta função são o veículo referido (1 ou 2) e as coordenadas (x,y,ϕ) de seu centro de massa. A partir destes valores e com o número de pontos que dividem as regiões, determina-se a posição de cada ponto em relação ao referencial global e as armazena na matriz **P1** ou **P2**. Esta função também executa o cálculo de duas matrizes de grande importância na determinação das deformações, **plocal1o** e **plocal2o**, que contém as

coordenadas iniciais dos pontos de contorno de cada veículo em relação a um sistema local de coordenadas com origem em seu centro de massa, ou seja, definem as geometrias não deformadas dos veículos. Estas matrizes, por sua vez, iniciam as matrizes globais **plocal1** e **plocal2**, definidas em *colisao.m*, que armazenam as coordenadas locais dos pontos de contorno a cada instante.

Na determinação das coordenadas, primeiro calcula-se os quatro vértices (A, B, C e D) que definem o retângulo representativo da geometria do veículo, fazendo uso das variáveis globais advindas das características do veículo: distância do centro de massa à dianteira - **ld**, distância do centro de massa à traseira - **lt** e bitola – **b**.

$$A=[ld(veiculo);-b(veiculo)/2];$$

$$B=[ld(veiculo);b(veiculo)/2];$$

$$C=[-lt(veiculo);b(veiculo)/2];$$

$$D=[-lt(veiculo);-b(veiculo)/2];$$

Então, de acordo com a área afetada (variável **S(veículo)**), os seguimentos são divididos em **nd** ou **nl** pontos, obtendo-se as coordenadas locais de todos os pontos pertencentes ao limite do veículo em questão na matriz **P**, que será, conforme o veículo, igual a **plocal1o** ou **plocal2o**. A matriz **P** é então transformada para coordenadas globais conforme as coordenadas do centro de massa do veículo (**CM**), sendo esta a saída da função.

Duas outras matrizes que possuem importância fundamental na modelagem dos choques são iniciadas em *colisao.m*: **teste1** e **teste2**. São matrizes com uma linha que possuem uma coluna para cada ponto do contorno do respectivo veículo, sendo compostas de elementos com valor 0 ou 1. Caso um determinado ponto do veículo 1 esteja dentro dos limites do veículo 2, a coluna a ele correspondente da matriz **teste1** deve assumir valor 1, caso contrário, ou seja, o ponto não pertença a uma região de contato entre os veículos, o valor correspondente será 0. Estas matrizes são iniciadas com zeros para todos os elementos.

O arquivo *rigidez.m* (Apêndice A.3.6) é executado para fazer a divisão dos valores de rigidez e amortecimento do veículo entre os pontos de contorno, dispondo os valores de rigidez e amortecimento de cada veículo de maneira

análoga à utilizada na geração das matrizes P1 e P2, gerando as matrizes K1, K2, Co1 e Co2:

$$K1 = \begin{bmatrix} \text{rigidez dos elementos longitudinais do veículo 1} \\ \text{rigidez dos elementos transversais do veículo 1} \end{bmatrix}$$

$$K2 = \begin{bmatrix} \text{rigidez dos elementos longitudinais do veículo 2} \\ \text{rigidez dos elementos transversais do veículo 2} \end{bmatrix}$$

$$Co1 = \begin{bmatrix} \text{cte para cálculo do amortecimento viscoso dos elementos} \\ \text{longitudinais do veículo 1} \\ \text{cte para cálculo do amortecimento viscoso dos elementos} \\ \text{transversais do veículo 1} \end{bmatrix}$$

$$Co2 = \begin{bmatrix} \text{cte para cálculo do amortecimento viscoso dos elementos} \\ \text{longitudinais do veículo 2} \\ \text{cte para cálculo do amortecimento viscoso dos elementos} \\ \text{transversais do veículo 2} \end{bmatrix}$$

Como exemplo, a matriz K1 para um veículo 1 envolvido em um choque frontal em que tal região foi discretizada em 5 pontos e cuja rigidez longitudinal da região frontal é 5×10^4 kN/m e a rigidez transversal da mesma região vale 4×10^4 kN/m será:

$$K1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0,8 & 0,8 & 0,8 & 0,8 & 0,8 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times 10^4 \text{ kN/m}$$

O arquivo *colisao.m* ainda abre duas janelas de gráficos na tela para serem utilizadas na animação do choque durante a simulação.

4.3.3. Modelo dinâmico

O arquivo do Simulink *choque.mdl*, mostrado na Figura 47, é executado a partir do arquivo *colisao.m* após a entrada de dados ter sido concluída, conforme o fluxograma da Figura 41. Este modelo é composto de uma estrutura similar à do unidimensional. Os blocos que representam as dinâmicas dos veículos, esquematizados na Figura 46, *veiculo1* e *veiculo2*, recebem os esforços advindos do impacto sob a forma de um vetor (**FI** – força longitudinal ao veículo,

F_t – força transversal ao veículo, **M** - momento). Estes esforços são divididos pela massa (forças) e pelo momento de inércia de yaw em relação ao eixo vertical (momento), resultando no vetor aceleração, o qual é integrado e somado ao vetor velocidade inicial resultando no vetor velocidade (**v_l**, **v_t**, **w**), ou seja, (velocidade longitudinal, velocidade transversal, velocidade angular por não ser utilizada no cálculo da taxa de deformação. A velocidade angular é excluída em uma das saídas do bloco. Este mesmo vetor é transformado em coordenadas globais pela função *loctoglob.m* (Apêndice A.3.8) e então é integrado e somado à posição inicial do veículo gerando a localização do centro de massa do veículo (**x,y,φ**), armazenada em **CM1** ou **CM2**, conforme o veículo em questão.

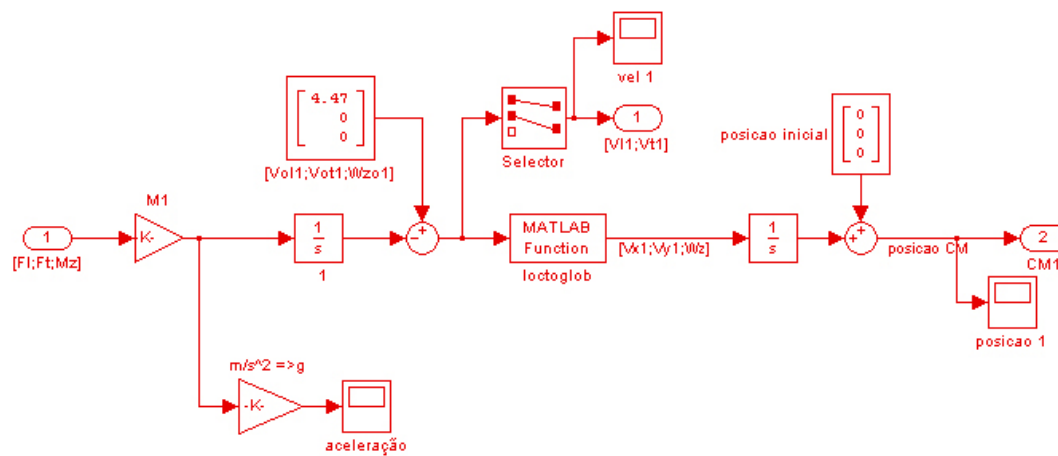


Figura 46: Representação da dinâmica do veículo no Simulink.

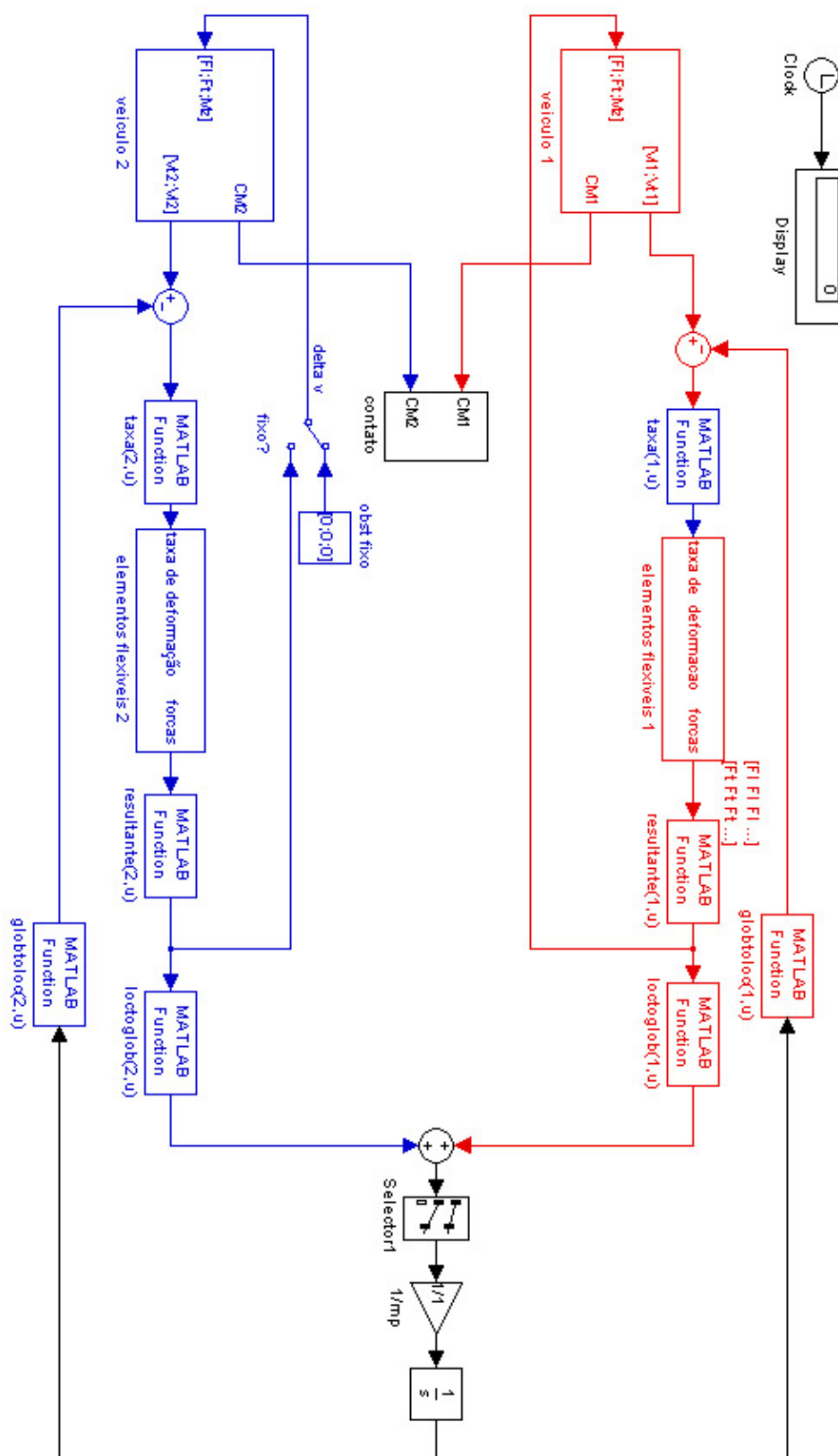


Figura 47: Modelo bidimensional para colisão veicular no Simulink.

O vetor velocidade (v_l, v_t) é subtraído do vetor velocidade da região de contato, para se obter a velocidade relativa (taxa de deformação), o resultado é multiplicado pela matriz **teste1** ou **teste2**, de acordo com o veículo, na função $taxa(veiculo, u)$, fazendo a distribuição da taxa de deformação pelos pontos em contato e zerando a taxa de deformação dos pontos não envolvidos no respectivo intervalo de tempo, conforme esquematizado na Figura 48.

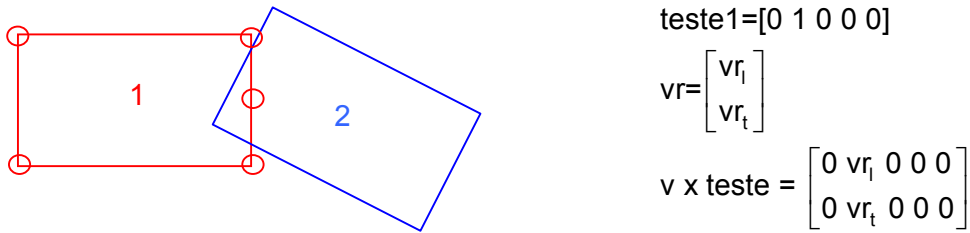


Figura 48: Exemplo de aplicação da matriz **teste** no cálculo da matriz que contém as taxas de deformação dos elementos discretizados.

A matriz das taxas de deformação dos pontos de contorno de um veículo, obtida anteriormente, é a entrada dos elementos flexíveis do veículo, mostrados na Figura 49, onde se subtrai desta a matriz com as taxas de deformações dos amortecedores componentes dos elementos flexíveis (taxas de deformação plástica), gerando “taxas de deformação elástica” que são integradas. O resultado desta integração é a entrada da função $elástica(veiculo, u)$ que evita deformações negativas, ou seja, evita que o ponto se desloque para fora dos limites originais do veículo, através de uma anulação das entradas negativas. A matriz resultante desta função possui as deformações elásticas de cada ponto do veículo e seus componentes são, então, multiplicados pelos elementos da matriz **K1** ou **K2**, determinadas anteriormente no arquivo *rigidez.m*, gerando uma matriz com as forças atuantes em cada ponto de contorno. Estas forças realimentam a função amortecedor, juntamente com as deformações totais, resultando nas “taxas de deformação plástica”, que integradas resultam nas deformações plásticas. A função $amortecedores(veiculo, u)$, nada mais faz do que dividir os elementos da matriz de forças pelos coeficientes de amortecimento viscoso, calculados segundo as mesmas expressões sugeridas por Vera et al. e utilizadas nos modelos unidimensionais. Para a realimentação da função $amortecedores(veiculo, u)$ utiliza-se o bloco de concatenação horizontal de matrizes (*horiz cat*) do Simulink para unir **d1** e a matriz de forças em uma só entrada. (Figura 49).

A matriz com as deformações totais, que é a integração da taxa de deformação armazenada em **d1** (Figura 49), é a entrada da função *deformacoes(veiculo,u)* (Apêndice A.3.15), que atualiza o contorno do veículo (**plocal1** ou **plocal2**), subtraindo do contorno inicial (**plocal1o** ou **plocal2o**) a deformação total.

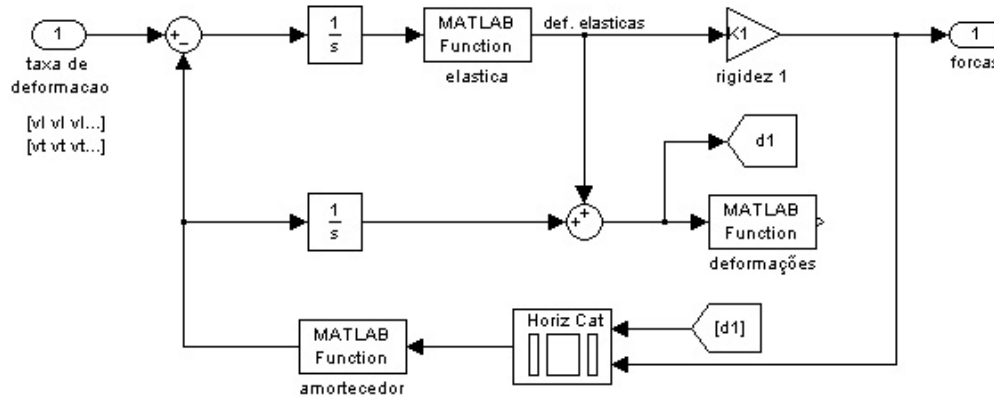


Figura 49: Elementos flexíveis utilizados na modelagem bidimensional de choque entre dois veículos.

Com a matriz composta pelas forças nos pontos de contorno do veículo é determinada uma resultante através da função *resultante(veiculo,u)*, que executa a soma dos esforços nas direções longitudinal e transversal do veículo e a soma dos momentos em relação ao centro de massa do mesmo. Esta resultante realimenta a dinâmica do veículo e é também transformada para coordenadas globais para atuar, somada com a resultante do outro veículo, sobre a massa representativa da região de contato. Exclui-se, neste último caso, o momento. Esta atuação consiste na divisão da resultante por uma massa, integrando-se o resultado para a obtenção da velocidade desta área.

O teste de contato é feito no bloco *Contato*, mostrado na Figura 50, transformando as matrizes com as coordenadas locais dos contornos dos veículos, atualizadas pelas deformações dos elementos flexíveis, em coordenadas globais pela função *atualiza(u)* (Apêndice A.3.16) e calculando as matrizes **teste1** e **teste2** pela função *isinpoly(x,y,xp,yp)* (Apêndice A.3.13) na função *contato(u)* (Apêndice A.3.17), conforme demonstrado na Figura 50. Dentro da função *atualiza(u)* também são traçados os contornos dos veículos deformados, através da função interna *plota_matriz(P)* (Apêndice A.3.18), que

liga os pontos cujas coordenadas são definidas na matriz P , formada da concatenação de $P1$ e $P2$. Este teste permitiria também a anulação dos esforços após a perda de contato, possibilitando a continuidade da simulação após o término do impacto, o que será discutido nos resultados das simulações.

A função $isinpoly(x,y,xp,yp)$ determina se um conjunto de pontos com coordenadas cartesianas dispostas em vetores x e y pertencem ou não a um polígono definido por pontos (xp,yp) , onde xp e yp são dispostos também sob a forma de vetores. Isto é feito calculando-se, para cada ponto a ser testado a soma dos ângulos entre os vetores que ligam o mesmo a dois pontos consecutivos do polígono. Se esta soma for 2π o ponto é interior e a saída será 1, caso contrário está fora do polígono e a saída será 0. O teste é exemplificado na Figura 51.

Uma outra função presente na Figura 50, $plota_matriz2(u)$ (Apêndice A.3.19), liga os vértices dos retângulos que definem as posições não deformadas dos veículos, descritos no item 4.3.2.

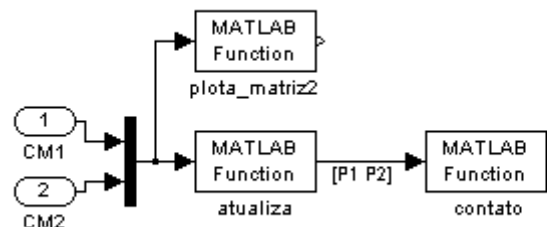
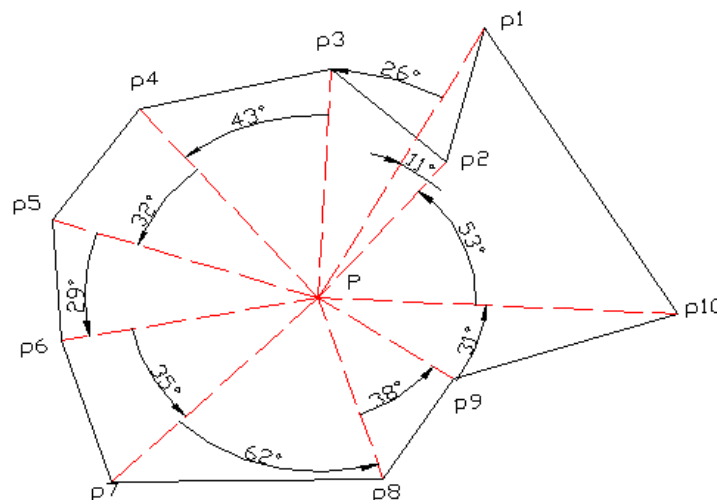
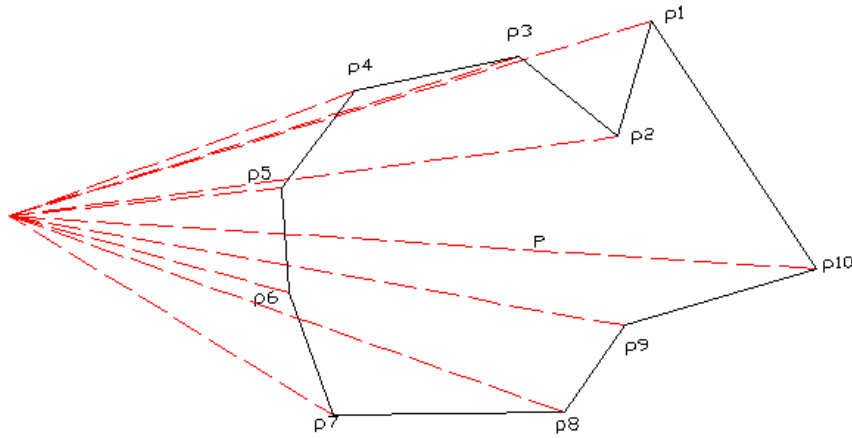


Figura 50: Teste de contato entre os veículos.



$$\sum \text{angulos} = \widehat{p_1 P p_2} + \widehat{p_2 P p_3} + \widehat{p_3 P p_4} + \dots + \widehat{p_9 P p_{10}} + \widehat{p_{10} P p_1}$$

$$\sum \text{angulos} = -11^\circ + 26^\circ + 43^\circ + 11^\circ + 32^\circ + 29^\circ + 35^\circ + 62^\circ + 38^\circ + 31^\circ + 53^\circ = 360^\circ$$



$$\sum \text{angulos} = \widehat{p_1 P p_2} + \widehat{p_2 P p_3} + \widehat{p_3 P p_4} + \dots + \widehat{p_9 P p_{10}} + \widehat{p_{10} P p_1}$$

$$\sum \text{angulos} = 0$$

Figura 51: Somatório dos ângulos a) para um ponto interior a um polígono. b) para um ponto externo ao polígono.