PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO

Gabriel Oliveira Freitas Santos

Análise numérica do comportamento dinâmico de fundações de máquinas

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção de grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia civil e Ambiental da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Celso Romanel

Rio de janeiro
Outubro de 2019

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO

Gabriel Oliveira Freitas Santos

Análise numérica do comportamento dinâmico de fundações de máquinas

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela comissão examinadora abaixo.

Prof. Celso Romanel
Orientador
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Dra Jackeline Rosemery Castañeda Huertas
Doutora– PUC-Rio

Prof. Bernadete Ragoni Danziger
Departamento de engenharia civil – UERJ

Rio de janeiro, 11 de Outubro de 2019

Gabriel Oliveira Freitas Santos

Graduou-se em Engenharia civil (UENF) em 2017, com o trabalho de conclusão de curso no tema de liquefação dinâmica em finos de minério de ferro. No mestrado, focou nos temas de dinâmica dos solos e análise de elementos finitos para desenvolvimento de uma pesquisa na área de interação solo estrutura.

Ficha Catalográfica

Santos, Gabriel Oliveira Freitas

Análise numérica do comportamento dinâmico de fundações de máquinas / Gabriel Oliveira Freitas Santos ; orientador: Celso Romanel. – 2019.

127 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2019.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Civil e Ambiental - Teses. 2. Método dos elementos finitos. 3. Dinâmica dos solos. 4. Fundações de máquinas. 5. Deslocamento em regime permanente. 6. Plaxis 3D. I. Romanel, Celso. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. III. Título.

CD

D:

624

Para minha família, em especial minha mãe Nádia, pelo apoio durante toda a minha formação acadêmica e pessoal.

Agradecimentos

Agradeço inicialmente à minha mãe Nádia pelo suporte financeiro, emocional e contínuo ao longo de toda a minha vida. Meu falecido pai Carlos pelo apoio inicial e a inspiração para buscar o caminho profissional de engenheiro civil. Minhas duas irmãs Raquel e Isabela, que me deram apoio ao longo da minha trajetória de vida.

Agradeço à PUC Rio, cujo competente corpo docente soube me transmitir os conhecimentos necessários para a elaboração desta tese. Em especial, ao meu orientador Celso Romanel, que me permitiu prosseguir com a pesquisa de forma tranquila e fluida e assim foi possível atingir um bom resultado com sugestões nos momentos certos.

Aos meus amigos, da PUC-Rio e de fora dela, em especial a Giulio, meu companheiro de república, pela ajuda inicial na mudança para o Rio e auxilio profissional e pessoal, e à minha namorada Jessica pelo apoio constante ao longo de momentos difíceis.

Devo continuar agradecendo aos obstáculos de minha vida. De forma alguma, sem os obstáculos que me são apresentados eu teria crescido pessoal e profissionalmente como cresci. Pois não há deformação sem tensão.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES)- Código de Financiamento 001.

Resumo

Santos, Gabriel Oliveira Freitas;Romanel, Celso. **Análise numérica do comportamento dinâmico de fundações de máquinas.** Rio de janeiro, 2019. 126p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Este trabalho analisa excitações verticais dinâmicas de máquinas para fundações com embutimento. Combinações de fundações superficiais e profundas, para simulação de bloco de fundações, são analisadas com uso de diferentes metodologias. Analisam-se soluções de Novak e Beredugo em combinação com Novak e El-Sharnouby, com uso de porcentagens de recalque adicional retiradas do trabalho de Poulos e Davis. Também são analisadas soluções simplificadas de fundações superficiais com embutimento de Wolf em combinação com fundações profundas de Novak e El-sharnouby, com uso de porcentagens de recalque adicional dinâmicas,obtidas com elementos finitos neste trabalho. São comparados os valores de deslocamentos de regime permanente com os obtidos por elementos finitos tridimensionais com uso do programa Plaxis 3D, comprovando a eficácia dos valores de taxa de recalque adimensional dinâmico e uso de modelo simplificado de fundações superficiais de Wolf.

Palavras chave

Método dos elementos finitos; dinâmica dos solos; fundações de máquinas; deslocamento em regime permanente; Plaxis 3D

Abstract

Santos, Gabriel Oliveira Freitas; Romanel, Celso(Advisor). **Numerical analysis of the dynamical behavior of machine foundations.** Rio de Janeiro, 2018. 126p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This paper analyzes dynamic vertical loadings due to machine foundations on embedded foundations. Combinations of shallow and deep foundations, to pile raft foundations, are analyzed using diferent approaches. First, solutions of Novak and Beredugo combined with Novak and El-Sharnouby, using additional settlement ratios from Poulos and Davis. Then it is compared to simplified embedded shallow foundations solutions by Wolf combined with Novak and El-Sharnouby, using dynamic additional settlement ratio obtained by finite elements on this paper. Settlements obtained on the steady state regime are compared to the values obtained by tridimensional finite elements using the program Plaxis 3D, proving the efficiency of dynamic additional settlement ratio and the simplified model of shallow foundations by Wolf

Keywords

Finite element method; soil dynamics; machine foundations; steady state displacements; Plaxis 3D.

Sumário

Lista de figuras

Lista de tabelas

Simbologia

P_0= amplitude da força externa total aplicada na área de contato circular (N).

ω=frequência angular da aplicação da força(rad/s).

G= módulo de elasticidade transversal do meio (N/m²).

r_0= raio da área de contato circular (m).

f_1, f_2= funções de deslocamento de Reissner (adimensional).

z_0= modos de translação de regime permanente da fundação (m).

a_0= frequência adimensional .

v_s= velocidade da onda de cisalhamento no meio elástico (m/s).

b= taxa de massa adimensional.

ρ= massa específica do solo (kg/m³).

m=massa da fundação e máquina oscilatória (kg).

A_z= amplitude de deslocamentos de regime permanente (m).

Q_0= amplitude da força interna total aplicada em área de contato circular (N).

d= excentricidade do carregamento (m)

ϕ= ângulo de fase entre momento de aplicação de carregamento máximo e deslocamento máximo (rad).

σ_z= tensão vertical (N/m²).

$K_z, K_s, k_{\theta s}, k_\psi, k_{xs}$= modos de rigidezes estáticos da fundação (N/m).

$C_{z,} c_\psi, c_{xs}$= modos de amortecimentos da fundação (N*s/m)

$B_z, B_{\theta,} B_\psi, B_x$= modos de taxa de massa adimensional de Lysmer (adimensional)

F, F_1, F_2= funções de deslocamento de Lysmer (adimensional).

M= fator de magnificação de deslocamento dinâmico (adimensional).

ξ, ξ_ψ= modos de taxa de amortecimento (adimensional).

$c_c, c_{\psi c},$= modos de amortecimento crítico (N*s/m).

f_m =frequência de ressonância para carregamento constante (Hz).

f_{mr}= frequência de ressonância para carregamento dependente da frequência (Hz).

$\tau_{z\theta}$= tensão de cisalhamento devido a um momento aplicado (N/m²).

$\tau_{\theta r}$= torque aplicado (N*m).

I_θ = momento de inércia no eixo de rotação (m^4).

x= distância horizontal dos pesos desbalanceados ao centro de massa (m).

T_ψ= torque para rocking (N*m).

ψ_s= rotação de rocking estática da fundação (rad.).

I_ψ =o momento de inércia em torno do eixo y (m^4).

x_s= deslocamento horizontal estático da fundação (m).

x_g= deslocamento horizontal na base (m)

h_0= altura da fundação (m)

ψ= rotação devido ao rocking no topo da fundação (rad).

K_d= rigidez dinâmica da fundação (N/m)

k= coeficiente de rigidez dinâmico (adimensional)

c=coeficiente de amortecimento dinâmico (adimensional)

ω_n= frequência natural do meio (rad/s)

C = amortecimento do sistema (N*s/m)

B= dimensão significativa da fundação do problema (m).

K_1= componente real de impedância dinâmico

K_2= componente imaginário de impedância dinâmico.

R_0, R_{0x}, R_{0y}, R_{0z}= raios equivalentes para modos de vibração de fundações retangulares (m).

L= comprimento de fundação retangular (m).

H = espessura da camada de solo sobre o estrato rígido (m).

D= profundidade de embutimento da fundação (m).

G_s: módulo de elasticidade transversal da camada lateral em contato com a fundação (N/m²).

∂= taxa de embutimento da fundação (adimensional).

z_c: distância da linha de ação do carregamento vertical do centro de gravidade da fundação (m).

M_0 ,M_ξ , $M_{\psi 0}$, $M_{\xi 0}$ = momentos aplicados para casos de fundações com embutimento (N*m).

k_{xx}, $k_{x\psi}$,$k_{\psi\psi}$, k, k_ξ, $k_{\xi\xi}$, $k_{\xi\psi}$, $k_{\xi x}$= modos de rigidezes para casos de fundações com embutimento (N/m).

c_{xx},$c_{x\psi}$, $c_{\psi\psi}$, c, c_ξ , $c_{\xi\xi}$, $c_{\xi\psi}$, $c_{\xi x}$= modos de amortecimentos para casos de fundações com embutimento (N*s/m).

C_{u1}, $C_{\psi 1}$, C_{u2}, $C_{\psi 2}$, C_1,C_2, $C_{\xi 1}$, $C_{\xi 2}$,S_{u1}, $S_{\psi 1}$, S_{u2}, $C_{\psi 2}$, S_1, S_2, $S_{\xi 1}$, $S_{\xi 2}$ = modos de funções polinomiais para rigidezes e amortecimentos de fundações com embutimento (adimensional).

e= excentricidade do esforço torcional em relação ao eixo principal da fundação (m).

E_p= módulo de elasticidade da estaca (N/m²)

f_{z1} , f_{z2} = parâmetros adimensionais para cálculo de rigidezes dinâmicas de estacas (adimensional).

$k_{z(g)}$= rigidez para grupos de estacas (N/m).

$c_{z(g)}$= amortecimento para grupos de estacas (N*s/m).

n = número de estacas do grupo (adimensional)

α_s = taxa de recalque adicional devido a estacas nas proximidades para o caso estático (adimensional).

α_D = taxa de recalque adicional devido a estacas nas proximidades para o caso dinâmico(adimensional).

E_{oed}^{ref}= módulo de elasticidade oedométrico de referência(N/m²).

E_{50}^{ref}= módulo de elasticidade a 50% da tensão de ruptura de referência (N/m²).

E_{ur}^{ref}= módulo de elasticidade de descarregamento de referência (N/m²).

1.Introdução

O problema de excitação de regime permanente de fundações dinâmicas é estudado devido ao processo de industrialização. Carregamentos cíclicos aos quais indústrias estão tipicamente sujeitas devido ao movimento de suas máquinas causam deslocamentos adicionais da estrutura de maneira perpétua.

Esses deslocamentos são oscilatórios e compreendidos como uma resposta harmônica da estrutura. Desse modo, as máquinas do edifício devem estar preparadas para sofrer o deslocamento a cada novo ciclo de carregamento, e projetadas para não sofrerem carregamentos em excesso danosos à própria máquina.

A avaliação de deslocamentos do solo permite a realização de um projeto de fundação. Porém, na interface de solo e estrutura, ocorrem diferenças entre as deformações dos elementos já que ambos têm diferentes comportamentos de tensão-deformação. Isso causa redistribuição de tensões, o que altera significativamente o projeto inicialmente analisado. Logo, a consideração de um problema de carregamentos dinâmicos levando em conta o material da estrutura e do solo é de grande interesse do ponto de vista de dinâmica dos solos.

O estudo da interação solo-estrutura dinâmica foi muito estimulado pela indústria nuclear e off-shore na década de 1970. Nesse tipo de indústria, deslocamentos diferenciais podem causar grandes perdas em termos financeiros e de vidas humanas. Uma fundação de máquina calculada de maneira imprópria impacta na eficiência da máquina, e também cria problemas estruturais, acústicos, ambientais e de manutenção anormal, mesmo com a máquina em boas condições. (RAO, N., 2011, tradução livre).

Durante este trabalho, serão avaliados majoritariamente casos de excitações verticais de fundações de máquinas superficiais, profundas e blocos de fundações.

2.Revisão bibliográfica

2.1.Excitações de fundações verticais circulares em meio homogêneo

Lamb (1904), citado por Jr., Ichart et al(1970), inicialmente trata do “problema de Boussinesq dinâmico de carregamento” para um semi-espaço infinito e isotrópico, com forças horizontais ou verticais oscilando em um ponto do interior do meio. Através de integração das soluções da força oscilante vertical em uma área finita da superfície, a tensão de contato dinâmica na superfície da fundação pode ser avaliada, e a resposta dinâmica também. Pelo princípio de trabalho de Maxwell do caso estático, um deslocamento horizontal produzido em um ponto da superfície por uma carga unitária vertical oscilatória é de mesmo módulo que um deslocamento vertical produzido por uma carga unitária horizontal oscilatória, deste modo permitindo aplicação da teoria para diferentes direções de carregamento.

Reissner,(1936), citado por Ichart et. al (1970), desenvolve sua teoria com a consideração de uma massa oscilatória que produz tensão vertical uniforme sobre área circular de fundação flexível. A figura 1 ilustra o problema idealizado por Reissner.

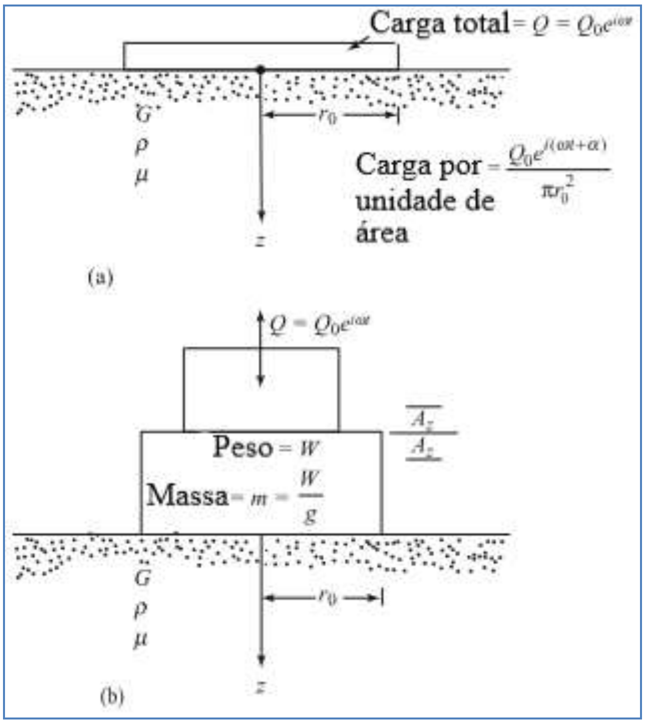

Figura 1: Problema de carregamento dinâmico de carregamento vertical dinâmico homogêneo em fundação flexível (retirado de Das e Ramana, 2010, adaptado).

Com a integração da solução de Lamb sob uma área circular, encontra-se como resultado o deslocamento segundo a equação (2.1):

$$z_0 = \frac{P_0 * \ e^{i*\omega*t} * (f_1 + i * f_2)}{G * r_0} \tag{2.1}$$

Sendo P_0= amplitude da força total aplicada na área de contato circular (N); ω =frequência angular da aplicação da força(rad/s); G = módulo de elasticidade transversal do meio (N/m²); r_0= raio da área de contato circular (m); f_1, f_2= funções de deslocamento de Reissner (1936) (adimensional).

Reissner (1936) estabelece funções de deslocamento dependentes dos parâmetros de ν (coeficiente de Poisson) e a_0 (frequência adimensional), sendo esta última uma variável utilizada para facilitar o desenvolvimento do problema dinâmico para diversos casos de dimensões de fundações no semi-espaço, segundo a equação (2.2):

$$a_0 = \frac{\omega * r_0}{v_s} \tag{2.2}$$

Sendo v_s= velocidade da onda de cisalhamento no meio elástico (m/s).

Além disso, Reissner (1936) também estabeleceu a taxa de massa adimensional, variável que permite a caracterização da estrutura de fundações de diversas massas, em relação a uma mesma área de contato circular com a fundação, segundo a equação (2.3):

$$b = \frac{m}{\rho * r_0^3} \tag{2.3}$$

Sendo m=massa da fundação e máquina oscilatória (kg);ρ= massa específica do solo (kg/m³)

Normatizadas as amplitudes e massas da fundação com os parâmetros de frequência e taxas de massa adimensionais, a resolução da equação de deslocamentos da fundação fornece as amplitudes de deslocamentos máximas devido a forças externas de acordo com a equação (2.4):

$$A_z = \frac{Q_0}{G * r_0} * \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{((1 - b * a_0^2 * f_1)^2 + b * a_0^2 * f_2)^2)}} \tag{2.4}$$

Supondo Q uma força excitante harmônica $Q = Q_0$*$e^{i*\omega*t}$.

O valor de força Q_0 pode ser constante ou dependente de frequência da máquina. ($Q_0 = m_e * d * \omega^2$), sendo d a excentricidade do carregamento, e me a soma das massas excitantes de um oscilador de duas massas. A figura 2 ilustra o caso de carregamento dinâmico dependente da frequência da máquina.

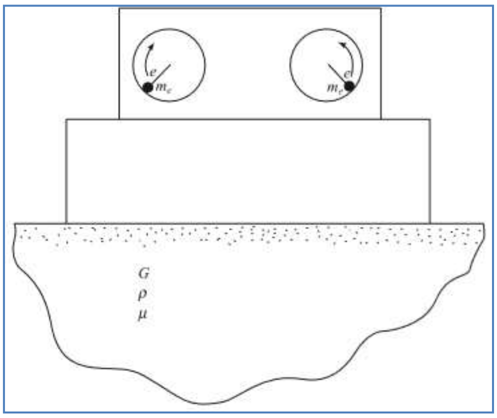

Figura 2: Carregamento dinâmico por uma força excitante dependente da frequência (retirado de Das e Ramana, 2010).

O ângulo de fase entre a força externa e o deslocamento, também interpretado como diferença no período entre o momento de valor máximo de força atuante e valor máximo de deslocamento decorrente, é dado pela equação (2.5):

$$tan\phi = \frac{f_2}{(-f_1 + b * a_0^2\left(f_1^2 + f_2^2\right))} \quad (2.5)$$

Reissner (1936) formulou o problema, porém apresenta um erro na solução de sua função de deslocamento f_2. Sua contribuição na área é significativa por levar ao desenvolvimento de outras soluções mais assertivas.

Quirlan (1953) e Sung,(1953), citados por Ichart et. al. (1970),estendem o trabalho de Reissner (1936) considerando o efeito da variação de tensão de contato na área de carregamento circular. Estabelecem para o caso de fundação rígida, com deslocamentos iguais em sua superfície, a variação de tensões verticais ao longo do raio da fundação, de acordo com a equação (2.6):

$$\sigma_z = \frac{P_0 * \ e^{i*\omega*t}}{2 * \pi * r_0\sqrt{(r_0^2 - r^2)}} \quad (2.6)$$

Também foi estabelecida a variação de tensões verticais para o mesmo caso de fundação rígida, com a distribuição de carregamento uniforme, ou seja, com a mesma tensão desenvolvida ao longo do raio, segundo a equação (2.7):

$$\sigma_z = \frac{P_0 * e^{i*\omega*t}}{\pi * r_0^2} \tag{2.7}$$

Ainda há outra solução para variação de tensões verticais com uma distribuição de carregamento da fundação em formato parabólico, segundo a equação (2.8):

$$\sigma_z = \frac{2 * P_0 * (r_0^2 - r^2)\; e^{i*\omega*t}}{\pi * r_0^4} \tag{2.8}$$

A contribuição de Quirlan (1953) e Sung (1953) constata que maiores deslocamentos são gerados conforme há maior carregamento na zona central da fundação. Desse modo, um calculista poderia controlar os deslocamentos dinâmicos de seu edifício aumentando a rigidez de sua fundação.

Há uma verificação no estudo que indica que menores coeficientes de Poisson e maiores valores de taxa de massa adimensional geram maiores amplitudes de deslocamento.

Bycroft (1956), citado por Ichart et. al (1970), prova que as tensões estabelecidas por uma fundação rígida para deslocamentos uniformes em situação estática não são as mesmas para o caso dinâmico. Além disso, avalia deslocamentos médios para fundações e corrige os valores das funções de deslocamento f_1 e f_2 de Reissner. A função f_2 basicamente descreve o amortecimento do meio, atingindo o valor 0 em frequência adimensional 0. Portanto, f_1 se iguala ao valor de deslocamento estático para o caso.

Hsieh, (1962), citado por Ichart et. al (1970), reorganiza a teoria de Reissner permitindo a melhora do conceito de amortecimento geométrico para a teoria elástica. Considerando uma fundação circular sem massa de mesmas características de Reissner, derivando a equação (2.1):

$$\frac{dz}{dt} = \frac{P_0 * \omega * e^{i*\omega*t} * (if_1 - f_2)}{G * r_0} \tag{2.9}$$

Podendo-se então estabelecer a relação:

$$f_1 * \omega * z - f_2 * \frac{dz}{dt} = \frac{P * \omega}{G * r_0} * (f_1^2 + f_2^2) \tag{2.10}$$

Assim, isolando-se a força dinâmica, obtém-se coeficientes associados à rigidez (mola) e amortecimento (amortecedor) do sistema, de acordo com a equação (2.11):

$$P = G * r_0 * \frac{f_1}{(f_1^2 + f_2^2)} - \frac{G * r_0}{\omega} * \frac{f_2}{(f_1^2 + f_2^2)} \frac{dz}{dt} = K_z * z + C_z * \frac{dz}{dt} \tag{2.11}$$

Sendo esta uma força interna atuante, o equilíbrio de forças internas e externas permite a inclusão de uma relação de massa do sistema no problema, de acordo com as equações (2.12) e (2.13), respectivamente:

$$m * \frac{d^2 z}{dt^2} = Q - P \tag{2.12}$$

$$K_z * z + C_z * \frac{dz}{dt} + m * \frac{d^2 z}{dt^2} = Q = Q_0 * e^{i*\omega*t} \tag{2.13}$$

Agora, associa-se a vibração do meio ao sistema massa mola e amortecedor, sendo a mola relacionada a f_1 e o amortecedor, dependente da frequência, relacionado a f_2. Essas analogias também se provam válidas para outros casos de carregamento. A figura 3 ilustra o problema de Hsieh (1962), denotando as variáveis estabelecidas na formulação:

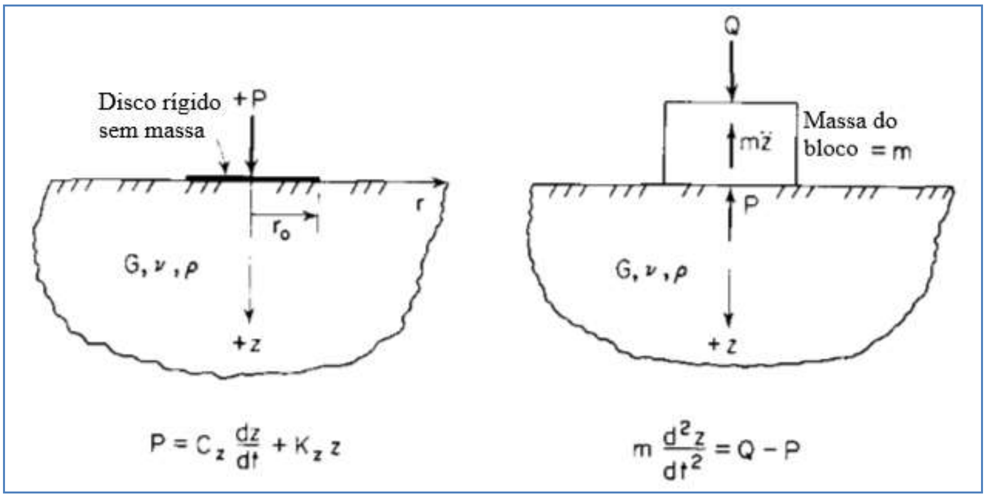

Figura 3: Desenvolvimento do problema de Hsieh (1962) e equações associadas (retirado de Ichart et. al.,1970, adaptado).

Lysmer (1965), citado por Ichart et. al (1970), supondo a fundação circular como uma série de anéis concêntricos, cada um com tensões uniformes de diferentes magnitudes, pôde estabelecer um deslocamento constante abaixo da fundação e avaliar a resposta dinâmica do sistema à excitação periódica.

Lysmer (1965) modifica funções de deslocamento F e taxa de massa adimensional B_z para eliminar a influência do coeficiente de Poisson das equações dinâmicas, de acordo com as equações (2.14), (2.15) e (2.16), respectivamente:

$$f = f_1 + i * f_2 \tag{2.14}$$

$$F = \frac{4}{(1-\nu)} * f = F_1 + i * F_2 \tag{2.15}$$

$$B_z = \frac{(1-\nu)}{4} * b \tag{2.16}$$

A equação de deslocamento desenvolvida por Reissner então se reduz a:

$$z = \frac{P}{k_z} * F \tag{2.17}$$

Sendo k_z rigidez retirada de Hsieh (N/m) com as funções de deslocamento F_1 e F_2 .

Com as devidas substituições, a amplitude de deslocamentos de Reissner (1936) então pode ser reduzida a:

$$A_z = \frac{(1-\nu) * Q_0}{4 * G * r_0} * M \tag{2.18}$$

Sendo M o fator de magnificação de deslocamento dinâmico (adimensional).

Para o caso de excitação dependente da frequência, substituindo-se o carregamento na fórmula de amplitude de deslocamentos, encontra-se a amplitude de acordo com a equação (2.19):

$$A_z = \frac{m_e * d}{m} * M * a_0^2 * B_z = \frac{m_e * d}{m} * M_r \tag{2.19}$$

Após avaliar coeficientes de mola e amortecimento efetivo com a frequência adimensional, Lysmer (1965) constatou que valores constantes com a frequência poderiam ser usados. O de mola, equivalente ao estático:

$$k_z = \frac{4 * G * r_0}{(1-\nu)} \tag{2.20}$$

E na faixa de frequência adimensional de 0 a 1, os melhores valores de amortecimento, por ajuste de curva:

$$c_z = \frac{3.4 * r_0^2}{(1-\nu)} * \sqrt{\rho * G} \tag{2.21}$$

Introduzindo esses valores constantes na equação de equilíbrio de Hsieh (1962), encontra-se a equação de movimento vertical na analogia de Lysmer:

$$\frac{4 * G * r_0}{(1-\nu)} * z + \frac{3.4 * r_0^2}{(1-\nu)} * \sqrt{\rho * G} * \frac{dz}{dt} + m * \frac{d^2 z}{dt^2} = Q \tag{2.22}$$

Substituindo esses valores, pode-se estabelecer, de acordo com sistemas de vibração de um grau de liberdade, o amortecimento crítico do meio de acordo com a equação:

$$c_c = 2 * \sqrt{k_z * m} \tag{2.23}$$

Com o uso do amortecimento crítico, pode-se definir a taxa de amortecimento, de acordo com a equação:

$$\xi = \frac{c_z}{c_c} = \frac{0.425}{\sqrt{B_z}} \tag{2.24}$$

A frequência de ressonância do sistema, para vibração de carregamento constante é obtida pela equação (2.25):

$$f_m = \frac{1}{2\pi} * \sqrt{\frac{k_z}{m}} * \sqrt{(1 - 2 * \xi^2)} = \frac{v_s}{2\pi * r_0} * \sqrt{\frac{B_z - 0.36}{B_z}} \tag{2.25}$$

Já a frequência de ressonância do sistema devido à vibração de carregamento dependente da frequência é obtida pela equação (2.26):

$$f_{mr} = \frac{v_s}{2\pi * r_0} * \sqrt{\frac{0.9}{B_z - 0.45}} \tag{2.26}$$

Sendo estas esxpressões válidas para taxa de massa adimensional maior que 1. Substituindo o fator de magnificação dependente da taxa de amortecimento, para carregamento constante, encontra-se a amplitude de deslocamento máxima:

$$A_z = \frac{(1-\nu)}{4 * G * r_0} * \frac{B_z}{0.85 * \sqrt{B_z - 0.18}} \tag{2.27}$$

De forma equivalente, para o carregamento dependente da frequência:

$$A_z = \frac{m_e * d}{m} * \frac{B_z}{0.85 * \sqrt{B_z - 0.18}} \tag{2.28}$$

E o ângulo de fase entre a excitação da força e o deslocamento é:

$$\tan \phi = \frac{0.85 a_0}{B_z * a_0^2 - 1} \tag{2.29}$$

A maior contribuição de Lysmer (1965) em seu estudo foi estabelecer a relação entre a teoria do semi-espaço elástico e o sistema massa-mola-amortecedor, além de estabelecer constantes de massa e amortecedor para o problema de excitação vertical.

2.2. Excitação de torção em fundação circular no semi-espaço homogêneo

Reissner (1937), citado por Ichart et. al (1970), apresenta soluções analíticas para a oscilação torcional de uma fundação circular em um semi-espaço homogêneo., formulando a variação tensão de cisalhamento ao longo do raio da fundação desenvolvida embaixo da fundação devido ao torque pela equação (2.30):

$$\tau_{z\theta} = \frac{3 * \tau_{\theta r}}{4 * \pi * r_0^3 \sqrt{(r_0^2 - r^2)}} \tag{2.30}$$

Sendo o $\tau_{\theta r}$ = torque aplicado (N*m).

A relação entre o torque e ângulo de rotação em condição estática determina a constante elástica de mola:

$$k_{\theta s} = \frac{16 * G * r_0^3}{3} \tag{2.31}$$

A taxa de massa adimensional é alterada para o problema de forma a se relacionar com o momento de inércia do eixo da fundação:

$$B_\theta = \frac{I_\theta}{\rho * r_0^5} \tag{2.32}$$

Sendo I_θ o momento de inércia no eixo de rotação (m^4).

O fator de magnificação dinâmico do problema é análogo ao do caso de vibração vertical.

Também análogo ao caso de excitação vertical, a excitação torcional pode ser constante ou dependente da frequência, de acordo com a equação (2.33):

$$\tau_0 = m_e * d * x * \omega^2 \tag{2.33}$$

Sendo x a distância horizontal dos pesos desbalanceados ao centro de massa (m).

A amplitude de rotação com excitação dependente da frequência é multiplicada pela relação entre o torque dos pesos desbalanceados e o torque da fundação, análoga à amplitude vertical dependente da frequência.

Este tipo de excitação independente do coeficiente de Poisson é pouco afetada por amortecimento por radiação, uma vez que a vibração promova apenas a propagação de ondas de cisalhamento através do solo.

2.3.Excitação de rocking de fundação circular no semi-espaço homogêneo

Para o caso de excitação de rocking em uma fundação circular no semi-espaço homogêneo, Bycroft(1956) , citado por Ichart et. al (1970), formula a variação de tensões normais ao longo do raio da fundação devido ao torque de rocking em torno de um eixo paralelo à direção da fundação, produzindo um ângulo em relação ao eixo perpendicular à fundação:

$$\sigma_z = \frac{3 * T_\psi * r * \cos\theta * e^{i*\omega*t}}{2 * \pi * r_0^3 \sqrt{(r_0^2 - r^2)}} \tag{2.34}$$

Sendo T_ψ= torque para rocking (N*m).

A rotação estática do problema é então dada pela equação (2.35):

$$\psi_s = \frac{3 * (1 - \nu) * T_\psi}{8 * G * r_0^3} \tag{2.35}$$

A taxa de massa adimensional do problema é desenvolvida agora em função do momento de inércia em relação ao rocking, segundo a equação (2.36):

$$B_\psi = \frac{3 * (1 - \nu) * I_\psi}{8 * \rho * r_0^5} \tag{2.36}$$

Sendo I_ψ o momento de inércia em torno do eixo paralelo da fundação (m^4).

A analogia das amplitudes de rocking, excitação dependente da frequência e fatores de magnificação seguem a mesma lógica dos casos anteriores.

.A torção dependente da frequência também (com o braço de alavanca relativo ao eixo de profundidade).

Esse tipo de vibração apresenta elevadas amplitudes de rotação por haver pouca dissipação de energia por transmissão de ondas elásticas nesse modo, e pela energia de deformação do meio ser continuamente transferida a ambos os lados da fundação devido à natureza do movimento do rocking.

Hall (1967), , citado por Ichart et. al (1970), promove uma analogia para o problema de rocking similar à analogia de Lysmer de sistema massa mola amortecedor, para o caso de excitação devido ao rocking, de acordo com a equação (2.37):

$$k_\psi * \psi + c_\psi * \frac{d\psi}{dt} + I_\psi * \frac{d^2\psi}{dt^2} = T_\psi * e^{i*\omega*t} \quad (2.37)$$

Com a expressão do momento de inércia em relação ao centro de rotação (kg*m²) expresso por (2.38):

$$I_\psi = \frac{\pi * r_0^2 * h * \gamma}{g} * \left(\frac{r_0^2}{4} + \frac{h^2}{3}\right) \quad (2.38)$$

Sendo γ o peso específico da fundação (N/m³).

Introduz-se a constante estática de mola (N*m) dividindo-se o torque estático pela rotação estática segundo a equação (2.39):

$$k_\psi = \frac{8 * G * r_0^3}{3 * (1 - \nu)} \quad (2.39)$$

O coeficiente de amortecimento para o problema de rocking é expresso por (2.40):

$$c_\psi = \frac{0.8 * r_0^4}{(1 - \nu) * (1 + B_\psi)} * \sqrt{\rho * G} \quad (2.40)$$

Para o problema, são definidos os coeficientes de amortecimento crítico e taxa de amortecimento de acordo com as equações (2.41) e (2.42), respectivamente:

$$c_{\psi c} = 2 * \sqrt{k_\psi * I_\psi} \quad (2.41)$$

$$\xi_{\psi} = \frac{0.15}{(1 + B_{\psi}) * \sqrt{B_{\psi}}} \qquad (2.42)$$

Deve haver uma correção da porcentagem de massa (ou momento de inércia) para que a analogia de Hall (1967) esteja de acordo com a teoria do meio elástico.

2.4.Excitação horizontal de fundação circular em meio homogêneo

Para excitações puramente horizontais em um disco rígido no semi-espaço, um problema dinâmico puramente matemático por não ser possível aplicar esse tipo de carregamento separadamente, Bycroft (1956) desenvolve um valor de taxa de massa adimensional segundo a equação (2.43):

$$B_x = \frac{(7 - 8 * \nu) * m}{32 * (1 - \nu) * \rho * r_0^3} \qquad (2.43)$$

Além disso, avalia o deslocamento estático para o problema, de acordo com a equação (2.44):

$$x_s = \frac{(7 - 8 * \nu) * Q_0}{32 * (1 - \nu) * G * r_0} \qquad (2.44)$$

O fator de magnificação para o problema é estabelecido de forma análoga aos anteriores. O grau de liberdade horizontal é associado com elevado amortecimento.

Hall (1967) estabelece também para o modo horizontal um vínculo entre o meio elástico e o sistema massa mola amortecedor. Desenvolve os coeficientes estático de mola e de amortecimento seguindo as equações (2.45) e (2.46):

$$k_{xs} = \frac{32 * (1 - \nu) * G * r_0}{(7 - 8 * \nu)} \qquad (2.45)$$

$$c_{xs} = \frac{18.4 * (1-\nu) r_0^2}{(7 - 8 * \nu)} * \sqrt{\rho * G}$$ (2.46)

2.5.Modos acoplados de excitações de rocking e horizontal

Ichart, et. al.(1970) afirmam que o caso real de excitação horizontal está associado com um movimento acoplado de rocking na base, como ilustrado na figura 4:

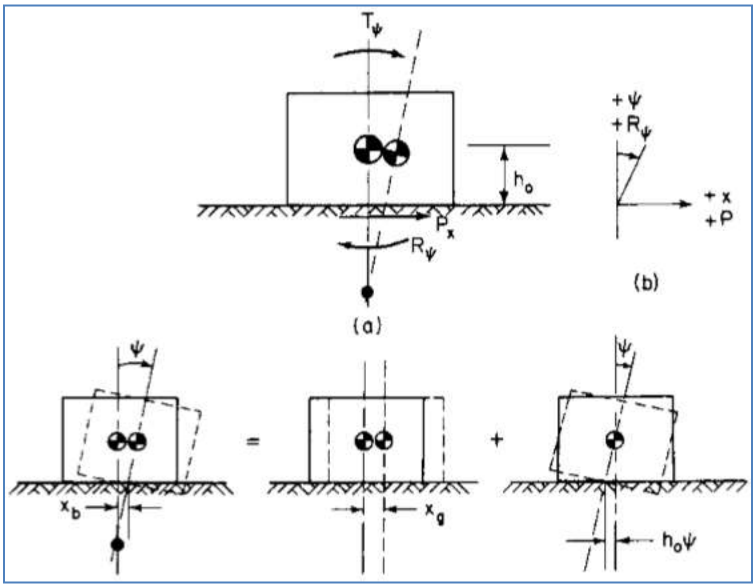

Figura 4: Movimento acoplado de vibração horizontal e rocking (retirado de Ichart et. al.,1970).

O deslocamento horizontal real da base é obtido por uma subtração entre o deslocamento em relação ao centro de gravidade da fundação e o deslocamento associado à rotação do corpo da fundação, de acordo com a equação (2.47):

$$x_b = x_g - h_0 * \psi$$ (2.47)

Sendo x_g = deslocamento horizontal na base (m), h_0 = altura da fundação (m), ψ= rotação devido ao rocking no topo da fundação (rad).

Desse modo, os valores de deslocamentos reais de cada modo de vibração são reescritos de modo a acoplar os movimentos de excitação horizontal e rocking, respectivamente nas equações (2.48) e (2.49). Compreende-se que não há de fato um carregamento horizontal atuante, e por essa razão na equação (2.48) este é considerado zero. Jà a equação (2.49) possui o torque atuante, sendo considerado no equilíbrio de momentos.

$$k_x * x_g + c_x * \frac{dx_g}{dt} + m * \frac{d^2 x_g}{dt^2} - h_0 * k_x * \psi - h_0 * c_x * \frac{d\psi}{dt} = 0 \tag{2.48}$$

$$\begin{aligned}&(k_\psi + h_0^2 * k_x) * \psi + \left(c_\psi + h_0^2 * c_x\right) * \frac{d\psi}{dt} \\ &+ I_g * \frac{d^2\psi}{dt^2} - h_0 * c_x * \frac{dx_g}{dt} - h_0 * k_x * x_g = T_\psi\end{aligned} \tag{2.49}$$

2.6.Fundações corridas e retangulares em semi-espaço homogêneo

A solução de fundações corridas rígidas envolve a consideração de que o meio pode ser trabalhado conforme o estado plano de deformação, de forma que uma consideração 2D do meio será suficiente para o desenvolvimento da resposta.

Gazetas (1983) apresenta o conceito de “impedâncias dinâmicas”, os quais são coeficientes normalizados de massa e amortecedor dependentes da frequência adimensional que multiplicam a rigidez estática para atribuir o valor da rigidez dinâmica em determinada frequência. Tal analogia de impedância pode ser utilizada para diferentes modos de vibração. As equações (2.50), (2.51) e (2.52) ilustram a idealização do problema:

$$K_d = K_s(k + i * a * c) \tag{2.50}$$

$$k = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \tag{2.51}$$

$$c = \frac{C}{K_s} * \frac{v_s}{B} \tag{2.52}$$

Sendo K_d= rigidez dinâmica da fundação (N/m), K_s= rigidez estática da fundação (N/m), k= coeficiente de rigidez dinâmico (adimensional), c=coeficiente de amortecimento dinâmico (adimensional), ω_n= frequência natural do meio (rad/s), C = amortecimento do sistema (N*s/m), B = dimensão significativa da fundação do problema (m).

São citadas em Gazetas (1983) resoluções por meio de tabelas de problemas de fundações corridas de Gazetas (1975) por procedimento semi-analítico, para encontrar as impedâncias dinâmicas de fundações corridas em função da frequência adimensional, para diversos modos de vibração.

Cita-se que os coeficientes concordam com a solução estática para fundações corridas, às quais atribuem o valor de rigidez estática. Porém, os coeficientes de impedâncias dinâmicas de Gazetas (1975) se relacionam à forma menos desenvolvida da equação de impedância dinâmica, escrita como:

$$K(\omega) = K_1(\omega) + i * K_2(\omega) \tag{2.53}$$

Sendo K_1 o componente real de impedância dinâmico e K_2 o componente imaginário de impedância dinâmico.

A figura 5 ilustra os coeficientes de impedâncias de Gazetas (1975) para fundações rígidas corridas nos modos de vibração vertical, horizontal e de rocking.

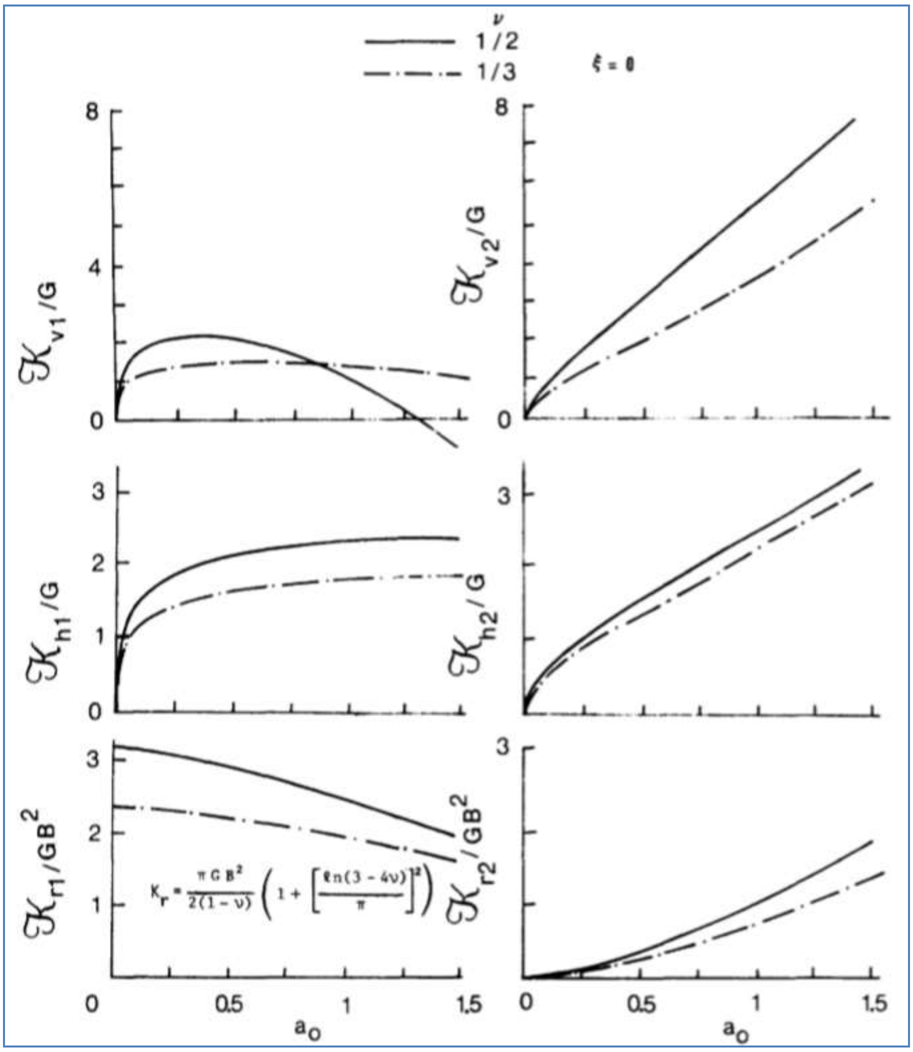

Figura 5: valores de impedâncias dinâmicas para diferentes modos de vibração de fundações corridas rígidas em função da frequência adimensional (retirado de Gazetas, 1983).

Elorduy, et. al.(1967), citados em Gazetas (1983), avaliaram funções de deslocamento para sapatas retangulares (dimensões 2l x 2d) de mesma área de que as circulares, e para valores de l/d≤ 2, pode ser tratada como a mesma solução.

Há uma equivalência das fórmulas de rigidezes estáticas circulares e retangulares, de acordo com áreas e momentos de inércias equivalentes da fundação retangular, dados pelos respectivos modos de vibração (dimensão da fundação=2B x 2L).

Para o modo translacional, o raio equivalente para o calculo correto das amplitudes é dado por:

$$R_0 = \sqrt{\frac{2B * 2L}{\pi}} \tag{2.54}$$

Para os modos rotacionais, o raio equivalente para cálculo correto das amplitudes, em relação a cada um dos eixos de inércia, é dado por:

$$R_{0x} = \sqrt[4]{\frac{16 * L * B^3}{3 * \pi}} \tag{2.55}$$

$$R_{0y} = \sqrt[4]{\frac{16 * B * L^3}{3 * \pi}} \tag{2.56}$$

$$R_{0z} = \sqrt[4]{\frac{16 * B * L(B^2 + L^2)}{6 * \pi}} \tag{2.57}$$

Há outra correção a se fazer de acordo com a relação B/L da fundação, dada por diversos autores, a se multiplicar pela rigidez obtida para cada caso, o qual para valores de B/L menores do que 4 não diverge de mais do que 10%, um erro insignificante do ponto de vista geotécnico. Para valores maiores do que 4, a fundação tende a se comportar como um fundação corrida.

As figuras 6 e 7 ilustram as impedâncias dinâmicas dependentes da frequência obtidas para fundações retangulares com método dos elementos de contorno, para diferentes L/B e $\nu = 1/3$:

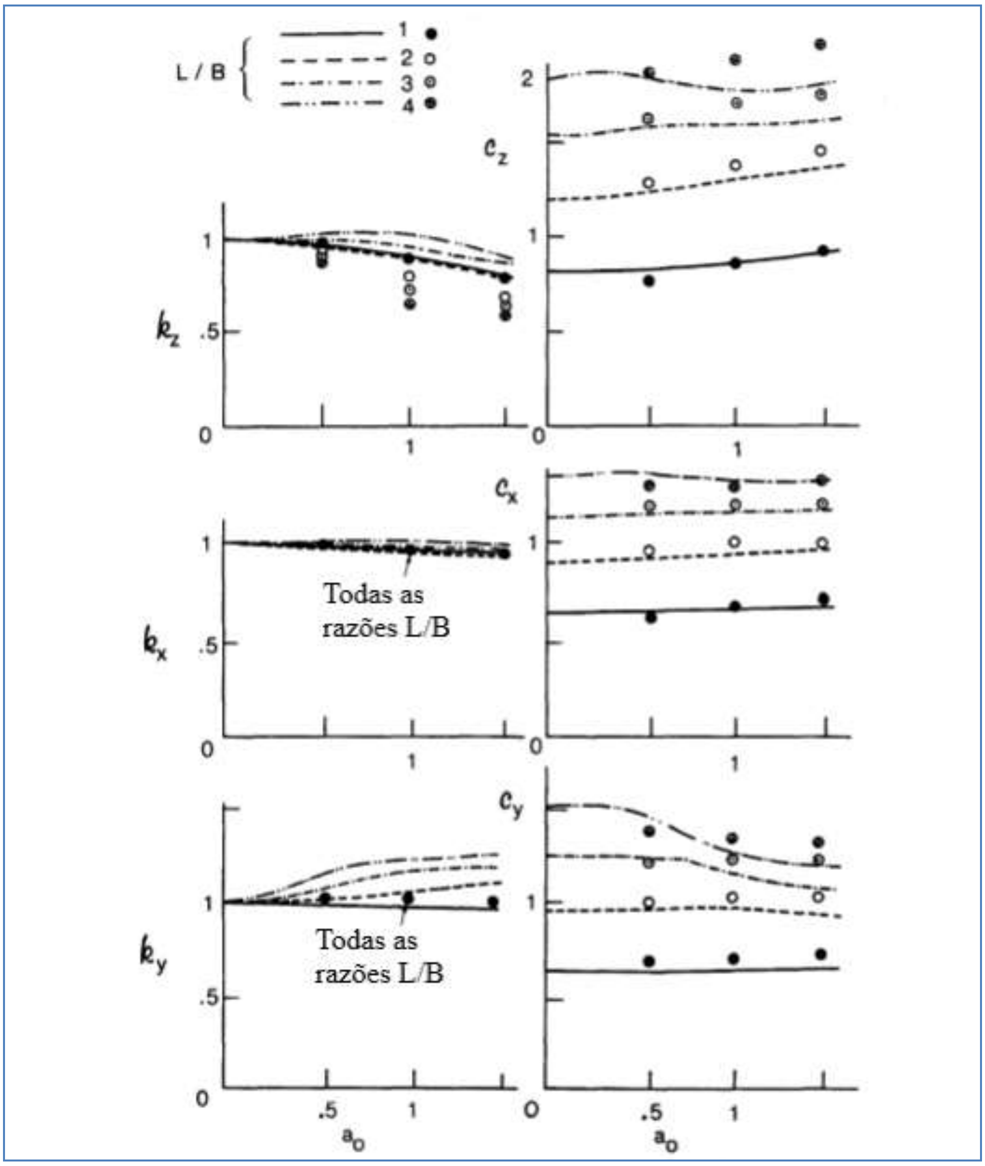

Figura 6: Impedâncias dinâmicas dependentes da frequência para fundações retangulares para modo translacional (retirado de Gazetas, 1983, adaptado).

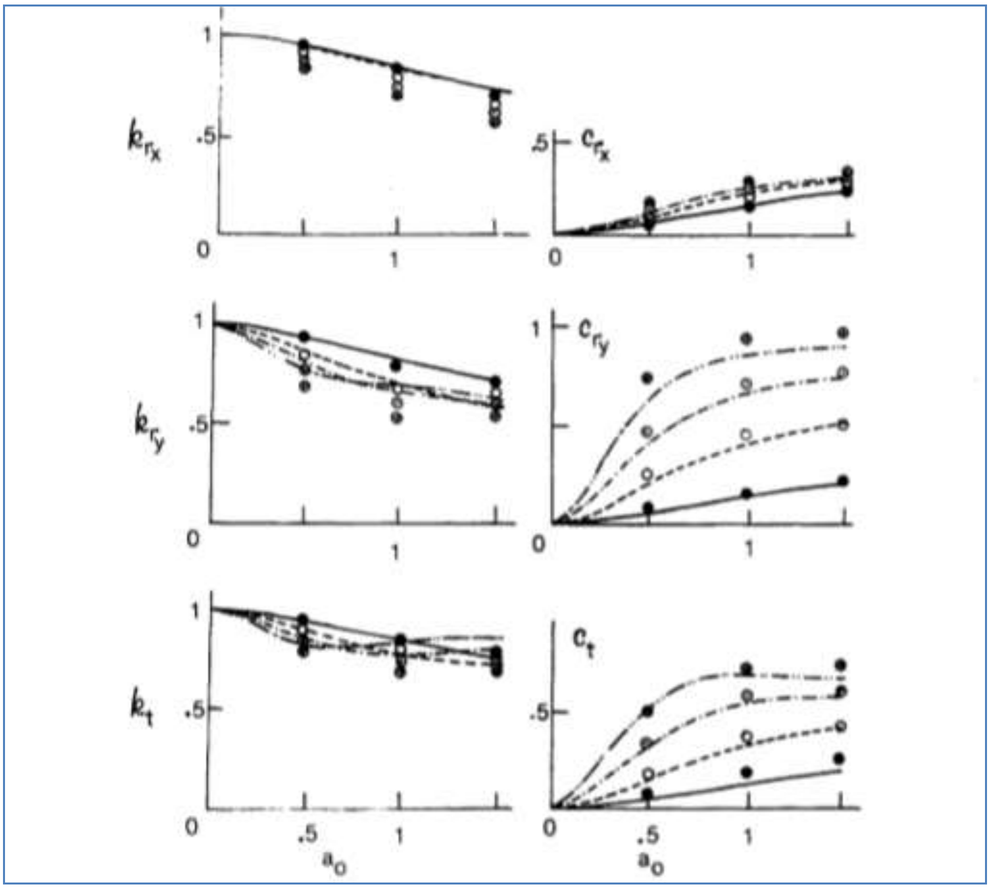

Figura 7: Impedâncias dinâmicas dependentes da frequência para fundações retangulares para modo rotacional (retirado de Gazetas, 1983).

2.7.Fundações com estrato de solo apoiado em leito rochoso ou em semi-espaço homogêneo

Fundações com estrato de solo apoiado em um leito rochoso criam dois comportamentos distintos para os modos de vibração, segundo Gazetas (1983).

Primeiramente, há um acréscimo nos índices de rigidez estática devido à influência da rocha nos bulbos de tensão gerados pela fundação de acordo com os princípios de elasticidade.

Além disso, devido à reflexão das ondas do leito rochoso retornando ao estrato de solo, influências criativas e destrutivas de onda apresentam picos de ressonância negativos e positivos nas curvas de impedâncias dinâmicas, que convergem para a curva do meio homogêneo conforme a distância da fundação ao leito aumenta e/ou os valores de frequência adimensional aumentam. A equação 2.58 estabelece o acréscimo de rigidez estática devido à rigidez do leito rochoso em relação à espessura da camada, para o caso vertical. Com o uso do valor estático impedâncias dinâmicas da figura. 8, pode-se obter amplitude de deslocamentos do caso de fundação circular para valores limitados de coeficiente de Poisson e amortecimento geométrico.

$$k_z = \frac{4 * G * r_0}{(1-\nu)} * \left(1 + 1.28 * \frac{R}{H}\right) \qquad (2.58)$$

Sendo H a espessura da camada de solo sobre o estrato rígido (m).

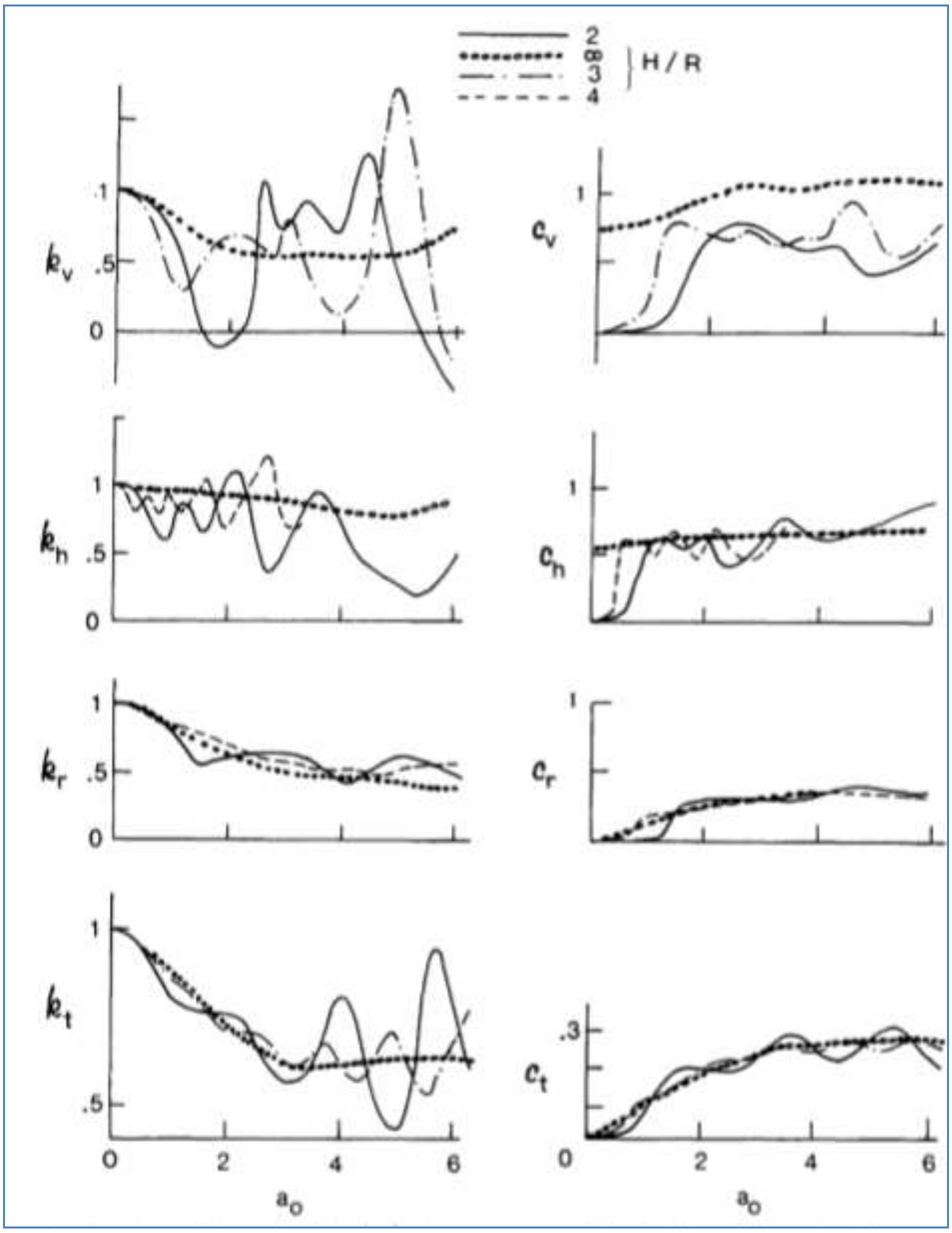

Figura 8: Impedâncias dinâmicas para estrato de solo sobre leito rochoso para ν=1/3, ξ=0.05, fundação circular (Retirado de Gazetas, 1983).

Sobre o caso de uma fundação com embutimento D em um estrato sobre o leito rochoso, Gazetas (1983) modifica a equação (2.58) e as impedâncias dinâmicas de acordo com a euação (2.59) e figura 9:

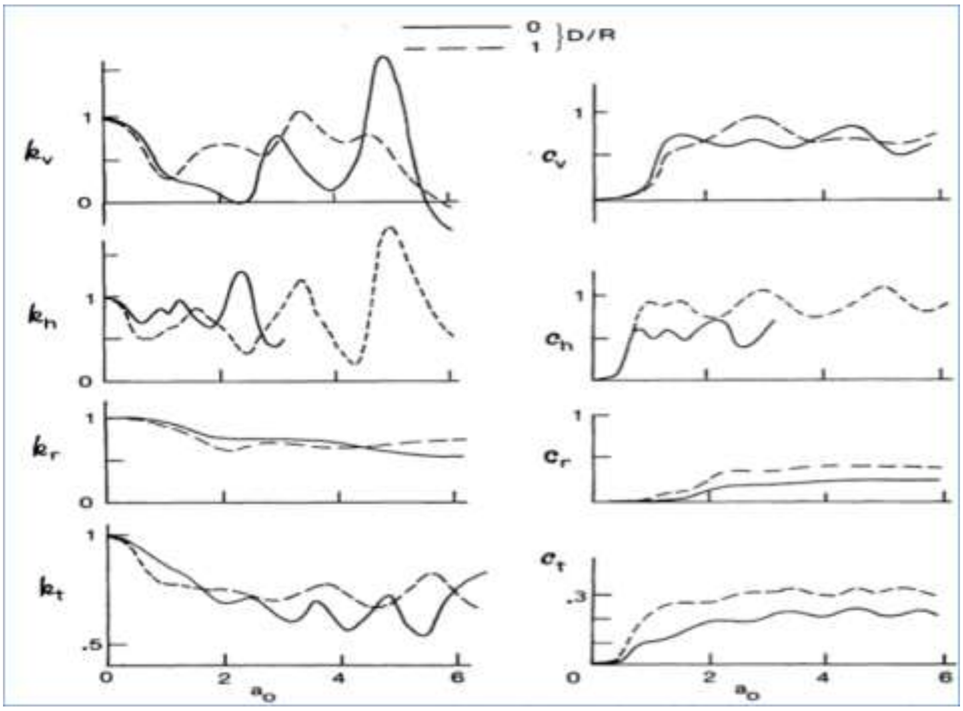

Figura 9: Impedâncias dinâmicas para fundação circular com embutimento em estrato de solo sobre leito rochoso para H/R=3,ν=1/3, ξ=0.05 (retirado de Gazetas, 1983).

$$k_z = k_{z(D=0)} * \left(1 + \frac{D}{2R}\right)\left(1{,}85 - 0{,}28 * \frac{D}{R} * \frac{D/H}{(1 - D/H)}\right) \qquad (2.59)$$

Sendo D= profundidade de embutimento da fundação (m).

Para o problema de um estrato de solo apoiado em um meio homogêneo infinito, há dois casos extremos de considerações: o caso de módulo de elasticidade do estrato ser muito inferior ao do meio (o que retorna à condição de solo apoiado em leito rochoso); e o caso de serem de mesmo valor (o que retorna à solução do meio homogêneo). Para casos entre os dois valores, o que ocorre é um valor de transição entre os dois, ou seja, coeficientes de rigidezes estáticas superiores aos do meio elástico e homogêneo, e picos de ressonância nas funções de impedância dinâmica do estrato, mas não tão pronunciados como os do caso do leito rochoso.

Gazetas (1983) também debate os efeitos da não homogeneidade do solo, comparando os efeitos da reflexão das ondas do solo com o aumento gradual da rigidez do maciço, ao efeito de um estrato de leito rochoso mais rígido, e estabelecendo uma velocidade efetiva da onda de cisalhamento do solo em função à variação do módulo de elasticidade do mesmo. Porém, na época, o avanço nos processos computacionais ainda era reduzido.

2.8. Fundações de formato arbitrário

Sólidos de formato arbitrário como fundações são aproximados, para carregamentos verticais, por Gazetas(1983), por uma fundação circular de raio equivalente dependente da área do sólido, e com fatores de correção de suas rigidezes estáticas de acordo com o formato do sólido, dados em uma tabela de Borodachev (1964), apresentada em Gazetas (1983). Quanto às impedâncias dinâmicas, sugerem que k_v se mantenha o mesmo, e que c_v, praticamente independente da frequência, seja igual a 0,85 dividido pelo fator de correção de forma.

De acordo com Gazetas (1983), pouca variação ocorre em fundações anelares em relação ao raio interno, tanto no efeito de variação de rigidezes estáticas (com menores efeitos em rigidez torcional e rocking, cujas tensões resistivas são mobilizadas predominantemente nas extremidades) como no efeito das impedâncias dinâmicas (cujas curvas apresentam uma variação por valor relação de raios internos e externos apenas a elevados valores de frequência).

2.9.Fundações com embutimento no solo

Em relação a fundações superficiais com um certo embutimento no meio do solo, são levados em conta efeitos de reações às solicitações por parte da base da fundação, e por parte das camadas de solo com contato lateral com a fundação, considerados como efeitos separados.

As soluções para cada modo de vibração, rocking e horizontal de forma acoplada, vertical e torcional, são desenvolvidas analiticamente e respectivamente por Beredugo e Novak (1972), Novak e Beredugo(1972) e Novak e Sachs (1973). As soluções desenvolvem soluções na forma de impedâncias dinâmicas, que são comparadas com soluções obtidas por método dos elementos finitos considerando as áreas de contato laterais da sapata de forma infinitesimal.

São geradas soluções para vibrações com excitação constante e dependente da frequência. São tratados nas soluções ambos os casos do meio como semi espaço e de meio como camada de solo apoiada em estrato rígido. As soluções tem valores válidos na superfície da sapata ou a grandes distâncias da mesma.

Os resultados apresentam coerência qualitativa em todos os casos, com o embutimento gerando uma redução da amplitude de deslocamento/rotação e aumento da frequência ressonante do meio. Porém, em relação a experimentos executados em todos os testes, há divergência de resultados devido a não homogeneidade de solos e à hipótese de completo contato entre fundação e solo, gerando um desvio típico de resultados.

Para o caso de excitações de torção, os resultados tem ainda maior desvio, pois não é contada para excitações de alto valor a possibilidade de ruptura do solo por elevadas tensões de cisalhamento do material, o que gera maiores deslocamentos pelo menor contato solo/fundação.

As soluções fornecem valores que multiplicam as rigidezes e os amortecimentos dinâmicos gerados pelo contato lateral e inferior de sapatas, de forma separada. São obtidas soluções por funções de deslocamento com funções de Bessel, aproximadas como polinômios de frequência adimensional.

As soluções são simplificadas com constantes obtidas para uma faixa de valores de frequência adimensional, de forma que as constantes dos valores de amortecimento sejam multiplicadas pela frequência adimensional antes de serem aplicados na fórmula.

2.9.1.Excitação acoplada de rocking e horizontal

Para o caso da excitação acoplada horizontal e rocking, as fórmulas de carregamentos e momentos dinâmicos, de acordo com o sistema massa mola amortecedor, são dados pelas fórmulas (2.60) e (2.61), com os respectivos coeficientes de rigidez e amortecimento descritos a seguir:

$$[(k_{xx} - m * \omega^2) + i * \omega * c_{xx}]x_c + (i * \omega * c_{x\psi} + k_{x\psi}) * \psi_c = Q_0 \qquad (2.60)$$

$$[(k_{\psi\psi} - I * \omega^2) + i * \omega * c_{\psi\psi}]\psi_c + (i * \omega * c_{x\psi} + k_{x\psi}) * x_c = M_0 \qquad (2.61)$$

$$k_{xx} = G * r_0 * \left(C_{u1} + \frac{G_s}{G} * \partial * S_{u1}\right) \qquad (2.62)$$

$$k_{\psi\psi} = G * {r_0}^3 * \left[C_{\psi 1} + \left(\frac{z_c}{r_0}\right)^2 * C_{u1} + \frac{G_s}{G} * \partial * S_{\psi 1} + \frac{G_s}{G} * \partial\left(\frac{\partial^2}{3} + \frac{{z_c}^2}{{r_0}^3} - \partial\frac{z_c}{r_0}\right) * S_{u1}\right] \qquad (2.63)$$

$$k_{x\psi} = -G * r_0\left[z_c * C_{u1} + \frac{G_s}{G} * \partial * \left(z_c - \frac{1}{2}l\right) * S_{u1}\right] \qquad (2.64)$$

$$c_{xx} = -\frac{G * r_0}{\omega}\left(C_{u2} + \frac{G_s}{G} * \partial * S_{u2}\right) \qquad (2.65)$$

$$c_{\psi\psi} = \frac{G * r_0^{\ 3}}{\omega} * \left[C_{\psi 2} + \left(\frac{z_c}{r_0}\right)^2 * C_{u2} + \frac{G_s}{G} * \partial * S_{\psi 2} + \frac{G_s}{G} * \partial \left(\frac{\partial^2}{3} + \frac{z_c^{\ 2}}{r_0^{\ 2}} - \partial \frac{z_c}{r_0}\right) * S_{u2}\right] \tag{2.66}$$

$$c_{x\psi} = -\frac{G * r_0}{\omega}\left[z_c * C_{u2} + \frac{G_s}{G} * \partial * \left(z_c - \frac{1}{2} l\right) * S_{u2}\right] \tag{2.67}$$

Sendo $\partial = \frac{l}{r_0}$: a taxa de embutimento da fundação; l: profundidade do embutimento da fundação; G_s: módulo de elasticidade transversal da camada lateral em contato com a fundação; z_c: distância da linha de ação do carregamento vertical ao centro de gravidade da fundação.

As funções de rigidezes e amortecimentos da base e laterais para o caso do movimento acoplado de excitação horizontal e rocking são dados em funções polinomiais e constantes para os casos de camada de solo sobre estrato rígido e meio semi-espaço no trabalho original de Beredugo e Novak.

As fórmulas utilizadas nesse trabalho de coeficientes para rigidezes e amortecimentos dinâmicos para excitação horizontal, para o caso de coeficiente de Poisson igual a zero, são expressas nas equações (2.68) a (2.71). Suas parcelas C são referentes à contribuição de rigidez e amortecimento da parte inferior da fundação, e as parcelas S são a contribuição de rigidez e amortecimento da camada lateral da fundação.

$$C_{u1} = 4{,}751 - 4{,}653 * a_0 + \left(\frac{89{,}09 * a_0}{a_0 + 19{,}14}\right) \tag{2.68}$$

$$C_{u2} = 2{,}536 * a_0 - \left(\frac{0{,}1345 * a_0}{a_0 - 1{,}923}\right) \tag{2.69}$$

$$S_{u1} = 0{,}2328 * a_0 + \left(\frac{3{,}609 * a_0}{a_0 + 0{,}06159}\right) \tag{2.70}$$

$$S_{u2} = 7{,}334 * a_0 + \left(\frac{0{,}8652 * a_0}{a_0 + 0{,}00874}\right) \tag{2.71}$$

2.9.2.Excitação vertical

Para o caso de excitações verticais, as equações de carregamento dinâmico são de acordo com a equação (2.72):

$$m * \frac{d^2 z}{dt^2} + G * r_0 * \left[C_1 + i * C_2 + \frac{G_s}{G} * \partial * (S_1 + i * S_2)\right] * z(t) = P(t) \tag{2.72}$$

Definem-se os termos de rigidez e amortecimentos dinâmicos de excitação vertical de acordo com as equações (2.73) e (2.74):

$$k = G * r_0 * \left(C_1 + \frac{G_s}{G} * \partial * S_1\right) \tag{2.73}$$

$$c = \frac{G * r_0}{\omega}\left(C_2 + \frac{G_s}{G} * \partial * S_2\right) \tag{2.74}$$

Sendo os coeficientes de rigidez e amortecimento da base e laterais definidos por equações polinomiais de frequência adimensional ou por constantes, para os casos de estrato de solo apoiado em estrato rígido ou meio semi espaçoApresentadas no trabalho original de Novak e Beredugo (1972).

As fórmulas das funções para rigidezes e amortecimentos dinâmicos para excitação vertical utilizadas nesse trabalho são apresentadas para o caso de coeficiente de Poisson igual a 0.25, nas equações (2.75) a (2.78). Além dessas, as fórmulas das funções de rigidezes para o coeficiente de Poisson de 0.5 e 0 também são apresentadas, mas apenas das contribuições da área de contato inferior da fundação. Estão respectivamente nas equações (2.79) e (2.80), e (2.81) e (2.82).

$$C_{1(\nu=0,25)} = 5{,}37 + 0{,}364 * a_0 - 0{,}41 * a_0^2 \tag{2.75}$$

$$C_{2(\nu=0,25)} = 5{,}06 * a_0 \tag{2.76}$$

$$S_1 = 0{,}2153 * a_0 + 2{,}760 * \left(\frac{a_0}{a_0}\right) + 0{,}06084 \tag{2.77}$$

$$S_2 = 6{,}059 * a_0 + 0{,}7022 * \left(\frac{a_0}{a_0}\right) + 0{,}01616 \tag{2.78}$$

$$C_{1(\nu=0,5)} = 8 + 2{,}18 * a_0 - 12{,}63 * a_0^2 + 20{,}73 * a_0^3 - 16{,}74 * a_0^4 + 4{,}458 * a_0^5 \tag{2.79}$$

$$C_{2(\nu=0,5)} = 7{,}414 * a_0 - 2{,}986 * a_0^2 + 4{,}324 * a_0^3 - 1{,}782 * a_0^4 \tag{2.80}$$

$$C_{1(\nu=0)} = 4 - 0{,}08356 * a_0 + 0{,}6346 * a_0^2 - 2{,}6 * a_0^3 + 1{,}801 * a_0^4 - 0{,}3646 * a_0^5 \tag{2.81}$$

$$C_{2(\nu=0)} = 3{,}438 * a_0 + 0{,}5742 * a_0^2 - 1{,}154 * a_0^3 + 0{,}7433 * a_0^4 \tag{2.82}$$

2.9.3. Excitação torcional

Para o caso de excitação torcional, as fórmulas para o movimento são desenvolvidas de acordo com a equação (2.83):

$$I_\xi * \frac{d^2\xi}{dt^2} + G * r_0^3 * \left[C_{\xi 1} + \frac{G_s}{G} * \partial * S_{\xi 1} + i * \left(C_{\xi 2} + \frac{G_s}{G} * \partial * S_{\xi 2}\right)\right] * \xi = M_\xi(t) \quad (2.83)$$

As rigidezes e amortecimentos dinâmicos do modo torcional são definidas de acordo com as equações (2.84) e (2.85):

$$k_\xi = G * {r_0}^3 * \left(C_{\xi 1} + \frac{G_s}{G} * \partial * S_{\xi 1}\right) \quad (2.84)$$

$$c_\xi = \frac{G * {r_0}^3}{\omega}\left(C_{\xi 2} + \frac{G_s}{G} * \partial * S_{\xi 2}\right) \quad (2.85)$$

Os coeficientes de rigidez e amortecimentos dinâmicos da base e laterais do problema podem ser obtidos de forma igual para ambos os casos (semi espaço e estrato de solo sobre estrato rígido) corrigindo-se a frequência adimensional do problema para uma frequência adimensional equivalente, em função da relação entre o raio da fundação e a espessura da base, conforme apresentado no trabalho original de Novak e Sachs (1973).

2.9.4.Excitação acoplada de rocking, horizontal, e torcional

Beredugo e Sachs (1973) desenvolvem o problema de excitação horizontal com excentricidade do CG que gera excitações de rocking e excitações torcionais também. O problema pode ser resolvido com os mesmos coeficientes de rigidez e amortecimento descritos anteriormente, para os 3 casos, com a formulação geral nas fórmulas (2.86), (2.87) e (2.88). Os coeficientes de rigidez e amortecimento só variam quando possuem um índice torcional, variando segundo as equações (2.89) a (2.94).

$$[(k_{xx} - m * \omega^2) + i * \omega * c_{xx}]x_c + (i * \omega * c_{x\psi} + k_{x\psi}) * \psi_c + (i * \omega * c_{x\xi} + k_{x\xi})\xi_c = Q_0 \tag{2.86}$$

$$[(k_{\psi\psi} - I_\psi * \omega^2) + i * \omega * c_{\psi\psi}]\psi_c + (i * \omega * c_{x\psi} + k_{x\psi}) * x_c + (i * \omega * c_{\psi\xi} + k_{\psi\xi})\xi_c = M_{\psi 0} \tag{2.87}$$

$$[(k_{\xi\xi} - I_\xi * \omega^2) + i * \omega * c_{\xi\xi}]\xi_c + (i * \omega * c_{x\xi} + k_{x\xi}) * x_c + (i * \omega * c_{\psi\xi} + k_{\psi\xi})\psi_c = M_{\xi 0} \tag{2.88}$$

$$k_{\xi\xi} = G * {r_0}^3 * \left(C_{\xi 1} + \frac{G_s}{G} * \partial * S_{\xi 1} + \frac{e^2}{r_0^2} * C_{u1} + \frac{G_s}{G} * \partial * \frac{e^2}{r_0^2} S_{u1}\right) \tag{2.89}$$

$$c_{\xi\xi} = \frac{G * {r_0}^3}{\omega}\left(C_{\xi 2} + \frac{G_s}{G} * \partial * S_{\xi 2}\frac{e^2}{r_0^2} * C_{u2} + \frac{G_s}{G} * \partial * \frac{e^2}{r_0^2} S_{u2}\right) \tag{2.90}$$

$$k_{\xi\psi} = e * k_{\psi x} \tag{2.91}$$

$$k_{\xi x} = e * k_{xx} \tag{2.92}$$

$$c_{\xi\psi} = e * c_{\psi x} \tag{2.93}$$

$$c_{\xi x} = e * c_{xx} \tag{2.94}$$

Sendo e= excentricidade do esforço torcional em relação ao eixo principal da fundação (m).

2.10. Excitação vertical em fundações profundas

Novak e El-Sharnouby (1983), citados em Das e Ramana (2010), tratam do caso de fundações profundas submetidas à excitação dinâmica vertical com o uso de coeficientes de rigidez dinâmica, sob as considerações de que a fundação é uma estaca circular, flutuante, em perfeito contato com o solo, em semi-espaço vertical. A massa do sistema é dada pela massa do bloco de fundação e máquina excitante, conforme a figura 10. AS contribuições de rigidez e amortecimento são consideradas apenas como as contribuições da estaca.

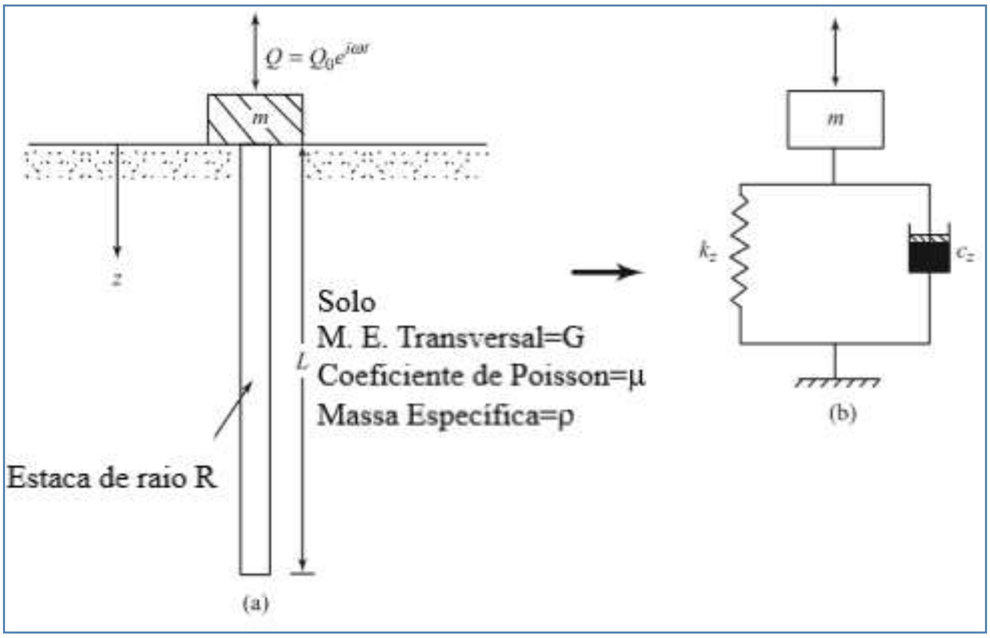

Figura 10: Sistema massa-mola-amortecedor em fundações profundas (retirado de Das e Ramana, 2010, adaptado).

Com o mesmo desenvolvimento da equação (2.13), são formulados os coeficientes de mola e amortecedor segundo as equações (2.95) e (2.96):

$$k_z = \left(\frac{E_p * A}{R}\right) * f_{z1} \qquad (2.95)$$

$$c_z = \left(\frac{E_p * A}{\sqrt{G/\rho}} \right) * f_{z2} \tag{2.96}$$

Sendo E_p= módulo de elasticidade da estaca (Pa); A= área da seção da estaca (m²); R = raio da estaca (m); f_{z1} e f_{z2} = parâmetros adimensionais.

Os parâmetros adimensionais f_{z1} e f_{z2} para estacas flutuantes são desenvolvidos em função da rigidez relativa e comprimento da estaca de acordo com as figuras 11 e 12.

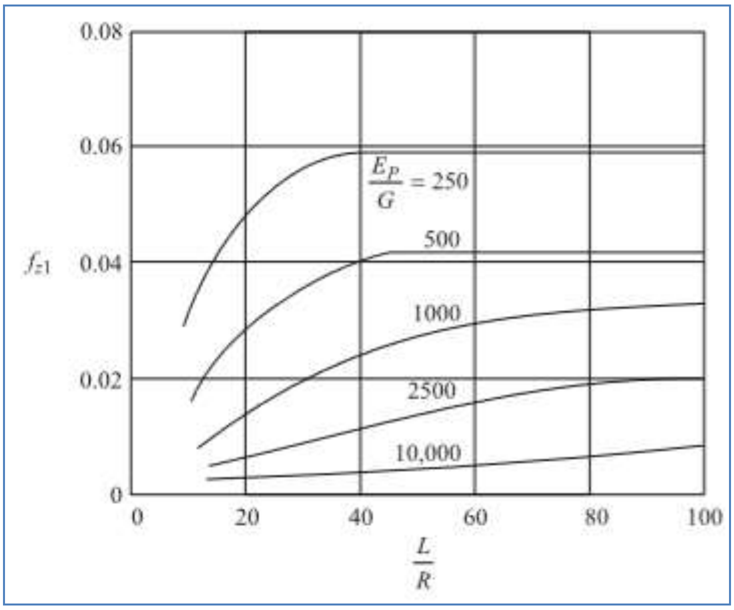

Figura 11: Variação de f_{z1} com L/R e E_p/G para estacas flutuantes (retirado de Braja e Ramana, 2010).

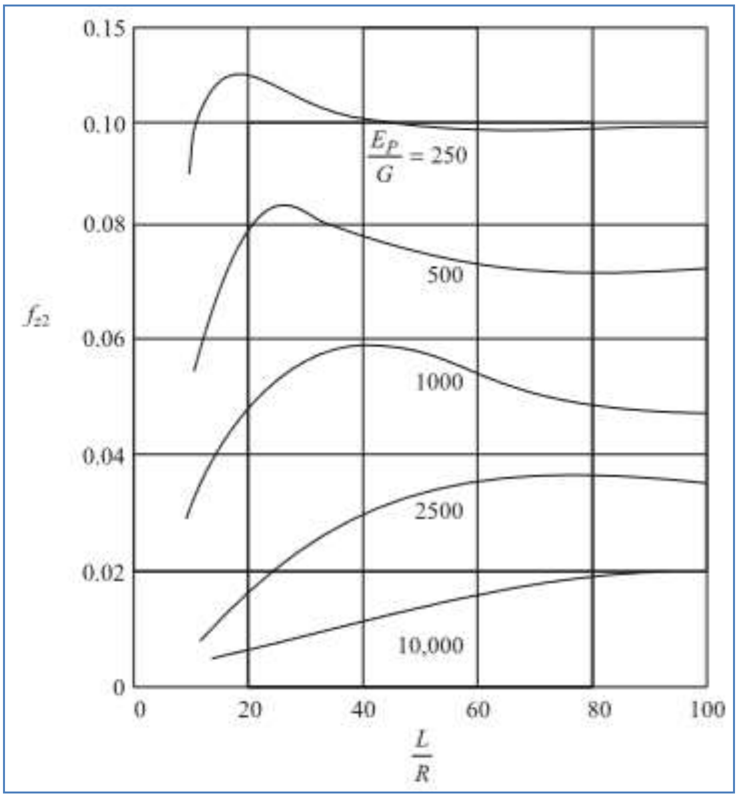

Figura 12: Variação de f_{z2} com L/R e E_p/G para estacas flutuantes (retirado de Braja e Ramana, 2010).

Para grupos de estacas, os coeficientes individuais de massa e amortecedor de cada estaca devem considerar o efeito de acréscimos de deslocamentos nas estacas devido à proximidade de outras estacas. Esses valores são dados pelo coeficiente α, fator de interação entre estacas, e as rigidezes de grupos de estacas são dadas pelas equações (2.97) e (2.98):

$$k_{z(g)} = \frac{\sum_1^n k_z}{\sum_{r=1}^n \alpha_r} \tag{2.97}$$

$$c_{z(g)} = \frac{\sum_1^n c_z}{\sum_{r=1}^n \alpha_r} \tag{2.98}$$

Sendo n o número de estacas do grupo e α_r a contribuição da estaca de número r ao deslocamento da estaca de referência.

2.11.Recalques em grupos de estacas flutuantes para caso estático

Para problemas de fundações profundas no caso estático, Poulos e Davis (1991) apresentam uma relação entre recalques adicionais de grupos de estacas e proximidades entre as mesmas.

Para estacas de mesmo diâmetro d, de seção plena, submetidas a um mesmo carregamento P, a uma distância s entre si, ambas de comprimento L e com um material com módulo de elasticidade K vezes o valor do módulo de elasticidade do solo, este valor é regulado por α. Esta é a porcentagem de recalque adicional da estaca em relação ao recalque desenvolvido pelo carregamento na estaca sem interferência de outras.

A figura 13 apresenta valores de α para diferentes comprimentos de estaca em relação ao diâmetro, relações s/d, valores de K e comparação entre os coeficientes de Poisson do solo.

Sabe-se que fundações de bloco rígido possuem deslocamentos uniformes e tensões redistribuídas para cada estaca de acordo a interação. Porém em casos especiais de simetria os carregamentos transmitidos a cada estaca são os mesmos. Os problemas trabalhados no capítulo 4 estão dentre esses casos.

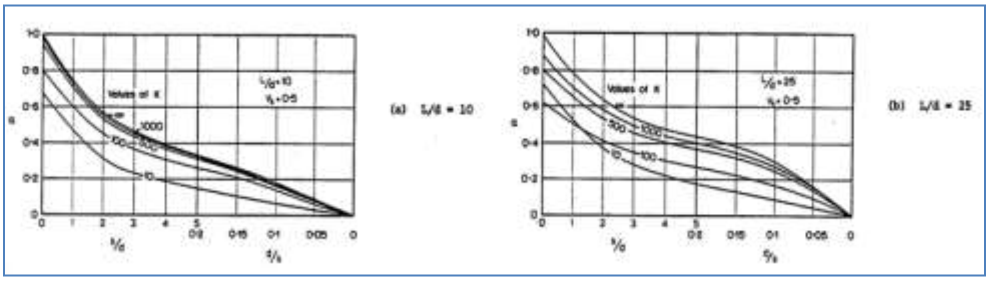

Figura 13: Porcentagens de acréscimos de recalques em estacas por estacas de mesmo carregamento nas proximidades, em relação ao diâmetro, comprimento e rigidezes de estacas (retirado de Poulos e Davis, 1991).

2.12. Blocos de fundações

Para o problema de excitação dinâmica em blocos de fundações, deve-se considerar a contribuição do bloco à rigidez dinâmica do grupo de estacas, sendo a rigidez dinâmica do bloco compreendida como a de uma fundação superficial com embutimento, com sua formulação desenvolvida do capítulo 2.9. É sugerido não considerar as contribuições das rigidezes dinâmicas da área lateral da fundação superficial, devido à baixa contribuição da mesma à rigidez. A figura 14 ilustra a consideração do problema de excitação vertical para um bloco de fundações.

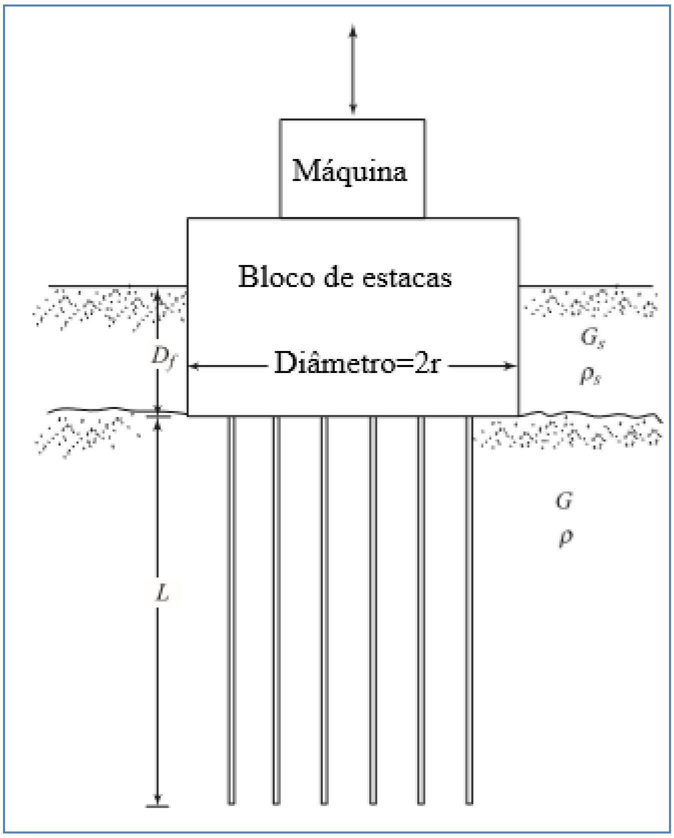

Figura 14: Bloco de fundações para consideração de excitação vertical dinâmica (retirado de Das e Ramana, 2010, adaptado).

2.13.Outras pesquisas na área de dinâmica dos solos

Com o tempo, a evolução de pesquisas na área de dinâmica dos solos foi observada no aumento de tecnologia, com uso de métodos numéricos para melhor refinamento de resultados, e também na preocupação com o uso no campo das pesquisas desenvolvidas, pois as pesquisas anteriores eram muito teóricas e, portanto, pouco claras para aplicação.

Wong e Luco (1985) desenvolvem tabelas de funções de impedância dinâmicas para fundações quadradas em dois casos de modelos de solos estratificados visco-elásticos, sobre um meio homogêneo. Para o primeiro caso, o solo superior possui propriedades constantes, e para o segundo caso, possui propriedades que variam linearmente com a profundidade. Apesar de ser uma pesquisa pioneira para implementação de efeitos dinâmicos em campo, a tabela é limitada aos casos desenvolvidos.

O trabalho de Ottoni (1986) utiliza soluções de Novak, Hall e Kausel para análise da resposta sísmica em edificações com fundações enterradas, e compara com respostas de fundações reais para os diversos modos de vibração. Os modos de vibração nesse trabalho são obtidos com a consideração da excitação do maciço quando a estrutura não possui massa no sistema, para captar quais as excitações que a estrutura sofre em suas interfaces, desse modo considerando a interação solo-estrutura. A figura 15 ilustra a consideração da interação solo-estrutura da pesquisa.

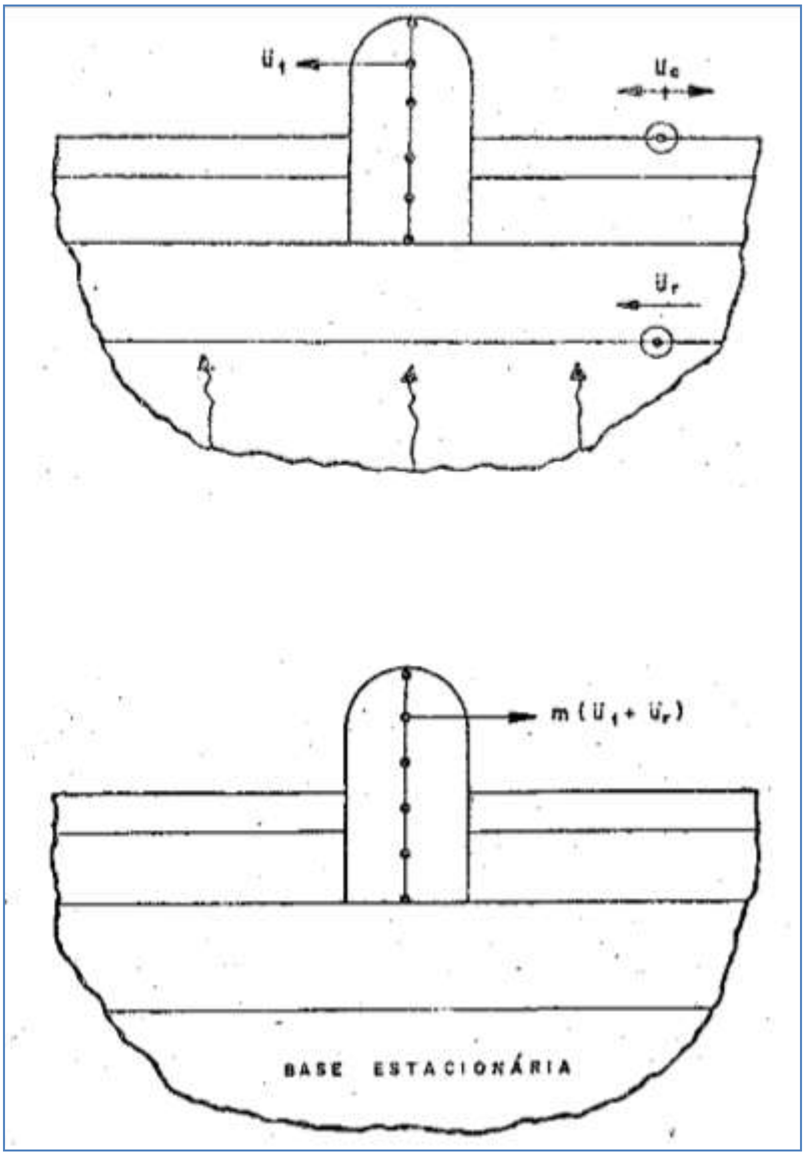

Figura 15: Interação solo-estrutura devido à ação sísmica. Na imagem superior, cálculo de acelerações na superfície da fundação sem massa. Na imagem inferior, acelerações aplicadas na estrutura (retirado de Ottoni, 1986).

Dentre as conclusões principais do trabalho, observa-se que em fundações com pouca profundidade os coeficientes de impedância estão muito relacionados à excitação do meio, e para fundações profundas as impedâncias se tornam dependentes da resistência do solo lateral, reduzindo a resposta estrutural à medida que a fundação se aprofunda para os diversos modos de vibração.

Da Costa (1988) compara para excitação vertical de fundações de máquinas, com amplitude em função da frequência, a resposta da fundação para o solo como semi-espaço elástico ou substituído por molas lineares (sem massa ou amortecedor). Comparou os resultados de ambos os casos com ensaios realizados em campo nos EUA em Vicksburg, em solo argilo-siltoso, em Eglin, em solo arenoso, e no Brasil, em Volta Redonda, em areia siltosa. Observa que os resultados das molas lineares apresentam um grande fator de segurança ao projetista, o que é de se esperar, uma vez que não se prevê com muita precisão o comportamento dinâmico do solo. Porém, aponta que os resultados do semi-espaço elástico apresentam diferentes resultados e confiabilidade dependendo da consideração da distribuição de tensão de contato entre fundação e solo.

Hisada (1995) cria soluções para as integrais de Green dinâmicas via reflexão/transmissão de ondas de carregamentos dinâmicos em meios estratificados.

O trabalho de Do Nascimento (2000) visa o estudo numérico de fundações flexíveis em solos estratificados, porém para a situação de carregamento estático. Para a compreensão do efeito de deslocamentos de um ponto em outro ponto, também foi feito o uso de integrais de funções de Green, para o caso estático, pelo método proposto por Hisada. A integração da função de Green foi feita nos contornos de um bloco de fundações, para compreender a influência de cada elemento de fundação nos recalques dos outros.

Chen e Zhang (2001) desenvolve um método para integração das funções de Green dinâmicas auto-adaptável baseado na integração de pequenos intervalos das curvas das integrais pelo método de Simpson, o “self-adaptive Filon’s integration mathod”, ou SAFIM. Porém, é um método com maior precisão para grandes distâncias entre fonte de excitação e receptor, distinto do caso desta pesquisa.

Wolf (1994) desenvolve em seu livro “foundation vibration using simple physical models”, um eficaz método de obtenção de funções de impedância dinâmicas utilizando propagação de ondas de tensão 1D em cones por meio da teoria de resistência dos materiais. Em especial, formula um método para propagação de ondas em um estrato de solo apoiado sobre um maciço rochoso, para excitações verticais. A figura 16 ilustra o caso de dispersão de ondas verticais pelo cone 1D desenvolvido por Wolf (1994), e a figura 17 ilustra o equilíbrio de forças inerciais em elementos infinitesimais no modelo de cones. O cone simula a dispersão da onda de forma que a área sobre a qual a força é aplicada aumenta conforme a distância percorrida pela onda, e por isso, mesmo ao refletir na superfície rochosa, o cone continua a aumentar de área.

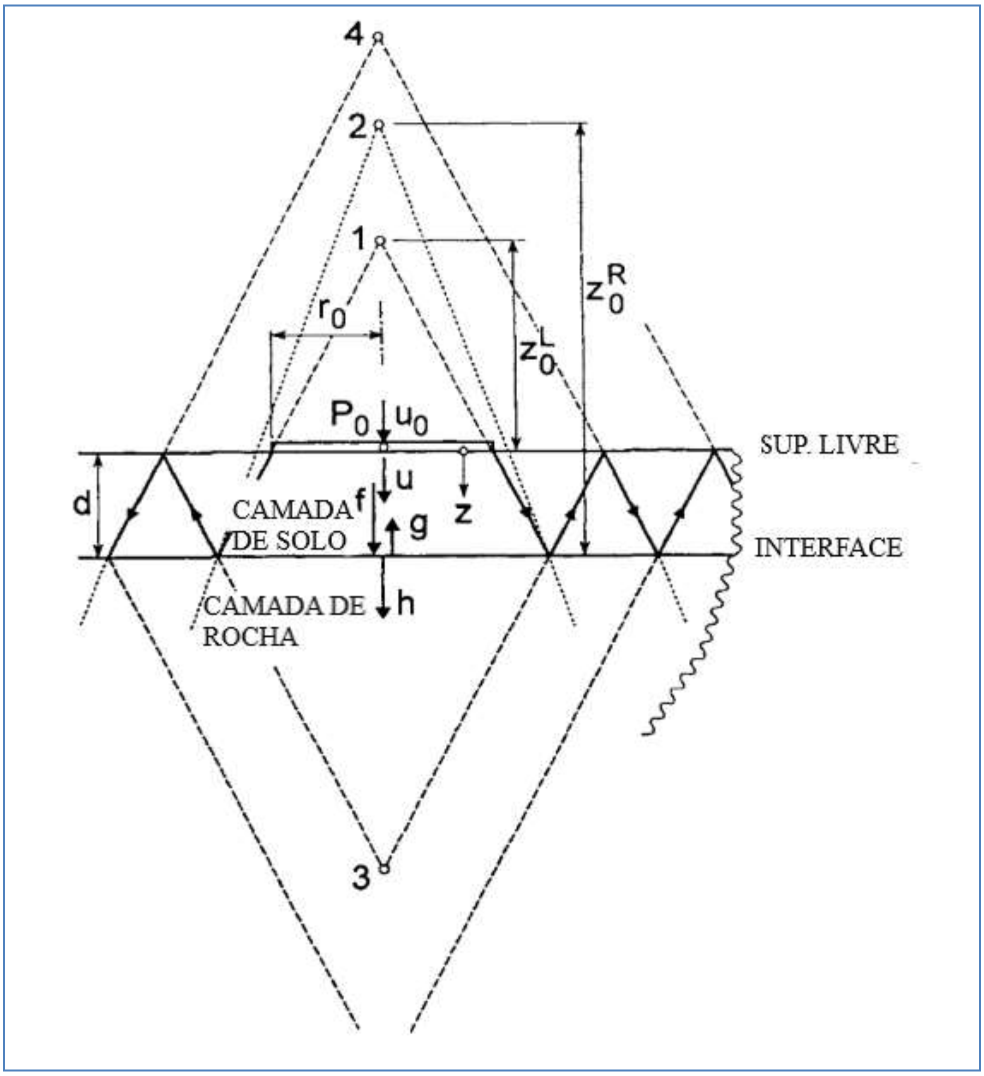

Figura 16: Padrão de reflexões de ondas no modelo de cones na camada de solo apoiada em estrato rígido (retirado de Wolf,1994, adaptado).

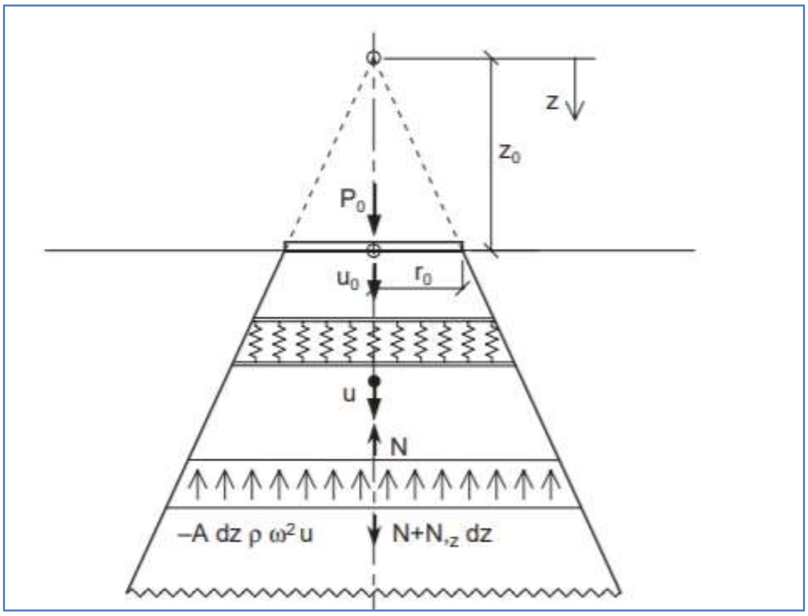

Figura 17: Equilíbrio de forças inerciais em elementos infinitesimais no modelo de cones 1D (retirado de Wolf,1994).

No trabalho de Pradhan et. al. (2004), são analisadas as funções de impedância dinâmica de uma fundação rígida circular sem massa apoiada em uma camada de solo sobre rocha, por meio da teoria de cones de propagação unidimensional de onda. Consideram-se reflexões na interface solo-rocha e na superfície livre baseadas na teoria de resistência de materiais. Também é considerado amortecimento geométrico do material de solo no método. As comparações das funções de impedância obtidas com publicações de Gazetas (1983) tiveram boa correspondência. Além disso, utilizou-se o método para calcular frequências de ressonância de maciços com resultados experimentais obtidos em modelos de teste de vibrações de fundações, em 84 casos, e a precisão para engenharia foi adequada.

O guia da Bechtel, escrito por Conorado e Gidwani (2016) para cálculo de impedâncias dinâmicas de fundações com uso de elementos finitos desenvolve bem uma compreensão sobre a temática de modelos massa mola e amortecedor. Em especial, trabalha bem o problema de discretização do solo para propagação de ondas, na qual o contorno externo do maciço de solo, que deve ter um tamanho finito, precisa ter características especiais para evitar reflexão de ondas e cálculos imprecisos de deslocamentos do problema. São propostos no trabalho 2 tipos de contornos para minimizar o problema, dentre eles: contornos com amortecimentos geométricos em crescimento gradual e contornos com comportamento de mola e amortecedor. A figura 18 ilustra um semi-espaço estratificado com contornos de amortecimentos geométricos de crescimento gradual.

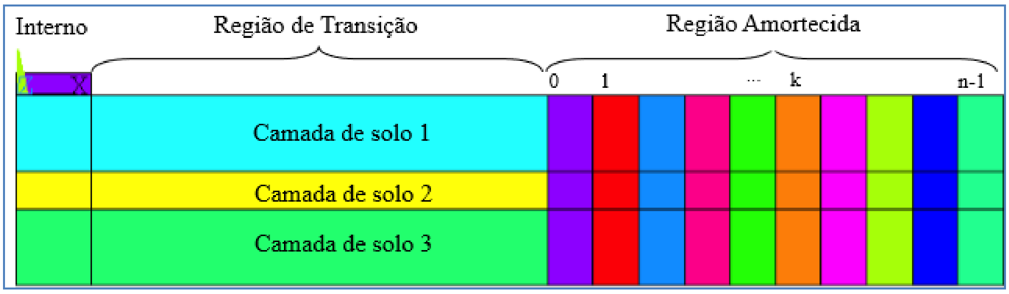

Figura 18: Representação de solo estratificado com contornos de amortecimento geométrico gradual (retirado de Conorado e Gidwani, 2016, adaptado).

Králik et. al. (2018) analisam a resposta de um maciço de solo com estratificações não homogêneas à excitação dinâmica, proveniente do reator de uma usina nuclear, via método dos elementos finitos 3D e 1D, considerando os efeitos da interação solo-estrutura. A consideração do efeito é relevante pela redução do impacto de momentos fletores e forças de cisalhamento na amplitude de deslocamentos, em relação a estruturas individuais. Com os resultados de deslocamentos obtidos, são propostas funções de impedâncias dinâmicas do bloco da usina, definidas como a taxa entre a força harmônica atuante na fundação e sua amplitude de vibração. É ressaltado no trabalho que o maciço de solo não homogêneo produz curvas de impedância dinâmicas menos suaves do que no caso do meio homogêneo.

3. Metodologia

3.1. Programa utilizado e o método dos elementos finitos

Plaxis 3D é um programa de engenharia que permite a resoluções de problemas geotécnicos com o uso do método dos elementos finitos.

O método dos elementos finitos produz soluções aproximadas para um problema de engenharia por meio da discretização de elementos do solo, com medidas de deslocamentos em cada elemento devido a forças aplicadas, e conectados por meio de uma malha de elementos global do problema. Após o cálculo de deslocamentos, é possível obter quantidades secundárias através do método, como tensões e deformações. O método dos elementos finitos utiliza uma formulação de problemas de tensão-deformação conhecida como “formulação fraca”.

O método da formulação fraca necessita da aplicação de condições de contorno do problema para resolução das matrizes de força e deslocamento. Para problemas de deslocamento, condições de contorno que restringem o deslocamento de elementos são conhecidas como condições de contorno forçadas ou de Dirichlet, e condições de contorno que especificam tensões são conhecidas como condições de contorno naturais ou de Neumann.

Deslocamentos restritos no problema geotécnico criam um problema do ponto de vista de dinâmica dos solos. Uma vez que os deslocamentos devem ser nulos, quaisquer acréscimos de força no ponto não podem gerar deformações e, portanto, devem ser equilibrados com uma força de mesmo módulo oposta. Por essa razão, ondas de tensão no solo em problemas de elementos finitos são refletidas nos contornos e produzem erros no cálculo de solicitações dinâmicas.

Esse problema pode ser solucionado com o uso de condições de contorno dinâmicas de viscosidade (ou “viscous boundaries” em denominação propria do Plaxis 3D), as quais dissipam ondas de tensão que atingem o contorno, simulando amortecimento geométrico do solo.

Laera e Brinkgreve (2015), em trabalho de análise dinâmica com uso do programa Plaxis 2D, citam que o tamanho do elemento finito médio da análise, a fim de captar as vibrações desenvolvidas, deve ser controlado de acordo com a equação (3.1)

$$L_{elemento} = \frac{1}{8} * \frac{v_{s(mínima)}}{f_{(máxima)}} \tag{3.1}$$

Sendo $v_{s(mínima)}$ a menos velocidade de cisalhamento desenvolvida no maciço analisado (m/s); $f_{(máxima)}$ a maior frequência analisada (Hz).

Além disso, é citado que a frequência fundamental de um estrato de solo no maciço,que seria a frequência que geraria a maior resposta em termos de deslocamento do estrato, pode ser estimada de acordo com (3.2).

$$f_0 = \frac{v_s}{4 * H} \tag{3.2}$$

Sendo H a espessura de maciço de somo analisada (m).

Trabalha-se com malhas de elementos que captam as vibrações de acordo com (3.1) e frequências de análise que se distanciam das frequências fundamentais segundo (3.2).

A seguir, serão apresentadas comparações entre as soluções de deslocamentos do Plaxis 3D, com condições de contorno coerentes com o caso de dinâmica, e entre as soluções de fundações com embutimento apresentadas no capítulo 2.9.

A finalidade dessa comparação é comprovar a eficácia do método dos elementos finitos para problemas dinâmicos de fundações de máquinas com embutimento. Após essa etapa, trabalhar-se-á problemas de maior complexidade em questão de número de fundações e estratificação do solo.

3.2.Excitações dinâmicas verticais

3.2.1. Verticais com embutimento no solo

Os problemas de solicitações dinâmicas com embutimento permite a diferenciação do solo abaixo da fundação e solo que está em contato lateral com a fundação. Esse último terá suas propriedades com nomenclatura diferenciada pelo subindice s.

É analisado um caso de excitação vertical dinâmica com as propriedades do solo e resultados dos cálculos listados na tabela 1, obtidos com uso das equações (2.72) a (2.78):

Tabela 1: Características da fundação com embutimento analisada no caso vertical.

E (Pa)	ν	**G (Pa)**		
1,00E+07	2,50E-01	4,00E+06		
Es (Pa)	νs	**Gs (Pa)**		
5,00E+06	2,50E-01	2,00E+06		
R0 (m)	δ	ω (rad/s)	ρ (kg/m³)	**a0**
1,00E+00	1,00E+00	6,28E+01	1,80E+03	1,33E+00
PRECISÃO	**C1**	**C2**	**S1**	**S2**
FÓRMULAS	2,38E+00	6,74E+00	3,11E+00	8,79E+00
CONSTANTES	5,20E+00	6,66E+00	2,70E+00	8,93E+00
k (N/m)	**c (N*s/m)**	**P0 (N)**	**m (kg)**	**z real (m)**
1,57E+07	7,09E+05	1,00E+05	7,85E+03	2,12E-03
2,62E+07	7,09E+05	1,00E+05	1,00E+05	2,23E-03

Os deslocamentos obtidos pelo método analítico, explícitos na tabela como z real, devem também ser obtidos no programa Plaxis 3D para um problema de mesmas características.

Usam-se os limites das condições de contorno do modelo 3D de acordo com as condições da plataforma Plaxis na figura 19:

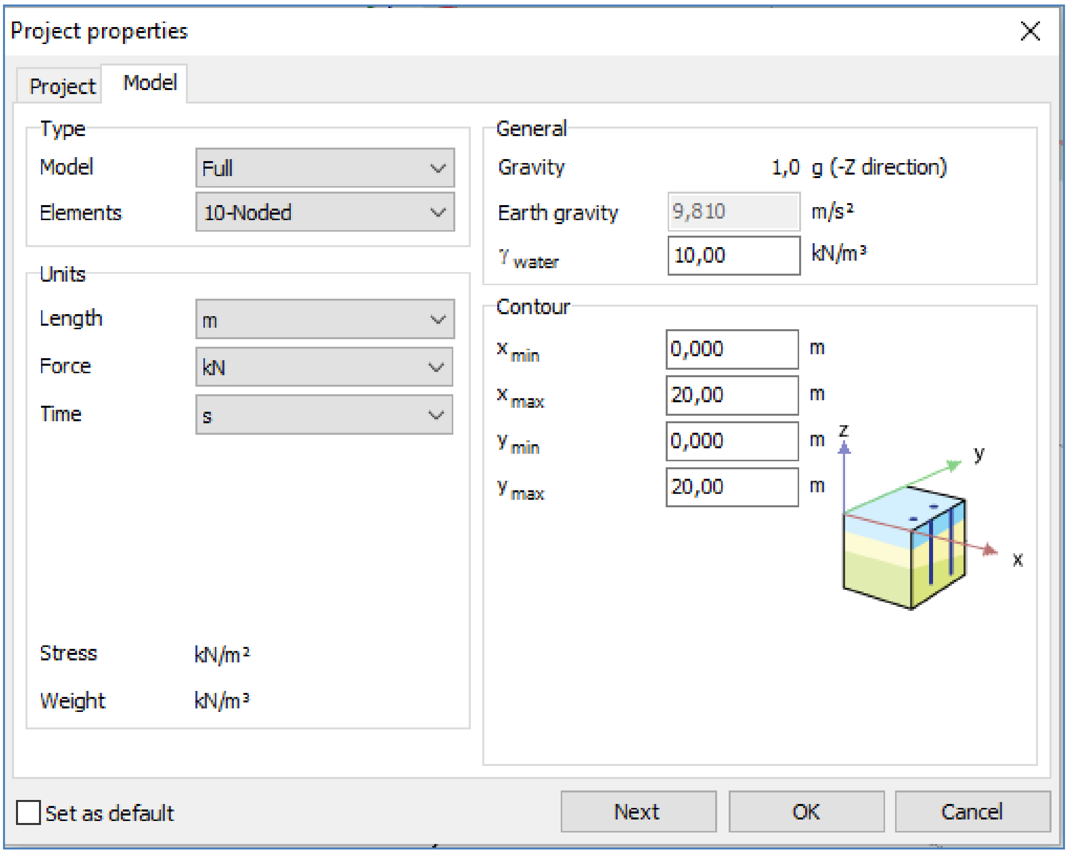

Figura 19: Configurações do programa Plaxis 3D.

O material estrutural “beam” é utilizado na plataforma Plaxis 3D para simulação de fundações superficiais. Cria-se então um “beam” de área circular com raio 1 metro e embutimento 1 metro é usado para simular uma fundação vertical sob ação de carregamento dinâmico. O elevado módulo de elasticidade garante a consideração de estrutura rígida. A figura 20 ilustra o problema na plataforma Plaxis. A figura 21 ilustra as características dos materiais do solo do semi-espaço, solo de contato lateral da fundação.

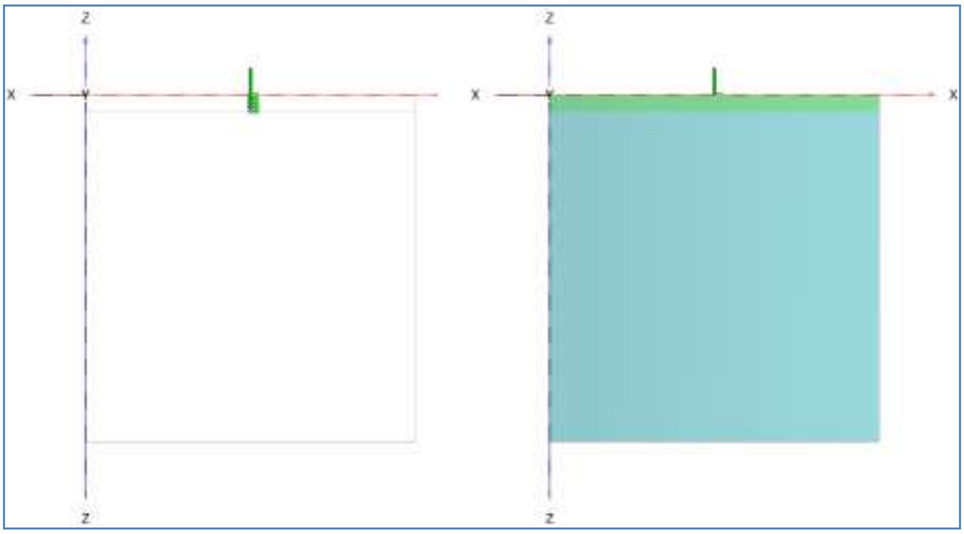

Figura 20: Modelagem do problema geotécnico de fundações com embutimento no programa Plaxis 3D. À esquerda, fundação e carregamento aparentes. À direita, solos aparentes.

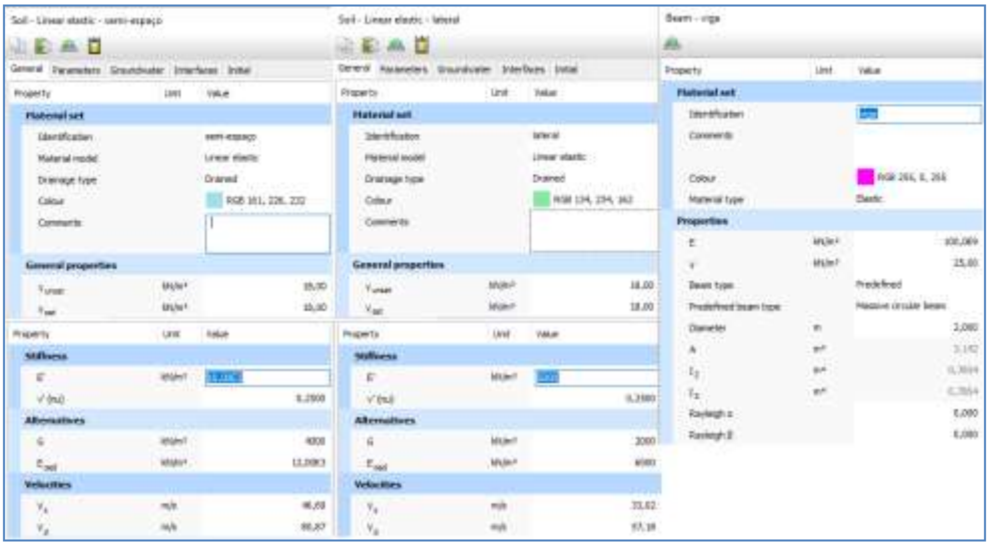

Figura 21:Características dos materiais geotécnicos e de fundações para modelagem no programa Plaxis 3D.

A formulação analítica permite a obtenção de deslocamentos para um tempo de regime permanente, ou seja, tempos elevados de excitação. Para reduzir o tempo computacional, considera-se esse tempo de 60 segundo de excitação, com o mesmo carregamento de frequência 10. Após a etapa de carregamento dinâmico, considera-se uma etapa “plastic” da plataforma do Plaxis 3D com o intuito somente de estabilizar o maciço após as vibrações. Outra etapa dinâmica então segue, de menor intervalo, para a observação dos deslocamentos do solo em regime permanente. A figura 22 ilustra a excitação dinâmica com os devidos multiplicadores harmônicos. A figura 23 ilustra as etapas de cálculo do programa Plaxis 3D para a obtenção dos deslocamentos em regime permanente:

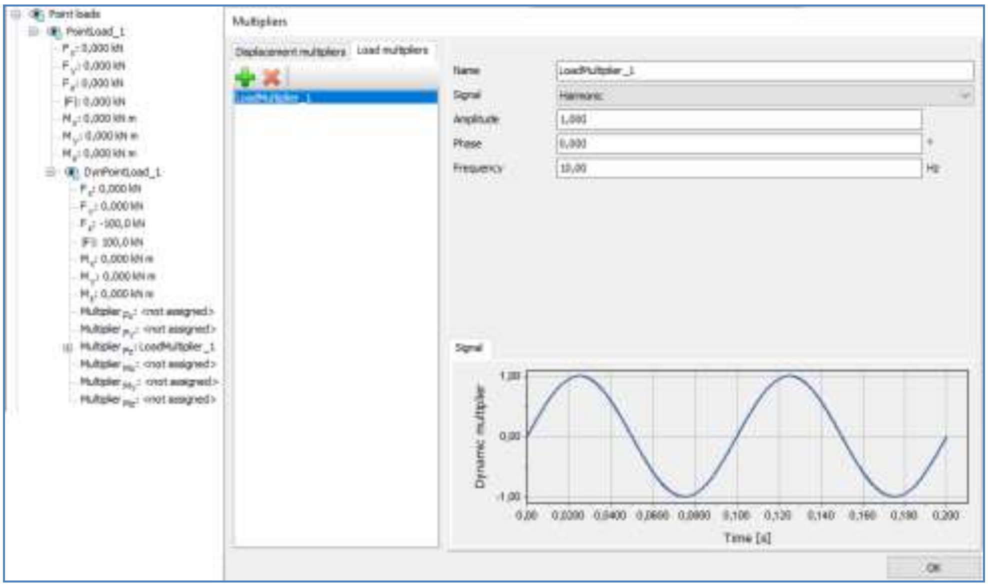

Figura 22: Características do carregamento dinâmico vertical do problema.

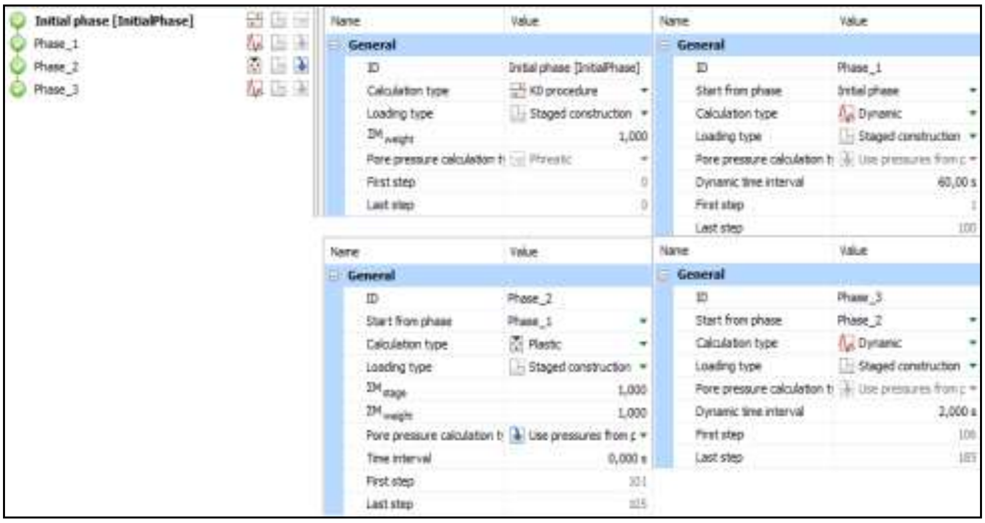

Figura 23: etapas de cálculo do carregamento dinâmico do problema.

As condições de contorno do problema são obtidas nas linhas de maiores e menores valores de x e y, assim como na de menor valor de z.

Nelas, são definidos contornos viscosos para representar o meio semi-espaço infinito de forma coerente com o problema dinâmico, assim como algumas são fixas em termos de deformações para garantir a estabilidade do material. As condições de contorno são apresentadas na figura 24:

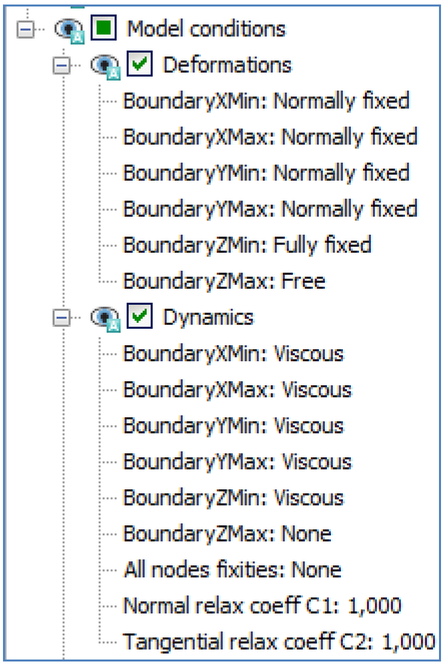

Figura 24:Características das condições de contorno do problema analisado em relação a deformações e viscosidade.

Os deslocamentos em z durante os últimos 0,5 segundos da etapa 3 de carregamento dinâmico do problema são comparados aos deslocamentos previstos pela solução de excitação vertical com embutimento. Os resultados são ilustrados no gráfico da figura 25. Os deslocamentos obtidos são superiores aos valores obtidos pelas soluções analíticas, porém são coerentes em relação à ordem de grandeza.

No trabalho de Novak e Beredugo (1972) são registradas amplitudes ressonantes com uso de elementos finitos da ordem de duas a três vezes os valores obtidos com procedimento teórico. Os valores de pico são aproximadamente o dobro dos valores obtidos em teoria, indicando que o método de análise está coerente com os trabalhos analíticos.

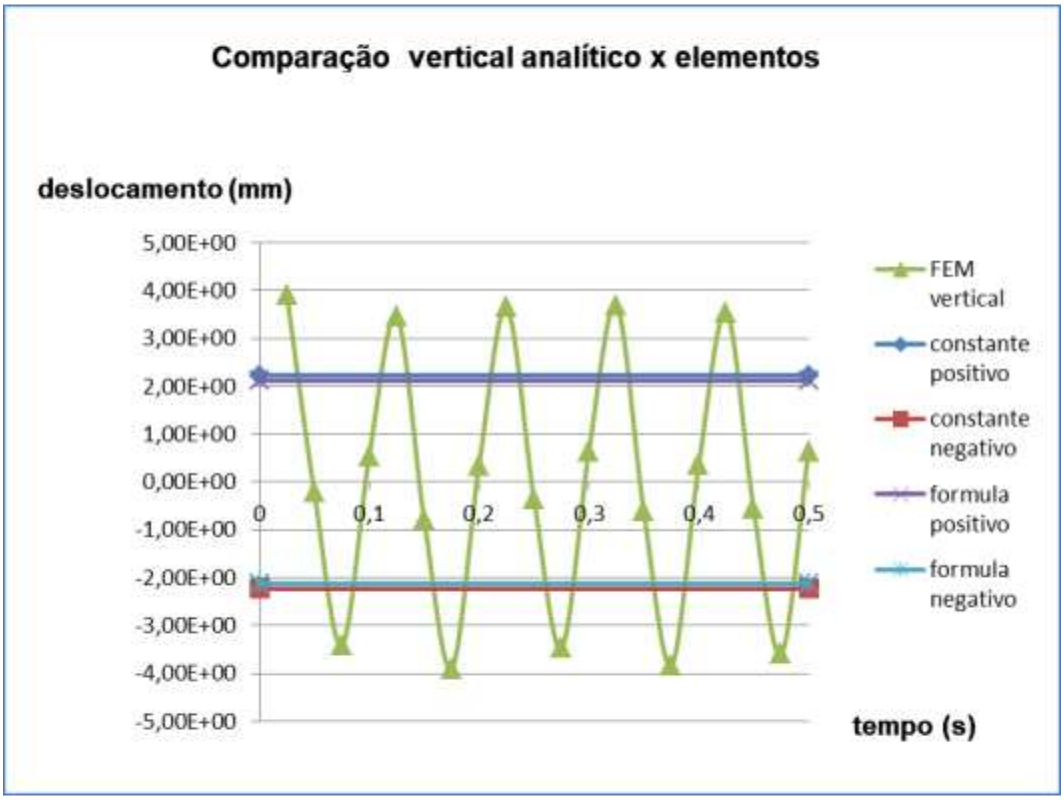

Figura 25: Comparação entre deslocamentos verticais regime permanente por método analítico e por elementos finitos.

O cálculo é realizado do mesmo modo com alteração das propriedades do solo. Ao invés do modelo elástico linear, Arbitra-se por uso de dados do modelo hardening soil do Plaxis 3D, os quais estabelecem um material de hipoelasticidade Isso estabelece que o material é elástico em trechos da curva tensão-deformação, com módulo de elasticidade variável de acordo com o nível de tensão submetido, levando a um comportamento do material mais condizente com o solo real. A alteração dos parâmetros do solo é indicada na figura 26.

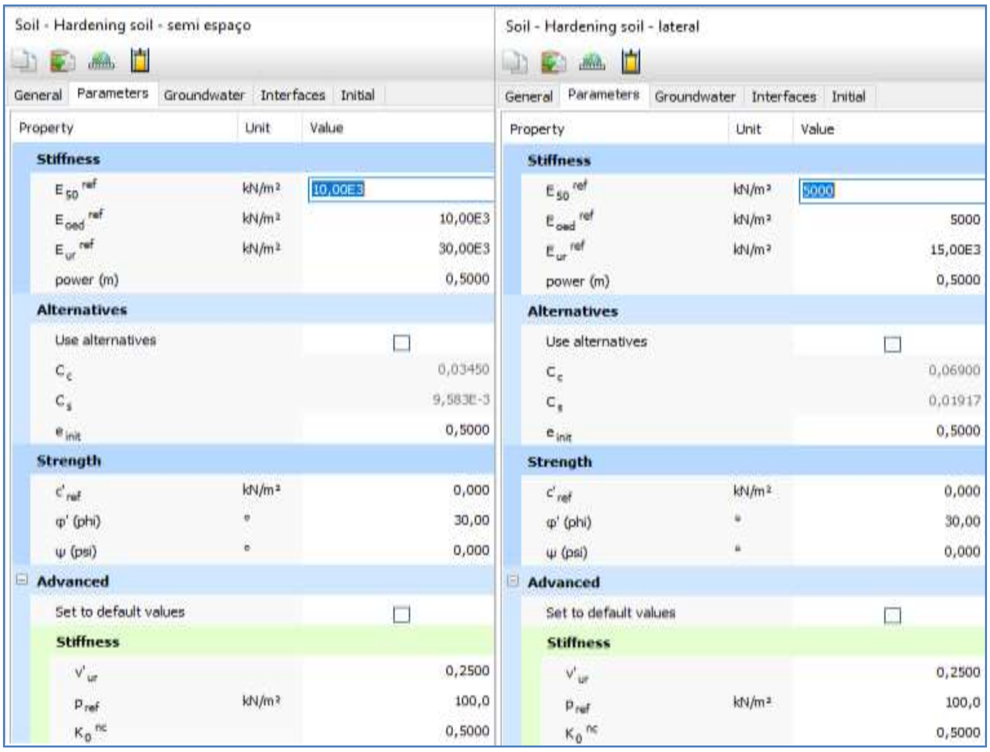

Figura 26: Parâmetros dos solos no modelo Hardening Soil (vertical).

Os módulos de elasticidade oedométrico e a 50% do carregamento da curva tensão deformação (respectivamente, E_{oed}^{ref} e E_{50}^{ref}) foram mantidos para corresponder aos parâmetros elásticos do problema original, assim como o coeficiente de Poisson. O módulo elástico do trecho de recarregamento (E_{ur}^{ref}) obedece às especificações do programa Plaxis 3D, que estabelece que deve ser de módulo de ao menos duas vezes o módulo do de 50% do carregamento. Os parâmetros de resistência são arbitrados, uma vez que não há a necessidade de análise de capacidade de carga do solo, mas sim análise de deslocamentos.

As etapas de cálculo são desenvolvidas de forma similar ao anterior, com a ressalva de que o tempo da primeira etapa dinâmica de carregamento foi de 2 segundos apenas, pois o modelo Hardening soil apresenta uma rápida convergência dos resultados.

A figura 27 ilustra os resultados obtidos por elementos finitos com parâmetros hardening soil comparados ao modelo teórico, para o ultimo intervalo de 0,5 segundos.

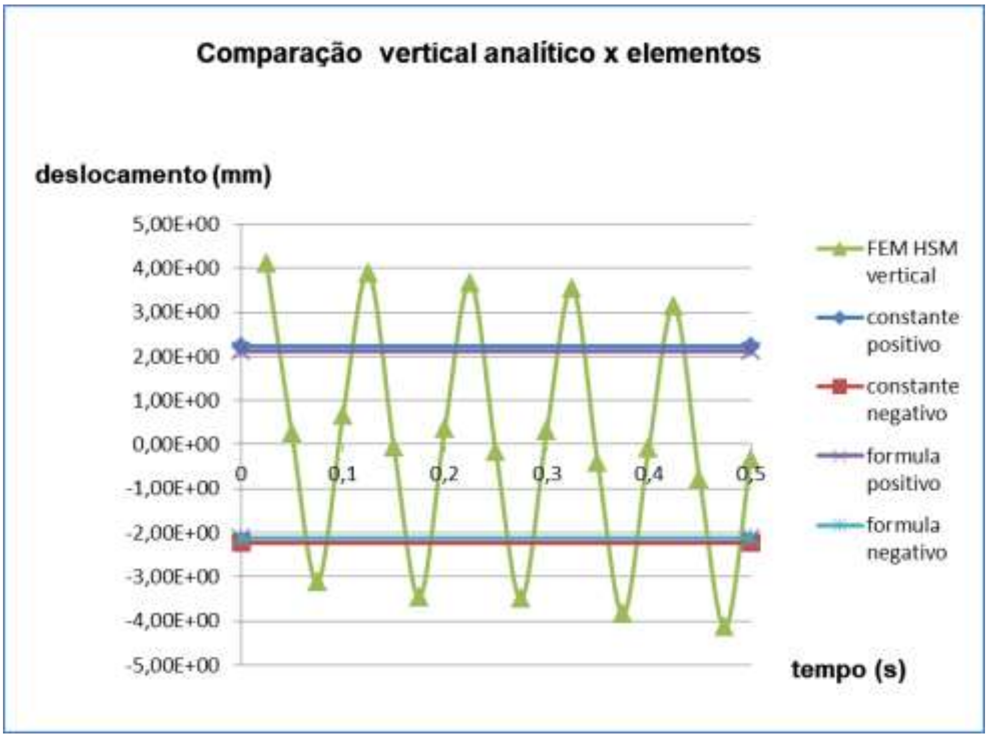

Figura 27: Comparação entre deslocamentos verticais regime permanente por método analítico e por elementos finitos com uso do modelo Hardening soil.

A figura 28 compara os valores obtidos pelo modelo elástico linear e pelo hardening soil. A conclusão a ser tirada é que ambos levam aos mesmos resultados. Portanto, nessa tese será utilizado o hardening soil, por sua maior precisão e rápida convergência de resultados.

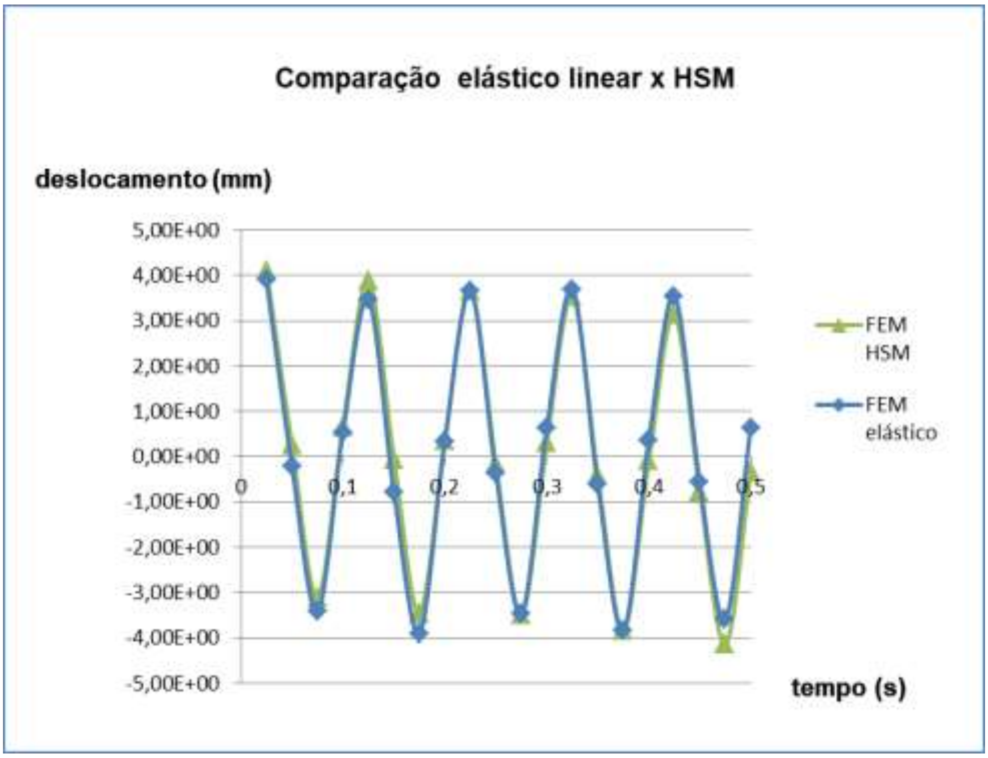

Figura 28: Comparação entre deslocamentos verticais regime permanente pelos modelos elático linear e Hardening soil em elementos finitos.

3.2.2. Verticais na superfície do semi-espaço

Com uso da equação (2.22) para cálculo de deslocamentos verticais de excitações dinâmicas de regime permanentes, e o método de modelos de cone 1D de Wolf (1994), obtem-se o seguinte deslocamento para um problema com os dados da tabela 2:

Tabela 2: Características da fundação analisada no caso vertical.

	E (Pa)	ν	G (Pa)	R0 (m)	f (Hz)	ρ (kg/m³)
	1,00E+07	2,50E-01	4,00E+06	1,00E+00	10	1,80E+03
Método	**a0**	**k (N/m)**	**c (N*s/m)**	**P0 (N)**	**m (kg)**	**z real (m)**
ANALÍTICO	1,33E+00	2,13E+07	3,85E+05	1,00E+05	7,85E+03	3,84E-03
Método	**a0**	**K**	**C**	**P0 (N)**	**m**	**|z |real(m)**
WOLF	1,33E+00	2,13E+07	4,62E+05	1,00E+05	7,85E+03	3,27E-03

O problema é desenvolvido no Plaxis 3D com um material de plate (rígido), submetido a uma tensão constante em sua superfície equivalente à força gravitacional da massa do problema, e a um carregamento vertical harmônico igual ao da figura 22 A figura 29 ilustra as configurações do problema na superfície.

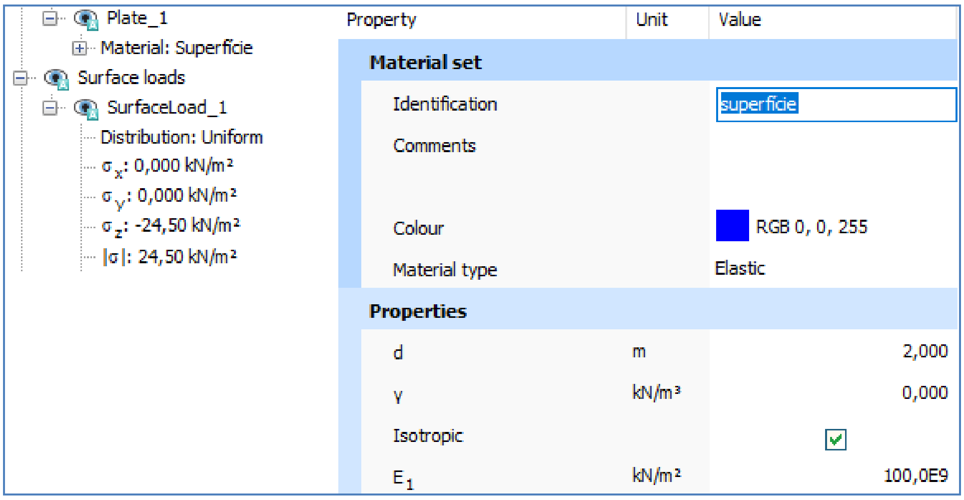

Figura 29: Características de plate e carregamento de superfície submetido no problema.

Os resultados do Plaxis 3D apontam o maior valor na oscilação em regime permanente igual a 3,48 mm. Elementos finitos apresenta um valor intermediário entre os métodos analisados.

3.2.3. Verticais na superfície do estrato sobre rocha

São utilizados dois métodos de cálculo para obtenção de deslocamentos da fundação apoiada em estrato de solo sobre rocha. O primeiro, de Gazetas, 1983, utilizando a equação (2.58) e utilizando as impedâncias da figura 8. O segundo, por meio das constantes de eco desenvolvidas por Wolf (1994) e esclarecidas no apêndice A. A tabela 3 exibe os métodos e os valores obtidos:

Tabela 3: Características da fundação analisada no caso vertical de estrato apoiado em rocha.

E (Pa)	ν	G (Pa)	
1,00E+07	2,50E-01	4,00E+06	
ω (rad/s)	R0 (m)	a0	
6,28E+01	1,00E+00	1,33E+00	
P0 (N)	m (kg)		
1,00E+05	7,85E+03		
k (N/m)	c (N*s/m)	P0 (N)	z real (m)
2,13E+07	3,85E+05	1,00E+05	3,84E-03
K	C	P0 (N)	|z |real(m)
2,13E+07	4,62E+05	1,00E+05	3,27E-03

Sendo S a rigidez dinâmica de Wolf (1994) que considera as constantes de eco.

Comparam-se os valores de deslocamento obtidos com os resultados de Plaxis 3D para caso de reflexões de ondas através da base. Essa consideração é desenvolvida no plaxis alterando a configuração dinâmica das condições de contorno, na qual o valor de z mínimo passa a ser um contorno reflexivo de ondas. A figura 30 ilustra a alteração das configurações dinâmicas do Plaxis 3D.

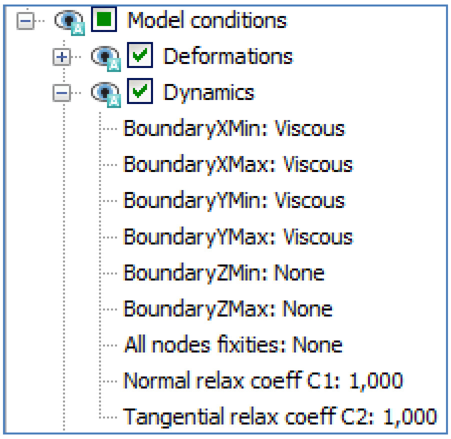

Figura 30: Características de condição de contorno para base rígida.

Os resultados do problema do Plaxis 3D apontam que os deslocamentos máximos obtidos no regime permanente para o caso analisado são de 2,87 mm. Os valores são bem superiores aos obtidos pelos métodos, possivelmente por alguma interação de superfícies não avaliada em uma fundação superficial.

3.2.4.Verticais com embutimento no estrato sobre rocha

Com o uso da equação modificada de Gazetas(1983) em (2.59) e utilizando as impedâncias da figura 9, bem como utilizando as soluções de constantes de eco desenvolvidas por Wolf (1994) para um problema de cone duplo com seu equivalente antissimétrico, como explicito no apêndice A, são obtidos os deslocamentos do problema segundo a tabela 4.

Tabela 4: Características da fundação analisada com embutimento em estrato apoiado em rocha.

E (Pa)	ν	G (Pa)		
1,00E+07	3,33E-01	3,75E+06		
R0 (m)	ω (rad/s)	a0		
1,00E+00	9,13E+01	2,00E+00		
H (m)	P0 (N)	m (kg)		
3,00E+00	1,00E+05	7,85E+03		
Método	Ks (N/m)	k	c	|z |(m)
ANALÍTICO	8,84E+07	7,00E-01	7,00E-01	8,08E-04
Método	Ks (N/m)	S real	S imaginário	|z |(m)
WOLF	4,80E+07	-2,97E+06	4,80E+07	1,20E-03

Os valores máximos de deslocamento em regime permanente para os mesmos dados no plaxis 3D foram de 1,19 mm. Os valores obtidos por elementos finitos se assimilam aos valores obtidos pelo método de Wolf (1994).

3.2.5.Verticais com embutimento no semi-espaço

Dos métodos analisados, apena o de Wolf (1994) permite a generalização para o caso do semi-espaço, apresentando um coeficiente de reflexão/transmissão entre camadas adjacentes podendo reproduzir o comportamento dinâmico do meio. Para uma excitação dinâmica de uma fundação com embutimento em uma camada sobre um semi espaço, são obtidos os resultados de acordo com a tabela 5.

Tabela 5: Características da fundação analisada com embutimento em estrato apoiado em semi-espaço.

1∞	Material	ν	G (Pa)	R0 (m)	H (m)	ω (rad/s)	ρ (kg/m³)
	Camada	2,50E-01	2,00E+06	1,00E+00	1,00E+01	6,28E+01	1,80E+03
	Impedâncias	Ks (N/m)	k	c	m (kg)	P0 (N)	|z |(m)
	Cone duplo	2,40E+07	9,62E+03	2,62E+02	7,85E+03	1,00E+05	2,15E-03
2	Material	ν	G (Pa)	R0 (m)	H (m)	ω (rad/s)	ρ (kg/m³)
	Semi espaço	2,50E-01	4,00E+06	7,37E+00	infinito	6,28E+01	1,80E+03
	Impedâncias	K	C	m (kg)	P0 (N)	|z |(m)	∑ Z (m)
	Cone simples	1,57E+08	2,51E+07	0,00E+00	8,28E+04	5,24E-05	2,20E-03
3	Material	ν	G (Pa)	R0 (m)	H (m)	ω (rad/s)	ρ (kg/m³)
	Semi espaço	2,50E-01	4,00E+06	2,01E+01	infinito	6,28E+01	1,80E+03
	Impedâncias	K	C	m (kg)	P0 (N)	|z |(m)	∑ Z (m)
	Cone simples	4,29E+08	1,87E+08	0,00E+00	6,86E+04	5,85E-06	2,21E-03
4	Material	ν	G (Pa)	R0 (m)	H (m)	ω (rad/s)	ρ (kg/m³)
	Semi espaço	2,50E-01	4,00E+06	3,28E+01	infinito	6,28E+01	1,80E+03
	Impedâncias	K	C	m (kg)	P0 (N)	|z |(m)	∑ Z (m)
	Cone simples	7,00E+08	4,98E+08	0,00E+00	5,69E+04	1,82E-06	2,21E-03

Os resultados do Plaxis 3D apontam um deslocamento final de regime permanente para o caso de 2,20 mm. Os dois métodos, simplificado e elementos finitos, obtém basicamente os mesmos valores para o caso tratado.

3.3. Excitações dinâmicas horizontais com embutimento

Análogo ao caso anterior, são avaliados os deslocamentos por elementos finitos devido a excitações dinâmicas horizontais. O programa permite que o carregamento seja diretamente aplicado na base da fundação, portanto retirando o efeito de rocking da formulação dos modos de excitação acoplados. Assim, para o cálculo do deslocamento real da fundação, com a consideração de momento zero e ângulo de rocking zero, só serão necessários dados para uso das equações (2.60), (2.62) e (2.65), além das fórmulas apresentadas em (2.68) a (2.71). A tabela 6 ilustra as propriedades da fundação analisada.

Tabela 6: Características da fundação com embutimento analisada no caso horizontal.

E (Pa)	**ν**	**G (Pa)**		
1,00E+07	0,00E+00	5,00E+06		
Es (Pa)	**νs**	**Gs (Pa)**		
5,00E+06	0,00E+00	2,50E+06		
R0 (m)	**δ**	**ω (rad/s)**	**ρ (kg/m³)**	**a0**
1,00E+00	1,00E+00	6,28E+01	1,80E+03	1,19E+00
PRECISÃO	**Cu1**	**Cu2**	**Su1**	**Su2**
FÓRMULAS	4,25E+00	3,24E+00	3,71E+00	9,60E+00
CONSTANTES	4,30E+00	3,22E+00	3,60E+00	9,78E+00
kxx (N/m)	**cxx(N*s/m)**	**P0 (N)**	**m (kg)**	**x real (m)**
3,05E+07	-6,40E+05	1,00E+05	7,85E+03	2,49E-03
3,05E+07	-6,45E+05	1,00E+05	7,85E+03	2,47E-03

As características do solo são alteradas para o caso de Poisson de valor zero. A figura 31 apresenta os novos dados dos solos de fundação e contato lateral na plataforma Plaxis. A figura 32 apresenta as propriedades do mesmo solo adaptadas para o modelo de Hardening soil.

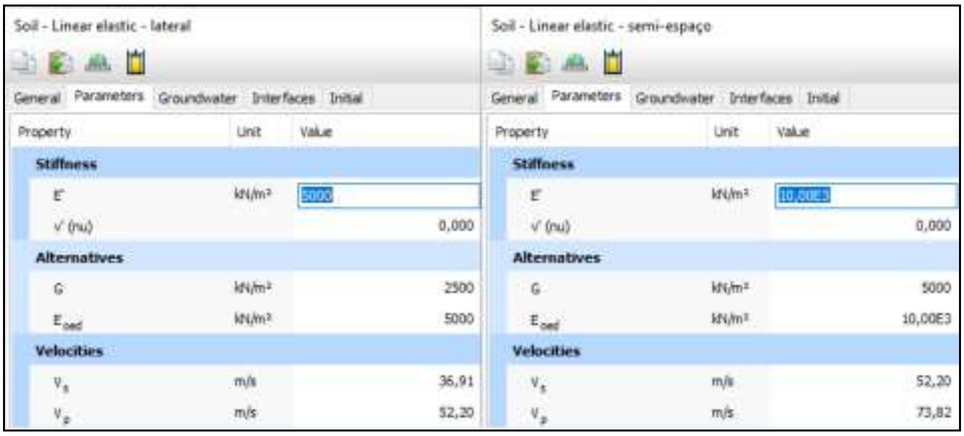

Figura 31: Parâmetros dos solos sujeitos à excitações horizontais no modelo linear elástico.

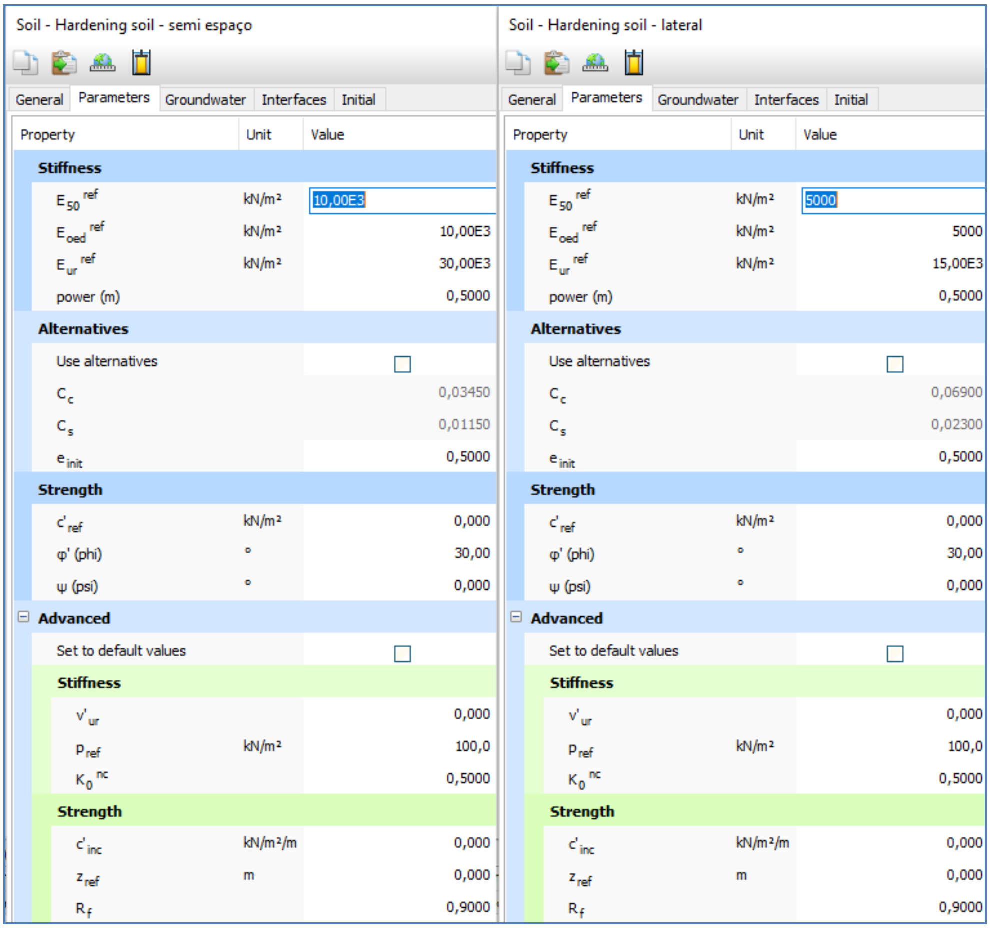

Figura 32: Parâmetros dos solos no modelo Hardening soil (horizontal).

Os deslocamentos no eixo x do problema são calculados de forma similar às etapas desenvolvidas na figura 25. Os deslocamentos horizontais de regime permanente são comparados aos deslocamentos horizontais esperados pela formulação analítica na figura 33. Os valores de deslocamentos de regime permanente do modelo HSM são precisos, com erro menor do que 6,5 por cento.

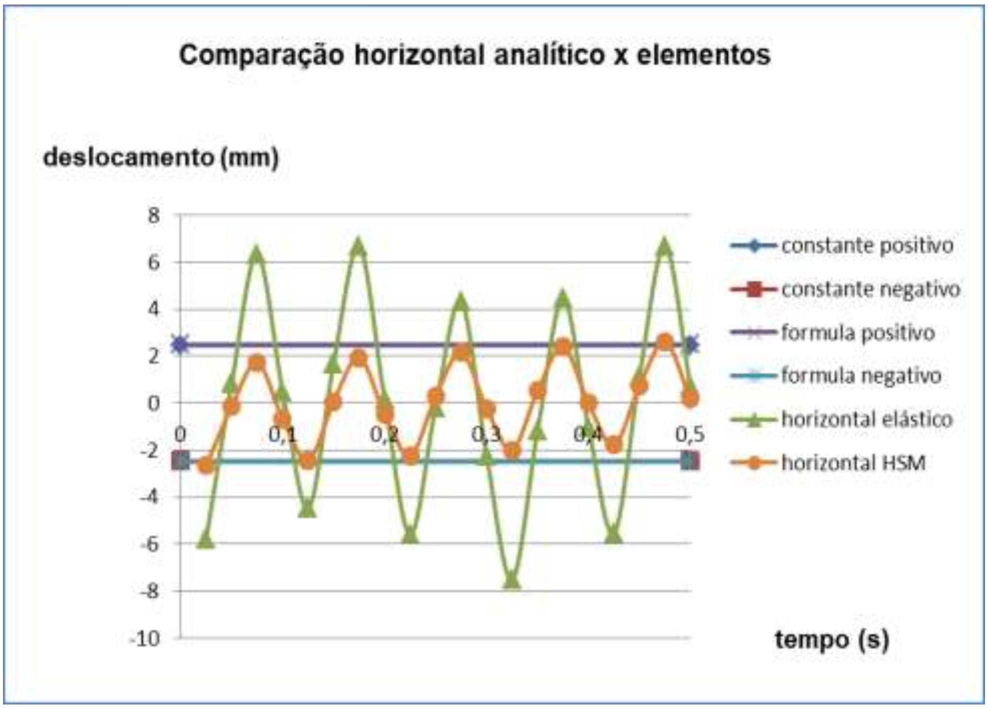

Figura 33: Comparação entre deslocamentos horizontais regime permanente por método analítico e por elementos finitos.

3.4. Valores de acréscimo de recalques em grupos de estaca

3.4.1. Caso estático

Para um solo linear elástico de ν=0,495 (na intenção de simular o solo incompressível de valor 0,50), são observados os valores de α de acordo com a figura 13 e comparados com os valores obtidos no Plaxis 3D. O material “embedded beam” é utilizado para simular estacas flutuantes no meio, com valores de resistência lateral mobilizada da estaca definidos pelo meio elástico. A figura 34 ilustra o material na plataforma Plaxis 3D.

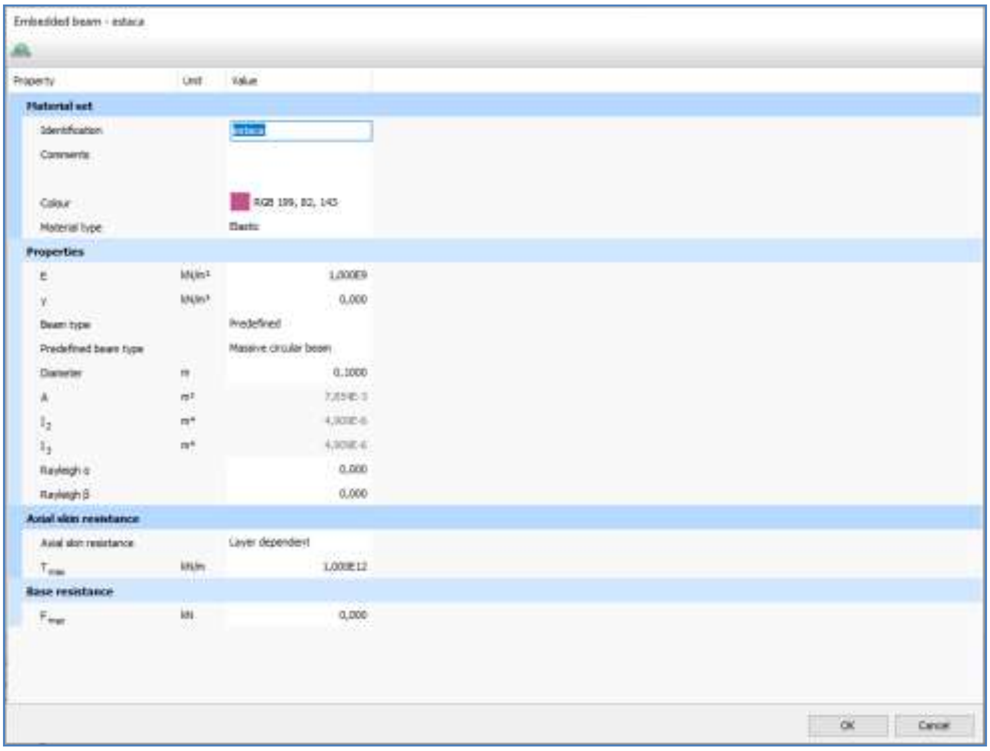

Figura 34: Parâmetros do material "embedded beam" no Plaxis 3D.

São avaliados valores para estacas de relação L/d de 25 e 10, e a precisão de recalques estáticos tem uma variação aceitável para fins de engenharia, de erro relativo de maior valor de 9%, para valores elevados de K. A tabela 7 ilustra a variação dos valores para os casos.

Tabela 7: Comparação de taxas de recalque adicional obtidas com o Plaxis 3D e com procedimento teórico

L/d=25			
s/d	α	α esperado	**ERRO RELATIVO(%)**
10	0,274	0,301	-9,039
5	0,415	0,440	-5,693
2	0,636	0,640	-0,557
L/d=10			
s/d	α	α esperado	**ERRO RELATIVO(%)**
10	0,179	0,181	-1,078
5	0,335	0,335	-0,003
2	0,607	0,569	6,719

3.4.2. Caso dinâmico

São comparados valores de acréscimos de recalques para o caso dinâmico de carregamentos em estacas. É feita uma análise paramétrica em relação a frequências de vibração e módulos de elasticidade do solo.

O material “embedded beam” é mantido sem massa para uma interação puramente cinemática entre estacas. A rigidez se mantém elevada, para simular o valor infinito. Os picos de deslocamento para a excitação são comparados para estaca individual, e para estacas nas proximidades de valores s/d de 10, 5 e 2.

Os valores de acréscimo de recalques para cada frequência são comparados com os valores estáticos obtidos com o Plaxis 3D.

A variação do módulo de elasticidade do material altera a velocidade da onda de tensão propagada através do solo

Os valores de velocidade dos solos trabalhados são ilustrados na figura 35.

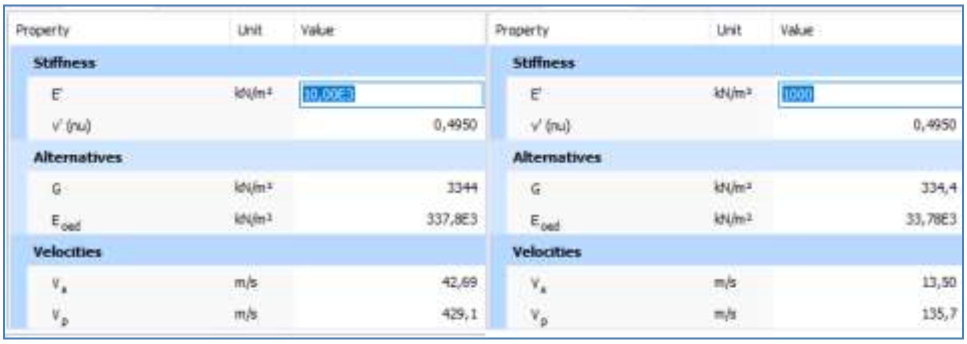

Figura 35:Parâmetros dos solos incompressíveis, na plataforma Plaxis 3D.

As tabelas 8 ilustram os valores de acréscimos de recalques para estacas com a variação da frequência. Os solos trabalhados tem módulos de elasticidade de 10 MPa ou 1MPa Toda a análise paramétrica previamente realizada para o caso estático também é feita para o caso dinâmico.

Tabela 8: Taxas de recalque adicional dinâmicas com variação de frequências e módulos de elasticidade

α para L/d= 10; E=10 MPa			
f(Hz)	**s/d=10**	**s/d=5**	**s/d=2**
0	17,88	33,48	60,68
0,5	18,21	33,34	59,17
1	17,68	32,91	58,90
2	17,33	32,60	58,73
5	17,48	32,73	58,81

α para L/d= 10; E=1 MPa			
f(Hz)	**s/d=10**	**s/d=5**	**s/d=2**
0	17,88	33,48	60,68
0,5	17,27	32,43	58,34
1	17,17	32,36	58,28
1,581	17,34	32,47	58,37
2	17,33	32,44	58,35
5	18,16	33,83	56,69

α para L/d= 25; E=10 MPa			
f(Hz)	**s/d=10**	**s/d=5**	**s/d=2**
0	27,38	41,52	63,64
0,5	41,38	58,70	81,66
1	40,43	58,03	81,36
2	39,86	57,63	81,19
5	40,21	57,92	81,32

α para L/d= 25; E=1 MPa			
f(Hz)	**s/d=10**	**s/d=5**	**s/d=2**
0	27,38	41,52	63,64
0,5	32,48	48,67	73,65
1	32,33	48,58	73,62
1,581	32,62	48,77	73,70
2	32,69	48,82	73,71

A tabela 9 ilustra a razão entre acréscimos de recalque dinâmico e estático com a variação da frequência, para os casos anteriormente trabalhados.

Tabela 9: Razão entre taxas de recalque adicional dinâmicas e estáticas com variação de frequências e módulos de elasticidade

Desvio de α estático para L/d= 10; E=10 MPa			
f (Hz)	**s/d=10**	**s/d=5**	**s/d=2**
0	1,000	1,000	1,000
0,5	1,019	0,996	0,975
1	0,989	0,983	0,971
2	0,970	0,974	0,968
5	0,978	0,978	0,969

Desvio de α estático para L/d= 10; E=1 MPa			
f(Hz)	**s/d=10**	**s/d=5**	**s/d=2**
0	1,000	1,000	1,000
0,5	0,966	0,969	0,962
1	0,960	0,966	0,960
1,581	0,970	0,970	0,962
2	0,969	0,969	0,962
5	1,016	1,011	0,934

Desvio de α estático para L/d= 25; E=10 MPa			
f(Hz)	**s/d=10**	**s/d=5**	**s/d=2**
0	1,000	1,000	1,000
0,5	1,511	1,414	1,283
1	1,477	1,398	1,279
2	1,456	1,388	1,276
5	1,469	1,395	1,278

Desvio de α estático para L/d= 25; E=1 MPa			
f(Hz)	**s/d=10**	**s/d=5**	**s/d=2**
0	1,000	1,000	1,000
0,5	1,186	1,172	1,157
1	1,181	1,170	1,157
1,581	1,192	1,175	1,158
2	1,194	1,176	1,158
5	1,165	1,170	1,157

São observados maiores valores de acréscimo de recalques dinâmicos em relação ao estático para L/d igual a 25, em módulo de elasticidade de 10 MPa. As ondas de tensão tem maior possibilidade de interagir com estaca de maior comprimento quando a velocidade da onda é muito elevada.

Comparou-se para ambos os comprimentos de estaca os valores de taxa de recalque adicional em solos de diferentes módulos de elasticidade sob uma mesma frequência adimensional. A frequência 5 no solo com módulo de elasticidade 10 MPa é a mesma frequência adimensional que a frequência 1,518 no módulo de elasticidade 1 MPa

Os valores não são similares, o que indica que as taxas não são função somente da frequência, mas também do módulo de elasticidade.

3.5.Bloco de fundações sujeito à excitação vertical

Em um problema de um maciço com bloco de estacas, são analisados dois casos de bloco de fundações para carregamento dinâmico atuante em diferentes frequências.

Para o primeiro caso, 4 estacas de área circular, 0,2 m de diâmetro e comprimento 5 m são instaladas. Cada estaca está à distância de um diâmetro do centro do bloco nas direções x e y Assim, cada estaca está distante de duas estacas em 2 diâmetros e de uma em $2 * \sqrt{2}$ diâmetros. O bloco de fundação é de um metro de altura, de área circular e um metro de raio. As dimensões do bloco são muito superiores às da estaca, com a intenção de poder garantir distância entre as estacas s/d altas e observar melhor efeitos de taxas de recalque adicional dinâmicas.

Para o segundo caso, o bloco de fundação possui as mesmas características, com 4 estacas de área circular de 0,1 m de diâmetro e comprimento 2,5 m, distantes do centro do bloco de 2,5 diâmetros nas direções x e y. Assim, cada estaca está distante de duas estacas em 5 diâmetros e de uma em $5 * \sqrt{2}$ diâmetros.

O material do bloco de fundação é de concreto, de módulo de elasticidade de 21 GPa. A rigidez do material do bloco portanto evita efeitos de flexão em suas bordas. O solo lateral em contato com o bloco possui módulo de elasticidade de 5MPa, e o semi-espaço possui módulo de elasticidade de 10 MPa. Esse tipo de módulo de elasticidade é conhecido em tabelas empíricas da literatura como módulo de elasticidade de areias de média compacidade e argilas ríjas. Porém, a intenção não e a representação de um solo específico, por isso se trabalha um módulo de elasticidade médio. Ambos os meios possuem coeficiente de Poisson de 0.495, representando solos de baixa compressibilidade implementados no Plaxis 3D.

As figuras 36 e 37 ilustram as propriedades dos solos de contato lateral e de semi-espaço. O solo é mantido na analise do Plaxis 3D como hardening soil, de peso específico 18 kN/m³.

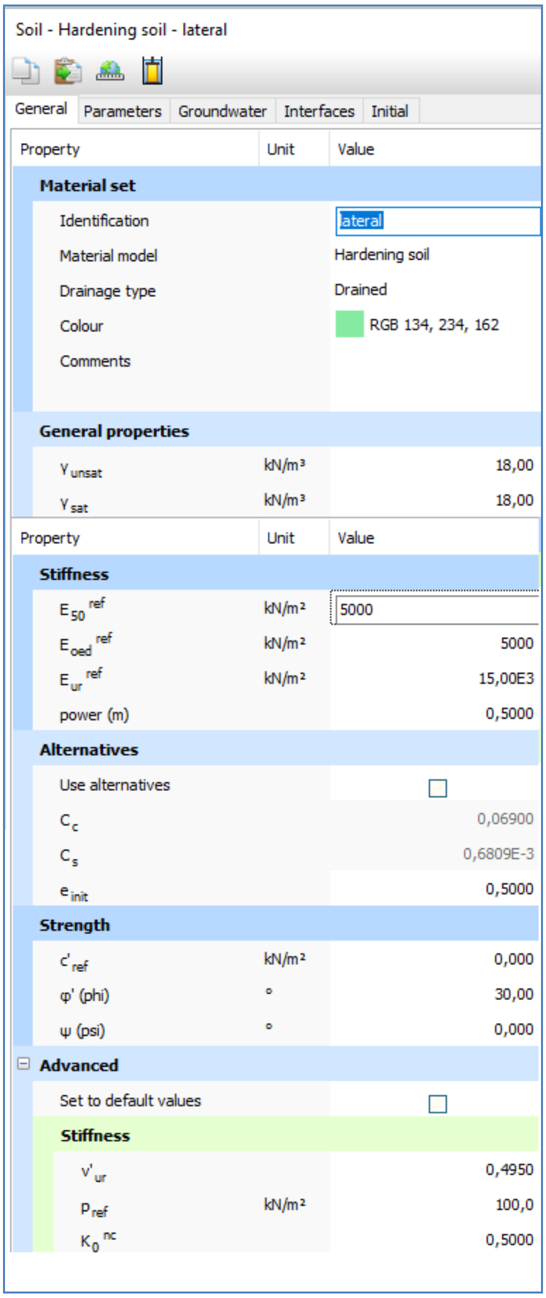

Figura 36: Parâmetros do solo de contato lateral com o bloco de estacas analisado para os casos de bloco de fundação, na plataforma Plaxis 3D.

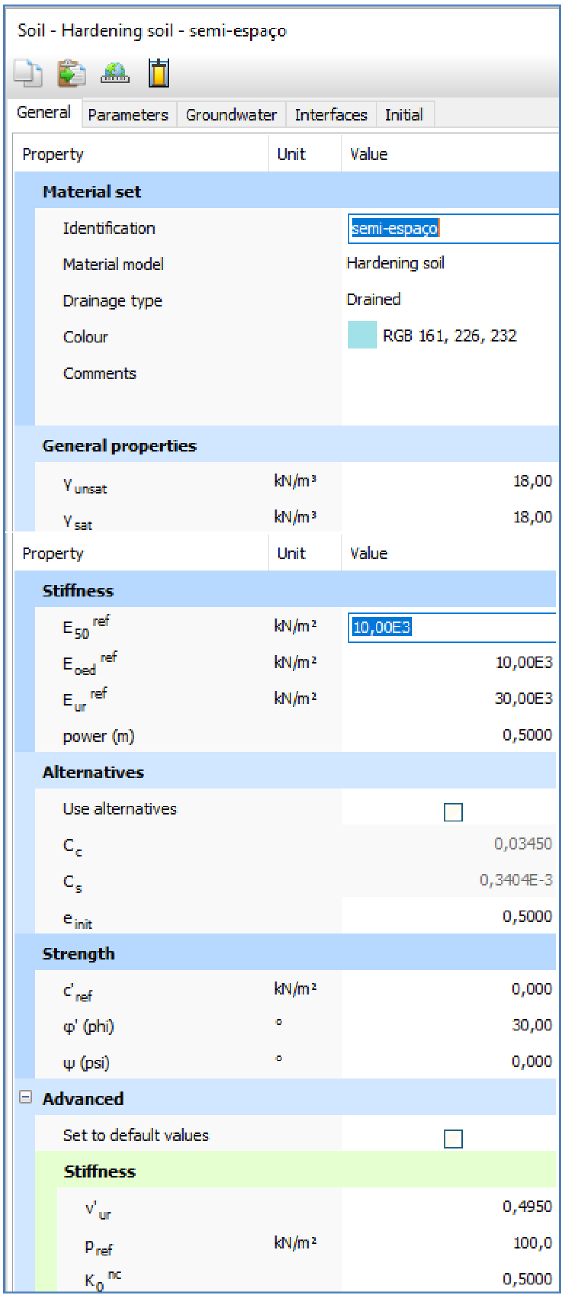

Figura 37: Parâmetros do solo de semi-espaço analisado para os casos de bloco de fundação, na plataforma Plaxis 3D.

.

As figuras 38, 39 e 40 ilustram as propriedades dos materiais do bloco de estacas, de estacas e de conexão entre os materiais geotécnicos, respectivamente. As estacas são flutuantes, com a resistência lateral adquirida pelo contato do material do solo (apenas a estaca do caso 2 é apresentada). O material “plate” proporciona a transmissão de tensões do bloco de fundações para as estacas.

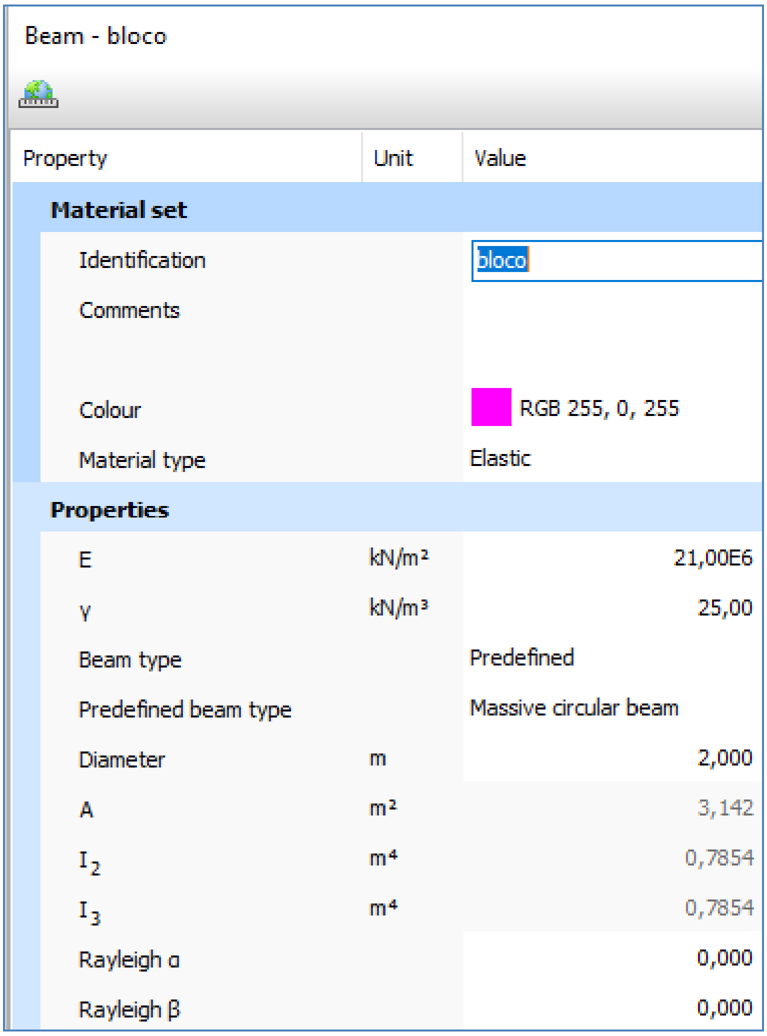

Figura 38: Material "beam" para simular bloco de estacas dos problemas de análise, na plataforma Plaxis 3D.

Embedded beam - estaca

Property	Unit	Value
Material set		
Identification		estaca
Comments		
Colour		RGB 199, 82, 143
Material type		Elastic
Properties		
E	kN/m²	21,00E6
γ	kN/m³	0,000
Beam type		Predefined
Predefined beam type		Massive circular beam
Diameter	m	0,2000
A	m²	0,07854E-3
I_2	m⁴	0,4909E-9
I_3	m⁴	0,4909E-9
Rayleigh α		0,000
Rayleigh β		0,000
Axial skin resistance		
Axial skin resistance		Layer dependent
T_{max}	kN/m	100,0E18
Base resistance		
F_{max}	kN	100,0E18

Figura 39: Material "embedded beam" para simular estacas dos problemas de análise, na plataforma Plaxis 3D (caso 2).

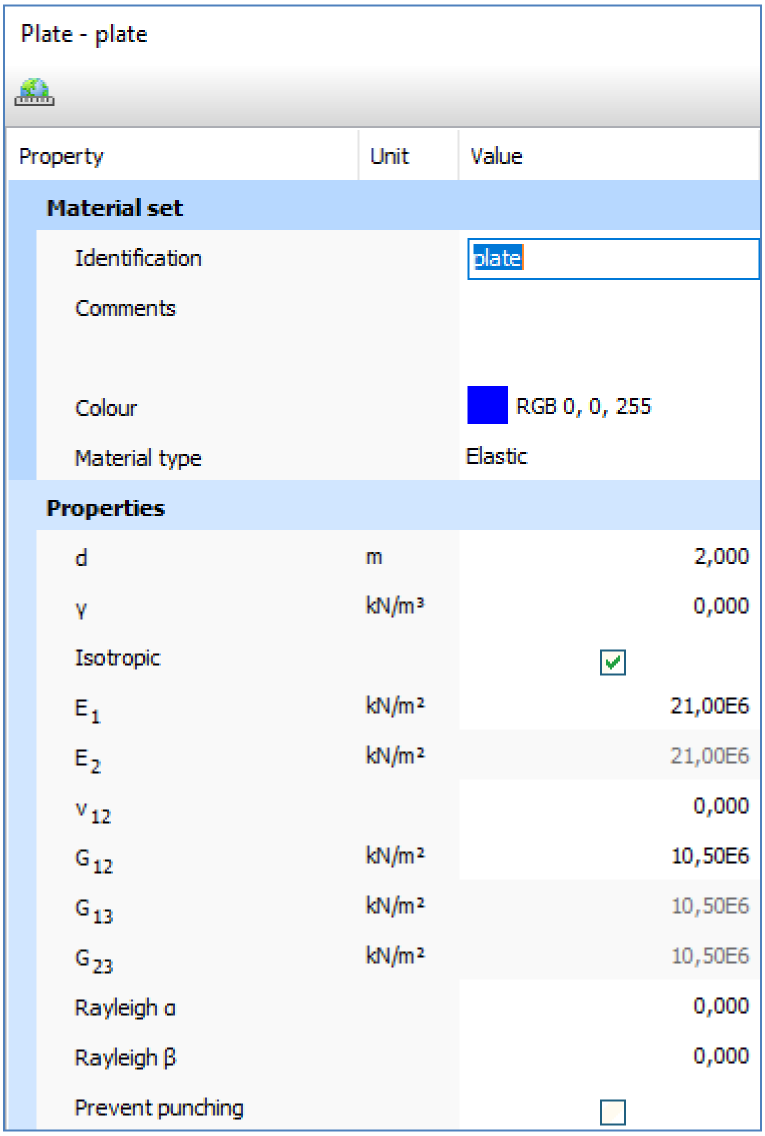
Plate - plate

Property	Unit	Value
Material set		
Identification		plate
Comments		
Colour		RGB 0, 0, 255
Material type		Elastic
Properties		
d	m	2,000
γ	kN/m³	0,000
Isotropic		☑
E_1	kN/m²	21,00E6
E_2	kN/m²	21,00E6
ν_{12}		0,000
G_{12}	kN/m²	10,50E6
G_{13}	kN/m²	10,50E6
G_{23}	kN/m²	10,50E6
Rayleigh α		0,000
Rayleigh β		0,000
Prevent punching		☐

Figura 40: Material "plate" para simular vínculo entre bloco e estacas nos problemas de análise, na plataforma Plaxis 3D.

As figuras 41 e 42 ilustram respectivamente os casos 1 e 2 do bloco de fundações, e a figura 43 ilustra o maciço de solo trabalhado para ambos os casos.

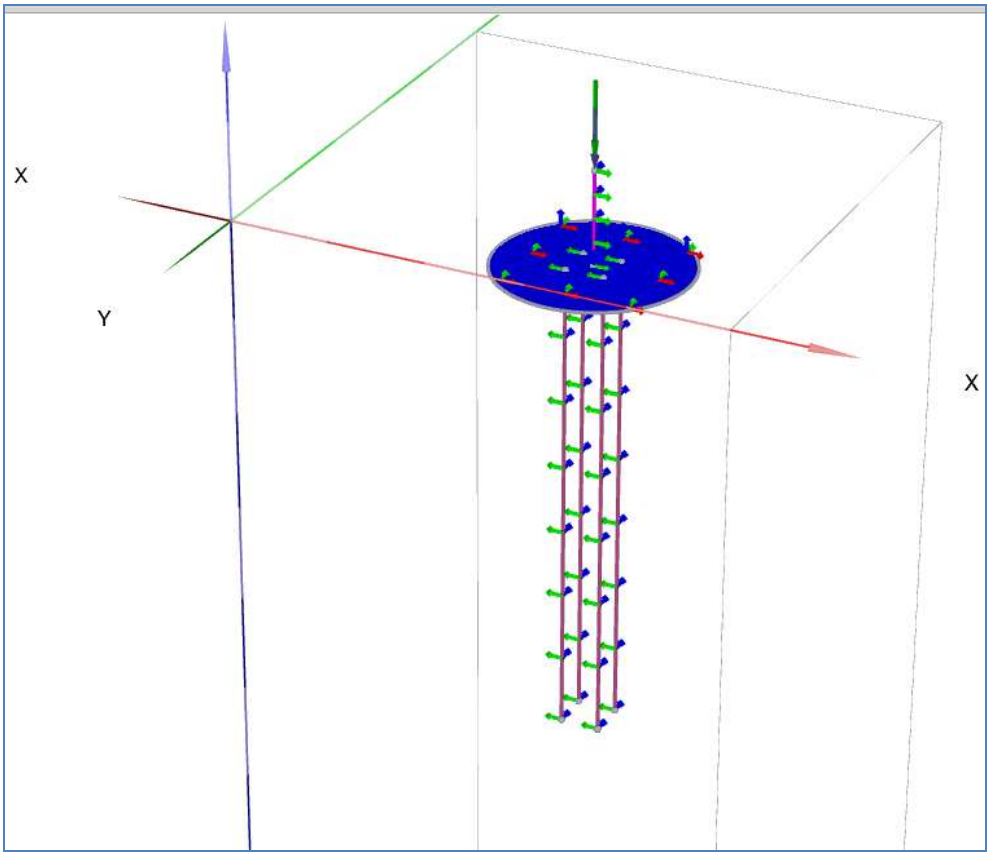

Figura 41: Bloco de estacas para o caso 1 de análise, na plataforma Plaxis 3D.

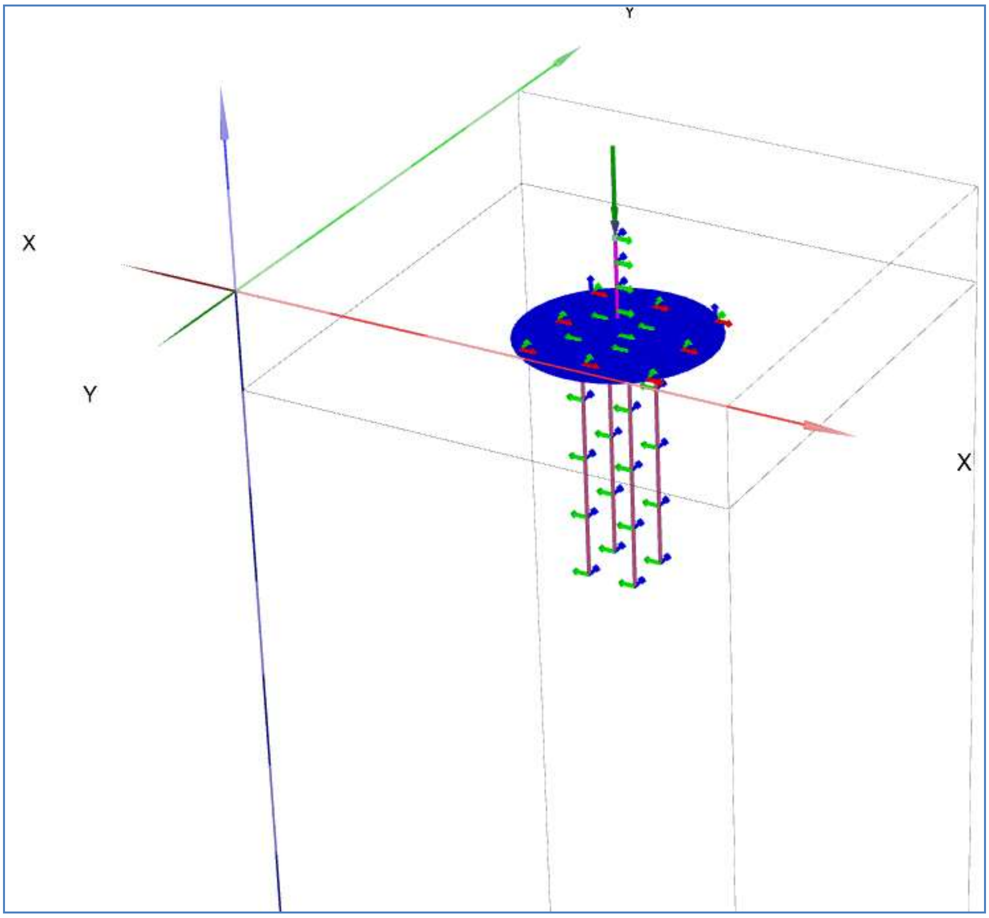

Figura 42: : Bloco de estacas para o caso 1 de análise, na plataforma Plaxis 3D.

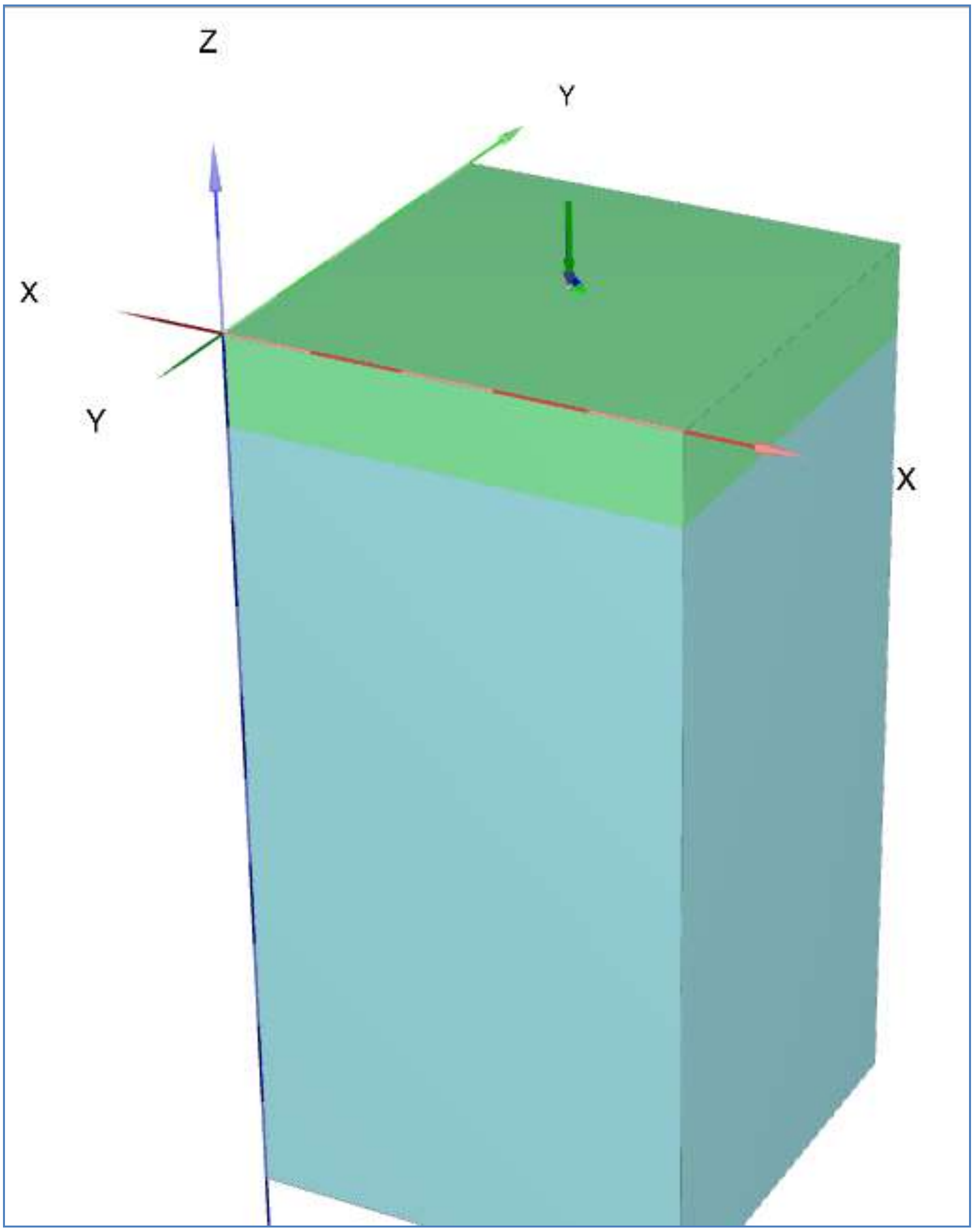

Figura 43: Maciço de solo para a análise de ambos os casos na plataforma Plaxis 3D.

As fases de carregamentos no Plaxis 3D tem o tempo de duração proporcional à frequência de carregamento dinâmico aplicado. Cada tempo de fase é contabilizado para que ao menos 10 ciclos de carregamento dinâmicos sejam aplicados à estrutura, sendo assim alcançada a condição de deslocamento em regime permanente da fundação de máquina. É imposto um carregamento estático na estrutura de 70 kN para simular o peso dá maquina que aplica o carregamento dinâmico.

As condições de contorno do problema do ponto de vista dinâmico são de viscosidade, para simular o semi-espaço de extensão infinita e evitar reflexão de ondas na camada. As figuras 44, 45, 46 e 47 ilustram as fases de carregamento do programa Plaxis 3D. Para o exemplo ilustrado, o carregamento harmônico de frequência 0,5 segundos é executado durante 20 segundos para atingir 10 ciclos de carregamento. Após isso, uma etapa plástica assegura a estabilidade do maciço. Após a etapa, mais 2 segundos de uma nova etapa dinâmica permite encontrar os deslocamentos de regime permanente para um ciclo de carregamento. Para todas as frequências, a mesma metodologia é empregada.

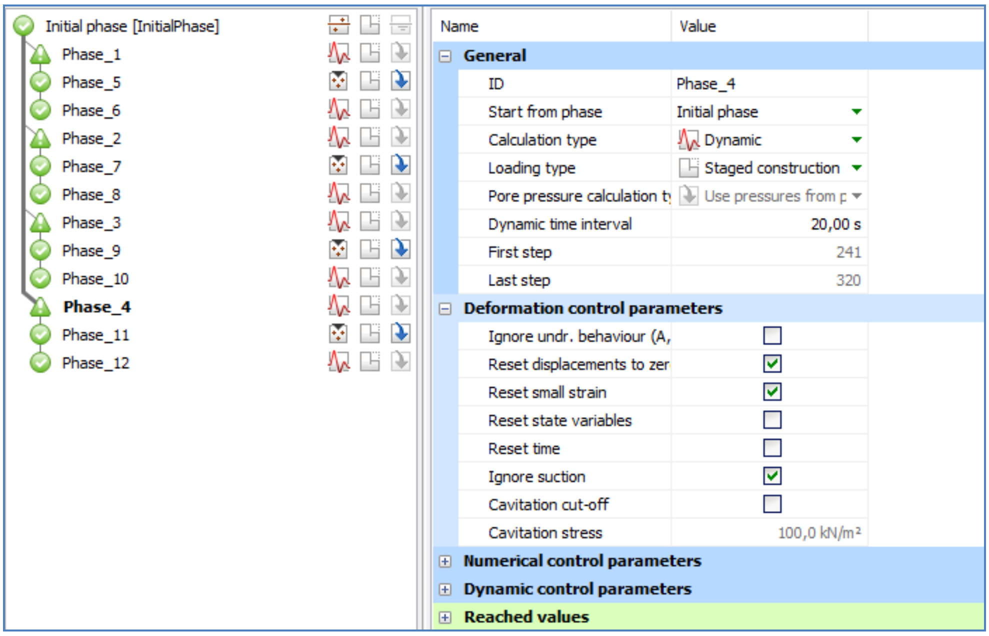

Figura 44: Exemplo de fase de carregamento dinâmico inicial na plataforma Plaxis 3D (10 ciclos de carregamento para atingir regime permanente).

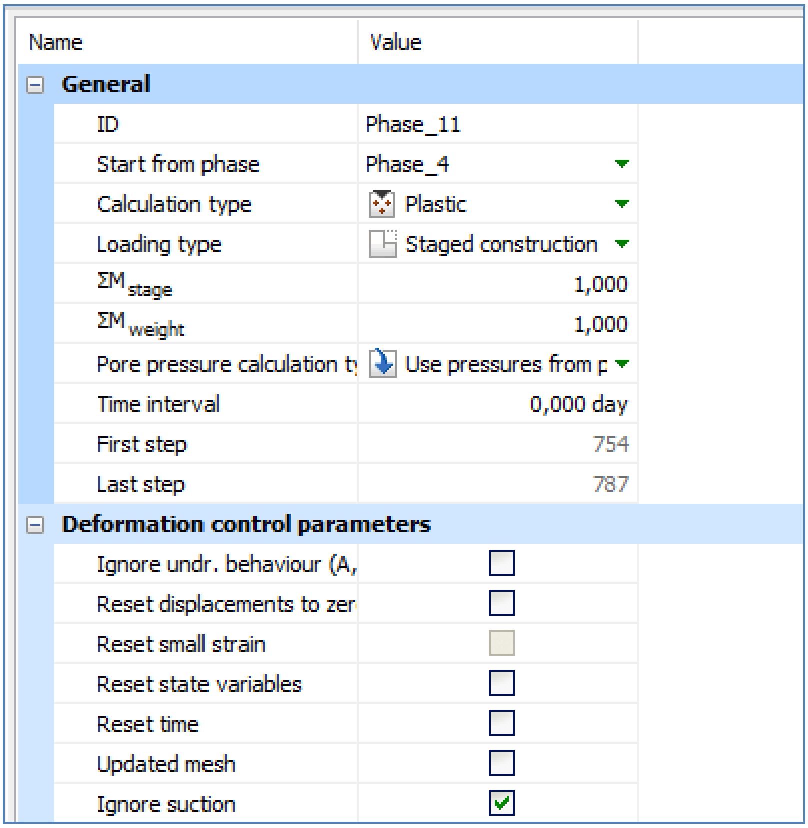

Figura 45: Exemplo de fase plástica na plataforma Plaxis 3D (estabilização das tensões do maciço).

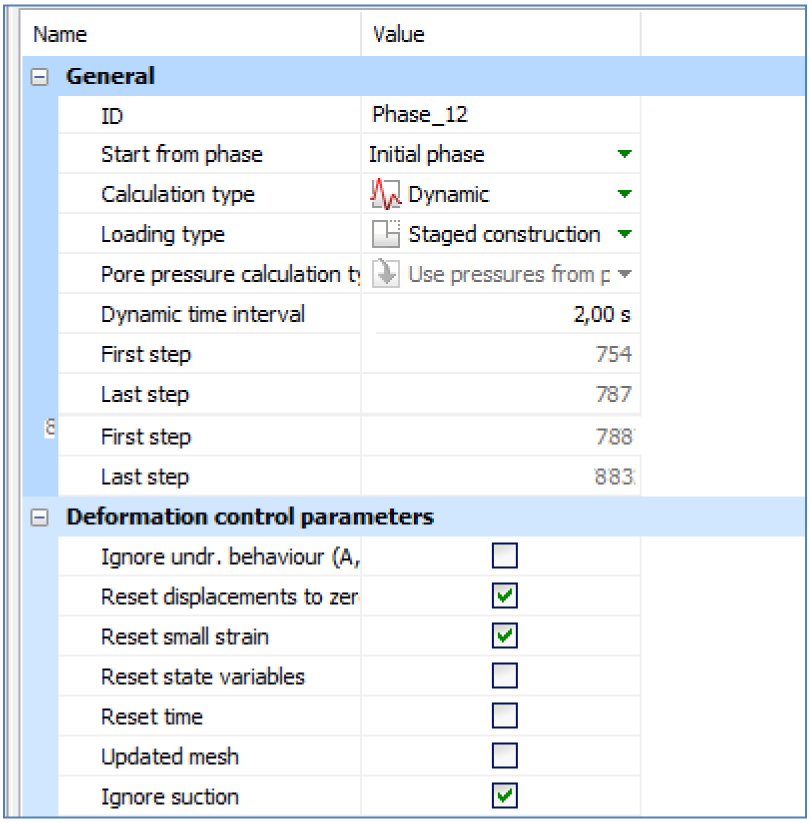

Figura 46: Exemplo de fase de carregamento dinâmico final na plataforma Plaxis 3D (1 ciclo de carregamento para analisar os deslocamentos de regime permanente gerados).

Para o cálculo da rigidez dinâmica do bloco de fundações, as equações (2.73) e (2.74) são utilizadas, além das fórmulas (2.79) e (2.80). A massa do bloco e das estacas é o volume dos materiais multiplicado pela massa específica do concreto, de 2500 kg/m³, somada à massa da máquina. É desconsiderada a resistência lateral do bloco, pois o uso da mesma subestima os deslocamentos de regime permanente.

O cálculo das rigidezes dinâmicas do grupo de estacas é feito com o uso das equações (2.95) a (2.98). A taxa de recalque adicional de estacas é obtida com uso linha de tendências gerada com uso das taxas de recalque adicional da tabela 8. A partir dessas linhas de tendência, são gerados valores de taxas de recalque adicional para s/d de $2 * \sqrt{2}$ e $5 * \sqrt{2}$ para os casos 1 e 2, respectivamente. Essas aproximações são feitas por funções polinomiais de terceira ordem, com o uso do programa Excel. A tabela 10 ilustra o valores de acréscimo de deslocamentos com a frequência para o solo de 10 MPa e l/d de 25 para os valores de s/d desejados.

Tabela 10: Taxas de recalque adicional dinâmicas aproximadas por linhas de tendência no Excel.

L/d=25;E=10MPa	
s/d=2,828	**α (%)**
f=5	74,2
f=2	74,0
f=1	74,3
f=0,5	74,7

L/d=25;E=10MPa	
s/d=7,071	**α (%)**
f=5	46,7
f=2	46,3
f=1	46,8
f=0,5	47,7

São somadas as rigidezes dinâmicas do bloco de estacas e das estacas para se obter a rigidez dinâmica de cada caso. São comparados os deslocamentos de regime permanente com uso dos valores de taxa de recalque adicional dinâmico e com uso dos valores estáticos obtidos de acordo com a figura 13.

Outra possível solução do problema pode ser empregada com resultados de rigidezes dinâmicas de fundações com embutimento proveniente da solução de propagação de ondas de tensão 1D de Wolf (1994), com uso de cone duplo e equivalente antissimétrico para simular a fundação embutida.

O cone duplo produz uma onda de tensão metade por compressão e metade por tração. Seu equivalente antissimétrico fará o mesmo, e estará a uma distância, igual ao embutimento da fundação, acima da superfície. Deste modo, a onda de tração gerada pelo cone inferior se chocará com a onda de compressão gerada pelo cone superior na superfície livre do solo, assim garantindo a condição da superfície livre de tensão zero.

Na interface entre duas camadas de solo na análise de Wolf, a camada superior pode ser compreendida como um solo no qual há reflexão de ondas de acordo com a figura 22 apresentada anteriormente. O módulo da força refletida para a camada é dependente da relação entre o módulo de elasticidade de ambas as camadas em contato na interface

Para o solo inferior, a rigidez dinâmica é considerada como a de um cone de tensão na superfície de um semi-espaço, calculando-se a sua área inicial com o uso do cone inicial, e com novo ápice do cone obtido com as constantes elásticas do solo inferior.

As flexibilidades dinâmicas de cada cone são somadas, e então o inverso da flexibilidade gera a rigidez dinâmica da fundação com embutimento.

A parte real da rigidez dinâmica da fundação representa a rigidez estática do meio. A parte imaginária da rigidez dinâmica, dividida pela frequência, representa o amortecimento do meio.

Para o problema de solo de elevado valor de coeficiente de Poisson, deve-se incluir um valor de massa adicional de solo vinculada à estrutura, de acordo com o desenvolvimento do problema de Wolf (1994). Além disso, a velocidade da onda de propagação não pode ser a anteriormente utilizada, a da onda p. Para evitar problemas de velocidades elevadas em um Poisson elevado, utiliza-se a velocidade de duas vezes o valor da velocidade da onda s. As especificações do problema de cones 1D podem ser melhor observadas no apêndice A.

Para o segundo caso de bloco de fundação, também é analisado por cones de tensão 1D o problema com materiais de solo de Poisson 0, para observar a acurácia do método sem a necessidade de considerar os parâmetros de ajuste das rigidezes dinâmicas descritos acima. Também é realizada a mesma análise com a metodologia de Novak e Beredugo(1972) e uso das equações (2.81) e (2.82) para a comparação de ambos os métodos em um caso de um solo sem deformação lateral.

4. Resultados e conclusões

4.1. Blocos de fundações de solo altamente incompressível

Os deslocamentos máximos de regime permanente de cada caso, bem como suas rigidezes estáticas, amortecimentos e massa são expressos nas tabelas 11 a 16, em função da frequência de carregamento. Para os problemas resolvidos com os coeficientes de Novak e Beredugo (1972), a nomenclatura das colunas da tabela é respectiva aos métodos de cálculos. A primeira letra representa os coeficientes de Novak e Beredugo (1972), se com uso de constantes ou fórmulas para os coeficientes utilizados.

Tabela 11: Rigidezes dinâmicas e deslocamentos de regime permanente máximos obtidos com equações de Novak e Beredugo (1972) e taxas de recalque adicional dinâmicas para o bloco de fundações 1.

K α dinâmico (N/m)		
Frequência (Hz)	**Fórmulas**	**Constantes**
5	9,94E+07	1,01E+08
2	1,02E+08	1,01E+08
1	1,03E+08	1,00E+08
0,5	1,02E+08	1,00E+08

C α dinâmico (N/m*s)		
Frequência (Hz)	**Fórmulas**	**Constantes**
5	9,96E+05	9,93E+05
2	9,99E+05	9,93E+05
1	1,01E+06	9,93E+05
0,5	1,02E+06	9,91E+05

Massa (kg)
1,64E+04

Deslocamentos α dinâmico (m)		
Frequência (Hz)	**Fórmulas**	**Constantes**
5	1,12E-03	1,11E-03
2	9,96E-04	1,01E-03
1	9,80E-04	1,00E-03
0,5	9,79E-04	9,98E-04

Tabela 12: Rigidezes dinâmicas e deslocamentos de regime permanente máximos obtidos com equações de Novak e Beredugo (1972) e taxas de recalque adicional estáticas para o bloco de fundações 1.

K α estático (N/m)		
Frequência (Hz)	Fórmulas	Constantes
5	1,14E+08	1,15E+08
2	1,17E+08	1,15E+08
1	1,17E+08	1,15E+08
0,5	1,17E+08	1,15E+08

C α estático (N/m*s)		
Frequência (Hz)	Fórmulas	Constantes
5	1,09E+06	1,08E+06
2	1,09E+06	1,08E+06
1	1,10E+06	1,08E+06
0,5	1,12E+06	1,08E+06

Massa (kg)
1,64E+04

Deslocamentos α estático (m)		
Frequência (Hz)	Fórmulas	Constantes
5	9,64E-04	9,54E-04
2	8,69E-04	8,81E-04
1	8,56E-04	8,71E-04
0,5	8,53E-04	8,68E-04

Tabela 13: Rigidezes dinâmicas e deslocamentos de regime permanente máximos obtidos com equações de Novak e Beredugo (1972) e taxas de recalque adicional dinâmicas para o bloco de fundações 2.

K α dinâmico (N/m)		
Frequência (Hz)	Fórmulas	Constantes
5	8,58E+07	8,60E+07
2	8,88E+07	8,61E+07
1	8,89E+07	8,59E+07
0,5	8,84E+07	8,55E+07

C α dinâmico (N/m*s)		
Frequência (Hz)	**Fórmulas**	**Constantes**
5	7,67E+05	7,67E+05
2	7,79E+05	7,68E+05
1	7,97E+05	7,67E+05
0,5	8,09E+05	7,66E+05

Massa (kg)
1,51E+04

Deslocamentos α dinâmico (m)		
Frequência (Hz)	**Fórmulas**	**Constantes**
5	1,34E-03	1,33E-03
2	1,15E-03	1,19E-03
1	1,13E-03	1,17E-03
0,5	1,13E-03	1,17E-03

Tabela 14: Rigidezes dinâmicas e deslocamentos de regime permanente máximos obtidos com equações de Novak e Beredugo (1972) e taxas de recalque adicional estáticas para o bloco de fundações 2.

K α estático (N/m)		
Frequência (Hz)	**Fórmulas**	**Constantes**
5	9,37E+07	9,39E+07
2	9,66E+07	9,39E+07
1	9,70E+07	9,39E+07
0,5	9,69E+07	9,39E+07

C α estático (N/m*s)		
Frequência (Hz)	**Fórmulas**	**Constantes**
5	8,18E+05	8,19E+05
2	8,31E+05	8,19E+05
1	8,49E+05	8,19E+05
0,5	8,62E+05	8,19E+05

Massa (kg)
1,51E+04

Deslocamentos α estático (m)		
Frequência (Hz)	**Fórmulas**	**Constantes**
5	1,21E-03	1,20E-03
2	1,06E-03	1,09E-03
1	1,04E-03	1,07E-03
0,5	1,03E-03	1,07E-03

Tabela 15: Rigidezes dinâmicas e deslocamentos de regi;me permanente máximos obtidos com modelo de cones 1D de Wolf (1994) e taxas de recalque adicional para o bloco de fundações 1.

K α & WOLF(N/m)		
Frequência (Hz)	**Alfa dinâmico**	**Alfa estático**
5	8,77E+07	1,02E+08
2	8,80E+07	1,03E+08
1	8,69E+07	1,02E+08
0,5	8,56E+07	1,01E+08

C α & WOLF (N/m*s)		
Frequência (Hz)	**Alfa dinâmico**	**Alfa estático**
5	7,79E+05	8,70E+05
2	8,78E+05	9,69E+05
1	1,05E+06	1,14E+06
0,5	1,35E+06	1,44E+06

Massa (kg)
1,51E+04

Deslocamentos α & WOLF (m)		
Frequência (Hz)	**Alfa dinâmico**	**Alfa estático**
5	1,32E-03	1,11E-03
2	1,16E-03	9,92E-04
1	1,16E-03	9,87E-04
0,5	1,17E-03	9,94E-04

Tabela 16: Rigidezes dinâmicas e deslocamentos de regime permanente máximos obtidos com modelo de cones 1D de Wolf (1994) e taxas de recalque adicional para o bloco de fundações 2.

K α & WOLF(N/m)		
Frequência (Hz)	**Alfa dinâmico**	**Alfa estático**
5	6,06E+07	6,99E+07
2	6,10E+07	7,02E+07
1	5,98E+07	6,92E+07
0,5	5,84E+07	6,82E+07

C α & WOLF (N/m*s)		
Frequência (Hz)	**Alfa dinâmico**	**Alfa estático**
5	4,62E+05	5,14E+05
2	5,62E+05	6,07E+05
1	7,34E+05	7,65E+05
0,5	1,03E+06	1,07E+06

Massa (kg)
1,51E+04

Deslocamentos α & WOLF (m)		
Frequência (Hz)	**Alfa dinâmico**	**Alfa estático**
5	2,08E-03	1,74E-03
2	1,69E-03	1,47E-03
1	1,68E-03	1,45E-03
0,5	1,72E-03	1,47E-03

Os valores são então comparados com os deslocamentos obtidos no Plaxis 3D para os casos, expressos na tabela 17 e 18. O tamanho médio de elemento desenvolvido para o caso foi de 0,6 m a fim de garantir transmissão de vibrações entre elementos. AS frequências fundamentais do meio calculadaseram de 7,61 Hz e 1,19 Hz, respectivamente para o solo lateral e semi-espaço.

Tabela 17: Deslocamentos de regime permanente máximos em função da frequência com uso de elementos finitos para o bloco de fundações 1.

Plaxis 3D caso 1	
frequência (Hz)	**deslocamentos (m)**
5	1,47E-03
2	1,48E-03
1	1,74E-03
0,5	2,14E-03

Tabela 18: Deslocamentos de regime permanente máximos em função da frequência com uso de elementos finitos para o bloco de fundações 2.

Plaxis 3D caso 2	
frequência (Hz)	**deslocamentos (m)**
5	2,42E-03
2	2,26E-03
1	2,58E-03
0,5	2,97E-03

Para os casos de Wolf (1994) com uso de taxas dinâmicas, há uma melhora significativa do erro percentual de deslocamentos em relação à metodologia de Novak e Beredugo (1972) com taxas dinâmicas. Para todos os carregamentos, o erro máximo percentual de deslocamentos de Novak e Beredugo (1972) para o caso de blocos de fundação um foi de 54,27%, enquanto o erro máximo de Wolf (1994) foi de 45,42%. Já para o segundo caso de bloco de fundação, o erro máximo de Novak e Beredugo (1972) foi de 61,86%, enquanto o erro máximo de Wolf (1994) foi de 42,21%. E embora não seja o interesse deste trabalho, o uso de taxas estáticas com Wolf (1994) também apresenta melhores valores do que o uso de taxas estáticas com Novak e Beredugo (1972).

Em relação ao uso de taxas dinâmicas ou estáticas para o problema de Wolf (1994), em todas as frequências analisadas, as taxas de recalque adicional dinâmicas obtiveram menores erros percentuais do que as estáticas. Fez-se uma média aritmética dos erros de Wolf (1994) com taxas dinâmicas e estáticas. Estes são apresentados nas tabelas 19 e 20.

Tabela 19: Erro médio de deslocamentos de regime permanente de Wolf em relação a elementos finitos para o bloco de fundações 1.

Erro médio para o caso 1 (%)	
Dinâmico	**Estático**
27,55	38,60

Tabela 20: Erro médio de deslocamentos de regime permanente de Wolf em relação a elementos finitos para o bloco de fundações 2.

Erro médio para o caso 2 (%)	
Dinâmico	**Estático**
28,95	39,30

A figura 47 ilustra a variação dos valores de deslocamento em relação a elementos finitos para o caso 1, e a figura 48 ilustra para o caso 2. O padrão de deslocamentos é mantido, porém os valores de deslocamentos são subestimados.

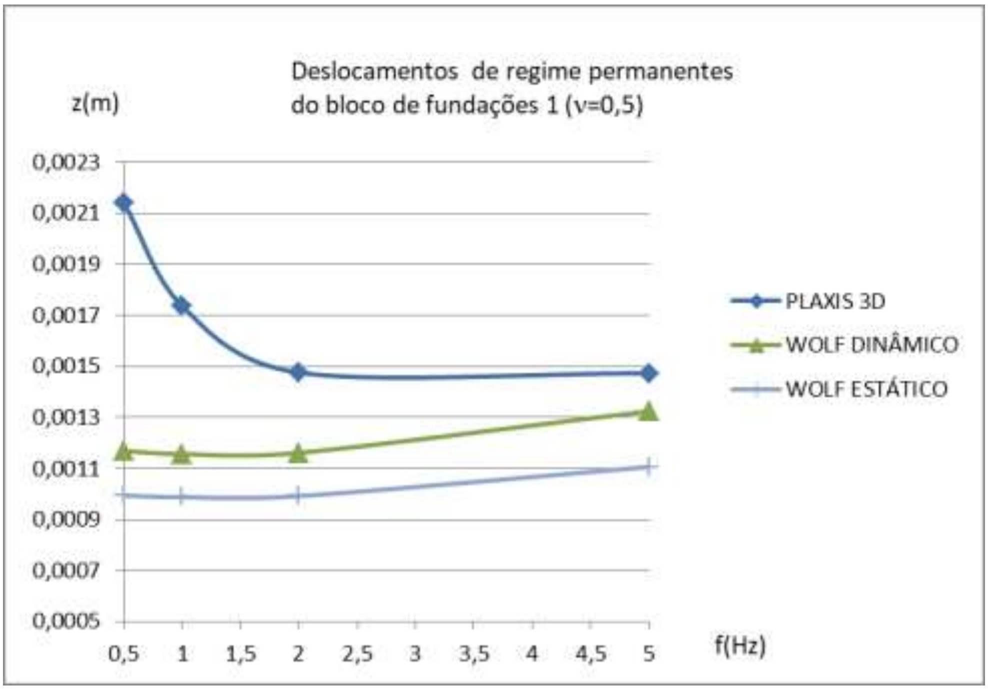

Figura 47: Comparação de deslocamentos de regime permanente com a metodologia de cones 1D de Wolf (1994) e elementos finitos para o bloco de fundações do caso 1.

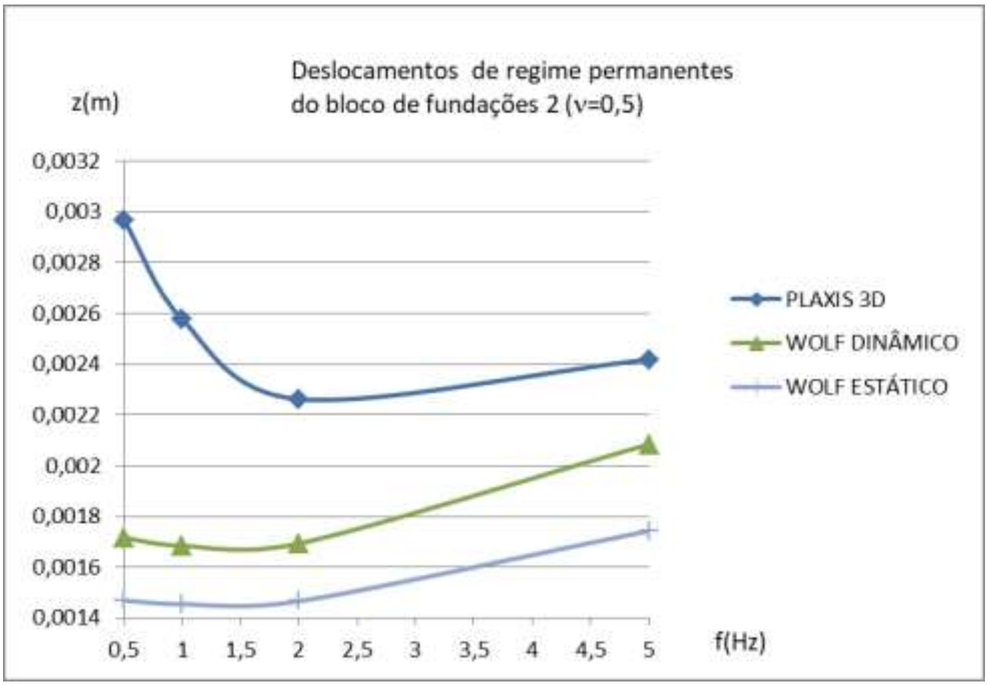

Figura 48: Comparação de deslocamentos de regime permanente com a metodologia de cones 1D de Wolf (1994) e elementos finitos para o bloco de fundações do caso 2.

4.2. Bloco de fundações 2 com solo sem deformação lateral

Com o solo sem deformação lateral , de Poisson igual a zero, a metodologia de Wolf (1994) de cones de tensão 1D utiliza a velocidade de ondas de compressão coerente com o caso real e despreza massa adicional de solo englobada pela fundação. Por isso, tende a apresentar resultados mais coerentes do que no caso incompressível.

O problema do bloco de fundações 2 é reavaliado para solos de coeficiente de Poisson igual a 0.

Os materiais de solo lateral e de semi-espaço do maciço são apresentados nas figuras 49 e 50, respectivamente.

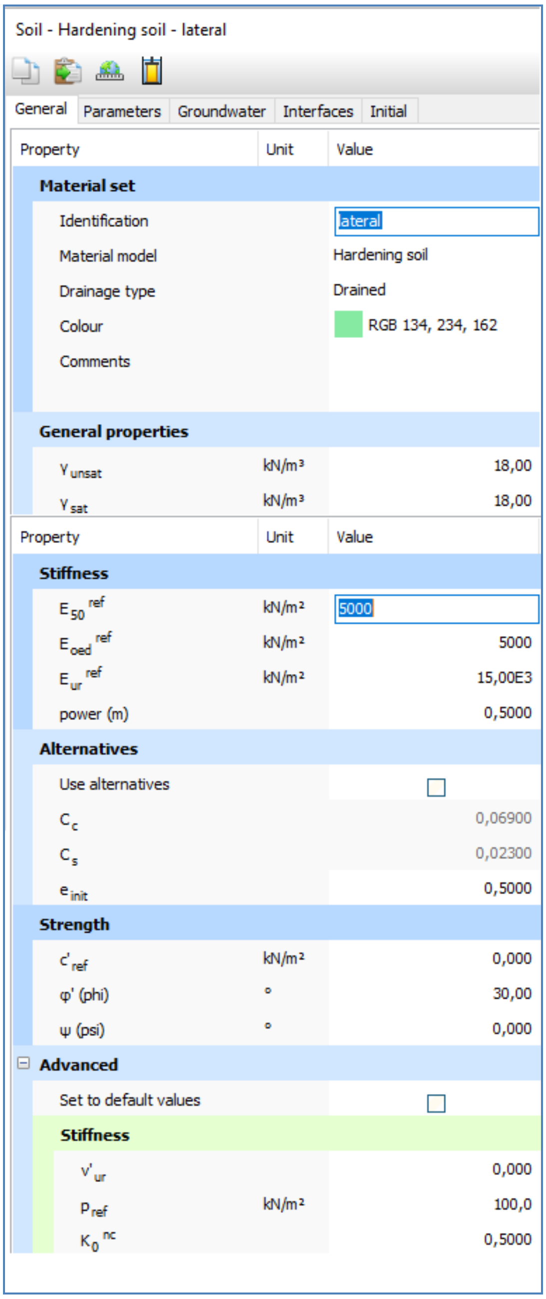

Figura 49: Parâmetros do solo de contato lateral com o bloco de estacas analisado para os casos de bloco de fundação, para materiais sem deformação lateral, na plataforma Plaxis 3D.

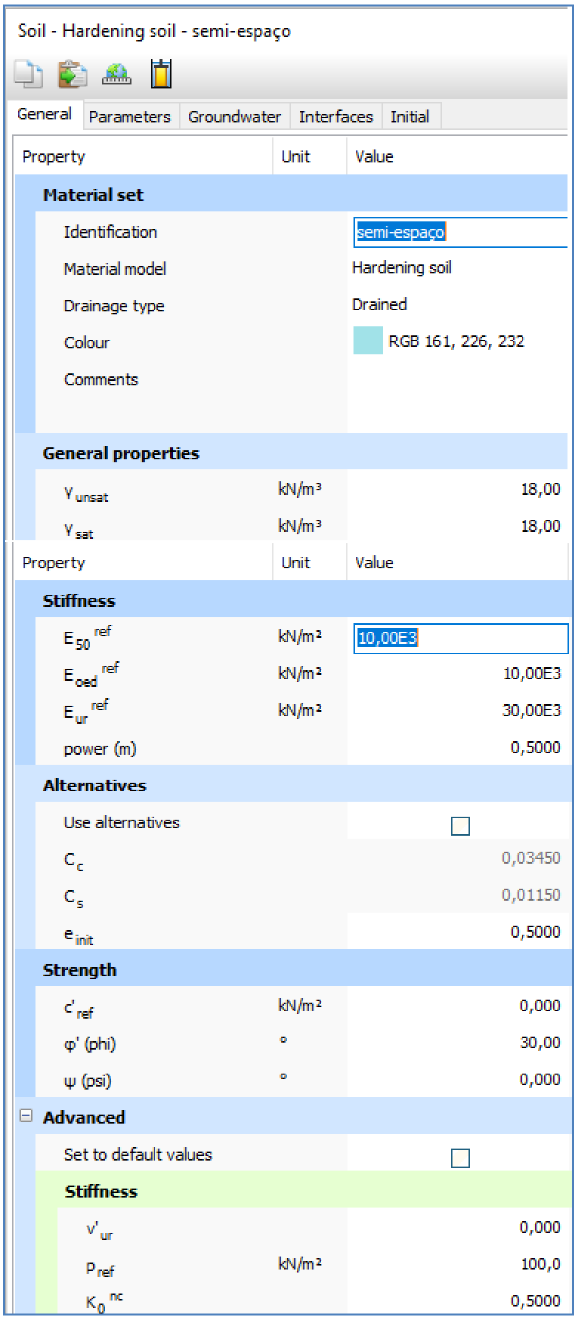

Figura 50: Parâmetros do solo de semi-espaço analisado para os casos de bloco de fundação, para materiais sem deformação lateral, na plataforma Plaxis 3D.

Os deslocamentos máximos de regime permanente de Novak (1972),Wolf (1994) e elementos finitos são apresentados nas tabelas 21, 22, 23 e 24 em função da frequência de carregamento. As tabelas 21, 22 e 23 também apresentam os coeficientes de rigidez dinâmicos e massa para cálculos de deslocamentos. O tamanho do elemento médio de análise foi de 0,6 m, e as frequências fundamentais foram de 9,32 hz e 1,46 Hz respectivamente para os solos lateal e semi-espaço do maciço.

Tabela 21: Rigidezes dinâmicas e deslocamentos de regime permanente máximos obtidos com equações de Novak e Beredugo (1972) e taxas de recalque adicional dinâmicas para o bloco de fundações 2 de solo compressível (ν=0).

K α dinâmico (N/m)		
Frequência (Hz)	**Fórmulas**	**Constantes**
5	6,76E+07	6,80E+07
2	6,86E+07	6,81E+07
1	6,84E+07	6,79E+07
0,5	6,80E+07	6,75E+07

C α dinâmico (N/m*s)		
Frequência (Hz)	**Fórmulas**	**Constantes**
5	4,57E+05	4,54E+05
2	4,56E+05	4,55E+05
1	4,53E+05	4,54E+05
0,5	4,50E+05	4,53E+05

Massa (kg)
1,51E+04

Deslocamentos α dinâmico (m)		
Frequência (Hz)	**Fórmulas**	**Constantes**
5	1,83E-03	1,82E-03
2	1,51E-03	1,52E-03
1	1,47E-03	1,48E-03
0,5	1,47E-03	1,48E-03

Tabela 22: Rigidezes dinâmicas e deslocamentos de regime permanente máximos obtidos com equações de Novak e Beredugo (1972) e taxas de recalque adicional estáticas para o bloco de fundações 2 de solo compressível (ν=0).

K α estático (N/m)		
Frequência (Hz)	Fórmulas	Constantes
5	7,55E+07	7,59E+07
2	7,63E+07	7,59E+07
1	7,64E+07	7,59E+07
0,5	7,64E+07	7,59E+07

C α estático (N/m*s)		
Frequência (Hz)	Fórmulas	Constantes
5	5,09E+05	5,06E+05
2	5,08E+05	5,06E+05
1	5,05E+05	5,06E+05
0,5	5,03E+05	5,06E+05

Massa (kg)
1,51E+04

Deslocamentos α estático (m)		
Frequência (Hz)	Fórmulas	Constantes
5	1,59E-03	1,59E-03
2	1,35E-03	1,35E-03
1	1,32E-03	1,33E-03
0,5	1,31E-03	1,32E-03

Tabela 23: Rigidezes dinâmicas e deslocamentos de regime permanente máximos obtidos com modelo de cones 1D de Wolf (1994) e taxas de recalque adicional para o bloco de fundações 2 de solo compressível (ν=0).

K α & WOLF(N/m)		
Frequência (Hz)	Alfa dinâmico	Alfa estático
5	5,47E+07	6,27E+07
2	5,38E+07	6,17E+07
1	5,16E+07	5,97E+07
0,5	4,98E+07	5,83E+07

C α & WOLF (N/m*s)		
Frequência (Hz)	Alfa dinâmico	Alfa estático
5	4,51E+05	4,75E+05
2	6,49E+05	6,72E+05
1	8,88E+05	9,12E+05
0,5	1,23E+06	1,25E+06

Massa (kg)
1,51E+04

Deslocamentos α & WOLF (m)		
Frequência (Hz)	Alfa dinâmico	Alfa estático
5	2,37E-03	1,99E-03
2	1,92E-03	1,67E-03
1	1,95E-03	1,68E-03
0,5	2,01E-03	1,72E-03

Tabela 24: Deslocamentos de regime permanente máximos em função da frequência com uso de elementos finitos para o bloco de fundações 2 de solo compressível (ν=0).

Plaxis 3D caso 2 (ν=0)	
frequência (Hz)	deslocamentos (m)
5	2,67E-03
2	1,92E-03
1	2,15E-03
0,5	2,92E-03

Os erros médios são então calculados em relação aos valores obtidos por elementos finitos, e exibidos na tabela 25.

Tabela 25: Erro médio de deslocamentos de regime permanente de Wolf (1994) em relação a elementos finitos para o bloco de fundações 2 de solo compressível (ν=0).

Erro médio para o caso 2 (n=0)(%)			
Wolf (D)	Novak Constante (D)	Wolf (E)	Novak Constante (E)
13,02	33,26	25,33	40,79

A figura 51 ilustra a variação dos valores de deslocamento em relação a elementos finitos para o problema analisado.

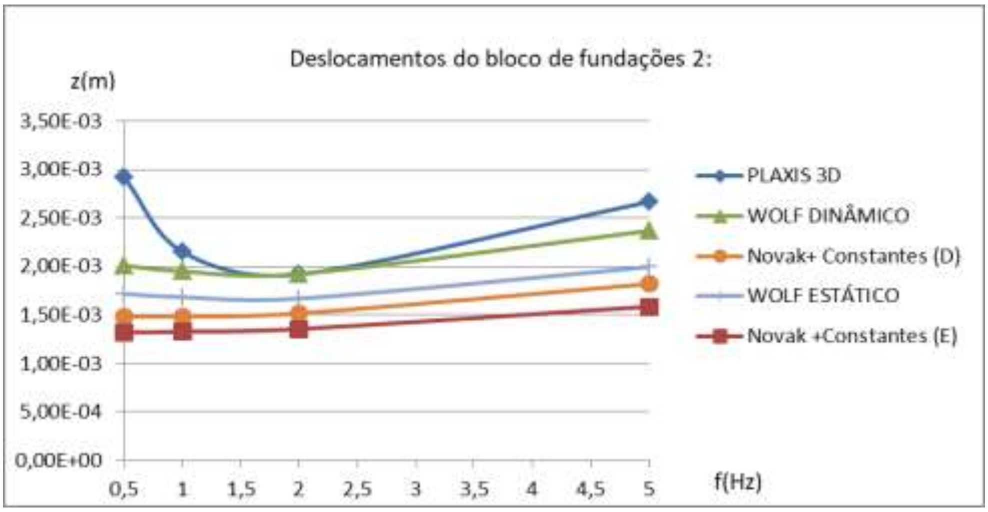

Figura 51: Comparação de deslocamentos de regime permanente com a metodologia de cones 1D de Wolf (1994) e elementos finitos para o bloco de fundações do caso 2 de solo compressível (ν=0).

4.3.Considerações finais

A metodologia empregada obtém erros percentuais de deslocamentos de regime permanente coerentes, porém subestima os deslocamentos reais.

O uso da metodologia de Wolf (1994) de cones 1D modela com melhor precisão fundações com embutimento submetidas à excitações verticais.

O uso valores de taxas de recalque adicional dinâmicas para cálculo de deslocamento de regime permanente em blocos de fundação apresentam melhores resultados em relação ao uso de taxas de recalque adicional estática para todos os casos analisados.

Em pesquisas futuras, sugere-se análise de probabilidade de ruptura de fundações com excitação vertical com a variação da frequência e uso de taxas de recalque adicional dinâmicas obtidas neste trabalho

Também é sugerida a avaliação dos deslocamentos de regime permanente de blocos de fundações em excitação vertical, com uso de taxas de recalque adicional dinâmica, com solos de diferentes camadas ao longo do fuste da estaca.

5.Referências Bibliográficas

BEREDUGO, Y. O. ; NOVAK, M. Coupled Horizontal and Rocking Vibration of Embedded Footings. **Canadian Geotechnical Journal**, [*S. l.*], 1972.

CHEN, Xiao-fei ; ZHANG, Hai-ming. An Efficient Method for Computing Green's Functions for a Layered Half-Space at Large Epicentral Distances. **Bulletin of the Seismological Society of America**, [*S. l.*], 2001. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/240777035_An_Efficient_Method_for_Computing_Green's_Functions_for_a_Layered_Half-Space_at_Large_Epicentral_Distances. Acesso em: 7 jun. 2019.

CONORADO, C.;GIDWANI, N. Calculation of Dynamic Impedance of Foundations Using Finite Element Procedures. **Bechtel Power Corporation**. Nuclear security & Enviromental, Bechtel. [*S. l.*], 2016.

DA COSTA, Alfredo Americano. **Análise de Fundações De Máquinas Sujeitas A Excitações Verticais**. 1988. Dissertação (Mestrado em engenharia civil) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1988.

DAS, Braja M.; RAMANA, G. V. **Principles of Soil Dynamics**. Stamford, CT: Cengage Learning, 2010.

DO NASCIMENTO, Antônio Sérgio Alves. **Implementação Numérica para Estudo de Fundações Flexíveis em Solos Estratificados**. 2000. Dissertação (Mestrado em engenharia civil) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000.

GAZETAS, George. Analysis of machine foundation vibrations: state of the art. **International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering** , [*S. l.*], 1983. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/223555276_Analysis_of_machine_foundation_vibrations_State_of_the_art. Acesso em: 7 jun. 2019.

HISADA, Yoshiaki. An Efficient Method for Computing Green’s Functions for a Layered Half-Space with Sources and Receivers at Close Depths. **Bulletin of the Seismological Society of America**, [*S. l.*], 1994.

HISADA, Yoshiaki. An Efficient Method for Computing Green's Functions for a Layered Half-Space with Sources and Receivers at Close Depths (Part 2). **Bulletin of the Seismological Society of America**, *[S.l.]*,1995.

ICHART JR., F. E.; HALL JR., J.R.; WOODS, R. D. **Vibrations of Soils and Foundations**. Ann Harbor, Michigan: Prentice Hall, Inc., 1970.

KRÁLIK, Juraj; ROSKO, Peter; KRÁLIK JR., Juraj. ANALYSIS OF THE IMPEDANCE FUNCTIONS USING 3D FINITE ELEMENT MODEL OF SUBSOIL**. Engineering Mechanics 2018**, Svrakta, Czech Republic, 14 maio 2018. 24 th International Conference ENGINEERING MECHANICS 2018 Svratka, Czech Republic.

LAERA, A.; BRINKGREVE, R. B. J. Site response analysis and liquefaction evaluation. **Plaxis bv**, p. 1–42, 2015. Delft.

NOVAK, Milos ; BEREDUGO , Youpele O. Vertical Vibration of Embedded Footings. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division**, [*S. l.*], 1972.

NOVAK, M.; SACHS, K. Torcional And Coupled Vibrations of Embedded Footings. **Earthquake Engineering And Structural Dynamics**, [*S. l.*], 1973.

OTTONI, Tereza Cristina Costa. **Análise das soluções com interação solo-estrutura para fundações enterradas**. 1986. Dissertação (Mestrado em engenharia civil) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1986.

POULOS, H. G.; DAVIS, E. H. **Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics**. University of Sydney: Centre for Geotechnical Research, 1991.

POULOS, Harry G. Chapter 10- Design for dynamic loadings. *In*: POULOS, Harry G. **Tall Building Foundation Design**. [*S. l.*]: CRC Press, 2017.

PRADHAN, P. K. ; BAIDYA, D. K.; GHOSH, D. P. Vertical Dynamic Response of Foundation Resting on a Soil Layer over Rigid Rock using Cone Model. **Journal of the Institution of Engineers, India Part CV, Civil Engineering Division Board**, [*S. l.*], 2004. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/287695834_Vertical_dynamic_response _of_foundation_resting_on_a_soil_layer_over_rigid_rock_using_cone_model. Acesso em: 7 jun. 2019.

MACHINE foundations. In: S. V. KAMESWARA RAO, N. **Foundation design: theory and practice.** 1. ed. [S.l.]: Wiley, 2010. cap. 11, p. 393-470. v. 1.

WOLF, John P. **Foundation Vibration Analysis Using Simple Physical Models**. Indianapolis, IN: BooksCraft, Inc., 1994.

WOLF, John P. Simple Physical Models for Foundation Dynamics. *In*: THIRD INTERNATIONAL CONFERENCE ON RECENT ADVANCES IN GEOTECHNICAL EARTHQUAKE ENGINEERING AND SOIL DYNAMICS, 1995, Saint Louis, Missouri. **Proceedings** [...]. Saint Louis, Missouri: Missouri University of Science and Technology Scholars' Mine, 1995. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165125098800047. Acesso em: 7 jun. 2019.

WONG, H. L. ; LUCO, J. E. Tables of impedance functions for square foundations on layered media. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, [*S. l.*], 1985.

Apêndice A- Soluções de cones de tensão 1D de Wolf, 1994.

Seja uma fundação sem massa de raio r_0, sujeita a uma excitação vertical dinâmica P_0, apoiada sobre uma camada de solo, o qual está sobre um maciço rochoso, de acordo com a figura A.1:

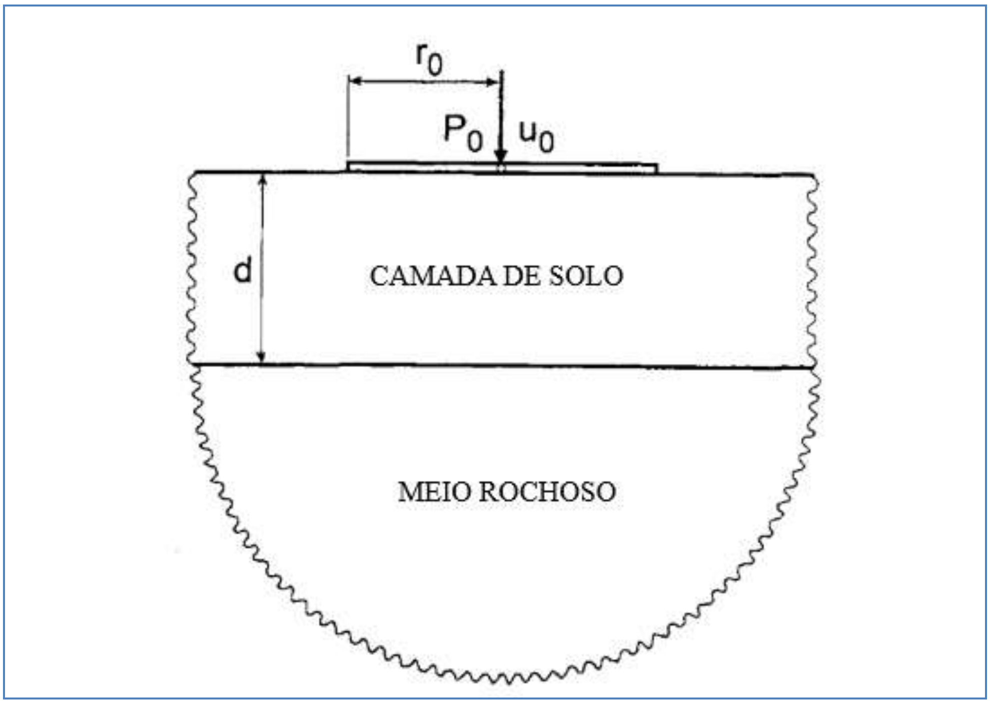

Figura A 1: Disco rígido submetido à excitação vertical apoiado em uma camada de solo sobre uma superfície rochosa (retirado de Wolf, 1995, adaptado).

As ondas emanam abaixo do disco à velocidade c, refletindo ao atingir a superfície rochosa e à superfície livre, com um decréscimo de amplitude e dispersão.

Sendo o deslocamento inicial do disco gerado pelo carregamento P_0 no semi-espaço infinito de propriedades da camada de valor u_0. Esse deslocamento é a função geradora do deslocamento da camada. A primeira onda a propagar na direção vertical a partir do cone com ápice de altura z_0 da base do disco sob excitação vertical P_0 (t), para baixo, é chamada de onda incidente. A amplitude do deslocamento é inversamente proporcional à distância do ápice e pode ser expressa por (A.1):

$$u(z,t) = \frac{z}{z_0 + z} * u_0 * \left(t - \frac{z}{c}\right) \tag{A.1}$$

O deslocamento da onda incidente na base rígida é expresso por (A.2):

$$u(z,t) = \frac{z}{z_0 + z} * u_0 * \left(t - \frac{d}{c}\right) \tag{A.2}$$

Compreendendo-se que uma das condições de contorno do problema envolve deslocamento 0 da base rochosa, uma onda propaga de deslocamento de mesmo módulo e sentido oposto, a partir da base, na mesma lógica do cone inicial, porém com um ápice maior, de acordo com (A.3):

$$-\frac{z_0}{z_0 + 2d - z} * u_0 * \left(t - \frac{2d}{c} + \frac{z}{c}\right) \tag{A.3}$$

Na superfície livre, o deslocamento da onda propagando para cima é obtido com o valor de z=0, de módulo ilustrado em (A.4):

$$-\frac{z_0}{z_0 + 2d} * u_0 * \left(t - \frac{2d}{c}\right) \tag{A.4}$$

Reforçando a compatibilidade de reflexão e deslocamento da onda na superfície livre, o deslocamento de uma nova onda propagando para baixo, na lógica dos cones , com um ápice superior ao anterior, tem valor tal qual (A.5):

$$-\frac{z_0}{z_0 + 2d + z} * u_0 * \left(t - \frac{2d}{c} - \frac{z}{c}\right) \tag{A.5}$$

Nesse padrão, cada onda propaga a partir de seu próprio cone, e os respectivos deslocamentos são obtidos. A superposição desses deslocamentos fornece o deslocamento total da camada, dado por (A.6).

$$\mathrm{u}(z,t) = \frac{z}{z_0+z} * u_0 * \left(t - \frac{z}{c}\right) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j * \left[\frac{z_0 * u_0 * \left(t - \frac{2jd}{c} + \frac{z}{c}\right)}{z_0 + 2jd - z} + \frac{z_0 * u_0 * \left(t - \frac{2jd}{c} - \frac{z}{c}\right)}{z_0 + 2jd + z}\right] \tag{A.6}$$

Sendo j o número de retorno de ondas à camada rígida.

A figura A.2 ilustra o padrão de reflexões de ondes no modelo de cones no maciço de solo para as condições de contorno trabalhadas.

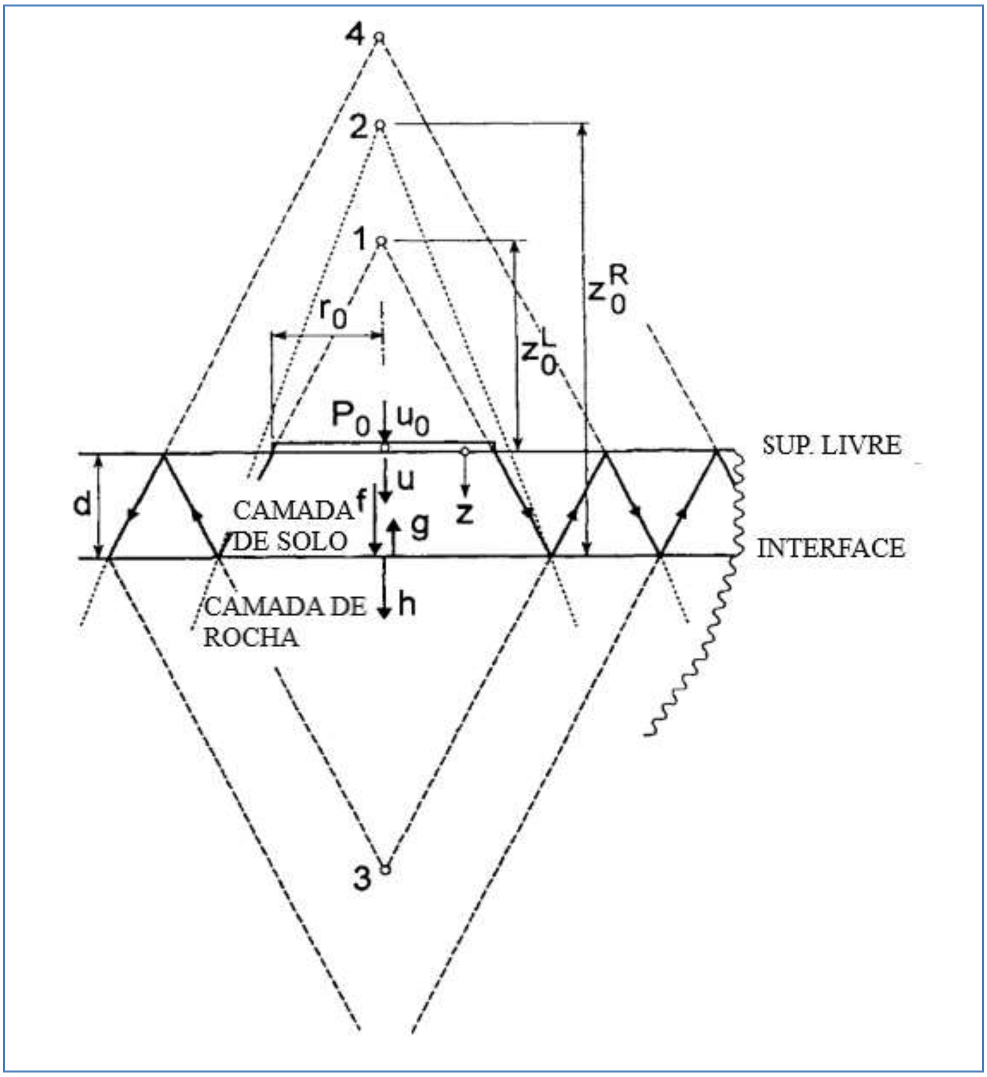

Figura A 2: Padrão de reflexões de ondas no modelo de cones na camada de solo apoiada em estrato rígido (retirado de Wolf,1995, adaptado).

Na base rígida, u= u (d, t) tem valor 0 como requerido pela condição de contorno. Na superfície livre o deslocamento é obtido impondo o valor de z = 0. O deslocamento é igualado em (A.7)

$$u_{0R}(t) = u(0,t) = u_0 + 2 * \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j * \frac{u_0 * \left(t - \frac{2jd}{c}\right)}{1 + \frac{2jd}{z_0}} \qquad \text{(A.7)}$$

Deste modo, por simplificação, estabelece-se as constantes de eco E_j^F de acordo com (A.8)

$$u_{0R}(t) = \sum_{j=0}^{\infty} E_j^F * u_0 * \left(t - \frac{2jd}{c}\right) \tag{A.8}$$

Sendo:

$$E_0^F = 1; \tag{A.8}$$

$$E_j^F = \frac{2*(-1)^j}{1+\frac{2jd}{z_0}}; \forall \text{ j} >1. \tag{A.9}$$

Os inversos dos valores das constantes de eco são fisicamente a relação entre a rigidez estática da camada de solo apoiada em maciço rochoso e a rigidez estática do semi-espaço infinito. Aplicando-se uma transformada de Fourier na equação e resolvendo (A.10):

$$u_0(\omega) = H(\omega) * u_{0R}(\omega) \tag{A.10}$$

Sendo $H(\omega)$ a função de transferência de deslocamento, de acordo com (A.11):

$$H(\omega) = \frac{1}{\sum_{j=0}^{\infty} E_j^F * e^{-i\omega\left(\frac{2jd}{c}\right)}} \tag{A.11}$$

Interação força-deslocamento e função de Green do modelo de cone translacional

O cone translacional engastado semi-infinito com altura de ápice z_0 e raio r_0é usado para modelar grau de liberdade vertical de um disco de raio r_0 na superfície do meio. A aréa A à profundidade z é dado por (A.12):

$$A = (z^2/z_0^2) * A_0 \tag{A.12}$$

Sendo:

$$A_0 = \pi * r_0^2 \tag{A.13}$$

Sendo c = velocidade de ondas do maciço (m/s); ρ = a massa específica (kg/m³). O módulo de elasticidade do maciço é expresso em (A.14):

$$E = \rho * c^2 \tag{A.14}$$

Negligenciando efeitos radiais, e formulando equações de equilíbrio de elementos infinitesimais do solo, considerando forças inerciais, de acordo com (A.15):

$$-N + N + \frac{dN}{dz} - \rho * A * dz * d^2(u) = 0 \tag{A.15}$$

Sendo u=deslocamento axial (m); N= força axial (N).

A figura A.3 ilustra os elementos do equilíbrio de forças inerciais do solo no modelo de cones.

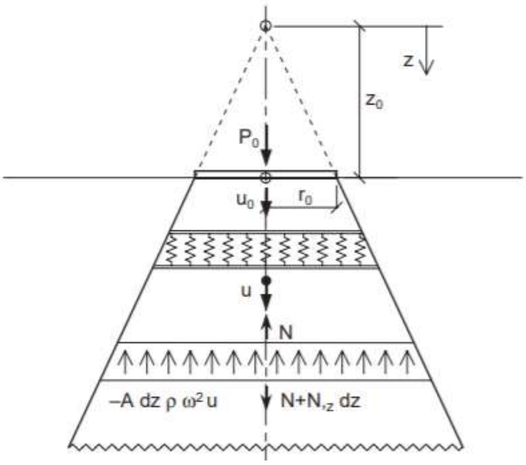

Figura A 3: equilíbrio de forças inerciais em elementos infinitesimais no modelo de cones (retirado de Wolf,1995).

Substituindo a relação força-deslocamento em (A.16):

$$N = \rho * c^2 * A * \frac{du}{dz} \tag{A.16}$$

Leva à equação de movimento no domínio do tempo do cone translacional em (A.17):

$$\frac{d^2u}{dz} + \frac{2}{z}\frac{du}{dz} - \frac{d^2(u)}{c^2} = 0 \tag{A.17}$$

Em termos de equação da onda unidimensional zu, segundo (A.18):

$$\frac{d^2(zu)}{dz^2} - \frac{d^2(zu)}{c^2} = 0 \tag{A.18}$$

A solução para a equação diferencial em (A.19):

$$zu = z_0 * f\left(t - \frac{z - z_0}{c}\right) + z_0 * g\left(t + \frac{z - z_0}{c}\right) \tag{A.19}$$

Sendo f e g funções arbitrárias de argumento propagando verticalmente para baixo (sentido z positivo) e propagando verticalmente para cima (sentido z negativo), respectivamente.

No problema de radiação, apenas ondas propagando para baixo são permissíveis, ou g=0.

Para frequências harmônicas de valor ω , a resposta de deslocamento de acordo com (A.20):

$$u(t) = u(\omega) * e^{i\omega t}; \tag{A.20}$$

$$d^2(u) = -\omega^2 * u(\omega); \tag{A.21}$$

Levando à equação da onda $zu(\omega)$ com amplitude de deslocamento $u(\omega)$ em (A.22):

$$d^2\big(zu(\omega)\big) + \frac{\omega^2}{c^2}\big(zu(\omega)\big) = 0 \tag{A.22}$$

A solução dessa equação diferencial, omitindo a onda propagando no sentido vertical para cima, é igual à equação (4.23):

$$u(\omega) = c_1 * \frac{z_0}{z} * e^{-i\frac{\omega(z-z_0)}{c}} \tag{A.23}$$

Sendo c_1 uma constante de integração.

As condições de contorno em (A.24) permitem a conclusão de (A.25):

$$u(z = z_0) = u_0; \tag{A.24}$$

$$f(t) = u_0. \tag{A.25}$$

Logo, o deslocamento é inversamente proporcional à profundidade z:

$$u(z,t) = \frac{z_0}{z} * u_0 * \left(t - \frac{z-z_0}{c}\right); \tag{A.26}$$

$$\frac{du}{dz} = \frac{z_0}{z^2} * u_0 * \left(t - \frac{z-z_0}{c}\right) + \frac{z_0}{zc} * u_0' * \left(t - \frac{z-z_0}{c}\right) \tag{A.27}$$

;

Sendo $u_0{}' * \left(t - \frac{z-z_0}{c}\right)$ o diferencial de u_0 em relação ao termo $t - \frac{z-z_0}{c}$.

A força é estabelecida de acordo com a condição de contorno superior em (A.28):

$$P_0 = -N(z = z_0) = -\rho c^2 A_0 * \frac{du}{dz} \tag{A.28}$$

Estabelece-se $u_0{}'(\ z = z_0) = \dot{u}_0$. Então a diferencial produz dois termos para rigidez de acordo com (A.29) e (A.30):

$$P_0(t) = \frac{\rho c^2 A_0}{z_0} u_0(t) + \ \rho c A_0 \dot{u}_0(t) \tag{A.29}$$

$$P_0(t) = \ K\, u_0(t) + \ C\ \dot{u}_0(t) \tag{A.30}$$

Sendo K e C coeficientes constantes de mola e amortecedor, respectivamente, na interação força-deslocamento (N/m) e (N*s/m).

$$K = \frac{\rho c^2 A_0}{z_0}; \tag{A.31}$$

$$C = \rho c A_0; \tag{A.32}$$

Para carregamentos harmônicos, em que $\dot{u}_0(\omega) = i\omega\ u_0(\omega)$ obtemos a rigidez dinâmica do cone 1D de tensão de acordo com (A.33) e (A.34):

$$P_0(\omega) = (\ K + i\omega\ C\ ) u_0(\omega); \tag{A.33}$$

$$P_0(\omega) = S(\omega) u_0(\omega); \tag{A.34}$$

Sendo $S(\omega)$ o coeficiente de rigidez dinâmica do solo (N/m).

$$S(\omega) = \ K + i\omega\ C;. \tag{A.35}$$

Dividindo-se o valor de $P_0(t)$ pela constante de mola K, encontra-se a seguinte equação diferencial de primeira ordem:

$$\frac{P_0}{K} = \ u_0(t) + \frac{z_0}{c}\ \dot{u}_0(t) \tag{A.36}$$

Para o carregamento harmônico, o coeficiente de flexibilidade (inverso do coeficiente de rigidez dinâmica) do maciço, expressa em (A.38), cria a relação (A.37):

$$u_0(\omega) = F(\omega) * P_0(\omega); \tag{A.37}$$

$$F(\omega) = S(\omega)^{-1} = \frac{K - i\omega C}{K^2 + \omega^2 C^2}; \tag{A.38}$$

A velocidade da onda no maciço de solo é considerada a mesma velocidade da onda P para coeficientes de Poisson do solo menores do que 0,33. Após esse valor, os solos são pouco compressíveis e as velocidades de onda P são muito elevadas, sendo considerado o valor para análise de cone 1D a velocidade de duas vezes o valor da onda S. Para solos altamente incompressíveis, é considerada uma massa adicional vinculada à fundação, expressa em (A.40), que deve ser incluída na rigidez estática, de acordo com (A.39):

$$K(\omega)_{\nu \geq 1/3} = K - \omega^2 m; \tag{A.39}$$

$$m = 2{,}4 * \left(\nu - \frac{1}{3}\right) * \rho * A_0 * r_0 \tag{A.40}$$

Os valores de z_0 são obtidos em relação a r_0, velocidade da onda no solo e outros fatores. Para fundação superficial, este é obtido por (A.41):

$$\frac{z_0}{r_0} = \frac{\pi}{4} * (1 - \nu) * \left(\frac{c}{c_s}\right)^2 \tag{A.41}$$

Sendo c_s= velocidade da onda S no solo (m/s).

Para uma fundação com embutimento, é necessário o uso de um cone duplo de tensões, que resiste metade de seu carregamento por tração e metade por compressão. Sua rigidez e amortecimento são dobrados, uma vez que resiste apenas a metade do carregamento em sua análise. Outro cone deve ser analisado, submetido ao mesmo carregamento, como uma imagem simétrica do cone, à mesma distância do primeiro em relação à superfície, para que as ondas de tração do primeiro sejam anuladas com as ondas de compressão do segundo. Ao somar as flexibilidades dinâmicas de ambos os cones, é obtida a flexibilidade dinâmica de uma fundação enterrada no meio do solo. A figura A.4 ilustra a lógica do problema.

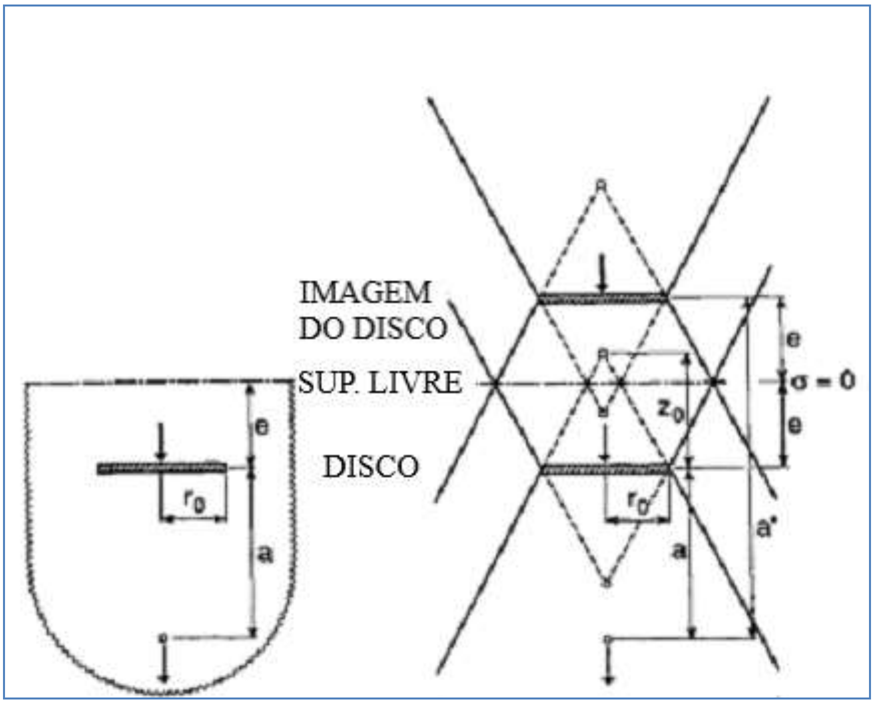

Figura A 4: Modelo de cone duplo para fundações com embutimento (retirado de Wolf, 1995, adaptado).

Para este tipo de cone, a relação de z_0 varia com o propósito de garantir a equivalência em relação à solução exata de fundações enterradas, de acordo com a equação (A.42).

$$\frac{z_0}{r_0} = \frac{\pi(3-4*\nu)}{8(1-2*\nu)} * \left(\frac{c}{c_s}\right)^2 \qquad \text{(A.42)}$$