



Guilherme Werner Castelo Branco

**Estudos numéricos de produção de sólidos
utilizando acoplamento CFD-DEM**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

Orientadora: Prof^a. Raquel Quadros Velloso
Coorientador: Dr. Alexandr Zhemchuzhnikov

Rio de Janeiro
Setembro de 2019



Guilherme Werner Castelo Branco

**Estudos numéricos de produção de sólidos
utilizando acoplamento CFD-DEM**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

Prof^a. Raquel Quadros Velloso

Orientadora

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Dr. Alexandr Zhemchuzhnikov

Coorientador

PUC-Rio

Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Júnior

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Dr. Antônio Cláudio Soares

Escritório de Desenvolvimento – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 27 de setembro de 2019.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização do autor, dos orientadores e da universidade.

Guilherme Werner Castelo Branco

Graduou-se em Engenharia Civil pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), em dezembro de 2016. Ingressou no mestrado na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro em fevereiro de 2017, desenvolvendo dissertação na linha de pesquisa de Geomecânica Computacional.

Ficha Catalográfica

Castelo Branco, Guilherme Werner

Estudos numéricos de produção de sólidos utilizando acoplamento CFD-DEM / Guilherme Werner Castelo Branco ; orientadora: Raquel Quadros Velloso ; co-orientador: Alexandr Zhemchuzhnikov. – 2019.
89 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)—Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2019.
Inclui bibliografia

1. Engenharia Civil e Ambiental - Teses. 2. Produção de areia. 3. Método dos elementos discretos. 4. Fluidodinâmica computacional. 5. CFDEM. I. Velloso, Raquel Quadros. II. Zhemchuzhnikov, Alexandr. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. IV. Título.

CDD: 624

À memória dos avôs Domingos, Alita, Adolpho, Nina e tios, exemplos de pessoas. Aos meus pais, Domingos e Ana Maria, ao meu irmão Henrique, a minha mulher Juliana meu enteado Guilherme e em especial ao nosso filho Vicente.

Agradecimento

Agradeço aos meus pais por toda educação e apoio que recebi deles durante todas as etapas da minha vida. Ao meu irmão que mesmo longe sempre acreditou no meu potencial e incentivou para a obtenção do título.

A minha esposa Juliana que me deu tanto suporte e equilíbrio durante estes anos de mestrado. Meu enteado Guilherme que foi um grande parceiro enquanto estive morando em Porto Alegre.

Ao meu filho Vicente, que com seus sorrisos foi o meu maior incentivador para que eu concluísse o mestrado.

Aos meus orientadores Raquel e Alexandr que foram grandes tutores, me aconselhando, me passando bons ensinamentos e que sempre me atenderam com o melhor profissionalismo.

Aos amigos que fiz no mestrado que foram indispensáveis para a conclusão deste grau, Thiago, Vinícius, Ruan, Alexandre e Camilla. Também aos amigos que fiz ao longo da minha vida de colégio e de graduação que sempre estiveram ao meu lado.

Ao departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio que proporcionou ótimos professores que se dedicam de coração pelo aprendizado dos alunos e ao corpo técnico pelo suporte dado aos alunos.

À PUC-Rio que proporcionou um ótimo ambiente de estudo, logística e infraestrutura.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Resumo

Castelo Branco, Guilherme Werner; Velloso, Raquel Quadros; Zhemchuzhnikov, Alexandr; **Estudos numéricos de produção de sólidos utilizando acoplamento CFD-DEM**. Rio de Janeiro, 2019. 89p. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A produção de sólidos em reservatórios de óleo e gás é consequência do fluxo de fluido nos poros de rocha pouco ou não consolidada (não cimentada) em direção ao poço de extração, um processo instigado fundamentalmente pelo estado de tensões, resistência da rocha e da completação ao redor do furo. A quantidade de material erodido pode ocasionar zonas de instabilidade e de colapso, falhas no maquinário de extração de hidrocarbonetos, além de problemas ambientais influenciados pelo descarte dos resíduos. Muitos são os métodos que tentam prever o percentual de produção dos sólidos, e estes podem ser pautados em resultados de campo, laboratório ou modelos teóricos. Em grande maioria os modelos numéricos estão baseados na mecânica dos meios contínuos e, alguns nos modelos discretos, que diferentemente dos métodos contínuos pode captar descontinuidades na microescala. Sendo assim, foi utilizado o DEM aliado à fluidodinâmica computacional, que calcula o fluxo do fluido por meio da solução da equação de Navier-Stokes, para simular a desagregação de sedimentos da rocha matriz sob diferentes condições, as simulações foram feitas no software CFDEM®project Goniva et al. (2012). Os resultados obtidos mostraram padrões similares aos obtidos em ensaios de laboratório tanto com produção contínua de partículas como a formação de arco de estabilidade na amostra.

Palavras-Chave

Método dos elementos discreto; Fluidodinâmica computacional; CFDEM; Produção de sólidos.

Abstract

Castelo Branco, Guilherme Werner; Velloso, Raquel Quadros (Advisor); Zhemchuzhnikov, Alexandr (Coadvisor). **Numerical studies of solids production using CFD-DEM coupling.** Rio de Janeiro, 2019. 89p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The production of solids in oil and gas reservoirs is a consequence of the flow of fluid passing through a poorly or an unconsolidated rock (uncemented) towards the extraction well, a process instigated fundamentally by the state of tensions, rock resistance and the completion around the hole. The amount of eroded material can create zones of instability and collapsible zones, flaws in the oil extraction machinery, and environmental problems due to the waste disposal. Many are the methods that try to predict the percentage of production of solids, they can be based on previous field results, laboratory or theoretical models. Most of the numerical models are based on mechanics of continuous media, and some on discrete models, which, unlike the continuous methods, can capture discontinuities at the micro scale. Therefore, the DEM was used in conjunction with the computational fluid dynamics, that will calculate the fluid flow through the solution of the Navier-Stokes equation to simulate the disintegration of sediments of the matrix rock under different conditions. The simulations were done in the software CFDEM®project Goniva et al. (2012). The results showed similar patterns to those obtained in laboratory tests with continuous particle production and stability arc formation in the sample.

Keywords

Discrete element method; Computational fluid dynamics; CFDEM; Solid production.

Sumário

1	Introdução.....	16
1.1.	Relevância e Justificativa da Pesquisa	16
1.2.	Objetivos.....	17
1.3.	Estrutura do Trabalho	17
2	Produção de Sólidos	18
2.1.	Considerações Iniciais	18
2.2.	Mecanismos de Produção de Sólidos	18
2.2.1.	Mecanismos Mecânicos.....	19
2.2.2.	Mecanismos Químicos	20
2.3.	Fatores que Influenciam a Produção de Sólidos.....	20
2.3.1.	Tensões in Situ, Resistência e Heterogeneidade da Rocha	20
2.3.2.	Drawdown, Viscosidade e Injeção de Água.....	21
2.4.	Mecanismos de Controle da Produção de Sólidos.....	22
2.5.	Métodos de Previsão da Produção de Sólidos	24
2.5.1.	Método de Engenharia de Poço	24
2.5.2.	Modelo Analítico de Tensão-Deformação	25
2.5.3.	Modelo Buraco de Minhoca (“Wormhole”).....	25
2.5.4.	Modelos Experimentais	26
2.5.5.	Modelos Numéricos.....	28
3	Metodologia.....	31
3.1.	Considerações Iniciais	31
3.2.	Método dos Elementos Discretos	32
3.2.1.	Equações Governantes.....	32
3.2.2.	Modelo de Contato Entre Partículas	33
3.2.3.	Algoritmo de Detecção de Contato	34
3.3.	Aproximação CFD-DEM Resolvido e Não-Resolvida	35
3.3.1.	Equações Governantes.....	35
3.3.2.	Modelo de Troca de Quantidade de Movimento	38
3.3.3.	Modelo de Coesão Capilar (Capilaridade-Viscosidade)	39
4	Implementação e Simulações	43

4.1. Considerações Iniciais	43
4.2. Avaliação da Malha de Fluxo	43
4.2.1. Características do Modelo	44
4.2.2. Resultados da Avaliação da Malha de Fluxo.....	45
4.3. Calibração das Propriedades Mecânicas Macroscópicas.....	47
4.3.1. Características do Modelo	47
4.3.2. Resultados da Calibração dos Parâmetros Mecânicos Macroscópicos	49
4.4. Simulação de Produção de Sólidos.....	51
4.4.1. Características do Modelo	51
4.4.2. Resultados das Simulações de Produção de Areia	56
5 Conclusão	65
5.1. Conclusões Gerais	65
5.2. Sugestões para Trabalhos Futuros	66
6 Referências Bibliográficas.....	67
Apêndice A – Equação de conservação de fluxo monofásico [29]	76
Apêndice B – Função de Balanceamento (“ <i>weighing</i> ” <i>function</i> – <i>g</i>) [35]	78
Apêndice C – Derivando a Equação Bifásica de Navier-Stokes para conservação de massa e quantidade de movimento [2] apud. [35]	79
Apêndice D – Imagens “frames” obtidos no último time-step ($t=0,15s$) para as simulações do terceiro modelo	84

Lista de Figuras

Figura 1 - Ruptura influenciada pelo drawdown e pelo gradiente de pressão (Silvestre [66] Apud. Morita [42])	21
Figura 2 - Principais métodos de completação (Adaptada de Matanovic et al. (2012) [42])	23
Figura 3 - Tomografia computadorizada do processo de formação de wormhole [85]	26
Figura 4 - Perfil e seção dos canais de produção de areia, zonas plásticas e elásticas. (Zhou & Sun, 2016 [85])	27
Figura 5 - Modelo mola-amortecedor (Goniva et al. [23]).....	33
Figura 6 - Diferença entre os modelos de fluxo pela Lei de Darcy e Navier-Stokes [48]	36
Figura 7 - Fluxograma CFDEM	37
Figura 8 - Modelo de partículas com capilaridade (Castelo Branco et al. [9]).....	41
Figura 9 - Representação do modelo de Mani et al. [40]	41
Figura 10 - Representação dos domínios em análise. a) Etapa de inserção de partículas. b) Etapa ao final da compressão das partículas.....	44
Figura 11 - a) Queda de pressão ao longo de um eixo central das simulações. b) Velocidade do fluido ao longo de um eixo central das simulações.....	46
Figura 12 - Influência da malha na permeabilidade da amostra.....	47
Figura 13 - Detalhamento da simulação	48
Figura 14 - Calibração dos parâmetros dos servo-controles (velocidade horizontal, sensibilidade do ajuste da tensão vertical).....	49
Figura 15 - Tensão cisalhante vs. deslocamento para diferentes tensões verticais ($E = 5 \text{ GPa}$).....	50
Figura 16 - Deslocamento horizontal vs. deslocamento vertical ($E = 5 \text{ GPa}$).....	50
Figura 17 - Envoltórias de resistência de pico.....	51
Figura 18 - Modelo de acoplamento CFDEM.	52
Figura 19 - Granulometrias do caso 3	53
Figura 20 - a) Domínio com malha mais refinada. b) Domínio com malha utilizada	54
Figura 21 - Porosidade média da seção transversal a 20 mm do orifício de saída com tempo de 0,00 s com malha mais refinada e malha mais uniforme.....	55
Figura 22 - Influência do intervalo do tempo do DEM nos resultados	56
Figura 23 - Massa produzida ao longo de 0,15 s de simulação para partículas com raio de 1 mm.....	57

Figura 24 - Detalhe do gráfico da Figura 23 para tempo de 0.01 s de simulação.	57
Figura 25 - Queda de tensão axial durante 0,15 s de simulação para partículas de raio de 1 mm.	58
Figura 26 - Oscilação da permeabilidade da amostra durante 0,15s de simulação para partículas de raio de 1mm.	59
Figura 27 - Massa produzida durante a simulação de 0,15 s para o caso partículas de raio aleatório entre 1 e 0,25 mm.	60
Figura 28 - Zoom da Figura 27 para o tempo de 0,01s de simulação.	60
Figura 29 - Queda de tensão axial nas partículas no caso de raio aleatório de 1 mm a 0,25 mm ao longo de 0,15 s de simulação.	61
Figura 30 - Oscilação da permeabilidade ao longo de 0,15 s de simulação no caso de raio randômico de 1 mm a 0,25 mm ao longo de 0,15 s de simulação.	61
Figura 31 - Massa produzida durante a simulação de 0,15 s para o caso de três raios: 60% da massa total de 1mm, 20% da massa total 0,5mm e 20% da massa total com 0,25mm.	62
Figura 32 - Zoom da Figura 32 para o tempo de 0,01s de simulação.	63
Figura 33 - Queda de tensão axial no caso de três raios: 60% da massa total de 1mm, 20% da massa total 0,5mm e 20% da massa total com 0,25mm.	63
Figura 34 - Oscilação da permeabilidade no caso de três raios: 60% da massa total de 1mm, 20% da massa total 0,5mm e 20% da massa total com 0,25mm.	64
 Tabela 1 - Correlações coeficientes de rigidez e amortecimento DEM	 34
Tabela 2 - Domínio da geometria do caso 1	44
Tabela 3 - Parâmetros para o modelo de simulação CFDEM	44
Tabela 4 - Tamanho da célula computacional utilizado nas simulações do modelo CFD	45
Tabela 5 - Parâmetros para o modelo de simulação DEM	48
Tabela 6 - Parâmetros modelo produção de sólidos	52
Tabela 7 - Parâmetros atribuídos ao modelo de coesão visco-capilar	53

Nomenclaturas

Símbolos Gregos

α	Fração volumétrica [1]
ε	Deformação
η	Porosidade da rocha
θ	Ângulo de contato entre partícula e o líquido
μ_c	Coeficiente de atrito [1]
μ	Viscosidade dinâmica [Pa·s]
ν	Viscosidade cinemática [m ² /s]
ν_p	Módulo de Poisson
ρ	Massa específica [kg/m ³]
τ	Tensor de tensão [Pa]
ω	Vetor de velocidade angular [1/s]

Símbolos em Latim

C_d	Coeficiente de arrasto [1]
c	Coeficiente de amortecimento [kg/s]
d	Diâmetro [m]
E	Módulo de Young [Pa]
\mathbf{F}	Vetor de força [N]
\mathbf{f}	Termo fonte de quantidade de movimento [N/m ³]
\mathbf{g}	Vetor gravitacional [m/s ²]
h	Mínima distância entre duas partículas [m]
I	Momento de inércia [kg·m ²]
\mathbf{K}	Coeficiente de quantidade de movimento [kg/m ³ ·s]
K	Permeabilidade de Darcy [m/s]
k	Permeabilidade Intrínseca (D)
k	Coeficiente de rigidez da mola [N/m]

LC	Conteúdo de líquido “Liquid Content”
l	Espessura do filme líquido [m]
m	Massa [kg]
NoC	Sem coesão “No Cohesion”
p	Pressão [Pa]
R_{μ}	Parâmetro do modelo de “rolling friction”
Re	Número de Reynolds [1]
r	Raio [m]
StC	Com coesão forte “Strong Cohesion”
S	Volume de sólidos produzido
s	Parâmetro de Verlet [m]
T	Vetor de torque [N·m]
t	Tempo (s)
Δt	Tamanho do time-step [s]
u	Vetor de velocidade [m/s]
Δu	Velocidade relativa [m/s]
V	Volume [m ³]
WeC	Com Coesão Fraca “Weak Cohesion”
x	Posição [m]
x, y, z	Coordenadas cartesianas
Δx	Overlap da partícula no contato [m]

Sub/Superescritos

b	Gravitacional, Eletrostática e Magnética
c	Contato
cap	Capilar
D	Darcy
d	Arrasto
el	Zona elástica
f	Fluido
i	Índex da partícula i

j	Índex da partícula j
kc	Kozeny-Carman
n	Normal ao plano de contato
p	Partícula
pl	Zona plástica
po	Poço
rel	Relativa
s	Sólido
t	Tangencial ao plano de contato
v	Vazios
v	Viscosidade
w	Água

*Eu não estou preocupado com a morte, mas
com a vida, para que ela não seja banal e fútil.
Quando você se for, o que vai deixar?
Mário Sergio Cortella*

1

Introdução

1.1. Relevância e Justificativa da Pesquisa

Em busca de melhores aproveitamentos dos poços de petróleo, a indústria petrolífera produz pesquisas a fim de prever a eficiência de campanhas de exploração e produção de reservatórios. Um dos problemas estudados está associado à produção de sólidos durante a extração de hidrocarbonetos.

O mecanismo de produção de sólidos é resultado do carreamento de partículas sólidas que estão pouco ou não consolidadas para o interior do poço perfurado. Essas formações foram apontadas por Penbeyrt and Shaughnessy [52] em 1992 como responsáveis por cerca de 70% da produção global de óleo e gás. Tal fenômeno está mais relatado em casos de arenitos frágeis, embora também constatada em reservatórios de calcário e de carvão [19] e em formações mais resistentes no caso do limite de resistência da rocha ser alcançado durante as fases de perfuração, produção, injeção ou completação [3].

A perfuração de poços a grandes profundidades para alcançar as zonas de bacias sedimentares implica na redistribuição dos estados de tensões na rocha, tendendo à concentração de tensões ao redor da cavidade perfurada, o que causam perda de coesão das partículas, instabilidades mecânicas e falhas localizadas próximas aos poços, que aliada ao fluxo de óleo imposto, torna o cenário favorável à instabilidade do poço e à plastificação de regiões ao redor do poço e/ou do canhoneio.

Além disto, o fenômeno da produção de sólidos pode fomentar danos nos sistemas de condução, elevação e controle da produção, subsidência da superfície e problemas com a disposição dos resíduos sólidos, os quais podem ocasionar uma interrupção forçada da produção do poço devido à inviabilidade econômica e ambiental.

A plastificação da zona ao redor do poço durante a fase de produção também é comumente chamada de produção de areia, a prevenção deste fenômeno é um

problema complexo da engenharia e é assunto de diversas publicações especializadas [49], e em muitas são empregadas soluções numéricas para melhor compreensão do desafio [87]. Por meio de análises sofisticadas pode-se simular o comportamento da matriz rochosa após sua plastificação o que é essencial para o cálculo do volume de sólidos produzidos para uma determinada taxa de produção e grau de depletação da formação rochosa.

1.2. Objetivos

Essa pesquisa finda validar o modelo numérico ao comparar os resultados de permeabilidade do modelo com o valor de permeabilidade obtido pela equação de Cozeny-Karman, obter características mecânicas macroscópicas das amostras da simulação a partir de parâmetros microscópicos inseridos e representar o fenômeno de produção de sólidos para diferentes condições de granulometria, gradientes de pressão e coesão aparente das partículas impostas durante um intervalo de tempo. Para isso far-se-á uso de simulações com o método dos elementos discretos acoplado à fluidodinâmica computacional por meio do software CFDEM®project.

1.3. Estrutura do Trabalho

O presente trabalho é estruturado em cinco capítulos, iniciando-se pelo capítulo introdutório (Capítulo 1), seguido do Capítulo 2, onde são apresentados os mecanismos de produção de areia, com informações compiladas a respeito do tema.

O Capítulo 3 discorre sobre os métodos numéricos utilizados na pesquisa, método dos elementos discretos, a fluidodinâmica computacional e o acoplamento entre os dois.

O capítulo 4 expõe as simulações realizadas pelo autor em busca de validações e resultados que possam agregar comprovações para a produção de sólidos em experimentos computacionais.

O capítulo 5 propõe conclusões sobre as simulações realizadas, além de trazer discussões e temas a serem tratados em futuras pesquisas.

2

Produção de Sólidos

2.1.

Considerações Iniciais

No capítulo em questão será apresentado o problema físico da produção de sólidos durante a vida útil de um poço de petróleo. Este contará com revisões bibliográficas gerais sobre o assunto, de forma que sejam introduzidos os principais conceitos e relatos presentes em literatura nacional e internacional a respeito do tema.

Serão apresentados os mecanismos de produção de sólidos incluindo a plastificação por ruptura química e mecânica e os fatores que influenciam a produção de sólidos, como: as tensões in situ, a resistência da rocha, condições de heterogeneidade no sistema, taxa de produção, a injeção de água e a viscosidade do fluido.

Por fim uma apresentação de métodos utilizados na previsão da taxa de produção de areia será exposta.

2.2.

Mecanismos de Produção de Sólidos

Bianco [3] afirma que há consentimento de que os processos envolvidos na produção de sólidos estão associados à ruptura da rocha, fluxo de fluido, transporte de partículas e da interação entre fluido e partículas. Destacando dois mecanismos principais para a produção de sólidos:

1) Instabilidades mecânicas e falhas localizadas próximas aos poços, causadas pela concentração de tensões;

2) Instabilidades hidromecânicas manifestadas nos desprendimentos e no transporte de partículas por forças de arrasto criadas pelo fluxo de fluidos;

Fjaer [19] explica que o fenômeno de produção de sólidos só ocorrerá no caso da rocha na cavidade de produção for não consolidada ou estiver danificada. Mas

para alguns casos esta condição não é suficiente para a constante produção de areia, pois os novos arcos formados podem vir a se estabilizar.

Zhou e Sun [85] classificam os principais métodos de produção de sólidos, de forma similar à Bianco [3], em mecânicos (pelo contato intergranular) e químicos (influenciados por relações de dissolução).

2.2.1. Mecanismos Mecânicos

Para Zhou e Sun [85] existem três tipos de mecanismos de rupturas mecânicas que podem provocar a produção de sólidos.

I. Ruptura por cisalhamento:

Na qual a poropressão no poço fica reduzida (*drawdown*) durante a etapa de produção do reservatório e a tensão efetiva da formação aumentará, podendo ocasionar deformações elásticas em formações rígidas (que também podem vir a plastificar) e deformações plásticas em formações brandas. Ocorrendo a plastificação da zona perturbada e a ruptura por cisalhamento provocará a produção de partículas sólidas.

II. Ruptura por Tração:

Quando há uma mudança repentina na pressão no maciço, como em casos de poços produtores, a tensão efetiva ao redor do poço pode exceder a resistência à tração da formação, e a produção de areia ocorrerá.

III. Ruptura por falta de coesão:

Muitos autores associam a ruptura por falta de coesão com a ruptura por tração, porém para formações pouco consolidadas esta ruptura pode ser analisada separadamente, de acordo com a sua importância. A coesão é um fator de controle que determina se a superfície de contorno livre virá a erodir. Relevante em perfurações de túneis, poços, planos de ruptura e fraturas. A força de coesão está atrelada à cimentação e às forças de capilaridade da rocha. Quando as forças de arraste devido ao fluxo de fluidos forem maiores que as forças coesivas o processo de produção de areia iniciará. Em arenitos pouco consolidados este é o principal meio de produção de sólidos, pois a coesão destas formações é próxima de zero.

2.2.2. Mecanismos Químicos

A resistência da rocha é controlada principalmente pelas forças de contato e atrito entre partículas e as forças de coesão entre partículas e o material cimentante.

Os cimentantes nos arenitos podem ser constituídos por minerais derivados de argilas, cálcio e silício, sendo as argilas os principais contribuintes para a coesão nos arenitos à base de ilita, caulinita e esmectitas (montmorilonitas), materiais que após a absorção de água são facilmente dispersáveis e arrastados pelo fluxo de água.

Então, quando há fluxo de água pelos poros da formação rochosa, pode ocorrer uma reação química da água com os materiais cimentantes, dissolvendo-os, reduzindo assim, a força de coesão entre partículas e enfraquecendo a rocha, influenciando na percolação de água pela formação rochosa e no aumento da força de arraste imposta pelo fluido. Tal processo pode ser intensificado na etapa de produção com injeção de água (*water cut*), processo empregado na manutenção da pressão na formação que mantém a produtividade do poço de petróleo ao injetar água no maciço, que expandirá e carreará os cimentantes a base de argila, reduzindo a coesão.

2.3. Fatores que Influenciam a Produção de Sólidos

Baseado em análises qualitativas, Morita [45] discorre sobre a taxa de produção de sólidos relacionada a três fatores principais: (1) O quanto a pressão no interior do poço é reduzida abaixo da pressão crítica de produção de sólidos, ou melhor, o quanto o *drawdown* é inferior à pressão crítica de produção de sólido. (2) A taxa de fluxo e a viscosidade do fluido. (3) Cimentação na rocha.

2.3.1. Tensões in Situ, Resistência e Heterogeneidade da Rocha

A redução da poropressão leva ao aumento das tensões efetivas no reservatório, e causa a concentração de tensões ao redor da cavidade perfurada. A redução da poropressão no maciço de acordo com a Figura 1 pode ser favorável à resistência por tração, mas em contrapartida será desfavorável às forças de cisalhamento.

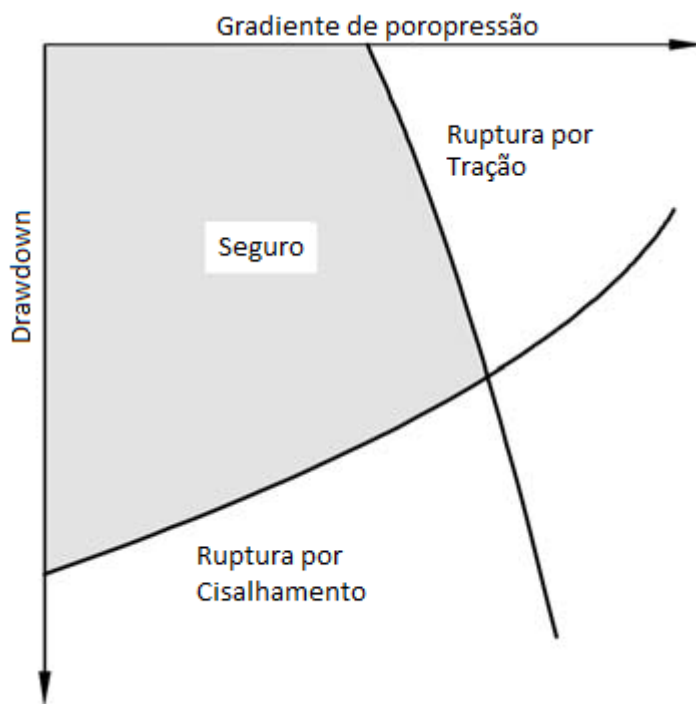


Figura 1 - Ruptura influenciada pelo drawdown e pelo gradiente de pressão (Silvestre [66] Apud. Morita [42])

Com uma pequena alteração de tensões locais no reservatório influenciadas por tensões impostas pelo fluxo, térmicas, tectônicas ou gravitacionais, a deformação da formação será elástica, ou seja, obedecerá a Lei de Hooke. Caso a poropressão da rocha venha a se reduzir a limites críticos nos quais a carga no maciço e o limite elástico da rocha sejam igualados, terá início a produção de sólidos.

A resistência a compressão uniaxial (UCS) de arenitos pouco consolidados é, em geral, menor que 7 MPa. As características e a quantidade de material cimentante são os principais colaboradores para a resistência da rocha. A ruptura da cimentação é afetada pela ação das tensões cisalhantes, de tração e pela dissolução influenciada pela água, os casos de produção de areia são mais comuns após a inserção de água (*water cut*).

2.3.2. Drawdown, Viscosidade e Injeção de Água

O *drawdown* é a diferença de pressão entre o fundo do poço e a poropressão no reservatório, ou seja, o gradiente de pressão entre o reservatório e o fundo do poço. O aumento do *drawdown* causa aumento da velocidade do fluxo, que resulta

no incremento das forças de arrasto na formação pode levar o poço à condição de instabilidade. Em óleos mais viscosos, a força de arrasto imposta será maior, sendo um dos motivos para uma maior produção de sólidos na extração de óleo “pesado”.

2.4.

Mecanismos de Controle da Produção de Sólidos

A produção de areia pode ser interpretada de três formas distintas, de acordo com a taxa de sólidos produzidos durante a fase de produção do poço ou extração de hidrocarbonetos:

- Produção de areia transiente: A produção de areia tem um declínio ao longo da fase de produção do poço de óleo e/ou gás. Fenômeno comum no início da produção do poço após a sua perfuração.
- Produção de areia contínua: O método mais comum da produção de sólidos. Como já citado, a produção de areia tem consequências que podem causar prejuízos à extração e estes podem caracterizar os limites de produção de sólidos no poço, como: a capacidade de separação, o descarte dos sólidos, a localização do poço, etc. Com limites que oscilam em torno de 6 a 600g/m³ em reservatórios de óleo e de 16g/10³ m³ em gás. Sendo esta classificação baseada em análises de campo.
- Produção de areia catastrófica: Pode ser ocasionada quando há a produção excessiva de areia preenchendo e obstruindo o poço, de modo a interromper a exploração.

Muitos são os mecanismos já desenvolvidos para o controle da produção de sólidos, estes podem ser divididos em mecânicos e químicos. Os principais métodos mecânicos de controle da produção de sólidos com uso de tela (screens), do liner rasgado (slotted liners), e do gravel-pack ou aliando mais de uma destas técnicas.

A completação é a fase após a perfuração da rocha, na qual será inserido o equipamento usado para a instalação dos mecanismos de proteção de produção de sólidos no poço e subsequente nas fases de injeção e produção do poço, controlando a produção de sólidos durante a extração de hidrocarbonetos.

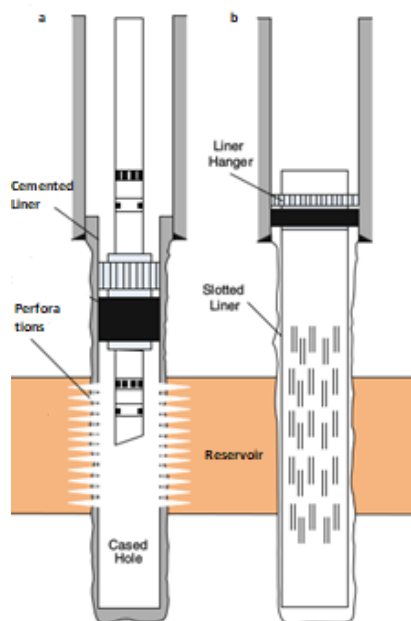


Figura 2 - Principais métodos de completação (Adaptada de Matanovic et al. (2012) [42])

A Figura 2 apresenta alguns designs usuais de completação para alguns casos de poços e mecanismos de prevenção de produção de sólidos. O caso A sugere uma completação com revestimento canhoneado que agrega uma capacidade de resistência impedindo colapsos do poço e o caso B, ou revestimento com liner.

Métodos químicos também podem ser empregados no controle da produção de sólidos, dentre estes se considera a injeção de resina na formação consolidando as partículas e agregando uma maior resistência à formação, embora reduzindo a permeabilidade da rocha. As resinas também são utilizadas de forma a revestir o gravel-pack, sendo combinado e injetado na formação.

Os métodos podem ser classificados de acordo com suas características favoráveis e desfavoráveis:

O método de telas (*screens*) e liners rasgados (*slotted liners*) contam com uma alta produtividade e um baixo custo quando não entupidos, porém, podem ocorrer casos de entupimento e de colapso da tela, e problemas de instabilidade e erosão durante a instalação, além dos gastos com a disposição dos resíduos.

Gravel-pack aberto (*open hole*) tem uma boa segurança se acompanhado com o fluido específico, apresenta um custo médio em relação às outras práticas devido aos investimentos em bombas e na mistura de fluidos. Para a operação é necessário um sob alargamento do poço, o que reduz a produtividade.

Gravel-pack fechado (*cased hole*) seu custo se torna alto de acordo com a cimentação (revestimento), instalação e complexidade operacional.

Frack-pack tem sua maior produtividade em rochas heterogêneas, mas conta com um custo muito alto pelos gastos com químicos, equipamentos e bombeamentos. Tem a necessidade de se controlar o risco de vazamento de ponta e o fluxo de retorno na produção.

Consolidação química quando utilizado é um dos métodos com o mais alto custo dependendo do volume coberto pode ser o melhor para garantir a segurança da perfuração, sua produtividade é afetada devido à redução da permeabilidade do maciço e só deve ser proposto em pequenos intervalos de altura do poço.

2.5. Métodos de Previsão da Produção de Sólidos

2.5.1. Método de Engenharia de Poço

Um método empírico que consiste em relacionar casos práticos vivenciados anteriormente no ambiente da indústria do petróleo e encontrar relações entre eles, a partir de informações de taxas de produção de óleo ou gás com parâmetros como a profundidade do poço, *drawdown*, a capacidade total de produção do poço, teor de saturação e pulsos acústicos, que podem influir com incertezas para a previsão. Dentre estes métodos se encontram os propostos por Kanj & Abouleisman [30] que construíram uma rede de previsão reversa, baseado em dez parâmetros de entrada como coesão, tensões originais, profundidade e drawdown do reservatório.

Morita et al. [44] citam cinco casos observáveis na produção de sólidos no campo:

- 1) Perfurações colapsadas quando a pressão no poço estava muito baixa (elevado *drawdown*). Não necessariamente com o fluxo de fluido para o poço.
- 2) Areia tende a ser produzida com altas taxas de produção.
- 3) Mais areia tende a ser produzida após a fase de injeção de água (*water cut*).
- 4) A taxa de produção de sólidos era alta quando a taxa de fluxo estava sendo alterada.
- 5) Para alguns casos mesmo após a redução da taxa de fluxo a produção de areia não era controlada.

E propõe métodos de previsão analítico [44] e numérico [43].

2.5.2. Modelo Analítico de Tensão-Deformação

Geilikman et al. [20] implementaram o modelo que relacionou o volume de sólidos produzido com a variação do raio da zona de plastificação em função do tempo para o poço de perfuração pela equação 2.1:

$$S(t) = \pi h(\eta_{pl} - \eta_{el})(r_{pl}^2 - r_{po}^2) \quad \text{Equação 2.1}$$

Sendo S o volume de sólidos produzido, η_{pl} porosidade da zona plástica, η_{el} porosidade da zona elástica, r_{pl} o raio da zona plástica em função do tempo e r_{po} o raio do poço perfurado.

Em 1997, Wang [77] propõe uma alteração na equação a fim de considerar produção de sólidos uma função da deformação total por cisalhamento do poço através da equação 2.2.

$$S(t, r_{po}) = (1 - \eta)r \int_{t_0}^t [\varepsilon_{el}(r_{po}, t) + \varepsilon_{pl}(r_{po}, t)] dt \quad \text{Equação 2.2}$$

Sendo η a porosidade da rocha, t_0 o tempo inicial de produção de areia, ε_{el} a deformação elástica e ε_{pl} atribuída a deformação plástica. Modelo mais complexo derivado da equação de Geilikman pode ser encontrado em Van den Hoek e Geilikman [72].

2.5.3. Modelo Buraco de Minhoca (“Wormhole”)

Em 1998, Trembley et al. [69] realizaram experimentos para simular a erosão em CHOPS (“Cold Heavy Oil Production with Sand”), estudando a extensão de *wormholes* (Figura 3) e a distribuição da porosidade após a produção de sólidos por meio de tomografias. Seus resultados foram:

- 1) Os *wormholes* são originados em arenitos pouco consolidados e se expandem em zonas de alta porosidade.
- 2) Após serem formados, os *wormholes* ainda ficam preenchidos com areia com porosidade em 53% à inicial. Após a erosão as partículas de areia continuarão sendo constantemente produzidas até atingir quase 100% de porosidade.
- 3) As taxas de produção são relativamente baixas quando há a formação e expansão dos *wormholes* podendo atingir uma concentração de 44% de partículas

de areia no líquido. Após o *wormhole* ficar estável a taxa de produção aumenta e a concentração de areia no líquido pode chegar a 5%.

Em 1999, Yuan et al. [84] compatibilizou um modelo para prever a malha de *wormholes* (*PAW Model*). Seus experimentos e a teoria levaram-no a concluir que este modelo está diretamente relacionado à razão entre o gradiente de pressão e a tensão na matriz rochosa, sendo a produção de areia restrita a um gradiente de pressão superior a um valor crítico.

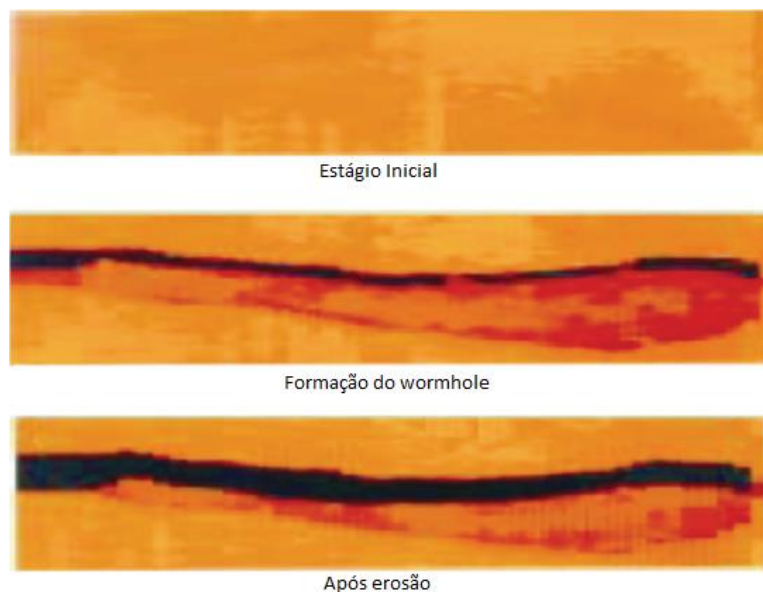


Figura 3 - Tomografia computadorizada do processo de formação de wormhole [85]

Quando a diferença de pressões entre a ponta do *wormhole* e a formação for pequena a erosão e a expansão do *wormhole* cessará, conseqüentemente as partículas de areia serão carreadas para fora do buraco e formará uma nova diferença de pressão, possibilitando novas extensões da cavidade. Este processo pode ser visto como uma analogia ao crescimento das raízes de árvores havendo mais bifurcações quando distantes do caule. A Figura 4 mostra a combinação das análises elasto-plásticas de tensão deformação com o modelo de buraco de minhocas.

2.5.4. Modelos Experimentais

Bianco [3] faz uma revisão dos modelos experimentais usados na prática para a previsão de produção de sólidos.

Dentre os principais estudos do campo experimental estão:

1) De arqueamento das partículas de areia quando expostas a forças em direção a uma cavidade (*trap door*). Bianco [3] expõe uma revisão cronológica de estudos inicialmente identificado por Terzaghi (1936), e a posteriori Hall e Harrisberger [27], Tippie [68], Bratli & Risnes [6], Perkins & Weingarten [53], Kooijman et al. [34], Cook et al. [10], Trembley et al. [70], Bruno et al. [7], dentre outras referências, que propuseram alterações e compatibilidades de forma a adequar o modelo ao meio em estudo no campo.

2) Da preparação da amostra a ser analisada, geometria, porosidade, saturação residual (fração de água x óleo x gás irreduzível), fluido percolado, diâmetro da cavidade, método de compactação e carregamento.

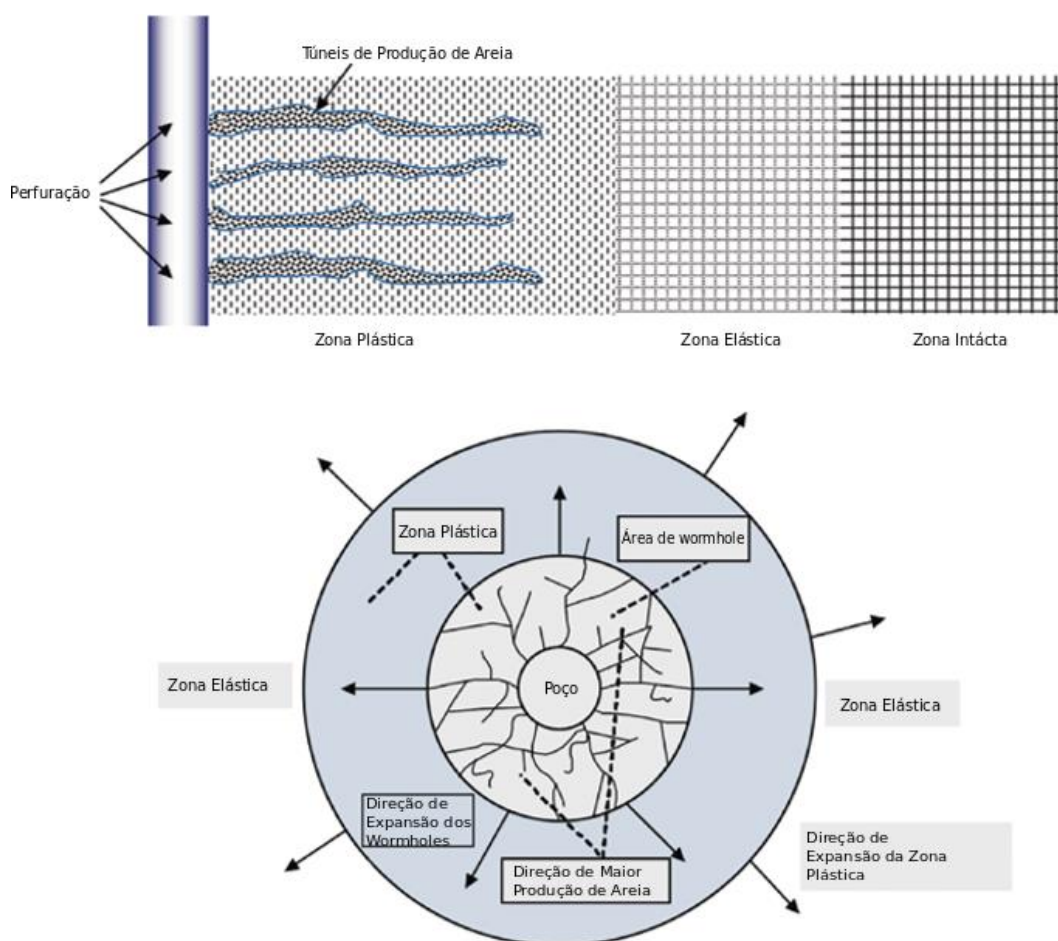


Figura 4 - Perfil e seção dos canais de produção de areia, zonas plásticas e elásticas. (Zhou & Sun, 2016 [85])

Além destes autores, Bianco [3] desenvolveu uma série de experimentos laboratoriais para examinar o comportamento em problemas de produção de areia.

E conclui que a partir da sua revisão os métodos experimentais para análise de produção de areia e arqueamento das partículas de areia podem ser agrupados

em cinco áreas inter-relacionadas: efeitos de carregamento; características e resistência do material; efeitos de fluxo; comportamentos mecânicos; formas de arcos.

Papamichos et al. [51] desenvolveram diversos experimentos simplificados da produção de areia em laboratório inclusive com imagens de tomografia computadorizada, onde pode verificar que:

A areia é tipicamente produzida em “rajadas” e que somente em uma escala de tempo maior passa a ter produção contínua.

A taxa média de produção de areia aumenta com o aumento da vazão e da tensão efetiva do maciço ao redor do poço.

A taxa média de produção de areia aumenta com o aumento do *drawdown*, acima do *drawdown* crítico.

2.5.5. Modelos Numéricos

Vargas et al. [74] citam que no campo numérico muitas simulações são realizadas, contudo continuam tendo a sua veracidade duvidosa, pois não foram realizados experimentos de validação e confirmação dos resultados no campo experimental ou mesmo *in loco* a respeito das taxas e volumes de sólidos produzidos.

As análises por meios contínuos para a mecânica da produção de sólidos não representam adequadamente os conceitos de deformação elasto-plástica no maciço que ocorrem na iminência da ruptura ao redor do poço de extração.

Vardoulaskis et al. [73], Papamichos et al. [51], Wang [77] empregaram modelos de meios contínuos incorporando fenômenos de erosão e de acoplamento fluido-mecânico. Para solucionar o problema de erosão é necessária a formulação de uma relação constitutiva para a conservação de massa erodida (relacionando o processo de erosão ao fluxo no poro) e relações entre os processos mecânicos (deformação e ruptura) com a erosão. Os modelos quando envolvem a desagregação de partículas, processos mecânicos entre partículas e o transporte destas pela estrutura porosa do maciço são melhores representados na escala microscópica.

A alternativa encontrada é utilizar o método dos elementos discretos como empregados em O'Connor et al. [47], Cook et al. [11] e Li et al. [37].

Cundall [12] desenvolveu o DEM para aplicá-lo em mecânica das rochas. Cundall e Strack [13] utilizaram o métodos dos elementos discretos para simular o comportamento mecânico de materiais granulares de geometrias como discos e esferas, no qual a interação entre estas é monitorada pelo contato e movimento.

O DEM é amplamente aplicado para simular partículas com características de materiais granulares. Diferente do modelo contínuo que representa um material contínuo, o DEM considera a quantidade de movimento trocada entre as partículas e é considerado um modelo de análise local, que utiliza geometrias simplificadas, capaz de prever o comportamento das partículas no nível da micro-escala.

Zhu et al [86] reuniu alguns dos principais estudos a respeito do DEM e do acoplamento CFD-DEM a fim de demonstrar a eficácia e os principais sucessos no seu emprego, distribuindo em três grupos, sedimentação de partículas, fluxo de partículas, e fluxo de partículas e fluido acoplados, com aplicação na engenharia de processos.

O'Sullivan [48] menciona dois principais motivos para o emprego do DEM na geomecânica. O primeiro se caracteriza pela capacidade de simular mais facilmente problemas com grandes deformações do que o método contínuo, podendo captar mecanismos de arqueamento e erosão de materiais granulares com contornos pré-definidos. O segundo propósito é a possibilidade de analisar a resposta do material em uma escala mais detalhada do que em ensaios experimentais bem monitorados, podendo ser usado para detalhar o que acontece nos ensaios experimentais.

Vargas et al. [74] discorrem sobre as práticas de acoplamento do DEM com fluxo inicialmente desenvolvido com base na Lei de Fluxo de Darcy, seguido por aplicações da equação de Navier-Stokes com diferentes métodos de solução, empregados em diferentes problemas e destacando alguns autores que fizeram uso de cada aplicação.

1) Fluxo resolvido pela Lei de Darcy: Tido como o mais simples dos métodos aplicado em modelos de fluxo contínuos impostos num código de partículas discretas. Tendo destaque as implementações feitas por O'Connor et al. [47], Dorfmann et al. [15], Preece et al. [58], Bruno & Dorfmann [8] e Li et al. [37].

2) Fluxo resolvido pela equação de Navier-Stokes pelo método semi-empírico (Anexo C): Proposta por Anderson e Jackson [2] uma solução média local para a

equação de Navier-Stokes. Neste método a solução das variáveis do fluxo é resolvida numa célula com várias partículas sólidas e as são consideradas as interações entre partículas e fluido, aplicada em Xu & Yu [83] e Di Renzo e Di Maio [14] em soluções de problemas de fluidização. Esta aplicação apresenta limitações para geometrias mais complexas de simulação.

3) Fluxo resolvido pela equação de Navier-Stokes pelo método de Lattice-Boltzmann: Tem a capacidade de simular geometrias complexas e tem sido utilizado em modelos de fluxo mono e bifásico em meios porosos como solos e rochas, para a determinação da permeabilidade e a pressão de saturação capilar nos meios (Gunstensen & Rothman [25], Ferreol & Rothman [17], Martys & Chen [41], Hazlett et al. [28], Kutay et al. [36], Ramstad et al [60]. Pan et al. [50] Schaap et al. [62] e Porter [56]). Contudo poucos foram os esforços para a quantificação da produção de sólidos na micro-escala. Suas limitações estão relacionadas aos efeitos de compressibilidade em fluidos incompressíveis e elevados valores de número Mach.

3 Metodologia

3.1. Considerações Iniciais

Goniva et al. [23] descreve o LIGGGHTS (*LAMMPS Improved for General Granular and Granular Heat Transfer Simulation*) como um software livre de simulação de material granular que utiliza o Método dos Elementos Discretos, e que utiliza como base o código LAMMPS (*Large Atomic and Molecular Massively Parallel Simulator*), um código de dinâmica molecular projetado pelo *Sandia National Laboratory* para ser executado de forma eficiente em computadores paralelos utilizando técnicas de MPI (*message passing interface*). LAMMPS pode ser empregado para materiais “moles” (bio-moléculas e polímeros), sólidos (metais e semicondutores) e materiais granulares. O código oferece implementações de modelo granular linear (Hooke) e não-linear (Hertz). Também fornece algoritmos de detecção de contato e forças entre partículas. O LIGGGHTS permite ao usuário a importação de geometrias CAD, a análise de tensões em contornos, movimento de malha e simulações de partículas não esféricas (superquadráticas), além de possuir modelos de contato já implementados em seu código.

O OpenFoam (*Open source Field Operation and Manipulation*) é um programa livre em linguagem C++ utilizado em análise numérica com pré e pós processamento para soluções de problemas da mecânica do contínuo, incluindo dinâmica dos fluidos computacional. A estrutura de códigos do OpenFoam permite ao usuário realizar operações tensoriais, a discretização de equações diferenciais parciais usando sintaxes simples, soluções de sistemas lineares, soluções de EDOs, paralelizações, malhas dinâmicas, modelos físicos (reológicos, termodinâmicos, regimes turbulentos, reações químicas, transmissão de calor por radiação). Para a solução das simulações são utilizados *solvers* (por exemplo, *icoFoam* empregado para a solução da equação de Navier-Stokes em fluxo laminar incompressível) e utilitários (por exemplo, *blockMesh* um gerador de malha hexagonal).

Neste trabalho, a simulação de produção de sólidos utiliza o DEM acoplado com o fluxo de fluido resolvido usando a equação de Navier-Stokes com média ponderada em volume. Para este propósito, o código aberto CFDEM foi usado. Ele se baseia no acoplamento bidirecional entre as fases sólida e líquida por meio de um termo de quantidade de movimento na equação de Navier-Stokes. A localização das partículas sólidas determina a fração de vazios das células da malha de fluido correspondente, e com isto são calculadas as forças de arraste nas partículas da célula. A vantagem do CFDEM é que ele é altamente extensível e paralelizado. Contém estruturas para implementação de modelos adicionais de contato de DEM e termos de equação de fluxo de fluido.

3.2. Método dos Elementos Discretos

Como já mencionado o DEM é empregado na literatura em problemas de meios granulares na escala de partículas e vem tomando importância e aplicabilidade de acordo com os avanços computacionais, podendo desenvolver sistemas cada vez mais complexos.

3.2.1. Equações Governantes

Goniva et al. [24] cita que no DEM todas as partículas no domínio do cálculo computacional são rastreadas num meio Lagrangeano, resolvendo as trajetórias das partículas com base nas equações de balanços de força e torque que são apresentadas pelas Equações 3.1 e 3.2:

$$m_p \ddot{\mathbf{x}}_p = \mathbf{F}_{p,n} + \mathbf{F}_{p,t} + \mathbf{F}_{p,f} + \mathbf{F}_{p,pr} + \mathbf{F}_{p,\mu} + \mathbf{F}_{p,b} \quad \text{Equação 3.1}$$

Sendo $\mathbf{F}_{p,n}$ a força normal entre partículas, $\mathbf{F}_{p,t}$ a força de contato tangencial entre partículas. $\mathbf{F}_{p,f}$ a força de arraste que o fluido exerce nas partículas. $\mathbf{F}_{p,pr}$ e $\mathbf{F}_{p,\mu}$ são respectivamente relacionadas às forças de pressão e viscosidade sob as partículas. $\mathbf{F}_{p,b}$ são forças gravitacionais, eletrostáticas e magnéticas.

$$I_p \frac{d\omega_p}{dt} = r_{p,c} \times F_{p,t} + T_p \quad \text{Equação 3.2}$$

T_p é o torque adicional na partícula que pode ser utilizado para modelar a não-esfericidade. A aceleração angular e translacional de uma esfera é baseada no balanço de quantidade de movimento correspondente. No DEM as partículas podem

levemente se sobrepor e, esta sobreposição δ_p , aliada à velocidade relativa no ponto de contato $\Delta \mathbf{u}_n$ resulta na força de repulsão entre elas.

Uma maneira eficiente para se tratar o modelo de não esfericidade é o modelo proposto por (Ai et al. [1]), aplicando um torque direcional constante (Equação 3.3):

$$T_p = R_{p,\mu} \bar{k}_{p,n} \Delta x_p \frac{\omega_{p,rel}}{|\omega_{p,rel}|} r_p \quad \text{Equação 3.3}$$

No qual a velocidade angular relativa ($\omega_{p,rel}$) é expressa na equação 3.4:

$$\omega_{p,rel} = \frac{r_{p,ci}\omega_{p,i} + r_{p,cj}\omega_{p,j}}{r_{p,ci} + r_{p,cj}} \quad \text{Equação 3.4}$$

3.2.2.

Modelo de Contato Entre Partículas

Em um modelo mola-amortecedor (Figura 5) a força normal é dada pela equação 3.5 e a força tangencial expressa pela equação 3.6:

$$F_{p,n} = -\bar{k}_{p,n} \Delta x_p + c_{p,n} \Delta u_{p,n} \quad \text{Equação 3.5}$$

$$F_{p,t} = \min \left\{ \left| \bar{k}_t \int_{t_{c,0}}^t \Delta u_{p,t} + c_{p,t} \Delta u_{p,t} \right|, \mu_c F_{p,n} \right\} \quad \text{Equação 3.6}$$

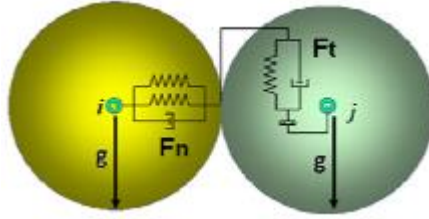


Figura 5 - Modelo mola-amortecedor (Goniva et al. [23])

Onde, $\Delta \mathbf{u}_{p,t}$ é a velocidade tangencial relativa das partículas em contato. $k_{p,n}$, k_t , $c_{p,n}$ e $c_{p,t}$ são os coeficientes normais e tangenciais de rigidez da mola e de amortecimento do amortecedor respectivamente. A sobreposição tangencial é truncada respeitando o modelo de atrito de Coulomb, sendo μ_c o coeficiente de atrito. O primeiro termo na integração, que se inicia no instante do contato, representa o incremento de energia na mola e a segunda parte referente à dissipação de energia pelo amortecedor. A magnitude da força tangencial é limitada pelo atrito de Coulomb, quando as partículas começam a deslizar.

O LIGGGHTS emprega correlações a partir dos parâmetros de módulo de Young (E), módulo de Poisson (ν), e coeficiente de restituição (e), para a determinação dos coeficientes de rigidez normal $k_{p,n}$ e tangencial k_t e de amortecimento normal $c_{p,n}$ e tangencial $c_{p,t}$.

Tabela 1 - Correlações coeficientes de rigidez e amortecimento DEM

$k_{p,n} = \frac{4}{3} Y^* \sqrt{r^* c_{p,n}}$		$c_{p,n} = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_n m^*} \geq 0$
$k_t = 8 G^* \sqrt{r^* c_{p,n}}$		$c_{p,t} = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_t m^*} \geq 0$
$S_n = 2 Y^* \sqrt{r^* c_{p,n}}$	$S_t = 8 G^* \sqrt{r^* c_{p,n}}$	$\beta = \frac{\ln(e)}{\sqrt{\ln^2(e) + \pi^2}}$
$\frac{1}{Y^*} = \frac{(1 - \nu_1^2)}{Y_1} + \frac{(1 - \nu_2^2)}{Y_2}$	$\frac{1}{G^*} = \frac{2(2 - \nu_1)(1 + \nu_1)}{E_1} + \frac{2(2 - \nu_2)(1 + \nu_2)}{E_2}$	$\frac{1}{r^*} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2};$ $\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$

3.2.3.**Algoritmo de Detecção de Contato**

O conceito de lista vizinha foi introduzido por Verlet [76]. Com a ideia de formar uma lista de possíveis contatos periodicamente, a cada intervalo de tempo a lista é atualizada e são determinadas novas forças entre os contatos. Deste método podem-se excluir algumas partículas que estejam fora do domínio da Equação 3.7.

$$|x_i - x_j| < r_i + r_j + s \quad \text{Equação 3.7}$$

Sendo s o parâmetro de Verlet. Esta relação determina a condição quando a lista é válida. Assumindo um intervalo de tempo Δt e uma velocidade máxima u_{\max} a lista será válida para N_{verlet} intervalos de tempo.

$$N_{\text{verlet}} = \frac{s}{2u_{\max}\Delta t} \quad \text{Equação 3.8}$$

Para determinar o par de partículas que serão empregadas na Equação 3.6 se usa uma aproximação binária (*link-cell method* via decomposição em malha) como a apresentada por Plimpton [55]. Para um valor de s igual a zero ou infinito o algoritmo se torna inútil, pois ao igualar a zero nenhum par será incluído na lista e quando o parâmetro de Verlet tender ao infinito, nenhuma partícula será excluída da lista. Não há uma solução definida para esta otimização visto que além de

depende das dimensões, formatos e interação entre partículas este também depende da capacidade de CPU.

3.3.

Aproximação CFD-DEM Resolvido e Não-Resolvida

Em alguns casos de simulação há a necessidade de representação do comportamento de poucas partículas relativamente grandes em um meio, já em outros casos há a necessidade de se investigar o comportamento global de maiores quantidades de partículas em um ambiente.

No CFDEM resolvido as partículas são notavelmente maiores do que a malha das células de fluido, fazendo com que uma partícula ocupe dimensões maiores que uma célula da parte fluida. Este caso é utilizado para situações com centenas ou poucas milhares de partículas, onde a força para cada partícula é calculada individualmente.

O CFDEM não-resolvido, caso que será empregado nas simulações deste estudo, as partículas são menores do que a malha da parte fluida, tendo mais de uma partícula por célula. Neste modelo podem ser executadas simulações com milhões de partículas, limitadas ao esforço computacional exigido.

3.3.1. Equações Governantes

O movimento de uma fase fluido-incompressível na presença de outra fase particulada é governado pela equação de Navier-Stokes volumétrica (Equação 3.9 e 3.10) desenvolvidas no Apêndice C. A diferença entre os modelos de fluxo pela Lei de Darcy e Navier-Stokes está ilustrado na Figura 6.

$$\frac{\partial \alpha_f}{\partial t} + \nabla(\alpha_f u_f) = 0 \quad \text{Equação 3.9}$$

$$\frac{\partial(\rho_f \alpha_f u_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \alpha_f u_f u_f) = -\nabla p - F_{pf} + \nabla \cdot (\alpha_f \tau) + \rho_f \alpha_f g \quad \text{Equação 3.10}$$

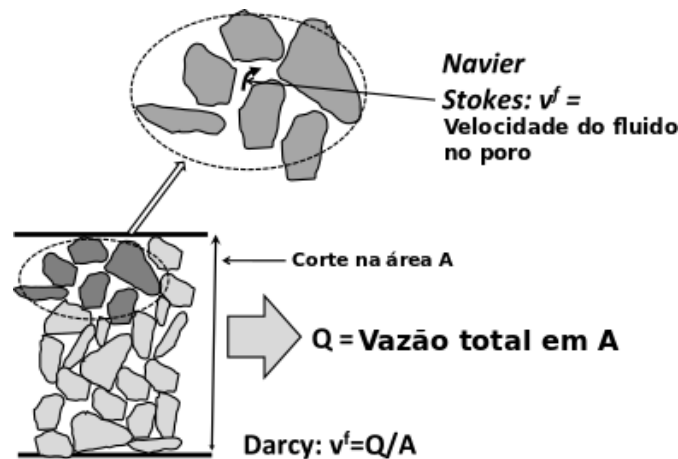


Figura 6 - Diferença entre os modelos de fluxo pela Lei de Darcy e Navier-Stokes [48]

Onde α_f é a fração de volume de fluido, ρ_f a densidade do fluido, \mathbf{u}_f a velocidade do fluido, $\boldsymbol{\tau} = \nu_f \nabla \mathbf{u}_f$ o tensor de tensão para a fase fluida, a quantidade de movimento trocada com a fase particular \mathbf{F}_{pf} , calculado para cada célula. Para a solução das equações é utilizado um solver (PISO).

A sequência do acoplamento é feita em dez passos. Também representado um modelo em fluxograma na Figura 7.

- 1) O solver DEM calcula as posições e velocidades de todas as partículas.
- 2) As informações do primeiro passo são passadas para o solver CFD.
- 3) Para cada partícula é definida a célula correspondente na malha CFD.
- 4) Para cada célula é definido a porosidade e a velocidade representativa das partículas.

5) Com base na fração de volume de partícula é calculada a força do fluido agindo sobre cada partícula.

6) São feitas as trocas de quantidade de movimento entre partículas e fluido a partir das forças baseadas na média de todas as partículas situadas na célula CFD.

7) As forças do fluido agindo em cada partícula são calculadas e enviadas ao solver DEM e utilizadas no próximo intervalo de tempo.

8) O solver CFD calcula a velocidade do fluido levando em consideração a quantidade de movimento trocada e a fração volumétrica.

9) Outras equações podem ser inseridas opcionalmente.

10) A sequência recomeça do passo 1.

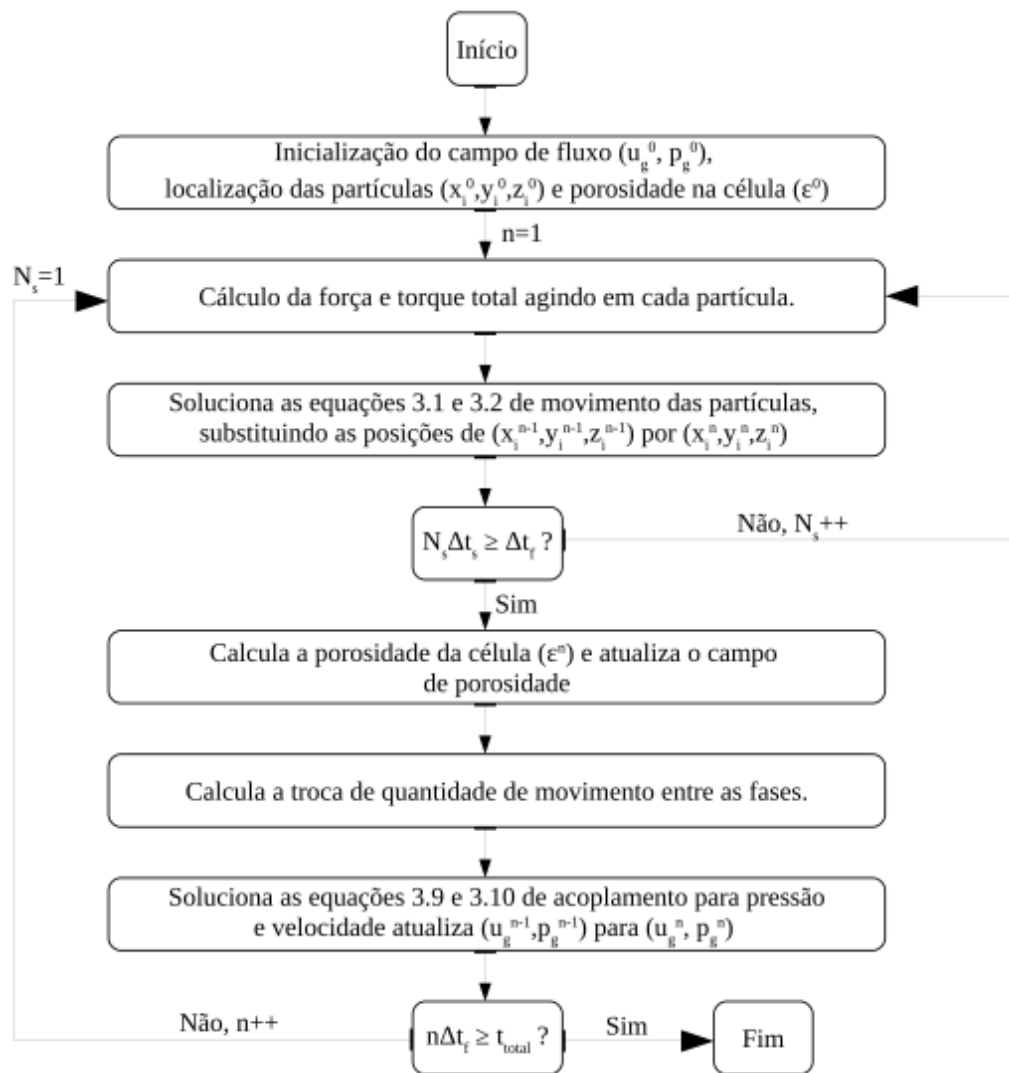


Figura 7 - Fluxograma CFDEM

Em geral, o *time-step* (intervalo de tempo) do DEM deve ser de uma ordem inferior ao do CFD (com exceção para cálculos de reações químicas e radiação no CFD) devido à dinâmica de colisão entre partículas e aos requisitos de sobreposições quando utilizada a abordagem de partículas esféricas flexíveis [33].

A determinação da porosidade na célula do CFD utiliza a interpolação de propriedades Lagrangeanas definidas na grade Euleriana do CFD. Um método simples para esta interpolação é baseado na soma dos volumes das partículas que tem o centro localizado dentro da célula CFD. Outra abordagem é feita com base na distribuição de porções da partícula pelas células CFD, esta ajuda a suavizar a influência espacial de cada partícula, porém, é limitada quando o tamanho da partícula se aproxima do tamanho da célula.

A solução desta limitação de tamanho da partícula foi proposta por Link et al. [39] ao expandir artificialmente a região espacial. Um modelo similar no qual as partículas são maiores, mas os poros são mantidos com volumes constantes. Com isso a região de influência da partícula é maior do que a região da célula na qual a partícula está inserida, abrangendo outras células, tornando o algoritmo mais estável.

Uma vez calculada a fração volumétrica de partículas é possível determinar a contribuição de cada partícula para a quantidade de movimento trocada entre partícula e fluido, a qual é estabelecida pela força de arrasto, dependendo da fração granular.

3.3.2. Modelo de Troca de Quantidade de Movimento

A força trocada entre fluido e partícula \mathbf{F}_{pf} pode ser entendida como a força de arraste resultante da velocidade entre fluido e partícula, outras forças podem também ser relevantes para a \mathbf{F}_{pf} , como: o gradiente de pressão no campo de fluxo (força de pressão), força Magnus da rotação da partícula, aceleração da partícula (força virtual de massa) e o gradiente de velocidade do fluido que gera o cisalhamento (Força Saffman). Será considerado unicamente o termo de troca de quantidade de movimento relacionado à força de arraste, o qual é subdividido em implícito e explícito (Equação 3.11) usando a média de velocidade da partícula \mathbf{u}_p .

$$\mathbf{F}_{pf} = \mathbf{K}_{pf}(\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p) \quad \text{Equação 3.11}$$

Diferentes autores propuseram o cálculo de \mathbf{K}_{pf} para diferentes correlações de força de arraste, dentre as mais usadas está o modelo proposto por Gidaspow et al. [21].

Para $\alpha_f > 0,8$ (baseado na expressão de Wen e Yu [81]) a troca de quantidade de movimento é calculada pela Equação 3.12:

$$\mathbf{K}_{pf} = \frac{3}{4} C_d \frac{\alpha_f(1-\alpha_f)|\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p|}{d_p} \alpha_f^{-2,65} \quad \text{Equação 3.12}$$

$$C_d = \frac{24}{\alpha_f Re_p} \left[1 + 0,15(\alpha_f Re_p)^{0,687} \right] \text{ para } Re_p < 1000$$

$$C_d = 0,44 \text{ para } Re_p > 1000 \quad \text{Equação 3.13}$$

$$Re_p = \frac{|\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p|}{\nu_f} d_p \quad \text{Equação 3.14}$$

Para $\alpha_f < 0,8$ (baseado na equação de Ergun, 1952) é utilizada a equação 3.15:

$$K_{pf} = 150 \frac{(1-\alpha_f)^2 v_f}{\alpha_f d_p^2} + 1,75 \frac{(1-\alpha_f)|(u_f - u_p)|}{d_p} \quad \text{Equação 3.15}$$

3.3.3.

Modelo de Coesão Capilar (Capilaridade-Viscosidade)

A força de coesão capilar total entre duas partículas é causada por um componente de tensão superficial e a pressão hidrostática no volume de vazios [38].

Existem duas vertentes de análise da coesão capilar uma com base no “pescoço” (Willett et al. [82], Rabinovich et al. [59] e Soulie et al. [67]) do menisco entre as duas partículas em análise ou na região de contato (Weigert & Ripperger [80]). Ambas teorias apresentam resultados similares.

Existem dois modelos de coesão capilar atualmente disponíveis no LIGGGHTS, um deles usa a equação de força capilar de Soulie et al. [67] e o outro Rabinovich et al. [59]. Gladkyy & Schwarze [22] implementaram vários modelos de força capilar (Modelo de Weigert & Ripperger, Modelo completo de Willett, Modelo Reduzido de Willett e o Modelo de Rabinovich) no DEM e compararam os resultados com dados experimentais. Dos modelos analisados, a formulação de Willett completa mostrou um dos melhores resultados. Os experimentos utilizados por Willett et al [82] para a validação do modelo foram realizados em ambiente bem controlado e o ajuste aos dados experimentais foi melhor que nos testes de Soulie et al. [67]. Assim, a formulação da força capilar de Willett foi implementada no LIGGGHTS usando o template existente, criado por Easo & Wassgren [16].

A maioria dos modelos de coesão capilar assume que o líquido cobre uniformemente a área superficial das partículas e que o menisco entre as partículas é uma fração do volume total de líquido com base em suas geometrias. O modelo implementado de capilaridade-viscosidade assume que o líquido é distribuído em volumes discretos da superfície da partícula, em vez de cobrir uniformemente a partícula.

O volume de líquido no menisco entre as partículas obedece à equação 3.16:

$$V = (V^i + V^j) \quad \text{Equação 3.16}$$

Sendo que a contribuição de volume de líquido no menisco por cada partícula V^i e V^j é fornecido por Shi & McCarthy [64] pelas equações 3.17 e 3.18:

$$V^i = V_{superficial}^i * 0,5 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{r_i}{r_j} + 1\right)^2}} \right] \quad \text{Equação 3.17}$$

$$V^j = V_{superficial}^j * 0,5 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{r_j}{r_i} + 1\right)^2}} \right] \quad \text{Equação 3.18}$$

Onde o volume na superfície para cada partícula $V_{superficial}$ é expresso na equação 3.19:

$$V_{superficial}^{i,j} = \frac{4\pi}{3} \left[(r_{i,j} + l_{i,j})^3 - r_{i,j}^3 \right] \quad \text{Equação 3.19}$$

$V_{superficial}$ é o volume inicial de líquido superficial na partícula e l é a espessura do líquido que recobre a partícula.

O $V_{superficial}$ também é entendido como o volume de líquido na superfície normalizado pelo volume da partícula (“*initial surface liquid content*” LC).

O modelo assume que a formação da ponte ocorre quando há contato e, a ruptura da ponte (equação 3.20) segue o modelo proposto por Willett [82], a Figura 8 permite entender os parâmetros do modelo:

$$2h = \left(1 + \frac{\phi}{4} \left(\frac{r_j}{r_i} + 1 \right) \right) \left[V^{1/3} + \left(\frac{r_j}{2r_i} - \frac{2}{5} \right) V^{2/3} \right] \quad \text{Equação 3.20}$$

Onde V é o volume de líquido na ponte, ϕ o ângulo de contato entre partícula e o líquido, r_i raio da partícula menor, r_j o raio da maior partícula.

O modelo de capilaridade obedece a alguns parâmetros que devem ser inseridos, dentre estes estão a distância mínima (utilizada para prevenir que ocorram forças viscosas muito altas) e máxima de separação das partículas; o volume de líquido na superfície normalizado pelo volume da partícula ($V_{superficial}$); a tensão superficial do líquido (τ); a viscosidade do fluido (ν); o ângulo de contato entre partícula e fluido (ϕ).

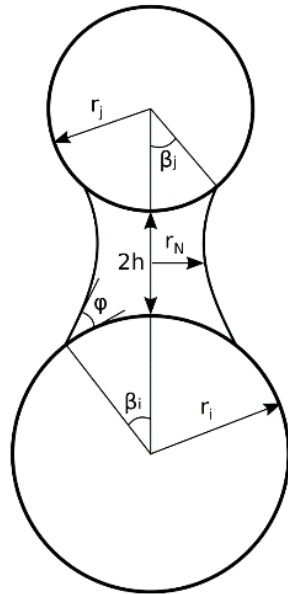


Figura 8 - Modelo de partículas com capilaridade (Castelo Branco et al. [9])

A equação 3.21 define o ângulo de contato entre duas partículas com raios diferentes:

$$\varphi = 0,5(\beta_i + \beta_j) \quad \text{Equação 3.21}$$

Quando há a ruptura assume-se que a quantidade de líquido é dividida uniformemente entre as partículas pelo método de Mani et al. [40], representado na Figura 9 e o volume para cada parcela é definido pela equação 3.22:

$$V^i = \frac{V_{superficial}^i}{N_{LB}} \quad \text{Equação 3.22}$$

Sendo N_{LB} o número de pontes na partícula i .

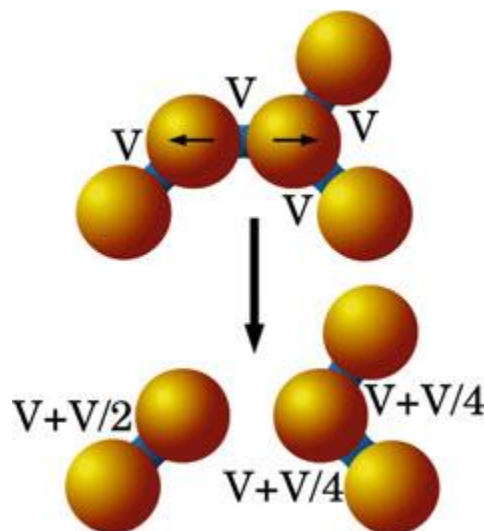


Figura 9 - Representação do modelo de Mani et al. [40]

A força de capilaridade segue o modelo proposto por Willett et al. [82], expresso na equação 3.23:

$$\ln(F_{cap}) = f_1 - f_2 \exp(f_3 \ln(h) + f_4 \ln^2 h) \quad \text{Equação 3.23}$$

$$F_1 = -(0,44505 + 0,050832\varphi - 1,1466\varphi^2) + (-0,1119 - 0,000411\varphi - 0,1490\varphi^2)\ln V + (-0,012101 - 0,00365456\varphi - 0,01255\varphi^2)(\ln V)^2 + (-0,0005 - 0,0003505\varphi - 0,00029076\varphi^2)(\ln V)^3 \quad \text{Equação 3.24}$$

$$F_2 = (1,9222 - 0,57473\varphi - 1,2918\varphi^2) + (-0,0668 - 0,1201\varphi - 0,22574\varphi^2)\ln V + (-0,0013375 - 0,0068988\varphi - 0,01137\varphi^2)(\ln V)^2 \quad \text{Equação 3.25}$$

$$F_3 = (1,268 - 0,01396\varphi - 0,23566\varphi^2) + (0,198 - 0,092\varphi - 0,06418\varphi^2)\ln V + (0,02232 + 0,02238\varphi - 0,009853\varphi^2)(\ln V)^2 + (0,0008585 + 0,001318\varphi - 0,00053\varphi^2)(\ln V)^3 \quad \text{Equação 3.26}$$

$$F_4 = (-0,010703 + 0,073776\varphi - 0,34742\varphi^2) + (0,03345 + 0,04543\varphi - 0,09056\varphi^2)\ln V + (0,0018574 + 0,004456\varphi - 0,006257\varphi^2)(\ln V)^2 \quad \text{Equação 3.27}$$

Considerando τ a tensão do líquido na superfície e h a distância que separa as duas partículas.

O movimento relativo entre as partículas e o líquido na ponte dão origem à força de viscosidade normal e tangencial, de acordo com o modelo proposto por Nase et al. [46].

A força normal viscosa do líquido entre duas esferas é dada pela equação 3.28:

$$\mathbf{F}_v^N = 6\pi\nu\mathbf{u}_{relativa}^N r' \frac{r'}{h} \quad \text{Equação 3.28}$$

A força tangencial viscosa do líquido entre duas esferas obedece à equação 3.29:

$$\mathbf{F}_v^T = 6\pi\nu\mathbf{u}_{relativa}^T r' \left(\frac{8}{15} \ln \frac{r'}{h} + 0,9588 \right) \quad \text{Equação 3.29}$$

Onde r' é expresso na equação 3.30:

$$r' = \frac{2r_i r_j}{r_i + r_j} \quad \text{Equação 3.30}$$

\mathbf{u}^N e \mathbf{u}^T são as velocidades normais e tangenciais relativas das partículas no ponto de contato. ν é a viscosidade do fluido. h a distância entre a superfície das partículas.

4 Implementação e Simulações

4.1. Considerações Iniciais

Foram realizadas diversas simulações em diferentes condições, seja de gradiente de pressão, de granulometria das partículas inseridas, e de coesão entre as partículas adotada.

O primeiro modelo de simulações foi realizado para a obtenção de um valor de permeabilidade do meio particulado que seja validado pela equação de Kozeny-Carman, equação muito empregada na determinação da permeabilidade de rochas, obtendo os valores de velocidade de fluxo e a diferença de pressão ao longo da amostra.

A segunda geometria de simulações foi empregada para a determinação da resistência da amostra criada, por meio da simulação de um ensaio de cisalhamento direto, obtendo as curvas de envoltória de resistência de pico e curvas de tensão cisalhante versus deslocamento para diferentes tensões normais.

O terceiro grupo de simulações utilizou diferentes granulometrias e condições de coesão entre as partículas, para quantificar: a massa produzida e a vazão de saída e acompanhar o decaimento da tensão axial ao longo do ensaio. Este grupo de simulações foi baseado nos ensaios de laboratório realizados por Bianco [3].

4.2. Avaliação da Malha de Fluxo

Essas simulações tiveram como objetivo determinar a permeabilidade do meio sob diferentes condições de refinamento de malha e compará-las com a permeabilidade obtida pela Equação 4.1 adaptada de Kozeny-Carman para meios particulares densos [65].

4.2.1. Características do Modelo

A primeira etapa desta simulação foi a inserção de uma massa de 0,1072 kg de partículas aleatoriamente em um hexaedro de lado 40 mm e altura de 200 mm (Figura 10.a).

Tabela 2 - Domínio da geometria do caso 1

Domínio	$X_{\text{MÍN}}$ (m)	$X_{\text{MÁX}}$ (m)	$Y_{\text{MÍN}}$ (m)	$Y_{\text{MÁX}}$ (m)	$Z_{\text{MÍN}}$ (m)	$Z_{\text{MÁX}}$ (m)
Total LIGGGHTS	0,00	0,04	0,00	0,04	0,00	0,25
Inserção de partículas LIGGGHTS	0,00	0,04	0,00	0,04	0,02	0,25
Domínio CFD	0,00	0,04	0,00	0,04	-0,02	0,06
Domínio das partículas comprimidas	0,00	0,04	0,00	0,04	0,00	0,04

Após a etapa de inserção de partículas e sedimentação destas foi aplicada uma compressão nas partículas ao longo do eixo Z por meio de um plano perpendicular ao mesmo (Figura 10.b), que irá comprimir as partículas até atingir o domínio desejado para as partículas comprimidas (Tabela 2).

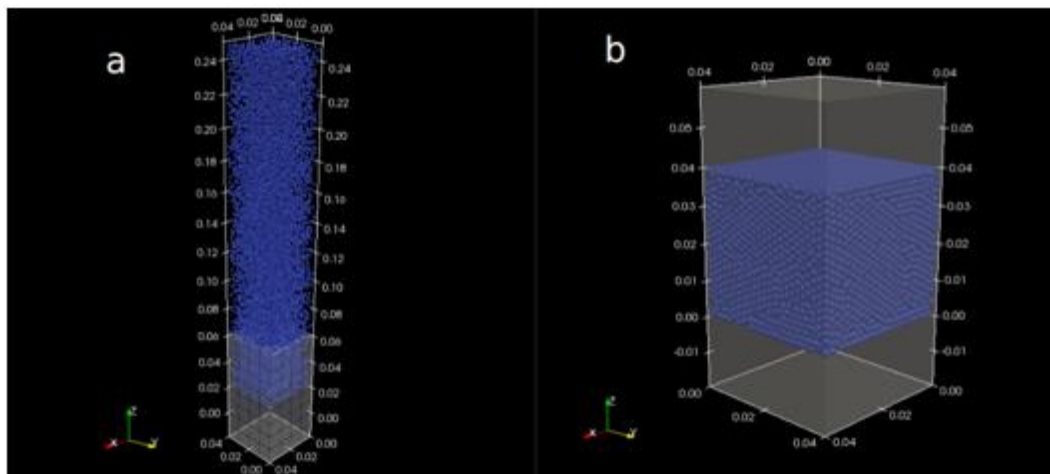


Figura 10 - Representação dos domínios em análise. a) Etapa de inserção de partículas. b) Etapa ao final da compressão das partículas.

Os parâmetros para esta simulação estão descritos na Tabela 3:

Tabela 3 - Parâmetros para o modelo de simulação CFDEM

Número de Partículas: 10.237	Diâmetro das Partículas: 2 mm
Porosidade do meio: 33%	Densidade das partículas: 2,5e3 kg/m³
Módulo de Poisson: 0,35	Módulo de Elasticidade: 2,5e7 Pa
Pressão de entrada de fluido: 0,1 kPa	Pressão de saída de fluido: 0 kPa
Viscosidade Cinemática: 1e-6 m²/s	Densidade do fluido: 1e3 kg/m³

Coeficiente de Atrito: 0,50	Coeficiente de Restituição: 0,051
-----------------------------	-----------------------------------

O coeficiente de atrito definido como 0,50 foi previamente empregado por: Potyondy & Cundall [57], Ranjan [61] e Wang & Leung [78], o qual foi replicado para as simulações de calibração de macro propriedades e de produção de sólidos.

Diferentes tamanhos de células computacionais serão empregados (Tabela 4), para identificar os diferentes comportamentos com a alteração no refinamento da malha:

Tabela 4 - Tamanho da célula computacional utilizado nas simulações do modelo CFD

1,00 x 1,00 x 1,00 mm	2,00 x 2,00 x 2,00 mm
3,63 x 3,63 x 3,63 mm	5,00 x 5,00 x 5,00 mm
5,71 x 5,71 x 5,71 mm	6,66 x 6,66 x 6,66 mm
8,00 x 8,00 x 8,00 mm	10,00 x 10,00 x 10,00 mm

A massa de partículas a ser inserida no modelo é calculada com base no volume do domínio do cubo de 40x40x40 cm, na porosidade de 33% e na densidade da partícula da tabela 3. Após a compressão do meio particulado é aplicado o diferencial de pressão por meio do OpenFoam.

A equação de Kozeny-Carman para meios particulares densos [65] é descrita por:

$$k_{ck} = \frac{2r^2}{9\eta} \frac{(1-\eta)^3}{2c\eta} \quad \text{Equação 4.1}$$

sendo c uma constante igual a 5, r o raio da partícula e η a fração volumétrica de sólidos.

4.2.2. Resultados da Avaliação da Malha de Fluxo

Inicialmente, são dispostas as curvas de velocidade e pressão no eixo vertical central da amostra, de acordo com as variações dos tamanhos das células computacionais impostas pelo CFD (Figura 11).

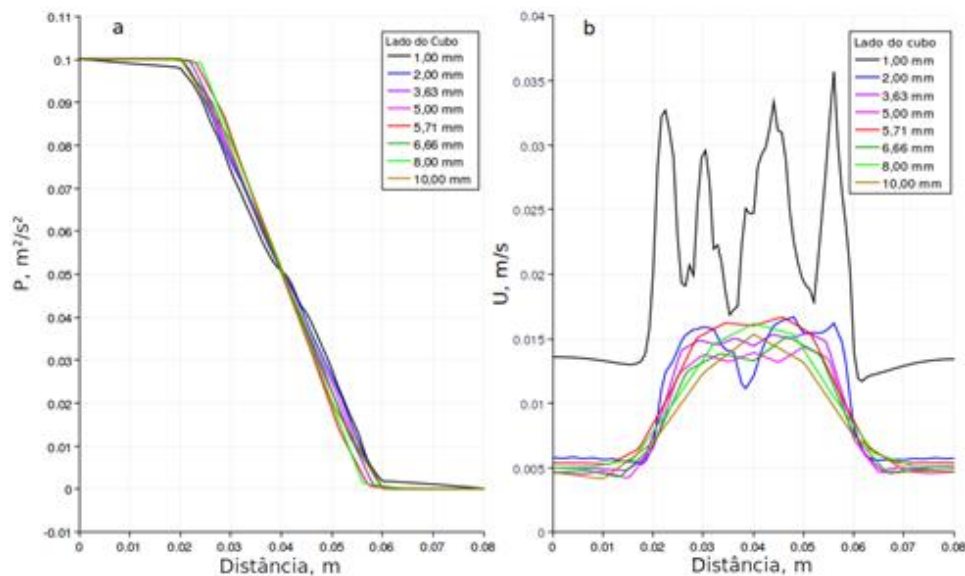


Figura 11 - a) Queda de pressão ao longo de um eixo central das simulações.
b) Velocidade do fluido ao longo de um eixo central das simulações.

Na Figura 11 é possível constatar que para malhas de fluxo muito refinadas com lado do cubo de 1 mm, e considerando partículas também com raio de 1 mm, a velocidade começa a apresentar valores inconsistentes.

Na Figura 12 estão representadas as permeabilidades obtidas através da velocidade do fluido para cada simulação, a linha em vermelho mostra a permeabilidade obtida pela equação de Kozeny-Carman (equação 4.1). Nesta figura foi observado que os valores de permeabilidade se aproximam do valor calculado pela equação para a amostra onde foi empregado tamanhos de célula computacional entre 2 e 10 mm.

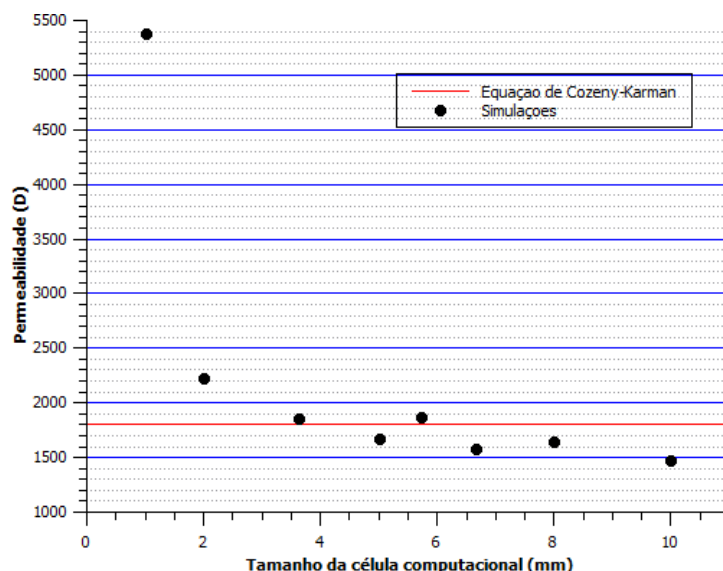


Figura 12 - Influência da malha na permeabilidade da amostra.

4.3. Calibração das Propriedades Mecânicas Macroscópicas

No método dos elementos discretos (DEM), o comportamento do material é descrito por parâmetros dos contatos entre duas partículas e não os parâmetros macroscópicos como coesão e ângulo de atrito do material granular. Então, para um modelo do DEM representar os parâmetros macroscópicos definidos, é necessária uma etapa de calibração dos parâmetros do contato. Portanto, foram realizadas simulações de ensaios de cisalhamento direto para obter os parâmetros do contato que produzem um comportamento de arenito não consolidado.

4.3.1. Características do Modelo

Para estas simulações foi utilizado o LIGGGHTS (DEM), onde foi criada uma caixa bipartida similar ao ensaio de cisalhamento direto com dimensões de 40x40x20 mm, com massa de 0,07 kg de material particular (Figura 13).

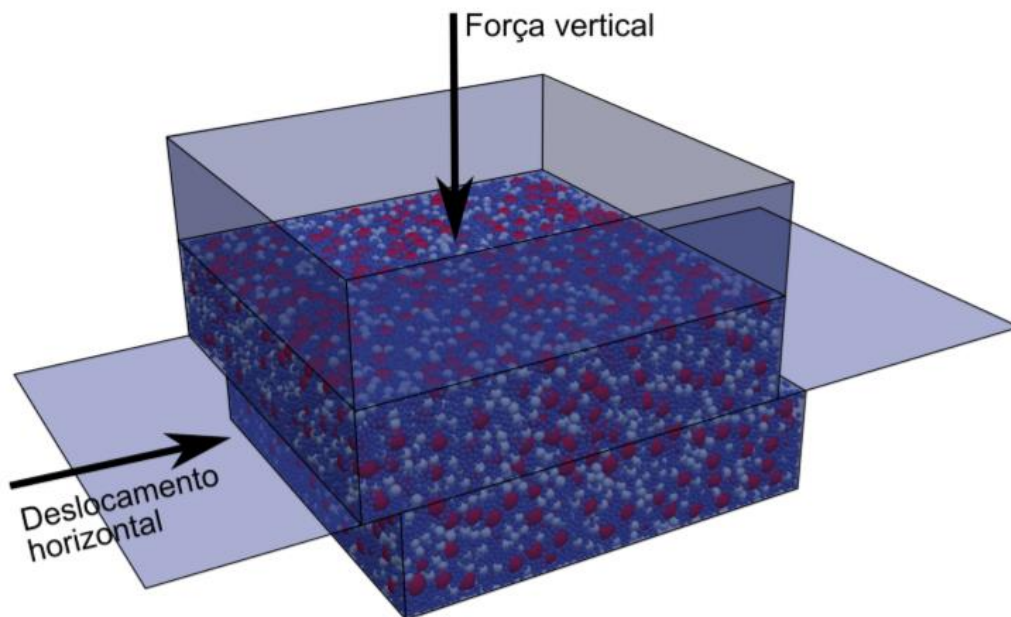


Figura 13 - Detalhamento da simulação

Tabela 5 - Parâmetros para o modelo de simulação DEM

Número de Partículas: 84.036	Diâmetro das Partículas: 0,5 (20%), 1 (20%) e 2 mm (60%)
Módulo de Poisson: 0,35	Densidade das partículas: 2,5e3 kg/m ³
Coefficiente de Atrito: 0,50	Módulo de Elasticidade: Variável (1e6...5e9 Pa)
Time-step DEM: 1e-8 s	Coefficiente de Restituição: 0,051

Inicialmente foi feito o estudo da sensibilidade das velocidades das malhas que aplicam as forças vertical e horizontal na amostra. A velocidade horizontal determina a velocidade da simulação, portanto, quanto mais rápida a simulação maior a velocidade horizontal. Porém, ao mesmo tempo é necessário manter a força vertical constante (oscilando o mínimo possível) o que é mais difícil sob velocidades horizontais muito rápidas. Portanto esse estudo de sensibilidade é empregado para a definição da velocidade horizontal que será empregada no modelo (Figura 14).

Pela Figura 14 entende-se que a velocidade de deslocamento atuante no eixo horizontal deve ser de 0,25 m/s e a velocidade do servo-atuador no eixo vertical de 100 m/s, para se realizar a simulação de cisalhamento direto com as menores oscilações de força vertical e com menor tempo.

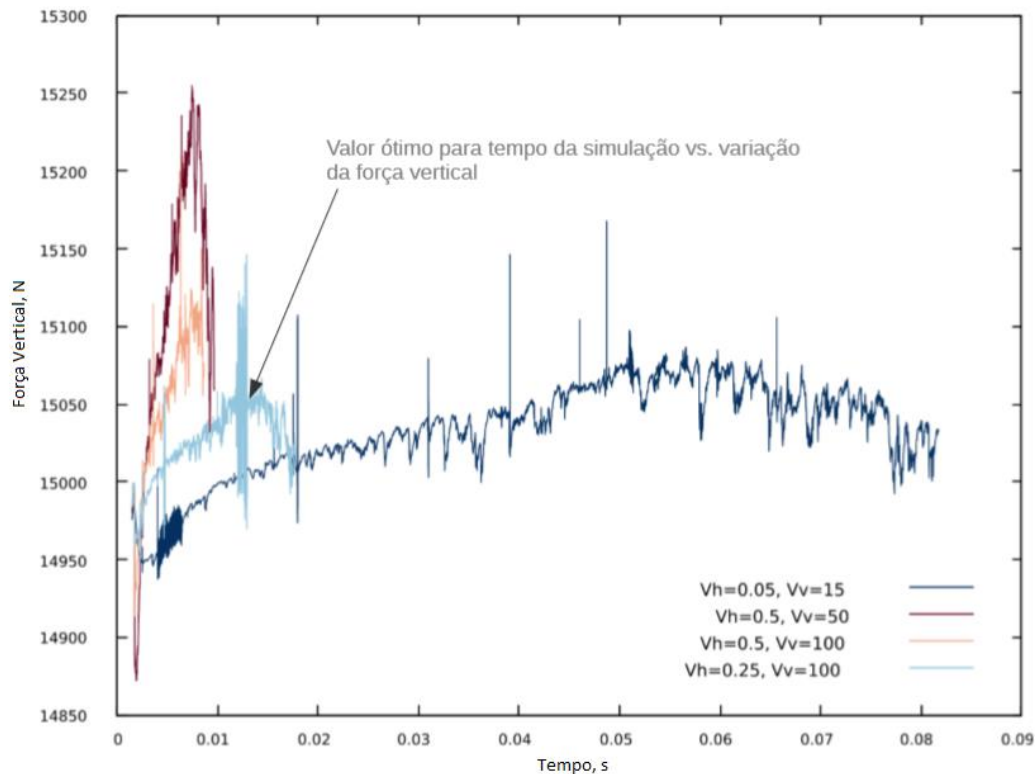


Figura 14 - Calibração dos parâmetros dos servo-controles (velocidade horizontal, sensibilidade do ajuste da tensão vertical).

4.3.2.

Resultados da Calibração dos Parâmetros Mecânicos Macroscópicos

Dentre os resultados da simulação de cisalhamento são obtidos os gráficos de tensão cisalhante por deslocamento horizontal da parte inferior da caixa bipartida para diferentes tensões verticais aplicadas (Figura 15), para o módulo de elasticidade da partícula de 1 GPa, 5 GPa, sem inserir o modelo de capilaridade [16] e de 5 GPa com coesão.

O gráfico de deslocamento horizontal por deslocamento vertical na simulação para diferentes tensões verticais (Figura 16), para um módulo de elasticidade da partícula pré-definido de 5 GPa.

O gráfico de envoltória de pico para diferentes valores de módulo de elasticidade, a fim de se comparar os efeitos da inserção do modelo de capilaridade proposto por Easo e Wassgreen [16] pelo modelo de cisalhamento direto (Figura 17). Obtendo a curva de envoltória de pico maior para o caso em que se empregou o maior módulo de elasticidade com capilaridade.

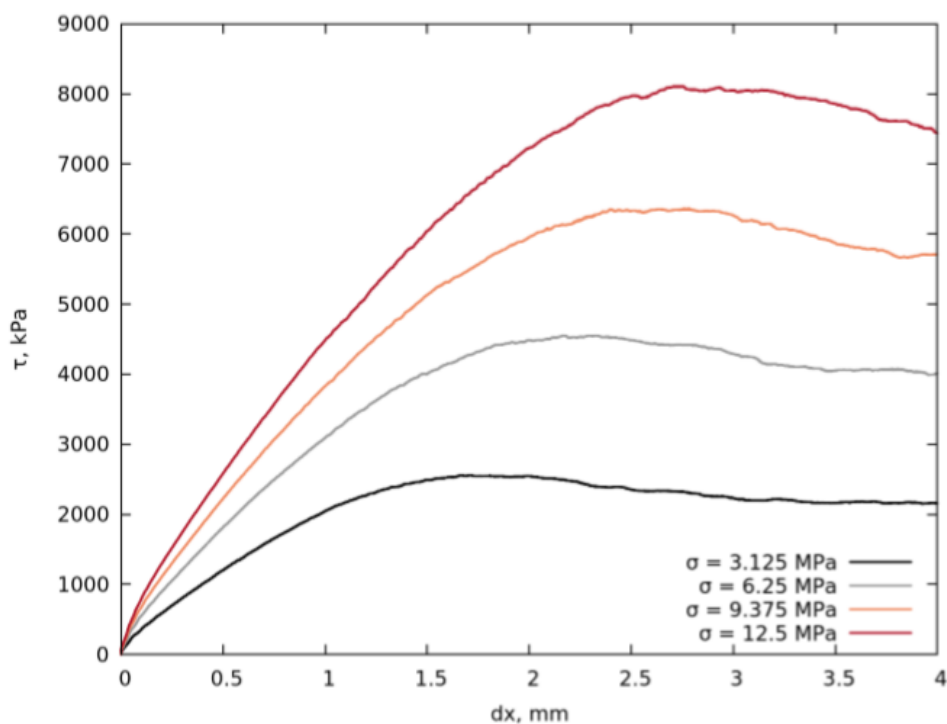


Figura 15 - Tensão cisalhante vs. deslocamento para diferentes tensões verticais ($E = 5$ GPa)

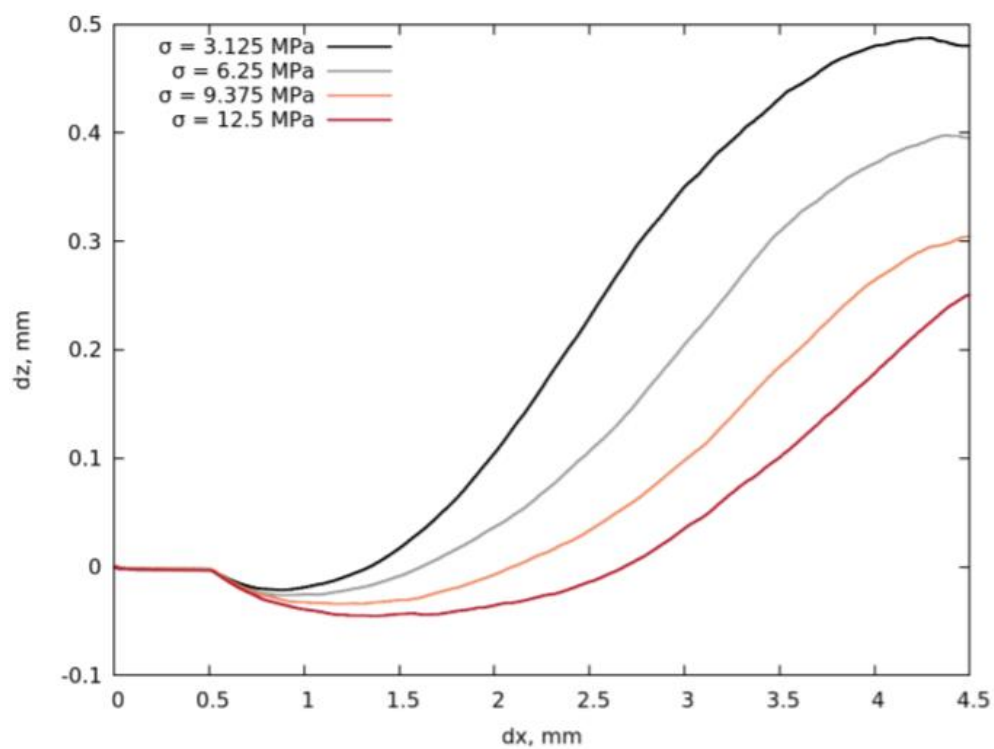


Figura 16 - Deslocamento horizontal vs. deslocamento vertical ($E = 5$ GPa)

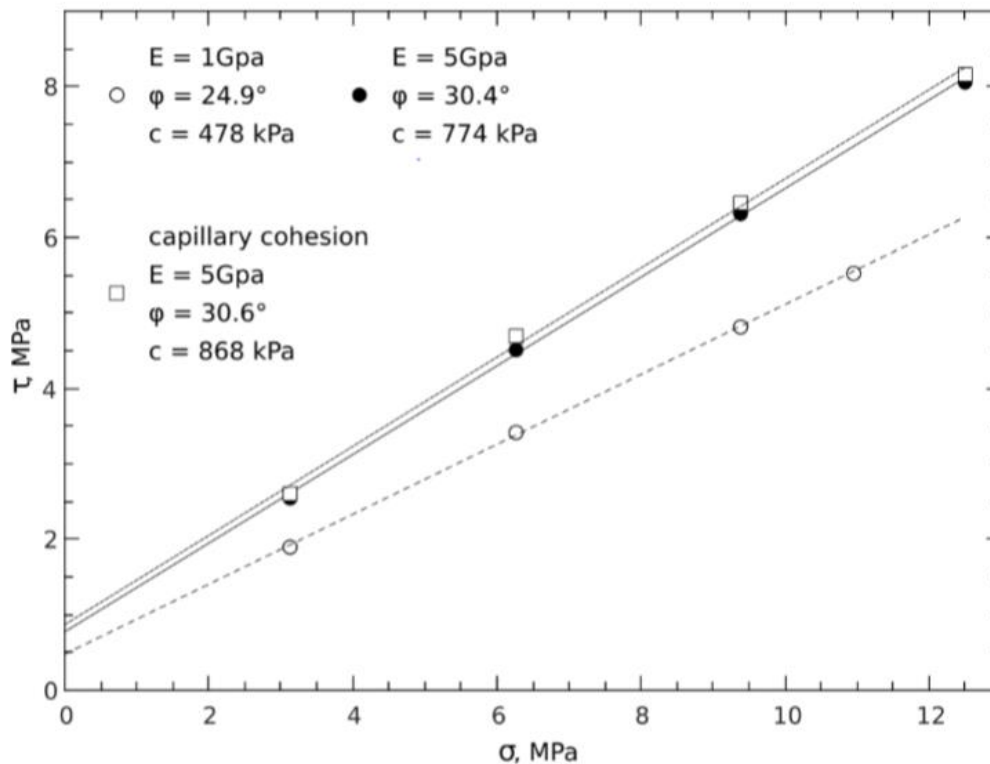


Figura 17 - Envoltórias de resistência de pico

4.4. Simulação de Produção de Sólidos

Neste trabalho, a produção de sólidos foi simulada usando uma configuração similar aos experimentos realizados por Bianco e Halleck [4]. Os autores realizaram testes bem controlados, incluindo imagens de XRCT em estágios de ruptura da amostra, o que é útil para a comparação visual com os resultados das simulações numéricas.

4.4.1. Características do Modelo

O modelo foi implementado em estágios. No primeiro estágio foi feita a inserção das partículas, no segundo estágio a aplicação da gravidade para a sedimentação das partículas, no terceiro estágio a compactação das partículas (neste caso até atingir 5 MPa de tensão axial), no quarto estágio realiza-se o acoplamento CFD-DEM do modelo compactado com o fluxo sujeito a diferentes gradientes de pressão impostos na condição de contorno "inlet" da Figura 18.

Nesta Figura 18 também é mostrado o plano de compactação "servo-controle" do DEM. Este plano tem a função de compactar as partículas durante a etapa de

compactação e, ao longo da quarta etapa, de produção de sólidos, ficar imóvel medindo a força atuante neste plano.

As condições de contorno do CFD, também estão representadas na Figura 18, que incluem a superfície utilizada para a saída das partículas durante o ensaio “outlet” com pressão zero, a superfície de velocidade nula “wall” e a já mencionada entrada de fluido “inlet” imposta pela diferença de pressão.

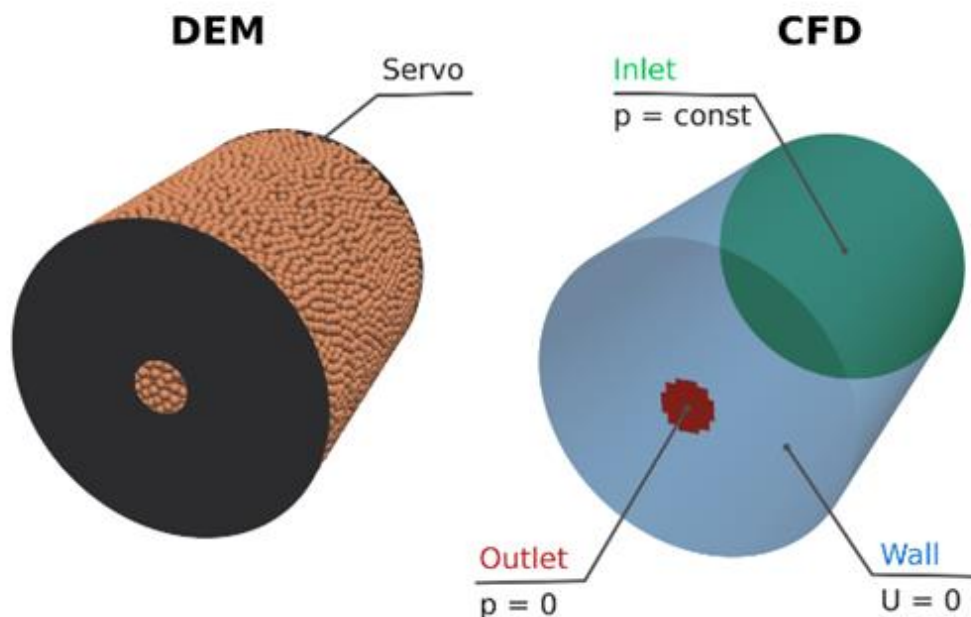


Figura 18 - Modelo de acoplamento CFDEM.

Foram elaborados três modelos (Figura 19) de diferentes curvas granulométricas: com raio constante de 1 mm; com raio aleatório entre 0,25 e 1 mm; com três raios em diferentes proporções (60% da massa total com 1 mm, 20% da massa total com 0,5 mm e 20% da massa total com 0,25 mm). Sendo a massa total de 0,28416 kg e os parâmetros listados na Tabela 6.

Tabela 6 - Parâmetros modelo produção de sólidos

Número de Partículas \approx 27.000, 81.000 e 370.000	Diâmetro das Partículas: 0,5; 1; 2 mm
Módulo de Poisson: 0,35	Densidade das partículas: $2,5e3 \text{ kg/m}^3$
Pressão de entrada de fluido: 1, 10, 50 e 100 kPa	Módulo de Elasticidade: $5e9 \text{ Pa}$
Viscosidade Cinemática: $1e-6 \text{ m}^2/\text{s}$	Pressão de saída de fluido: 0 kPa
Coefficiente de Atrito: 0,50	Densidade do fluido: $1e3 \text{ kg/m}^3$
Time-step DEM: $1e-8$ e $5e-8 \text{ s}$	Coefficiente de Restituição: 0,051
Time-step CFD: $1e-6 \text{ s}$	

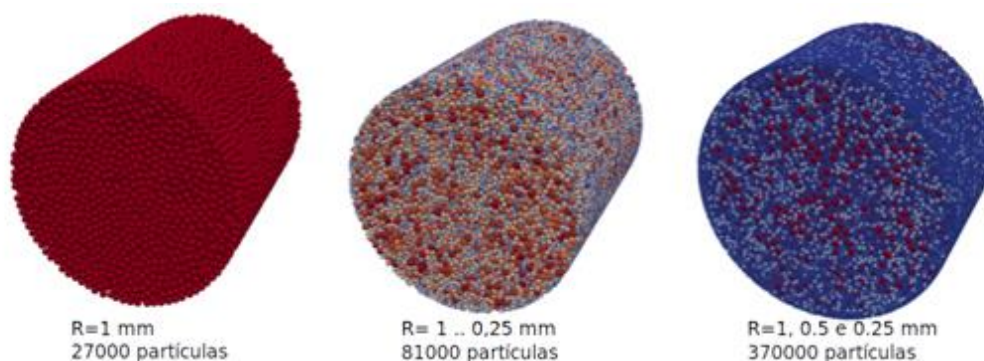


Figura 19 - Granulometrias do caso 3

A Figura 19 acima representa os modelos após a aplicação da tensão axial de 5 MPa. Estes modelos foram usados para simulações com e sem a capilaridade, para fins de comparação. As simulações com capilaridade são indicadas com “C” e as que não tem o modelo de capilaridade por “NoC”.

O modelo de capilaridade utilizado obedece alguns parâmetros que devem ser atribuídos (Tabela 7), dentre estes estão a distância mínima e máxima de separação (em relação ao raio); volume de líquido na superfície normalizado pelo volume da partícula; tensão superficial; viscosidade do fluido; ângulo de contato entre a partícula e fluido.

Tabela 7 - Parâmetros atribuídos ao modelo de coesão visco-capilar

	Com Coesão
Distância Mínima	1,01
Distância Máxima	1,10
Volume de Líquido na Superfície [%]	15,00
Tensão Superficial N/m	0,04
Viscosidade do Fluido Pa*s	0,04
Ângulo de Contato	0,174 rad $\approx 10^\circ$

Dentre estes parâmetros a distância mínima e máxima são fatores sugeridos por Easo & Wassgren [16].

A porcentagem de volume de líquido na superfície em relação ao volume da partícula foi estabelecida utilizando as equações abaixo, para valores de porosidade de 42%, equivalente à apresentada quando o modelo está com 5 MPa de tensão axial e uma saturação residual de 8,7%. Da equação de porosidade obtém-se a equação 4.3:

$$\eta = \frac{V_v}{V_t} = \frac{V_v}{V_v + V_s} \quad \text{Equação 4.2}$$

$$V_v = \eta V_s + \eta V_v = \frac{V_s}{(1-\eta)} \quad \text{Equação 4.3}$$

A equação 4.4 corresponde à saturação:

$$S = \frac{V_w}{V_v} \quad \text{Equação 4.4}$$

Da descrição do parâmetro obtido no modelo de Easo & Wassgren [16] “liquid content” obtém-se a equação 4.5:

$$LC = \frac{V_w}{V_s} \quad \text{Equação 4.5}$$

Sendo LC o “initial liquid content” e, combinando as equações 4.3, 4.4 e 4.5, pode-se obter a equação 4.6:

$$LC = \frac{S}{(1-\eta)} \quad \text{Equação 4.6}$$

Resultando num valor de LC de 15%.

A tensão superficial adotada para o sistema água-óleo de 0,04 N/m [18]. A viscosidade do fluido adotada de 0,04 Pa*s [5]. O valor estabelecido para o ângulo de contato da ponte líquida é de 10°.

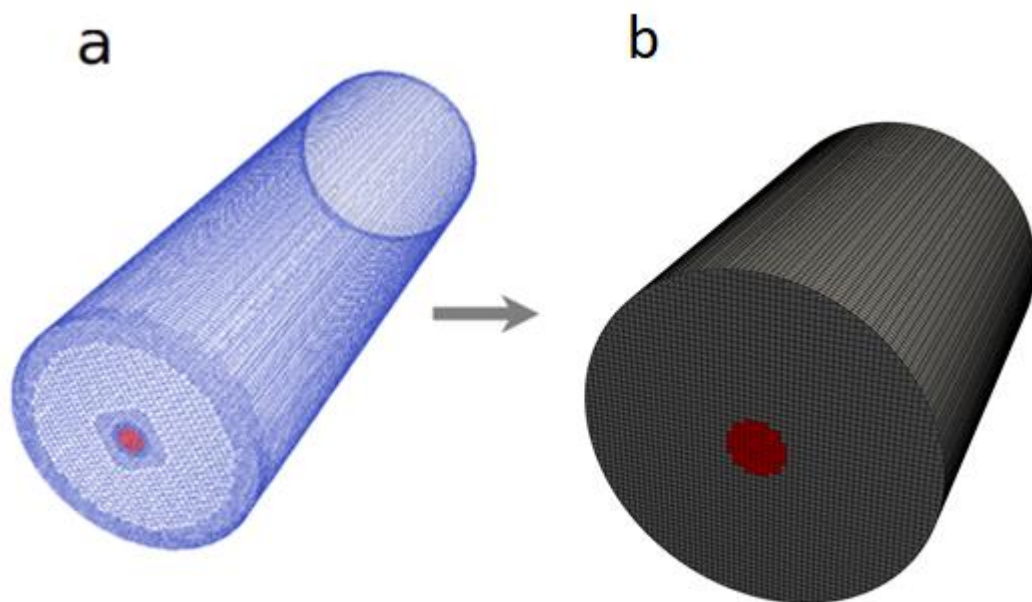


Figura 20 - a) Domínio com malha mais refinada.
b) Domínio com malha utilizada

Após ter sido feita a compactação das amostras com o LIGGGHTS foi feito o acoplamento deste resultado para o CFDEM para diferentes valores de gradiente de pressão, utilizando os gradientes de pressão de 1, 10, 50 e 100 kPa para as combinações de simulações de granulometrias e visco-capilaridade.

Foram comparadas as malhas a e b da Figura 20. A malha adotada para as simulações deste modelo é a malha mais uniforme, que apresenta uma melhor representação relacionada à porosidade encontrada no meio (Figura 21), pois como visto no caso 1 a malha deve estar de acordo com a dimensão das partículas, por isso, foi feita a escolha pela malha b da Figura 20.

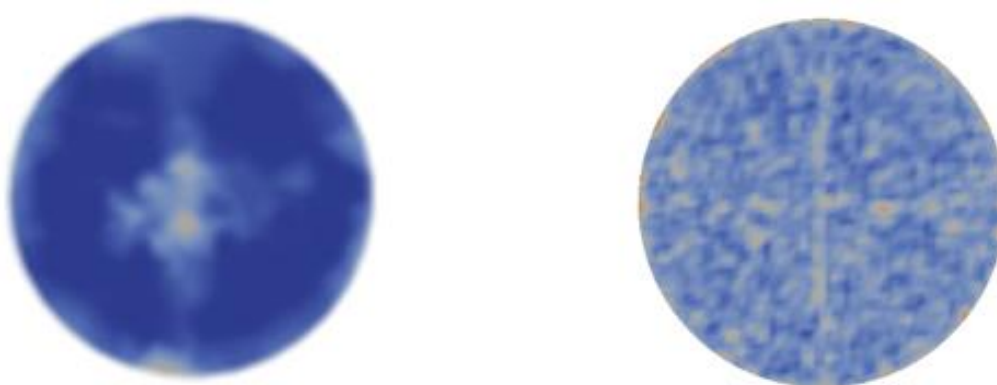


Figura 21 - Porosidade média da seção transversal a 20 mm do orifício de saída com tempo de 0,00 s com malha mais refinada e malha mais uniforme.

Para o cálculo da permeabilidade do meio poroso se emprega a Lei de Darcy descrita pela equação 4.7:

$$u_D = \frac{-k}{\mu} \nabla p \quad \text{Equação 4.7}$$

onde u_D é a velocidade de Darcy ou velocidade obtida pela integração das velocidades na superfície “inlet” para cada intervalo de tempo, μ a viscosidade dinâmica e ∇p o gradiente de pressão.

Sendo $\nabla p = \Delta p / L$, a equação 4.7 pode ser expressa pela equação 4.8 como:

$$u_D = \frac{-k \Delta p}{\mu L} \quad \text{Equação 4.8}$$

O intervalo de tempo utilizado no DEM é um fator determinante na validação do modelo. A partir da Figura 22 pode-se verificar que para valores altos de time-step a simulação se torna inválida, como identificado com o time-step de $1e-7$. Por esta razão as simulações de produção de sólidos empregaram o time-step de $5e-8$ e de $1e-8$ para obter resultados confiáveis.

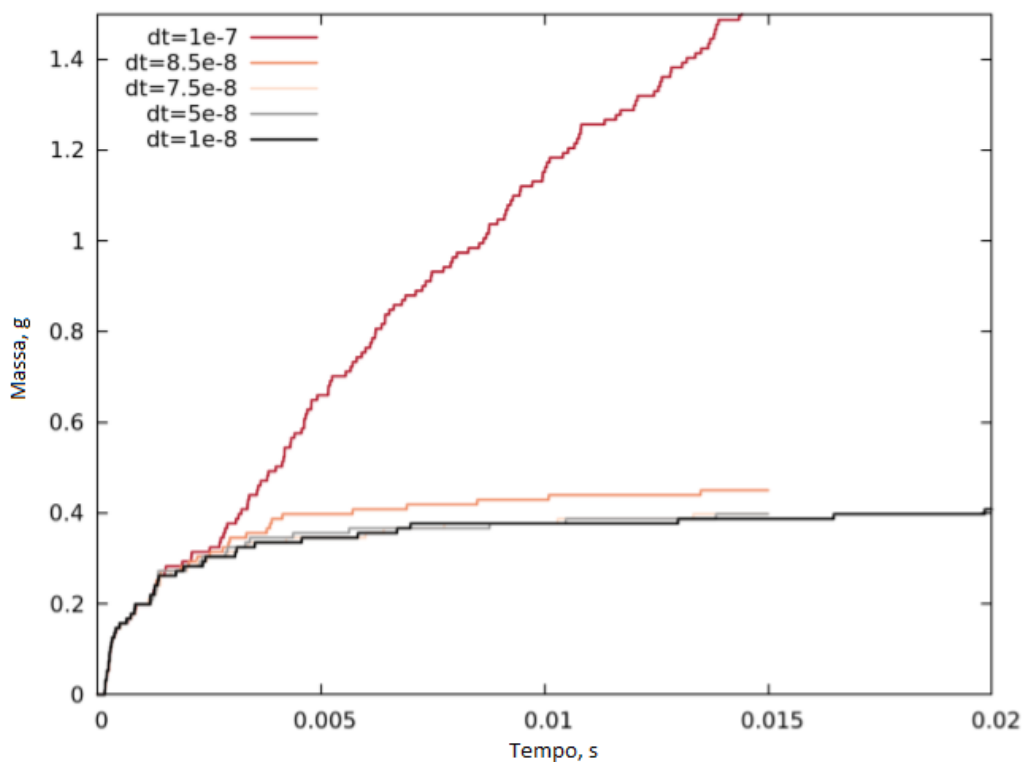


Figura 22 - Influência do intervalo do tempo do DEM nos resultados

4.4.2.

Resultados das Simulações de Produção de Areia

O primeiro resultado obtido está relacionado às simulações com granulometrias de raio constante, seja de massa produzida, tensão nas partículas e de permeabilidade no meio.

A legenda dos gráficos das Figura 23 e Figura 24 equivale às condições que as simulações estão submetidas, sem coesão (NoC) e com coesão (C), também comparando os gradientes de pressão aplicados para cada caso.

É possível analisar a partir das Figura 23 e Figura 24 que nos casos de partículas de raio de 1 mm ocorre a formação de arcos estáveis para todas as condições em que são aplicadas os gradientes de pressão de 1 e 10 kPa, e também, no caso de coesão para uma diferença de pressão de 50 kPa, estes arcos de estabilidade podem ser conferidos no Anexo D, onde estão representados as figuras correspondentes ao último intervalo das simulações.

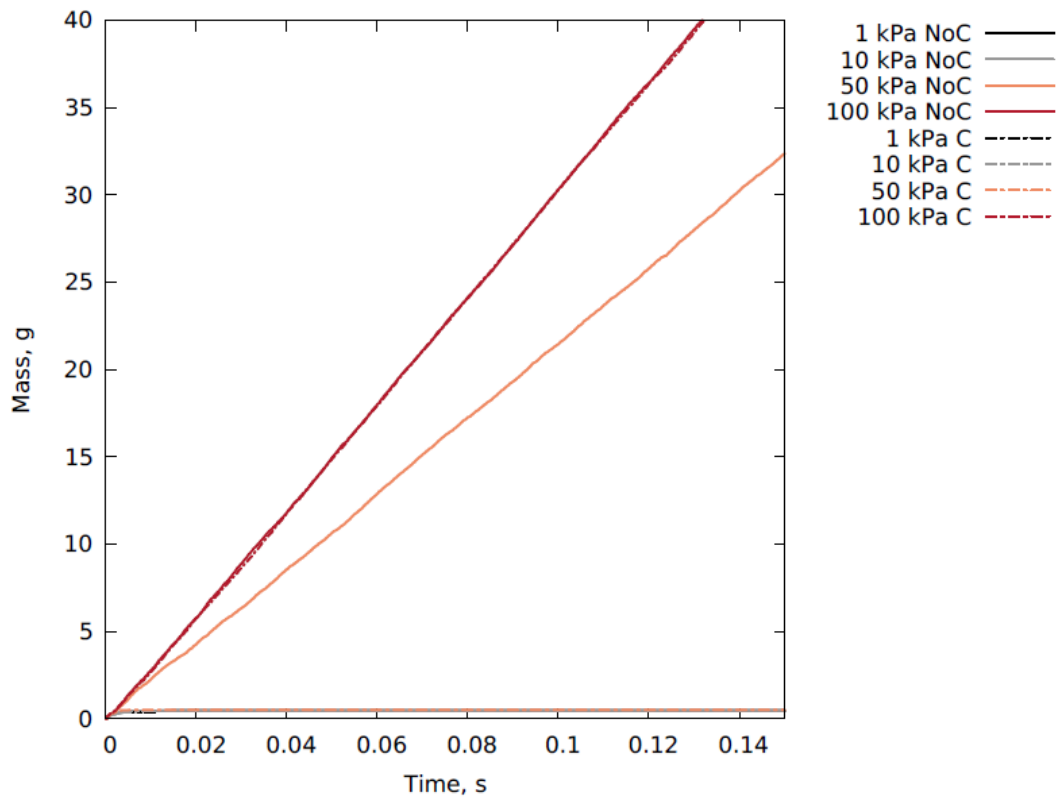


Figura 23 - Massa produzida ao longo de 0,15 s de simulação para partículas com raio de 1 mm

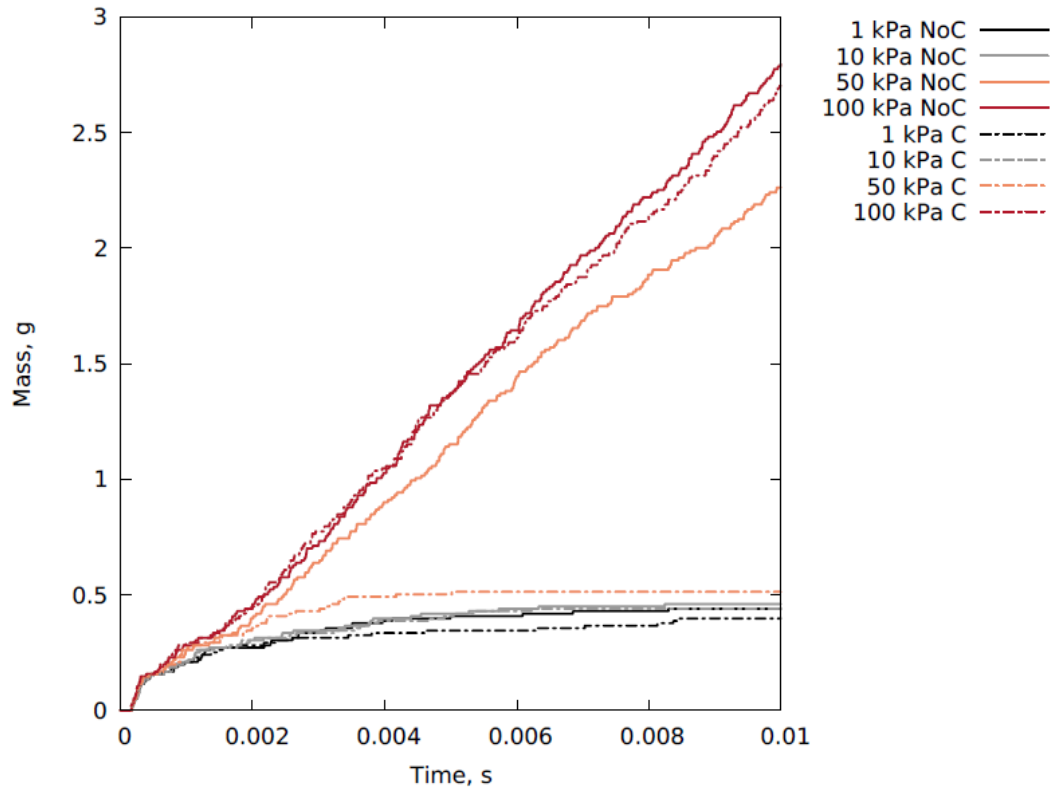


Figura 24 - Detalhe do gráfico da Figura 23 para tempo de 0,01 s de simulação.

Gráficos correspondentes à tensão axial exercida nas partículas calculada com base na força aplicada no servo-controle do LIGGGHTS e de permeabilidade ao longo do tempo das simulações são expressos respectivamente nas Figura 25 e Figura 26.

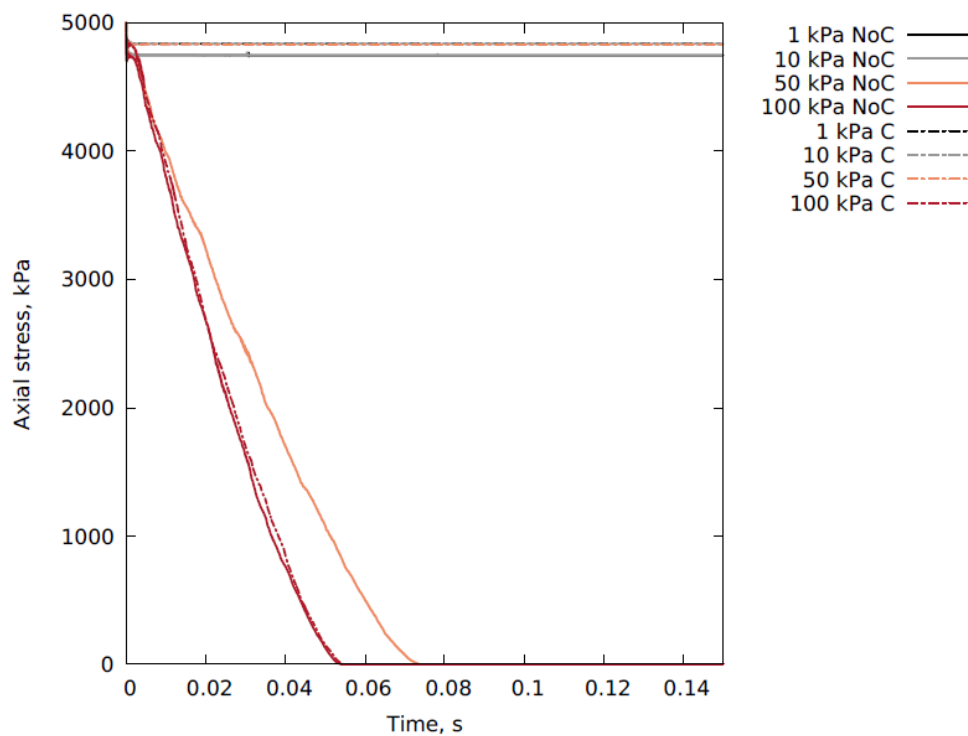


Figura 25 - Queda de tensão axial durante 0,15 s de simulação para partículas de raio de 1 mm.

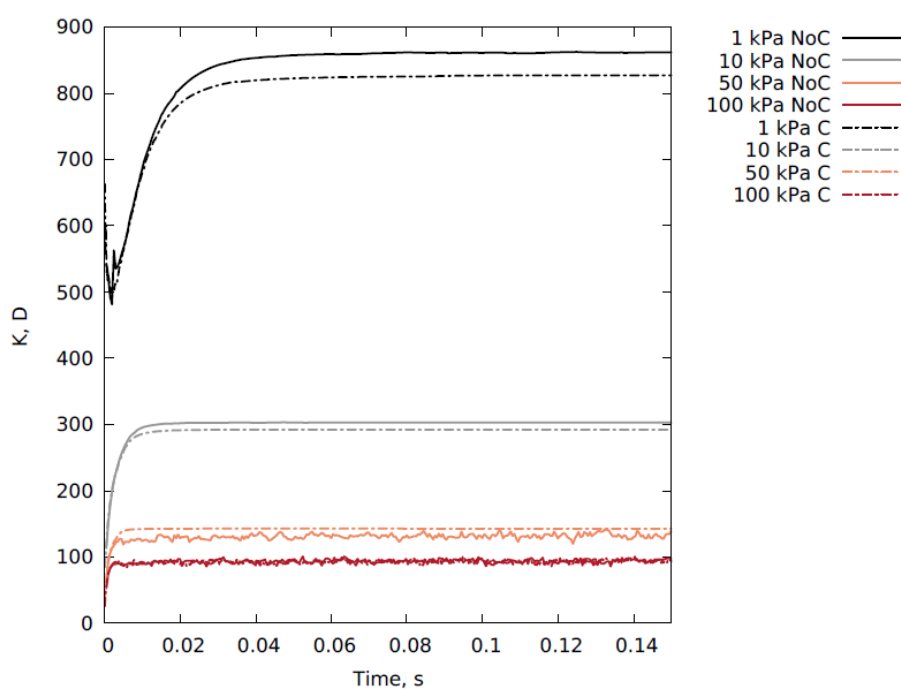


Figura 26 - Oscilação da permeabilidade da amostra durante 0,15s de simulação para partículas de raio de 1mm.

Dos gráficos das Figura 25 e Figura **26** se confirma a estabilidade dos arcos de partículas formados, e a queda de tensão axial no plano geométrico de “inlet” que acontece devido à descompactação das partículas conforme saem partículas pelo “outlet”.

Para o caso de partículas com raio aleatório entre 1 mm e 0,25mm são apresentados os mesmos gráficos para comparar com os resultados das simulações com outras configurações de partículas. Visando a confirmação dos resultados, as figuras do último intervalo de tempo em 0,15 s de simulação encontram-se no Anexo E.

A partir da análise dos gráficos das Figura 27 e Figura **28** é possível constatar que, diferente do resultado apresentado anteriormente em que o raio das partículas é uniforme de 1 mm, neste caso as partículas não formam um arco estável para este tempo de 0,15 s de simulação. Pode-se constatar também que nos casos com aplicação de coesão a massa de partículas produzidas tende a ser menor que nos casos sem coesão (NoC).

As Figura 29 e Figura 30 trazem os gráficos de tensão axial e permeabilidade nas simulações para raio aleatório dos casos com e sem coesão, comprovando a instabilidade das simulações, sem a formação de arco de estabilidade.

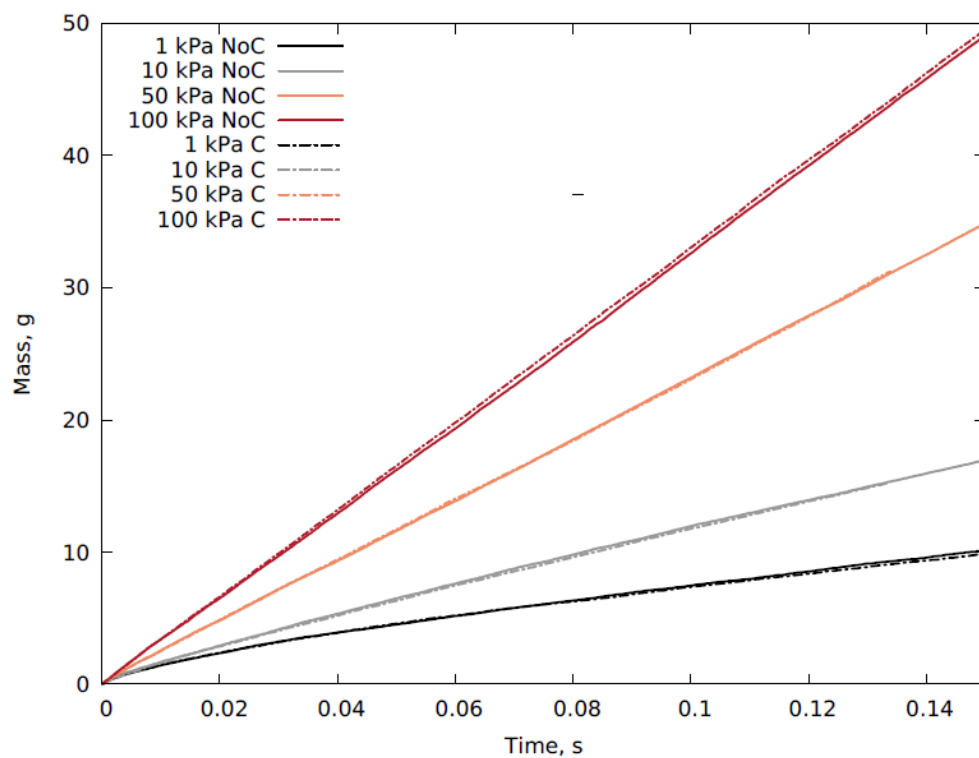


Figura 27 - Massa produzida durante a simulação de 0,15 s para o caso partículas de raio aleatório entre 1 e 0,25 mm.

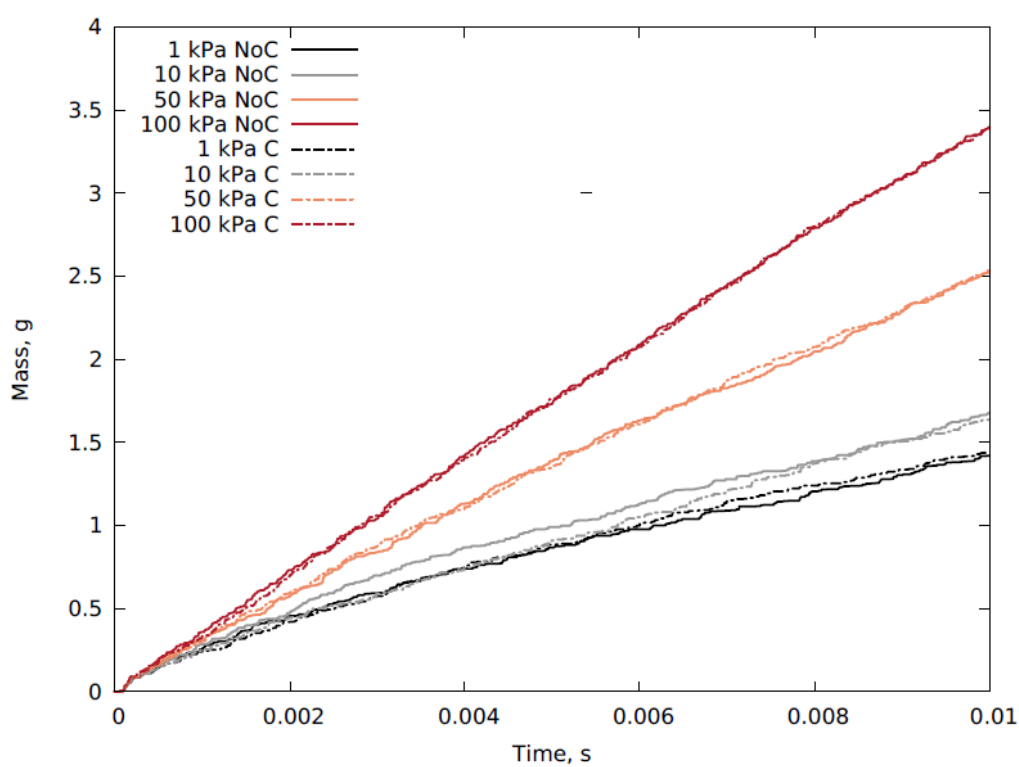


Figura 28 - Zoom da Figura 27 para o tempo de 0,01s de simulação.

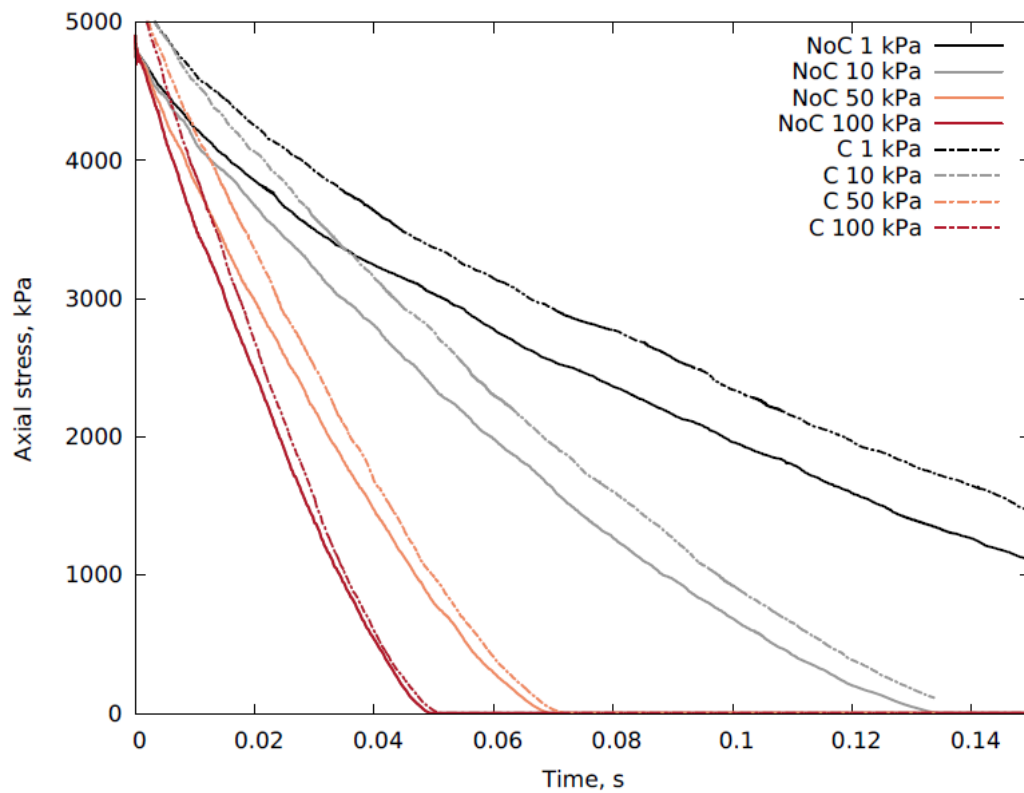


Figura 29 - Queda de tensão axial nas partículas no caso de raio aleatório de 1 mm a 0,25 mm ao longo de 0,15 s de simulação.

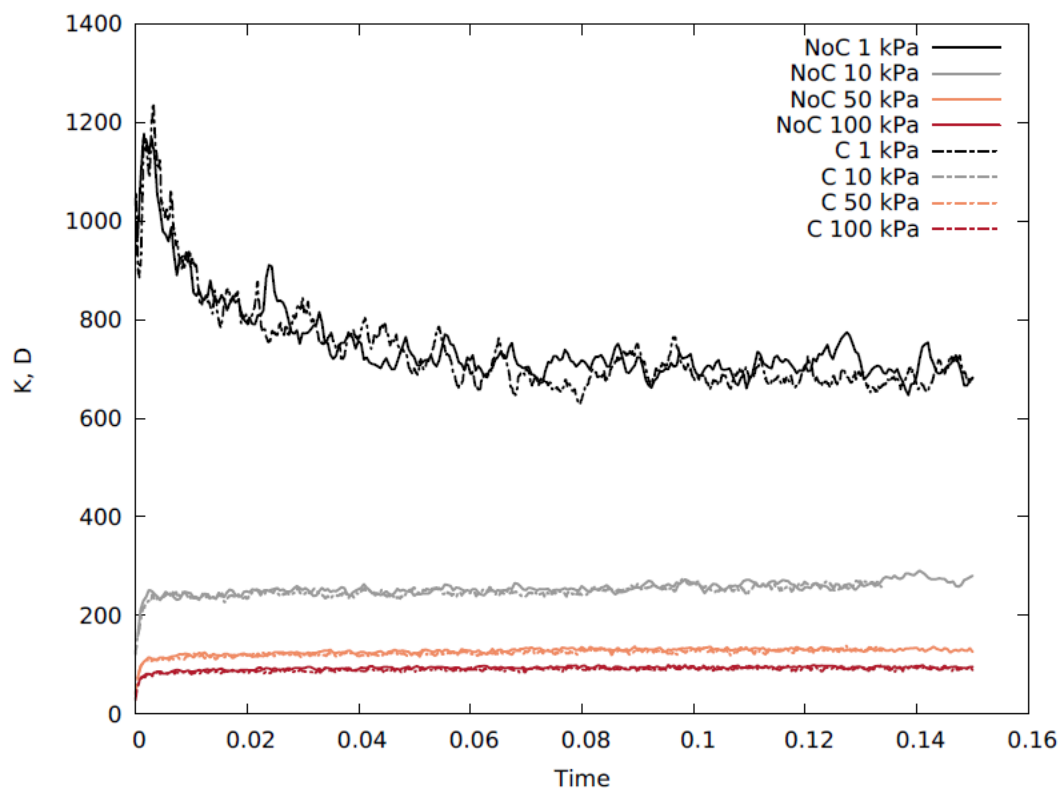


Figura 30 - Oscilação da permeabilidade ao longo de 0,15 s de simulação no caso de raio randômico de 1 mm a 0,25 mm ao longo de 0,15 s de simulação.

Para os casos onde 60% da massa total da amostra tem raio da partícula de 1 mm, 20% da massa total da amostra tem raio da partícula de 0,5 mm e 20% da massa total da amostra tem raio da partícula de 0,25 mm somente o ensaio sem coesão foi realizado até 0,15s, devido ao longo tempo de duração das simulações. Os casos com coesão não foram até 0,15s. São apresentados os mesmos gráficos para visualização dos resultados das simulações e seus padrões de produção de sólidos. Também são apresentadas as figuras do último intervalo de tempo atingido para cada caso no Apêndice D.

A partir da análise dos gráficos das Figura 31 e Figura 32 é possível constatar que neste caso as partículas não formam um arco estável no tempo que as simulações ocorrem.

Como pode ser visto as Figura 33 e Figura 34 trazem os gráficos de tensão axial e permeabilidade nas simulações para três raios pré-definido, comprovando a instabilidade das simulações, sem a formação de arco de estabilidade.

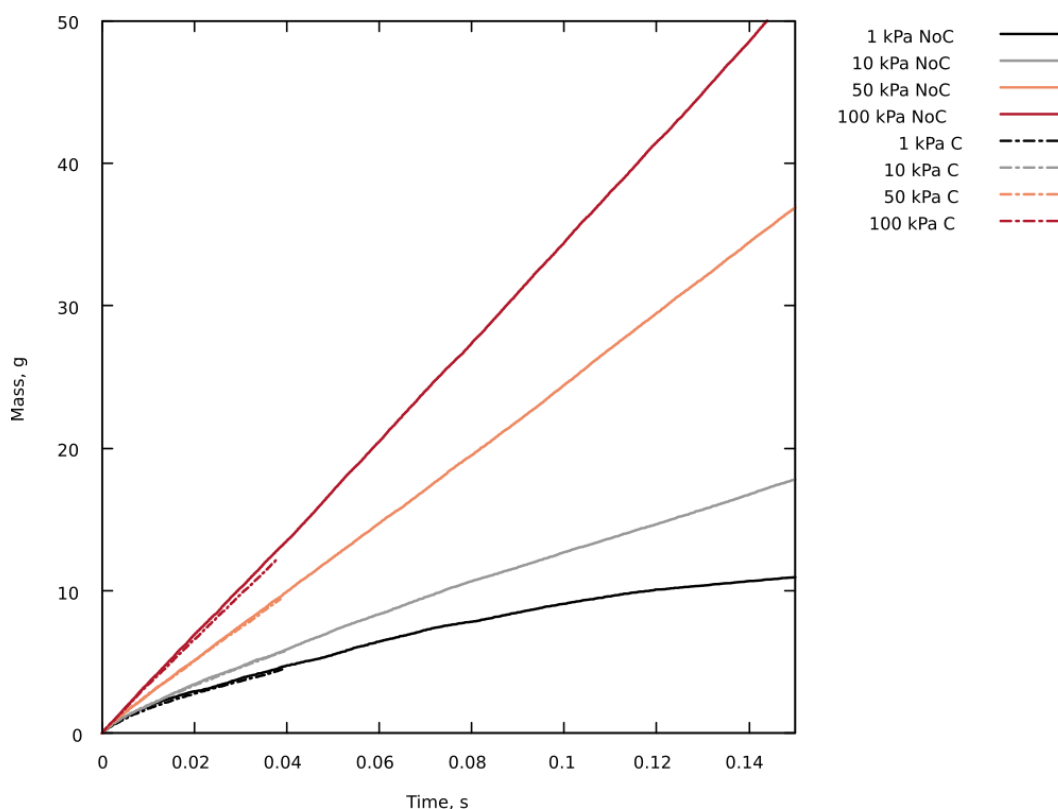


Figura 31 - Massa produzida durante a simulação de 0,15 s para o caso de três raios: 60% da massa total de 1mm, 20% da massa total 0,5mm e 20% da massa total com 0,25mm.

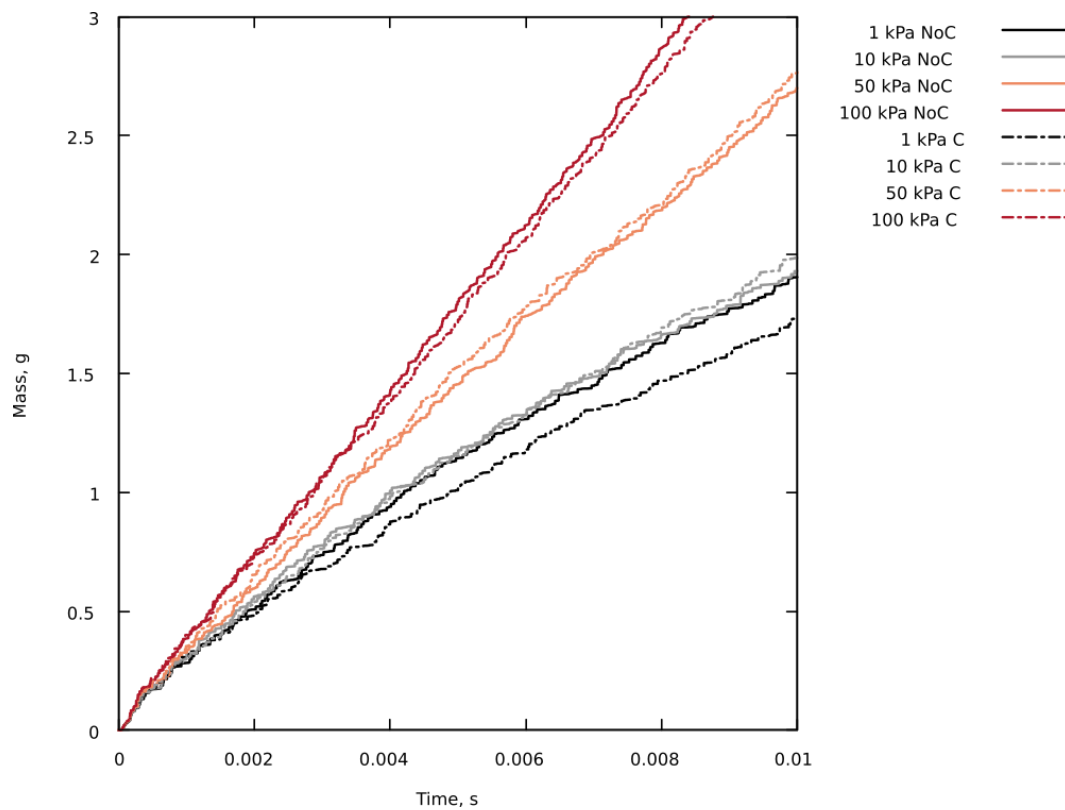


Figura 32 - Zoom da Figura 32 para o tempo de 0,01s de simulação.

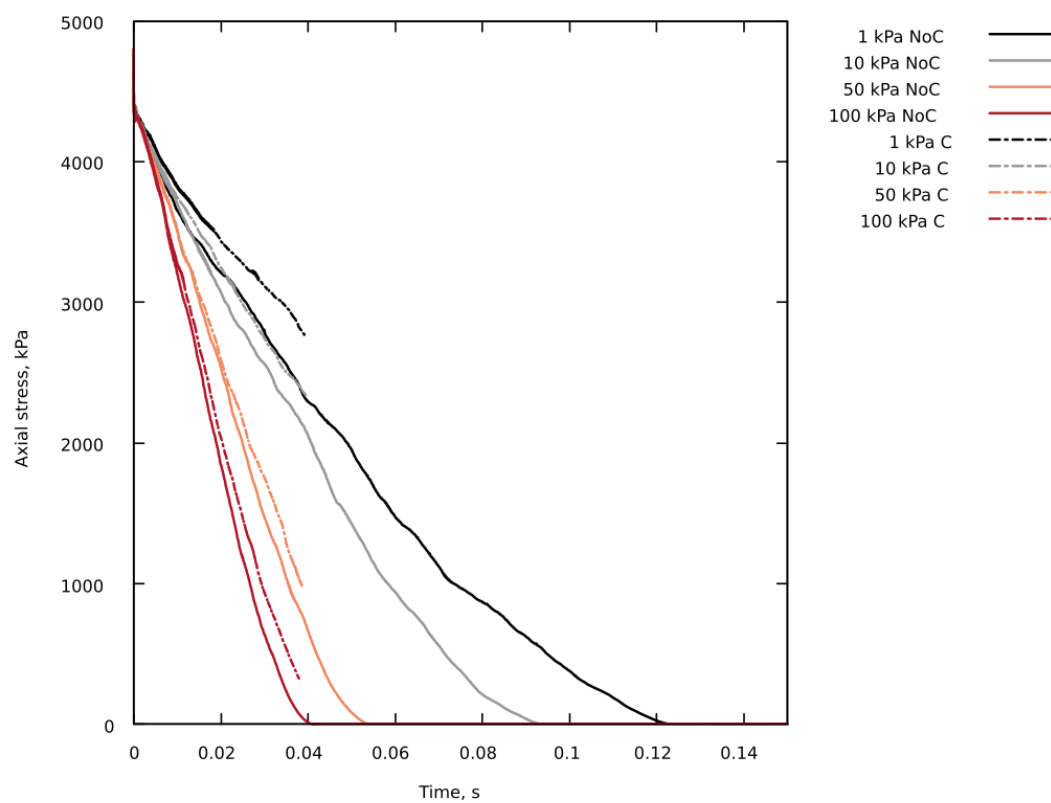


Figura 33 - Queda de tensão axial no caso de três raios: 60% da massa total de 1mm, 20% da massa total 0,5mm e 20% da massa total com 0,25mm.

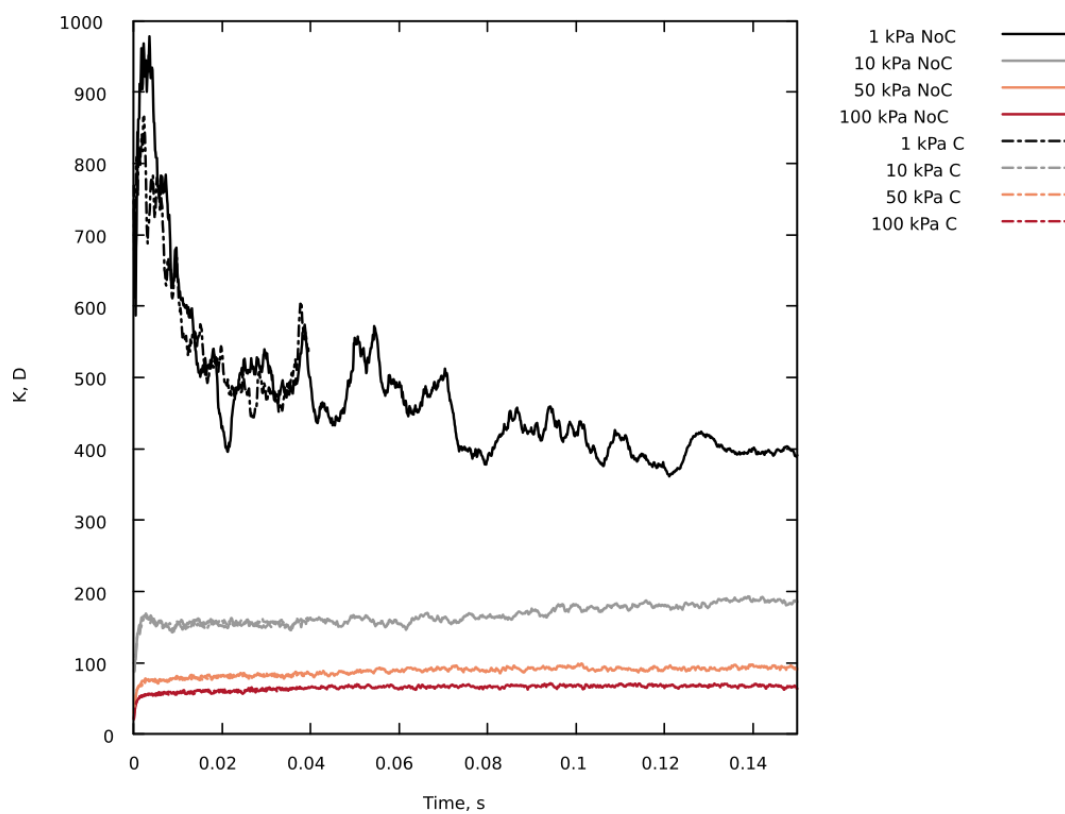


Figura 34 - Oscilação da permeabilidade no caso de três raios: 60% da massa total de 1mm, 20% da massa total 0,5mm e 20% da massa total com 0,25mm.

5 Conclusão

5.1. Conclusões Gerais

A eficácia dos modelos computacionais empregados pode ser verificada a partir da análise dos resultados.

A avaliação da malha de fluxo apresentou resultados consistentes e que foram validados pela equação de Cozeny-Karman, essa simulação serviu também para comparar os tamanhos das células computacionais com as dimensões das partículas, identificando que o fluxo de fluido é influenciado quando são empregadas células menores do que o tamanho das partículas.

No modelo de calibração das propriedades mecânicas macroscópicas foram implementadas em amostras com diferentes valores de módulo de Young, para obter o parâmetro que melhor atendesse o modelo de produção de sólidos. As amostras do modelo não suportaram a tensão de compactação definida de 5MPa para os valores de módulo de Young compreendidos entre 1 MPa e 1 GPa. Dentre as amostras ensaiadas e apresentadas, a que melhor representou os parâmetros de um material arenoso corresponde ao módulo de elasticidade de $5e9$ Pa.

A produção de sólidos demonstrou alguns padrões que são similares aos resultados experimentais apresentados por Bianco & Halleck [4], como:

A formação de arco de estabilidade, o aumento da produção de sólidos para gradientes de pressão maiores, a produção de sólidos linear após a ruptura do arco de estabilidade e a redução da produção de sólidos quando utilizado o modelo de capilaridade.

As simulações mostraram também a influência do time-step, que para intervalos de tempo maiores o modelo não forneceu resultados válidos.

5.2.

Sugestões para Trabalhos Futuros

Dentre as sugestões de trabalhos futuros podem ser citados:

Emprego do modelo elaborado para produção de sólidos para valores maiores de coesão, calibrados por ensaios de laboratório.

Uso de modelos de amostra com formato de poço.

Modelos que utilizem material cimentante.

Investigar a influência do tamanho médio das partículas com o tamanho do furo de saída de partículas.

Fazer estudo paramétrico da influência dos coeficientes de atrito, de restituição e do módulo de Poisson.

Reproduzir numericamente experimentos que têm dados de tomografia computadorizada e compará-los.

6 Referências Bibliográficas

- [1] AI, J.; CHEN, J.-F.; ROTTER, J.M.; OOI, J.Y.; **Assessment of Rolling Resistance Models in Discrete Element Simulations**, Powder Tech. 206, 2011, p. 269-282.
- [2] ANDERSON, T.B.; JACKSON, R.; **Fluid mechanical description of fluidized beds. Equations of motion**. Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals, 6(4), 1967. p.527-539.
- [3] BIANCO, L.C.B.; **Phenomena of Sand Production in Non-Consolidated Sandstones**, Doctoral of Philosophy Thesis, The Pennsylvania State University, USA, 1999. 245 p.
- [4] BIANCO, L. C. B. HALLECK, P. M. **Mechanisms of arch instability and sand production in two-phase saturated poorly consolidated sandstones**. SPE European Formation Damage Conference. 68932, 2001, p.10.
- [5] BG GROUP; **Guide to World Crudes: BG Group Assays Brazilian Iracema Crude**, Oil & Gas Journal, May 4, 2015, p. 88-91.
- [6] BRATLI, R.K.; RISNES, R.; **Stability and Failure of Sand Arches**, SPE 7520, 1981, p. 236-248.
- [7] BRUNO, M.S.; BOVBERG, C.A.; MEYER, R.F.; **Some Influences of Saturation and Fluid Flow on Sand Production: Laboratory and Discrete Element Model Investigations**, SPE 36534, 1996, p. 447-461.
- [8] BRUNO, M.S.; DORFMANN, A.; LAO, K.; HONEGER, C.; **Coupled Particle and Fluid Flow Modeling of Fracture and Slurry Injection in Weakly Consolidated Granular Media**, Rock Mech. In the Nat. Int., 2001, p. 173-180.

- [9] CASTELO BRANCO, G. W.; VELLOSO, R. Q.; ZHEMCHUZHNIKOV A.; **CFD-DEM simulation of solids production in unconsolidated reservoirs**, ISRM 2019, p. 8.
- [10] COOK, J.A.; BRADFORD, I.D.R.; PLUMB, R.A.; **A Study of the Physical Mechanisms of Sanding and Application to Sand Production Prediction**, SPE 28852, 1994, p. 473-480.
- [11] COOK, B.K.; LEE, M.Y.; DiGIOVANNI, A.A.; BRONOWSKI, D.R.; PERKINS, E.D.; WILLIAMS, J.R.; **Discrete Element Modeling Applied to Laboratory Simulation of Near-Wellbore Mechanics**, Int. J. Geomech. (4), 2004, p. 19-27.
- [12] CUNDALL, P.A.; **A Computer Model for Simulating Progressive, Large Scale Movement in Blocky Rock Systems**, ISRM, 1971, Nancy, FR, 129-136.
- [13] CUNDALL, P.A.; STRACK, O.D.L.; **A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies**, Géotechnique, 1979. 29, Nº 1, 47-65.
- [14] Di RENZO, A.; Di MAIO, F.P.; **Homogeneous and bubbling Fluidization Regimes in DEM-CFD simulations: Hydrodynamic Stability of Gas and Liquid Fluidized Beds**, Chemical Eng. Sci. 62, 2007, p. 116-130.
- [15] DORFMANN, A.; ROTHENBURG, L.; BRUNO, M.S.; **Micromechanical Modeling of Sand Production and Arching Effects Around a Cavity**, Int. J. Rock Mech. & Min. Sci., 34, 1997, p. 14.
- [16] EASO, L. A.; WASSGREN, C.; **Liquid Dispersion in Sheared Particulate Material**, Ph. D. Thesis, Purdue University, Indiana, EUA, 2017, p. 148.
- [17] FERRÉOL, B.; ROTHMAN, D.H.; **Lattice-Boltzmann Simulations of Flow Through Fontainebleau Sandstone**, Transport in Porous Media, 20, 1995, p. 3-20.
- [18] FIROOZABADI, A.; RAMEY JR.; H. J.; **Surface Tension of Water-Hydrocarbon Systems at Reservoir Conditions**, The Journal of Canadian Petroleum Technology, 27, 1988, p. 41-48.

- [19] FJAER, E.; HOLT, R.M.; HORSRUD, P.; RAAEN, A.M.; RISNES, R.; **Petroleum Related Rock Mechanics**, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, Holanda, 2006. p. 49.
- [20] GEILIKMAN, M.B.; DUSSEAUL, M.B.; DULLIEN, F.A.L.; **Fluid-saturated Solid Flow With Propagation of a Yielding Front**, Society of Petroleum Engineers Inc. 28067, University of Waterloo, ON, CA, 1994. p. 9.
- [21] GIDASPOW, D.; BEZBURUAH, R.; DING, J.; **Hydrodynamics of Circulating Fluidized Beds: Kinetic Theory Approach**, 7th Fluidization Conference, Illinois Institute of Technology, Chicago, IL 60616, 1992. p. 10.
- [22] GLADKYY, A.; SCHWARZE, R.; **Comparison of different capillary bridge models for application in the discrete element method**. Granular Matter. 16: 2014. 911-920.
- [23] GONIVA, C.; KLOSS, C.; HAGER, A.; PIRKER, S.; **An Open-Source CFD-DEM Perspective**, Johannes Kepler University, Linz, Austria, 2010. p. 10.
- [24] GONIVA, C.; KLOSS, C.; DEEN, N.G.; KUIPERS, J.A.M.; PIRKER, S.; **Influence of Rolling Friction on Single Spout Fluidized Bed Simulation**, Particuology, 2012. 10 p.
- [25] GUNSTENSEN, A.K.; ROTHMAN, D.H.; **Lattice-Boltzmann Studies of Immiscible Two-Phase Flow Through Porous Media**, J. Geophysical Research, 98, 1993, p. 6431-6441.
- [26] HAGER, A.; KLOSS, C.; PIRKER, S.; GONIVA, C.; **Parallel Resolved Open Source CFD-DEM: Method, Validation and Application**, The Journal of Computational Multiphase Flow 6, 2014, 15 p.
- [27] HALL JR., C.D.; HARRISBERGER, W.H.; **Stability of Sand Arches: A Key to Sand Control**, J. Petroleum Tec., 1970, p. 820-829.
- [28] HAZLETT, R.D.; CHEN, S.Y.; SOLL, W.E.; **Wettability and rate Effects on Immiscible Displacement: Lattice Boltzmann**

- Simulation in Microtomographic Images of Reservoir Rocks**, J. of Petroleum Sci. And Eng., 20, 1998, p 167-175.
- [29] ISHII, M.; HIBIKI, T.; **Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow**, 2nd ed. Springer, New York, 2011. 518 p.
- [30] KANJ, M.Y.; ABOUSLEIMAN, Y.; **Realistic Sand Prediction: A Neural Approach**, Society of Petroleum Engineers Inc. 56631, The University of Oklahoma, 1999. 10 p.
- [31] KEEHM, Y.; MUKERJI, T.; NUR, A.; **Permeability Prediction from this Sections: 3D Reconstruction and Lattice-Boltzmann Flow Simulation**, Geophysical Research Letters, 31, 2004, p. 4.
- [32] KLOSS, C.; GONIVA, C.; **LIGGGHTS – Open Source Discrete Element Simulations of Granular Materials Based on LAMMPS**, Supplemental Proceedings: Vol 2: Materials Fabrication, Properties, Characterization, and Modeling TSM, 2011. p. 781-788
- [33] KLOSS, C.; GONIVA, C.; HAGER, A.; AMBERGER, S.; PIRKER, S.; **Models, Algorithms and Validation for Opensource DEM and CFD-DEM**, Progress in Computational Fluid Dynamics, Vol. 12, Nos 2/3, 2012. p.140-152.
- [34] KOOIJMAN, A.P.; HALLECK, P.M.; DE BREE, P.; VEEKEN, C.A.M; KENTER, C.J.; **Large-Scale Laboratory Sand Production Test**, SPE 24798, 1992, p. 325-338.
- [35] KORHONEN, M.; **Theoretical modeling of granular-fluid hopper flows**, Master's Thesis, AALTO University School of Science, Department of Applied Physics, Finland, 2017. 54 p.
- [36] KUTAY, M.E.; AYDILEK, A.H.; MASAD, E.; **Laboratory Validation of Lattice Boltzmann Method for Modeling Pore-Scale Flow in Granular Materials**, Computers and Geotechnics, 33, 2006, p. 381-395.
- [37] LI, L.; PAPAMICHOS, E.; CERASI, P.; **Investigation of Sand Production Mechanisms Using DEM with Fluid Flow**, Eurock 2006, Multiphysics Coupling and Long Term Behavior in Rock Mechanics, Taylor & Francis, 2006, p. 241-247.

- [38] LIAN, G.; THORNTON, C.; ADAMST, M. J.; **A Theoretical Study of the Liquid Bridge Forces Between Two Rigid Spherical Bodies**, Journal of Colloid and Interface Science 161, Academic Press. Inc, 1993, p. 138-147.
- [39] LINK, J.M.; CUYPERS, L.A.; DEEN, N.G., KUIPERS, J.A.M.; **Flow Regimes in a Spout-Fluid Bed: A Combined Experimental and Simulation Study**, Chemical Eng. Sci. 60, 2005, p. 3425-3442
- [40] MANI, R.; KADAU, D.; HERRMANN, H. J.; **Liquid Migration in Sheared Unsaturated Granular Media**, Granular Matter 15, 2013. p. 447-454.
- [41] MARTYS, N.S.; CHEN, H.; **Simulation of Multicomponent Fluids in Complex Three-Dimensional Geometries by the Lattice-Boltzmann Method**, Physical Review, 53, 1996, p. 743-751.
- [42] MATANOVIC, D; CIKES, M; MOSLAVAC, B; **Sand Control in Well Construction and Operation**, Springer, 2012.
- [43] MORITA, N.; WHITFILL, D.L.; MASSLE, I.; KNUDSEN, T.W.; **Realistic Sand-Production Prediction: Numerical Approach**, SPE 16989, 1987.
- [44] MORITA, N.; WHITFILL, D.L.; FEDDE, O.P.; LEVIK, T.H.; **Parametric Study of Sand-Production Prediction: Analytical Approach**, SPE 16990 P, 1989, p. 25.
- [45] MORITA, N.; **Field and Laboratory Verification of Sand-Production Prediction Models**, SPE Drilling & Completion, 9(04), 1994, p. 227-235.
- [46] NASE, S. T.; VARGAS, W. L.; ABATAN, A. A.; MCCARTHY, J. J.; **Discrete Characterization tools for cohesive granular material**, Powder Technology 116, Elsevier Science B.V., 2001. p. 214-223.
- [47] O'CONNOR, R.M.; TORCZYNSKI, J.R.; PREECE, D.S.; KLOSEK, J.T.; WILLIAMS, J.R.; **Discrete Element Modeling of Sand Production**, Int. J. Rock Mech. & Min. 34, 1997, p. 15.
- [48] O'SULLIVAN, C.; **Particulate Discrete Element Modelling a Geomechanics Perspective**, Spoon Press, NY, USA, 2011. 561 p.

- [49] OTT, W. K.; WOODS, J.D.; **Modern Sandface Completion Practices**, World Oil Magazine, Houston, Texas, 2003, p. 152.
- [50] PAN, C.; HILPERT, M.; MILLER, C.T; **Lattice-Boltzmann Simulation of Two-Phase Flow in Porous Media**, Water Resources Research, 40, 2004, p. 14.
- [51] PAPAMICHOS, E.; VARDOULAKIS, I.; TRONVOLL, J.; SKJAERSTEIN, A.; **Volumetric Sand Production Model and Experiment**, Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech, 25, 2001, p. 789-808.
- [52] PENBERTHY, W.L.; SHAUGHNESSY, C.M.; **Sand Control**, SPE Series on Special Topics, 1992.
- [53] PERKINS, T.K.; WEINGARTEN, J.S.; **Stability and Failure of Spherical Cavities in Unconsolidates Sand and Weakly Consolidated Rock**, SPE 18244, 1988, p. 613- 626.
- [54] PIRKER, S.; KAHRIMANOVIC, D.; KLOSS, C.; POPOFF, B.; BRAUN, M.; **Simulating Coarse Particle Conveying by a Set of Eulerian, Lagrangian and Hybrid Particle Models**, Powder Tech. 204, 2010, p. 203-213.
- [55] PLIMPTON, S.; **Fast Parallel Algorithms for Short-Range Molecular Dynamics**, Journal of Computational Physics, (117) 1995 p. 1-19
- [56] PORTER, M.L.; SCHAAP, M.G.; WILDENSCHILD, D.; **Lattice-Boltzmann Simulations of the Capillary Pressure-Saturation-Interfacial Area Relationship for Porous Media**, Advances in Water Resources, 32, 2009, p. 1632-1640.
- [57] POTYONDY, D.O.; CUNDALL, P.A.; **A bonded-particle model for rock**, International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 41, 2004, p. 1329-1364.
- [58] PREECE, D.S.; JENSEN, R.P.; PERKINS, E.D.; WILLIAMS, J.R.; **Sand Production Modeling Using SuperQuadric Discrete Elements and Coupling of Fluid Flow and Particle Motion**, Rock Mech. For Industry, 1999, p.161-167

- [59] RABINOVITCH, Y.I.; ESAYANUR, M.S.; MOUDGIL, B.M.; **Capillary Forces Between Two Spheres with a Fixed Volume Liquid Bridge: Theory and Experiment**, American Chemical Society 21, 2005, p. 10992-10997.
- [60] RAMSTAD , T.; OREN, P.-E.; BAKKE, S.; **Simulation of Two-Phase Flow in Reservoir Rocks Using a Lattice Boltzmann Method**, SPE 124617, 2009, p. 923-933.
- [61] RANJAN, H.; **A Methodology for DEM Parameter Calibration**, M.Sc Thesis. Purdue University, 2017. p. 131.
- [62] SCHAAP, M.G.; PORTER, M.L.; CHRISTENSEN, B.S.B.; WILDENSCHILD, D.; **Comparison of Pressure-Saturation Characteristics Derived from Computed Tomography and Lattice Boltzmann Simulations**, Water Resources Research, 43, 2007, p. 15.
- [63] SCHÖN, J. H.; **Physical Properties of Rocks: Fundamentals and Principles of Petrophysics**, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, Holanda, 2015 2nd Ed. 2015.
- [64] SHI, D.; MCCARTHY, J.J.; **Numerical Simulation of Liquid Transfer Between Particles**, Powder Tech. 184, 2008, p. 64-75.
- [65] SHI, Y.; LEE, Y.T.; KIM, A.S.; **Permeability Calculation of Sphere-Packed Porous Media Using Dissipative Particle Dynamics**, Desalination Publications, 2011
- [66] SILVESTRE, J. R.; **Análise numérica de estabilidade de poços de petróleo com relevância a produção de areia**, Dissertação de Mestrado PUC-Rio, 2004.
- [67] SOULIÉ, F.; CHERBLAC, F.; EL YOUSOUF, M.S.; SAIX, C.; **Influence of Liquid Bridges on the Mechanical Behaviour of Polydisperse Granular Materials**, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics 30, 2006. p. 213-228.
- [68] TIPPIE, D.B.; KOHLHAAS, C.A.; **Effect of Flow Rate on Stability of Unconsolidated Producing Sands**, SPE 4533, 1973, p. 20.

- [69] TREMBLEY, B.; SEDGWICK, G.; VU, D.; **CT Imaging of Wormhole Growth under Solution-Gas Drive**, SPE 39638, 1998, p. 367-382.
- [70] TREMBLEY, B.; SEDGWICK, G.; FORSHNER, K.; **Imaging of Sand Production in a Horizontal Sand Pack by X-Ray Computed Tomography**, SPE 30248, 1996, p. 94-98.
- [71] TRONVOLL, J.; DUSSEAU, M.B.; SANFILIPPO, F.; SANTARELLI, F.J.; **The Tools of Sand Management**, Society of Petroleum Engineers Inc. 71673, New Orleans, USA, 2001. 15 p.
- [72] VAN DEN HOEK, P.J.; GEILIKMAN, M.B.; **Prediction of Sand Production Rate in Oil and Gas Reservoirs**, SPE-84496, 2003, p. 9
- [73] VARDOULAKIS, I.; PAPANASTASIOU, P.; STAVROPOULOU, M.; **Sand Erosion in Axial Flow Condition**, Transport in Porous Media 45, 2001, p. 267-281.
- [74] VARGAS JR., E.A.; MÜLLER, A.; VELLOSO, R.Q.; VAZ, L.E.; GONÇALVES, C.J.; **Numerical Analysis of Petroleum Geomechanics Problems at the Borehole Scale**, Innovative Numerical Modelling in Geomechanics - Ribeiro e Sousa et al. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2012. p. 437-459
- [75] VELLOSO, R.Q.; **Simulação Numérica de Problemas de Acoplamento Fluidomecânico em Meios Porosos Utilizando o Método dos Elementos Discretos**, Tese de Doutorado, PUC-Rio, Brasil, 2010. 94 p.
- [76] VERLET, L.; **Computer “Experiments” on Classical Fluids. I. Thermodynamical Properties of Leonard-Jones Molecules**, Physical Review 159, 1967, p. 98-103.
- [77] WANG, Y.; **Sand Production and Foamy Oil Flow in Heavy-Oil Reservoirs**, Society of Petroleum Engineers Inc. 37553, Bakersfield, CA, 1997. 12 p.
- [78] WANG, Y.-H.; LEUNG, S.-C.; **A particulate-scale investigation of cemented sand behavior**, Can. Geotech. J. 45, 2008. p. 29-44

- [79] WASHINO, K.; MIYAZAKI, K.; TSUJI, T.; TANAKA, T.; **A New Contact Liquid Dispersion Model for Discrete Particle Simulation**, Chem. Eng. Res. Des. 2198, 2016, p. 8.
- [80] WEIGERT, T., RIPPERGER, S.: **Calculation of the liquid bridge volume and bulk saturation from the half-filling angle**. Part. Part. Syst. Character. 16(5), 1999 p. 238–242
- [81] WEN, C.Y.; YU, Y.H.; **A Generalized Method for Predicting the Minimum Fluidization Velocity**, American Institute of Chemical Engineers Journal, 1966. p. 610-612
- [82] WILLETT, C. D.; ADAMS, M. J.; JOHNSON, S. A.; SEVILLE, J. P.K.; **Capillary Bridges between Two Spherical Bodies**, Langmuir 16, 2000, p. 9396-9405
- [83] XU, B.H.; YU, A.B.; **Numerical Simulation of the Gas-Solid Flow in a Fluidized Bed by Combining Discrete Particle Method with Computational Fluid Dynamics**, Chemical Eng. Sci. 52, 1997, p. 2785-2809.
- [84] YUAN, J.-Y.; TREMBLAY, B.; BABCHIN, A.; **A Wormhole Network Model of Cold Production in Heavy Oil**, SPE 54097, 1999, p. 7.
- [85] ZHOU, S.; Sun, F. **Sand production Management for Unconsolidated Sandstone Reservoirs**, Petroleum Industry Press, 2016. 167p.
- [86] ZHU, H.P.; ZHOU, Z.Y.; YANG, R.Y.; YU, A.B.; **Discrete Particle Simulation of Particulate Systems: A Review of Major Applications and Findings**, Chemical Eng. Sc., 63, 2008, p. 5728-5770
- [87] ZOBACK, M.D.; **Reservoir Geomechanics**, Cambridge University Press, NY, USA, 2007. 449 p.

Apêndice A – Equação de conservação de fluxo monofásico [29]

A.1 – Equação Generalizada

A equação de balanço de fluxo é discretizada por termos da densidade do fluido ρ_k , efluxo J_k , termo fonte Φ_k de quantidade qualquer Ψ_k definida para uma unidade de massa.

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m} \rho_k \psi_k dV = - \oint_{A_m} n_k \cdot J_k dA + \int_{V_m} \rho_k \phi_k dV \quad A.1$$

onde, V_m é correspondente ao volume do material com uma área superficial A_m , inferindo então que a taxa de variação de $\rho_k \Psi_k$ em V_m é igual ao que entra pela área A_m mais o termo fonte. Usando o Teorema de Transporte de Reynolds (Aris, 1962), expresso por A.2:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m} F_k dV = \int_{V_m} \frac{\partial F_k}{\partial t} dV + \oint_{A_m} F_k v_k \cdot n dA \quad A.2$$

onde v_k é a velocidade da partícula fluida. O Teorema de Green fornece uma transformação entre um volume e uma integral de superfície A.3.

$$\int_V \nabla \cdot F_k dV = \oint_A n \cdot F_k dA \quad A.3$$

Consequentemente pelas equações A.2 e A.3, obtém-se A.4:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m} F_k dV = \int_{V_m} \left[\frac{\partial F_k}{\partial t} + \nabla \cdot (v_k F_k) \right] dV \quad A.4$$

nota-se então que o Teorema de Transporte de Reynolds é um caso especial a Lei de Leibnitz, expressão pela equação A.5.

$$\frac{d}{dt} \int_V F_k dV = \int_V \frac{\partial F_k}{\partial t} dV + \int_A F_k u \cdot n dA \quad A.5$$

Das equações A.1, A.2 e A.4, resultam na equação diferencial de balanço de fluxo A.6:

$$\frac{\partial \rho_k \phi_k}{\partial t} + \nabla \cdot (v_k \rho_k \psi_k) = -\nabla \cdot J_k + \rho_k \phi_k \quad A.6$$

O primeiro termo equivale à taxa de troca de quantidade por unidade de volume, o segundo, à taxa de convecção por unidade de volume. Do lado direito da equação estão os termos de fluxo na superfície e da fonte volumétrica.

A.2 – Equação Continuidade (Conservação de Massa)

Como não há fonte de massa, a equação de conservação de massa pode ser expressa em forma diferencial, definindo-se os parâmetros:

$$\psi_k = 1, \phi_k = 0, J_k = 0$$

assim, inserindo estes valores na equação A.6, obtém-se a equação A.7.

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_k v_k) = 0 \quad \text{A.7}$$

Para um pequeno número Mach o fluido pode ser descrito como incompressível, $\partial \rho_k / \partial t = 0$, resultando na equação A.8.

$$\nabla v_k = 0 \quad \text{A.8}$$

A.3 – Equação de Conservação da Quantidade de Movimento

A equação da conservação de quantidade de movimento pode ser obtida introduzindo os termos referentes ao tensor de tensão superficial τ_k e a força no corpo g_k , por campos gravitacionais ou eletromagnéticos, com isso têm-se que:

$$\psi_k = v_k, J_k = -T_k = p_k I - \tau_k, \phi_k = g_k$$

onde I é o tensor unitário e sendo considerado o tensor de tensão dividido em duas parcelas uma referente ao termo de pressão e a outra à tensão viscosa τ_k .

Substituindo estes termos na equação A.6, obtém-se a equação A.8:

$$\frac{\partial \rho_k v_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_k v_k v_k) = -\nabla p_k + \nabla \cdot \tau_k + \rho_k g_k \quad \text{A.9}$$

Apêndice B – Função de Balanceamento (“weighing” function – g) [35]

As equações A.8 e A.9 fornecem uma boa ferramenta para se avaliar, por exemplo, os campos de velocidades do fluido, uma vez que as relações constitutivas estão estabelecidas. No entanto acrescentando outra fase no sistema acarreta em outros problemas matemáticos. Como estas fases formam interfaces entre si, estas interfaces podem se mover e se deformar de maneiras desconhecidas, complicando a descrição matemática do problema. Além disso, a aplicação do sistema contínuo não é aplicável às descontinuidades impostas pelas interfaces e, com isso, devem ser avaliadas as possíveis interações de transferência de massa e momentum pelas interfaces. A fim de recuperar o sistema para o quadro contínuo da dinâmica do fluxo, devem ser feitas médias locais das variáveis de fluxo para cada fase. Resultando nas equações A.8 e A.9 em termos da média de fluxo, para isso fazendo-se uso da função de balanceamento.

Sendo $g(r)$ a função de balanceamento, para $r \in (0, \infty)$, onde r é a distância de um ponto num espaço tridimensional e V_∞ o volume sobre todo esse espaço. Além disso, g tem as seguintes propriedades:

g diminui à medida que r aumenta;

g possui derivada $g^{(n)}(r)$ para todas as ordens e para cada valor de r ;

$\int_{V_\infty} g^{(n)}(r) dV$ existe para qualquer r ;

$$\int_{V_\infty} g^{(n)}(r) dV = 4\pi \int_0^\infty g(r) dr = 1.$$

O raio r_0 associado à função g é definido por:

$$4\pi \int_0^{r_0} g(r) r^2 dr = 4\pi \int_{r_0}^\infty g(r) r^2 dr = \frac{1}{2}$$

O princípio da função é reformular as equações A.8 e A.9 integrando cada termo pelo volume de fluido ocupado. Estas equações são examinadas no Apêndice C.

Apêndice C – Derivando a Equação Bifásica de Navier-Stokes para conservação de massa e quantidade de movimento [2] apud. [35]

Rearranjando a equação original de Navier-Stokes A.8 e A.9, para incluir a fase sólida requer a utilização da função g discutida no Apêndice B. Os termos destas equações são ponderados pela função g e integrados no volume de fluido. Descrevendo assim, a propriedade do fluido em termos de quantidades médias espaciais, modelando a fase fluida de um sistema bifásico. A equação C.1 é a integral definindo a fração volumétrica de fluido α_{fl} no ponto x no tempo t .

$$\alpha(x, t) = \int_{V_{fl\infty(t)}} g(x - y) dV_y \quad C.1$$

$V_{fl\infty}$ indica que a integral é realizada sobre todos os pontos y ocupados pelo fluido no tempo t e, dV_y é o volume de fluido próximo a y . Se a' for uma propriedade do fluido no ponto, como p ou τ_k da equação A.9, o valor local de a em (x, t) é definido pela equação C.2.

$$\alpha(x, t)a(x, t) = \int_{V_{fl\infty(t)}} a'(y, t)g(x - y)dV_y \quad C.2$$

Pela equação C.2 pode-se aferir que os valores médios locais não são únicos, pois, g pode possuir uma forma arbitrária e raio arbitrário. Para simplificação é admitido que quaisquer variações espaciais em uma propriedade de ponto local são significativamente afetadas por apenas duas escalas de comprimento, uma escala comparável ao espaçamento de partículas e a outra escala, muito maior, proporcional às dimensões do sistema. Se o raio de g for maior que a primeira escala, as médias locais têm um significado físico não ambíguo.

$$\int_{V_{fl\infty(t)}} a(y, t)g(x - y)dV_y \approx \alpha(x, t) \int_{V_{fl\infty(t)}} g(x - y)dV_y \quad C.3$$

$$\alpha(x, t)a(x, t)$$

Pela equação C.3 nota-se que devido às escalas de comprimento introduzidas são excluídos os cenários de grandes flutuações descontínuas nas grandezas de fluxo dentro da escala de comprimento característica do volume médio, isto é, é esperado um comportamento suave destas quantidades no volume.

Diferenciando a equação C.2 com respeito à posição espacial e aplicando o Teorema de Gauss, equação C.4, obtém-se a equação C.5:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial x_k} f dV = \int_A f n_k dA \quad C.4$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_k} \int_{V_{fl\infty}(t)} a'(y, t) g(x - y) dV_y &= \int_{V_{fl\infty}(t)} g(x - y) \frac{\partial a'(y, t)}{\partial y_k} dV_y \\ &- \int_{S_{fl}(t)} n_k a'(y, t) g(x - y) dS_y \end{aligned} \quad C.5$$

sendo n_k a normal do contorno para o fluido e tendo utilizado a relação descrita em C.6 no segundo termo do lado direito da equação C.5.

$$\frac{\partial}{\partial x_k} g(x - y) = \frac{\partial}{\partial y_k} g(x - y) \quad C.6$$

sendo $S_{fl}(t)$ as superfícies do fluido sobre $S_{fl\infty}$ delimitando todo o sistema. Se definir $s_p(t)$ como a superfície de uma partícula sólida em um tempo t , o segundo termo da direita da equação C.5 resultará na equação C.7:

$$\begin{aligned} \int_{S_{fl}(t)} n_k a'(y, t) g(x - y) dS_y &= \int_{S_{fl\infty}} n_k a'(y, t) g(x - y) \\ &- \sum_{p\infty} \int_{S_{p(t)}} n_k a'(y, t) g(x - y) dS_y \end{aligned} \quad C.7$$

o primeiro termo da equação C.7 pode ser anulado, pois r_0 é muito pequeno comparado com a menor distância entre o ponto x à superfície $S_{fl\infty}$. Inserindo na equação C.5, resulta na equação C.8:

$$\begin{aligned} \int_{V_{fl\infty}(t)} g(x - y) \frac{\partial a'(y, t)}{\partial y_k} dV_y &= \frac{\partial}{\partial x_k} [\alpha(x, t) a(x, t)] \\ &- \sum_{p\infty} \int_{S_{p(t)}} n_k a'(y, t) g(x - y) dS_y \end{aligned} \quad C.8$$

sendo esta a equação diferencial espacial para a média local da quantidade $\partial a' / \partial y_k$. Para resolver com respeito ao tempo a equação C.2 é diferenciada no tempo e em seguida é aplicado a Lei de Leibnitz, dando origem à equação C.9:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\alpha(x, t) a(x, t)] &= \int_{V_{fl\infty}(t)} g(x - y) \frac{\partial a'(y, t)}{\partial t} dV_y \\ &- \int_{S_{fl}(t)} n_k u'_k a'(y, t) g(x - y) dS_y \end{aligned} \quad C.9$$

onde u'_k é a velocidade local do fluido. Seguindo a demonstração para obter a equação C.8, a equação C.10 é obtida:

$$\begin{aligned} \int_{V_{fl\infty}(t)} g(x - y) \frac{\partial a'(y, t)}{\partial t} dV_y &= \frac{\partial}{\partial t} [\alpha(x, t) a(x, t)] \\ &+ \sum_{p\infty} \int_{S_{fl}(t)} n_k u'_k a'(y, t) g(x - y) dS_y \end{aligned} \quad C.10$$

A partir deste desenvolvimento a equação A.8 pode então ser transformada num sistema bifásico, para isto é necessário multiplicá-la pela função de balanceamento g e integrá-la.

$$\int_{V_{fl\infty}} g(x - y) \frac{\partial u'(y, t)}{\partial y_k} dV_y = 0 \quad C.11$$

Substituindo a equação C.11 na equação C.8, resultado na equação C.12.

$$\frac{\partial}{\partial x_k} [\alpha(x, t) u(x, t)] = \sum_{p \in \infty} \int_{S_p(t)} u'(y, t) n_k g(x - y) dS_y \quad C.12$$

Considerando a equação C.10 e definindo $a'=1$, obtém-se a equação C.13.

$$\frac{\partial}{\partial t} \alpha(x) = - \sum_{p \in \infty} \int_{S_p(t)} u'(y, t) n_k g(x - y) dS_y \quad C.13$$

Somando as equações C.12 e C.13 é obtida a primeira equação de Navier-Stokes para um sistema bifásico C.14:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha u_k)}{\partial x_k} = 0 \quad C.14$$

Simultaneamente a equação A.9 pode ser expressa em termos de médias locais. Multiplicando pela função de balanceamento g e integrando o resultado.

$$\begin{aligned} \rho_{fl} \int_{V_{fl\infty}} g(x - y) \left[\frac{\partial u'_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y_k} (u'_i u'_k) \right] dV_y &= \int_{V_{fl\infty}} g(x - y) \frac{\partial T'_{ik}}{\partial y_k} dV_y \\ &+ \rho_{fl} g_i \int_{V_{fl\infty}} g(x - y) dV_y \end{aligned} \quad C.15$$

Da equação C.3 pode-se inferir que $\rho_{fl} \int_{V_{fl\infty}} g(x - y) dV_y = \rho_{fl} \alpha$. E, inserindo aos resultados da equação C.8 $a'=u'_i u'_k$ e da equação C.10 $a'=u'_i$ na equação C.15, resulta na equação C.16:

$$\begin{aligned} \rho_{fl} \int_{V_{fl\infty}} g(x - y) \left[\frac{\partial u'_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y_k} (u'_i u'_k) \right] dV_y &= \rho_{fl} \frac{\partial}{\partial t} [\alpha(x) u_i(x)] \\ &+ \rho_{fl} \frac{\partial}{\partial x_k} \int_{V_{fl\infty}} u'_i(y) u'_k(y) g(x - y) dV_y \end{aligned} \quad C.16$$

é feita a mesma suposição anterior, referente flutuação local da quantidade de fluxo em função das escalas comparáveis particular e do sistema, para o segundo termo do lado direito da equação C.16. Com isto, a velocidade local pode ser expressa por $u'_i = u_i + u''_i$, onde u''_i é a flutuação da velocidade na escala particular. Inserindo esta definição no segundo termo do lado direito da equação C.16, obtém-se:

$$\begin{aligned} \int_{V_{fl\infty}} u'_i(y) u'_k(y) g(x - y) dV_y &= \int_{V_{fl\infty}} u_i u_k(y) g(x - y) dV_y \\ &+ \int_{V_{fl\infty}} (u''_i u_k + u_i u''_k)(y) g(x - y) dV_y + \int_{V_{fl\infty}} (u''_i u''_k)(y) g(x - y) dV_y \end{aligned} \quad C.17$$

Considerando $a=u_i u_k$ e aplicando a equação C.3 no primeiro termo do lado direito da equação C.17 fica claro que este termo pode ser reescrito como: $\alpha u_i u_k(x)$. No segundo termo do lado direito da equação C.17 as variáveis locais u_i e u_k pouco varia comparada à distância da função g e pode ser extraída da integral. Na medida em que as contribuições de u''_i e u''_k são ínfimas, o segundo termo pode ser ignorado. Finalmente, o lado esquerdo da equação C.15 pode ser expresso pela equação C.18:

$$\rho_{fl} \int_{V_{fl\infty}} g(x-y) \left[\frac{\partial u'_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y_k} (u'_i u'_k) \right] = \rho_{fl} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\alpha(x,t) u_i(x,t)) + \frac{\partial}{\partial t} (\alpha u_i u_k(x)) \right] + \frac{\partial}{\partial x_k} \int_{V_{fl\infty}} (u''_i u''_k)(y) g(x-y) dV_y$$

C.18

Retornando para o lado direito da equação C.15, pode ser aplicada a equação C.8 com $a' = T'_{ik}$ resultando na equação C.19:

$$\int_{V_{fl\infty}} g(x-y) \frac{\partial T_{ik}}{\partial y_k} dV_y = \frac{\partial}{\partial x_k} [\alpha T_{ik}(x)] - \sum_{p\infty} \int_{S_p} n_k T'_{ik}(y) g(x-y) dS_y \quad C.19$$

Novamente, decompondo o tensor de tensões de Cauchy $T'_{ik} = T_{ik} + T''_{ik}$ resulta na equação C.20:

$$\int_{V_{fl\infty}} g(x-y) \frac{\partial T_{ik}}{\partial y_k} dV_y = \frac{\partial}{\partial x_k} [\alpha T_{ik}(x)] - \sum_{p\infty} \int_{S_p} n_k T_{ik}(y) g(x-y) dS_y - \sum_{p\infty} \int_{S_p} n_k T''_{ik}(y) g(x-y) dS_y \quad C.20$$

Aplicando a equação C.4 ao segundo termo do lado direito da equação C.20 resulta na equação C.21:

$$\begin{aligned} \sum_{p\infty} \int_{S_p} n_k T_{ik}(y) g(x-y) dS_y &= \sum_{p\infty} \int_{V_p} \frac{\partial}{\partial y_k} [T''_{ik}(y) g(x-y)] dV_y \\ \int_{V_{s\infty}} \frac{\partial}{\partial y_k} [T''_{ik}(y) g(x-y)] dV_y &= \int_{V_{s\infty}} g(x-y) \frac{\partial T_{ik}}{\partial y_k} dV_y \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial x_k} \int_{V_{s\infty}} T_{ik}(y) g(x-y) dV_y \end{aligned} \quad C.21$$

tendo sido considerada a equação C.6 para a última parte da solução da equação C.21. Com isso, é de se notar que a integral se dá no volume das partículas, $\int_{V_{s\infty}} g(x-y) dV_y = 1 - \alpha(x)$. Agora, já que T_{ik} e $\partial T_{ik} / \partial y_k$ sofrem variações muito pequenas comparadas à distância do raio g , elas podem ser retiradas da integral e avaliadas com relação à (x) . Reduzindo a equação C.21 à C.22:

$$\begin{aligned} \int_{V_{s\infty}} \frac{\partial}{\partial y_k} [T_{ik}(y) g(x-y)] dV_y &= \frac{\partial T_{ik}(x)}{\partial x_k} [1 - \alpha(x)] \\ \frac{\partial}{\partial x_k} [T_{ik}(x) [1 - \alpha(x)]] &= T_{ik}(x) \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x_k} \end{aligned} \quad C.22$$

Inserindo este resultado da equação C.22 na equação C.20, resulta na equação C.23:

$$\int_{V_{s\infty}} g(x-y) \frac{\partial T'_{ik}}{\partial y_k} dV_y = \alpha(x) \frac{\partial T_{ik}(x)}{\partial x_k} - \sum_{p\infty} \int_{S_p} n_k T''_{ik}(y) g(x-y) dS_y \quad C.23$$

onde ignorando as variações de g pela distância correspondente dos diâmetros das partículas permite finalizar a forma do segundo termo da parte direita da equação C.23, resultando na equação C.24:

$$\sum_{p\infty} \int_{S_p} n_k T''_{ik}(y) g(x-y) dS_y = \sum_{p\infty} g(x-x_m) \int_{S_p} n_k T''_{ik} dS_y \quad C.24$$

onde x_m equivale ao centro de massa de uma partícula individual. Ajustando a equação C.24, obtém-se a equação C.25:

$$\sum_{p \in \infty} g(x - x_m) \int_{S_p} n_k T''_{ik} dS_y = n(x) f_i(x) - [1 - \alpha(x)] \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} \quad C.25$$

onde n equivale ao número de partículas por volume, f_i é a força média imposta pelo fluxo em cada partícula individualmente. Finalmente, das equações C.25, C.23 e C.18, chega-se a forma compacta da segunda equação de Navier-Stokes expressa em termos de quantidades médias locais, equação C.26:

$$\rho_{fl} \alpha \left[\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right] = \frac{\partial \Lambda_{ik}}{\partial x_k} - n f_i + \alpha \rho_{fl} g_i \quad C.26$$

considerando $R_{ik} = \rho_{fl} \int_{V_{fl}} u''_i u''_k(y) g(x-y) dV_y$ e $\Lambda_{ik} = T_{ik} - R_{ik}$. Para concluir, se o número de Reynolds for pequeno, o fluxo pode ser caracterizado laminar e $\Lambda_{ik} = T_{ik}$, adquirindo a forma final na equação C.27:

$$\rho_{fl} \alpha_{fl} \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (uu) \right] = \nabla \cdot T - n f + \alpha_{fl} \rho_{fl} g \quad C.27$$

Considerando que o termo $n f$ pode ser subdividido em macro e micro escala a par dos espaçamentos das partículas é representado pela equação C.28:

$$n f = n \frac{V_p \nabla \cdot T}{\Delta V} + n f' = \alpha \nabla \cdot T + n f' \quad C.28$$

sendo o primeiro termo do lado esquerdo referente à parte macro. Substituindo, então na equação C.27 e concluindo com a equação C.29:

$$\rho_{fl} \alpha_{fl} \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (uu) \right] = \alpha_{fl} \nabla \cdot T - n f' + \rho_{fl} \alpha_{fl} g \quad C.29$$

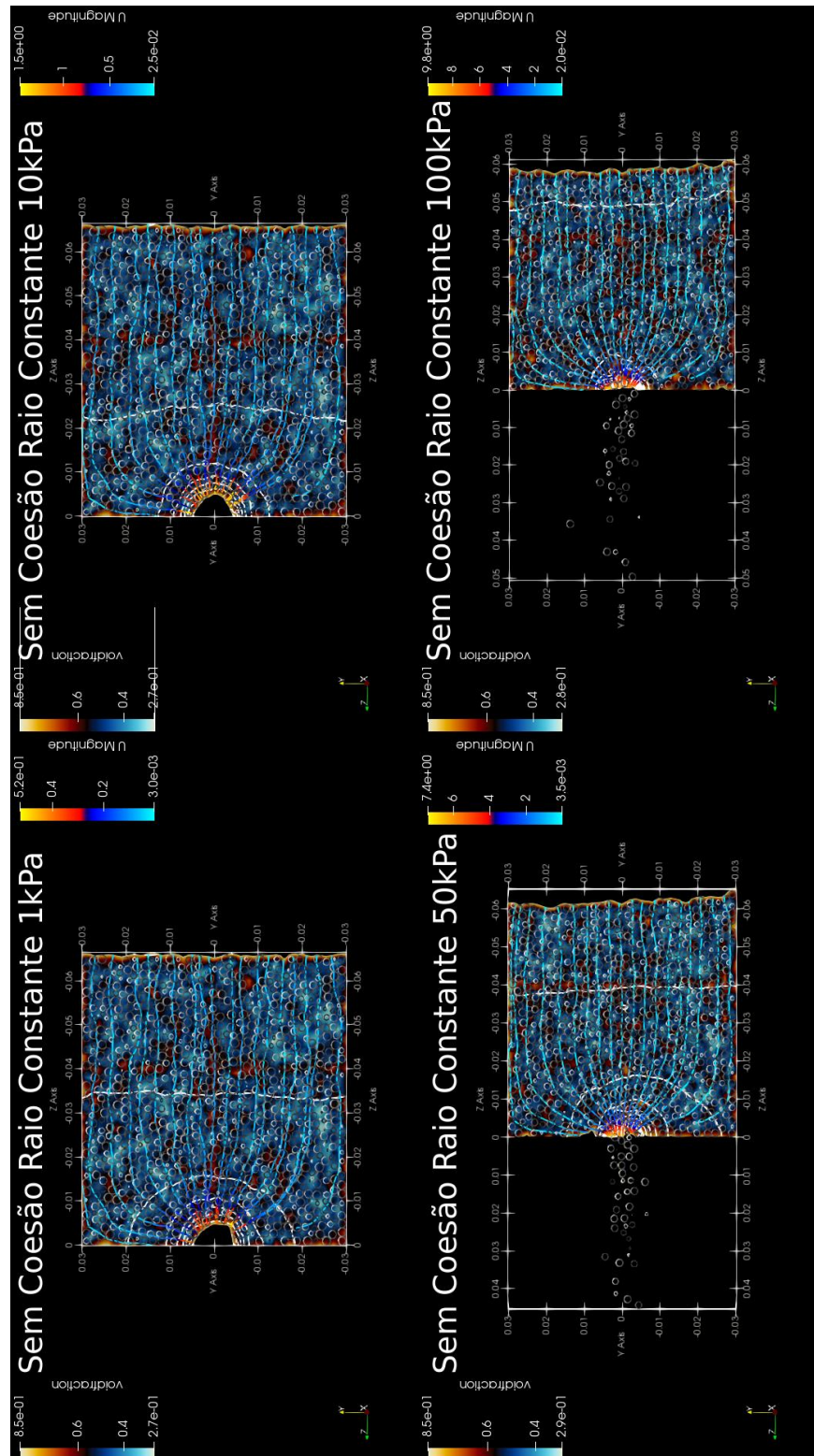
e, similarmente ao empregado em A.9: $T_k = -p_k + \tau_k$

Pode-se obter a equação C.30, empregada na metodologia CFDEM:

$$\frac{\partial (\rho_f \alpha_f u_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \alpha_f u_f u_f) = -\nabla p - F_{pf} + \nabla \cdot (\alpha_f \tau) + \rho_f \alpha_f g \quad C.30$$

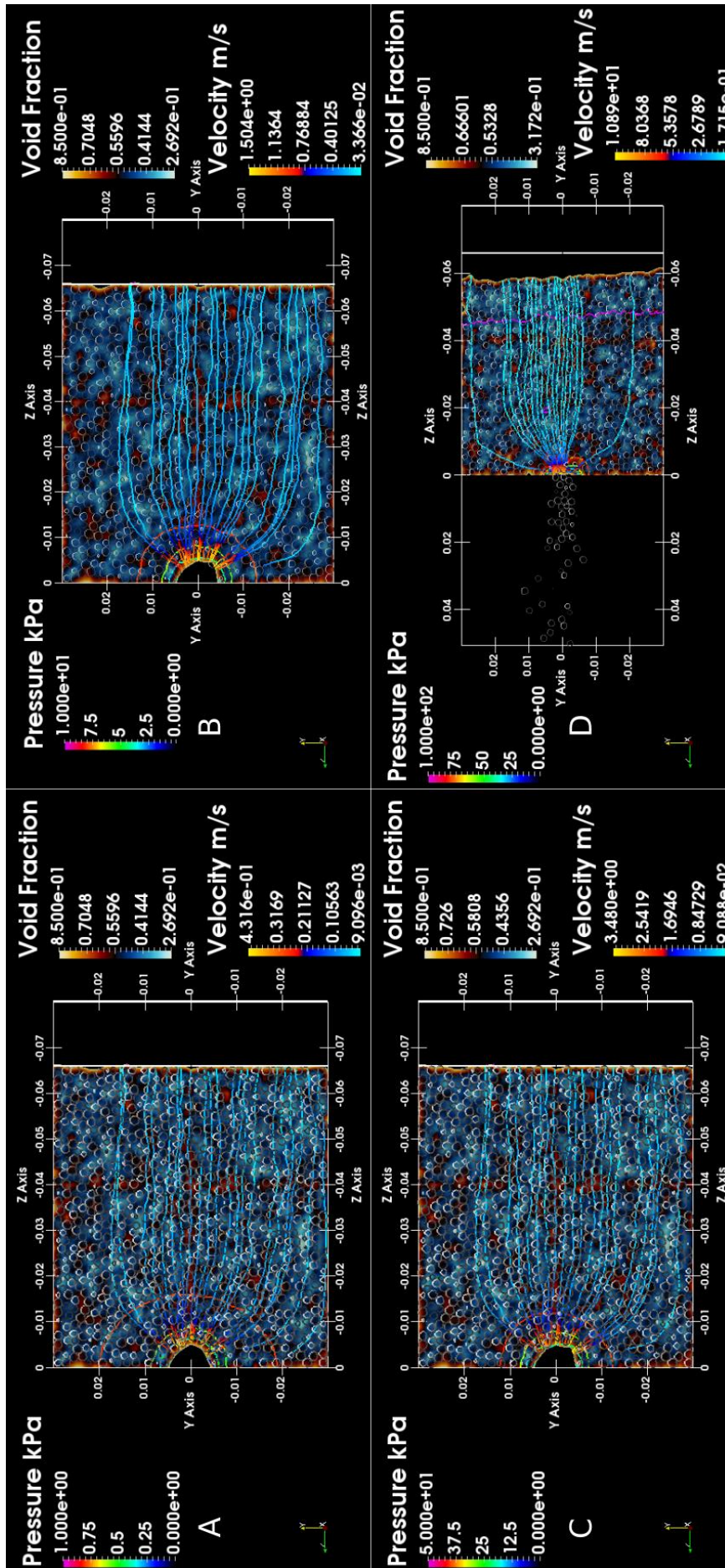
Apêndice D – Imagens “frames” obtidos no último time-step ($t=0,15s$) para as simulações do terceiro modelo

Sem coesão e raio uniforme de 1 mm

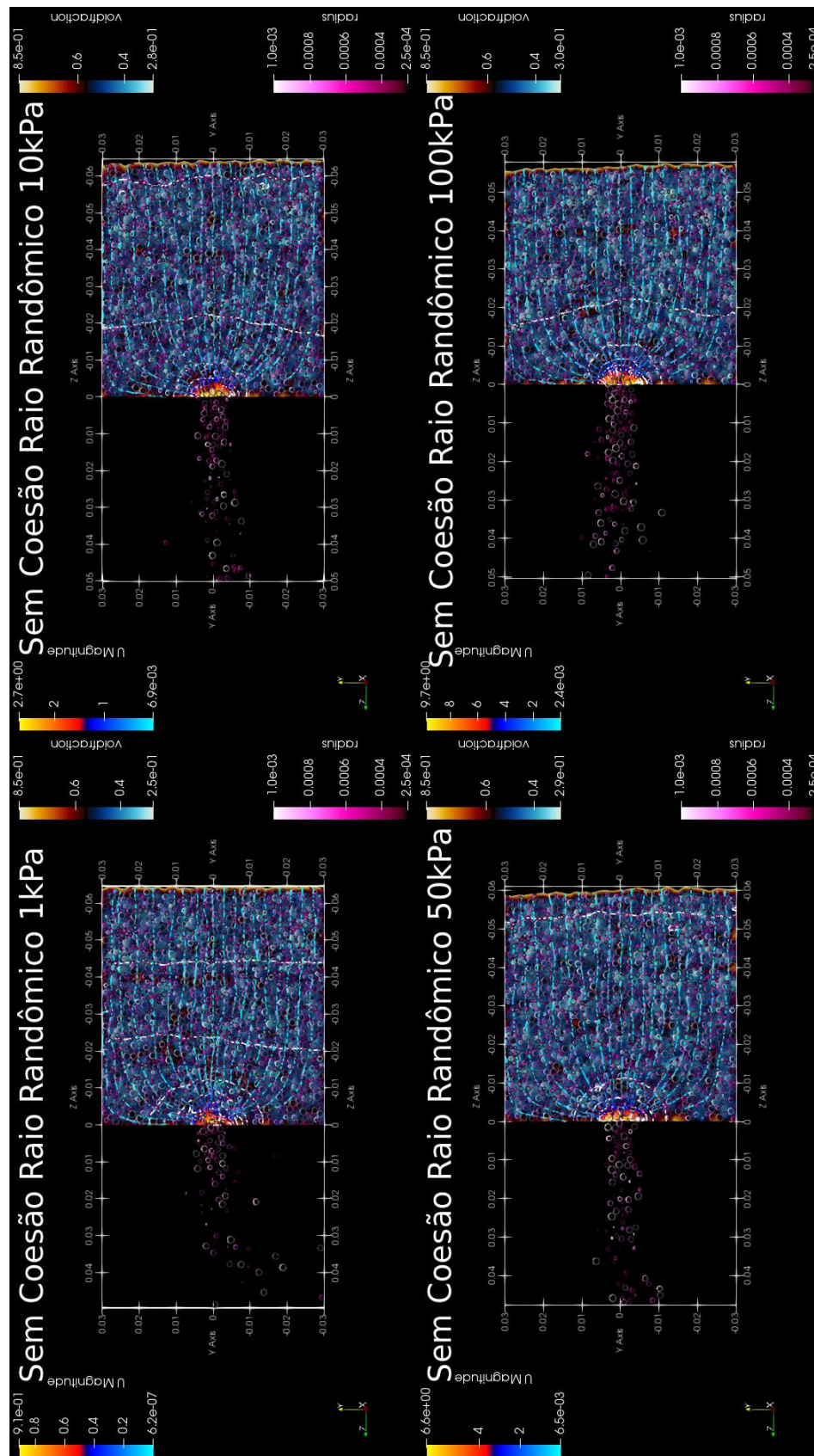


Com Coesão e Raio Uniforme de Partículas de 1mm

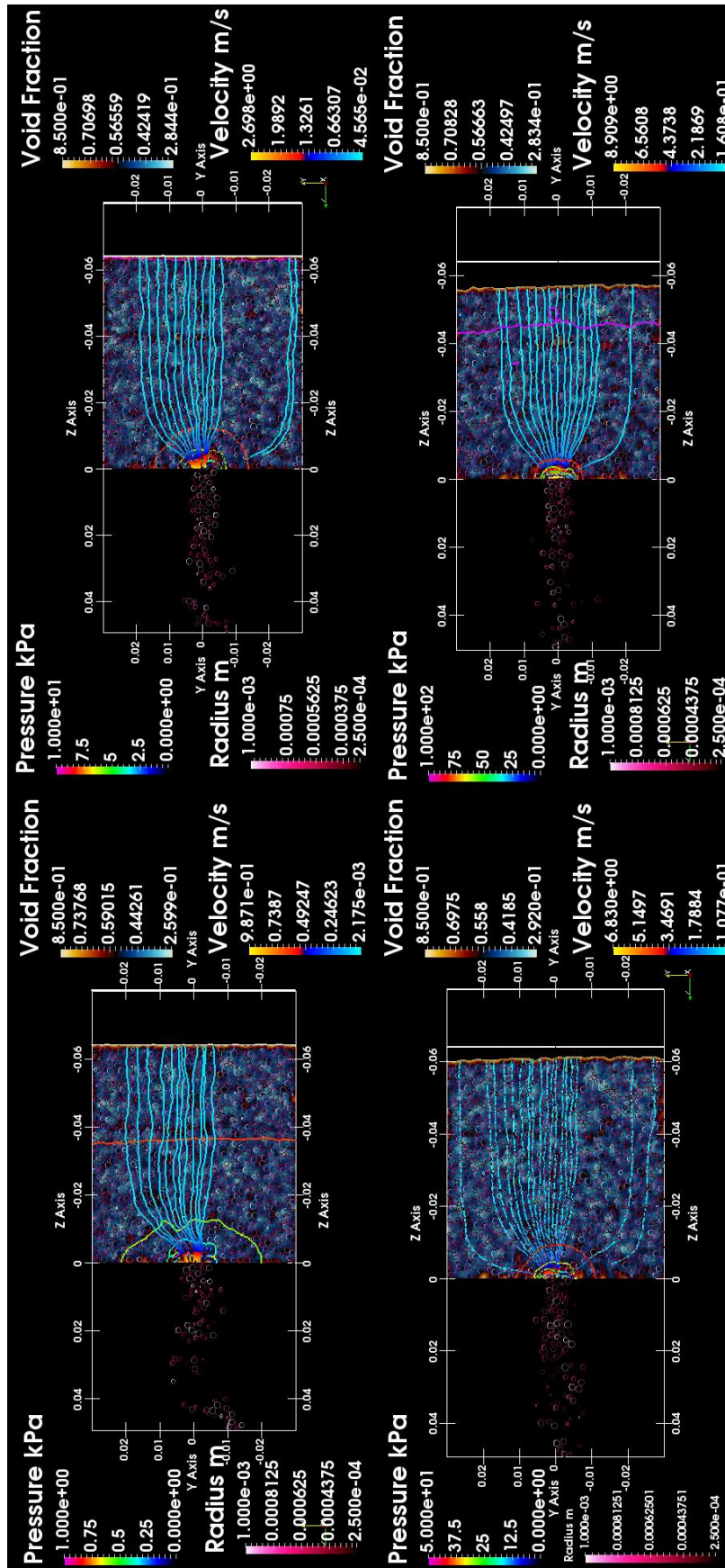
PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1712731/CA



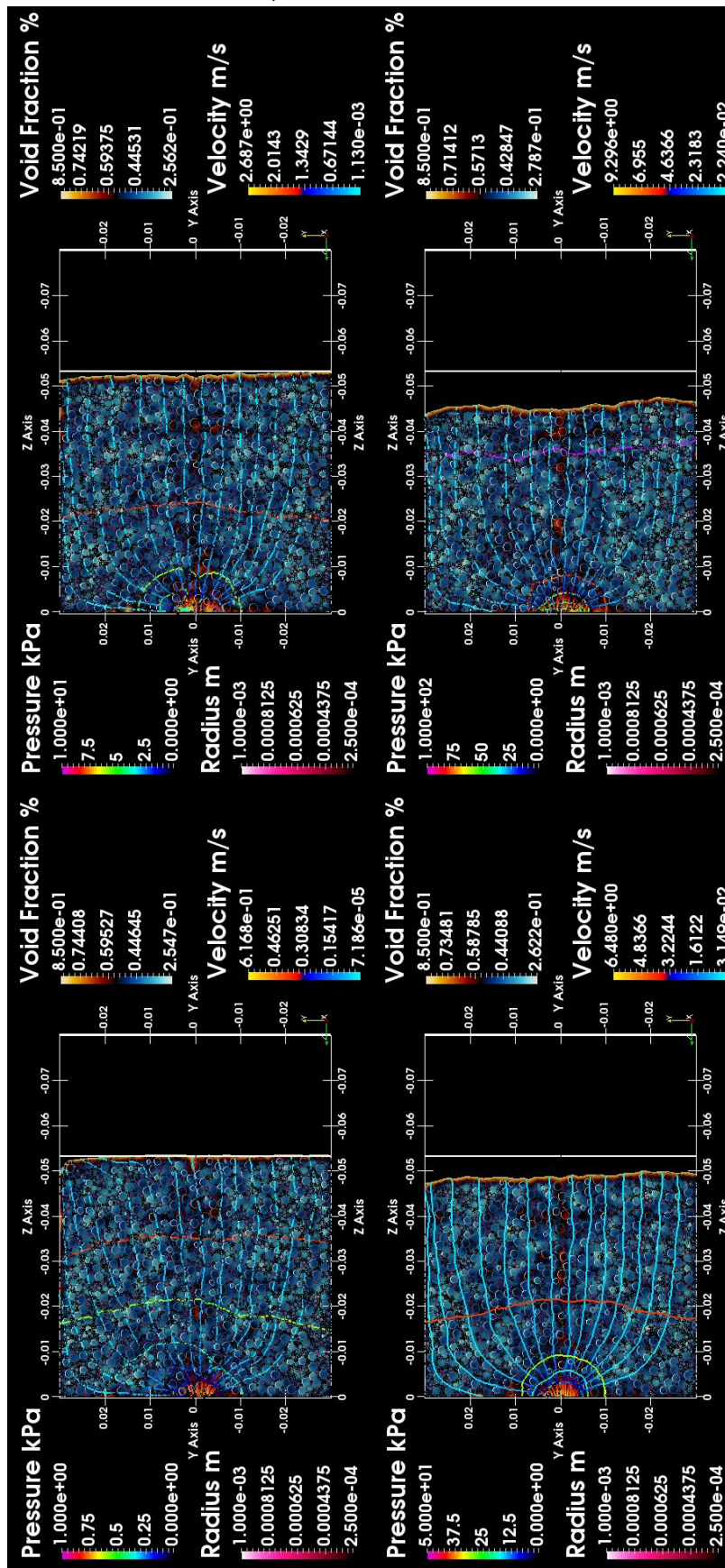
Sem coesão e raio randômico de 0,25 a 1mm



Com coesão e raio randômico de 0,25 a 1mm



Sem coesão e três raios 60% da massa total de 1mm, 20% da massa total 0,5mm e 20% da massa total com 0,25mm



Com coesão e três raios 60% da massa total de 1mm, 20% da massa total 0,5mm e 20% da massa total com 0,25mm

