



**Gabriel Amós Alves Cruz Lima**

**Modelagem do comportamento de pilares  
mistos de seção composta preenchidos com  
concreto armado**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

Orientador : Prof. Raul Rosas e Silva  
Coorientador : Prof. Sebastião Arthur Lopes de Andrade

Rio de Janeiro  
Agosto de 2019



**Gabriel Amós Alves Cruz Lima**

**Modelagem do comportamento de pilares mistos de seção composta preenchidos com concreto armado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo:

**Prof. Raul Rosas e Silva**

Orientador

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

**Prof. Sebastião Arthur Lopes de Andrade**

Coorientador

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

**Prof. Ney Augusto Dumont**

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-Rio

**Prof. Luciano Rodrigues Ornelas de Lima**

Universidade Estadual do Rio de Janeiro – UERJ

Rio de Janeiro, 30 de Agosto de 2019

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Gabriel Amós Alves Cruz Lima**

Graduado em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Sergipe (UFS) em maio de 2017. Ingressou no mestrado na PUC-RJ em Agosto de 2017, com interesse nas áreas de Estruturas Metálicas e Mistas.

#### Ficha Catalográfica

Alves Cruz Lima, Gabriel Amós

Modelagem do comportamento de pilares mistos de seção composta preenchidos com concreto armado / Gabriel Amós Alves Cruz Lima; orientador: Raul Rosas e Silva; coorientador: Sebastião Arthur Lopes de Andrade. – Rio de Janeiro: PUC-Rio, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental , 2019.

v., 152 f: il. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental .

Inclui bibliografia

1. Engenharia Civil – Teses. 2. Estruturas Metálicas;. 3. Pilares Mistos;. 4. Análise Computacional de Estruturas;. I. Silva, Raul Rosas e. II. Andrade, Sebastião Arthur Lopes de. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental . IV. Título.

## Agradecimentos

Gostaria de agradecer primeiramente a Deus, por me capacitar e me dar forças durante essa caminhada.

Aos meus pais, Waldson e Florinete, obrigado por estarem sempre ao meu lado, me dando apoio e sempre fazendo de tudo para me ver feliz. Essa conquista também é de vocês.

Aos meus irmãos, Walber e Júnior, pelo apoio constante. A Kelly, por todo amor, carinho e compreensão em todos os momentos.

Ao professor Sebastião Arthur Lopes de Andrade, pela orientação e por todo o conhecimento transmitido.

A todos os colegas da PUC-Rio, pela amizade, pelos estudos e trabalhos em grupo e por tornar essa jornada mais leve.

A meus amigos de Aracaju e do CSF, que mesmo distantes se mantiveram sempre presentes e me apoiaram sempre.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## Resumo

Alves Cruz Lima, Gabriel Amós; Silva, Raul Rosas e; Andrade, Sebastião Arthur Lopes de. **Modelagem do comportamento de pilares mistos de seção composta preenchidos com concreto armado**. Rio de Janeiro, 2019. 152p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A obtenção de estruturas mais resistentes e rígidas, e economicamente viáveis, é uma preocupação cada vez maior na construção civil. Sob essa ótica, este trabalho tem o objetivo de avaliar o comportamento de pilares mistos de seção composta através de uma modelagem numérica. Foram estudados dois tipos de seções, uma composta por dois perfis I laminados, e outra por dois perfis U enrijecidos, em ambos os casos conectados por perfis I e preenchidos com concreto armado. Com o uso do software ABAQUS, foi avaliado o comportamento estrutural dos elementos submetidos a carregamentos de flexão, compressão e flexo-compressão. O modelo foi validado através da comparação com dados experimentais de estudos anteriores e resultados previstos pela norma técnica brasileira, conseguindo representar adequadamente o comportamento das curvas momento-deslocamento e força-deslocamento. As resistências obtidas a partir dos modelos numéricos foram superiores aos valores esperados pela solução teórica, principalmente no carregamento de compressão. De modo a avaliar a viabilidade econômica do sistema misto proposto, foi realizado o dimensionamento de um galpão industrial, que evidenciou ganho significativo de inércia em relação a um sistema composto apenas por perfis de aço, resultando em uma economia de até 11% na massa equivalente em aço. Por fim, desenvolveu-se um estudo paramétrico para investigar a influência do número de conectores, da sua disposição, da resistência do concreto e do diâmetro da armadura na resistência do pilar.

## Palavras-chave

Estruturas Metálicas; Pilares Mistos; Análise Computacional de Estruturas;

## Abstract

Alves Cruz Lima, Gabriel Amós; Silva, Raul Rosas e (Advisor); Andrade, Sebastião Arthur Lopes de (Co-Advisor). **Modeling the behavior of composite beam-columns composed of built-up sections filled with reinforced concrete.** Rio de Janeiro, 2019. 152p. Dissertação de mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A growing concern in civil construction is to obtain structures that are more resistant, rigid and economically feasible. This study aims to evaluate the behavior of steel-concrete columns of composite section, through numerical modeling. The studied cross-sections were composed of two rolled I profiles, and other with C-lip channels, connected by I profiles, and filled with reinforced concrete. The ABAQUS software was used to evaluate the structural behavior of the columns subjected to flexural, compression and eccentric compression loads. The model was calibrated through experimentally obtained data from previous studies, and results provided by the Brazilian National Standards, and it was able to properly reproduce the moment-displacement and load-displacement curves. The obtained resistances from the numerical models were greater than the ones expected by the theoretical solution, especially under compression load. In order to evaluate the economic feasibility of the proposed composite model, a design example of an industrial shed was conducted, and it showed a significant increase in moment of inertia when compared to steel-only box sections, which resulted in savings of up to 11% in equivalent mass of steel. Finally, a parametric study was made to investigate the influence of the number and disposition of the connectors, and the contribution of the concrete resistance and reinforcement's diameter in the strength of the columns.

## Keywords

Steel Structures; Composite Columns; Computational Analysis of Structures;

# Sumário

1	Introdução	<b>22</b>
1.1	Motivação	22
1.2	Objetivos	23
1.3	Estrutura do texto	24
2	Revisão Bibliográfica	<b>26</b>
2.1	Estruturas mistas em aço e concreto	26
2.2	Pilares mistos	28
2.2.1	Pilares mistos revestidos	29
2.2.2	Pilares mistos preenchidos	30
2.2.3	Outros tipos de pilares mistos	32
2.3	Estudos sobre pilares mistos	33
2.4	Dimensionamento de pilares mistos segundo normas técnicas	37
2.4.1	NBR 8800:2008	38
2.4.1.1	Considerações iniciais	38
2.4.1.2	Pilares submetidos à compressão axial	41
2.4.1.3	Pilares submetidos à flexo-compressão	42
2.4.2	Eurocode 4	45
3	Seções Transversais Estudadas	<b>51</b>
3.1	Descrição do sistema proposto	51
3.2	Modelo de cálculo	54
3.2.1	Seção transversal com perfil I laminado	54
3.2.1.1	Flexão em relação ao eixo não-múltiplo	55
3.2.1.2	Flexão em relação ao eixo múltiplo	57
3.2.2	Seção transversal com perfil U enrijecido	59
3.2.2.1	Flexão em relação ao eixo não-múltiplo	60
3.2.2.2	Flexão em relação ao eixo múltiplo	62
4	Modelagem Numérica	<b>66</b>
4.1	Modelos constitutivos dos materiais	67
4.1.1	Perfil de aço	67
4.1.2	Armadura longitudinal de aço	67
4.1.3	Concreto	67
4.1.3.1	O modelo <i>Concrete Damage Plasticity</i> do Abaqus	69
4.1.3.2	Curvas para modelagem do concreto	72
4.1.3.3	Parâmetros considerados na modelagem	76
4.2	Modelo geométrico	77
4.3	Elementos finitos	79
4.4	Condições de contorno e carregamento	79
4.4.1	Carregamento de flexão	79
4.4.2	Carregamento de compressão e flexo-compressão	81
4.5	Tipo de análise	83

5	Análise dos Resultados	<b>85</b>
5.1	Resultados previstos pela NBR 8800:2008	85
5.1.1	Resistência das seções	85
5.1.1.1	Modelo IM	85
5.1.1.2	Modelo UM	87
5.1.2	Forças e deslocamentos	90
5.2	Validação do modelo numérico	91
5.2.1	Carregamento de flexão nos modelos mistos	92
5.2.1.1	Modelo IM	92
5.2.1.2	Modelo UM	96
5.2.2	Carregamento de compressão nos modelos mistos	99
5.2.3	Influência da malha nos modelos mistos	101
5.2.4	Modelos de aço	104
5.3	Resultados Numéricos	109
5.3.1	Carregamento de flexão	109
5.3.1.1	Modelo IM - Flexão no eixo não-múltiplo	109
5.3.1.2	Modelo IM - Flexão no eixo múltiplo	111
5.3.1.3	Modelo UM - Flexão no eixo não-múltiplo	114
5.3.1.4	Modelo UM - Flexão no eixo múltiplo	116
5.3.2	Carregamento de compressão	119
5.3.2.1	Modelo IM	119
5.3.2.2	Modelo UM	120
5.3.3	Carregamento de flexo-compressão	123
5.3.3.1	Modelo IM - Flexão no eixo não-múltiplo	124
5.3.3.2	Modelo IM - Flexão no eixo múltiplo	125
5.3.3.3	Modelo UM - Flexão no eixo não-múltiplo	126
5.3.3.4	Modelo UM - Flexão no eixo múltiplo	126
5.3.3.5	Diagramas de Interação Normal - Momento Fletor	127
6	Exemplo de Dimensionamento	<b>129</b>
6.1	Dimensionamento das vigas do pórtico central	133
6.2	Dimensionamento dos pilares do pórtico central	133
7	Estudo Paramétrico	<b>136</b>
7.1	Número de conectores	136
7.2	Disposição dos conectores	136
7.3	Resistência do concreto	139
7.4	Diâmetro da armadura longitudinal	141
8	Considerações Finais	<b>143</b>
8.1	Conclusões	143
8.2	Sugestões para trabalhos futuros	146
	Referências bibliográficas	<b>148</b>

## Lista de figuras

Figura 1.1	Esquema ilustrativo do sistema proposto com perfis I.	23
Figura 1.2	Esquema ilustrativo do sistema proposto com perfis U.	23
Figura 2.1	Exemplos de pilares mistos totalmente revestidos. [1]	29
Figura 2.2	Exemplos de pilares mistos parcialmente revestidos. [12]	30
Figura 2.3	Exemplos de pilares mistos preenchidos. [7]	31
Figura 2.4	Comparação entre os modos de flambagem de um pilar de aço e um pilar misto preenchido. [12]	32
Figura 2.5	Pilar misto tipo "battened". [1]	32
Figura 2.6	Esquema de pilar tipo "battened" ensaiado por Szmigiera. [20]	33
Figura 2.7	Outros tipos de pilares mistos. [1]	34
Figura 2.8	Tipos de seções transversais de pilares mistos considerados pela NBR 8800:2008 - (a) Totalmente Revestido; (b) Parcialmente Revestido; (c) e (d) Preenchidos. [3]	38
Figura 2.9	Representação da linha neutra plástica para diferentes tipos de pilar e eixos de flexão. [3]	43
Figura 2.10	Seções transversais de pilares mistos abordadas pelo Eurocode 4. [4]	45
Figura 2.11	Valores máximos para desconsiderar o efeito da flambagem local, com $f_y$ em $kN/mm^2$ . [4]	46
Figura 2.12	Curva de interação do Eurocode para pilares mistos a flexo-compressão. [4]	48
Figura 2.13	Curva de interação simplificada do Eurocode e distribuição de tensões correspondentes. [4]	49
Figura 3.1	Corte longitudinal do modelo proposto.	51
Figura 3.2	Seção transversal do pilar com perfis I, na região dos conectores e dos estribos.	51
Figura 3.3	Seção transversal do pilar com perfis U, na região dos conectores e dos estribos.	52
Figura 3.4	Representação tridimensional do pilar misto proposto.	52
Figura 3.5	Etapas da fabricação do pilar misto proposto.	53
Figura 3.6	Dimensões para seção transversal mista com perfis I laminados.	55
Figura 3.7	Posições relativas da linha neutra plástica para flexão no eixo não-múltiplo da seção com perfis I laminados.	56
Figura 3.8	Posições relativas da linha neutra plástica para flexão no eixo múltiplo da seção com perfis I laminados.	58
Figura 3.9	Dimensões para seção transversal mista com perfis U enrijecidos.	60
Figura 3.10	Posições relativas da linha neutra plástica para flexão no eixo não-múltiplo da seção com perfis U enrijecidos.	61
Figura 3.11	Posições relativas da linha neutra plástica para flexão no eixo múltiplo da seção com perfis U enrijecidos.	63

Figura 4.1	Curvas tensão-deformação adotadas para o aço dos perfis e da armadura longitudinal.	68
Figura 4.2	Comportamento uniaxial do concreto ao carregamento e descarregamento: (a) experimental, (b) com modelo de dano, e (c) com modelo de plasticidade. Adaptada de [46]	69
Figura 4.3	Curva característica tensão-deformação do CDP para compressão. [47]	70
Figura 4.4	Curva característica tensão-deformação do CDP para tração. [47]	71
Figura 4.5	Superfície hiperbólica do potencial plástico no plano meridional 0. Adaptada de [48]	72
Figura 4.6	Resistência do concreto sob estado biaxial de tensões. Adaptada de [47]	73
Figura 4.7	Superfícies de escoamento no plano desviador para diferentes valores de $K_c$ . [47]	73
Figura 4.8	Representação da curva tensão-deformação do concreto à compressão segundo o Eurocode 2. [49]	74
Figura 4.9	Representação da curva tensão-deformação do concreto à compressão segundo Pavlovic. Adaptada de [50]	74
Figura 4.10	Representação da curva tensão-deformação do concreto à tração segundo Najafgholipour. Adaptada de [51]	75
Figura 4.11	Curvas tensão-deformação do concreto utilizadas como parâmetro de entrada no Abaqus.	76
Figura 4.12	Curvas de dano do concreto utilizadas como parâmetro de entrada no Abaqus.	77
Figura 4.13	Geometria das seções transversais utilizadas.	77
Figura 4.14	Geometria do pilar visto longitudinalmente.	78
Figura 4.15	Malha do pilar misto (a) completo, (b) evidenciando a distribuição dos conectores.	79
Figura 4.16	Malha da seção transversal do pilar, sem apresentar o concreto (a) com perfis U, (b) com perfis I.	80
Figura 4.17	Malha dos perfis de aço (a) tipo U, (b) tipo I.	80
Figura 4.18	Malha do concreto no pilar (a) com perfis U, (b) com perfis I.	80
Figura 4.19	Malhas (a) do conector, (b) da chapa, (c) da armadura.	81
Figura 4.20	Condições de contorno da viga no Abaqus, para carregamento à flexão.	81
Figura 4.21	<i>Multipoint Constraint</i> na condição de apoio, para o carregamento à flexão.	82
Figura 4.22	<i>Multipoint Constraint</i> nas regiões de aplicação da carga, para o carregamento à flexão.	82
Figura 4.23	Esquema de condições de contorno do pilar no Abaqus.	83
Figura 5.1	Curva Normal - Momento Fletor para o Modelo IM.	87
Figura 5.2	Curva Normal - Momento Fletor para o Modelo UM.	89
Figura 5.3	Esquema analisado para obtenção da carga de plastificação da viga.	90
Figura 5.4	Comparação entre as curvas força-deslocamento no meio da viga para o modelo IM submetido à flexão no eixo não-múltiplo.	93

Figura 5.5	Comparação entre as curvas força-deslocamento no meio da viga para o modelo IM submetido à flexão no eixo múltiplo.	93
Figura 5.6	Comparação entre as curvas força-deslocamento no meio da viga para o modelo UM submetido à flexão no eixo não-múltiplo.	96
Figura 5.7	Comparação entre as curvas força-deslocamento no meio da viga para o modelo UM submetido à flexão no eixo múltiplo.	97
Figura 5.8	Comparação entre as curvas força-deslocamento do pilar para o modelo IM submetido à compressão.	99
Figura 5.9	Comparação entre as curvas força-deslocamento do pilar para o modelo UM submetido à compressão.	100
Figura 5.10	Influência do tamanho da malha na curva momento-deslocamento no meio da viga para o modelo IM submetido à flexão (a) no eixo não-múltiplo e (b) no eixo múltiplo.	102
Figura 5.11	Influência do tamanho da malha na curva momento-deslocamento no meio da viga para o modelo UM submetido à flexão (a) no eixo não-múltiplo e (b) no eixo múltiplo.	102
Figura 5.12	Influência do tamanho da malha na curva força-deslocamento do pilar submetido à compressão para os modelos (a) IM e (b) UM.	103
Figura 5.13	Comparação das curvas momento-deslocamento entre modelos de aço e mistos, IA e IM, para o carregamento à flexão nos eixos: a) não-múltiplo; b) múltiplo.	105
Figura 5.14	Comparação das curvas momento-deslocamento entre modelos de aço e mistos, UA e UM, para o carregamento à flexão nos eixos: a) não-múltiplo; b) múltiplo.	105
Figura 5.15	Comparação da curva força-deslocamento, para o carregamento à compressão, entre modelos de aço e mistos com perfis: a) tipo I; b) tipo U.	106
Figura 5.16	Esquema para flexão no eixo múltiplo dos modelos de aço: (a) componentes e carregamento, e (b) diagrama de esforço normal.	108
Figura 5.17	Comportamento da tensão avaliada no perfil de aço no meio da viga, para o modelo IM submetido à flexão no eixo não-múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.	110
Figura 5.18	Comportamento da tensão avaliada no conector central, para o modelo IM submetido à flexão no eixo não-múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.	111
Figura 5.19	Comportamento da tensão avaliada na região central das armaduras, para o modelo IM submetido à flexão no eixo não-múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.	111
Figura 5.20	Fissuração do concreto, avaliada através do parâmetro de dano à tração, para o modelo IM submetido à flexão no eixo não-múltiplo: Vista isométrica e da face inferior.	112
Figura 5.21	Comportamento da tensão avaliada nos perfis de aço no meio da viga, para o modelo IM submetido à flexão no eixo múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.	112

- Figura 5.22 Comportamento da tensão avaliada no conector central, para o modelo IM submetido à flexão no eixo múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões. 113
- Figura 5.23 Comportamento da tensão avaliada na região central das armaduras, para o modelo IM submetido à flexão no eixo múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões. 113
- Figura 5.24 Fissuração do concreto, avaliada através do parâmetro de dano à tração, para o modelo IM submetido à flexão no eixo múltiplo: Vista isométrica e da face esquerda. 114
- Figura 5.25 Comportamento da tensão avaliada no perfil de aço no meio da viga, para o modelo UM submetido à flexão no eixo não-múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões. 115
- Figura 5.26 Comportamento da tensão no conector central, para o modelo UM submetido à flexão no eixo não-múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões. 115
- Figura 5.27 Comportamento da tensão avaliada na região central das armaduras, para o modelo UM submetido à flexão no eixo não-múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões. 116
- Figura 5.28 Fissuração do concreto, avaliada através do parâmetro de dano à tração, para o modelo UM submetido à flexão no eixo não-múltiplo: Vista isométrica e da face inferior. 116
- Figura 5.29 Comportamento da tensão avaliada no perfil de aço no meio da viga, para o modelo UM submetido à flexão no eixo múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões. 117
- Figura 5.30 Comportamento da tensão avaliada no conector central, para o modelo UM submetido à flexão no eixo múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões. 117
- Figura 5.31 Comportamento da tensão avaliada na região central das armaduras, para o modelo UM submetido à flexão no eixo múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões. 118
- Figura 5.32 Fissuração do concreto, avaliada através do parâmetro de dano à tração, para o modelo UM submetido à flexão no eixo múltiplo: Vista isométrica e da face esquerda. 118
- Figura 5.33 Comportamento da tensão avaliada no perfil de aço na região mais deformada do pilar, para o modelo IM submetido à compressão: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões. 120
- Figura 5.34 Comportamento da tensão avaliada no conector localizado na região mais deformada do pilar, para o modelo IM submetido à compressão: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões. 120
- Figura 5.35 Comportamento da tensão avaliada nas armaduras na região mais deformada do pilar, para o modelo IM submetido à compressão: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões. 121

Figura 5.36 Fissuração do concreto, avaliada através do parâmetro de dano à tração, para o modelo IM submetido à compressão: Vista isométrica e da face inferior.	121
Figura 5.37 Comportamento da tensão avaliada no perfil de aço na região mais deformada do pilar, para o modelo UM submetido à compressão: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.	122
Figura 5.38 Comportamento da tensão avaliada no conector localizado na região mais deformada do pilar, para o modelo UM submetido à compressão: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.	122
Figura 5.39 Comportamento da tensão avaliada nas armaduras na região mais deformada do pilar, para o modelo UM submetido à compressão: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.	123
Figura 5.40 Fissuração do concreto, avaliada através do parâmetro de dano à tração, para o modelo UM submetido à compressão: Vista isométrica e da face inferior.	123
Figura 5.41 Modelo IM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo não-múltiplo: (a) Gráfico força-deslocamento; (b) Distribuição de tensões no pilar deformado submetido à carga com excentricidade de 400mm.	124
Figura 5.42 Modelo IM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo múltiplo: (a) Gráfico força-deslocamento; (b) Distribuição de tensões no pilar deformado submetido à carga com excentricidade de 400mm.	125
Figura 5.43 Modelo UM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo não-múltiplo: (a) Gráfico força-deslocamento; (b) Distribuição de tensões no pilar deformado submetido à carga com excentricidade de 400mm.	126
Figura 5.44 Modelo UM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo múltiplo: (a) Gráfico força-deslocamento; (b) Distribuição de tensões no pilar deformado submetido à carga com excentricidade de 400mm.	127
Figura 5.45 Pontos Normal-Momento fletor do modelo numérico em comparação com o diagrama de interação previsto pela NBR 8800, para o modelo IM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo: (a) não-múltiplo; (b) múltiplo.	128
Figura 5.46 Pontos Normal-Momento fletor do modelo numérico em comparação com o diagrama de interação previsto pela NBR 8800, para o modelo UM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo: (a) não-múltiplo; (b) múltiplo.	128
Figura 6.1 Planta de cobertura do galpão estudado como exemplo de aplicação, com dimensões em metros.	129
Figura 6.2 Pórtico submetido a carregamento da combinação 1: (a) Cargas utilizadas; (b) Esforços solicitantes.	132
Figura 6.3 Pórtico submetido a carregamento da combinação 3: (a) Cargas utilizadas; (b) Esforços solicitantes.	132

Figura 6.4	Deformada do pórtico central do galpão estudado.	134
Figura 7.1	Comparação entre as curvas força-deslocamento para diferentes números de conectores, considerando carregamento de: (a) flexão em relação ao eixo não-múltiplo; (b) flexão em relação ao eixo múltiplo; (c) compressão.	137
Figura 7.2	(a) Disposição original dos conectores; (b) Disposição invertida dos conectores.	138
Figura 7.3	Comparação entre as curvas força-deslocamento para os dois tipos de disposição dos conectores, considerando carregamento de: (a) flexão em relação ao eixo não-múltiplo; (b) flexão em relação ao eixo múltiplo; (c) compressão.	139
Figura 7.4	Comparação entre as curvas força-deslocamento para diferentes valores de $f_{ck}$ do concreto, considerando carregamento de: (a) flexão em relação ao eixo não-múltiplo; (b) flexão em relação ao eixo múltiplo; (c) compressão.	140
Figura 7.5	Comparação entre as curvas força-deslocamento para diferentes diâmetros da armadura longitudinal, considerando carregamento de: (a) flexão em relação ao eixo não-múltiplo; (b) flexão em relação ao eixo múltiplo; (c) compressão.	142

## Lista de tabelas

Tabela 2.1	Esforços correspondentes a cada ponto do diagrama simplificado de interação entre normal e momento fletor.	49
Tabela 4.1	Parâmetros de entrada para o modelo Concrete Damage Plasticity no Abaqus.	76
Tabela 5.1	Propriedades dos materiais para o cálculo da resistência dos modelos mistos.	85
Tabela 5.2	Propriedades geométricas da seção do modelo IM.	86
Tabela 5.3	Posição da LNP e módulos plásticos nas regiões a $2h_n$ , para cada eixo de flexão do modelo IM.	87
Tabela 5.4	Propriedades geométricas da seção do modelo UM.	88
Tabela 5.5	Posição da LNP e módulos plásticos nas regiões a $2h_n$ , para cada eixo de flexão do modelo UM.	89
Tabela 5.6	Parâmetros correspondentes ao início da plastificação para os modelos submetidos a flexão.	91
Tabela 5.7	Parâmetros correspondentes à carga axial máxima, para os modelos submetidos à compressão.	91
Tabela 5.8	Comparação da carga máxima atingida pelo modelo IM à flexão.	94
Tabela 5.9	Comparação da carga de escoamento do modelo IM à flexão.	94
Tabela 5.10	Comparação do deslocamento para uma força de 50kN atuando no modelo IM à flexão.	95
Tabela 5.11	Comparação da rigidez à flexão do modelo IM à flexão.	96
Tabela 5.12	Comparação da carga máxima atingida pelo modelo UM à flexão.	97
Tabela 5.13	Comparação da carga de escoamento do modelo UM à flexão.	98
Tabela 5.14	Comparação do deslocamento para uma força de 50kN atuando no modelo UM à flexão.	98
Tabela 5.15	Comparação da rigidez à flexão do modelo UM à flexão.	98
Tabela 5.16	Comparação da carga máxima atingida pelos modelos IM e UM à compressão.	100
Tabela 5.17	Comparação do deslocamento para a força máxima atuando nos modelos à compressão.	101
Tabela 5.18	Comparação da rigidez axial equivalente dos modelos à compressão.	101
Tabela 5.19	Comparação entre os parâmetros de força máxima considerando diferentes tamanhos de malha.	103
Tabela 5.20	Comparação entre o tempo computacional de análise, considerando diferentes tamanhos de malha.	104
Tabela 5.21	Comparação entre a força última dos modelos mistos e dos modelos de aço submetidos à flexão.	106
Tabela 5.22	Comparação entre a carga máxima dos modelos mistos e dos modelos de aço submetidos à compressão.	107

Tabela 5.23	Cargas últimas e máximas para os modelos de aço.	107
Tabela 5.24	Comparação entre a rigidez à flexão dos modelos mistos e dos modelos de aço.	108
Tabela 5.25	Comparação entre a rigidez axial equivalente dos modelos mistos e dos modelos de aço.	108
Tabela 5.26	Comparação da força máxima do modelo IM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo não-múltiplo.	124
Tabela 5.27	Comparação da força máxima do modelo IM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo múltiplo.	125
Tabela 5.28	Comparação da força máxima do modelo UM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo não-múltiplo.	126
Tabela 5.29	Comparação da força máxima do modelo UM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo múltiplo.	127
Tabela 6.1	Cargas permanentes e variáveis consideradas para o exemplo de aplicação.	130
Tabela 6.2	Coeficientes de ponderação utilizados para as cargas do exemplo de aplicação [55].	130
Tabela 6.3	Combinações de carregamentos consideradas.	131
Tabela 6.4	Esforços solicitantes para o pórtico central.	131
Tabela 6.5	Dimensionamento da viga mais solicitada do pórtico central.	133
Tabela 6.6	Dimensionamento do pilar mais solicitado do pórtico central.	134
Tabela 7.1	Comparação entre as forças últimas, considerando diferentes números de conectores.	137
Tabela 7.2	Comparação entre as forças últimas, considerando dois tipos de disposição para os conectores.	138
Tabela 7.3	Comparação entre as forças últimas, para diferentes valores de $f_{ck}$ do concreto.	141
Tabela 7.4	Comparação entre as forças últimas, considerando diferentes diâmetros para a armadura longitudinal.	141

## Lista de símbolos

$b_c$	Distância entre os eixos das almas dos perfis de aço da seção transversal	[m]
$b_f$	Largura da mesa do perfil de aço	[m]
$b_i$	Maior dimensão paralela a um eixo de simetria da seção tubular retangular	[m]
$b_w$	Largura da alma do perfil de aço tipo U	[m]
$c$	Cobrimento da armadura longitudinal	[m]
$c_x, c_y$	Cobrimento de concreto em pilares totalmente revestidos	[m]
$d$	Altura total do perfil de aço tipo I	[m]
$d_c$	Parâmetro de dano à compressão	[-]
$d_n$	Largura do enrijecedor de borda do perfil de aço tipo U	[m]
$d_t$	Parâmetro de dano à tração	[-]
$e$	Excentricidade do carregamento	[m]
$f_{cd}$	Resistência de cálculo à compressão do concreto	[Pa]
$f_{ck}$	Resistência característica à compressão do concreto	[Pa]
$f_{cm}$	Resistência média à compressão do concreto	[Pa]
$f_{ctm}$	Resistência média à tração do concreto	[Pa]
$f_{sd}$	Resistência ao escoamento de cálculo da armadura longitudinal	[Pa]
$f_u$	Resistência à ruptura do aço à tração	[Pa]
$f_{yd}$	Resistência ao escoamento de cálculo do perfil de aço	[Pa]
$f_y$	Resistência ao escoamento do aço	[Pa]
$h_n$	Altura da linha neutra plástica da seção transversal mista	[m]
$k_{eq}$	Rigidez axial equivalente do pilar	[N/m]

$t$	Espessura do perfil tubular de aço	[m]
$t_f$	Espessura da mesa do perfil de aço tipo I	[m]
$t_n$	Espessura da chapa do perfil de aço tipo U	[m]
$t_w$	Espessura da alma do perfil de aço tipo I	[m]
$u$	Deflexão lateral do pilar devido à flexão	[m]
$(EA)_e$	Rigidez axial efetiva da seção transversal mista	[N.m <sup>2</sup> ]
$(EI)_e$	Rigidez efetiva da seção transversal mista à flexão	[N.m <sup>2</sup> ]
$A_a$	Área da seção transversal do perfil de aço	[m <sup>2</sup> ]
$A_c$	Área da seção transversal do concreto	[m <sup>2</sup> ]
$A_s$	Área da armadura longitudinal de aço	[m <sup>2</sup> ]
$D$	Diâmetro do perfil tubular de aço	[m]
$E_0$	Módulo de rigidez inicial do material no regime elástico	[Pa]
$E_a$	Módulo de elasticidade longitudinal do aço	[Pa]
$E_{c,red}$	Módulo de elasticidade longitudinal reduzido do concreto	[Pa]
$E_{cm}$	Módulo de elasticidade secante do concreto	[Pa]
$E_c$	Módulo de elasticidade longitudinal do concreto	[Pa]
$E_s$	Módulo de elasticidade longitudinal do aço da armadura	[Pa]
$I_a$	Momento de inércia da seção transversal do perfil de aço	[m <sup>4</sup> ]
$I_c$	Momento de inércia da seção transversal do concreto	[m <sup>4</sup> ]
$I_e$	Momento de inércia da seção transversal mista equivalente a uma seção de aço	[m <sup>4</sup> ]
$I_s$	Momento de inércia da seção transversal da armadura longitudinal	[m <sup>4</sup> ]
$K_c$	Fator de forma do eixo hidrostático e meridianos da seção desviadora do concreto	[-]
$KL$	Comprimento de flambagem do pilar	[m]
$L$	Comprimento destravado do pilar entre contenções laterais	[m]

$M$	Momento Fletor	[N.m]
$M_{i,Sd}$	Momentos fletores solicitantes devido às imperfeições no pilar	[N.m]
$M_{max,pl,Rd}$	Momento fletor máximo resistente de plastificação de cálculo	[N.m]
$M_{pl,a,Rd}$	Momento fletor resistente de plastificação de cálculo do perfil de aço	[N.m]
$M_{pl,Rd}$	Momento fletor resistente de plastificação de cálculo	[N.m]
$M_{pl,R}$	Momento fletor correspondente ao início da plastificação na flexão	[N.m]
$M_{Sd}$	Momentos fletores solicitantes de cálculo	[N.m]
$M_{tot,Sd}$	Momentos fletores solicitantes de cálculo totais	[N.m]
$N$	Força axial de compressão	[N]
$N_{G,Sd}$	Força axial solicitante de cálculo devido a ações permanentes e quase permanentes	[N]
$N_{max}$	Força axial máxima na compressão	[N]
$N_{pl,Rd}$	Força axial resistente de cálculo da seção à plastificação total	[N]
$N_{Rd}$	Força axial resistente de cálculo	[N]
$N_{Sd}$	Força axial solicitante de cálculo	[N]
$P_{pl}$	Carga correspondente ao início da plastificação na flexão	[N]
$P_u$	Carga última	[N]
$P_w$	Carga de início do escoamento	[N]
$T.U.$	Taxa de utilização do perfil	[-]
$V_{a,Sd}$	Força cortante solicitante de cálculo no perfil de aço	[N]
$V_{c,Sd}$	Força cortante solicitante de cálculo no concreto	[N]
$V_{pl,a,Rd}$	Força cortante resistente de cálculo do aço à plastificação	[N]
$V_{Sd}$	Força cortante solicitante de cálculo	[N]
$Z_{an}$	Módulo de resistência plástico do aço situado a $2h_n$ do eixo de flexão	$[m^3]$

$Z_a$	Módulo de resistência plástico do aço	$[m^3]$
$Z_{cn}$	Módulo de resistência plástico do concreto situado a $2h_n$ do eixo de flexão	$[m^3]$
$Z_c$	Módulo de resistência plástico do concreto não-fissurado	$[m^3]$
$Z_{sn}$	Módulo de resistência plástico da armadura de aço situada a $2h_n$ do eixo de flexão	$[m^3]$
$Z_s$	Módulo de resistência plástico da armadura de aço	$[m^3]$
$\alpha$	Coefficiente de redução da resistência do concreto devido ao efeito Rusch	[-]
$\chi$	Fator de redução associado à resistência a compressão	[-]
$\delta$	Fator de contribuição do aço no pilar misto	[-]
$\delta_{cr}$	Deflexão correspondente à carga axial máxima na compressão	[m]
$\delta_{pl}$	Deflexão correspondente ao início da plastificação na flexão	[m]
$\varepsilon$	Parâmetro de excentricidade do Concrete Damage Plasticity	[-]
$\gamma_g$	Coefficiente de ponderação das ações permanentes	[-]
$\gamma_q$	Coefficiente de ponderação das ações variáveis	[-]
$\lambda_{0,m}$	Esbeltez relativa do pilar	[-]
$\mu$	Parâmetro de viscosidade do Concrete Damage Plasticity	[-]
$\mu_x, \mu_y$	Coefficientes para verificação da flexo-compressão no modelo de cálculo II da NBR 8800	[-]
$\nu$	Coefficiente de Poisson	[-]
$\phi$	Diâmetro da barra de aço da armadura longitudinal	[m]
$\psi_0$	Fator de combinação das ações variáveis	[-]
$\rho$	Coefficiente de redução da resistência do aço devido ao cortante	[-]
$\sigma_{b0}$	Tensão de escoamento do concreto sob estado equibiaxial de tensões	[Pa]
$\sigma_{c0}$	Tensão de escoamento do concreto à compressão	[Pa]

$\sigma_{cu}$	Tensão última do concreto à compressão	[Pa]
$\sigma_{ef}$	Tensão efetiva no concreto, considerando o dano	[Pa]
$\sigma_{t0}$	Tensão de falha do concreto à tração	[Pa]
$\sigma_v$	Tensão de von mises	[Pa]
$\varepsilon_{0c}^{el}$	Deformação elástica à compressão do concreto sem dano	[-]
$\varepsilon_{0t}^{el}$	Deformação elástica à tração do concreto sem dano	[-]
$\varepsilon_{c1}$	Deformação na tensão de pico do concreto à compressão	[]
$\varepsilon_{cu1}$	Deformação última do concreto à compressão	[]
$\varepsilon_c^{el}$	Deformação elástica do concreto à compressão	[-]
$\varepsilon_c^{in}$	Deformação inelástica do concreto à compressão	[-]
$\varepsilon_c^{pl}$	Deformação plástica do concreto à compressão	[-]
$\varepsilon_t^{ck}$	Deformação inelástica de fissuração do concreto à tração	[-]
$\varepsilon_t^{el}$	Deformação elástica do concreto à tração	[-]
$\varepsilon_t^{pl}$	Deformação plástica do concreto à tração	[-]
$\varphi$	Coefficiente de fluência do concreto	[-]
$\Psi$	Ângulo de dilatância do concreto	[-]
AASHTO	American Association of State Highways and Transportation Official	
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas	
BS	British Standard	
CDP	Concrete Damage Plasticity	
EN	European Norm	
LNP	Linha Neutra Plástica	
NBR	Norma Brasileira Registrada	

# 1 Introdução

## 1.1 Motivação

Uma determinada estrutura é denominada de estrutura mista quando consiste na associação de dois ou mais materiais que irão trabalhar juntos para resistir às solicitações. Segundo Figueiredo [1], essa associação é feita com o objetivo de que a estrutura mista possa combinar as vantagens que cada componente possa oferecer. No caso do concreto e do aço, combina-se a resistência à compressão e o baixo custo do primeiro, com o bom comportamento à flexão do segundo.

Devido às vantagens que a associação desses materiais pode trazer, o uso de estruturas mistas de aço e concreto foi se tornando cada vez mais comum na indústria da construção civil. Acompanhando esse crescimento, várias pesquisas foram sendo desenvolvidas para avaliar as características desse tipo de estrutura, e as normas técnicas foram incorporando esse conhecimento adquirido.

Quando o elemento estrutural misto está sujeito a esforços de compressão ou flexo-compressão, é denominado de pilar misto. Neste trabalho, apesar de também serem realizados estudos de flexão pura, o termo pilar misto também será utilizado de forma mais abrangente para se referir ao elemento estrutural estudado. Queiroz [2] fez um levantamento de diversos estudos voltados para a análise de pilares mistos, desde 1963 a 2002, demonstrando assim o interesse dos pesquisadores em entender melhor esse tipo de estrutura.

Apesar do avanço das pesquisas nessa área ter sido notável ao longo dos anos, o estudo de estruturas mistas ainda é uma área com bastante potencial. Isso se deve à demanda do mercado da construção civil por novas soluções estruturais mais eficientes e mais baratas, bem como ao fato de existirem diversos parâmetros que podem influenciar o comportamento desse tipo de elemento estrutural.

É nesse contexto que o presente trabalho visa analisar sistemas de pilar misto de seção composta, idealizado pelo Prof. Sebastião Arthur Lopes de Andrade, que apresente resistência elevada em relação a outras soluções estruturais, e seja viável do ponto de vista construtivo e econômico. O trabalho foi direcionado a um estudo teórico sobre as seções propostas, e à modelagem computacional.

## 1.2 Objetivos

O objetivo desta dissertação é desenvolver um estudo teórico e numérico sobre pilares mistos de seção composta por dois perfis de aço, tipo I ou tipo U enrijecidos (Figuras 1.1 e 1.2), conectados por perfis I, e preenchidos com concreto armado.

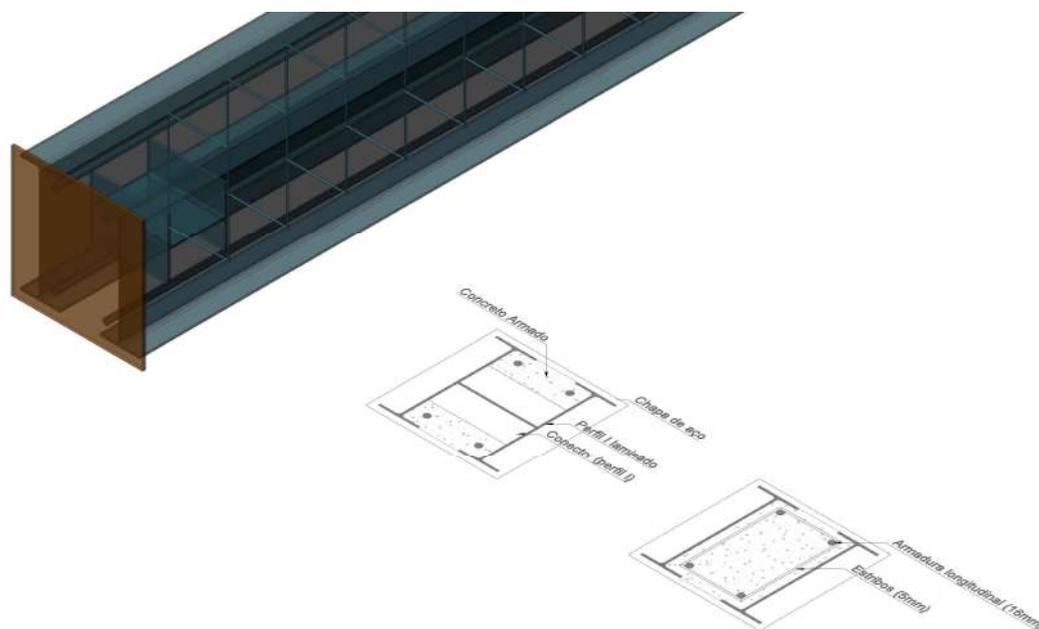


Figura 1.1: Esquema ilustrativo do sistema proposto com perfis I.

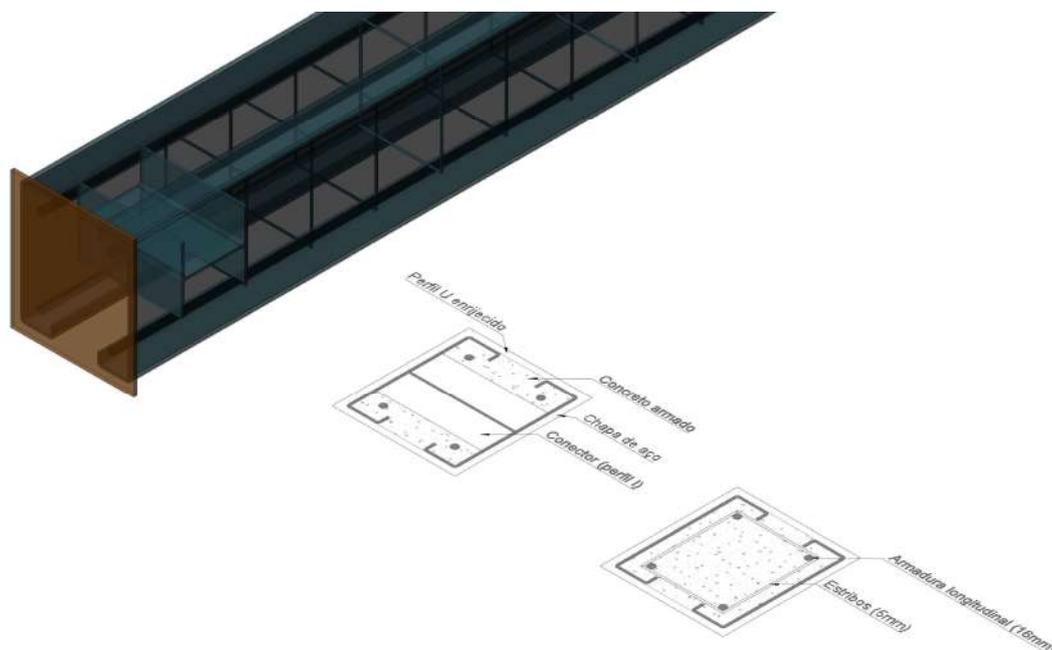


Figura 1.2: Esquema ilustrativo do sistema proposto com perfis U.

De modo mais específico, este trabalho tem por objetivo:

1. Realizar estudo teórico do sistema de pilar misto proposto, avaliando resistências, rigidezes e deslocamentos;
2. Modelar computacionalmente o sistema proposto, utilizando o método de elementos finitos;
3. Comparar os diferentes resultados numéricos com os resultados obtidos de acordo com as normas técnicas, e com alguns resultados experimentais de estudos anteriores;
4. Avaliar a viabilidade econômica do sistema misto proposto, através da comparação com um sistema composto apenas por perfis de aço em um estudo de caso;
5. Realizar um estudo paramétrico para avaliar a influência de determinados fatores na resistência do pilar e no comportamento da curva momento/força-deslocamento;

### 1.3

#### Estrutura do texto

O texto do presente trabalho foi dividido em 8 capítulos de forma a tentar facilitar a compreensão do mesmo. Este primeiro capítulo introduz o tema da dissertação, apresentando a motivação para o trabalho, bem como os objetivos que se espera alcançar com o mesmo.

O capítulo 2 traz uma revisão bibliográfica do assunto, em que se pretende abordar as principais características de estruturas mistas, e mais especificamente pilares mistos, conforme descrito na literatura. Também são descritos diversos estudos sobre pilares mistos já realizados ao longo dos anos, e por fim, são apresentadas as normas de dimensionamento segundo a ABNT NBR 8800:2008 [3] e o Eurocode 4 (EN 1994-1-1 [4]).

No capítulo 3, é feita a descrição das características dos modelos propostos, do processo de fabricação, e de suas vantagens e desvantagens. Além disso, é apresentado o modelo de cálculo considerado para os modelos.

O capítulo 4 trata da análise numérica, apresentando modelo constitutivo considerado para cada material, o modelo geométrico, condições de contorno, o tipo de elemento finito e de análise considerados.

No capítulo 5, são apresentados os resultados obtidos por meio da modelagem para os modelos estudados, e comparados com o esperado pela teoria. Também é realizada uma validação do modelo numérico baseado em resultados experimentais previamente obtidos de outros estudos, e na variação dos resultados de acordo com o tamanho da malha de elementos finitos.

No capítulo 6, é realizado um exemplo de dimensionamento, para demonstrar a aplicabilidade dos sistemas mistos estudados à estrutura de um galpão, considerando seções com perfis I e U enrijecidos, e comparar com uma solução estrutural composta apenas por perfis de aço.

Já no capítulo 7, é realizado o estudo paramétrico com base no modelo numérico descrito no capítulo 4. Parâmetros como número de conectores no pilar, disposição dos conectores, resistência do concreto e diâmetro da armadura longitudinal, são avaliados por meio de diferentes modelos numéricos.

Por fim, o capítulo 8 apresenta as conclusões finais obtidas a partir dos resultados, bem como sugestões para trabalhos futuros.

## 2

### Revisão Bibliográfica

#### 2.1

##### Estruturas mistas em aço e concreto

Uma estrutura mista de aço e concreto caracteriza-se pela combinação dos dois materiais de modo que eles trabalhem juntos, e se obtenha uma combinação das vantagens de ambos. De acordo com Griffis [5], as primeiras construções mistas de que se tem relato datam do século XIX; nos Estados Unidos, as primeiras construções mistas datam de 1894, quando foram construídos o *Methodist Building* em Pittsburgh e a ponte *Rock Rapids Bridge*, em Iowa. Quando, em 1897, um incêndio em um prédio vizinho se espalhou atingindo o *Methodist Building*, e a estrutura do mesmo manteve-se intacta, constatou-se uma das vantagens da construção mista, a proteção do aço contra o fogo proporcionada pelo concreto.

A partir de então, com o aumento do número de construções utilizando elementos estruturais mistos, a necessidade de haver mais pesquisas para entender melhor o comportamento desse tipo de estrutura aumentou, e em 1908 realizou-se um conjunto de testes em pilares mistos na Universidade de Columbia. Já o primeiro registro de normas técnicas americanas se referindo à construção mista foi em 1930, no *New York Building Code* [5].

Segundo Malite [6], também foi a partir desse ano de 1930 que se pôde dizer que o sistema misto já estava bem definido com métodos de dimensionamento bem estabelecidos. Em 1944, a *American Association of State Highways Official* (AASHTO) introduziu o tema pela primeira vez em suas normas. Já no Brasil, a construção mista ficou limitada a alguns edifícios e pequenas pontes construídos na década de 50.

De Nardin [7] afirma que a utilização de sistemas mistos em construções brasileiras ainda é restrita a poucas obras devido ao fato de engenheiros, arquitetos e construtores se sentirem mais confortáveis com estruturas de concreto armado. Já em países como Estados Unidos, Canadá, China, Japão, Alemanha, Inglaterra e Austrália, estruturas mistas são largamente empregadas em pontes e edifícios altos.

Alva [8] afirma que, no Brasil, a linha de pesquisa em estruturas mistas de aço e concreto só se iniciou com os trabalhos de mestrado e doutorado de Malite [6], no início da década de 90, e foi impulsionada pela crescente demanda de estruturas

metálicas para construção de edifícios de múltiplos pavimentos no país a partir da década de 80. Desse modo, em contraste com outros países onde esse tipo de sistema já é amplamente empregado em edifícios altos e pontes desde o século XX, pesquisas e trabalhos adequados à realidade brasileira vieram a ser desenvolvidos mais recentemente.

A primeira norma técnica brasileira a abordar o assunto de estruturas mistas foi a NBR 8800 - *Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios*, de 1986, que abordava apenas vigas mistas (elementos submetidos a flexão) [1]. Atualmente, o dimensionamento de estruturas mistas (lajes, pilares, vigas e ligações) é abordado nos anexos O, P, Q e R da NBR 8800:2008 [3]. A NBR 14323:2003 - *Dimensionamento de Estruturas de Aço e Mistas de Edifícios em Situações de Incêndio* [9] também aborda o dimensionamento de vigas, lajes e pilares mistos e os detalhes construtivos de estruturas mistas em seus anexos A, B, C e D.

O sucesso que o sistema misto alcançou em vários países, sendo utilizado principalmente em diversas construções de edifícios altos, justifica-se pelas numerosas vantagens que a combinação entre aço e concreto pode trazer. Enquanto o concreto tem a vantagem de ter uma boa resistência à compressão e boa rigidez suportando altas cargas de compressão por um baixo custo, o aço tem a vantagem de trabalhar bem à flexão, apresentando um baixo peso próprio (resultando em menos custo na fundação) e sendo de rápida execução.

As vantagens trazidas pelo uso de sistemas mistos podem ser sumarizadas nos tópicos a seguir [1, 5]:

1. Custos reduzidos em relação a estruturas de aço;
2. Redução de custos com proteção ao fogo e à corrosão, em comparação com estruturas de aço;
3. Peso reduzido em relação a estruturas de concreto armado;
4. Redução ou eliminação do uso de formas e escoramentos;
5. Redução da dimensão das seções transversais;
6. Maior velocidade de construção, permitindo que o prédio se erga verticalmente mais rápido e possibilitando que a ocupação do prédio seja adiantada;
7. Obtenção de elementos mais rígidos, devido à inclusão do concreto, ajudando a reduzir problemas de instabilidade sem aumentar muito o peso da estrutura.

Além das vantagens listadas, Zandonini [10] também atribui o crescente uso de estruturas mistas devido aos seguintes fatores:

- Os avanços tecnológicos na fabricação de perfis tubulares e conectores metálicos, que diminui custos, tornando o acesso a esses materiais mais acessível;
- Os avanços tecnológicos que permitiram obter concretos e aços de maior resistência;
- A necessidade crescente da indústria da construção de atender prazos de entrega, exigindo sistemas estruturais rápidos e de fácil execução como os sistemas mistos;
- A exigência de grandes áreas livres pelos projetos arquitetônicos, o que demanda maiores vãos para vigas e maior força nos pilares, ou seja, elementos mais resistentes e rígidos mas com pequena seção transversal.

Johnson [11] afirma que o sistema misto torna-se mais competitivo quando se tem mais estruturas com vão médios a longos, quando um reduzido tempo de construção é uma variável importante, e quando um nível baixo a médio de proteção do aço ao fogo é suficiente.

## 2.2

### Pilares mistos

Pilares mistos são elementos estruturais solicitados a compressão ou flexo-compressão, cuja seção é constituída de materiais aço e concreto, atuando em conjunto. Segundo Campos [12], essa interação entre os materiais deve ser garantida por meio de adesão, atrito ou ligação mecânica com conectores.

Segundo De Nardin [7], o tipo de elemento misto que surgiu primeiro foram vigas de seção I revestidas com concreto, o qual tinha sua capacidade estrutural desprezada, e servia apenas para proteger o perfil de aço do fogo. Em sequência, fez-se o mesmo com pilares metálicos, surgindo-se os pilares mistos.

A partir da primeira pesquisa realizada com pilares mistos, em 1908 [5], o objetivo passou a ser estudar o comportamento desse tipo de elemento estrutural e investigar como a interação entre aço e concreto poderia ser benéfica em termos de resistência estrutural e rigidez. Ou seja, começou-se a estudar modelos de cálculo para poder aproveitar a capacidade estrutural dos dois materiais, e não apenas utilizar o concreto para proteção ao fogo, como era feito até meados de 1950 [11].

O uso de pilares mistos pode ser encontrado tanto em edifícios de pequeno porte, como é o caso de galpões, como também em edifícios altos. Nesse último caso, é comum dispor de pilares mistos no perímetro do edifício de modo que, juntamente com as vigas de extremidades, ajude a resistir ao carregamento lateral. Em termos de custo, e em comparação com colunas de aço, pilares mistos são aproximadamente 11 vezes mais eficazes economicamente para resistir a cargas de compressão, e cerca de 8,5 vezes para resistir a deformação axial [5].

De acordo com Fabrizzi [13], é possível transformar um pilar de concreto ou aço em um pilar misto, para recuperação da estrutura, sem grandes alterações na arquitetura. No caso de um pilar de aço, pode-se concretar ao redor do perfil, utilizando formas, e no caso do concreto, pode-se chumbar chapas metálicas ao redor do pilar. Além disso, pilares mistos seriam preferíveis para combater ações sísmicas, quando comparados ao concreto, pois o núcleo de aço possui grande resistência ao cortante e comportamento dúctil ao carregamento cíclico.

Galambos [14] sugere que os pilares mistos devem ser projetados de modo que, quando possível, o concreto trabalhe a compressão e o aço a tração, para aproveitar assim, ao máximo a eficiência dos materiais. Além disso, também pode-se tirar vantagem da interação entre os materiais, de modo que o concreto limite problemas de flambagem local e global, e o aço, no caso de perfis preenchidos, confine o concreto, ajudando a aumentar sua ductilidade.

Quanto à classificação, os pilares mistos podem ser divididos em 2 principais tipos, revestidos e preenchidos. A seguir, serão abordadas as principais características dos dois tipos, e de outros tipos de pilares mistos.

### 2.2.1

#### Pilares mistos revestidos

Os pilares mistos revestidos caracterizam-se pelo envolvimento do elemento estrutural em aço, composto de um ou mais perfis, por concreto. Esse foi o primeiro tipo de pilar a surgir e ser estudado [7].

Esse tipo de pilar pode ser totalmente ou parcialmente revestido. No primeiro caso, o revestimento de concreto engloba todo o perfil, havendo um cobrimento em todo seu contorno (Figura 2.1). Já o pilar parcialmente revestido (Figura 2.2) é normalmente formado por perfis tipo I ou H, e apenas o espaço entre suas mesas é preenchido com concreto.

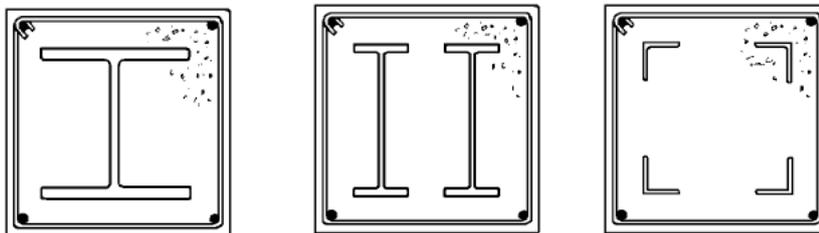


Figura 2.1: Exemplos de pilares mistos totalmente revestidos. [1]

Entre as vantagens dos pilares totalmente revestidos pode-se citar o aumento da resistência devido ao trabalho conjunto entre aço e concreto, o que reduz a possibilidade de flambagem global e local e a proteção do perfil de aço ao fogo

e corrosão. A principal desvantagem está na necessidade de uso de formas para concretagem, o que torna a execução mais trabalhosa. [1, 7]

O uso de formas, apesar de ser uma desvantagem, traz mais flexibilidade, de forma que o pilar pode ter a forma que se desejar. Segundo Bianchi [15], normalmente se opta por formas retangulares ou quadradas, com armaduras longitudinais nos 4 cantos e estribos, de tal forma que esse arranjo permite que se conecte vigas em pilares sem interromper a continuidade das barras verticais.

O uso de barras de armadura é necessário e recomendado por norma, para os pilares totalmente e parcialmente revestidos, para combater o fendilhamento na capa de concreto [7]. Além disso, Bergmann [16] afirma que a armação também controla a expansão lateral do concreto e a desagregação do revestimento.

O Eurocode 4 [4] foi a primeira norma a trazer recomendações para os pilares parcialmente revestidos. O processo de concretagem consiste em posicionar o pilar na horizontal e concretar um lado do pilar, e 24 horas depois, virar o pilar e finalizar a concretagem do outro lado. Para evitar o deslocamento do concreto em relação ao aço, o uso de conectores como o do tipo pino com cabeça é recomendado [16].

Uma vantagem dos pilares parcialmente revestidos é que a soldagem de conectores com outros elementos estruturais é facilitada, já que parte da seção de aço fica aparente. Pelo mesmo motivo, a proteção contra o fogo não é suficiente já que existe concreto apenas entre as mesas, e deve-se utilizar outros meios para proteger melhor o perfil de aço [15].

### 2.2.2

#### Pilares mistos preenchidos

No caso dos pilares mistos preenchidos, o perfil de aço é tubular, normalmente retangular, quadrado ou circular, e seu interior é preenchido com concreto de qualidade estrutural (Figura 2.3). Dessa forma, esse tipo de pilar dispensa o uso de formas e armaduras, facilitando a sua execução [1].

Bridge e Webb [17] afirmam que uma das vantagens desse tipo de pilar é que não necessitam de equipamentos especiais para montagem, pois os perfis tubulares são, em geral, mais leves que os perfis laminados e soldados. A aderência entre o aço

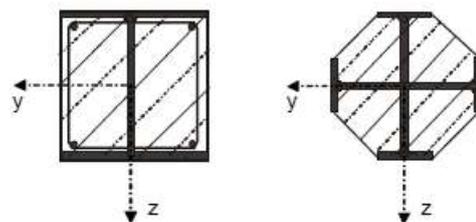


Figura 2.2: Exemplos de pilares mistos parcialmente revestidos. [12]

e concreto é favorecida pela rugosidade da superfície do tubo, e pelas imperfeições da própria seção transversal [1].

De acordo com Figueiredo [1], é possível considerar o efeito do confinamento do concreto pelo perfil metálico, o que aumenta a resistência do concreto e, apesar de haver uma redução da resistência axial do tubo de aço, resulta em um aumento de resistência global do pilar misto. Simões [18] concluiu, com base em resultados experimentais, que o concreto confinado em pilares mistos apresenta aumento de resistência em relação a um concreto não confinado.

Esse resultado é compatível com o obtido por Knowles e Park, *apud* Queiroz [2], que concluíram em ensaios que, a partir de certa deformação axial de compressão do concreto, o mesmo aumenta de volume e o tubo de aço passa a exercer um efeito de confinamento no concreto, o qual tem sua capacidade de carga axial aumentada.

Bonaldo [19] explica que em pilares mistos preenchidos com concreto, nos estágios iniciais de carregamento, o coeficiente de Poisson do concreto é menor do que o aço, e portanto esse último não exerce pressão sobre o primeiro. Com o aumento da deformação longitudinal do perfil, a expansão lateral do concreto gradualmente torna-se maior que a do aço, e uma pressão radial surge na interface dos dois materiais, caracterizando o efeito do confinamento no concreto. Dessa forma, o núcleo de concreto passa a ficar submetido a um estado triaxial de tensões de compressão, enquanto o perfil de aço fica submetido a um estado biaxial (tensões longitudinais de compressão e circunferenciais de tração).

Além do benefício do confinamento, o concreto ajuda a prevenir a ocorrência de flambagem local do perfil de aço [12]. A Figura 2.4 apresenta uma ilustração comparativa entre os modos de flambagem de um pilar de aço e um pilar misto preenchido. Nota-se que a presença do concreto limita a flambagem do perfil de aço.

Segundo De Nardin [7], devido a essas vantagens, os pilares preenchidos vêm sendo bastante usados em viadutos, pontes, cais de porto e, principalmente, em edifícios altos. Além das vantagens do ponto de vista estrutural, esse tipo de pilar é bastante competitivo em construções que prezam pela velocidade de execução e

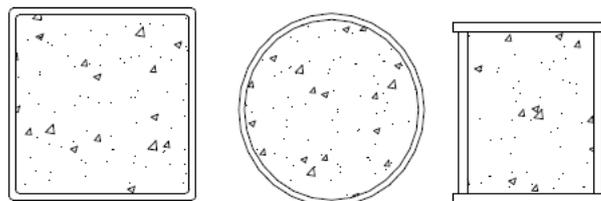


Figura 2.3: Exemplos de pilares mistos preenchidos. [7]

economia de material.

Entre as desvantagens desse tipo de perfil, pode-se citar: a falta de proteção total ao fogo, já que o concreto, apesar de atuar como dissipador de calor, não envolve o perfil de aço; a dificuldade de colocação de conectores de cisalhamento, quando estes são necessários; e a dificuldade construtiva na execução de ligações entre vigas e pilares.

### 2.2.3 Outros tipos de pilares mistos

Um outro tipo de pilar misto, que não pode ser enquadrado nas categorias acima citadas, são os chamados pilares tipo *battened*, que consistem de dois perfis U ligados por tala e preenchidos por concreto, conforme ilustra a Figura 2.5.

Em comparação com pilares preenchidos comuns, têm como vantagem poder ter sua capacidade de carga elevada ao se aumentar a distância entre os perfis U que o compõem, além da parte interna do pilar ser de fácil acesso, o que facilita as conexões com as vigas. Já comparando com pilares revestidos, tem a vantagem de

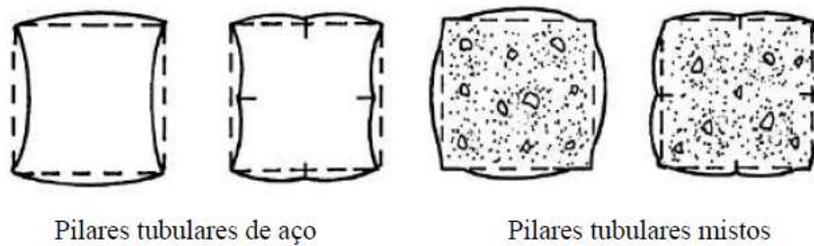


Figura 2.4: Comparação entre os modos de flambagem de um pilar de aço e um pilar misto preenchido. [12]

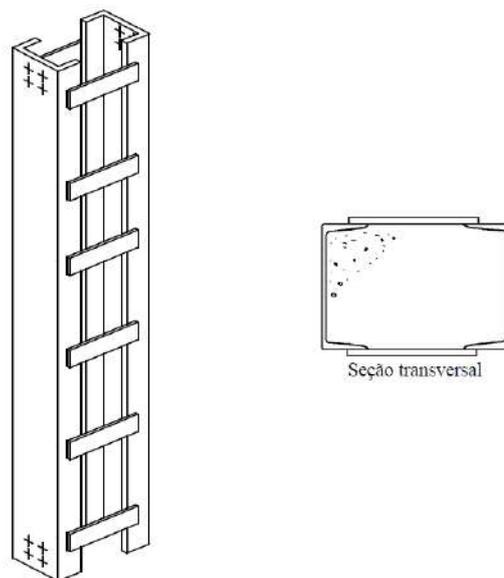


Figura 2.5: Pilar misto tipo "battened". [1]

não necessitar de armadura e requerer apenas uma fôrma mais simples e barata [1].

Hunaiti *et al* (1992), *apud* [1], mostrou, a partir de resultados experimentais, que o comportamento desse tipo de pilar é bastante semelhante ao de pilares preenchidos de seção retangular. Szmigiera [20] também estudou o comportamento de pilares "battened" compostos por dois perfis HE160A (Figura 2.6), constatando a semelhança de comportamento notada por Hunaiti. Apesar das pesquisas envolvendo esse tipo de pilar, ele ainda não é citado em nenhuma das principais normas técnicas de pilares mistos.

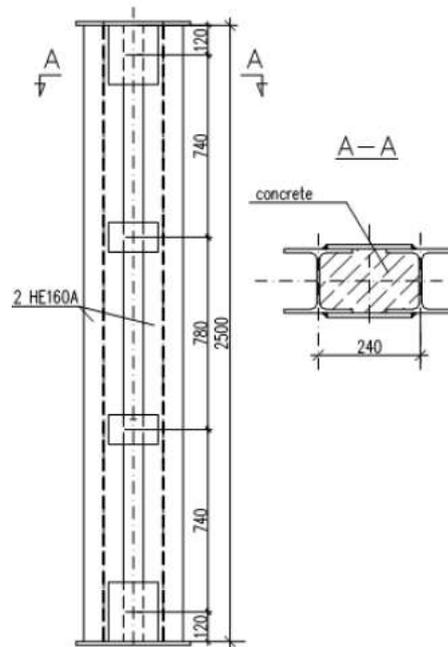


Figura 2.6: Esquema de pilar tipo "battened" ensaiado por Szmigiera. [20]

A combinação de aço e concreto trabalhando juntos em um elemento estrutural sob compressão ou flexo-compressão, pode resultar nos mais variados tipos de pilares mistos (Figura 2.7). O pilar misto a ser estudado nessa dissertação também não pode ser classificado com revestido ou preenchido, mas pode ser considerado uma variação de um pilar *battened*, em que, ao invés das talas, são utilizados conectores metálicos entre os perfis de aço, para aumentar a distância entre os mesmos.

### 2.3

#### Estudos sobre pilares mistos

A partir da década de 60, começaram a surgir diversos estudos relativos a pilares mistos, a maioria deles de natureza experimental, para tentar entender o comportamento desse tipo de elemento. A seguir, serão descritos em ordem cronológica alguns dos estudos que avaliaram a influência de diferentes fatores no comportamento de pilares mistos submetidos a compressão ou flexo-compressão.

- Jones e Rizk [21] foram um dos primeiros a estudarem pilares mistos totalmente revestidos, variando parâmetros como comprimento do pilar, dimensão da seção transversal e quantidade de armadura, comparando a resistência com valores dados por normas de dimensionamento. Eles concluíram que o revestimento com concreto aumentou bastante a capacidade de carga quando comparado a um pilar de aço;
- Furlong [22] realizou ensaios com pilares mistos preenchidos de seção circular e quadrada, mantendo a força axial e aumentando o momento, com o objetivo de estudar a influência da espessura e comprimento do perfil, limite de escoamento do aço, quantidade de armadura longitudinal e resistência do concreto;
- Viridi e Downling [23] ensaiaram pilares mistos totalmente revestidos, com perfil de aço H e seção quadrada, submetidos a flexo-compressão, variando a excentricidade da carga, esbeltez da coluna e comprimento do pilar, e constataram uma perda de resistência para maiores comprimentos do pilar e maiores excentricidades de carga, conforme esperado;
- Mirza [24] realizou um estudo paramétrico com pilares mistos totalmente preenchidos e observou que tensões residuais no aço têm influência negativa na resistência do pilar misto e devem ser consideradas principalmente em pilares curtos. Também foi notado que o efeito de confinamento do concreto é benéfico para pilares mistos, principalmente se eles forem curtos e a excentricidade de aplicação da carga for pequena.
- Shakir-Khalil e Mouli [25] estudaram pilares misto preenchidos de seção retangular, e concluíram a partir de ensaios, que a resistência do pilar misto, em relação ao perfil de aço, cresce para maiores áreas de aço e maior

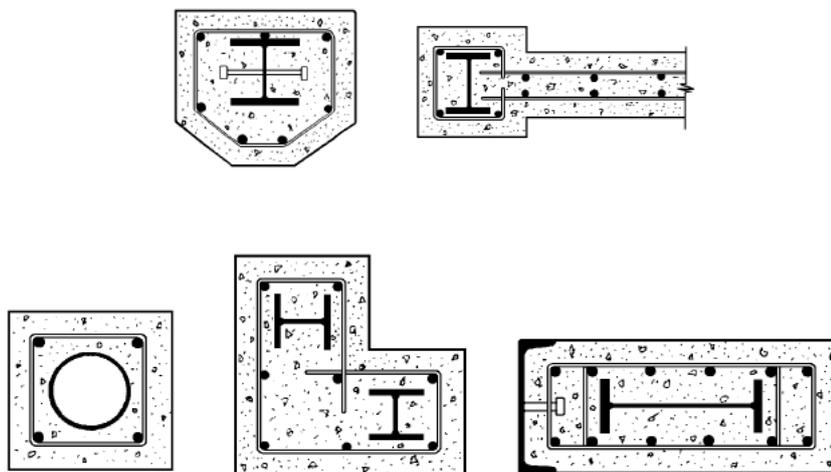


Figura 2.7: Outros tipos de pilares mistos. [1]

resistência do concreto, e tem menor aumento quando são usados aço de maior resistência ou os pilares têm maior comprimento;

- Elnashai *et al* [26] ensaiaram pilares mistos parcialmente revestidos, submetidos a carga cíclica e pseudo-dinâmica, constatando que o acréscimo de barras transversais, adicionadas para inibir a flambagem local e aumentar a interação entre aço e concreto, aumentou a capacidade de absorção de energia e ductilidade para esse tipo de carregamento;
- Mirza e Skrabek [27] realizaram estudos paramétricos para avaliar a influência de diversos fatores em pilares mistos curtos totalmente revestidos de seção quadrada, e concluíram que a resistência do concreto e a excentricidade da carga foram os fatores que exerceram maior influência na resistência do pilar, seguidos pela razão de contribuição do aço. Uma razão de 0,5 entre excentricidade e dimensão da coluna se demonstrou crítico, devido à alta influência na capacidade de carga da coluna. O estudo também indicou que o efeito do encruamento do aço pode ser desconsiderado no modelo constitutivo do material;
- Mirza e Skrabek [28] continuaram seus estudos com pilares mistos totalmente revestidos mais esbeltos, e notaram que a variação da esbeltez, a razão de contribuição do aço e a excentricidade da carga exerceram enorme influência na resistência do pilar, enquanto a resistência do concreto só foi mais significativa para pilares com menor esbeltez;
- Mirza *et al* [29] analisaram pilares mistos esbeltos de seção quadrada solicitados a combinações de cargas axiais e transversais com diferentes excentricidades, concluindo que a condição de aderência na interface dos conectores de cisalhamento com o concreto teve pouca influência na resistência última dos pilares;
- Muñoz e Hsu [30] realizaram uma análise numérico-experimental de pilares mistos totalmente revestidos de seção quadrada submetidos a flexo-compressão, em que concluíram que a resistência última do concreto e sua deformação máxima de compressão foram os fatores que mais influenciaram na resistência e curvatura dos pilares;
- Mirza [31] desenvolveu um estudo estatístico com pilares mistos totalmente revestidos, concluindo que a esbeltez do pilar, a excentricidade da carga, e a relação  $A_a \cdot f_y / A_c \cdot f_{ck}$  foram os fatores que mais influenciaram na distribuição probabilística da resistência, tanto para colunas curtas como para esbeltas ( $A_a$  é a área de aço,  $f_y$  é a resistência ao escoamento do aço,  $A_c$  a área de concreto e  $f_{ck}$  a resistência característica à compressão do concreto);

- El-Tawill e Deierlein [32] realizaram um estudo numérico para avaliar a resistência e ductilidade de pilares mistos curtos totalmente revestidos e de seção quadrada, concluindo que o uso de concretos de alta resistência reduz a ductilidade do pilar, enquanto o uso de armaduras transversais e uma maior razão de aço em relação ao concreto aumenta a ductilidade;
- Han [33] ensaiou pilares mistos de seção retangular submetidos à compressão e notou que a relação  $A_a \cdot f_y / A_c \cdot f_{ck}$  e a razão entre altura e largura do tubo de aço tiveram grande influência na carga última de compressão e na ductilidade;
- Vrcelj e Uy [34] desenvolveram um estudo paramétrico baseado em um modelo numérico calibrado por ensaios, para avaliar a influência de certos parâmetros na carga de flambagem de pilares mistos preenchidos esbeltos. Ao comparar a carga de flambagem do pilar com os resultados obtidos desconsiderando-se a flambagem local, os autores concluíram que a relação entre largura e espessura das chapas de aço que compunham o perfil e a resistência ao escoamento do aço foram os fatores cuja variação gerou mais diferença entre os dois valores;
- Ellobody *et al* [35] concluíram, a partir da modelagem numérica de diferentes pilares mistos totalmente revestidos sob carga axial excêntrica, que o aumento da resistência do aço é mais significativo para o caso de carregamento aplicado com pequena excentricidade. No caso de cargas muito excêntrica, o aumento do limite de escoamento do aço teve mais impacto no caso de colunas com concretos com  $f_{ck}$  de até 70MPa;
- Ellobody e Young [36] realizaram um estudo numérico para pilares mistos totalmente revestidos e concluíram que o uso de aço de alta resistência tem pouco efeito na resistência de pilares mistos muito esbeltos, devido ao modo de falha por flambagem;
- Cortés-Puentes *et al* [37] investigaram experimentalmente a resistência a compressão de pilares mistos de aço leve preenchidos com concreto armado e concluíram que, para colunas curtas, o confinamento do concreto provocado pelos perfis de aço gerou um aumento da resistência de cerca de 16% em comparação com o pilar de concreto não confinado. Também foi observado que pilares formado apenas com o aço leve, sem a contribuição do concreto, apresentaram 33% da resistência à tração do pilar misto, devido à ocorrência de flambagem local.

Pode-se observar, pela grande quantidade de estudos citados, o interesse existente na comunidade acadêmica em estudar o comportamento de pilares mistos e avaliar quais fatores influenciam em seu comportamento. Por se tratar de um elemento

misto, existem vários fatores que podem vir a influenciar na resistência e rigidez final do pilar, levando à necessidade da realização desses estudos.

Além da variedade de parâmetros que podem ser analisados, novos tipos de seções podem ser idealizadas na busca por elementos estruturais cada vez mais eficiente. Nesse sentido, dois trabalhos realizados em conjunto por Silva [38] e Soares [39], foram realizados em 2018 para avaliar o comportamento de um novo tipo de pilar misto a ser descrito no Capítulo 3. O primeiro focou na modelagem numérica do sistema, e comparou com os resultados experimentais obtidos pelo segundo.

O presente trabalho irá dar continuidade ao tema do trabalho iniciado pelos dois autores, avaliando um outro modelo com um tipo diferente de perfil de aço e analisando também carregamentos de compressão e flexo-compressão.

## 2.4

### Dimensionamento de pilares mistos segundo normas técnicas

O processo de divulgação do uso um determinado sistema estrutural inicia-se com a idealização do novo sistema a partir de um outro que já seja bem conhecido, seguido pelo refinamento dos cálculos de projeto para justificar seu uso [5]. Em seguida, pesquisas passam a ser conduzidas para verificar o método de cálculo, finalizando com a legalização em normas técnicas das práticas que já vinham sendo feitas.

Até meados da década de 50, utilizavam-se concretos de baixa resistência apenas para proteger o perfil de aço do fogo, sendo desprezada qualquer contribuição de resistência do concreto para o pilar misto [11]. Experimentos feitos por Faber, em 1956, demonstraram que o uso de um concreto de boa qualidade era benéfico para aumento da resistência do elemento, o que levou ao desenvolvimento do método *case strut* para dimensionamento de pilares mistos com perfis de aço seção I, o qual foi adotado inicialmente pela antiga norma britânica BS 449 (*Specification for the use of structural steel in buildings*, hoje substituída pela BS 5950). Posteriormente, foi demonstrado experimentalmente que o método era muito conservador.

Basu e Somerville (1969), apud [11], foram um dos primeiros a propor um método de cálculo que considerasse a interação aço-concreto, e o mesmo foi adotado pela norma britânica para pontes utilizada atualmente, BS 5400 (*Steel, concrete and composite bridges*). Já o Eurocode 4 [4] utiliza um método desenvolvido por Roik, Bergmann e outros pesquisadores da Universidade de Bochum, por ser um método mais abrangente e ao mesmo tempo mais simples, baseado em um modelo conceitual mais claro [11].

No Brasil, a norma técnica que aborda o dimensionamento de pilares mistos é a NBR 8800:2008 [3], sendo o método bastante semelhante ao da norma europeia

[18]. Na sequência, serão descritos os métodos de dimensionamento da NBR 8800:2008 e do Eurocode 4, nos quais será baseado o modelo de cálculo utilizado para o pilar misto estudado.

## 2.4.1 NBR 8800:2008

### 2.4.1.1 Considerações iniciais

O anexo P da NBR 8800:2008 [3] aborda o dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto, submetidos a compressão axial ou flexo-compressão, por um método simplificado. As seções transversais consideradas pela norma são apresentadas na Figura 2.8. Para utilizar as recomendações da norma, os pilares revestidos devem ter perfil de aço I ou H, laminado ou soldado, e os pilares preenchidos devem ter seção tubular retangular ou circular.

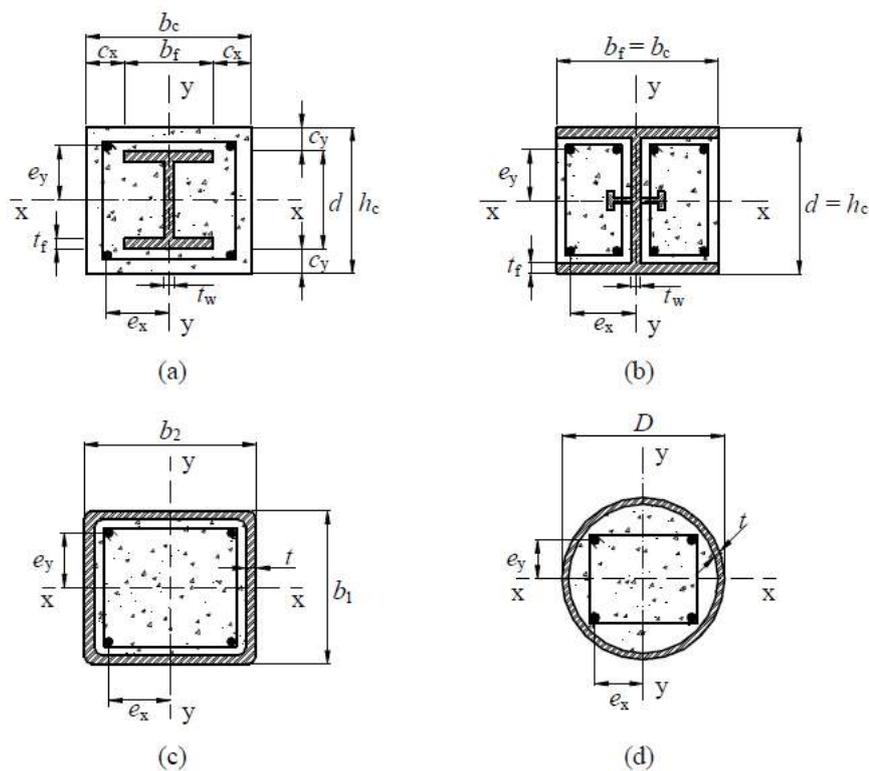


Figura 2.8: Tipos de seções transversais de pilares mistos considerados pela NBR 8800:2008 - (a) Totalmente Revestido; (b) Parcialmente Revestido; (c) e (d) Preenchidos. [3]

O método simplificado utilizado considera as seguintes hipóteses básicas: há interação completa entre aço e concreto; as imperfeições iniciais são consistentes com as utilizadas para determinar a resistência de barras de aço submetidas a

compressão axial; a flambagem local à compressão e à flexão não pode ser um estado-limite último predominante.

Para que o método seja aplicável, os seguintes limites devem ser respeitados:

- a) Os pilares mistos devem ter dupla simetria e ter seção transversal constante ao longo de seu comprimento;
- b) O concreto utilizado deve possuir densidade normal;
- c) O fator de contribuição do aço  $\delta$ , calculado conforme a eq.(2-1), deve ser superior a 0,2 e inferior a 0,9. Se  $\delta < 0,2$ , o pilar deve ser dimensionado como um pilar de concreto, de acordo com a ABNT NBR 6118:2014 [40]; caso  $\delta > 0,9$ , deve-se dimensionar o pilar considerando apenas o aço, de acordo com a própria ABNT NBR 8800:2008:

$$\delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}} \quad (2-1)$$

em que  $f_{yd}$  é a resistência ao escoamento de cálculo do aço, e  $N_{pl,Rd}$  é a força axial resistente de cálculo da seção à plastificação total, calculado conforme eq.(2-4).

- d) O valor da esbeltez relativa do pilar  $\lambda_{0,m}$ , não pode ser maior do que 2,0. Essa parâmetro é calculado conforme eq.(2-9) apresentada adiante na seção 2.4.1.2;
- e) No caso de pilares mistos preenchidos, pode-se abster do uso de armaduras no concreto, exceto quando se considera algumas condições em situação de incêndio, em que se deve utilizar a ABNT NBR 14323:2003 [9]. Em pilares revestidos, deve-se utilizar armadura longitudinal com área não inferior a 0,3% da área do concreto. A porcentagem de armadura não deve ultrapassar 4% da área de concreto (maiores porcentagens podem ser utilizadas por razões de segurança contra incêndio, mas não se pode considerar essa porcentagem a mais no dimensionamento à temperatura ambiente);
- f) A relação entre altura e largura das seções transversais retangulares deve estar entre 0,2 e 5,0;
- g) No caso de pilares totalmente revestidos, os valores para o cobrimento de concreto nos dois eixos ( $c_x$  e  $c_y$ , conforme Figura 2.8) devem ser tais que as condições em eq.(2-2) sejam satisfeitas:

$$\begin{aligned} 40mm \leq c_x \leq 0,4b_f \quad e \quad c_x \geq b_f/6 \\ 40mm \leq c_y \leq 0,3d \quad e \quad c_y \geq b_f/6 \end{aligned} \quad (2-2)$$

em que  $b_f$  é a largura da mesa do perfil de aço, e  $d$  é a altura total do perfil de aço.

- h) Se a concretagem for realizada com o pilar de aço já montado, o aço deve ser capaz de resistir isoladamente às ações aplicadas antes do concreto atingir 75% da sua resistência característica à compressão;
- i) No caso de pilares total ou parcialmente revestidos, o uso de armaduras longitudinal e transversal é exigido para garantir a integridade do concreto. A armadura longitudinal pode ou não ser considerada na resistência e rigidez do pilar misto.
- j) No caso de pilares parcialmente revestidos, a armadura transversal deve ser ancorada no perfil de aço através de furos na alma ou por conectores de cisalhamento (conforme Figura 2.8) espaçados longitudinalmente de no máximo 500mm;
- k) O projeto das armaduras deve atender aos requisitos da ABNT NBR 6118:2014 [40].

Conforme mencionado anteriormente, a norma considera que as resistências dos materiais devem ser atingidas sem que ocorra flambagem local de nenhum dos elementos. Para isso, as seguintes condições devem ser observadas:

- 1) Em seções tubulares circulares preenchidas com concreto:  $D/t \leq 0,15E_a/f_y$ , em que  $D$  é o diâmetro,  $t$  é a espessura do perfil tubular, e  $E_a$  é o módulo de elasticidade longitudinal do aço;
- 2) Em seções tubulares retangulares preenchidas com concreto:  $b_i/t \leq 2,26\sqrt{E_a/f_y}$ , em que  $b_i$  é a maior dimensão paralela a um eixo de simetria da seção;
- 3) Em seções I ou H parcialmente revestidas com concreto:  $b_f/t_f \leq 1,49\sqrt{E_a/f_y}$ , em que  $t_f$  é a largura da mesa do perfil de aço;
- 4) Em seções totalmente revestidas com concreto, ao serem respeitados os limites de cobrimentos da alínea 7, não é necessária a verificação da flambagem local, pois assume-se que o concreto que reveste completamente o aço impede a flambagem local do mesmo.

### 2.4.1.2

#### Pilares submetidos à compressão axial

A força axial resistente de cálculo  $N_{Rd}$  para pilares comprimidos axialmente, é dada pela eq.(2-3):

$$N_{Rd} = \chi N_{pl,Rd} \quad (2-3)$$

em que  $N_{pl,Rd}$  é calculado pela eq.(2-4) e  $\chi$  é um fator de redução associado a resistência à compressão, calculado pela eq.(2-8). As equações mencionadas serão apresentadas na sequência.

$$N_{pl,Rd} = N_{pl,a,Rd} + N_{pl,c,Rd} + N_{pl,s,Rd} \quad (2-4)$$

Os índices  $a$ ,  $c$  e  $s$  da eq.(2-4) indicam que são as forças axiais resistentes de cálculo à plastificação total do perfil de aço, do concreto, e da armadura longitudinal, respectivamente. As 3 parcelas são calculadas de acordo com as eq.(2-5), eq.(2-6) e eq.(2-7):

$$N_{pl,a,Rd} = f_{yd} A_a \quad (2-5)$$

$$N_{pl,c,Rd} = \alpha f_{cd} A_c \quad (2-6)$$

$$N_{pl,s,Rd} = f_{sd} A_s \quad (2-7)$$

em que  $f_{yd}$  é a resistência de cálculo ao escoamento do perfil de aço,  $A_a$  é a área do perfil de aço,  $\alpha$  é um coeficiente igual a 0,95 para seções tubulares preenchidas, e 0,85 para as demais seções,  $f_{cd}$  é a resistência de cálculo a compressão do concreto,  $A_c$  é a área do concreto,  $f_{sd}$  é a resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura e  $A_s$  é a área da armadura longitudinal.

O fator de redução  $\chi$  depende do índice de esbeltez reduzido do pilar  $\lambda_{0,m}$ , e é dado pela eq.(2-8):

$$\begin{cases} \chi = 0,658 \lambda_{0,m}^2 & \text{se } \lambda_{0,m} \leq 1,5 \\ \chi = \frac{0,877}{\lambda_{0,m}^2} & \text{se } \lambda_{0,m} > 1,5 \end{cases} \quad (2-8)$$

Por sua vez, o índice de esbeltez reduzido, no plano de flexão considerado, é calculado pela eq.(2-9):

$$\lambda_{0,m} = \sqrt{\frac{N_{pl,R}}{N_e}} \quad (2-9)$$

em que  $N_{pl,R} = f_y A_a + \alpha f_{ck} A_c + f_s A_s$  e  $N_e$  é a força axial de flambagem elástica, dada pela eq.(2-10):

$$N_e = \frac{\pi^2 (EI)_e}{(KL)^2} \quad (2-10)$$

Na eq.(2-10),  $KL$  é o comprimento de flambagem do pilar considerado as condições de contorno do mesmo conforme item E.2.1 da ABNT NBR 8800:2008, e  $(EI)_e$  é a rigidez efetiva da seção transversal mista à flexão, calculada pela eq.(2-

11):

$$(EI)_e = E_a I_a + 0,6 E_{c,red} I_c + E_s I_s \quad (2-11)$$

em que  $I_a$ ,  $I_c$  e  $I_s$  são os momentos de inércia da seção transversal do perfil de aço, do concreto e das barras de armadura longitudinal, respectivamente, em relação ao eixo de flexão considerado, e  $E_s$  é o módulo de elasticidade longitudinal do aço da armadura.

$E_{c,red}$  é um módulo de elasticidade longitudinal do concreto reduzido para se considerar os efeitos de retração e fluência, conforme eq.(2-12):

$$E_{c,red} = \frac{E_c}{1 + \varphi \frac{N_{G,Sd}}{N_{Sd}}} \quad (2-12)$$

em que  $E_c$  é o módulo de elasticidade longitudinal do concreto,  $\varphi$  é o coeficiente de fluência do concreto, que pode ser obtido da ABNT NBR 6118:2014 [40],  $N_{Sd}$  é a força axial solicitante de cálculo no pilar e  $N_{G,Sd}$  é a força axial solicitante de cálculo devido a ações permanentes e quase permanentes. Simplificadamente, pode-se fazer admitir que  $\varphi$  seja igual a 2,5 em pilares revestidos, e 0 em pilares preenchidos, e que a razão  $N_{G,Sd}/N_{Sd}$  seja tomada como sendo 0,6.

A NBR 8800:2008 também apresenta a fórmula para a rigidez axial efetiva à compressão do pilar misto  $(EA)_e$ , conforme eq.(2-13):

$$(EA)_e = E_a A_a + E_{c,red} A_c + E_s A_s \quad (2-13)$$

### 2.4.1.3

#### Pilares submetidos à flexo-compressão

A ABNT NBR 8800:2008 apresenta dois modelos de cálculo para verificação dos efeitos da força axial de compressão e dos momentos fletores, válidos para os pilares que satisfizerem os limites de aplicabilidade mencionados na seção 2.4.1.1. O chamado modelo de cálculo I é um modelo mais simplificado, enquanto o modelo de cálculo II é um modelo mais rigoroso.

Quanto aos esforços cortantes que atuam segundo os eixos de simetria da seção, assume-se que eles atuem apenas nos perfis de aço, que terão sua esforço cortante resistente de cálculo  $V_{Rd}$ , determinado de acordo com o item 5.4.3 da referida norma.

A seguir, serão descritos os procedimentos para o cálculo do momento resistente de cálculo, e os dois modelos de cálculo que a norma apresenta para pilares submetidos à flexo-compressão.

**a) Momento resistente de cálculo** Para aplicação dos modelos, é necessário calcular os momentos resistentes de cálculo da seção mista em relação a  $x$  e  $y$  ( $M_{x,Rd}$  e  $M_{y,Rd}$ ), que equivalem ao momento resistente de plastificação de cálculo em cada

direção ( $M_{x,pl,Rd}$  e  $M_{y,pl,Rd}$ ). Para seções duplamente simétricas, como as abordadas pela norma,  $M_{pl,Rd}$  é dado pela eq.(2-14):

$$M_{pl,Rd} = f_{yd}(Z_a - Z_{an}) + 0,5\alpha f_{cd}(Z_c - Z_{cn}) + f_{sd}(Z_s - Z_{sn}) \quad (2-14)$$

em que  $Z_a$ ,  $Z_c$  e  $Z_s$  são os módulos de resistência plástica do perfil de aço, do concreto considerado não-fissurado, e da armadura longitudinal de aço, respectivamente.  $Z_{an}$ ,  $Z_{cn}$  e  $Z_{sn}$  são os módulos de resistência plástica das áreas (de perfil de aço, de concreto e da armadura longitudinal de aço, respectivamente) situadas na região a uma distância igual à altura da linha neutra plástica  $h_n$ , acima e abaixo do eixo de flexão considerado (Figura 2.9).

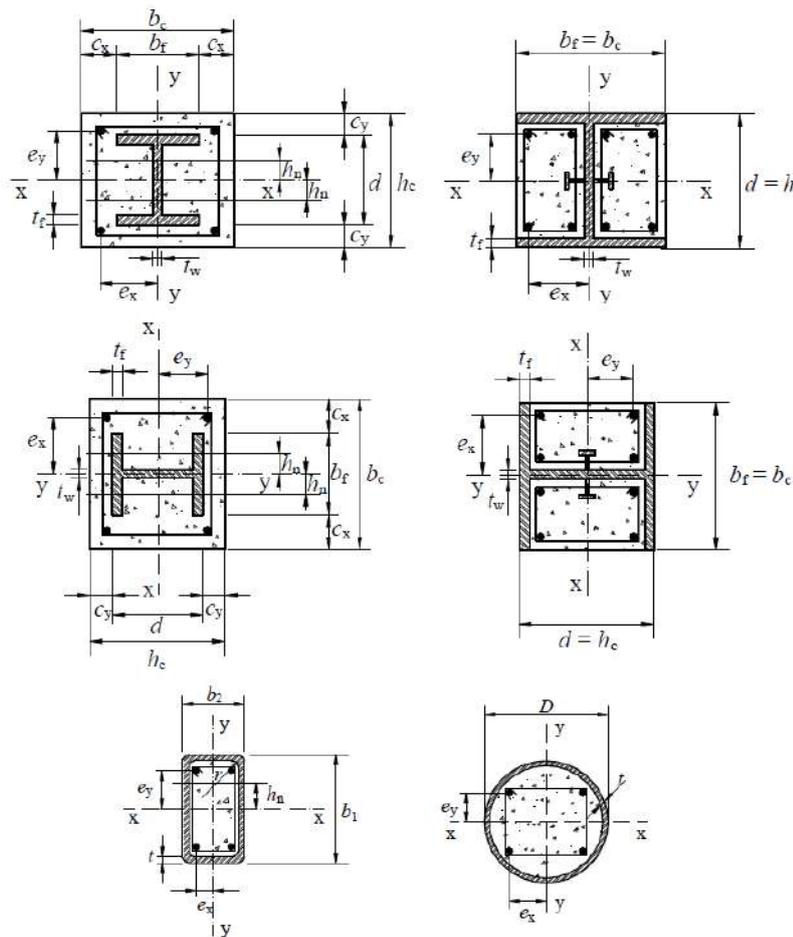


Figura 2.9: Representação da linha neutra plástica para diferentes tipos de pilar e eixos de flexão. [3]

O cálculo de  $h_n$  varia de acordo com o tipo de perfil e o eixo de flexão considerado, e as equações para  $Z_{an}$ ,  $Z_{cn}$  e  $Z_{sn}$  dependem da posição da linha neutra plástica em relação a diferentes elementos do perfil. O modelo de cálculo para obtenção desses parâmetros para a seção do pilar a ser estudado nesse trabalho será abordado na seção 3.2, pois a seção transversal estudada não se encaixa em nenhum dos tipos para os quais a norma apresenta essas equações (Figura 2.9).

Além do momento resistente de cálculo, a norma também apresenta a equação para o cálculo do momento máximo resistente de plastificação de cálculo  $M_{max,pl,Rd}$ , calculado pela eq.(2-15). Esse momento é o máximo que a seção pode atingir, quando solicitada por certo valor de força axial de compressão que contribui para fechar as fissuras do concreto, aumentando assim a resistência da seção. Esse conceito será melhor abordado na seção 2.4.2, quando for apresentado o diagrama de interação Normal - Momento fletor.

$$M_{max,pl,Rd} = f_{yd}Z_a + 0,5\alpha f_{cd}Z_c + f_{sd}Z_s \quad (2-15)$$

**b) Modelo de Cálculo I** O modelo de cálculo I consiste na verificação da interação entre normal e momento fletor do mesmo modo que a norma recomenda para elementos de aço, em seu item 5.5.1, adotando o valor do momento resistente de cálculo em cada direção como sendo igual ao momento plástico resistente de cálculo.

A inequação a ser satisfeita depende do valor de  $N_{Sd}/N_{Rd}$  e é apresentada na eq.(2-16):

$$\begin{cases} \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{x,Sd}}{M_{x,pl,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,pl,Rd}} \right) \leq 1,0, & \text{se } \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0,2 \\ \frac{N_{Sd}}{2N_{Rd}} + \left( \frac{M_{x,Sd}}{M_{x,pl,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,pl,Rd}} \right) \leq 1,0, & \text{se } \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} < 0,2 \end{cases} \quad (2-16)$$

em que  $M_{x,Sd}$  e  $M_{y,Sd}$  são os momentos fletores solicitantes de cálculo nos eixos  $x$  e  $y$ , respectivamente.

**c) Modelo de Cálculo II** O modelo de cálculo II é baseado no Eurocode 4 [4]. Um determinado elemento estará corretamente dimensionado a flexo-compressão se satisfizer as inequações apresentadas em eq.(2-17):

$$\begin{cases} N_{Sd} \leq N_{Rd} \\ \frac{M_{x,tot,Sd}}{\mu_x M_{c,x}} + \frac{M_{y,tot,Sd}}{\mu_y M_{c,y}} \leq 1,0 \end{cases} \quad (2-17)$$

em que  $M_{x,tot,Sd}$  e  $M_{y,tot,Sd}$  (momentos fletores solicitantes de cálculo totais em cada eixo de flexão) podem ser obtidos somando-se os momentos solicitantes de cálculo ( $M_{x,Sd}$  e  $M_{y,Sd}$ ) com os momentos fletores devido às imperfeições do pilar,  $M_{x,i,Sd}$  e  $M_{y,i,Sd}$ . Estes últimos, por sua vez, são calculados conforme eq.(2-18):

$$\begin{aligned} M_{x,i,Sd} &= \frac{N_{Sd}L_x}{200 \left( 1 - \frac{N_{Sd}}{N_{e2,x}} \right)} \\ M_{y,i,Sd} &= \frac{N_{Sd}L_y}{200 \left( 1 - \frac{N_{Sd}}{N_{e2,y}} \right)} \end{aligned} \quad (2-18)$$

Na eq.(2-18),  $L$  é o comprimento destravado do pilar entre contenções laterais, e  $N_{e2,x}$  e  $N_{e2,y}$  são calculados pela eq.(2-10) trocando  $KL$  por  $L$  nos respectivos eixos

de flexão considerados.

A variável  $\mu_x$  da eq.(2-17) é um coeficiente dado pela eq.(2-19), e  $\mu_y$  é calculado da mesma forma, trocando-se as grandezas referentes a  $x$  por  $y$ .

$$\mu_x = \begin{cases} 1 - \frac{N_{Sd} - N_{pl,c,Rd}}{N_{pl,Rd} - N_{pl,c,Rd}} & \text{se } N_{Sd} \geq N_{pl,c,Rd} \\ \left(1 - \frac{M_{d,x}}{M_{c,x}}\right) \left(\frac{2N_{Sd}}{N_{pl,c,Rd}} - 1\right) + \frac{M_{d,x}}{M_{c,x}} & \text{se } \frac{N_{pl,c,Rd}}{2} \leq N_{Sd} < N_c \\ 1 + \frac{2N_{Sd}}{N_{pl,c,Rd}} \left(\frac{M_{d,x}}{M_{c,x}} - 1\right) & \text{se } 0 \leq N_{Sd} \leq \frac{N_{pl,c,Rd}}{2} \end{cases} \quad (2-19)$$

em que  $M_{c,x}, M_{c,y}, M_{d,x}$  e  $M_{d,y}$  são momentos fletores dados pela eq.(2-20):

$$\begin{aligned} M_{c,x} &= 0,9M_{pl,x,Rd} \\ M_{c,y} &= 0,9M_{pl,y,Rd} \\ M_{d,x} &= 0,8M_{max,pl,x,Rd} \geq M_{c,x} \\ M_{d,y} &= 0,8M_{max,pl,y,Rd} \geq M_{c,y} \end{aligned} \quad (2-20)$$

Ao utilizar os valores de  $M_{x,tot,Sd}$  e  $M_{y,tot,Sd}$  na eq.(2-17), deve-se considerar a parcela do momento fletor devido a imperfeições apenas no eixo mais desfavorável, e considerar o outro valor igual a zero. Ou seja, deve-se considerar apenas  $M_{x,i,Sd}$  ou  $M_{y,i,Sd}$  no cálculos os momentos solicitantes totais, e desprezar o outro valor.

### 2.4.2 Eurocode 4

O Eurocode 4 [4] reserva o item 6.7 para tratar dos elementos mistos sujeitos a compressão, com seções totalmente ou parcialmente preenchidas com concreto, e tubulares retangulares ou circulares preenchidas com concreto (Figura 2.10).

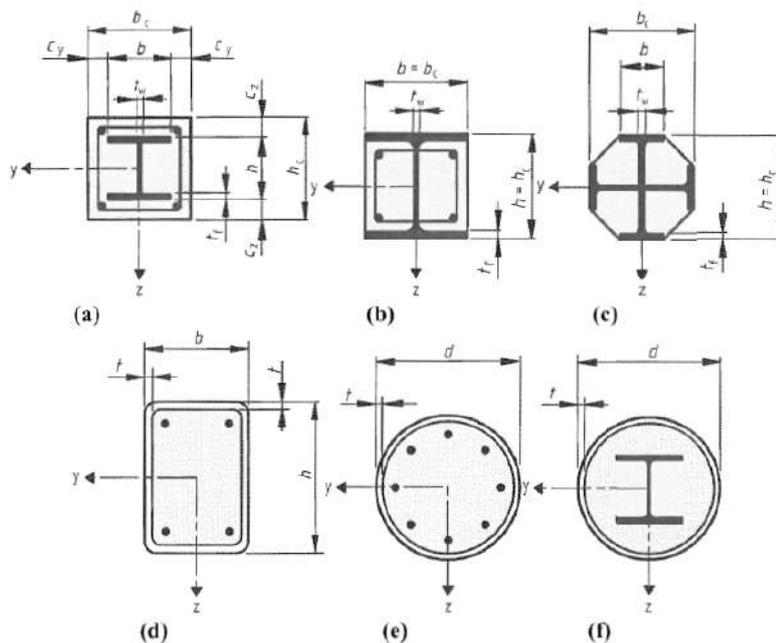


Figura 2.10: Seções transversais de pilares mistos abordadas pelo Eurocode 4. [4]

O Eurocode apresenta limites de aplicabilidade bastante semelhantes aos da NBR 8800, listados a seguir:

- 1) A norma se aplica a colunas e membros comprimidos (isolados ou em pórticos com outros elementos de aço ou mistos) com aço de graus S235 até S460, e concreto de densidade normal de classes C20/25 até C50/60;
- 2) O fator de contribuição do aço  $\delta$ , eq.(2-1), deve ter valor entre 0,2 e 0,9;
- 3) Os pilares mistos devem ser checados à: resistência do membro, resistência a flambagem local, verificação na região de introdução de cargas, e resistência ao cisalhamento na interface aço-concreto;
- 4) O efeito da flambagem local pode ser desconsiderado no caso de seções totalmente revestidas, e também no caso de seções parcialmente revestidas ou preenchidas que satisfaçam os valores máximos apresentados na Figura 2.11.

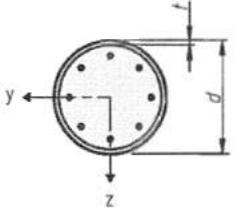
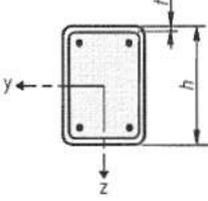
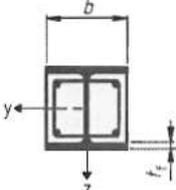
Cross-section	Max (d/t), max (h/t) and max (b/t)
Circular hollow steel sections 	$\max (d/t) = 90 \frac{235}{f_y}$
Rectangular hollow steel sections 	$\max (h/t) = 52 \sqrt{\frac{235}{f_y}}$
Partially encased I-sections 	$\max (b/t_f) = 44 \sqrt{\frac{235}{f_y}}$

Figura 2.11: Valores máximos para desconsiderar o efeito da flambagem local, com  $f_y$  em  $kN/mm^2$ . [4]

A norma apresenta dois métodos de dimensionamento, um geral e um simplificado. Para o método geral, algumas recomendações são feitas, como:

- a) Considerar efeitos de segunda ordem, como incluir tensões residuais, imperfeições geométricas, instabilidade local, fissuração, fluência e retração do concreto, e escamento do aço e da armadura, em qualquer direção em que a falha pode ocorrer;
- b) Determinar as forças internas por análise elasto-plástica;
- c) Assumir que seções planas permanecem planas e que a ação mista entre aço e concreto é total até a falha;
- d) Desprezar a resistência à tração do concreto;
- e) Pode-se ignorar efeitos de fluência e retração, se o aumento nos momentos de primeira ordem devido a deformações de fluência e forças longitudinais resultantes de ações permanentes não for maior do que 10%;
- f) As relações tensão-deformação a serem utilizadas na análise não-linear devem ser obtidas de outras normas do Eurocode: EN 1992-1-1, seção 3.1.5 (concreto em compressão); EN 1992-1-1, seção 3.2.7 (aço da armadura); EN 1993-1-1, seção 5.4.3 (aço estrutural);
- g) Pode-se simplificar a consideração das tensões residuais e imperfeições geométricas, considerando-se que o elemento apresenta uma imperfeição inicial.

O método simplificado aplica-se apenas a seções com dupla simetria e seção transversal uniforme ao longo do comprimento, com perfis de aço laminados, formados a frio ou soldados, e não se aplica se o componente estrutural de aço consistir de seções não conectadas. Além disso, a norma exige a satisfação de outros requisitos, semelhantes aos da NBR 8800, para aplicação desse método:

- 1) A esbeltez relativa do pilar (equivalente à variável  $\lambda_{0,m}$  da NBR 8800) não deve ter valor superior a 2,0;
- 2) Os limites de cobrimento do concreto em seções totalmente revestidas são:  $c_x \leq 0,3b_f$  e  $c_y \leq 0,4d$ ;
- 3) A armadura longitudinal a ser usada no dimensionamento não deve exceder 6% da área de concreto ( $A_s \leq 0,06A_c$ );
- 4) A razão entre a altura e largura da seção deve estar entre 0,2 e 5,0.

A força axial resistente de cálculo à plastificação  $N_{pl,Rd}$  é calculada somando-se as parcelas de cada componente (aço, concreto e armadura), como apresentado na eq.(2-4) para NBR 8800. Entretanto, o valor de  $\alpha$  usado para calcular  $N_{pl,c,Rd}$  na

eq.(2-6), deve ser admitido como sendo 0,85 para pilares revestidos, e 1,0 para pilares preenchidos.

A verificação da resistência da seção ao efeito combinado de compressão axial e flexão, bem como a correspondente curva de interação entre normal e momento fletor, deve ser feita considerando-se blocos retangulares de tensão, conforme Figura 2.12, e a resistência do concreto à tração deve ser desprezada.

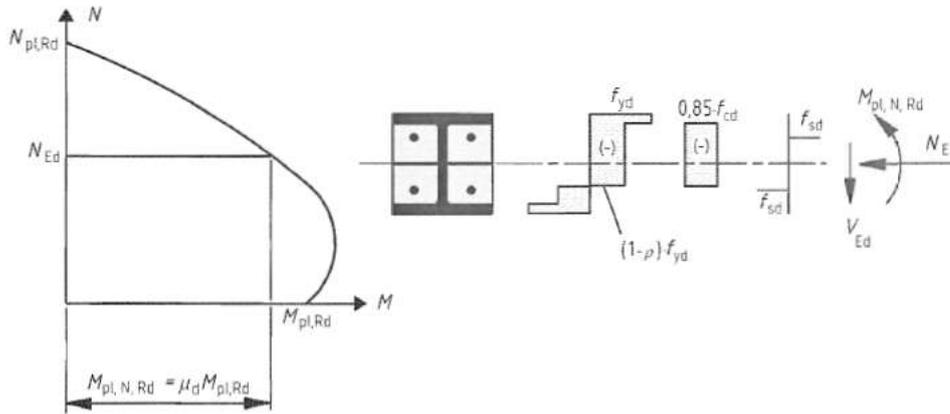


Figura 2.12: Curva de interação do Eurocode para pilares mistos a flexo-compressão. [4]

Caso a força cortante solicitante atuando no perfil de aço  $V_{a,Sd}$  seja superior a 50% de  $V_{pl,a,Rd}$ , a resistência à flexo-compressão deve considerar uma resistência ao escoamento do aço reduzida na área cisalhada (conforme Figura 2.12), utilizando  $(1 - \rho)f_{yd}$ , em que  $\rho = (2V_{Sd}/V_{Rd} - 1)^2$ .

O aço deve ter resistência ao cisalhamento superior à força cortante  $V_{a,Sd}$  atuando no perfil, e também se deve verificar se a resistência do concreto ao cisalhamento, calculada de acordo com a seção 6.2 da norma EN 1992-1-1, é superior à força cisalhante solicitante no mesmo  $V_{c,Sd}$ .

Os valores de  $V_{a,Sd}$  e  $V_{c,Sd}$  podem ser calculados de acordo com eq.(2-21) ou, de forma simplificada, pode-se admitir que toda a força cortante solicitante de cálculo ( $V_{Sd}$ ) atua apenas no perfil de aço, o qual deve ter resistência suficiente para resistir a todo o esforço cisalhante.

$$\begin{aligned} V_{a,Sd} &= V_{Sd} \frac{M_{pl,a,Rd}}{M_{pl,Rd}} \\ V_{c,Sd} &= V_{Sd} - V_{a,Sd} \end{aligned} \quad (2-21)$$

em que  $M_{pl,a,Rd} = f_{yd}(Z_a - Z_{an})$  é o momento resistente de cálculo do aço à plastificação total.

De forma simplificada, a curva de interação entre normal e momento fletor pode ser substituída por uma diagrama poligonal composto por 4 pontos A, B, C e D, conforme Figura 2.13, que apresenta também a distribuição de tensões correspondentes a cada ponto do diagrama.

Na Figura 2.13, a variável  $M_{max,Rd}$  equivale a  $M_{max,pl,Rd}$ , definida pela eq.(2-15), e a variável  $N_{pm,Rd}$  corresponde à parcela da força axial resistente de plastificação de cálculo do concreto,  $N_{pl,c,Rd}$ , dada pela eq.(2-6), admitindo  $\alpha$  igual a 0,85 ou 1,0 de acordo com o tipo de seção conforme comentado anteriormente.

A Tabela 2.1 esquematiza os esforços atuantes em cada ponto do diagrama simplificado. No ponto A, existe apenas compressão axial, enquanto no ponto B, o pilar está submetido à flexão pura. O ponto C corresponde ao ponto em que se atinge  $M_{pl,Rd}$ , com uma força normal correspondente a  $N_{pl,c,Rd}$ , e o ponto D corresponde ao ponto em que se atinge o momento máximo  $M_{max,pl,Rd}$ .

Tabela 2.1: Esforços correspondentes a cada ponto do diagrama simplificado de interação entre normal e momento fletor.

Ponto do diagrama	Esforço Normal	Momento Fletor
A	$N_{pl,Rd}$	0
B	0	$M_{pl,Rd}$
C	$N_{pl,c,Rd}$	$M_{pl,Rd}$
D	$0,5N_{pl,c,Rd}$	$M_{max,pl,Rd}$

A norma ainda sugere uma forma de considerar o aumento na resistência do concreto devido ao efeito do confinamento em pilares mistos preenchidos de seção circular, desde que  $\lambda_{o,m} \leq 0,5$  e  $e/D < 0,1$ , em que  $e = M_{Sd}/N_{Sd}$  é a excentricidade do carregamento e  $D$  é o diâmetro externo do pilar. Nesse caso, a força axial resistente de plastificação de cálculo pode ser calculada pela eq.(2-22):

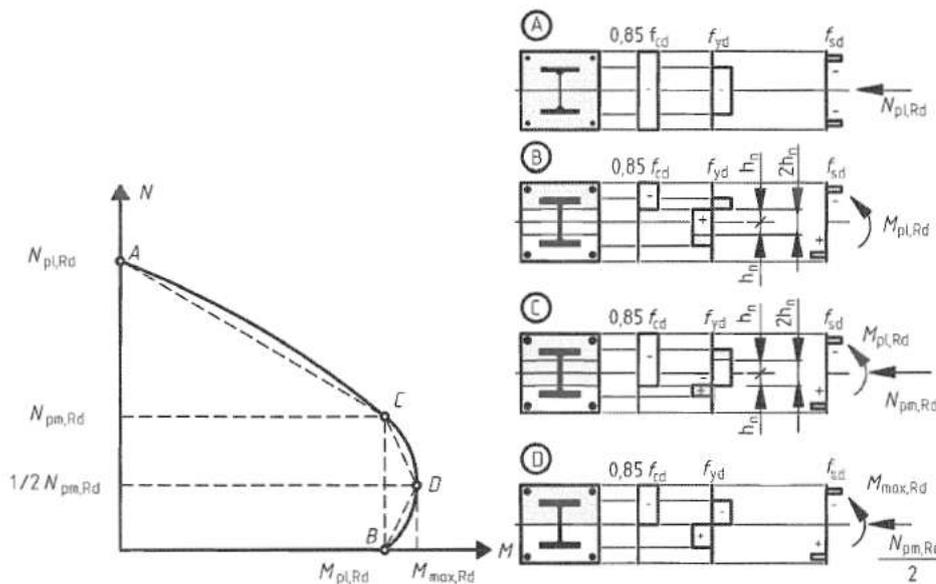


Figura 2.13: Curva de interação simplificada do Eurocode e distribuição de tensões correspondentes. [4]

$$N_{pl,Rd} = \eta_a A_a f_{yd} + A_c f_{cd} \left( 1 + \eta_c \frac{t}{d} \frac{f_y}{f_{ck}} \right) + A_s f_{sd} \quad (2-22)$$

em que os valores de  $\eta_a$  e  $\eta_c$  são definidos de acordo com as expressões a seguir:

1) Se  $e = 0$ :

$$\begin{aligned} \eta_a &= \eta_{a0} = 0,25(3 + 2\lambda_{0,m}) \leq 1,0 \\ \eta_c &= \eta_{c0} = 4,9 - 18,5\lambda_{0,m} + 17\lambda_{0,m}^2 \geq 0,0 \end{aligned} \quad (2-23)$$

2) Se  $0 < e/D < 0,1$ :

$$\begin{aligned} \eta_a &= \eta_{a0} + (1 - \eta_{a0})(10e/D) \\ \eta_c &= \eta_{c0}(1 - 10e/D) \end{aligned} \quad (2-24)$$

3) Se  $e/D > 0,1$ :

$$\begin{aligned} \eta_a &= 1,0 \\ \eta_c &= 0,0 \end{aligned} \quad (2-25)$$

Nota-se que, para o caso de  $e = 0$ , considera-se uma redução na contribuição de resistência do aço e um aumento na resistência do concreto, enquanto no caso de  $e/D > 0,1$ , não há aumento da resistência devido ao efeito do confinamento, já que  $\eta_c = 0$ .

O Eurocode 4 não apresenta nenhuma formulação para consideração do efeito de confinamento em pilares parcialmente ou totalmente revestidos, ou outros tipos de pilares revestidos cujo formato da seção não seja circular.

Calculados os esforços de compressão e flexão solicitantes e resistentes, a verificação da resistência do pilar misto à flexo-compressão é realizada de maneira análoga ao modelo de cálculo II da NBR 8800 [3] apresentado anteriormente.

### 3 Seções Transversais Estudadas

#### 3.1 Descrição do sistema proposto

Nesse capítulo, serão descritas as seções transversais estudadas nesse trabalho para atuarem como pilares mistos. A base do sistema proposto é utilizar dois perfis metálicos, e preencher o interior do espaço entre eles com concreto armado, sendo uma variação de uma seção tipo caixão.

Os perfis base da seção são conectados ao longo do comprimento da estrutura por perfis metálicos tipo I, que irão possibilitar o maior espaçamento entre os perfis metálicos, aumentando a inércia da seção composta.

A Figura 3.1 apresenta uma visão de um corte longitudinal do pilar, sem representação da armadura e do concreto. Na Figura 3.2, tem-se a seção transversal do pilar composto por perfis I laminados, em uma região do conector e omitindo os estribos, e outra na região sem conector, apresentando os estribos. Analogamente, na Figura 3.3, tem-se a seção transversal para o pilar composto por perfis U enrijecidos.

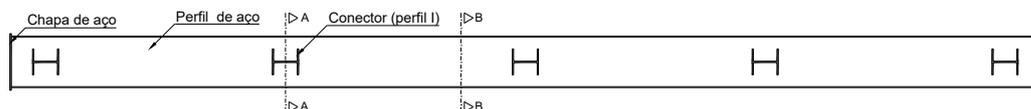


Figura 3.1: Corte longitudinal do modelo proposto.

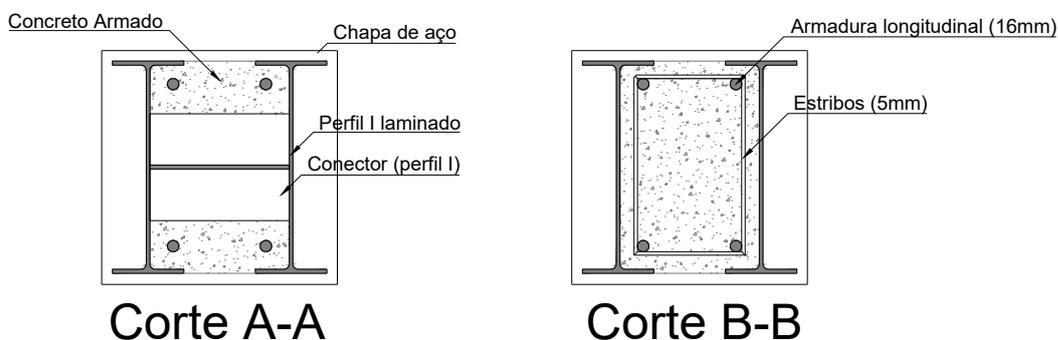


Figura 3.2: Seção transversal do pilar com perfis I, na região dos conectores e dos estribos.

Na Figura 3.4, tem-se uma representação tridimensional do pilar de seção com perfis I, com todos os elementos que o compõem.

O modo de fabricação do sistema pode ser feito de forma simples e rápida, dispensando o uso de formas, o que gera uma economia no custo da obra [38, 39]. Além disso, o processo pode ser feito de forma a se obter um canteiro de obras limpo. A seguir, serão descritas as etapas de fabricação, ilustradas para o modelo com perfis de aço laminado tipo I (Figura 3.5). As etapas para a fabricação do pilar com perfis de aço tipo U enrijecido ocorrem da mesma maneira.

- 1) Inicialmente, soldam-se os conectores metálicos em perfil I a um dos perfis de aço que irá compôr o pilar;
- 2) Posicionam-se as armaduras longitudinais e os estribos, utilizando-se espaçadores para garantir o espaçamento de projeto;
- 3) O segundo perfil de aço é soldado à extremidade livre dos conectores metálicos; outra opção seria utilizar uma chapa perfurada na outra extremidade dos conectores, para facilitar sua ligação com o segundo perfil de aço. Nas

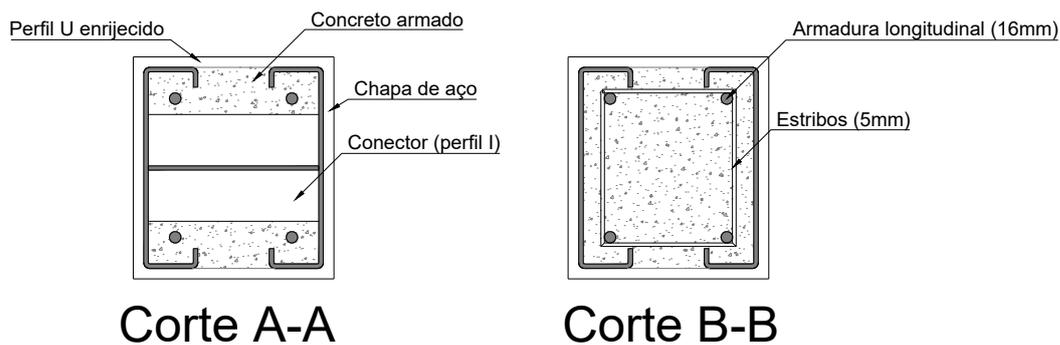


Figura 3.3: Seção transversal do pilar com perfis U, na região dos conectores e dos estribos.



Figura 3.4: Representação tridimensional do pilar misto proposto.

extremidades do pilar, também são soldadas chapas de aço que irão garantir o confinamento do concreto, evitando seu derramamento pelas extremidades.

- 4) Com todos os componentes em aço devidamente soldados, posiciona-se o pilar (na posição ilustrada na Figura 3.5) sobre um madeirite ou compensado naval, de comprimento maior ou igual ao do pilar e largura suficiente para fechar a abertura entre os perfis de aço, de modo que se evite o vazamento de concreto por essa abertura. O uso desse madeirite então dispensa o uso de qualquer outro tipo de fôrma. Em seguida, realiza-se a concretagem do pilar por meio da face superior do pilar, realizando a cura e vibração, conforme recomenda a ABNT NBR 6118:2014 [40].

O processo descrito caracteriza-se por ser relativamente rápido, considerando que o maior tempo de espera seja para a cura do concreto. Além disso, por necessitar apenas de um madeirite, não exige o uso de escoramento ou outro tipo de fôrma, o que gera economia na construção.

Outra opção seria que os componentes em aço já fossem soldados na fábrica e, dessa forma, seria realizado no canteiro apenas a armação e a concretagem. Para facilitar o posicionamento da armadura longitudinal, é mais conveniente que as

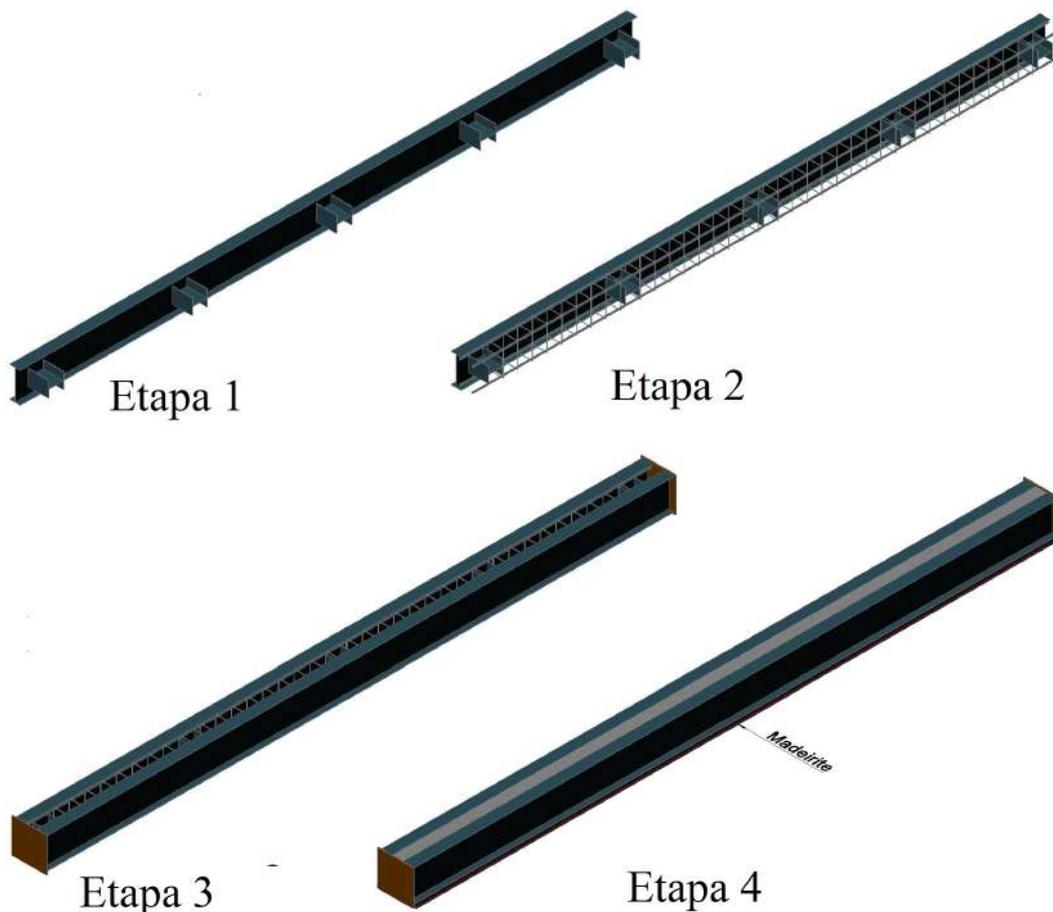


Figura 3.5: Etapas da fabricação do pilar misto proposto.

chapas das extremidades sejam perfuradas da bitola da armação para possibilitar a passagem das barras de ferro, facilitando o processo.

## 3.2

### Modelo de cálculo

O dimensionamento de pilares submetidos à flexo-compressão pela ABNT NBR 8800 depende do cálculo do momento plástico resistente de cálculo  $M_{pl,Rd}$ , o qual, por sua vez, é calculado pela eq.(2-14). Essa equação possui como parâmetros os módulos de resistência plásticos referentes às áreas totais dos perfis de aço, do concreto e da armadura longitudinal ( $Z_a$ ,  $Z_c$  e  $Z_s$ ), e às áreas situadas na região equivalente a 2 vezes a altura da linha neutra plástica  $h_n$  ( $Z_{an}$ ,  $Z_{cn}$  e  $Z_{sn}$ ).

O cálculo de  $h_n$ ,  $Z_{an}$ ,  $Z_{cn}$  e  $Z_{sn}$  depende da posição da linha neutra plástica (LNP) em relação aos componentes da seção. A LNP divide a seção de modo que a força resultante de resistência à compressão se iguale à de tração, ou seja, para calcular a sua posição, considera-se que o produto das áreas comprimidas pelas tensões de cálculo correspondentes tem que ser igual ao produto das áreas tracionadas pelas suas tensões de cálculo. Para a armadura longitudinal, considera-se que a seção de cada barra pode ser considerada concentrada no próprio centro, e para o concreto, desconsidera-se a área de concreto tracionada [41].

O procedimento consiste em primeiro fazer uma suposição da posição relativa da linha neutra em relação aos componentes da seção, e então calcular a sua posição por meio do equilíbrio de forças. De acordo com o valor encontrado pelo cálculo para  $h_n$ , verifica-se se a hipótese foi verdadeira, prosseguindo então com o cálculo dos módulos plásticos  $Z_{an}$ ,  $Z_{cn}$  e  $Z_{sn}$  de acordo com a equação para cada caso.

A seguir, serão apresentadas as equações para o cálculo dos módulos de resistência plástico, e da altura da linha neutra plástica para os dois tipos de seção mista abordados, em relação aos seus dois eixos ortogonais. Convencionou-se denominar de eixo múltiplo o eixo que divide a seção de modo que em cada lado tem-se um dos perfis de aço; enquanto o eixo não-múltiplo divide a seção passando pelos dois perfis de aço.

### 3.2.1

#### Seção transversal com perfil I laminado

A Figura 3.6 ilustra os eixos da seção, e os símbolos utilizados para representar as dimensões da seção transversal, sendo que  $b_f$  é a largura da mesa do perfil de aço,  $t_f$  é a espessura da mesa,  $t_w$  é a espessura da alma,  $d$  é a altura total do perfil,  $c$  é o cobrimento da armadura longitudinal, admitido igual nas duas direções,  $\phi$  é o diâmetro da armadura longitudinal, e  $b_c$  é a distância entre os eixos das almas dos perfis de aço.

### 3.2.1.1

#### Flexão em relação ao eixo não-múltiplo

As eq.(3-1), (3-2) e (3-3) definem o cálculo dos módulos de resistência plástico para o perfil de aço, a armadura longitudinal de aço, e o concreto, respectivamente, em relação ao eixo não-múltiplo.

$$Z_a = 2b_f t_f (d - t_f) + \frac{t_w (d - 2t_f)^2}{2} \quad (3-1)$$

$$Z_s = A_s \left( \frac{d}{2} - t_f - c - \frac{\phi}{2} \right) \quad (3-2)$$

$$Z_c = \frac{(b_c - t_w)(d - 2t_f)^2}{4} + (b_c - b_f)t_f(d - t_f) - Z_s \quad (3-3)$$

Na sequência, serão apresentadas as equações para  $h_n$ ,  $Z_{an}$ ,  $Z_{cn}$  e  $Z_{sn}$ , para as posições que a LNP pode assumir em relação aos componentes da seção, para o caso de flexão no eixo não-múltiplo. A Figura 3.7 ilustra a posição da LNP em 3 casos.

**1. LNP na mesa do perfil de aço** As eq.(3-4)-(3-7) apresentam os cálculos de  $h_n$  e dos módulos de resistência plástico do aço, da armadura e do concreto na região equivalente a  $2h_n$ , quando  $\frac{d}{2} - t_f < h_n \leq \frac{d}{2}$ :

$$h_n = \frac{4(b_f - t_w)(d - 2t_f)f_{yd} - 2A_s f_{sd} + (b_c - b_f)d f_{cd1}}{8b_f f_{yd} + 2(b_c - b_f)f_{cd1}} \quad (3-4)$$

$$Z_{an} = 2b_f h_n^2 + \frac{(t_w - b_f)(d - 2t_f)^2}{2} \quad (3-5)$$

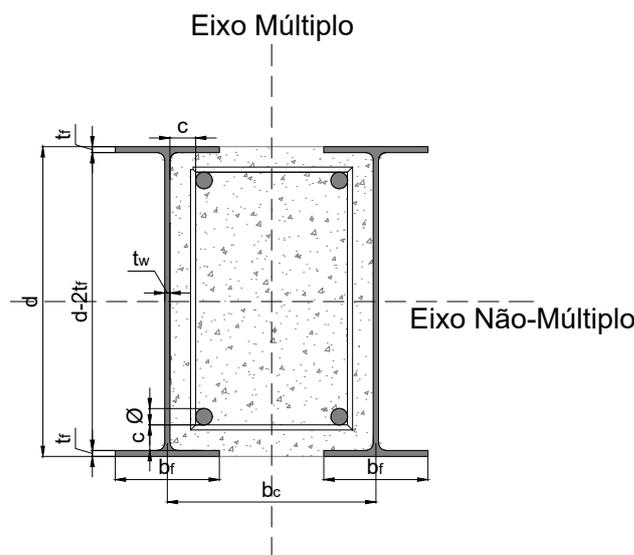


Figura 3.6: Dimensões para seção transversal mista com perfis I laminados.

$$Z_{sn} = Z_s = A_s \left( \frac{d}{2} - t_f - c - \frac{\phi}{2} \right) \quad (3-6)$$

$$Z_{cn} = b_c h_n^2 - \frac{Z_{an}}{2} - Z_{sn} \quad (3-7)$$

em que  $f_{cd1} = \alpha f_{cd}$ .

**2. LNP na alma do perfil de aço, acima da armadura** As eq.(3-8)-(3-11) apresentam os cálculos de  $h_n$  e dos módulos de resistência plástica do aço, da armadura e do concreto na região equivalente a  $2h_n$ , caso  $\frac{d}{2} - t_f - c < h_n \leq \frac{d}{2} - t_f$ :

$$h_n = \frac{((b_c - t_w)d - 2(b_f - t_w)t_f) f_{cd1} - 2A_s f_{sd}}{8t_w f_{yd} + 2(b_c - t_w) f_{cd1}} \quad (3-8)$$

$$Z_{an} = 2t_w h_n^2 \quad (3-9)$$

$$Z_{sn} = Z_s = A_s \left( \frac{d}{2} - t_f - c - \frac{\phi}{2} \right) \quad (3-10)$$

$$Z_{cn} = (b_c - t_w) h_n^2 - Z_{sn} \quad (3-11)$$

**3. LNP na alma do perfil de aço, abaixo da armadura** As eq.(3-12)-(3-15) apresentam os cálculos de  $h_n$  e dos módulos de resistência plástica do aço, da armadura e do concreto na região equivalente a  $2h_n$ , para o caso em que  $h_n \leq \frac{d}{2} - t_f - c - \phi$ :

$$h_n = \frac{((b_c - t_w)d - 2(b_f - t_w)t_f - A_s) f_{cd1}}{8t_w f_{yd} + 2(b_c - t_w) f_{cd1}} \quad (3-12)$$

$$Z_{an} = 2t_w h_n^2 \quad (3-13)$$

$$Z_{sn} = 0 \quad (3-14)$$

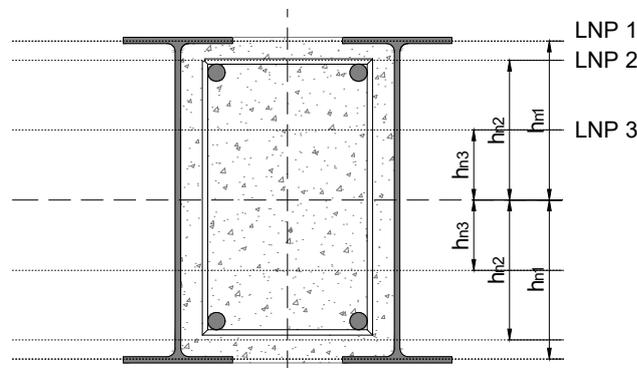


Figura 3.7: Posições relativas da linha neutra plástica para flexão no eixo não-múltiplo da seção com perfis I laminados.

$$Z_{cn} = (b_c - t_w)h_n^2 - Z_{sn} \quad (3-15)$$

**4. LNP na alma do perfil de aço, passando pela armadura** Caso os valores calculados para  $h_n$  nos casos anteriores não satisfaçam os intervalos de validade, deve-se considerar que a LNP esteja passando pelas barras longitudinais da armadura. Nesse caso, torna-se bastante complexo calcular as áreas das barras acima e abaixo da LNP como uma função de  $h_n$  e, por esse motivo, admite-se simplificarmente que as áreas da armadura cortada pela LNP são iguais acima e abaixo da mesma.

Assim, desconsidera-se a área da armadura cortada pela LNP no equilíbrio de forças para o cálculo de  $h_n$ . Dessa forma, tem-se as eq.(3-16)-(3-19) para o cálculo de  $h_n$  e dos módulos de resistência plástica do aço, da armadura e do concreto na região equivalente a  $2h_n$ , caso  $\frac{d}{2} - t_f - c - \phi < h_n \leq \frac{d}{2} - t_f - c$ . Vale ressaltar que, o valor calculado de  $h_n$  pode resultar em uma LNP um pouco abaixo da armadura devido à aproximação utilizada.

$$h_n = \frac{((b_c - t_w)d - 2(b_f - t_w)t_f) f_{cd1} - A_s f_{sd}}{8t_w f_{yd} + 2(b_c - t_w) f_{cd1}} \quad (3-16)$$

$$Z_{an} = 2t_w h_n^2 \quad (3-17)$$

$$Z_{sn} = \frac{Z_s}{2} = \frac{A_s}{2} \left( \frac{d}{2} - t_f - c - \frac{\phi}{2} \right) \quad (3-18)$$

$$Z_{cn} = (b_c - t_w)h_n^2 - Z_{sn} \quad (3-19)$$

### 3.2.1.2

#### Flexão em relação ao eixo múltiplo

As eq.(3-20), (3-21) e (3-22) definem o cálculo dos módulos de resistência plástica para o perfil de aço, a armadura longitudinal de aço, e o concreto, respectivamente, em relação ao eixo múltiplo.

$$Z_a = 2t_f b_f b_c + (d - 2t_f)t_w b_c \quad (3-20)$$

$$Z_s = A_s \left( \frac{b_c}{2} - \frac{t_w}{2} - c - \frac{\phi}{2} \right) \quad (3-21)$$

$$Z_c = \frac{(d - 2t_f)(b_c - t_w)^2}{4} + \frac{t_f(b_c - b_f)^2}{2} - Z_s \quad (3-22)$$

A seguir, serão apresentadas as equações para  $h_n$ ,  $Z_{an}$ ,  $Z_{cn}$  e  $Z_{sn}$ , para as posições que a LNP pode assumir em relação aos componentes da seção, para o caso de flexão no eixo múltiplo. A Figura 3.8 ilustra a posição da LNP em 3 casos.

**1. LNP na mesa do perfil de aço, acima da armadura** As eq.(3-23)-(3-26) apresentam os cálculos de  $h_n$  e dos módulos de resistência plástico do aço, da armadura e do concreto na região equivalente a  $2h_n$ , se  $\frac{b_c}{2} - \frac{t_w}{2} - c < h_n \leq \frac{b_c}{2} - \frac{t_w}{2}$ :

$$h_n = \frac{4t_f(b_c - b_f)f_{yd} + (d - 2t_f)(b_c - t_w)f_{cd1} - 2A_s f_{sd}}{8t_f f_{yd} + (2d - 4t_f)f_{cd1}} \quad (3-23)$$

$$Z_{an} = 2t_f \left( h_n^2 - \left( \frac{b_f}{2} - \frac{b_c}{2} \right)^2 \right) \quad (3-24)$$

$$Z_{sn} = Z_s = A_s \left( \frac{b_c}{2} - \frac{t_w}{2} - c - \frac{\phi}{2} \right) \quad (3-25)$$

$$Z_{cn} = (d - 2t_f)h_n^2 + \frac{(b_c - b_f)^2 t_f}{2} - Z_{sn} \quad (3-26)$$

**2. LNP na mesa do perfil de aço, abaixo da armadura** As eq.(3-27)-(3-30) apresentam os cálculos de  $h_n$  e dos módulos de resistência plástico do aço, da armadura e do concreto na região equivalente a  $2h_n$ , para o caso em que  $\frac{b_c}{2} - \frac{b_f}{2} < h_n \leq \frac{b_c}{2} - \frac{t_w}{2} - c - \phi$ :

$$h_n = \frac{4t_f(b_c - b_f)f_{yd} + ((d - 2t_f)(b_c - t_w) - A_s) f_{cd1}}{8t_f f_{yd} + (2d - 4t_f)f_{cd1}} \quad (3-27)$$

$$Z_{an} = 2t_f \left( h_n^2 - \left( \frac{b_f}{2} - \frac{b_c}{2} \right)^2 \right) \quad (3-28)$$

$$Z_{sn} = 0 \quad (3-29)$$

$$Z_{cn} = (d - 2t_f)h_n^2 + \frac{(b_c - b_f)^2 t_f}{2} - Z_{sn} \quad (3-30)$$

**3. LNP abaixo da mesa do perfil de aço** As eq.(3-31)-(3-34) apresentam os cálculos de  $h_n$  e dos módulos de resistência plástico do aço, da armadura e do concreto na região equivalente a  $2h_n$ , para o caso em que  $h_n \leq \frac{b_c}{2} - \frac{b_f}{2}$ :

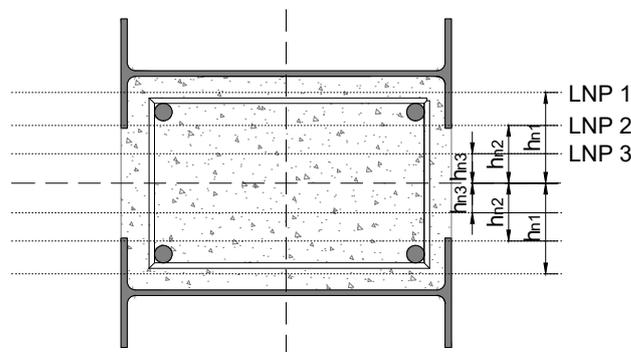


Figura 3.8: Posições relativas da linha neutra plástica para flexão no eixo múltiplo da seção com perfis I laminados.

$$h_n = \frac{d(b_c - t_w) - 2(b_f - t_w)t_f - A_s}{2d} \quad (3-31)$$

$$Z_{an} = 0 \quad (3-32)$$

$$Z_{sn} = 0 \quad (3-33)$$

$$Z_{cn} = dh_n^2 - Z_{sn} \quad (3-34)$$

**4. LNP na mesa do perfil de aço, passando pela armadura** Caso os valores calculados para  $h_n$  nos casos anteriores não satisfaçam os intervalos de validade, deve-se considerar que a LNP esteja passando pelas barras longitudinais da armadura. Nesse caso, assim como feito para o eixo não-múltiplo, admite-se simplificadaamente que as áreas das armaduras cortadas pela LNP são iguais acima e abaixo da mesma, o que pode resultar num valor calculado de  $h_n$  de modo que a LNP se encontre um pouco abaixo da armadura.

Assim, desconsidera-se a área da armadura cortada pela LNP no equilíbrio de forças para o cálculo de  $h_n$  e tem-se as eq.(3-35)-(3-38) para o cálculo de  $h_n$  e dos módulos de resistência plástica do aço, da armadura e do concreto na região equivalente a  $2h_n$ , se  $\frac{b_c}{2} - \frac{t_w}{2} - c - \phi < h_n \leq \frac{b_c}{2} - \frac{t_w}{2} - c$ :

$$h_n = \frac{4t_f(b_c - b_f)f_{yd} + (d - 2t_f)(b_c - t_w)f_{cd1} - A_s f_{sd}}{8t_f f_{yd} + (2d - 4t_f)f_{cd1}} \quad (3-35)$$

$$Z_{an} = 2t_f \left( h_n^2 - \left( \frac{b_f}{2} - \frac{b_c}{2} \right)^2 \right) \quad (3-36)$$

$$Z_{sn} = \frac{Z_s}{2} = \frac{A_s}{2} \left( \frac{b_c}{2} - \frac{t_w}{2} - c - \frac{\phi}{2} \right) \quad (3-37)$$

$$Z_{cn} = (d - 2t_f)h_n^2 + \frac{(b_c - b_f)^2 t_f}{2} - Z_{sn} \quad (3-38)$$

### 3.2.2

#### Seção transversal com perfil U enrijecido

Na Figura 3.9, tem-se uma representação da seção transversal do pilar composto por perfis U enrijecidos, ilustrando os dois eixos ortogonais, e as dimensões características da seção. Os símbolos utilizados para as dimensões baseiam-se na ABNT NBR 6355:2003 [42], sendo  $b_f$  a largura da mesa do perfil,  $b_w$  a largura da alma,  $t_n$  a espessura da chapa que compõe o perfil e  $d_n$  é a largura do enrijecedor de borda do perfil. Assim como para o perfil I,  $c$  é o cobrimento da armadura longitudinal, admitido igual nas duas direções,  $\phi$  é o diâmetro da armadura longitudinal, e  $b_c$  é a distância entre os eixos das almas dos perfis de aço.

### 3.2.2.1

#### Flexão em relação ao eixo não-múltiplo

As eq.(3-39), (3-40) e (3-41) definem o cálculo dos módulos de resistência plástica para o perfil de aço, a armadura longitudinal de aço, e o concreto, respectivamente, em relação ao eixo não-múltiplo.

$$Z_a = 2b_f t_n (b_w - t_n) + \frac{t_n (b_w - 2t_n)^2}{4} + 2t_n (d_n - t_n) (b_w - d_n - t_n) \quad (3-39)$$

$$Z_s = A_s \left( \frac{b_w}{2} - t_n - c - \frac{\phi}{2} \right) \quad (3-40)$$

$$Z_c = \frac{(b_c + t_n) b_w^2}{4} - Z_a - Z_s \quad (3-41)$$

Na sequência, serão apresentadas as equações para  $h_n$ ,  $Z_{an}$ ,  $Z_{cn}$  e  $Z_{sn}$ , para cada uma das posições que a LNP pode assumir em relação aos componentes da seção, para o caso de flexão no eixo não-múltiplo. A Figura 3.10 ilustra a posição da LNP em 3 casos.

**1. LNP na mesa do perfil de aço** As eq.(3-42)-(3-45) apresentam os cálculos de  $h_n$  e dos módulos de resistência plástica do aço, da armadura e do concreto na região equivalente a  $2h_n$ , quando  $\frac{b_w}{2} - t_n < h_n \leq \frac{b_w}{2}$ :

$$h_n = \frac{4 \left( (b_f - t_n) (b_w - 2t_n) - 2t_n (d_n - t_n) \right) f_{yd} - 2A_s f_{sd}}{8b_f f_{yd} + 2(b_c + t_n - 2b_f) f_{cd1}} + \frac{(b_c + t_n - 2b_f) b_w f_{cd1}}{8b_f f_{yd} + 2(b_c + t_n - 2b_f) f_{cd1}} \quad (3-42)$$

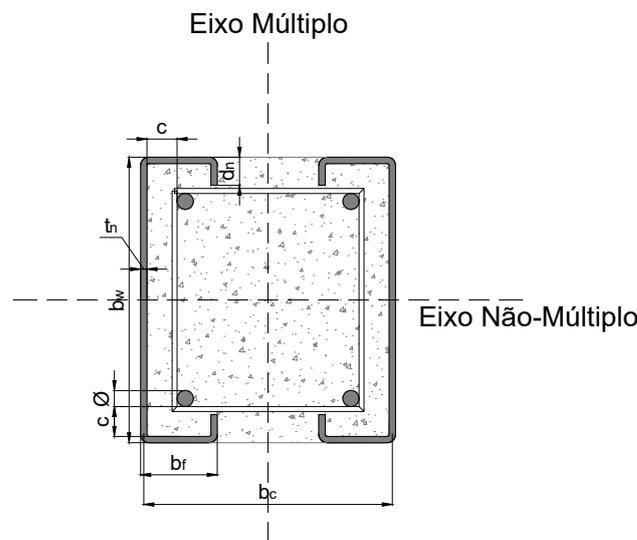


Figura 3.9: Dimensões para seção transversal mista com perfis U enrijecidos.

$$Z_{an} = 2b_f h_n^2 + \frac{(t_n - b_f)(b_w - 2t_n)^2}{2} + 2t_n(d_n - t_n)(b_w - t_n - d_n) \quad (3-43)$$

$$Z_{sn} = Z_s = A_s \left( \frac{b_w}{2} - t_n - c - \frac{\phi}{2} \right) \quad (3-44)$$

$$Z_{cn} = (b_c + t_n)h_n^2 - Z_{an} - Z_{sn} \quad (3-45)$$

**2. LNP no enrijecedor do perfil de aço** As eq.(3-46)-(3-49) apresentam os cálculos de  $h_n$  e dos módulos de resistência plástico do aço, da armadura e do concreto na região equivalente a  $2h_n$ , caso  $\frac{b_w}{2} - d_n < h_n \leq \frac{b_w}{2} - t_n$ :

$$h_n = \frac{4t_n(b_w - 2d_n)f_{yd} + ((b_c - 3t_n)b_w - 4(b_f - 2t_n)t_n)f_{cd1} - 2A_s f_{sd}}{16t_n f_{yd} + 2(b_c - 3t_n)f_{cd1}} \quad (3-46)$$

$$Z_{an} = 2t_n h_n^2 + 2t_n(d_n - t_n)(b_w - d_n - t_n) \quad (3-47)$$

$$Z_{sn} = Z_s = A_s \left( \frac{b_w}{2} - t_n - c - \frac{\phi}{2} \right) \quad (3-48)$$

$$Z_{cn} = (b_c + t_n)h_n^2 - Z_{an} - Z_{sn} \quad (3-49)$$

**3. LNP abaixo do enrijecedor do perfil e acima da armadura** As eq.(3-50)-(3-53) apresentam os cálculos de  $h_n$  e dos módulos de resistência plástico do aço, da armadura e do concreto na região equivalente a  $2h_n$ , para o caso em que  $\frac{b_w}{2} - t_n - c < h_n \leq \frac{b_w}{2} - d_n$ :

$$h_n = \frac{((b_c - t_n)b_w - 4(b_f + d_n - 2t_n)t_n)f_{cd1} - 2A_s f_{sd}}{8t_n f_{yd} + 2(b_c - t_n)f_{cd1}} \quad (3-50)$$

$$Z_{an} = 2t_n h_n^2 \quad (3-51)$$

$$Z_{sn} = Z_s = A_s \left( \frac{b_w}{2} - t_n - c - \frac{\phi}{2} \right) \quad (3-52)$$

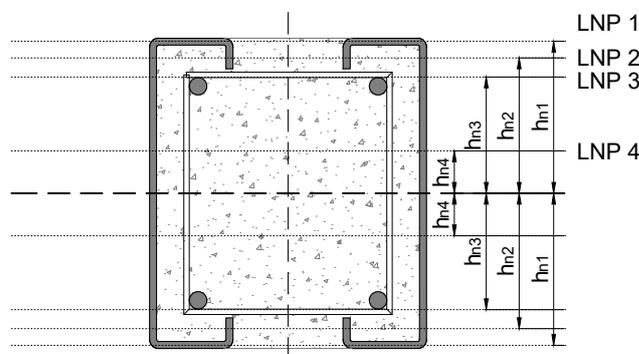


Figura 3.10: Posições relativas da linha neutra plástica para flexão no eixo não-múltiplo da seção com perfis U enrijecidos.

$$Z_{cn} = (b_c - t_n)h_n^2 - Z_{sn} \quad (3-53)$$

**4. LNP abaixo da armadura** As eq.(3-54)-(3-57) apresentam os cálculos de  $h_n$  e dos módulos de resistência plástico do aço, da armadura e do concreto na região equivalente a  $2h_n$ , para o caso em que  $h_n \leq \frac{b_w}{2} - t_n - c - \phi$ :

$$h_n = \frac{((b_c - t_n)b_w - 4(b_f + d_n - 2t_n)t_n - A_s) f_{cd1}}{8t_n f_{yd} + 2(b_c - t_n) f_{cd1}} \quad (3-54)$$

$$Z_{an} = 2t_n h_n^2 \quad (3-55)$$

$$Z_{sn} = 0 \quad (3-56)$$

$$Z_{cn} = (b_c - t_n)h_n^2 - Z_{sn} \quad (3-57)$$

**5. LNP abaixo do enrijecedor do perfil e passando pela armadura** Caso os valores calculados de  $h_n$  não satisfaçam os limites de validade nenhum dos casos anteriores, assume-se que a LNP passa pela armadura longitudinal da seção. Admitindo-se a mesma simplificação utilizada para a seção com perfis I (desconsiderando para o cálculo do equilíbrio de forças a área das barras por onde a LNP passa), tem-se as eq.(3-58)-(3-61) para o cálculo de  $h_n$  e dos módulos de resistência plástico do aço, da armadura e do concreto na região equivalente a  $2h_n$ , para o caso em que  $\frac{b_w}{2} - t_n - c - \phi < h_n \leq \frac{b_w}{2} - d_n - c$ .

Devido à simplificação assumida, o valor de  $h_n$  calculado pode resultar em uma LNP localizada um pouco abaixo da armadura.

$$h_n = \frac{((b_c - t_n)b_w - 4(b_f + d_n - 2t_n)t_n) f_{cd1} - A_s f_{sd}}{8t_n f_{yd} + 2(b_c - t_n) f_{cd1}} \quad (3-58)$$

$$Z_{an} = 2t_n h_n^2 \quad (3-59)$$

$$Z_{sn} = \frac{Z_s}{2} = \frac{A_s}{2} \left( \frac{b_w}{2} - t_n - c - \frac{\phi}{2} \right) \quad (3-60)$$

$$Z_{cn} = (b_c - t_n)h_n^2 - Z_{sn} \quad (3-61)$$

### 3.2.2.2

#### Flexão em relação ao eixo múltiplo

As eq.(3-62), (3-63) e (3-64) definem o cálculo dos módulos de resistência plástico para o perfil de aço, a armadura longitudinal de aço, e o concreto, respectivamente, em relação ao eixo múltiplo.

$$Z_a = 2t_n b_f (b_c + t_n - b_f) + (b_w - 2t_n) t_n b_c + 2(d_n - t_n) t_n (b_c + 2t_n - 2b_f) \quad (3-62)$$

$$Z_s = A_s \left( \frac{b_c}{2} - \frac{t_n}{2} - c - \frac{\phi}{2} \right) \quad (3-63)$$

$$Z_c = \frac{b_w(b_c + t_n)^2}{4} - Z_a - Z_s \quad (3-64)$$

A seguir, serão apresentadas as equações para  $h_n$ ,  $Z_{an}$ ,  $Z_{cn}$  e  $Z_{sn}$ , para as posições que a LNP pode assumir em relação aos componentes da seção, para o caso de flexão no eixo múltiplo. A Figura 3.11 ilustra a posição da LNP em 5 casos.

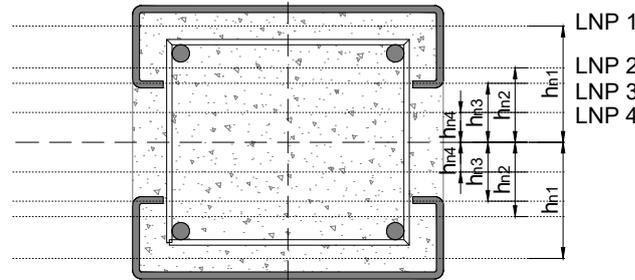


Figura 3.11: Posições relativas da linha neutra plástica para flexão no eixo múltiplo da seção com perfis U enrijecidos.

**1. LNP na mesa do perfil de aço, acima da armadura** As eq.(3-65)-(3-68) apresentam os cálculos de  $h_n$  e dos módulos de resistência plástica do aço, da armadura e do concreto na região equivalente a  $2h_n$ , se  $\frac{b_c}{2} - \frac{t_n}{2} - c < h_n \leq \frac{b_c}{2} - \frac{t_n}{2}$ :

$$h_n = \frac{4t_n(b_c - 2b_f - 2d_n + 3t_n)f_{yd} + (b_w - 2t_n)(b_c - t_n)f_{cd1} - 2A_s f_{sd}}{8t_n f_{yd} + (2b_w - 4t_n)f_{cd1}} \quad (3-65)$$

$$Z_{an} = 2t_n \left( h_n - \frac{b_c}{2} - \frac{t_n}{2} + b_f \right) \left( h_n + \frac{b_c}{2} + \frac{t_n}{2} - b_f \right) + 2t_n(d_n - t_n)(b_c + 2t_n - 2b_f) \quad (3-66)$$

$$Z_{sn} = Z_s = A_s \left( \frac{b_c}{2} - \frac{t_n}{2} - c - \frac{\phi}{2} \right) \quad (3-67)$$

$$Z_{cn} = b_w h_n^2 - Z_{an} - Z_{sn} \quad (3-68)$$

**2. LNP na mesa do perfil de aço, abaixo da armadura** As eq.(3-69)-(3-72) apresentam os cálculos de  $h_n$  e dos módulos de resistência plástica do aço, da armadura e do concreto na região equivalente a  $2h_n$ , se  $\frac{b_c}{2} + \frac{3t_n}{2} - b_f < h_n \leq \frac{b_c}{2} - \frac{t_n}{2} - c - \phi$ :

$$h_n = \frac{4t_n(b_c - 2b_f - 2d_n + 3t_n)f_{yd} + ((b_w - 2t_n)(b_c - t_n) - A_s)f_{cd1}}{8t_n f_{yd} + (2b_w - 4t_n)f_{cd1}} \quad (3-69)$$

$$Z_{an} = 2t_n \left( h_n - \frac{b_c}{2} - \frac{t_n}{2} + b_f \right) \left( h_n + \frac{b_c}{2} + \frac{t_n}{2} - b_f \right) + 2t_n(d_n - t_n)(b_c + 2t_n - 2b_f) \quad (3-70)$$

$$Z_{sn} = 0 \quad (3-71)$$

$$Z_{cn} = b_w h_n^2 - Z_{an} - Z_{sn} \quad (3-72)$$

**3. LNP no enrijecedor do perfil de aço** As eq.(3-73)-(3-76) apresentam os cálculos de  $h_n$  e dos módulos de resistência plástica do aço, da armadura e do concreto na região equivalente a  $2h_n$ , para o caso em que  $\frac{b_c}{2} + \frac{t_n}{2} - b_f < h_n \leq \frac{b_c}{2} + \frac{3t_n}{2} - b_f$ :

$$h_n = \frac{4d_n(b_c + t_n - 2b_f)f_{yd} + (b_w(b_c - t_n) - 4t_n(b_f - 2t_n) - 2d_n(b_c + 3t_n - 2b_f) - A_s)f_{cd1}}{8d_n f_{yd} + (2b_w - 4d_n)f_{cd1}} \quad (3-73)$$

$$Z_{an} = 2d_n \left( h_n + b_f - \frac{b_c}{2} - \frac{t_n}{2} \right) \left( h_n - b_f + \frac{b_c}{2} + \frac{t_n}{2} \right) \quad (3-74)$$

$$Z_{sn} = 0 \quad (3-75)$$

$$Z_{cn} = b_w h_n^2 - Z_{an} - Z_{sn} \quad (3-76)$$

**4. LNP abaixo do enrijecedor do perfil de aço** As eq.(3-77)-(3-80) apresentam os cálculos de  $h_n$  e dos módulos de resistência plástica do aço, da armadura e do concreto na região equivalente a  $2h_n$ , para o caso em que  $h_n \leq \frac{b_c}{2} + \frac{t_n}{2} - b_f$ :

$$h_n = \frac{b_w(b_c - t_n) - 4(b_f - 2t_n)t_n - 4d_n t_n - A_s}{2b_w} \quad (3-77)$$

$$Z_{an} = 0 \quad (3-78)$$

$$Z_{sn} = 0 \quad (3-79)$$

$$Z_{cn} = b_w h_n^2 - Z_{sn} \quad (3-80)$$

**5. LNP na mesa do perfil de aço, passando pela armadura** Caso os valores calculados de  $h_n$  não satisfaçam os limites de validade nenhum dos casos anteriores, assume-se que a LNP passa pela armadura longitudinal da seção, realizando a mesma simplificação admitida para o caso de eixo não-múltiplo. Assim, tem-se as

eq.(3-81)-(3-84) para o cálculo de  $h_n$  e dos módulos de resistência plástico do aço, da armadura e do concreto na região equivalente a  $2h_n$ , se  $\frac{b_c}{2} - \frac{t_n}{2} - c - \phi < h_n \leq \frac{b_c}{2} - \frac{t_n}{2} - c$ .

Devido à simplificação assumida, o valor de  $h_n$  calculado pode resultar em uma LNP localizada um pouco abaixo da armadura.

$$h_n = \frac{4t_n(b_c - 2b_f - 2d_n + 3t_n)f_{yd} + (b_w - 2t_n)(b_c - t_n)f_{cd1} - A_s f_{sd}}{8t_n f_{yd} + (2b_w - 4t_n)f_{cd1}} \quad (3-81)$$

$$Z_{an} = 2t_n \left( h_n - \frac{b_c}{2} - \frac{t_n}{2} + b_f \right) \left( h_n + \frac{b_c}{2} + \frac{t_n}{2} - b_f \right) + 2t_n(d_n - t_n)(b_c + 2t_n - 2b_f) \quad (3-82)$$

$$Z_{sn} = \frac{Z_s}{2} = \frac{A_s}{2} \left( \frac{b_c}{2} - \frac{t_n}{2} - c - \frac{\phi}{2} \right) \quad (3-83)$$

$$Z_{cn} = b_w h_n^2 - Z_{an} - Z_{sn} \quad (3-84)$$

## 4

### Modelagem Numérica

Uma das formas de simular um comportamento estrutural é através de simulações computacionais, ou modelos numéricos. O surgimento de computadores cada vez mais eficientes tem possibilitado a simulação de modelos complexos que normalmente não poderiam ser resolvidos de maneira simples por modelos analíticos. Um dos métodos mais utilizados para modelagem numérica na engenharia é o Método dos Elementos Finitos.

De acordo com Vellasco *et al* [43], o primeiro passo para uma modelagem numérica eficiente consiste em estabelecer as condições de apoio, tipo de material e carregamento que representem adequadamente o problema estudado. Além disso, é essencial que ocorra um estudo de refinamento da malha, para observar a variação dos resultados com o tamanho dos elementos usados para discretizar o problema, e também a calibração dos resultados numéricos com resultados experimentais ou com formulações teóricas.

Uma vez calibrado um modelo numérico, ele traz como vantagem permitir a análise da influência dos diversos fatores envolvidos no comportamento estrutural estudado, com o menor custo em relação ao que um modelo experimental exigiria. Além disso, no modelo numérico não há a dispersão das propriedades observada em laboratório.

Dessa forma, normalmente o objetivo principal de um estudo numérico é demonstrar que o modelo proposto consegue simular bem uma estrutura real, além de permitir realizar um estudo paramétrico para avaliar a influência de diferentes variáveis no comportamento do modelo estudado.

Nessa capítulo, serão abordados os aspectos considerados para realização da modelagem numérica, como modelos constitutivos adotados para os materiais, modelos geométricos, tipos de elementos finitos, condições de contorno e carregamento e tipo de análise.

A modelagem foi realizada através do software de elementos finitos Abaqus, versão 14.1. O software não exige a declaração das unidades utilizadas para os parâmetros, entretanto é necessário que elas sejam compatíveis entre si. Desse modo, utilizou-se unidade de comprimento em milímetros, tensão em MegaPascal, e força em Newtons.

## 4.1

### Modelos constitutivos dos materiais

#### 4.1.1

##### Perfil de aço

O aço é um material de alta resistência que apresenta comportamento elastoplástico e alta ductilidade. Dessa forma, para baixos valores de deformação, as tensões no material são linearmente proporcionais às deformações, e o módulo de elasticidade se mantém constante. Essa proporcionalidade se mantém até que se atinja certo valor de tensão, chamado tensão de escoamento ( $f_y$ ), a partir do qual o material entra no regime plástico.

No regime plástico, o aço pode apresentar encruamento, em que, à medida que há aumento das deformações, também há aumento das tensões até atingir um valor de ruptura ( $f_u$ ), ou ele pode exibir um comportamento de plasticidade perfeita, em que as deformações aumentam sem nenhum aumento da tensão no material. Para o modelo estudado nesse trabalho, será considerada a plasticidade perfeita para os perfis de aço, o que é uma hipótese adequada para o aço estrutural comum [2, 27].

O aço considerado na modelagem para os perfis de aço e conectores é o ASTM A-572 Grau 50, cujas propriedades, obtidas a partir da NBR 8800:2008 [3], são: resistência de escoamento  $f_y = 345MPa$ , resistência última  $f_u = 450MPa$ , módulo de elasticidade longitudinal  $E_a = 200GPa$  e coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$ .

#### 4.1.2

##### Armadura longitudinal de aço

Assim como feito para o aço que compõe os perfis, considerou-se um comportamento elastoplástico perfeito para o aço das armaduras utilizadas para armar o concreto. Foi utilizado aço CA-50, cuja tensão de escoamento é, segundo a ABNT NBR 7840:2007 [44],  $f_y = 500MPa$ .

A Figura 4.1 simula o comportamento unidimensional das curvas tensão-deformação adotadas para os aços do perfil e da armadura.

#### 4.1.3

##### Concreto

O concreto é um material cuja relação tensão-deformação é não-linear mesmo para pequenos valores de deformações, podendo ser considerado um material frágil. Essas características se devem à sua própria natureza heterogênea, já que é composto de cimento, agregados, água, e ao desenvolvimento de microfissuras que já existem no material mesmo antes de ser submetido a um carregamento [2].

Em geral, o comportamento de uma curva tensão-deformação do concreto submetido a compressão pode ser dividido em 3 fases. A primeira, correspondente a uma faixa de tensão entre 30% e 40% da resistência máxima a compressão do concreto, consiste em uma fase elástica linear. A segunda fase consiste no aumento das fissuras, em número e tamanho, e sua propagação de forma estável; a partir desse ponto, a relação tensão-deformação se torna não-linear. A terceira fase corresponde ao início do colapso do concreto e ao ramo descendente da curva, com o aumento do número de fissuras na argamassa e na interface com o agregado graúdo, formando zonas de dano interno e deformações localizadas [2].

Já no comportamento à tração, o concreto apresenta uma resistência muito menor do que à compressão (cerca de 10%), e um comportamento frágil mais acentuado, caracterizando-se por uma rápida queda na tensão, após atingir o valor de pico, na curva tensão-deformação. Isso se deve ao fato de que a resistência à tração na interface agregado graúdo e argamassa é muito menor que a resistência da própria argamassa, e que a faixa de tensões relacionadas à propagação estável de fissuras é reduzida [2].

De acordo com Lubliner [45], a teoria clássica da plasticidade funciona como um modelo que consegue aproximar bem o comportamento do concreto armado quando ele atua principalmente em compressão. Nos casos em que solicitações de tração e desenvolvimento de fissuras são relevantes, torna-se necessário considerar um modelo que utilize conceitos da mecânica da fratura ou de dano.

O dano pode ser interpretado como a existência de descontinuidades do material na microescala, representando a redução da rigidez do material. A variável de dano é um valor escalar que nunca reduz (processo irreversível), e só aumenta quando ocorrem deformações plásticas [45]. Um material sem dano apresenta

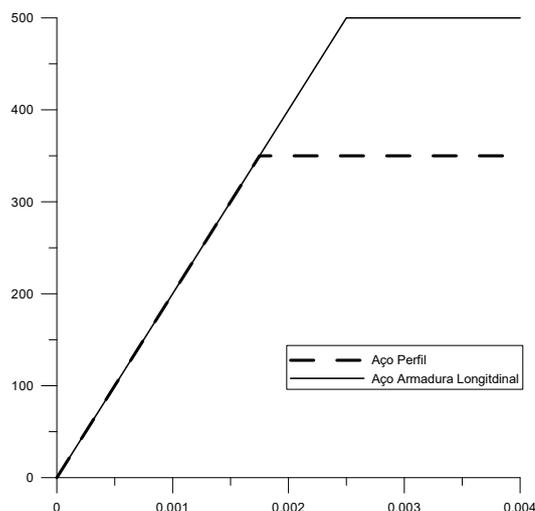


Figura 4.1: Curvas tensão-deformação adotadas para o aço dos perfis e da armadura longitudinal.

parâmetro de dano igual a 0, enquanto o valor de dano igual a 1 indica um material com perda total da resistência.

Segundo Jason [46], um modelo que considere apenas a elasticidade e o dano não consegue representar deformações plásticas (irreversíveis), enquanto um modelo elastoplástico sem dano apresenta uma curva de descarregamento que segue a rigidez elástica, o que também não é adequado de acordo com resultados experimentais. A Figura 4.2 ilustra o comportamento básico de uma curva tensão-deformação uniaxial para o concreto considerando esses dois tipos de modelos, e o resultado experimental esperado.

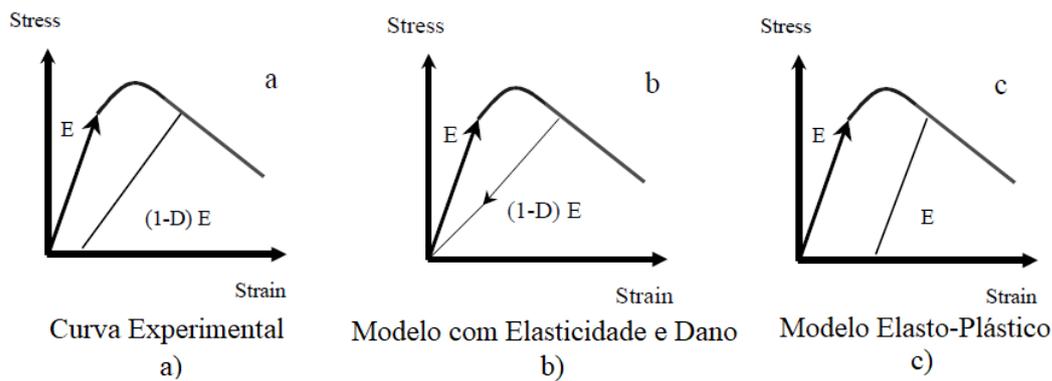


Figura 4.2: Comportamento uniaxial do concreto ao carregamento e descarregamento: (a) experimental, (b) com modelo de dano, e (c) com modelo de plasticidade. Adaptada de [46]

#### 4.1.3.1

##### O modelo *Concrete Damage Plasticity* do Abaqus

Para os modelos desenvolvidos nesse trabalho, será utilizado o modelo *Concrete Damage Plasticity* (CDP) disponibilizado pelo Abaqus. De acordo com o *Abaqus User's Manual* versão 6.10 [47], esse modelo usa uma combinação de um modelo isotrópico de elasticidade e dano, com um modelo isotrópico de plasticidade à tração e compressão, sendo adequado para representar o comportamento inelástico do concreto simples e do concreto armado.

O CDP assume que os dois modelos de falha do concreto são fissuração por tensão e esmagamento por compressão. A evolução da superfície de escoamento depende das variáveis  $\epsilon_t^{pl}$  e  $\epsilon_c^{pl}$  que são as deformações plásticas equivalentes à tração e compressão, respectivamente.

As curvas de tensão-deformação para compressão e tração do concreto costumam ter as formas apresentadas nas Figuras 4.3 e 4.4, respectivamente. Observa-se das figuras que, quando o material é descarregado a partir de qualquer ponto do ramo descendente da curva, o caminho percorrido não é o mesmo do trecho elástico, porque o material sofreu dano. Essa degradação da rigidez é representada por

duas variáveis de dano,  $d_t$  e  $d_c$ , à tração e compressão, respectivamente, as quais variam de 0 a 1.

O comportamento à compressão do concreto (Figura 4.3) pode ser dividido em 3 fases, conforme explicado anteriormente: uma fase elástica até a tensão de escoamento  $\sigma_{co}$ , em que o concreto apresenta uma rigidez inicial  $E_0$ , uma fase de encruamento até que a tensão atinja o valor da tensão última  $\sigma_{cu}$ , e uma fase final de amolecimento. Nessa última fase, o descarregamento do material evidencia a degradação da sua rigidez, devido ao parâmetro de dano à compressão.

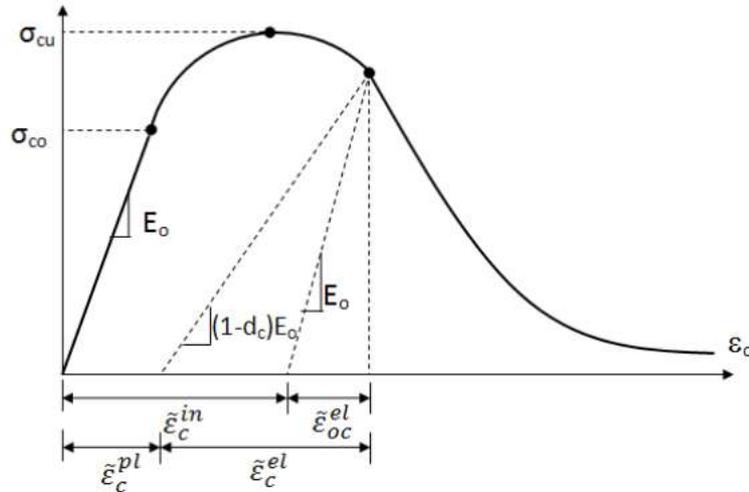


Figura 4.3: Curva característica tensão-deformação do CDP para compressão. [47]

Na Figura 4.3, as variáveis  $\epsilon_c^{el}$ ,  $\epsilon_{0c}^{el}$  e  $\epsilon_c^{in}$  representam, respectivamente, a deformação elástica real, a deformação elástica correspondente a um material sem dano ( $\epsilon_{0c}^{el} = \sigma_c / E_0$ ) e a deformação inelástica (calculada por  $\epsilon_c^{in} = \epsilon_c - \epsilon_{0c}^{el}$ ), para o concreto submetido à compressão.

Na curva de tração (Figura 4.4), o material apresenta rigidez inicial  $E_0$ , quando ele se encontra no regime elástico, o qual é válido até a tensão de falha  $\sigma_{t0}$ . A partir desse ponto, começam a se formar microfissuras no material, o que é representado pelo trecho de amolecimento na curva tensão-deformação. Se o material é descarregado a partir de qualquer ponto do trecho de amolecimento, o caminho percorrido não é o mesmo do trecho elástico, devido ao parâmetro de dano à tração.

Na Figura 4.4, as variáveis  $\epsilon_t^{el}$ ,  $\epsilon_{0t}^{el}$  e  $\epsilon_t^{ck}$  representam, respectivamente, a deformação elástica real, a deformação elástica correspondente a um material sem dano ( $\epsilon_{0t}^{el} = \sigma_t / E_0$ ) e a deformação inelástica de fissuração (definida como  $\epsilon_t^{ck} = \epsilon_t - \epsilon_{0t}^{el}$ ), para o concreto submetido à tração.

A inclusão na modelagem do concreto do comportamento pós-falha como um amolecimento na curva tensão-deformação (ao que o Abaqus se refere como

*tension stiffening*) permite a simulação da transferência de carga que ocorre das regiões fissuradas do concreto para a sua armadura longitudinal [47].

Quanto à plasticidade do concreto, o modelo do CDP utiliza a função de escoamento de Lubliner [45], com algumas modificações, e considerando tensões efetivas ( $\sigma_{ef} = \frac{\sigma}{1-d}$ ). O fluxo plástico é considerado não associado, ou seja, a variação da deformação plástica não ocorre na mesma direção que a normal à superfície de escoamento. O potencial plástico utilizado no modelo é a função hiperbólica de Ducker-Prager [47].

Assim, cinco variáveis básicas são exigidas como parâmetro de entrada para o modelo, descritas a seguir:

- 1) O ângulo de dilatação  $\Psi$  é obtido pelo ângulo no plano  $p$ - $q$  ( $p$  e  $q$  são funções, respectivamente, do primeiro invariante do tensor de tensões de Cauchy, e do segundo invariante do tensor de tensões desviadoras) em altas pressões confinantes. Segundo Kmiecik [48], pode ser interpretado fisicamente como o ângulo de atrito interno do concreto;
- 2) A excentricidade  $\varepsilon$  indica o quanto a função hiperbólica do potencial plástico assumido no modelo CDP se aproxima de sua assíntota, conforme pode ser ilustrado na Figura 4.5. Se  $\varepsilon = 0$ , tem-se a hipótese clássica de Drucker-Prager. O valor *default* do Abaqus para esse parâmetro é  $\varepsilon = 0,1$ ;
- 3) O coeficiente de tensão  $\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$  indica a razão entre a tensão de escoamento do concreto à compressão em um estado equibiaxial de tensões e a sua tensão de escoamento em um estado uniaxial de tensões. A Figura 4.6 ilustra uma

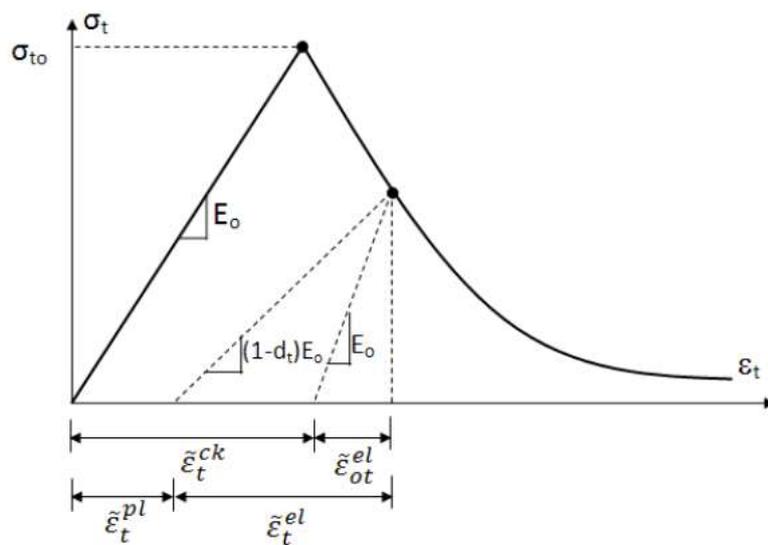


Figura 4.4: Curva característica tensão-deformação do CDP para tração. [47]

curva típica das tensões principais do concreto em estado biaxial. O valor *default* do Abaqus para esse parâmetro é  $\sigma_{b0}/\sigma_{c0} = 1,16$ ;

- 4) O fator de forma  $K_c$  é definido como a razão entre a distância do eixo hidrostático ao meridiano de compressão da seção desviadora, e a distância entre o eixo hidrostático e o meridiano de tração da seção desviadora [48]. Essa razão é sempre maior que 0.5 e menor ou igual a 1, e quando  $K_c = 1$ , tem-se o modelo clássico de Drucker-Prager (Figura 4.7). O Abaqus adota para esse parâmetro o valor *default* de  $K_c = 2/3$ ;
- 5) O parâmetro de viscosidade  $\mu$  é utilizado quando deseja-se contornar problemas de convergência em uma análise implícita. Quando utilizado, o valor desse parâmetro deve ser suficientemente pequeno, de modo que permita que as tensões estejam um pouco acima da superfície de escoamento, mas sem afetar significativamente a precisão da análise. O valor *default* desse parâmetro é  $\mu = 0$ .

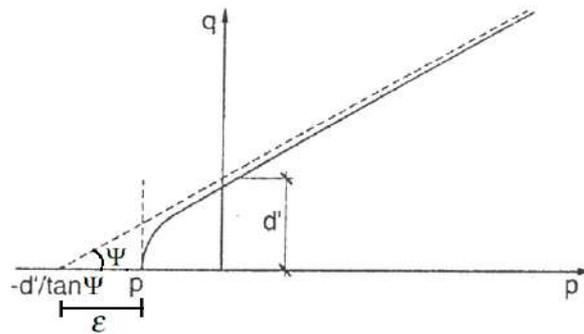


Figura 4.5: Superfície hiperbólica do potencial plástico no plano meridional 0.  
Adaptada de [48]

#### 4.1.3.2

##### Curvas para modelagem do concreto

O modelo CDP requer que se adicionem pares de pontos  $\sigma_t - \epsilon_t^{ck}$  para a curva de tração, e  $\sigma_c - \epsilon_c^{in}$  para a curva de compressão. As curvas de dano também devem ser dadas em função das deformações inelásticas ( $d_t - \epsilon_t^{ck}$  e  $d_c - \epsilon_c^{in}$ ). Assim, apenas os pontos da curva referentes ao regime não elástico precisam ser incluídos como dados de entrada. A seguir, serão apresentadas as curvas utilizadas como base para a modelagem nesse trabalho.

O Eurocode 2 (EN 1992-1-1 [49]) apresenta um modelo não-linear para a curva tensão-deformação do concreto à compressão, com um pequeno ramo descendente após o pico da curva (Figura 4.8). O módulo de elasticidade secante do concreto  $E_{cm}$  é definido aproximadamente como a inclinação da reta que passa

pela origem e pelo ponto da curva com tensão  $0,4f_{cm}$ , sendo  $f_{cm}$  a resistência média à compressão do concreto. A deformação de pico é representada pela variável  $\epsilon_{c1}$  e a deformação última à compressão é  $\epsilon_{cu1}$ .

A equação que define a curva apresentada na Figura 4.8 é válida para deformações compressivas menores que  $\epsilon_{cu1}$  e é dada pela eq.(4-1):

$$\sigma_c = f_{cm} \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \tag{4-1}$$

em que  $\eta = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}}$ ,  $k = \frac{1,05E_{cm}\epsilon_{c1}}{f_{cm}}$ . Os valores de  $f_{cm}$ ,  $\epsilon_{c1}$  e  $\epsilon_{cu1}$  podem ser obtidos de valores tabelados para concretos de diferentes  $f_{ck}$ .

Alguns modelos baseiam-se na curva de compressão do Eurocode, estendendo o ramo decrescente com diferentes equações. É o caso da curva proposta por Pavlovic [50], apresentada na Figura 4.9 e utilizada neste trabalho.

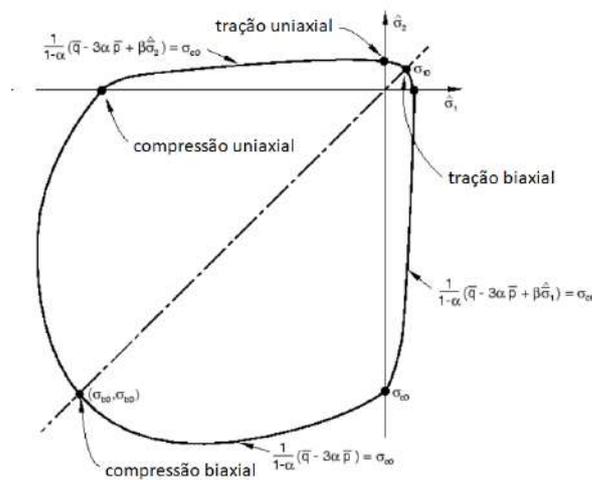


Figura 4.6: Resistência do concreto sob estado biaxial de tensões. Adaptada de [47]

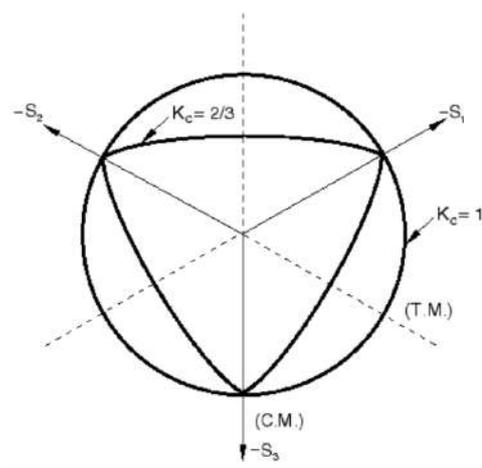


Figura 4.7: Superfícies de escoamento no plano desviador para diferentes valores de  $K_c$ . [47]

Do ponto A até o ponto B da Figura 4.9, tem-se o ramo considerado linear, até se atingir a tensão correspondente a  $0,4f_{cm}$ ; do ponto B ao ponto C (correspondente à tensão  $f_{cm}$ ) tem-se o encruamento; do ponto C ao ponto D, tem-se o início do amolecimento, até a deformação  $\epsilon_{cuD} = \epsilon_{cu1}$  (cuja tensão correspondente é  $f_{cu1}$ ).

A partir do ponto D, se inicia a extensão em relação ao modelo do Eurocode. Pavlovic utilizar uma curva senoidal até o ponto E, correspondente a uma deformação  $\epsilon_{cuE} = 0,03$  e com tensão  $f_{cuE}$ , e depois um trecho linear até a deformação  $\epsilon_{cuF} = 0,1$ , correspondente ao ponto F, cuja tensão é  $f_{cuF}$ . A eq.(4-2) define a curva

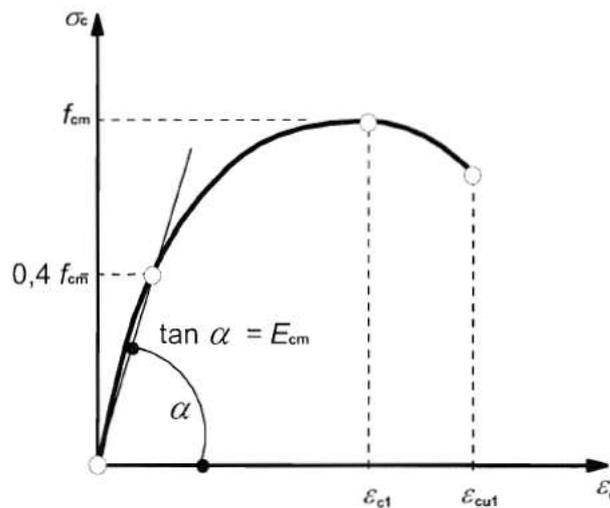


Figura 4.8: Representação da curva tensão-deformação do concreto à compressão segundo o Eurocode 2. [49]

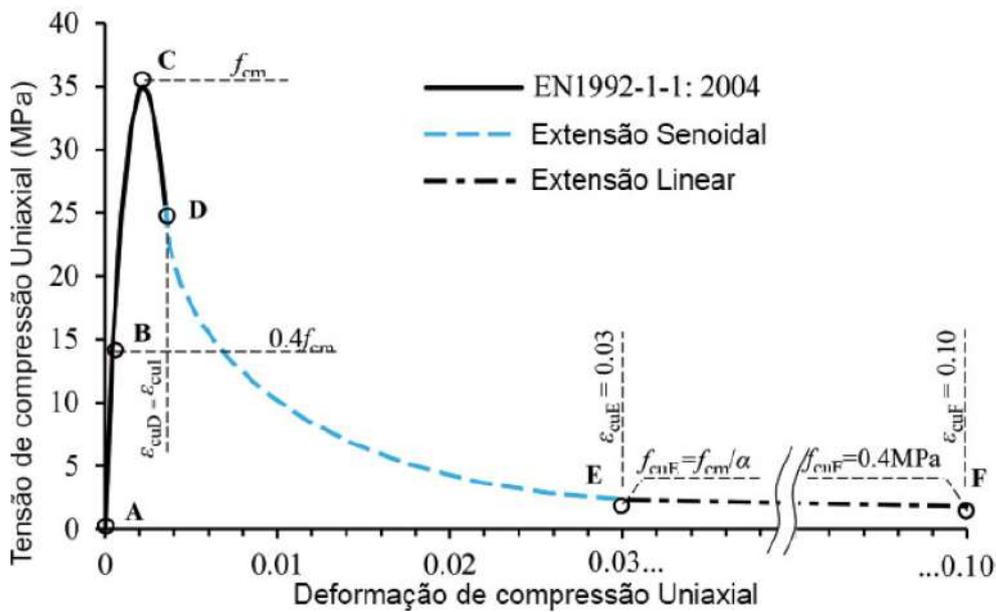


Figura 4.9: Representação da curva tensão-deformação do concreto à compressão segundo Pavlovic. Adaptada de [50]

do ponto D ao F:

$$\sigma_c = \begin{cases} f_{cm} \left[ \frac{1}{\beta} - \frac{\sin(\mu^{\alpha_D} \cdot \alpha_{tE} \cdot \frac{\pi}{2})}{\beta \cdot \sin(\alpha_{tE} \cdot \frac{\pi}{2})} + \frac{\mu}{\alpha} \right] & \text{se } \epsilon_{cuD} < \epsilon_c \leq \epsilon_{cuE} \\ \frac{f_{cuE}(\epsilon_{cuF} - \epsilon_c) + f_{cuF}(\epsilon_c - \epsilon_{cuE})}{\epsilon_{cuF} - \epsilon_{cuE}} & \text{se } \epsilon_{cuE} < \epsilon_c \leq \epsilon_{cuF} \end{cases} \quad (4-2)$$

em que  $\beta = \frac{f_{cm}}{f_{cu1}}$  e  $\mu = \frac{\epsilon_c - \epsilon_{cuD}}{\epsilon_{cuE} - \epsilon_{cuD}}$ .  $\alpha = \frac{f_{cm}}{f_{cuE}}$  é um fator utilizado para reduzir a resistência ao final do ramo senoidal descendente,  $\alpha_{tD}$  é a tangente da senoidal no ponto D, e  $\alpha_{tE}$  é a tangente da mesma no ponto E; os parâmetros  $\alpha$ ,  $\alpha_{tD}$  e  $\alpha_{tE}$  podem ser obtidos por meio de calibração com resultados experimentais.

Já para a curva de tração, tem-se um modelo mais simples, também utilizado por Najafgholipour [51]. Após ser atingida a tensão média à tração do concreto,  $f_{ctm}$ , tem-se um comportamento linear no ramo descendente da curva; esse amolecimento representa a abertura de fissuras no material. A curva de tração proposta é apresentada na Figura 4.10.

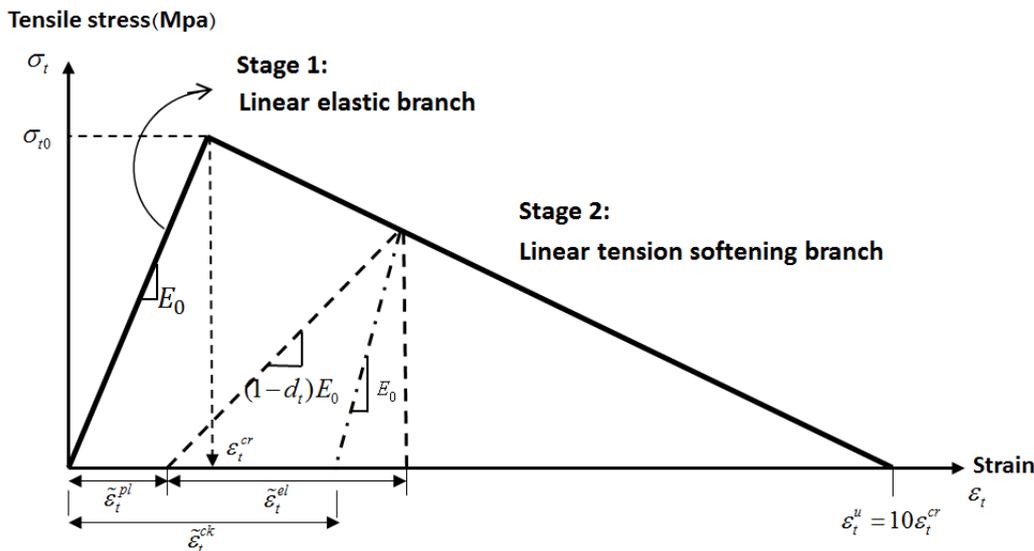


Figura 4.10: Representação da curva tensão-deformação do concreto à tração segundo Najafgholipour. Adaptada de [51]

O Abaqus calcula as deformações plásticas a partir dos valores das deformações inelásticas (utilizados como dados de entrada) e dos parâmetros de dano, conforme eq.(4-3), e retorna um erro se os valores encontrados forem negativos ou decrescerem com o aumento da deformação inelástica. Esse erro costuma indicar a utilização de uma curva de dano incorreta, por isso é necessário definir as curvas de dano à tração e à compressão de forma cautelosa [47]. Caso não sejam fornecidos dados dos parâmetros de dano, as deformações plásticas são admitidas como sendo iguais às inelásticas.

$$\begin{cases} \epsilon_c^{pl} = \epsilon_c^{in} - \frac{d_c}{1-d_c} \frac{\sigma_c}{E_0} \\ \epsilon_t^{pl} = \epsilon_t^{ck} - \frac{d_t}{1-d_t} \frac{\sigma_t}{E_0} \end{cases} \quad (4-3)$$

O dano à tração ou à compressão só ocorre após ser atingida a resistência de pico do material. A eq.(4-4) determina o cálculo dos parâmetros de dano utilizado por [50]:

$$\begin{cases} d_c = 1 - \frac{\sigma_c}{f_{cm}} \\ d_t = 1 - \frac{\sigma_t}{f_{ctm}} \end{cases} \quad (4-4)$$

#### 4.1.3.3

##### Parâmetros considerados na modelagem

Foi considerado para modelagem um concreto com módulo de elasticidade longitudinal  $E_c = 33GPa$ , coeficiente de Poisson  $\nu = 0,2$ , e resistência característica à compressão  $f_{ck} = 30MPa$ .

Os parâmetros utilizados como entrada para o modelo *Concrete Damage Plasticity* são apresentados na Tabela 4.1, obtidos de [38].

Tabela 4.1: Parâmetros de entrada para o modelo Concrete Damage Plasticity no Abaqus.

Parâmetro	Valor
Ângulo de Dilatância ( $\Psi$ )	38
Excentricidade ( $\epsilon$ )	0,1
Coeficiente de tensão ( $\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$ )	1,16
Fator de forma ( $K_c$ )	2/3
Parâmetro de Viscosidade ( $\mu$ )	0

As curvas tensão-deformação utilizadas para representar o comportamento do concreto à tensão e compressão são apresentadas na Figura 4.11. Por sua vez, as curvas de dano à tração e compressão consideradas estão ilustradas na Figura 4.12.

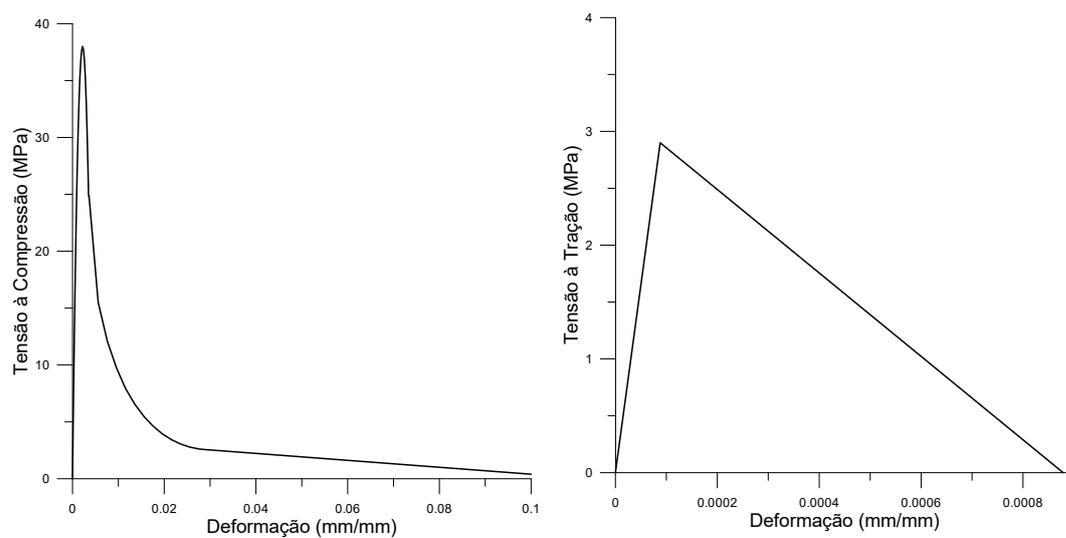


Figura 4.11: Curvas tensão-deformação do concreto utilizadas como parâmetro de entrada no Abaqus.

## 4.2 Modelo geométrico

A análise numérica foi realizada em pilares com seções formadas por duplo perfil I e duplo perfil U, considerando para cada caso a atuação apenas dos perfis de aço e também seções mistas aço-concreto.

Para a seção com perfis I, o perfil de aço utilizado foi o W310x21, enquanto para a seção com perfis U, foi considerado um perfil com espessura 6,35mm. As seções foram dimensionadas de modo que as dimensões totais nas duas direções fossem iguais. As dimensões das seções utilizadas são apresentadas na Figura 4.13.

Desse modo, foram definidos 4 modelos principais para realizar a análise numérica, cujas nomenclaturas e características principais são definidas conforme a seguir:

- Modelo IA: Seção transversal composta por perfis de aço laminados tipo I

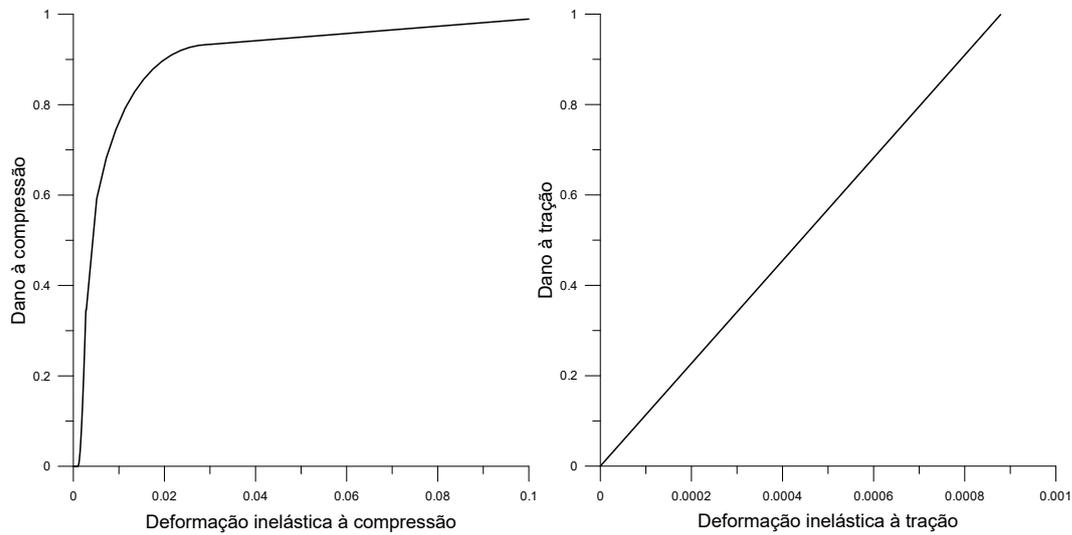


Figura 4.12: Curvas de dano do concreto utilizadas como parâmetro de entrada no Abaqus.

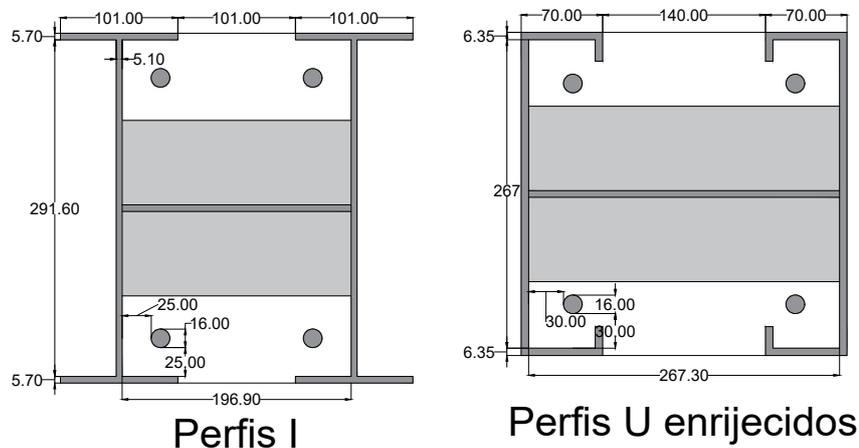


Figura 4.13: Geometria das seções transversais utilizadas.

W310x21, ligados por conector W150x22,5;

- Modelo IM: Seção transversal composta por perfis de aço laminados tipo I W310x21, ligados por conector W150x22,5, e preenchidos com concreto C30, armado longitudinalmente com 4 barras de aço de 16mm;
- Modelo UA: Seção transversal composta por perfis de aço tipo U enrijecidos Ue280x70x25x6,35, ligados por conector W150x22,5;
- Modelo UM: Seção transversal composta por perfis de aço tipo U enrijecidos Ue280x70x25x6,35, ligados por conector W150x22,5, e preenchidos com concreto C30, armado longitudinalmente com 4 barras de aço de 16mm.

Foram modelados pilares de 6m de comprimento, com 5 conectores espaçados de 1400mm entre si, estando os conectores da extremidade a 200mm da borda, conforme ilustra a Figura 4.14. Nas extremidades, o pilar é fechado por chapas de 5/16" de espessura.

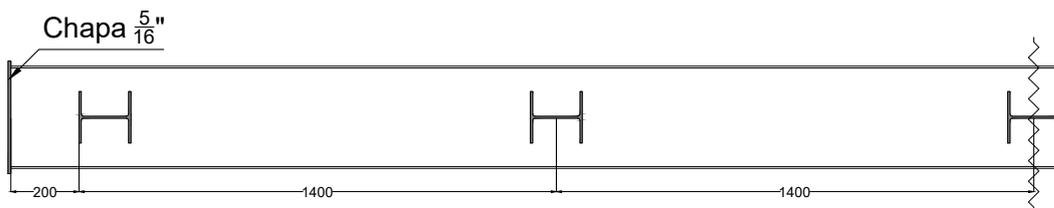


Figura 4.14: Geometria do pilar visto longitudinalmente.

A modelagem dos estribos não foi considerada, pois, para os carregamentos estudados nesse trabalho, foi verificado que a inclusão desses elementos aumentava significativamente o tempo computacional necessário para análise e pouco influenciava no resultado dos parâmetros de interesse.

Como as estruturas modeladas apresentam vários elementos de diferentes materiais que compõem o pilar, é necessário considerar as interações entre os diversos elementos. Isso é feito através do uso das chamadas *Constraints*, do módulo *Interaction* do Abaqus, que relacionam os graus de liberdade dos nós de determinado elemento aos dos nós de outro elemento.

A interação entre os elementos de aço soldados entre si (chapa e conectores com os perfis de aço) foi modelada considerando-se *constraints* do tipo *Tie*, em que a translação e rotação dos nós do perfil de aço (*master nodes*) implica em igual deslocamento dos nós dos conectores e das chapas ligados ao mesmo (*slave nodes*).

Foram utilizadas *constraints* do tipo *Embedded region*, para simular a interação que as barras da armadura longitudinal e a região interna dos conectores têm com o concreto. Além disso, foi considerada também uma *Interaction* do tipo *General Contact* para considerar o comportamento tangencial e normal nas regiões de

contato entre diferentes elementos, como por exemplo entre o concreto e o perfil de aço.

### 4.3 Elementos finitos

A discretização do modelo em elementos finitos foi feita considerando-se um tamanho de malha uniforme ao longo de todas as partes do modelo (perfil de aço, armadura longitudinal, concreto, conectores e chapas de extremidade).

O elemento utilizado foi o C3D8R, que é um tipo de elemento tridimensional com forma hexaédrica, que possui 8 nós, 3 graus de liberdade em cada nó (translação em x, y e z), e integração reduzida. Cada elemento possui apenas 1 ponto de integração em seu interior.

As figuras a seguir ilustram as malhas geradas para os modelos mistos (Figura 4.15), destacando a malha das seções transversais sem apresentar o concreto (Figura 4.16), dos perfis de aço (Figura 4.17), apenas do concreto (Figura 4.18) e a malha dos conectores, da chapa e da armadura (Figura 4.19).

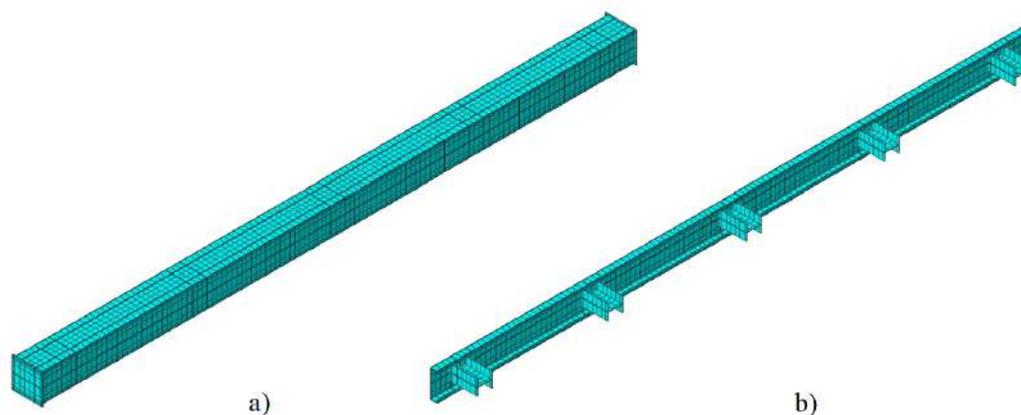


Figura 4.15: Malha do pilar misto (a) completo, (b) evidenciando a distribuição dos conectores.

### 4.4 Condições de contorno e carregamento

Os modelos estudados nesse trabalho foram submetidos a carregamentos de flexão, compressão e flexo-compressão. As condições de contorno consideradas para cada caso serão descritas a seguir.

#### 4.4.1 Carregamento de flexão

No estudo da estrutura submetida apenas a flexão, a mesma se comporta como uma viga biapoiada, com um apoio do primeiro gênero (restrição apenas ao

deslocamento na direção da carga) em uma extremidade, e um apoio do segundo gênero (restrição do deslocamento na direção da carga e na direção longitudinal da viga) na outra extremidade. A flexão foi considerada em relação aos eixos múltiplo e não-múltiplo da viga.

Um carregamento vertical total foi considerado distribuído em dois pontos,

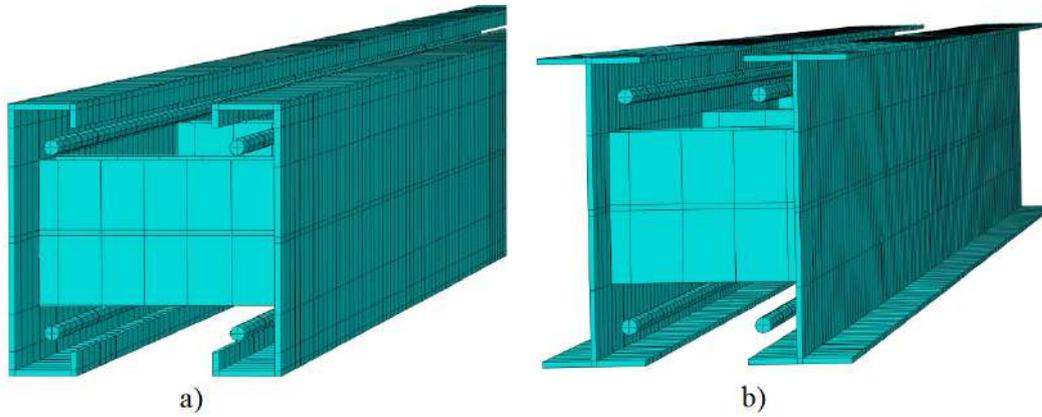


Figura 4.16: Malha da seção transversal do pilar, sem apresentar o concreto (a) com perfis U, (b) com perfis I.

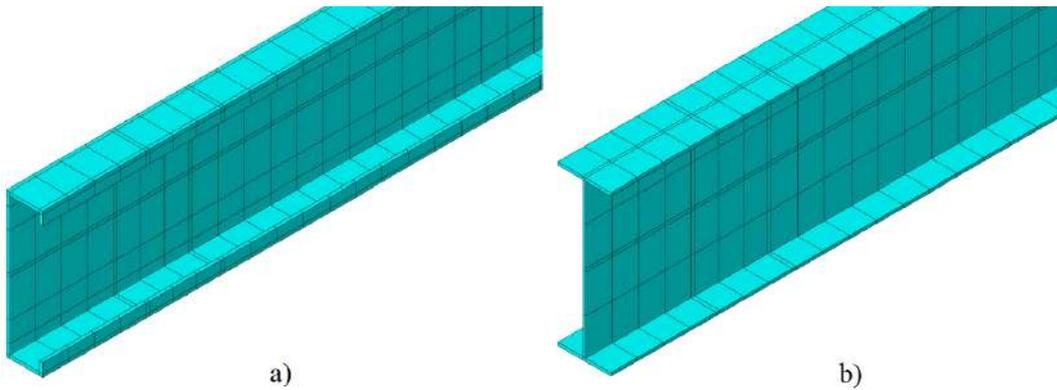


Figura 4.17: Malha dos perfis de aço (a) tipo U, (b) tipo I.

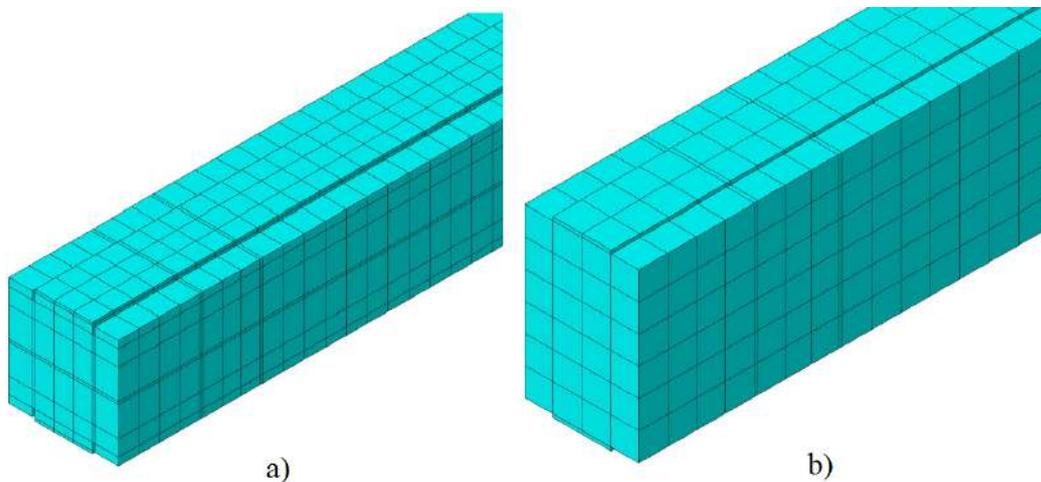


Figura 4.18: Malha do concreto no pilar (a) com perfis U, (b) com perfis I.

distantes 250mm para cada lado do centro da viga, simulando as condições experimentais dos estudos de [38] e [39]. A Figura 4.20 apresenta as condições de contorno representadas no Abaqus.

O modo de aplicação das condições de contorno e carregamento foi através do uso das *Multipoint Constraints*. Essa função do Abaqus permite que as condições de carregamento ou de contorno aplicadas a determinado nó sejam transmitidas a outros pontos ou superfícies a qual o mesmo está ligado [47].

Dessa forma, para as condições de contorno, as restrições que representam os apoios foram aplicadas a 75mm na face inferior de cada extremidade da viga, enquanto as regiões que estarão submetidas a essas condições englobam a superfície de largura 150mm, a partir das extremidades. A Figura 4.21 ilustra o esquema.

Os pontos de aplicação do carregamento encontram-se a 250mm do centro da viga, conforme explicado anteriormente, e esses pontos repassam o carregamento para regiões que se estendem 40mm para cada lado na face superior da viga, conforme ilustra a Figura 4.22.

#### 4.4.2

##### Carregamento de compressão e flexo-compressão

Para o estudo da estrutura submetida a carregamentos de compressão e de flexo-compressão, modelaram-se pilares rotulados em uma extremidade, e submetidos a cargas de compressão na outra extremidade. Para o carregamento de compressão pura, a carga foi aplicada no centro da seção transversal, enquanto para o

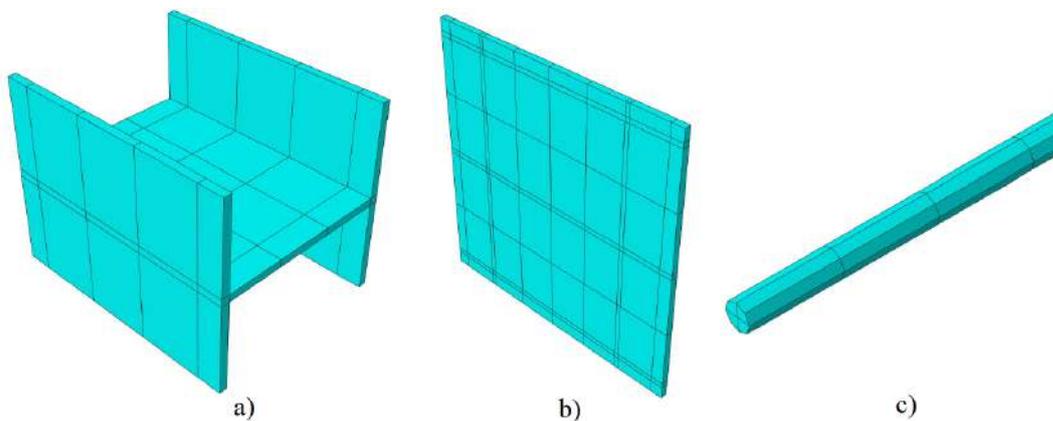


Figura 4.19: Malhas (a) do conector, (b) da chapa, (c) da armadura.

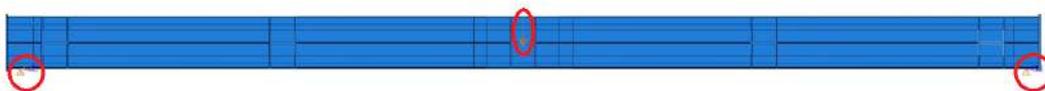


Figura 4.20: Condições de contorno da viga no Abaqus, para carregamento à flexão.

carregamento de flexo-compressão essa carga foi aplicada com uma certa excentricidade do centro da seção. Foram considerados casos de excentricidade de tal modo que provocassem flexão no eixo múltiplo ou no eixo não-múltiplo do pilar.

Foram modeladas chapas de mesmo comprimento nas duas extremidades do pilar, se estendendo em determinada direção da seção transversal, de modo que, para os casos de flexo-compressão, a excentricidade de aplicação da carga gerasse a flexão no eixo desejado.

A aplicação das condições de contorno foi feita utilizando-se a função *Rigid Body* do Abaqus. Esse tipo de *constraint*, permite que determinada parte do modelo atue como um corpo rígido durante a análise, e se mova de acordo com as condições aplicadas a determinado nó de referência definido pelo usuário [47].

Assim, foram aplicadas *Rigid Body constraints* às duas chapas de extremidade, considerando-se que os nós de referência de cada chapa encontram-se nas

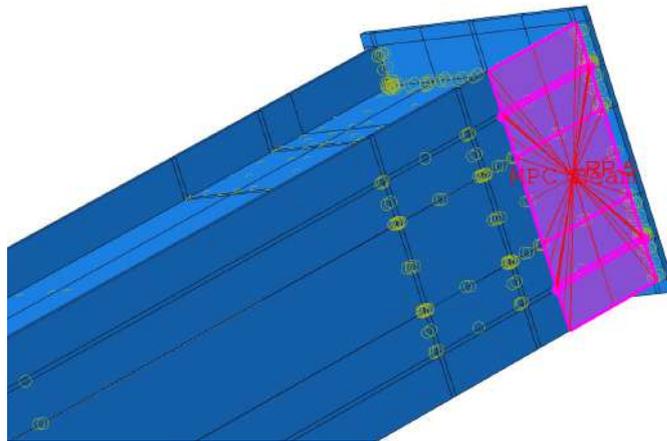


Figura 4.21: *Multipoint Constraint* na condição de apoio, para o carregamento à flexão.

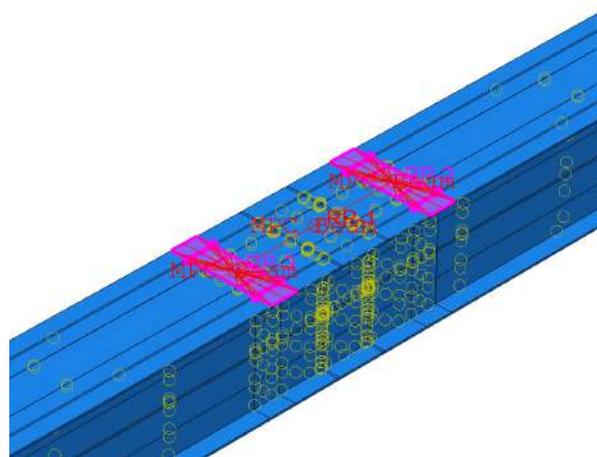


Figura 4.22: *Multipoint Constraint* nas regiões de aplicação da carga, para o carregamento à flexão.

extremidades das chapas, e alinhados ao longo do eixo longitudinal do pilar, de modo que a rótula seja perfeita. Em um nó foi aplicado um carregamento de compressão ao longo do eixo longitudinal do pilar, e no nó da outra extremidade foi aplicada uma restrição translacional nas 3 direções, possibilitando a rotação. O esquema adotado é apresentado na Figura 4.23.

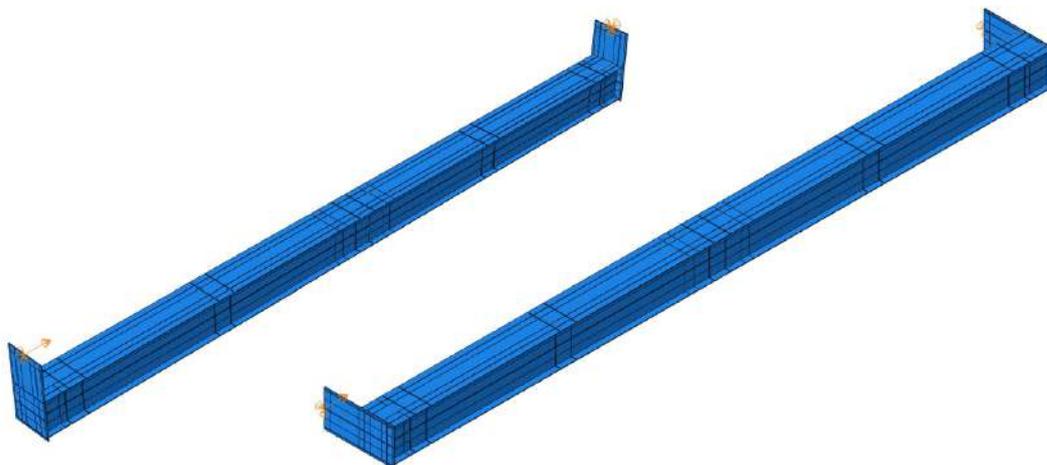


Figura 4.23: Esquema de condições de contorno do pilar no Abaqus.

## 4.5

### Tipo de análise

O tipo de estrutura analisada nesse trabalho requer que sejam consideradas as não-linearidades físicas e geométricas do modelo. A não-linearidade física deve-se à natureza não-linear dos materiais utilizados, em especial do concreto, que apresenta um comportamento altamente não-linear mesmo para pequenas deformações. Já a não-linearidade geométrica deve ser considerada quando há grandes deslocamentos, para levar em conta a relação entre forças e deslocamentos à medida em que a estrutura deforma-se e vai se distanciando da sua configuração original.

O modelo estudado caracteriza-se por apresentar alto grau de não-linearidade, com interações complexas entre os elementos nas regiões de contato, envolvendo diferentes tipos de material. Essa complexidade torna extremamente difícil a obtenção de uma convergência para um resultado através de uma análise numérica estática (análise do tipo *Static/Implicit* do Abaqus). Dessa forma, a alternativa utilizada foi a de realizar uma análise quasi-estática (análise *Dynamic/Explicit* do Abaqus).

Na análise quasi-estática, a carga é aplicada em incrementos pequenos de forma que a estrutura deforme devagar e a energia cinética seja pequena e possa ser ignorada, sem que a estrutura vibre e gere forças de inércia significativas. Como a integração é feita de forma explícita, garante-se que haja convergência, porém se requer um acompanhamento da energia cinética ao longo da análise para garantir

que seu valor seja muito menor que a energia de deformação que se acumula no sistema.

O uso da análise quase-estática também tem como desvantagem o fato de que a imprecisão do resultado leva a uma variação de forma não suave dos parâmetros ao longo da análise. Dessa forma, em alguns gráficos as curvas apresentam um formato irregular. Entretanto, o uso desse tipo de análise justifica-se quando a obtenção da convergência pelo modo *Static/Implicit* torna-se difícil devido à complexidade do modelo.

No modo *Dynamic/Explicit*, o Abaqus calcula automaticamente o passo de tempo (*time step*) em que a carga irá ser aplicada, e o mesmo é calculado com base na rigidez e densidade do modelo e no tamanho do menor elemento. Dessa forma, em cada *time step*, a onda de tensão gerada pelo carregamento na estrutura propaga-se pelo equivalente a não mais que o tamanho do menor elemento do modelo [47]. Esse tipo de análise exige que sejam definidas as massas específicas de cada material que compõe o modelo.

Dadas essas definições, um artifício utilizado para reduzir o tempo computacional da análise foi considerar um fator de ampliação da carga (*mass scaling factor*) de forma que o modelo ficasse artificialmente mais "denso", aumentando assim o *time step* e, por sua vez, reduzindo o tempo total necessário para análise. Segundo Hale [52], ao usar esse artifício, é necessário observar a evolução da energia cinética durante a análise para garantir que ela continue pequena comparada à energia total do sistema.

No presente trabalho, foi considerado um *mass scaling factor* de 80 para todos os modelos mistos. Além disso, as cargas foram aplicadas considerando uma amplitude de 5, para tentar obter mais pontos ao longo da análise e minimizar a irregularidade das curvas resultantes.

Enquanto a não-linearidade física foi implementada no modelo através das definições das curvas tensão-deformação dos materiais utilizados, a não-linearidade geométrica foi utilizada no Abaqus através da utilização do método de Newton-Raphson. Nesse método, o carregamento a ser aplicado é dividido em incrementos que são aplicados na estrutura aos poucos. Ao final da aplicação de cada incremento, uma nova matriz de rigidez é calculada de forma a considerar a nova configuração de equilíbrio da estrutura, e a partir dela encontra-se a solução de equilíbrio para a próxima iteração.

## 5 Análise dos Resultados

### 5.1 Resultados previstos pela NBR 8800:2008

Nesta seção, serão apresentados os resultados calculados para a resistência dos modelos mistos à flexão, compressão e flexo-compressão, conforme as recomendações da ABNT NBR 8800:2008 [3]. Os cálculos realizados foram feitos a partir da seção 2.4.1, e das formulações do modelo de cálculo para as seções compostas, apresentadas na seção 3.2.

As propriedades consideradas para os materiais (aço dos perfis e conectores, aço da armadura e concreto) foram as mesmas utilizadas para o modelo numérico, conforme seção 4.1, e estão resumidas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Propriedades dos materiais para o cálculo da resistência dos modelos mistos.

Aço dos perfis e conectores		Aço da armadura		Concreto	
$f_y$ (MPa)	$E_a$ (GPa)	$f_s$ (MPa)	$E_s$ (GPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (GPa)
345	200	500	200	30	33

#### 5.1.1 Resistência das seções

A seguir, serão apresentados resumidamente os cálculos realizados para determinação da resistência das seções para os modelos mistos formados por perfis I e por perfis U enrijecidos.

##### 5.1.1.1 Modelo IM

A Tabela 5.2 apresenta as dimensões e propriedades geométricas do modelo formado por perfis I. O pilar possui 6 metros de comprimento, e as dimensões são consideradas conforme Figuras 3.6 e 4.13. Os subscritos  $x$  e  $y$  representam os eixos Não-Múltiplo e Múltiplo, respectivamente.

A força axial resistente de cálculo da seção à plastificação total é, conforme eq.(2-4):

$$N_{pl,Rd} = 3056,88kN$$

Para o cálculo do fator de redução  $\chi$ , foi considerado  $\alpha = 0,85$ ,  $\varphi = 2,5$  (conservadoramente) e  $N_{G,Sd}/N_{Sd} = 0,6$ . Dessa forma, tem-se, para a força axial resistente de cálculo da seção nos eixos não-múltiplo e múltiplo, de acordo com eq.(2-3):

$$N_{Rd}^x = 2298,34kN$$

$$N_{Rd}^y = 1999,91kN$$

Os momentos fletores máximos resistentes de plastificação de cálculo, para cada eixo, dados pela eq.(2-15), são:

$$M_{max,pl,Rd}^x = 253,66kN.m$$

$$M_{max,pl,Rd}^y = 215,58kN.m$$

A posição da Linha Neutra Plástica, e os módulos de resistência plástica na região situada a  $2h_n$  do eixo de flexão são resumidos na Tabela 5.3:

Após o cálculo dos parâmetros referentes à LNP, é possível calcular os momentos fletores resistentes de plastificação de cálculo, utilizando a eq.(2-14). Os resultados obtidos para cada eixo de flexão foram:

$$M_{pl,Rd}^x = 239,80kN.m$$

$$M_{pl,Rd}^y = 193,05kN.m$$

Tabela 5.2: Propriedades geométricas da seção do modelo IM.

$d$ (mm)	$b_f$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)	$\phi$ (mm)	$c$ (mm)
303	101	5.7	5.1	16	25
$N_{barras}$	$b_c$ (mm)	$A_a$ (mm <sup>2</sup> )	$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	$A_c$ (mm <sup>2</sup> )	
4	202	5277	804	57763	
$Z_{ax}$ (mm <sup>3</sup> )	$Z_{sx}$ (mm <sup>3</sup> )	$Z_{cx}$ (mm <sup>3</sup> )	$I_{ax}$ (mm <sup>3</sup> )	$I_{sx}$ (mm <sup>3</sup> )	$I_{cx}$ (mm <sup>3</sup> )
559139	90719	4266066	71966472	10233119	422055449
$Z_{ay}$ (mm <sup>3</sup> )	$Z_{sy}$ (mm <sup>3</sup> )	$Z_{cy}$ (mm <sup>3</sup> )	$I_{ay}$ (mm <sup>3</sup> )	$I_{sy}$ (mm <sup>3</sup> )	$I_{cy}$ (mm <sup>3</sup> )
532989	52638	2802739	55795919	3445157	183033417

Com as forças axiais e momentos resistentes calculados, foi possível construir o diagrama de interação Normal - Momento fletor, para cada eixo de flexão. Os pontos das curvas foram definidos conforme explicado na Tabela 2.1, incluindo também um quinto ponto entre A e C, o ponto E, que corresponde aos esforços atuantes considerando uma LNP no limite entre a alma e a mesa do perfil de aço.

A Figura 5.1 apresenta o diagrama resultante obtido após o cálculo dos esforços para o pilar do modelo IM.

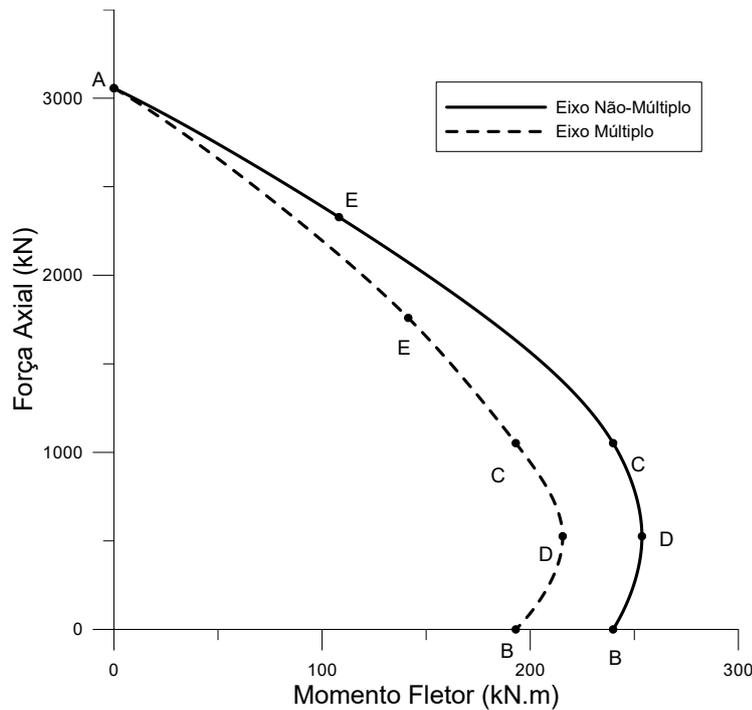


Figura 5.1: Curva Normal - Momento Fletor para o Modelo IM.

### 5.1.1.2 Modelo UM

Na Tabela 5.4, são apresentadas as dimensões e propriedades geométricas do modelo formado por perfis U. O pilar possui 6 metros de comprimento, e

Tabela 5.3: Posição da LNP e módulos plásticos nas regiões a  $2h_n$ , para cada eixo de flexão do modelo IM.

Eixo Não-Múltiplo (x)			
$h_n$ (mm)	$Z_{an}(mm^3)$	$Z_{sn}(mm^3)$	$Z_{cn}(mm^3)$
52,69	28314	0	546579
Eixo Múltiplo (y)			
$h_n$ (mm)	$Z_{an}(mm^3)$	$Z_{sn}(mm^3)$	$Z_{cn}(mm^3)$
56,91	7844	26319	947058

as dimensões são consideradas conforme Figuras 3.9 e 4.13. Os subscritos  $x$  e  $y$  representam os eixos Não-Múltiplo e Múltiplo, respectivamente.

Tabela 5.4: Propriedades geométricas da seção do modelo UM.

$b_w$ (mm)	$b_f$ (mm)	$d_n$ (mm)	$t_n$ (mm)	$\phi$ (mm)	$c$ (mm)
280	70	25	6,35	16	30
$N_{barras}$	$b_c$ (mm)	$A_a$ (mm <sup>2</sup> )	$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	$A_c$ (mm <sup>2</sup> )	
4	273,65	5646	804	71949	
$Z_{ax}$ (mm <sup>3</sup> )	$Z_{sx}$ (mm <sup>3</sup> )	$Z_{cx}$ (mm <sup>3</sup> )	$I_{ax}$ (mm <sup>3</sup> )	$I_{sx}$ (mm <sup>3</sup> )	$I_{cx}$ (mm <sup>3</sup> )
529020	76926	4882053	60840250	7358000	444015082
$Z_{ay}$ (mm <sup>3</sup> )	$Z_{sy}$ (mm <sup>3</sup> )	$Z_{cy}$ (mm <sup>3</sup> )	$I_{ay}$ (mm <sup>3</sup> )	$I_{sy}$ (mm <sup>3</sup> )	$I_{cy}$ (mm <sup>3</sup> )
685834	76926	4725238	86430623	7358000	418424709

Os cálculos dos esforços resistentes foram feitos de maneira análoga ao apresentado para o modelo IM. A força axial resistente de cálculo da seção à plastificação total foi calculada conforme eq.(2-4):

$$N_{pl,Rd} = 3431,10kN$$

Assim como feito para o modelo IM, para o cálculo do fator de redução  $\chi$ , foi considerado  $\alpha = 0,85$ ,  $\varphi = 2,5$  e  $N_{G,Sd}/N_{Sd} = 0,6$ . Dessa forma, tem-se, para a força axial resistente de cálculo da seção nos eixos não-múltiplo e múltiplo, de acordo com eq.(2-3):

$$N_{Rd}^x = 2364,30kN$$

$$N_{Rd}^y = 2568,74kN$$

Os momentos fletores máximos resistentes de plastificação de cálculo, para cada eixo, dados pela eq.(2-15), são:

$$M_{max,pl,Rd}^x = 243,83kN.m$$

$$M_{max,pl,Rd}^y = 291,58kN.m$$

Na Tabela 5.5, são apresentadas a posição da Linha Neutra Plástica, e os módulos de resistência plástica na região a  $2h_n$  do eixo de flexão calculados:

Os momentos fletores resistentes de plastificação de cálculo, conforme eq.(2-14), para cada eixo de flexão, foram:

$$M_{pl,Rd}^x = 227,10kN.m$$

$$M_{pl,Rd}^y = 256,83kN.m$$

Com os esforços resistentes calculados, foi construído o diagrama de interação Normal - Momento fletor, para cada eixo de flexão. Assim como feito para o modelo IM, consideraram-se os pontos das curvas conforme definido na Tabela 2.1, incluindo o ponto E, correspondente aos esforços atuantes considerando a LNP no limite entre a alma e a mesa do perfil de aço. Na Figura 5.2, tem-se o diagrama resultante obtido para o pilar do modelo UM.

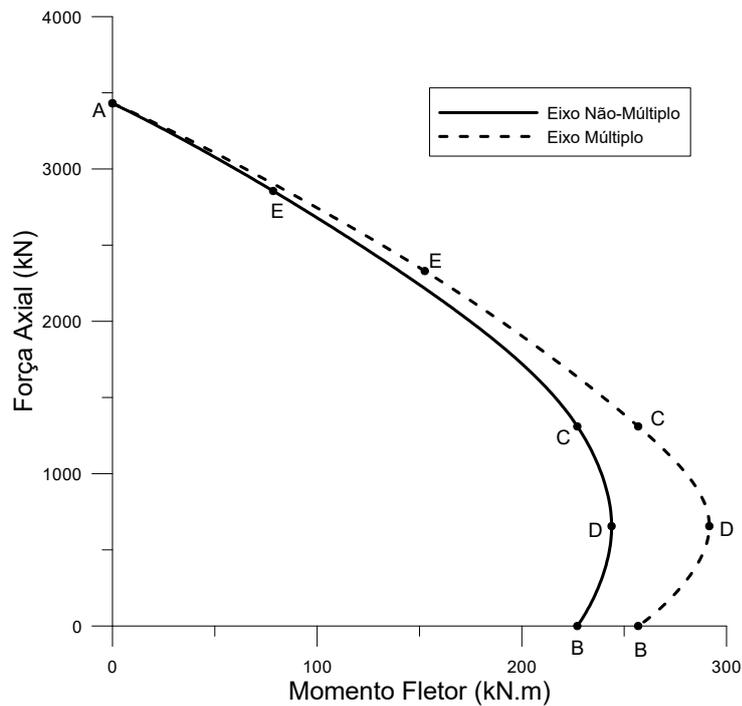


Figura 5.2: Curva Normal - Momento Fletor para o Modelo UM.

Tabela 5.5: Posição da LNP e módulos plásticos nas regiões a  $2h_n$ , para cada eixo de flexão do modelo UM.

Eixo Não-Múltiplo (x)			
$h_n$ (mm)	$Z_{an}(mm^3)$	$Z_{sn}(mm^3)$	$Z_{cn}(mm^3)$
51,05	33099	0	696662
Eixo Múltiplo (y)			
$h_n$ (mm)	$Z_{an}(mm^3)$	$Z_{sn}(mm^3)$	$Z_{cn}(mm^3)$
81,99	57824	0	1824802

### 5.1.2

#### Forças e deslocamentos

Nessa seção serão apresentados os cálculos utilizados para obtenção das forças máximas e deslocamentos correspondentes para os casos de carregamento estudados, de forma a possibilitar uma posterior comparação com os resultados obtidos através da modelagem.

Para o carregamento em flexão, o cálculo da carga que provoca a plastificação foi realizado a partir da análise de uma viga apoiada em quatro pontos, sendo duas cargas centrais ( $P/2$ ) distantes de 500mm, e os apoios extremos distantes de 75mm das extremidades, conforme esquema da Figura 5.3 e de acordo com o descrito na seção 4.4.1.

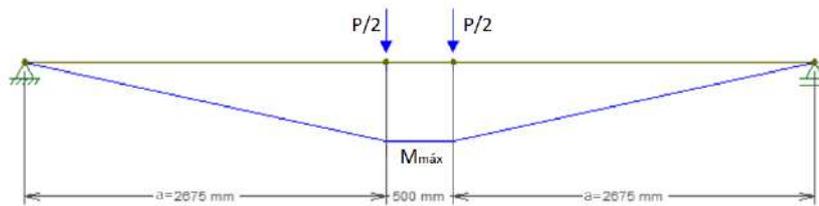


Figura 5.3: Esquema analisado para obtenção da carga de plastificação da viga.

A carga  $P_{pl}$  que irá dar início à plastificação é calculada a partir do momento máximo de plastificação  $M_{pl,R}$ , conforme a eq.(5-1).  $M_{pl,R}$ , por sua vez, corresponde ao momento fletor resistente de plastificação cálculo  $M_{pl,Rd}$  (resistência da viga à flexão, quando não há esforço axial atuante) considerando os coeficientes de minoração da resistência igual a 1,0 na eq.(2-14).

$$M_{pl,R} = \frac{P_{pl}}{2} \cdot a \rightarrow P_{pl} = \frac{2M_{pl,R}}{a} \quad (5-1)$$

em que  $a$  é a distância entre um apoio e o ponto de aplicação da força mais próximo.

Já a deflexão no início da plastificação  $\delta_{pl}$ , correspondente ao momento de plastificação atuante, é dada pela eq.(5-2) da resistência dos materiais, considerando a rigidez efetiva da seção transversal mista à flexão.

$$\delta_{pl} = \frac{M_{pl,R}(3L^2 - 4a^2)}{24(EI)_e} \quad (5-2)$$

A Tabela 5.6 resume os parâmetros descritos acima calculados para os modelos IM e UM, considerando os dois eixos de flexão estudados.

Para o carregamento à compressão, a carga axial máxima  $N_{max}$  foi calculada pela eq.(2-3), considerando os coeficientes de minoração da resistência igual a 1,0 para o cálculo de  $N_{pl,Rd}$ .

Para obter um valor aproximado da inclinação da curva de força-deslocamento até o ponto crítico, foi calculado um parâmetro denominado rigidez axial equivalente, dado por  $k_{eq} = \frac{(EA)_e}{L}$ , sendo a rigidez axial efetiva  $(EA)_e$ , dada pela eq.(2-13). A partir desse parâmetro, é possível estimar o deslocamento em que ocorre a instabilidade,  $\delta_{cr}$ , através da eq.(5-3):

$$\delta_{cr} = \frac{N_{max}}{k_{eq}} \quad (5-3)$$

A Tabela 5.7 sumariza os resultados calculados para  $N_{max}$ ,  $(EA)_e$  e  $\delta_{cr}$ .

## 5.2

### Validação do modelo numérico

Uma etapa fundamental de uma análise numérica consiste em validar o modelo desenvolvido como forma de garantir a confiabilidade dos resultados obtidos. O ideal é que essa validação seja feita por meio da comparação com resultados experimentais ou com modelos clássicos consagrados [43].

Neste trabalho, os parâmetros que serão avaliados para validação serão as curvas de momento-deslocamento e força-deslocamento. É válido ressaltar que em um problema resolvido por elementos finitos, os deslocamentos calculados têm maior precisão do que resultados de deformações e de tensões, já que esses últimos são obtidos a partir do primeiro. Dessa forma, a constatação de que determinado tamanho de malha traz a precisão suficiente para o esperado, depende de qual

Tabela 5.6: Parâmetros correspondentes ao início da plastificação para os modelos submetidos a flexão.

Modelo	Eixo	$M_{pl,R}$ (kN.m)	$P_{pl}$ (kN)	$(EI)_e$ (kN.mm <sup>2</sup> )	$\delta_{pl}$ (mm)
IM	Não-múltiplo	275,9	206,3	19782597474	43,0
	Múltiplo	218,0	163,0	13297840234	50,6
UM	Não-múltiplo	262,9	196,6	17156249601	47,3
	Múltiplo	292,1	218,4	22071648385	40,8

Tabela 5.7: Parâmetros correspondentes à carga axial máxima, para os modelos submetidos à compressão.

Modelo	Eixo	$N_{max}$ (kN)	$(EA)_e$ (kN)	$\delta_{cr}$ (mm)
IM	Não-múltiplo	2779	1978748	8,2
	Múltiplo	2418		7,3
UM	Não-múltiplo	2884	2239864	7,7
	Múltiplo	3133		8,4

parâmetro deseja-se avaliar como resultado.

Para o caso do modelo IM estudado, será realizada uma comparação com os resultados experimentais dos trabalhos desenvolvidos por Silva [38] e Soares [39], que consideraram um carregamento de flexão em uma seção transversal idêntica ao modelo IM descrito na seção 4.2.

Para o modelo UM submetido à flexão, e para os casos de carregamento à compressão e flexo-compressão dos modelos IM e UM, não há na literatura estudos experimentais desenvolvidos para os tipos de pilares mistos estudados.

Os resultados numéricos de ambos os modelos foram comparados aos resultados previstos pela NBR 8800:2008, apresentados na seção 5.1. Além disso, foi realizada uma variação no tamanho das malhas de elementos finitos utilizadas, para avaliar sua influência nos resultados obtidos.

Também foram comparados os resultados numéricos dos modelos mistos (IM e UM) com os modelos de aço (IA e UA) para verificar o ganho proporcionado pelo uso de estruturas mistas.

## 5.2.1

### Carregamento de flexão nos modelos mistos

#### 5.2.1.1

##### Modelo IM

Nos trabalhos realizados por [38] e [39], a estrutura mista foi submetida à flexão nos eixos múltiplo e não-múltiplo, respectivamente, nas mesmas condições descritas na seção 4.4.1. Com os resultados experimentais, foram obtidas as curvas força-deslocamento, a partir da força medida no atuador, e do deslocamento do transdutor localizado no meio da viga.

Para a flexão no eixo não-múltiplo, o carregamento experimental limitou-se ao regime elástico da viga [38], e dessa forma a comparação do comportamento da viga no regime plástico foi feita apenas entre o modelo numérico e o resultado previsto. Já os resultados experimentais para a flexão no eixo múltiplo foram obtidos a partir de um ensaio realizado até o regime plástico da viga [39].

As Figuras 5.4 e 5.5 apresentam a comparação dos resultados obtidos para a curva força-deslocamento no meio da viga, considerando os modelos numéricos (conforme capítulo 4), os resultados previstos (conforme seção 5.1) e os resultados experimentais [38, 39], para flexão nos eixos não-múltiplo e múltiplo, respectivamente.

Observando a curva da Figura 5.4, nota-se que, para a flexão no eixo não-múltiplo, o modelo numérico apresentou um momento máximo significativamente

superior ao resultado previsto, e apresentou um comportamento no regime elástico bastante similar à curva teórica, e ao trecho experimental.

Analisando a curva da Figura 5.5, percebe-se que o modelo numérico mais

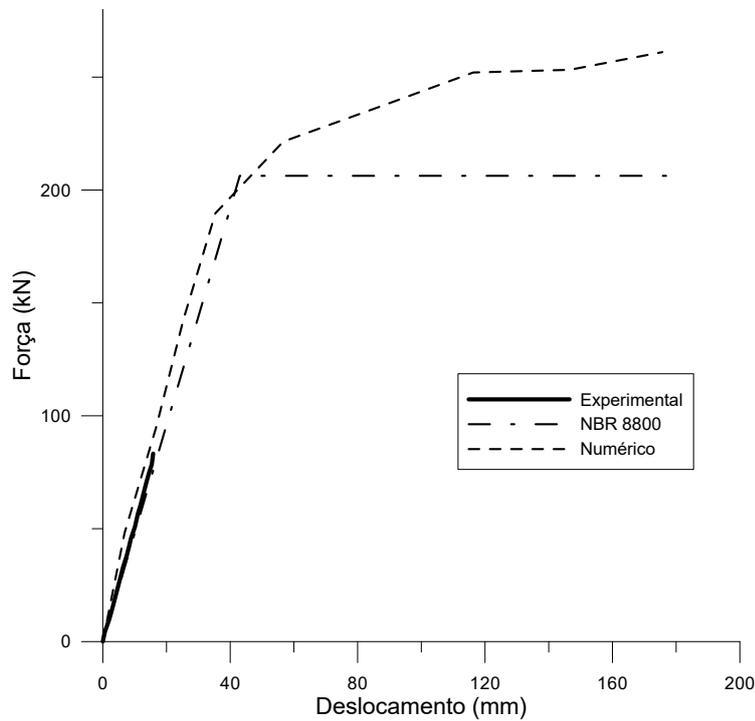


Figura 5.4: Comparação entre as curvas força-deslocamento no meio da viga para o modelo IM submetido à flexão no eixo não-múltiplo.

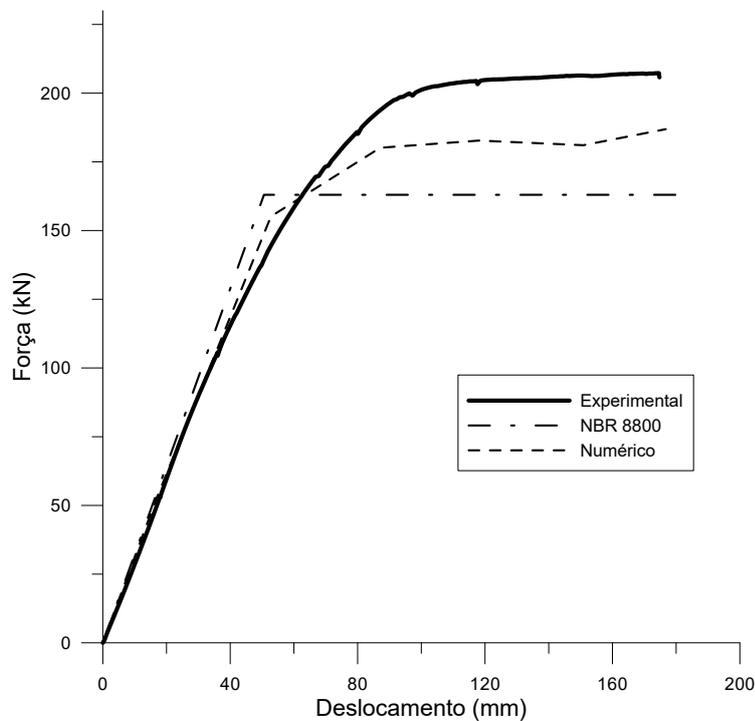


Figura 5.5: Comparação entre as curvas força-deslocamento no meio da viga para o modelo IM submetido à flexão no eixo múltiplo.

uma vez apresentou momentos resultantes superiores ao resultado previsto, atingindo o regime plástico para um deslocamento um pouco inferior ao resultado calculado. Nota-se que o modelo numérico aproxima-se dos resultados experimentais, mas ainda com valores de força inferiores aos mesmos. No regime elástico, as 3 curvas apresentam comportamento bastante similar.

O fato das curvas experimental e numérica apresentarem uma carga última significativamente superior a dos resultados previstos, pode indicar uma influência do efeito do confinamento, já que as equações utilizadas, baseadas em [3] e [4], não consideram tal efeito. Considerar que há um efeito de confinamento no perfil estudado é razoável, visto que o concreto encontra-se quase que totalmente revestido pelo perfil de aço.

A Tabela 5.8 a seguir apresenta uma comparação entre as forças máximas ( $P_u$ ) considerando os resultados experimentais, numéricos e os previstos pela norma técnica brasileira. Para o cálculo da força máxima no modelo numérico, devido às instabilidades nas curvas por imprecisões numéricas resultantes da análise no modo *Dynamic/Explicit*, utilizou-se uma média dos últimos 5 valores da curva.

Tabela 5.8: Comparação da carga máxima atingida pelo modelo IM à flexão.

Eixo de flexão	$P_{u,teórico}$ (kN)	$P_{u,experimental}$ (kN)	$P_{u,numérico}$ (kN)	$\frac{P_{u,numérico}}{P_{u,teórico}}$	$\frac{P_{u,numérico}}{P_{u,experimental}}$
Não-múltiplo	206,3	—	257,11	1,25	—
Múltiplo	163,0	207,28	192,77	1,18	0,93

Confirmando o que se observa analisando as curvas das Figuras 5.4 e 5.5, a Tabela 5.8 demonstra que o modelo numérico apresentou cargas últimas superiores aos obtidos teoricamente, mas inferiores aos obtidos de forma experimental.

Na Tabela 5.9, tem-se a comparação entre a força estimada de início do escoamento ( $P_w$ ) para os resultados numéricos e experimentais. Para os resultados previstos pela norma, foi considerado um patamar constante após o início do escoamento, e portanto admitiu-se  $P_w = P_u = P_{pl}$ .

Tabela 5.9: Comparação da carga de escoamento do modelo IM à flexão.

Eixo de flexão	$P_{w,teórico}$ (kN)	$P_{w,experimental}$ (kN)	$P_{w,numérico}$ (kN)
Não-múltiplo	206,3	—	190,08
Múltiplo	163,0	136,00	153,28

Eixo de flexão	$\frac{P_{w,numérico}}{P_{w,teórico}}$	$\frac{P_{w,numérico}}{P_{w,experimental}}$	$\frac{P_{u,numérico}}{P_{w,numérico}}$
Não-múltiplo	0,92	—	1,35
Múltiplo	0,94	1,13	1,26

Observa-se que os resultados numéricos aproximaram-se bastante dos resultados previstos e experimentais. Para os dois eixos de flexão, o modelo numérico apresentou uma força de início do escoamento um pouco menor do que o resultado previsto.

A última coluna da Tabela 5.9,  $\frac{P_{u,numérico}}{P_{w,numérico}}$  representa uma medida do quanto a força máxima atingida superou a força de início da plastificação no modelo numérico. Para a flexão em relação ao eixo não-múltiplo, esse parâmetro foi superior ao obtido para a flexão no eixo múltiplo.

Adotou-se também como um parâmetro de comparação o deslocamento vertical no meio do vão da viga para um valor de força de 50kN. A Tabela 5.10 apresenta um resumo da comparação desse parâmetro para o modelo numérico em relação aos resultados previstos e experimentais.

Tabela 5.10: Comparação do deslocamento para uma força de 50kN atuando no modelo IM à flexão.

Eixo de flexão	$d_{teórico}(mm)$	$d_{experimental}(mm)$	$d_{numérico}(mm)$	$\frac{d_{numérico}}{d_{teórico}}$	$\frac{d_{numérico}}{d_{experimental}}$
Não-múltiplo	10.42	10.10	7.22	0.69	0.72
Múltiplo	15.52	16.99	16.21	1.04	0.95

Analisando a Tabela 5.10, pode-se perceber que para o eixo não-múltiplo o modelo numérico apresentou uma deflexão menor em relação aos resultados previstos e experimentais, considerando o mesmo nível de força aplicada. Já para o eixo múltiplo, a diferença do modelo numérico em relação aos previsto e experimental foi menor, sendo a deformação vertical maior no modelo numérico em relação ao previsto, e menor em relação ao experimental.

Também é possível comparar a rigidez à flexão dos modelos no regime elástico, isolando  $(EI)_e$  da eq.(5-2), e utilizando-se algum par de pontos deslocamento-força do início da curva, como demonstra a eq.(5-4). A Tabela 5.11 sintetiza os resultados obtidos, considerando-se a força de 50kN e as deflexões da Tabela 5.10.

$$(EI)_e = \frac{P}{2} \frac{(3L^2 - 4a^2)}{24\delta_{pl}} \quad (5-4)$$

Observa-se que o modelo numérico apresentou-se mais rígido que o modelo experimental, considerando-se os dois eixos de flexão. No eixo não-múltiplo, o modelo apresentou maior diferença em relação aos resultados previsto e experimental. No eixo múltiplo, a diferença foi menos significativa, tendo os modelos numérico e experimental apresentado menor rigidez que o previsto. Vale ressaltar que o cálculo desse parâmetro apresenta maior imprecisão, visto que o erro na definição dos deslocamentos é elevado ao quadrado.

**5.2.1.2**  
**Modelo UM**

De modo análogo ao estudo feito para o modelo IM, comparou-se os resultados numéricos da curva força-deslocamento no meio da viga, com os resultados previstos. Os resultados são apresentados nas Figuras 5.6 e 5.7, para flexão nos eixos não-múltiplo e múltiplo, respectivamente.

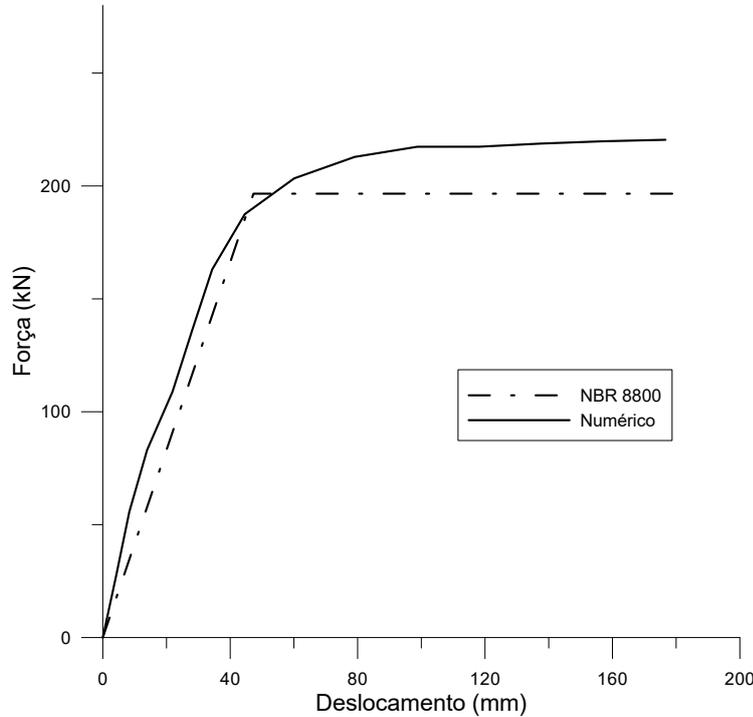


Figura 5.6: Comparação entre as curvas força-deslocamento no meio da viga para o modelo UM submetido à flexão no eixo não-múltiplo.

Analisando a curva da Figura 5.6, nota-se que, para a flexão no eixo não-múltiplo, o modelo numérico apresentou um momento máximo superior ao resultado previsto. O comportamento no regime elástico foi similar à curva teórica, mas o modelo numérico demonstrou-se um pouco mais rígido.

Tabela 5.11: Comparação da rigidez à flexão do modelo IM à flexão.

Eixo de flexão	$EI_{e,teórico}(kN.mm^2)$	$EI_{e,experimental}(kN.mm^2)$	$EI_{e,numérico}(kN.mm^2)$
Não-múltiplo	19782597474	20430492711	28567928175
Múltiplo	13297840234	12143808552	12724774774

Eixo de flexão	$\frac{EI_{e,numérico}}{EI_{e,teórico}}$	$\frac{EI_{e,numérico}}{EI_{e,experimental}}$
Não-múltiplo	1.44	1.40
Múltiplo	0.96	1.05

A curva do modelo numérico da Figura 5.7 também resultou em momento máxima superior ao resultado previsto, atingindo o regime plástico para um deslocamento menor que o calculado. No regime elástico, as curvas numérica e teórica são praticamente idênticas.

Assim como para o caso do modelo IM, a carga última do modelo numérico é superior à obtida pela NB 8800:2008, o que também pode indicar uma influência do efeito do confinamento, já que tal efeito não foi considerado nas equações da ABNT NBR 8800:2008 utilizadas para os cálculos.

A Tabela 5.12 a seguir apresenta uma comparação entre as forças máximas alcançadas considerando os resultados previstos e numéricos, utilizando-se para o valor numérico uma média dos últimos 5 valores da curva. Os resultados da tabela confirmam o observado nas Figuras 5.6 e 5.7, que o modelo numérico apresentou cargas últimas superiores aos calculados pela norma técnica brasileira.

Tabela 5.12: Comparação da carga máxima atingida pelo modelo UM à flexão.

Eixo de flexão	$P_{u,teórico}$ (kN)	$P_{u,numérico}$ (kN)	$\frac{P_{u,numérico}}{P_{u,teórico}}$
Não-múltiplo	196,6	219,90	1,12
Múltiplo	218,4	235,56	1,08

Na Tabela 5.13, tem-se a comparação entre a força estimada de início do escoamento ( $P_w$ ) para os resultados numéricos e experimentais. Para os resultados

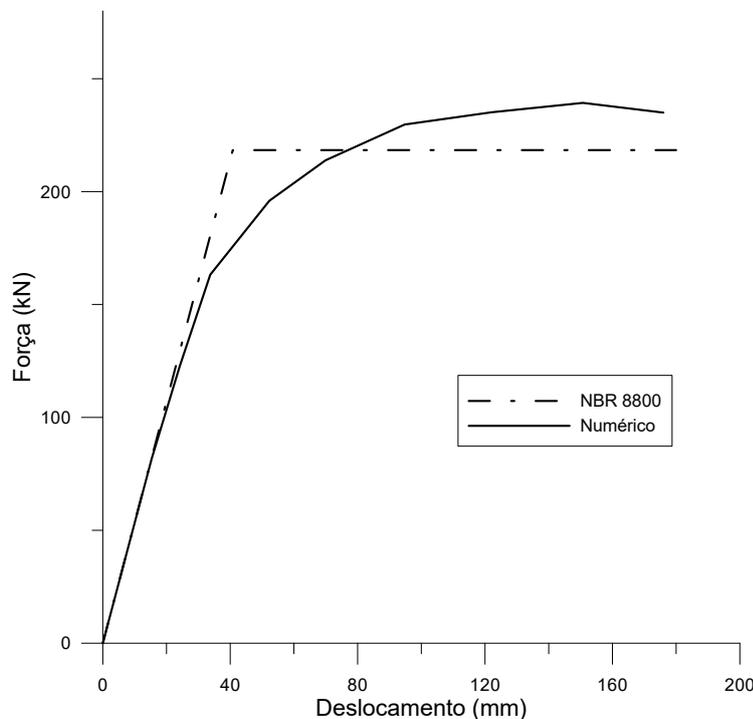


Figura 5.7: Comparação entre as curvas força-deslocamento no meio da viga para o modelo UM submetido à flexão no eixo múltiplo.

previstos, foi considerado um patamar constante após o início do escoamento e, portanto, admitiu-se  $P_w = P_u = P_{pl}$ .

Tabela 5.13: Comparação da carga de escoamento do modelo UM à flexão.

Eixo de flexão	$P_{w,teórico}$ (kN)	$P_{w,numérico}$ (kN)	$\frac{P_{w,numérico}}{P_{w,teórico}}$	$\frac{P_{u,numérico}}{P_{w,numérico}}$
Não-múltiplo	196,6	201,85	1,03	1,09
Múltiplo	218,4	203,15	0,93	1,16

O resultado obtido para o parâmetro  $\frac{P_{u,numérico}}{P_{w,numérico}}$  da viga quando submetida à flexão no eixo múltiplo foi maior do que o obtido com a flexão no eixo não-múltiplo. Observa-se ainda que os resultados numéricos foram semelhantes aos calculados.

A Tabela 5.14 apresenta uma comparação dos resultados numéricos e previstos do deslocamento vertical no meio do vão da viga para um valor de força de 50kN. Analisando a Tabela 5.14, percebe-se que, semelhantemente ao observado para o modelo IM, no eixo não-múltiplo a deflexão do modelo numérico é significativamente menor em relação ao resultado previsto, e no eixo múltiplo o contrário ocorreu, sendo a deformação vertical um pouco maior no modelo numérico em relação ao previsto.

Tabela 5.14: Comparação do deslocamento para uma força de 50kN atuando no modelo UM à flexão.

Eixo de flexão	$d_{teórico}$ (mm)	$d_{numérico}$ (mm)	$\frac{d_{numérico}}{d_{teórico}}$
Não-múltiplo	12,03	7,50	0,62
Múltiplo	9,34	9,67	1,06

Por fim, comparou-se a rigidez à flexão dos modelos no regime elástico,  $(EI)_e$ , através da eq.(5-4). Os resultados são apresentados na Tabela 5.15, considerando-se uma força de 50kN e as respectivas deflexões da Tabela 5.14 para o cálculo dessa rigidez.

Tabela 5.15: Comparação da rigidez à flexão do modelo UM à flexão.

Eixo de flexão	$EI_{e,teórico}$ (kN.mm <sup>2</sup> )	$EI_{e,numérico}$ (kN.mm <sup>2</sup> )	$\frac{EI_{e,numérico}}{EI_{e,teórico}}$
Não-múltiplo	17156249601	27520219494	1,60
Múltiplo	13297840234	12724774774	0,96

No eixo não-múltiplo, o modelo numérico se apresentou significativamente mais rígido que o calculado, assim como observado para o modelo IM. Já no eixo múltiplo, a rigidez obtida para o modelo numérico foi bastante próxima à rigidez teórica, assim como obtido para o modelo IM.

### 5.2.2

#### Carregamento de compressão nos modelos mistos

Para o carregamento de compressão, foram comparadas as curvas de força-deslocamento obtidas através do modelo numérico, com o resultado calculado com base em [3] (conforme seção 2.4.1). Os parâmetros representados graficamente são a força axial de compressão atuando no centro da seção (sem excentricidade) e o respectivo deslocamento axial resultante.

Para as curvas teóricas, adotou-se um comportamento elástico, com inclinação da curva igual ao parâmetro  $k_{eq}$ , conforme descrito na seção 5.1.2, até atingir a força máxima, calculada a partir do menor valor da resistência à compressão entre os dois eixos de flexão, desconsiderando coeficientes de minoração da resistência. A partir desse ponto, o comportamento pós-crítico da curva não foi estimado, então a mesma foi representada como tendo um patamar constante.

As Figuras 5.8 e 5.9 apresentam uma comparação entre as curvas força-deslocamento obtidas pelo modelo numérico, e as curvas estimadas através da NBR 8800:2008, para os modelos IM e UM, respectivamente.

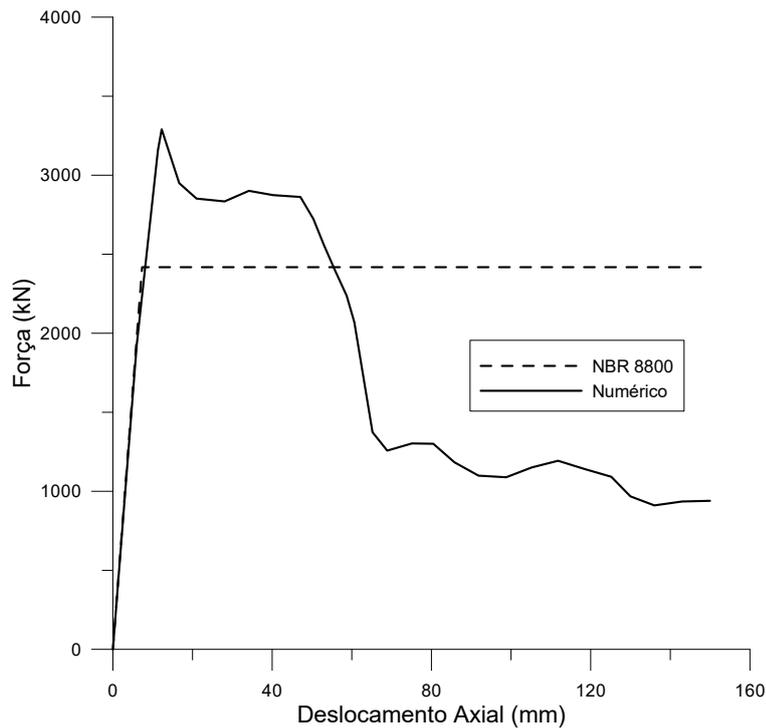


Figura 5.8: Comparação entre as curvas força-deslocamento do pilar para o modelo IM submetido à compressão.

Na Tabela 5.16, é apresentada uma comparação entre as forças últimas encontradas no modelo numérico e o resultado calculado.

Analisando-se as Figuras 5.8 e 5.9, e os resultados da Tabela 5.16, percebe-se que a força última obtida a partir do modelo numérico foi significativamente

superior ao calculado teoricamente, chegando a ser 37% superior para o modelo IM, e 50% superior para o modelo UM.

Esses resultados podem significar uma consequência direta do efeito do confinamento do concreto armado nesses dois tipos de pilares, visto que as equações da ABNT NBR 8800:2008 [3] não consideram tal efeito, e o Eurocode 4 [4] apresenta uma formulação apenas para pilares circulares preenchidos.

Além disso, de acordo com Kholy e Dahish [53], o aumento na resistência última devido ao confinamento, em um elemento submetido à compressão, será maior quanto maior for seu índice de esbeltez. De fato, comparando-se o índice de esbeltez reduzido  $\lambda_{o,m}$  dos dois modelos, nota-se que o modelo UM apresenta maior índice de esbeltez, o que seria condizente com seu maior aumento de resistência em relação ao resultado previsto, quando comparado com o modelo IM.

Também foram comparados os deslocamentos axiais no momento que os modelos atingem a força máxima, conforme a Tabela 5.17. Observa-se que os

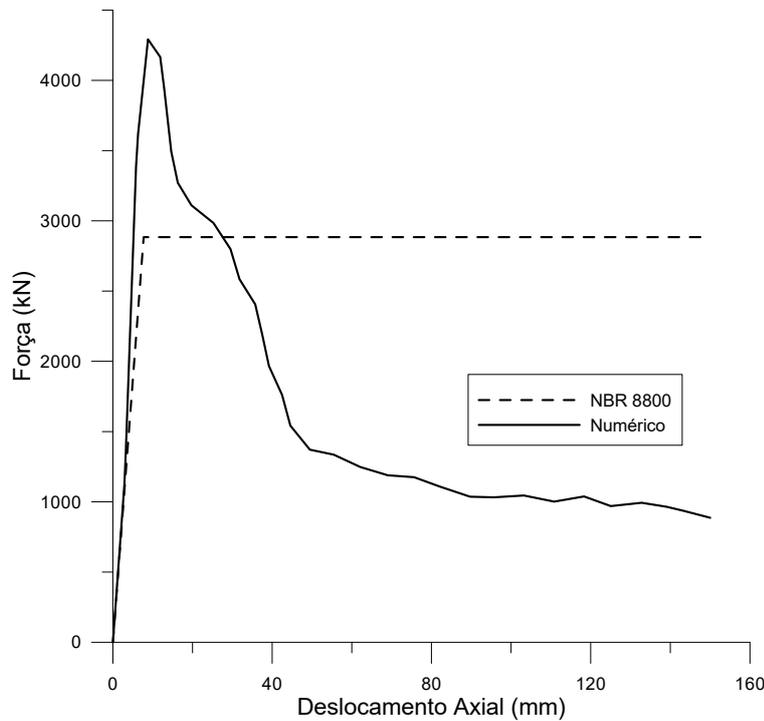


Figura 5.9: Comparação entre as curvas força-deslocamento do pilar para o modelo UM submetido à compressão.

Tabela 5.16: Comparação da carga máxima atingida pelos modelos IM e UM à compressão.

Modelo	$N_{fl,teórico}$ (kN)	$N_{fl,numérico}$ (kN)	$\frac{N_{fl,numérico}}{N_{fl,teórico}}$
IM	2418	3305	1,37
UM	2884	4330	1,50

deslocamentos foram superiores, em relação aos calculados pela norma técnica brasileira, nos dois modelos numéricos, sendo ainda maior para o modelo IM.

Tabela 5.17: Comparação do deslocamento para a força máxima atuando nos modelos à compressão.

Modelo	$\delta_{cr,teórico}$ (mm)	$\delta_{cr,numérico}$ (mm)	$\frac{\delta_{cr,numérico}}{\delta_{cr,teórico}}$
IM	7,33	12,00	1,64
UM	7,72	9,00	1,16

A Tabela 5.18 apresenta uma comparação entre a rigidez axial equivalente  $k_{eq}$  obtida pelo modelo numérico, e a estimada teoricamente. Os resultados da tabela confirmam o observado nas Figuras 5.8 e 5.9, que a inclinação da curva do modelo numérico em seu trecho elástico é bastante similar à obtida através do parâmetro  $(EA)_e/L$ .

Tabela 5.18: Comparação da rigidez axial equivalente dos modelos à compressão.

Modelo	$k_{eq,teórico}$ (kN/m)	$k_{eq,numérico}$ (kN/m)	$\frac{k_{eq,numérico}}{k_{eq,teórico}}$
IM	329,79	349,46	1,06
UM	373,31	432,94	1,16

### 5.2.3

#### Influência da malha nos modelos mistos

Outro modo de avaliar a confiabilidade dos resultados obtidos através da modelagem numérica é analisar a influência do refinamento da malha de elementos finitos nos resultados obtidos. Os resultados apresentados nas seções anteriores foram obtidos para um tamanho de malha de 50mm.

Para avaliar a sensibilidade dos resultados ao refinamento da malha, o comportamento das curvas momento-deslocamento e força-deslocamento foi comparado com os resultados obtidos considerando mais dois tamanhos de malha: 35mm e 20mm.

As Figuras 5.10, 5.11 e 5.12, apresentam, respectivamente, uma comparação do comportamento das curvas para o modelo IM à flexão, para o modelo UM à flexão, e para os modelos IM e UM à compressão, considerando os 3 tamanhos de malha.

Analisando-se as figuras, é possível observar que, de modo geral, o refinamento da malha resulta em uma curva no regime plástico ou pós-crítico, com resistências inferiores às obtidas com o modelo com a malha menos refinada, enquanto

o comportamento no regime elástico se mantém bastante semelhante. Não foi possível observar uma convergência com o refinamento da malha, para os tamanhos avaliados.

Para os modelos à flexão, o refinamento da malha resulta em um decréscimo da carga última, entretanto a carga de início de plastificação se mantém praticamente a mesma. No caso dos modelos submetidos à compressão, o refinamento da malha pouco influenciou na força máxima atingida pelos modelos, porém o trecho pós-

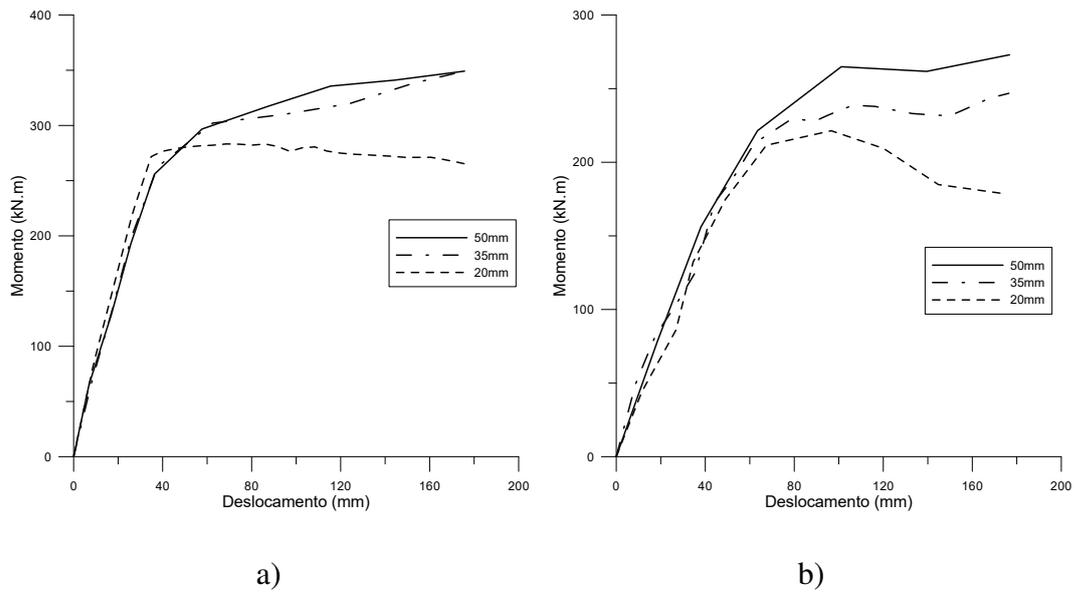


Figura 5.10: Influência do tamanho da malha na curva momento-deslocamento no meio da viga para o modelo IM submetido à flexão (a) no eixo não-múltiplo e (b) no eixo múltiplo.

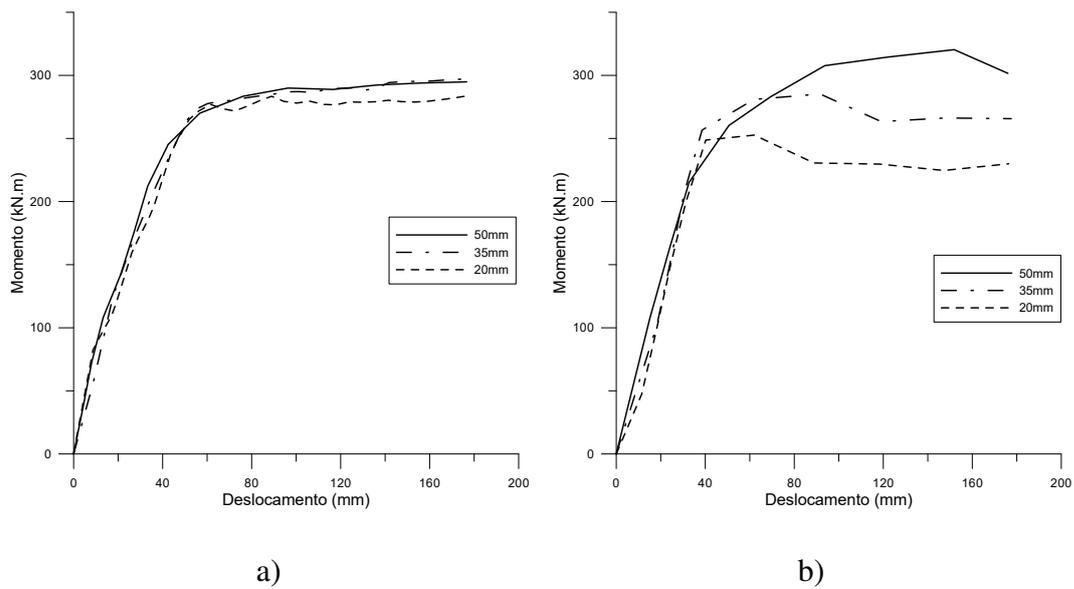


Figura 5.11: Influência do tamanho da malha na curva momento-deslocamento no meio da viga para o modelo UM submetido à flexão (a) no eixo não-múltiplo e (b) no eixo múltiplo.

crítico da curva apresenta menores valores de força.

A Tabela 5.19 foi construída para comparar os valores de força máxima obtidos considerando os diferentes tamanhos de malha.

Tabela 5.19: Comparação entre os parâmetros de força máxima considerando diferentes tamanhos de malha.

Modelo	Eixo de flexão	$P_u^{50mm}$ (kN)	$P_u^{35mm}$ (kN)	$P_u^{20mm}$ (kN)	$\frac{P_u^{35mm}}{P_u^{50mm}}$	$\frac{P_u^{20mm}}{P_u^{50mm}}$
IM	Não-múltiplo	253,8	253,4	204,7	0,998	0,807
	Múltiplo	184,9	178,1	149,9	0,964	0,811
UM	Não-múltiplo	219,9	221,1	209,9	1,006	0,954
	Múltiplo	235,6	198,9	169,2	0,844	0,718

Modelo	$N_{max}^{50mm}$ (kN)	$N_{max}^{35mm}$ (kN)	$N_{max}^{20mm}$ (kN)	$\frac{N_{max}^{35mm}}{N_{max}^{50mm}}$	$\frac{N_{max}^{20mm}}{N_{max}^{50mm}}$
IM à compressão	3305	3308	3128	1,001	0,946
UM à compressão	4330	4176	4232	0,964	0,977

Outro parâmetro de comparação foi o tempo computacional necessário para a análise do Abaqus, considerando cada modelo e cada caso de carregamento, e para os diferentes tamanhos de malha, conforme apresentado na Tabela 5.20.

A partir dos resultados das Figuras 5.10, 5.11 e 5.12 e da Tabela 5.19, observa-se que o refinamento da malha pouco influenciou na carga de plastificação (no carregamento à flexão) e máxima (no carregamento à compressão). Porém, o uso

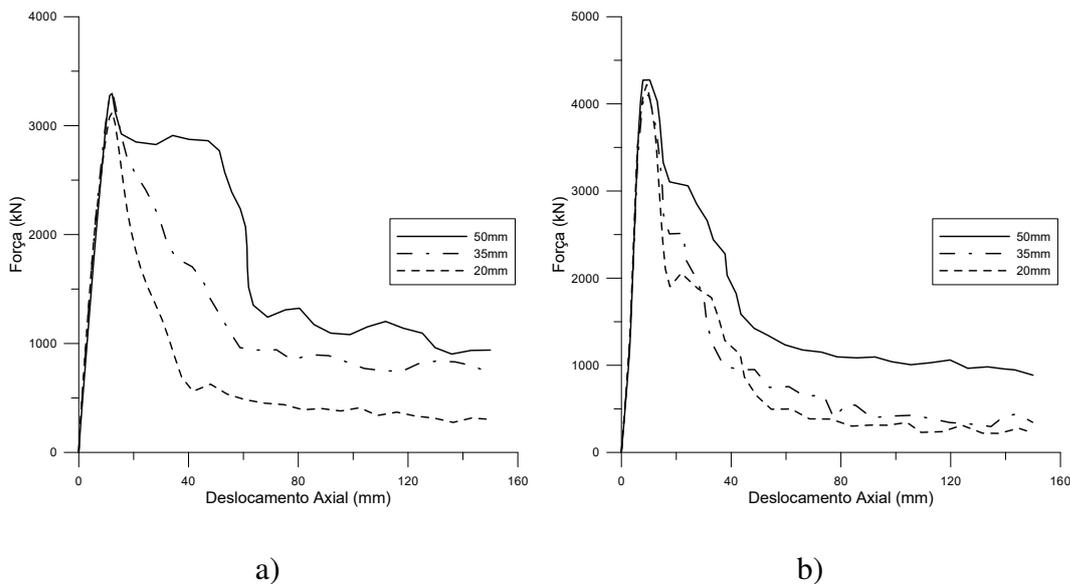


Figura 5.12: Influência do tamanho da malha na curva força-deslocamento do pilar submetido à compressão para os modelos (a) IM e (b) UM.

de elementos finitos de menor tamanho resultou em forças menores no trecho pós-crítico das curvas.

Esse comportamento pós-crítico caracterizado por uma redução das forças com o refinamento da malha também foi constatado por Kwasniewsky *et al* [54], que realizou uma avaliação numérica com pilares mistos tipo *battened*, assim como Szmigiera [20].

Tomando como base os resultados experimentais obtidos para o modelo IM, percebe-se que, para o modelo submetido à flexão, o comportamento pós-crítico da curva momento-deslocamento tende a se manter constante ou levemente ascendente, se assemelhando mais ao observado no modelo numérico com malhas de 50mm e 35mm. No caso da carregamento à compressão, o refinamento da malha pouco influenciou no resultado da carga máxima.

Assim, considerando os aspectos mencionados, bem como o significativo aumento no tempo de análise resultante do refinamento da malha (conforme Tabela 5.20), é razoável considerar que a utilização da malha com elementos de 50mm é adequada para o estudo realizado nesse trabalho. Desse forma, o tamanho de malha mencionado será mantido para obtenção dos resultados numéricos apresentados nas próximas seções.

#### 5.2.4 Modelos de aço

De modo a verificar os ganhos proporcionados pelo uso do concreto armado em combinação com o aço em uma estrutura mista, serão apresentadas a seguir as curvas momento-deslocamento e força-deslocamento dos modelos compostos apenas pelos perfis de aço (IA e UA) comparados com os modelos mistos (IM e UM). Por serem composto apenas de aço, foi possível utilizar a análise numérica estática (*Dynamic/Implicit*) para avaliar os modelos IA e UA.

Tabela 5.20: Comparação entre o tempo computacional de análise, considerando diferentes tamanhos de malha.

Modelo	Carregamento	$t^{50mm}$ (h)	$t^{35mm}$ (h)	$t^{20mm}$ (h)	$\frac{t^{35mm}}{t^{50mm}}$	$\frac{t^{20mm}}{t^{50mm}}$
IM	Flexão Não-múltiplo	1:53:12	6:41:37	12:32:27	3,55	6,65
	Flexão Múltiplo	1:52:42	8:01:11	53:09:31	4,27	28,30
	Compressão	2:28:02	4:37:40	20:14:00	1,88	8,20
UM	Flexão Não-múltiplo	2:59:21	6:02:27	36:38:03	2,02	12,25
	Múltiplo	3:19:52	6:12:58	40:07:39	1,87	12,05
	Compressão	1:20:50	5:32:48	26:55:26	4,12	19,98

Na Figura 5.13, tem-se a comparação entre as curvas momento-deslocamento dos modelos IA e IM submetidos à flexão nos eixos não-múltiplo e múltiplo. Na Figura 5.14, tem-se a mesma comparação considerando-se os modelos UA e UM. A Figura 5.15 apresenta a comparação entre as curvas dos modelos IA, UA, IM e UM submetidos à compressão.

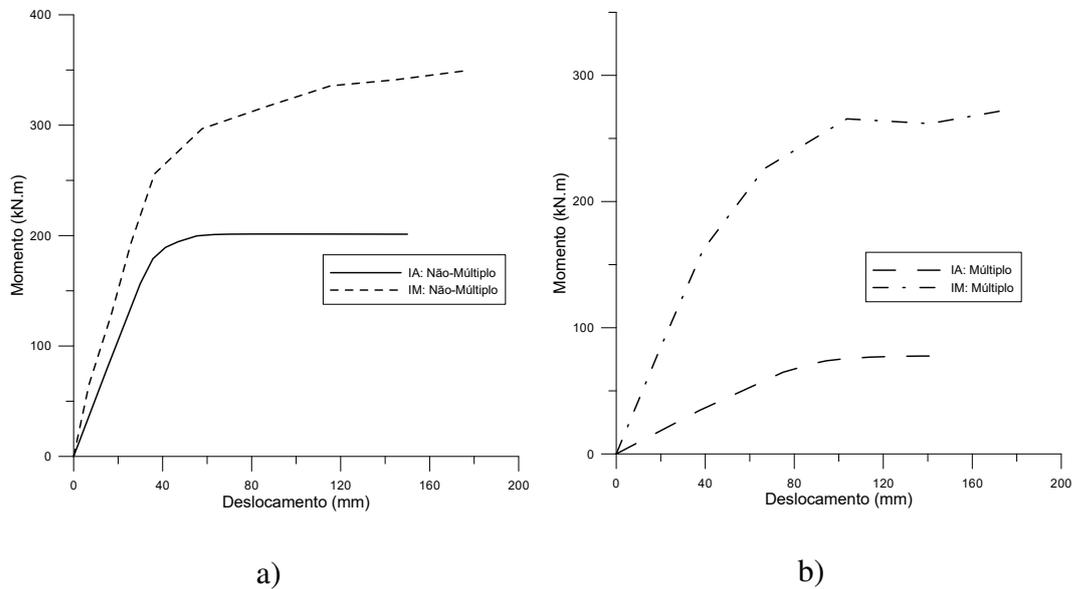


Figura 5.13: Comparação das curvas momento-deslocamento entre modelos de aço e mistos, IA e IM, para o carregamento à flexão nos eixos: a) não-múltiplo; b) múltiplo.

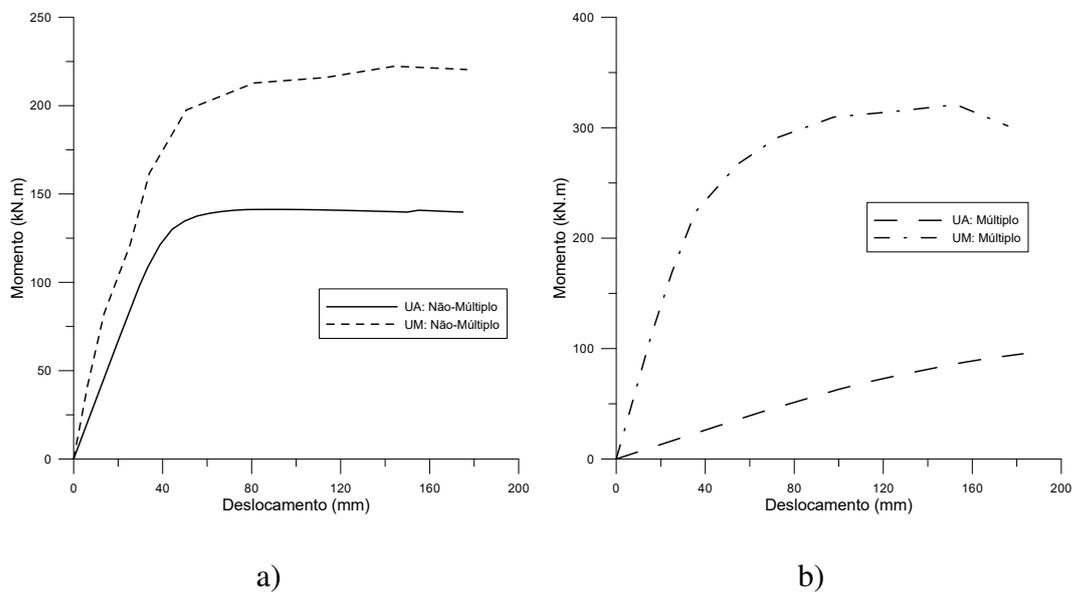


Figura 5.14: Comparação das curvas momento-deslocamento entre modelos de aço e mistos, UA e UM, para o carregamento à flexão nos eixos: a) não-múltiplo; b) múltiplo.

Em todos os casos de carregamento, e para os dois tipos de seções, observa-se pelas Figuras 5.13, 5.14 e 5.15 um grande ganho na resistência dos modelos

mistos quando comparados com os modelos compostos apenas por perfis de aço. Para evidenciar o ganho obtido com o uso do concreto armado em conjunto com o aço, serão apresentadas tabelas para avaliar o ganho na força última e de rigidez obtido com os modelos mistos em comparação com os modelos de aço.

Na Tabela 5.21, tem-se uma comparação entre as forças últimas resultantes do modelo misto em relação aos obtidos com o modelo de aço, considerando o carregamento de flexão nos dois eixos. Na Tabela 5.22, tem-se a mesma comparação para a carga máxima obtida dos modelos submetidos à compressão.

Tabela 5.21: Comparação entre a força última dos modelos mistos e dos modelos de aço submetidos à flexão.

Eixo de flexão	Modelo	$P_u$ (kN)	$\frac{P_u^{misto}}{P_u^{aço}}$
Não-múltiplo	IM	257	1,71
	IA	150	
	UM	220	1,57
	UA	140	
Múltiplo	IM	193	3,33
	IA	58	
	UM	236	3,04
	UA	78	

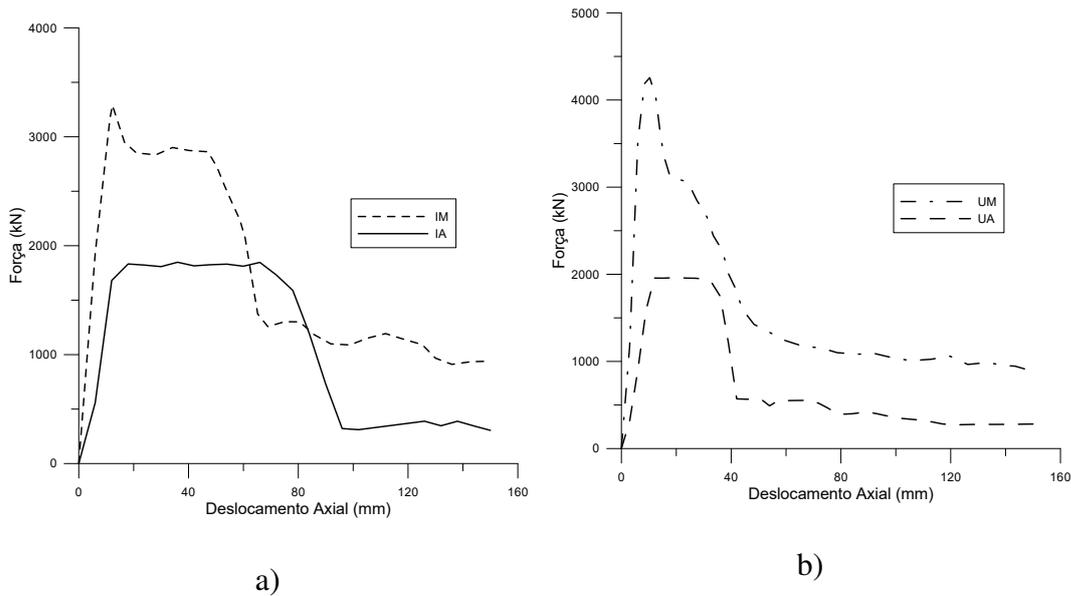


Figura 5.15: Comparação da curva força-deslocamento, para o carregamento à compressão, entre modelos de aço e mistos com perfis: a) tipo I; b) tipo U.

Os resultados encontrados através da análise numérica para os modelos de aço foram bastante similares aos valores calculados conforme ABNT NBR 8800:2008 [3] para a carga última no eixo não-múltiplo, e para carga máxima à compressão (conforme equações da seção 5.1.2). Esses resultados são apresentados na Tabela 5.23 abaixo.

Para a flexão no eixo múltiplo, observa-se que a força última do resultado numérico obtido é consideravelmente inferior à obtida a partir do momento plástico resistente calculado com o módulo plástico da seção composta ( $Z_{ay}$ ). Para a flexão nesse eixo, a estrutura se comporta como um pórtico com ligações semirrígidas, conforme esquema da Figura 5.16. Dessa forma, existem tensões axiais significativas atuando nos perfis de aço, de modo que não é atingido o momento plástico resistente, conforme eq.(2-16).

Observando os resultados apresentados nas Tabelas 5.21 e 5.22 percebe-se que o uso do modelo misto pode trazer um aumento na resistência de até cerca de 3 vezes a obtida apenas com perfis de aço. Os maiores ganhos de resistência foram observados para os modelos IM e UM sob flexão no eixo múltiplo.

Também foi feita uma análise comparativa entre a rigidez à flexão  $EI$  e a rigidez axial equivalente  $k_{eq}$  calculadas para os modelos mistos e para os modelos de aço. Os resultados são apresentados nas Tabelas 5.24 e 5.25, respectivamente.

A partir dos dados das Tabelas 5.24 e 5.25, percebe-se que também houve um ganho significativo de rigidez, tanto na flexão, quanto para a compressão, dos modelos mistos em relação aos modelos de aço. Observa-se que o ganho foi ainda mais significativo quando considerada a rigidez à flexão no eixo não-múltiplo,

Tabela 5.22: Comparação entre a carga máxima dos modelos mistos e dos modelos de aço submetidos à compressão.

Modelo	$N_{max}$ (kN)	$\frac{N_{misto}}{N_{máx}}$
IM	3305	1,79
IA	1848	
UM	4330	2,21
UA	1960	

Tabela 5.23: Cargas últimas e máximas para os modelos de aço.

Modelo	Forças últimas e máximas (kN)		
	Flexão não-múltiplo	Flexão múltiplo	Compressão
IA	144	137	1821
UA	136	177	1948

chegando até a ser cerca de 11 vezes para o modelo UM.

Dessa forma, analisando as figuras e as tabelas comparativas, comprova-se que há um ganho de resistência e rigidez significativo ao se utilizar o concreto armado em conjunto com o aço para atuarem em conjunto em uma estrutura mista.

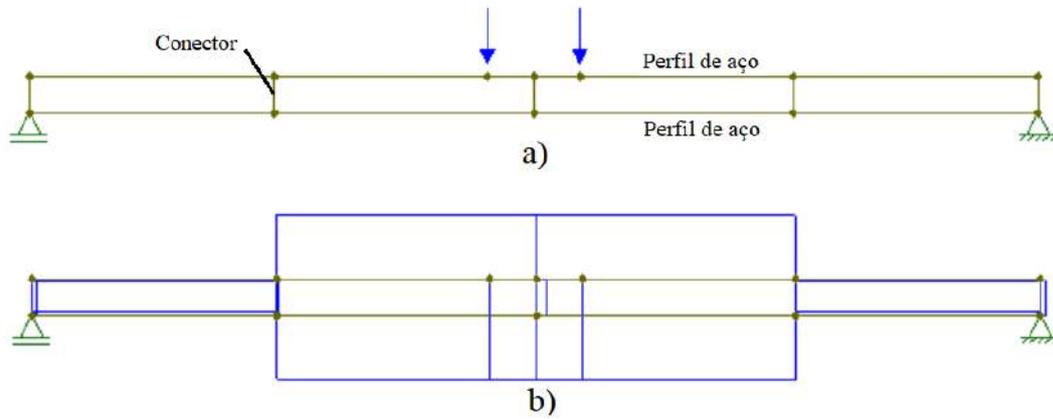


Figura 5.16: Esquema para flexão no eixo múltiplo dos modelos de aço: (a) componentes e carregamento, e (b) diagrama de esforço normal.

Tabela 5.24: Comparação entre a rigidez à flexão dos modelos mistos e dos modelos de aço.

Eixo de flexão	Modelo	$EI(\text{kN}\cdot\text{mm}^2)$	$\frac{EI^{\text{misto}}}{EI^{\text{aço}}}$
Não-múltiplo	IM	28567928175	1,75
	IA	16329693493	
	UM	27520219494	1,99
	UA	13797049966	
Múltiplo	IM	12724774774	4,89
	IA	2603440884	
	UM	21326628702	11,10
	UA	1922079902	

Tabela 5.25: Comparação entre a rigidez axial equivalente dos modelos mistos e dos modelos de aço.

Modelo	$k_{eq}(\text{kN}/\text{mm})$	$\frac{k_{eq}^{\text{misto}}}{k_{eq}^{\text{aço}}}$
IM	321,62	2,30
IA	140,03	
UM	390,17	2,59
UA	150,74	

### 5.3

#### Resultados Numéricos

Essa seção irá apresentar os principais resultados numéricos obtidos para os modelos mistos estudados, considerando os carregamentos de flexão, compressão e flexo-compressão, nos eixos não-múltiplo e múltiplo. Com base no apresentado na seção 5.2.3, os resultados foram obtidos para modelos com o tamanho de malha de 50mm.

Para os modelos submetidos à flexão e compressão, serão apresentados os resultados da distribuição de tensões em diferentes partes do modelo ao final da análise, além da representação gráfica da variação da tensão ao longo da análise. Também serão apresentados os resultados obtidos para a fissuração no concreto.

Para os modelos submetidos à flexo-compressão, será realizada uma comparação das curvas de força-deslocamento, visando avaliar o efeito da excentricidade do carregamento na carga última de compressão do pilar.

A tensão de von mises ( $\sigma_v$ ) foi o parâmetro escolhido para representar o estado de tensões nos elementos de aço, pois é um parâmetro adequado para verificar a ocorrência de plastificação em materiais em que a mesma independente de tensões hidrostáticas. Esse parâmetro é calculado a partir da eq.(5-5):

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{1}{2} [\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2 + 6(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2 + \tau_{23}^2)]} \quad (5-5)$$

em que  $\sigma_{ij}$  representa a tensão de direção  $j$ , atuando na superfície de normal  $i$ , e 1, 2 e 3 representam os eixo ortogonais.

Considerando-se que foi utilizado o modelo CDP para o concreto, o parâmetro de dano à tração ( $d_t$ ) foi utilizado para estudar a fissuração do material. Nas regiões onde o dano à tração atinge o valor máximo de 1,0, entende-se que o material está completamente degradado e portanto apresenta fissuras.

#### 5.3.1

##### Carregamento de flexão

Nesta seção serão apresentados os resultados numéricos para os modelos submetidos a carregamento de flexão nos eixos não-múltiplo e múltiplo. Os resultados serão apresentados em termos de distribuição de tensões de Von Mises, e sua variação ao longo da análise. Também será apresentada a distribuição da fissuração do concreto no modelo.

##### 5.3.1.1

##### Modelo IM - Flexão no eixo não-múltiplo

Os resultados obtidos para o modelo IM submetido à flexão no eixo não-múltiplo são apresentados nas Figuras 5.17, 5.18 e 5.19, para as tensões nos perfis

de aço, no conector central e nas armaduras, respectivamente.

Analisando a Figura 5.17, verifica-se que, no centro da viga, apenas a mesa inferior do perfil atingiu a tensão de escoamento do material ( $f_y = 345MPa$ ), apresentando os maiores níveis de tensões, seguida da alma do perfil e da mesa superior.

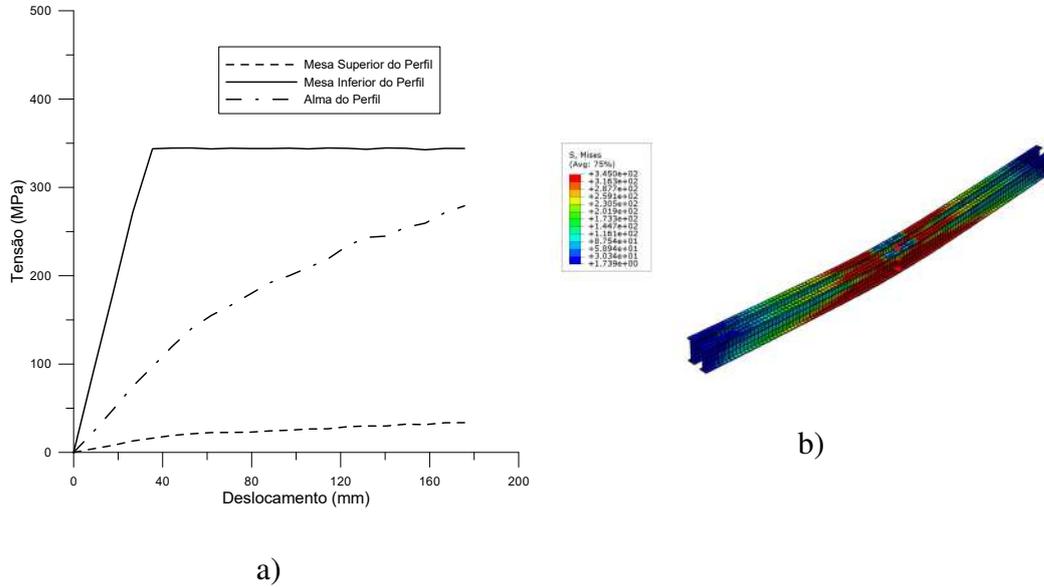


Figura 5.17: Comportamento da tensão avaliada no perfil de aço no meio da viga, para o modelo IM submetido à flexão no eixo não-múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.

Os resultados confirmam a distribuição de tensões observadas no modelo, em que se observa uma maior concentração de tensões na face inferior da viga, conforme esperado, já que na face superior o concreto contribui mais para a resistência à compressão, aliviando as tensões no perfil de aço.

Analisando as tensões no conector central da viga (5.18), observa-se que não ocorreu plastificação do mesmo. As tensões concentram-se nas extremidades da alma do conector, e são menores na mesa.

Semelhantemente ao observado no perfil de aço, as armaduras inferiores apresentaram maior nível de tensão, atingindo a tensão de escoamento do aço utilizado ( $f_s = 500MPa$ ), enquanto as armaduras superiores apresentaram níveis de tensões inferiores e não plastificaram, conforme Figura 5.19.

A Figura 5.20 apresenta a fissuração ao longo do concreto, representada pelo parâmetro de dano à tração. Observa-se que as fissuras se concentram na face inferior do concreto, onde as tensões de tração são predominantes, e são maiores na região central da viga, onde os esforços atuantes são maiores.

### 5.3.1.2 Modelo IM - Flexão no eixo múltiplo

Os resultados das tensões nos perfis de aço, no conector central e nas armaduras do modelo IM submetido à flexão no eixo múltiplo são apresentados nas Figuras 5.21, 5.22 e 5.23, respectivamente.

Analisando a Figura 5.21, verifica-se que, assim como para a flexão no eixo não-múltiplo, as tensões são maiores no perfil de aço submetido a tração. Desse

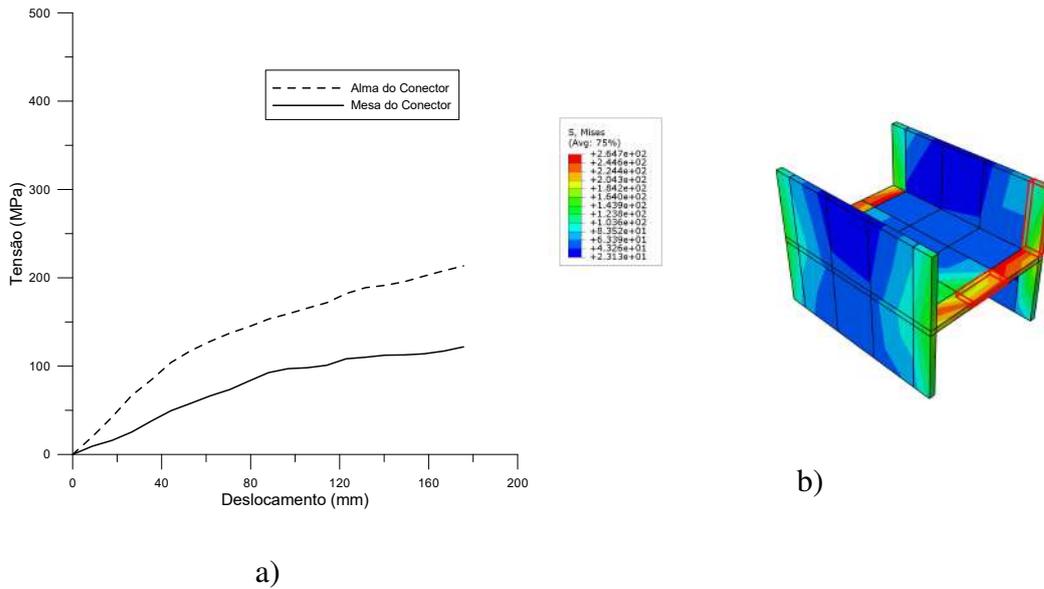


Figura 5.18: Comportamento da tensão avaliada no conector central, para o modelo IM submetido à flexão no eixo não-múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.

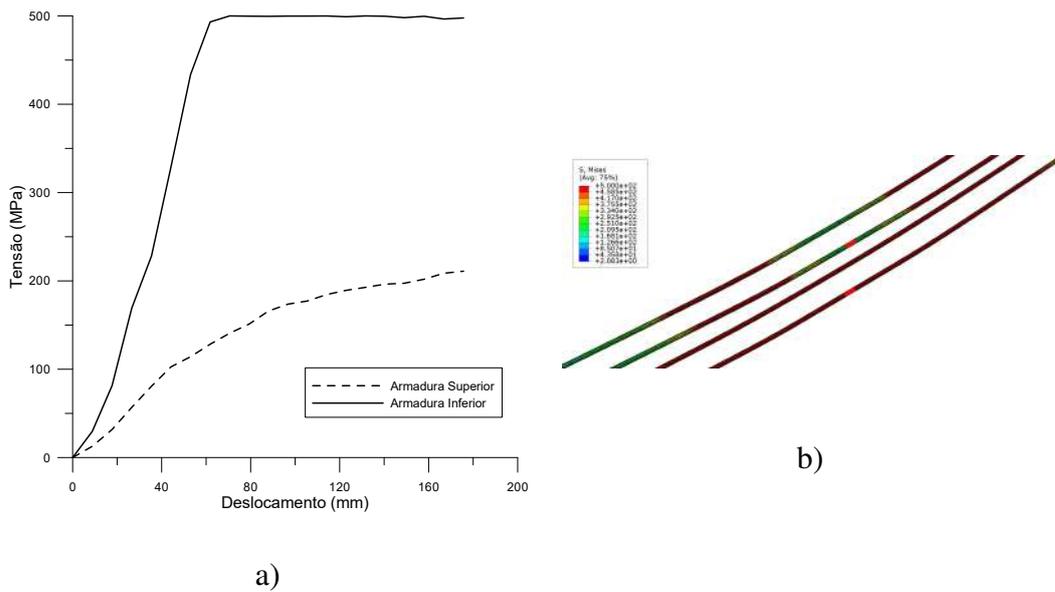


Figura 5.19: Comportamento da tensão avaliada na região central das armaduras, para o modelo IM submetido à flexão no eixo não-múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.

modo, a mesa e a alma do perfil da direita apresentam maiores níveis de tensão do que a mesa e a alma do perfil da esquerda. Verificou-se que a plastificação ocorreu apenas na mesa do perfil da direita (a tensão atingiu o valor de  $f_y = 345MPa$ ).

Avaliando as tensões no conector central (Figura 5.22), verifica-se que os valores foram superiores aos encontrados para o conector do mesmo modelo submetido à flexão no eixo não-múltiplo, provavelmente porque a carga está sendo aplicada próximo à alma do perfil de aço, e assim possui maior contato com os conectores, possibilitando maior transferência de tensão.

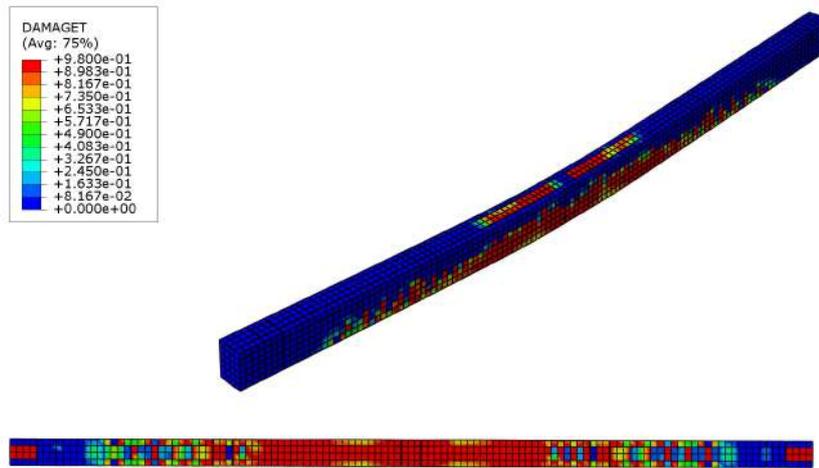


Figura 5.20: Fissuração do concreto, avaliada através do parâmetro de dano à tração, para o modelo IM submetido à flexão no eixo não-múltiplo: Vista isométrica e da face inferior.

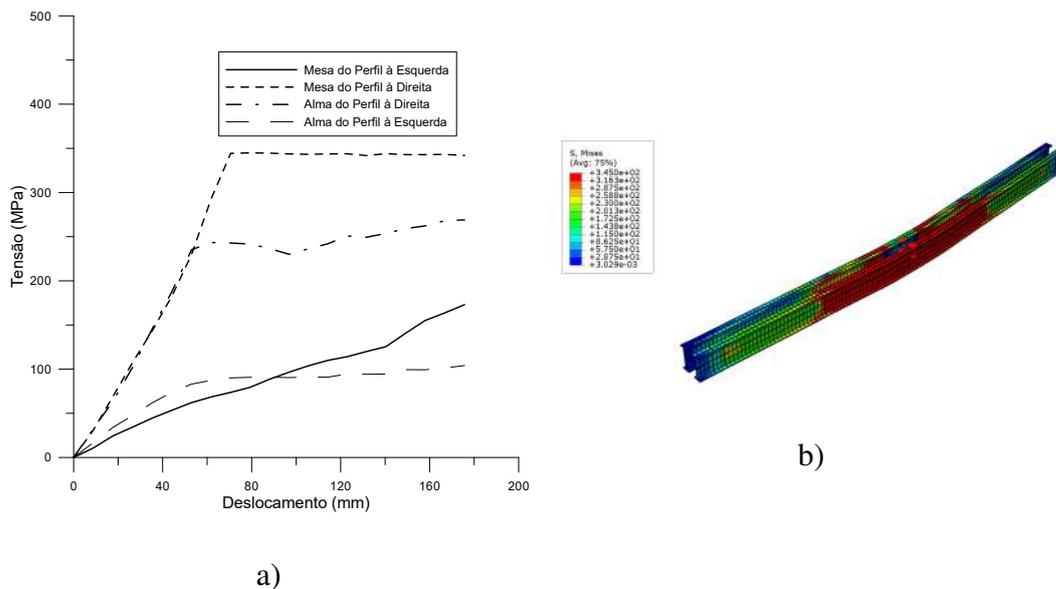


Figura 5.21: Comportamento da tensão avaliada nos perfis de aço no meio da viga, para o modelo IM submetido à flexão no eixo múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.

Assim como observado para flexão no eixo não-múltiplo, as tensões foram maiores na alma do conector do que na mesa. Não foram atingidas as tensões de plastificação em nenhum ponto do conector.

Os resultados encontrados para as tensões nas armaduras (Figura 5.23) seguiram o padrão observado para flexão no eixo não-múltiplo, com tensões muito superiores na armadura tracionada, indicando a maior contribuição do concreto na região comprimida.

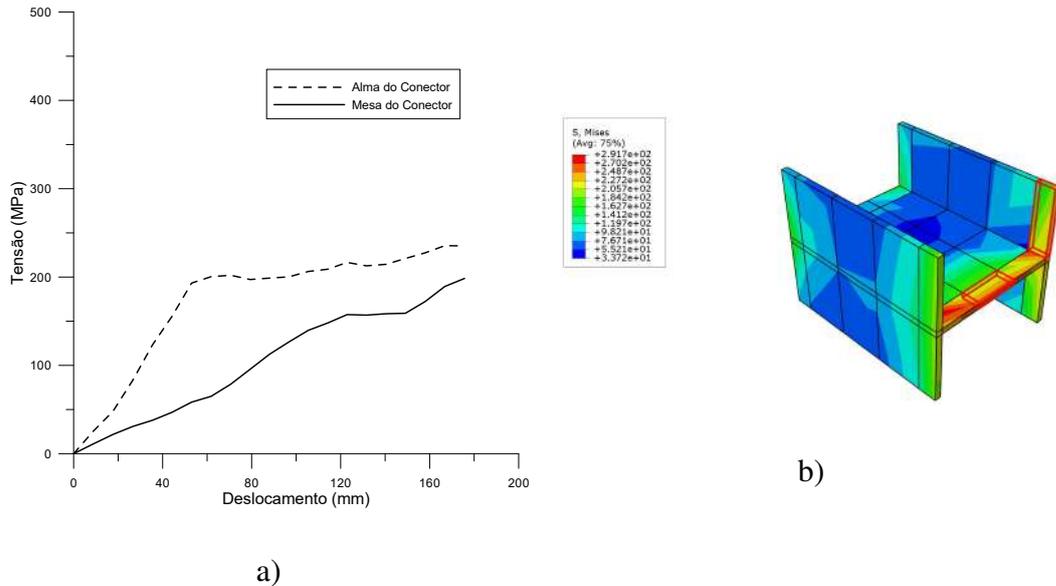


Figura 5.22: Comportamento da tensão avaliada no conector central, para o modelo IM submetido à flexão no eixo múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.

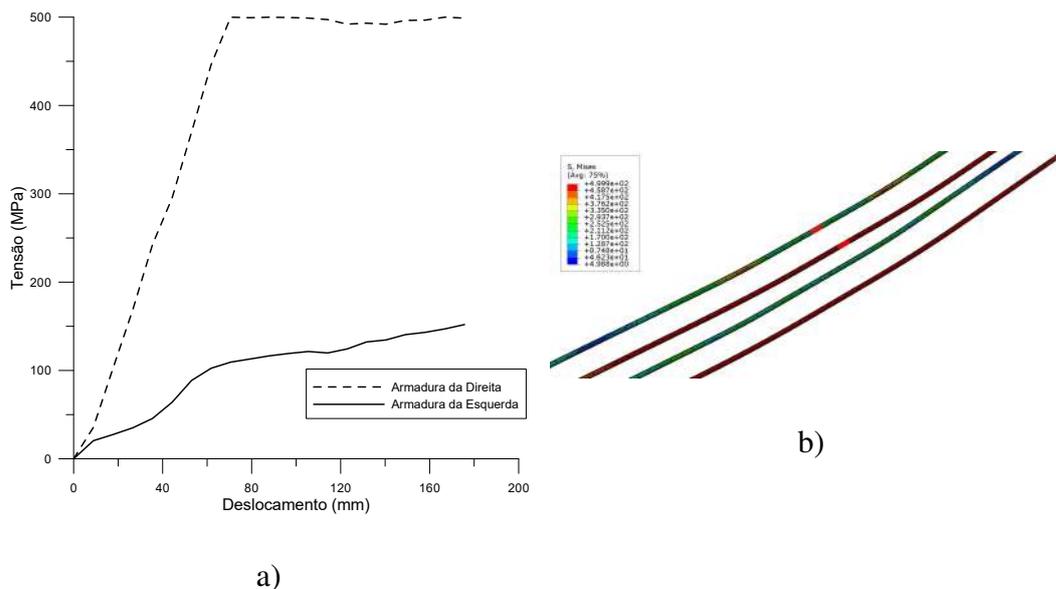


Figura 5.23: Comportamento da tensão avaliada na região central das armaduras, para o modelo IM submetido à flexão no eixo múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.

Assim, as barras de aço da direita atingem níveis de tensões que levam à sua plastificação, enquanto às barras de armadura da esquerda apresentam níveis de tensão bastante inferiores.

Quanto à fissuração no concreto, a distribuição do dano à tração ao longo da viga é apresentada na Figura 5.24. Observa-se uma maior concentração de fissuras na face do lado direito do concreto no meio do vão da viga, onde as tensões de tração são maiores.

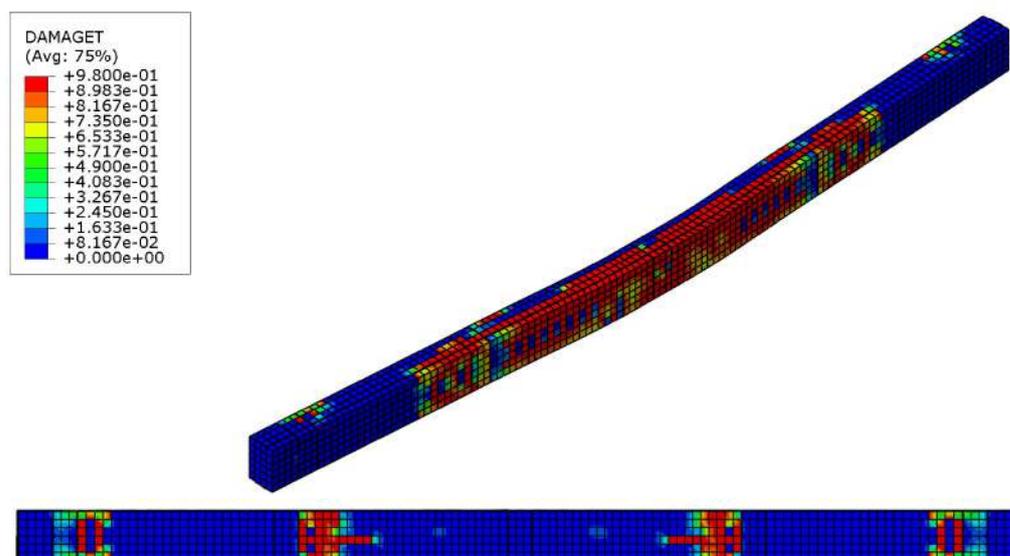


Figura 5.24: Fissuração do concreto, avaliada através do parâmetro de dano à tração, para o modelo IM submetido à flexão no eixo múltiplo: Vista isométrica e da face esquerda.

### 5.3.1.3

#### Modelo UM - Flexão no eixo não-múltiplo

Nas Figuras 5.25, 5.26 e 5.27, são apresentadas as curvas tensão-deslocamento e a distribuição das tensões nos perfis de aço, no conector central e nas armaduras, respectivamente, do modelo UM sob carregamento de flexão no eixo não-múltiplo.

De maneira análoga ao observado com o modelo IM, a Figura 5.25 demonstra que as tensões são maiores na mesa inferior dos perfis de aço, seguidas pelas tensões na alma dos perfis e por fim na mesa superior. Apenas as mesas inferiores dos perfis atingiram a plastificação.

Assim como verificado no modelo IM, de acordo com a Figura 5.26, o conector central da viga é mais solicitado na extremidade da alma, onde apresenta maiores níveis de tensões do que na mesa. O conector não chega a atingir tensões suficientes para sua plastificação ( $f_y = 345\text{MPa}$ ).

Em relação às armaduras, verifica-se através da Figura 5.27 que apenas a armadura inferior plastifica, atingindo a tensão de  $500\text{MPa}$ , enquanto a armadura superior fica sujeita a tensões bastante inferiores, e não chega a plastificar.

A distribuição das fissuras no concreto pode ser observada através da Figura 5.28, verificando-se uma maior concentração das mesmas na face inferior da região central da viga, conforme esperado, pois é a região mais sujeita à tração.

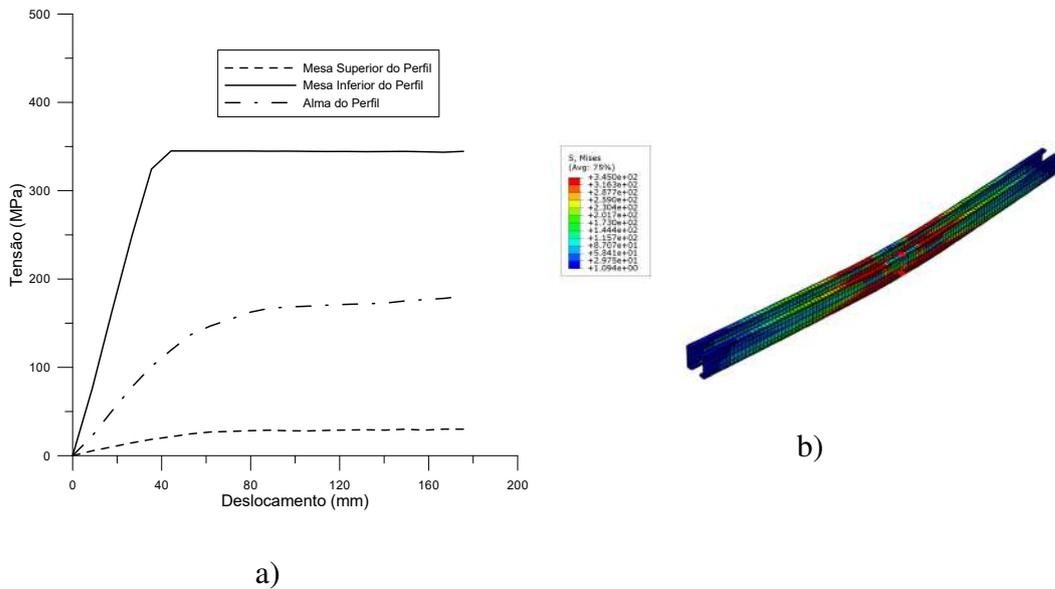


Figura 5.25: Comportamento da tensão avaliada no perfil de aço no meio da viga, para o modelo UM submetido à flexão no eixo não-múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.

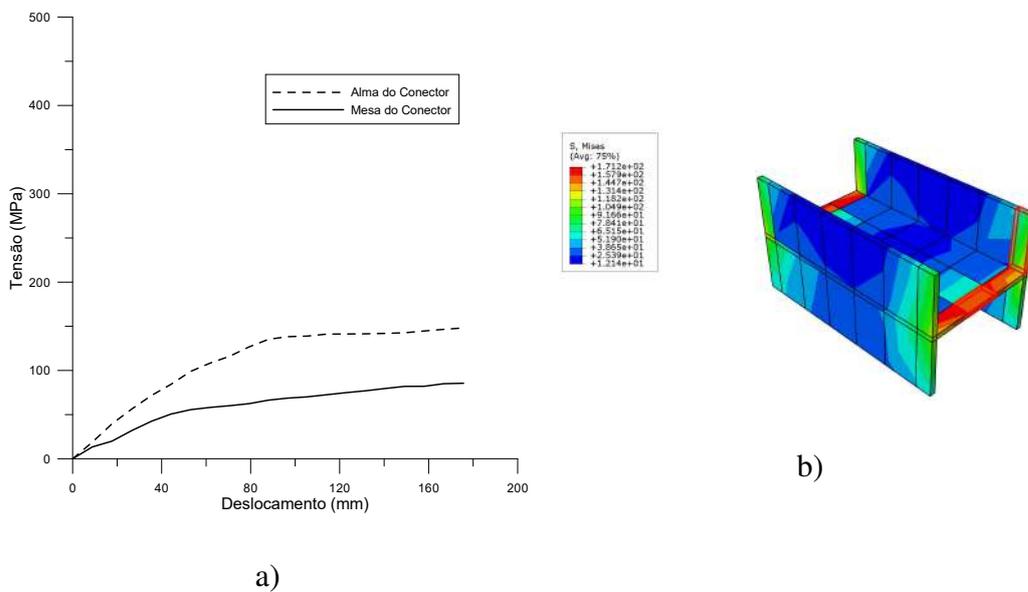


Figura 5.26: Comportamento da tensão no conector central, para o modelo UM submetido à flexão no eixo não-múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.

### 5.3.1.4 Modelo UM - Flexão no eixo múltiplo

As tensões nos perfis de aço, no conector central e nas armaduras do modelo UM submetido à flexão no eixo múltiplo são apresentadas nas Figuras 5.29, 5.30 e 5.31, respectivamente.

Assim como observado com o modelo IM, apenas a mesa do perfil da direita (submetido à tração) atinge o escoamento. Conforme Figura 5.29, os níveis de tensões são maiores na mesa do perfil da direita, seguido pela alma do mesmo perfil,

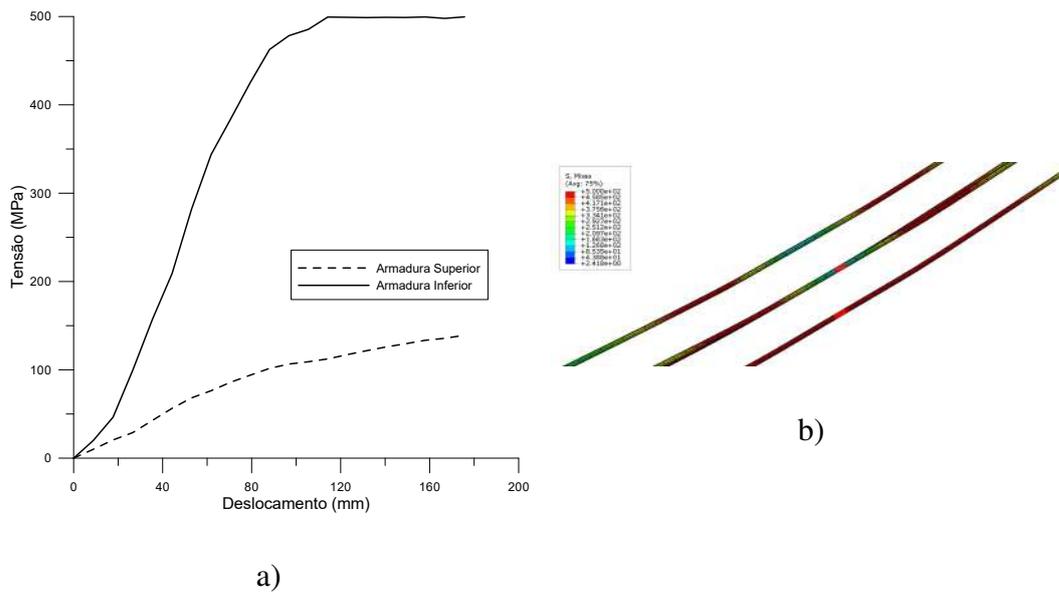


Figura 5.27: Comportamento da tensão avaliada na região central das armaduras, para o modelo UM submetido à flexão no eixo não-múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.

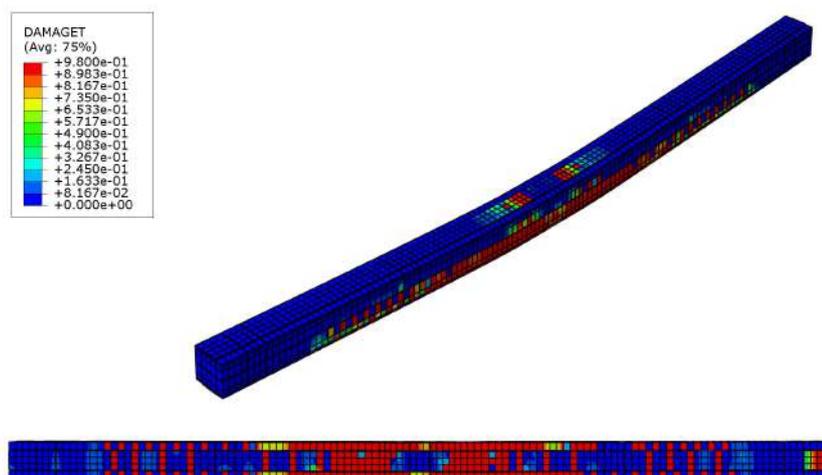


Figura 5.28: Fissuração do concreto, avaliada através do parâmetro de dano à tração, para o modelo UM submetido à flexão no eixo não-múltiplo: Vista isométrica e da face inferior.

a mesa do perfil da esquerda, e a alma do perfil da esquerda.

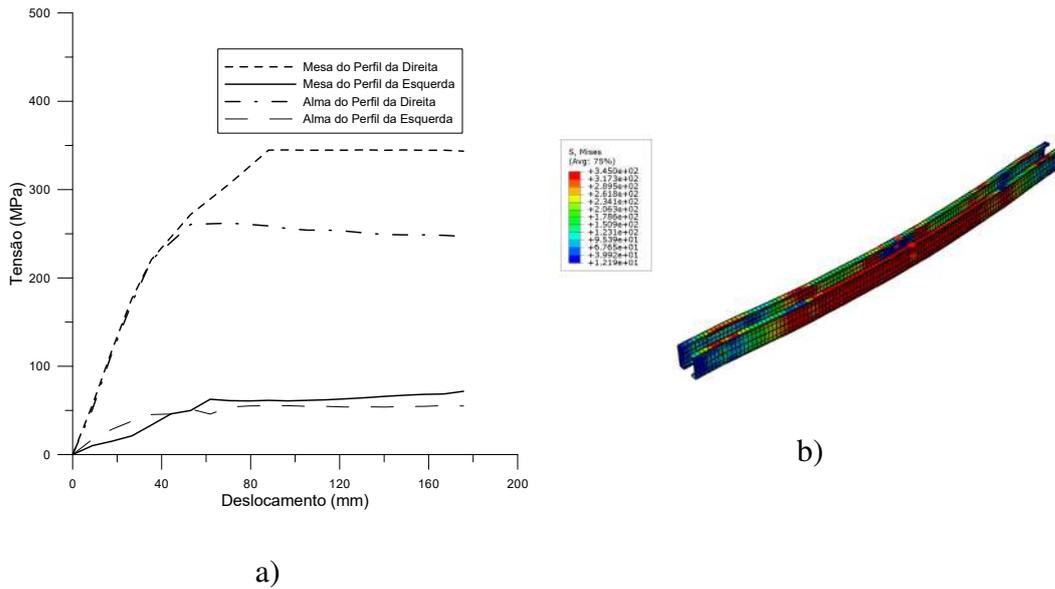


Figura 5.29: Comportamento da tensão avaliada no perfil de aço no meio da viga, para o modelo UM submetido à flexão no eixo múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.

A partir da Figura 5.30, verifica-se mais uma vez que o conector central apresenta tensões maiores na alma do que na mesa. Em nenhum ponto do conector as tensões atingem o patamar de escoamento.

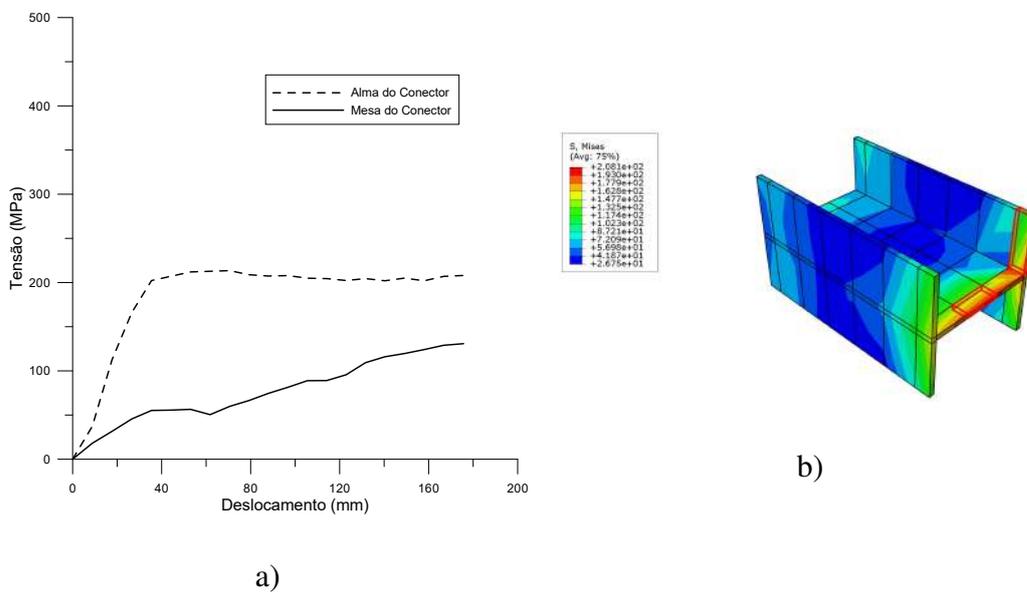


Figura 5.30: Comportamento da tensão avaliada no conector central, para o modelo UM submetido à flexão no eixo múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.

Conforme o apresentado na Figura 5.31, tem-se que as armaduras tracionadas do lado direito atingem tensões que levam à plastificação do material, ao contrário

das armaduras do lado esquerdo, que apresentam níveis de tensões bastante inferiores.

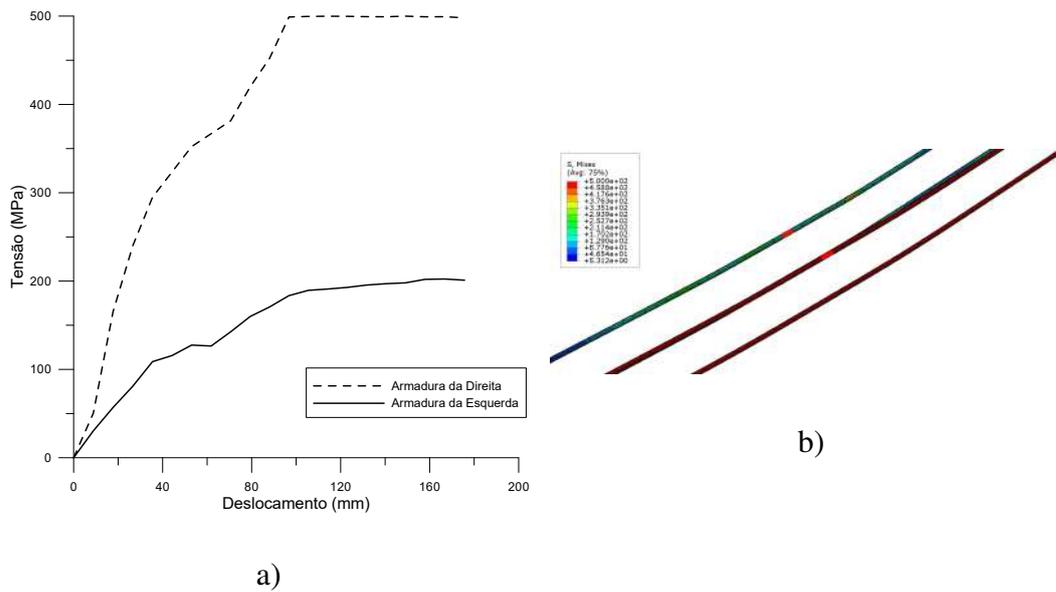


Figura 5.31: Comportamento da tensão avaliada na região central das armaduras, para o modelo UM submetido à flexão no eixo múltiplo: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.

Por fim, a Figura 5.32 ilustra a distribuição das fissuras no concreto, estando as mesmas concentradas na face direita do material e na região central da viga, assim com o obtido para o modelo IM.

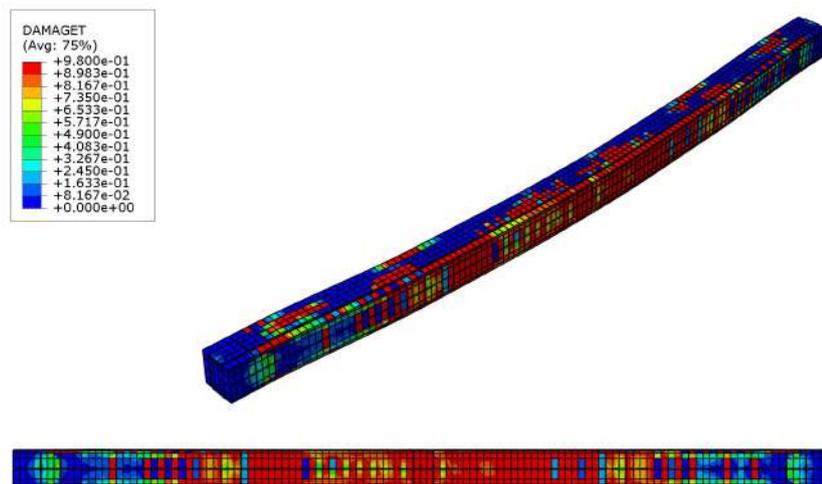


Figura 5.32: Fissuração do concreto, avaliada através do parâmetro de dano à tração, para o modelo UM submetido à flexão no eixo múltiplo: Vista isométrica e da face esquerda.

### 5.3.2

#### Carregamento de compressão

Assim como feito para o carregamento à flexão, serão apresentados a seguir os resultados numéricos obtidos para os modelos IM e UM submetidos a um carregamento axial puro, sem excentricidade da carga.

Ao contrário do comportamento da estrutura quando submetida à flexão, em que as maiores tensões se concentravam no meio do vão da viga, para o carregamento de compressão, verificou-se que as tensões foram maiores mais próximo da região de aplicação da carga, onde a estrutura apresentou maior distorção. É para essa região que as curvas tensão-deformação serão apresentadas.

#### 5.3.2.1

##### Modelo IM

As Figuras 5.33, 5.34 e 5.35 apresentam, respectivamente, os resultados obtidos para as tensões nos perfis de aço, no conector e nas armaduras do modelo IM, na região de maior deformação do pilar.

Apesar do modelo estudado estar sob carregamento de compressão pura, erros numéricos do software podem levar a pequenas instabilidades no modelo que levam a uma flexão que não existia originalmente. Com a consideração da não linearidade geométrica na análise, é possível obter uma deformada como a ilustrada na Figura 5.33, característica de um problema de instabilidade local.

A partir da Figura 5.33, observa-se que na região de maior tensão da estrutura, tanto a mesa inferior, quanto a mesa superior e a alma dos perfis atingiram a tensão de escoamento do material ( $f_y = 345MPa$ ).

Analisando a Figura 5.34, verifica-se que o conector analisado apresenta maiores níveis de tensão do que o conector mais solicitado dos modelos submetidos à flexão. A alma do conector inicialmente apresenta-se com maiores valores de tensão do que as mesas, mas ao final da análise as duas regiões na extremidade do conector apresentam-se plastificadas.

Para as tensões nas armaduras, conforme o apresentado na Figura 5.35, percebe-se que todas as barras estão submetidas ao mesmo nível de tensão, atingindo rapidamente a tensão de escoamento ( $f_s = 500MPa$ ).

A Figura 5.36 apresenta a distribuição das fissuras no concreto, com base no parâmetro de dano à tração. Nota-se que, apesar da estrutura encontrar-se sob compressão, o concreto encontra-se bastante fissurado, devido à grande deformação que ocorre no material.

### 5.3.2.2 Modelo UM

Assim como feito para o modelo IM, tem-se nas Figuras 5.37, 5.38 e 5.39 os resultados das tensões nos perfis de aço, no conector e nas armaduras, respectivamente, para o modelo UM submetido à compressão. A deformada verificada, assim como para o modelo IM, é característica de um problema de instabilidade local.

A partir da Figura 5.37, verifica-se que ambas as mesas, e também a alma dos

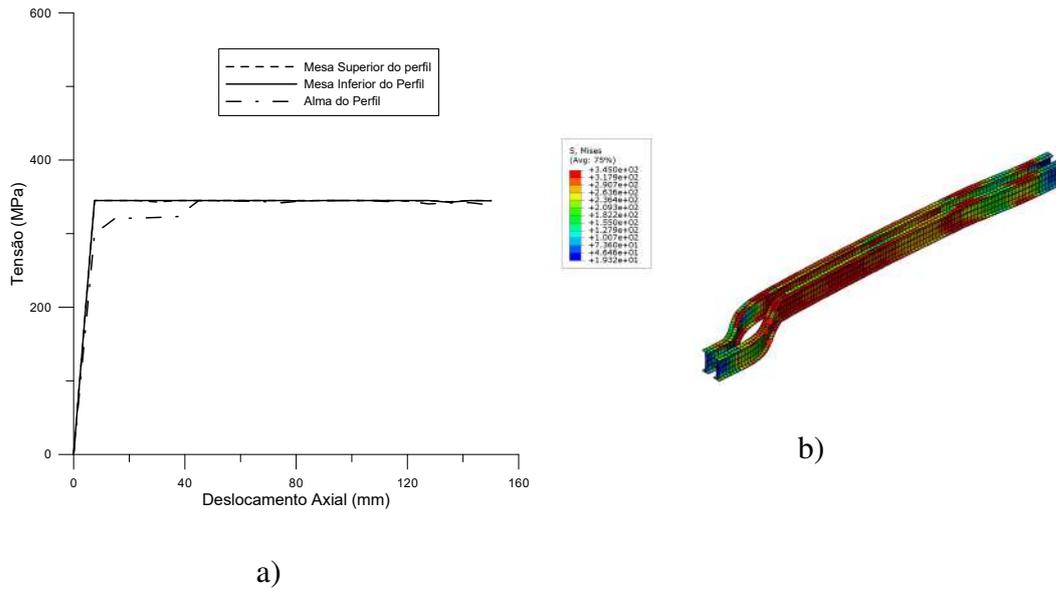


Figura 5.33: Comportamento da tensão avaliada no perfil de aço na região mais deformada do pilar, para o modelo IM submetido à compressão: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.

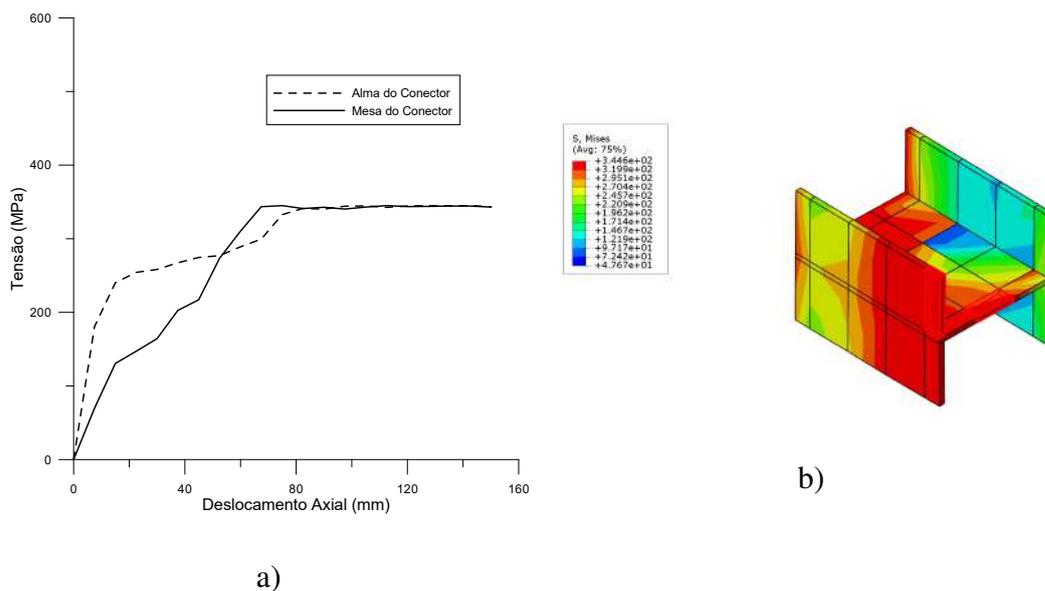


Figura 5.34: Comportamento da tensão avaliada no conector localizado na região mais deformada do pilar, para o modelo IM submetido à compressão: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.

perfis atingem a tensão de plastificação.

Analisando a Figura 5.38, percebe-se que o conector atinge tensões suficientes para causar a plastificação do mesmo. Assim como observado nos demais casos de carregamento, a extremidade da alma do conector apresentou inicialmente tensões maiores do que as mesas, mas ao final da análise, ambas atingem a plastificação.

Conforme apresentado na Figura 5.39, tem-se que as armaduras do modelo atingem logo no início da análise as tensões de escoamento do material, mantendo-

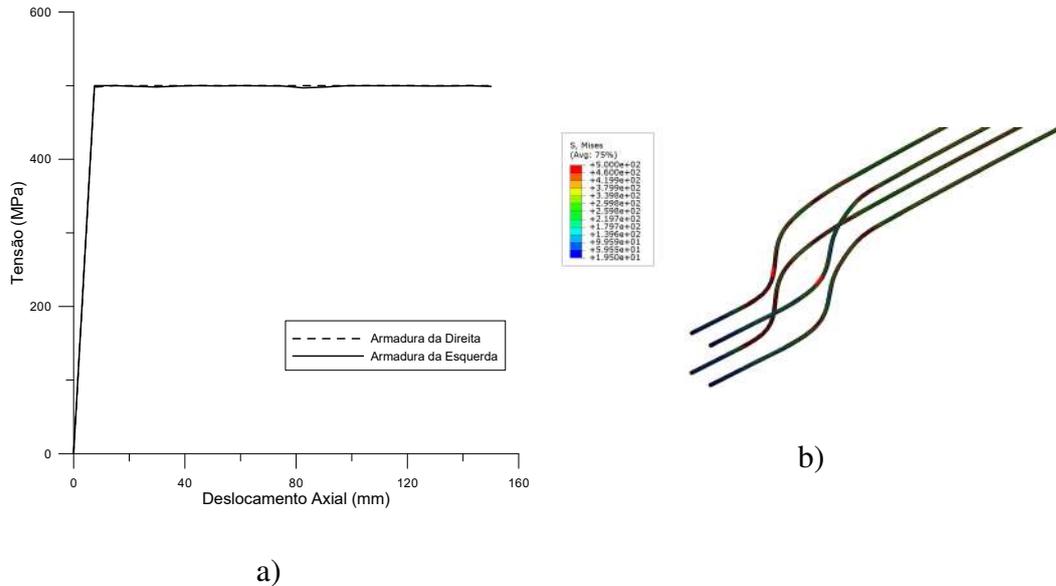


Figura 5.35: Comportamento da tensão avaliada nas armaduras na região mais deformada do pilar, para o modelo IM submetido à compressão: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.

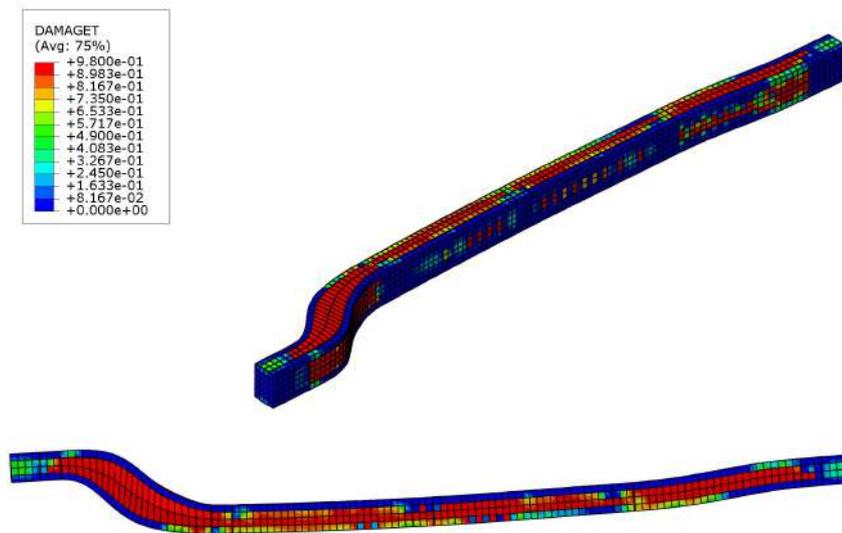


Figura 5.36: Fissuração do concreto, avaliada através do parâmetro de dano à tração, para o modelo IM submetido à compressão: Vista isométrica e da face inferior.

se num patamar praticamente constante durante toda a análise.

Na Figura 5.40, tem-se a fissuração no concreto do pilar. Observa-se que as fissuras estão concentradas na região mais deformada do pilar, onde o concreto se distendeu mais.

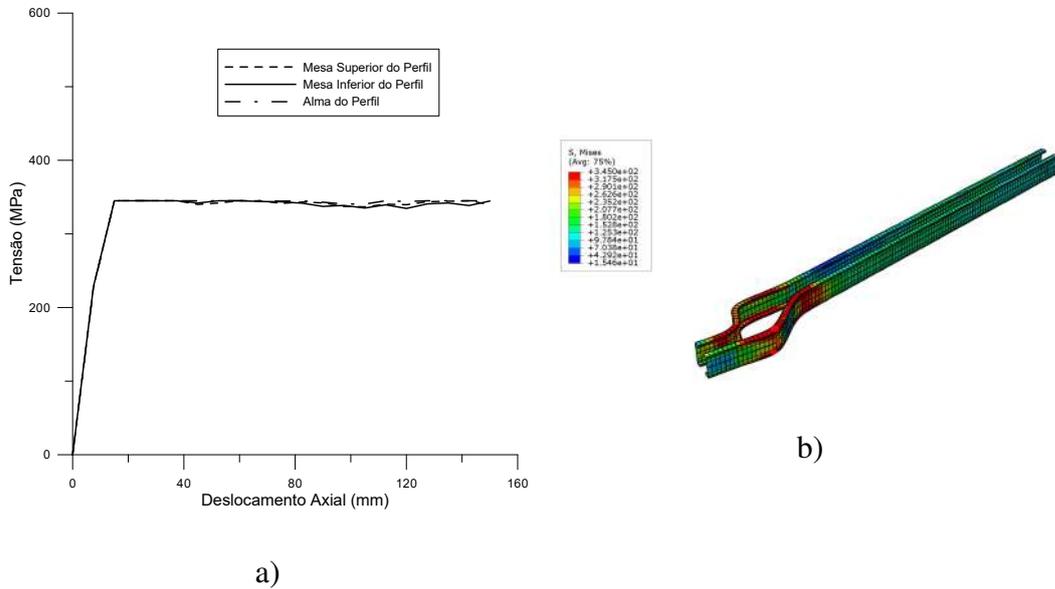


Figura 5.37: Comportamento da tensão avaliada no perfil de aço na região mais deformada do pilar, para o modelo UM submetido à compressão: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.

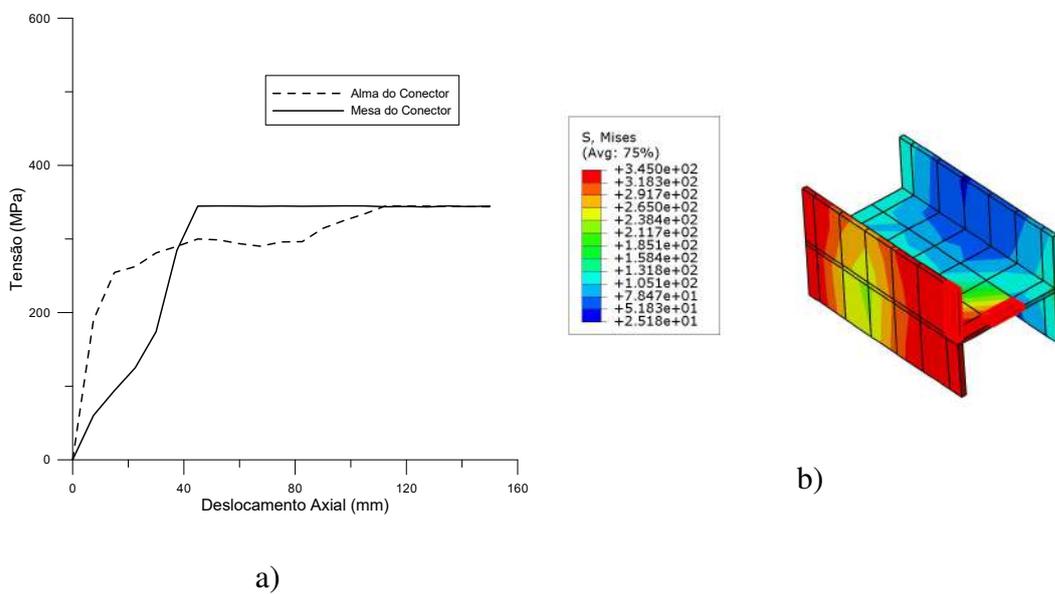


Figura 5.38: Comportamento da tensão avaliada no conector localizado na região mais deformada do pilar, para o modelo UM submetido à compressão: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.

### 5.3.3 Carregamento de flexo-compressão

A aplicação de uma carga excêntrica no pilar gera um momento fletor inicial que reduz a capacidade resistente da estrutura à compressão, quando comparado a uma carga aplicada no centro da seção transversal. A seguir, serão verificados os efeitos que a excentricidade do carregamento de compressão causam na força máxima ( $N_{max}$ ) dos pilares.

Para isso, os modelos estudados serão submetidos a carregamentos axiais com

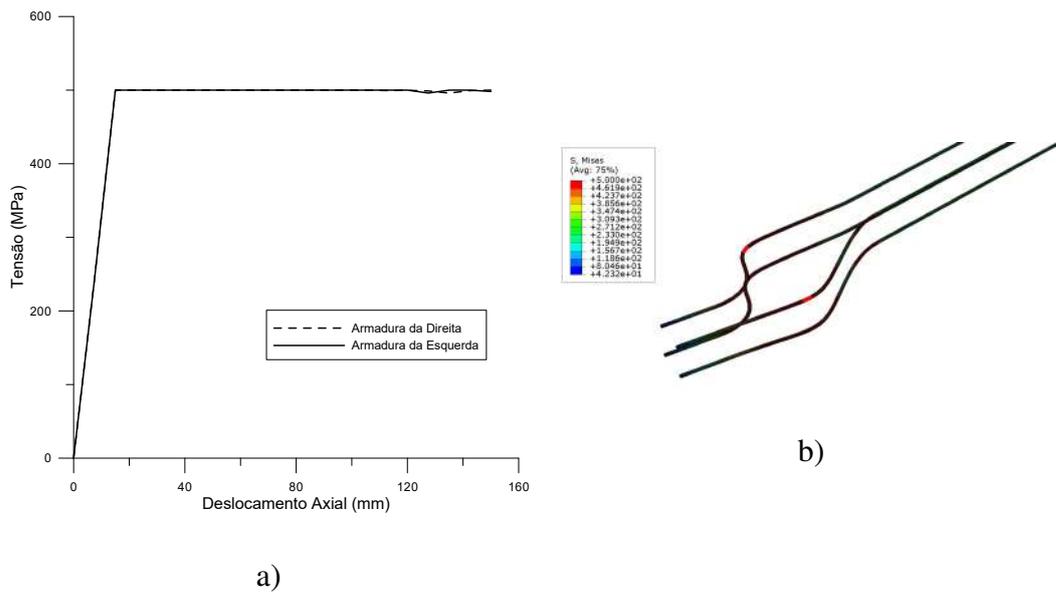


Figura 5.39: Comportamento da tensão avaliada nas armaduras na região mais deformada do pilar, para o modelo UM submetido à compressão: (a) Curva tensão-deslocamento; (b) Distribuição das tensões.

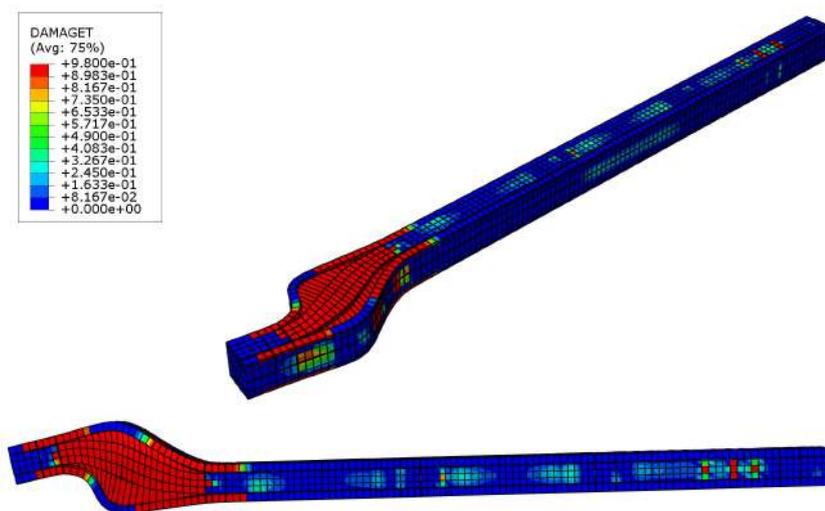


Figura 5.40: Fissuração do concreto, avaliada através do parâmetro de dano à tração, para o modelo UM submetido à compressão: Vista isométrica e da face inferior.

excentricidade de 100mm, 200mm, 300mm e 400mm em relação ao centro da seção transversal, gerando flexão nos eixos não-múltiplo e múltiplo.

### 5.3.3.1

#### Modelo IM - Flexão no eixo não-múltiplo

A Figura 5.41 apresenta uma comparação entre as curvas de força-deslocamento obtidas como resultado da análise do modelo IM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo não-múltiplo.

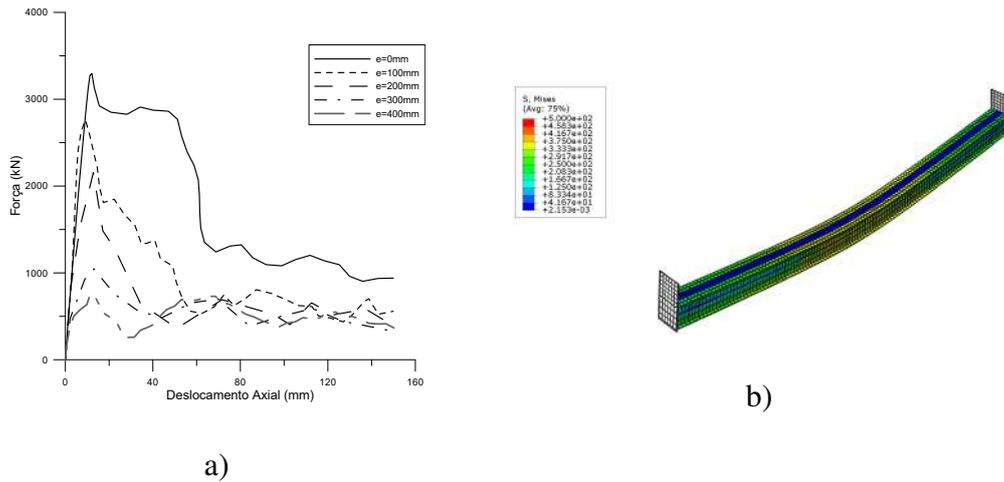


Figura 5.41: Modelo IM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo não-múltiplo: (a) Gráfico força-deslocamento; (b) Distribuição de tensões no pilar deformado submetido à carga com excentricidade de 400mm.

A Tabela 5.26 apresenta os resultados da força máxima  $N_{max}$  para cada excentricidade considerando o carregamento estudado.

Observa-se a partir da Figura 5.41 e da Tabela 5.26 uma redução significativa na capacidade resistente do pilar à medida que a excentricidade da carga aplicada aumenta, podendo chegar até cerca de 20% do valor original da carga quando a excentricidade chega a 400mm.

Tabela 5.26: Comparação da força máxima do modelo IM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo não-múltiplo.

Excentricidade (mm)	Carga máxima (kN)	$\frac{N_{max}^i}{N_{max}^0}$
0	3305	—
100	2765	0,84
200	2246	0,68
300	1223	0,37
400	777	0,23

### 5.3.3.2 Modelo IM - Flexão no eixo múltiplo

Assim como feito para o caso de flexão em relação ao eixo não-múltiplo, analisou-se os resultados das curvas força-deslocamento obtidas considerando-se diferentes valores de excentricidade da carga no eixo múltiplo, conforme Figura 5.42.

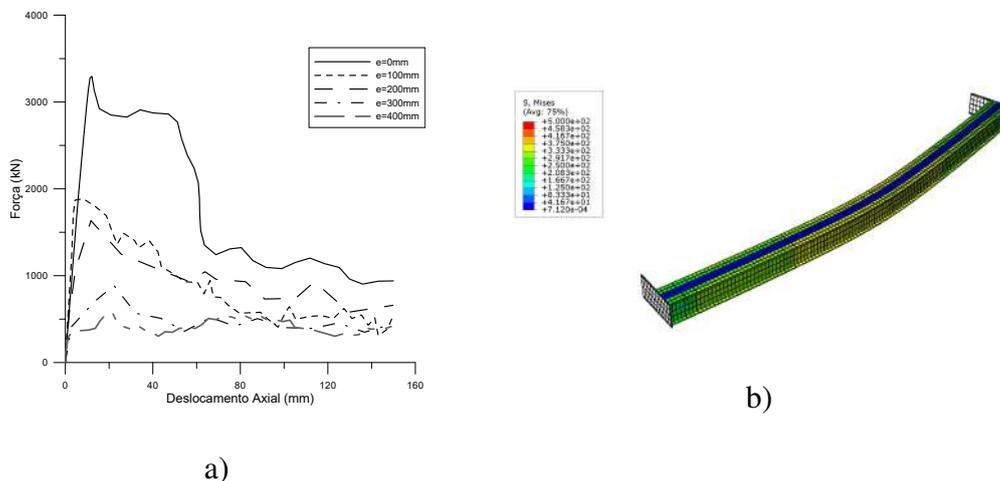


Figura 5.42: Modelo IM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo múltiplo: (a) Gráfico força-deslocamento; (b) Distribuição de tensões no pilar deformado submetido à carga com excentricidade de 400mm.

Na Tabela 5.27 são comparadas as forças máximas que o modelo atingiu para cada caso de excentricidade.

Observam-se reduções significativas na resistência do pilar mesmo para menores valores de excentricidade (58% do valor original para excentricidade de 100mm), sendo as reduções maiores que as observadas para os casos de flexo-compressão em relação ao eixo não-múltiplo.

Tabela 5.27: Comparação da força máxima do modelo IM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo múltiplo.

Excentricidade (mm)	Carga máxima (kN)	$\frac{N_{ei}}{N_{e0}}$
0	3305	---
100	1915	0,58
200	1407	0,43
300	941	0,28
400	582	0,17

### 5.3.3.3 Modelo UM - Flexão no eixo não-múltiplo

Na Figura 5.43, são apresentadas as curvas força-deslocamento resultantes das análises de flexo-compressão com o modelo UM submetido a cargas axiais com diferentes excentricidades em relação ao eixo não-múltiplo.

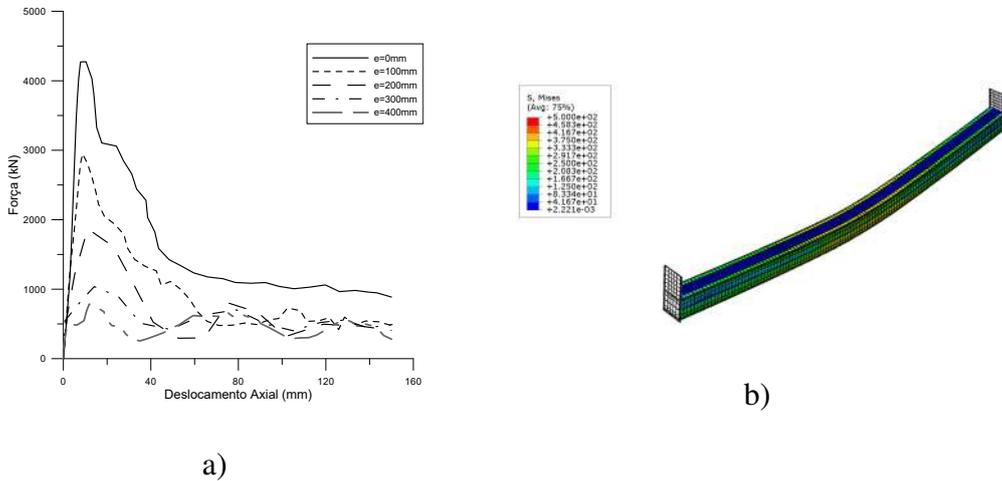


Figura 5.43: Modelo UM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo não-múltiplo: (a) Gráfico força-deslocamento; (b) Distribuição de tensões no pilar deformado submetido à carga com excentricidade de 400mm.

Conforme se pode verificar através da Tabela 5.28, a redução na carga máxima é bastante significativa, chegando a 68% do valor original para excentricidade de 100mm, e apenas 18% para excentricidade de 400mm.

Tabela 5.28: Comparação da força máxima do modelo UM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo não-múltiplo.

Excentricidade (mm)	Carga máxima (kN)	$\frac{N_{max}^{ei}}{N_{max}^{e0}}$
0	4330	---
100	2948	0,68
200	1933	0,45
300	1181	0,27
400	786	0,18

### 5.3.3.4 Modelo UM - Flexão no eixo múltiplo

Tem-se na Figura 5.44 as curvas de força-deslocamento obtidas considerando-se diferentes níveis de excentricidade de carga, em relação ao eixo múltiplo, atuando no modelo UM.

Conforme Tabela 5.29, a carga resistente chegou a ficar reduzida a 68% do valor original para carga sem excentricidade, quando a excentricidade é de 100m, e até 17% desse valor inicial quando a excentricidade é de 400mm. Os valores encontrados são bastante próximos aos obtidos para o mesmo modelo considerando-se excentricidade em relação ao eixo não-múltiplo.

Tabela 5.29: Comparação da força máxima do modelo UM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo múltiplo.

Excentricidade (mm)	Carga máxima (kN)	$\frac{N_{max}^{ei}}{N_{max}^{e0}}$
0	4330	---
100	2929	0,68
200	1689	0,39
300	1190	0,27
400	750	0,17

### 5.3.3.5

#### Diagramas de Interação Normal - Momento Fletor

A partir dos valores da força ( $N$ ) obtidos na modelagem numérica para a flexo-compressão, foi possível calcular o momento fletor ( $M$ ) na seção central dos pilares. O momento fletor correspondente à força atuante em cada ponto da análise foi estimado a partir da multiplicação da força axial pela soma da excentricidade de aplicação da carga com a deflexão lateral do pilar devido à flexão ( $u$ ), conforme eq.(5-6):

$$M = N \cdot (e + u) \tag{5-6}$$

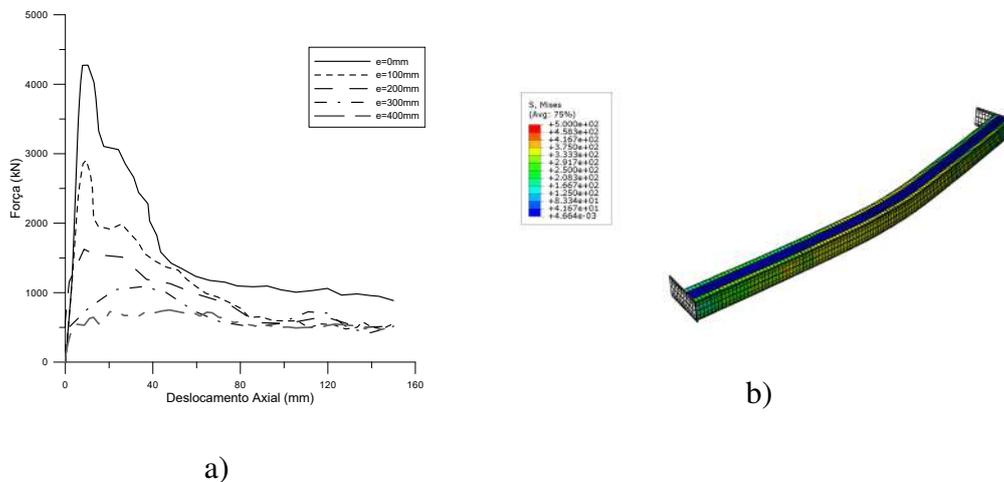


Figura 5.44: Modelo UM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo múltiplo: (a) Gráfico força-deslocamento; (b) Distribuição de tensões no pilar deformado submetido à carga com excentricidade de 400mm.

Assim, os diversos conjuntos de pontos (Momento-Fletor, Normal) obtidos para cada excentricidade aplicada nos modelos numéricos foram sobrepostos com os diagramas N-M obtidos conforme [3] e apresentados na seção 5.1. As Figuras 5.45 e 5.46 apresentam os resultados obtidos para os modelos IM e UM, respectivamente.

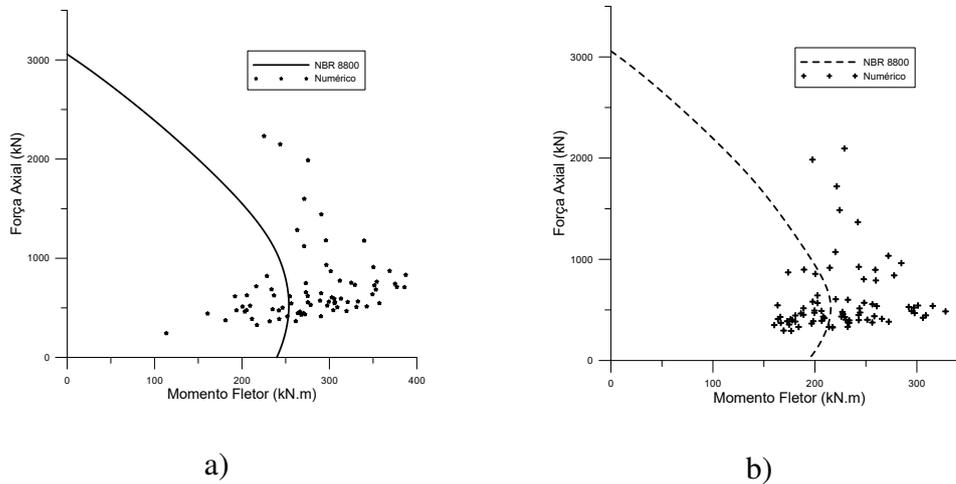


Figura 5.45: Pontos Normal-Momento fletor do modelo numérico em comparação com o diagrama de interação previsto pela NBR 8800, para o modelo IM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo: (a) não-múltiplo; (b) múltiplo.

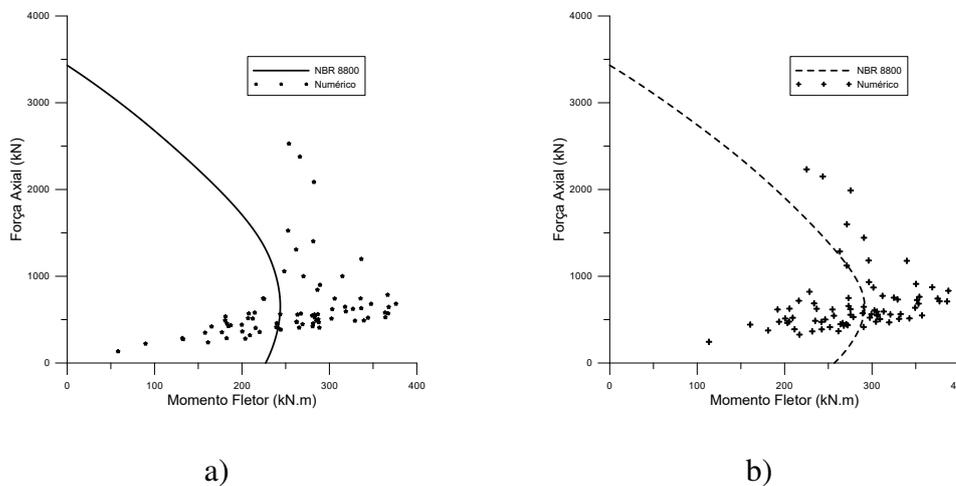


Figura 5.46: Pontos Normal-Momento fletor do modelo numérico em comparação com o diagrama de interação previsto pela NBR 8800, para o modelo UM submetido à flexo-compressão em relação ao eixo: (a) não-múltiplo; (b) múltiplo.

Analisando-se as Figuras 5.45 e 5.46, nota-se que o modelo numérico apresentou muitos pontos acima do diagrama previsto pela NBR 8800:2008, verificando-se assim uma maior resistência do modelo numérico, assim como foi observado para os carregamentos de flexão e compressão pura.

## 6 Exemplo de Dimensionamento

Neste capítulo, será apresentado o dimensionamento dos pilares e vigas do pórtico central de um galpão com 6 vãos de 16m e 2 vãos de 25m, e pilares de 12m de altura (Figura 6.1). O galpão está sujeito ao carregamento vertical do sistema de cobertura, e a cargas horizontais resultantes da ação do vento.

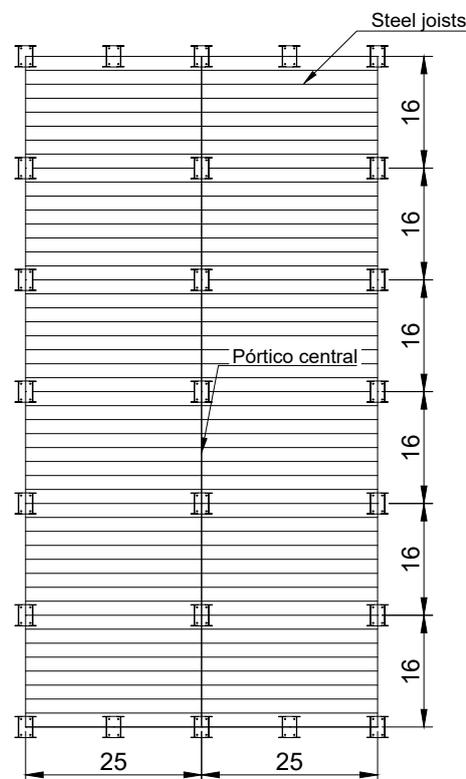


Figura 6.1: Planta de cobertura do galpão estudado como exemplo de aplicação, com dimensões em metros.

O galpão foi dimensionado com base na ABNT NBR 8800:2008, considerando-se os perfis mais leves que atendem aos Estados Limites Último e de Serviço, comparando-se um sistema comum composto de 2 perfis I formando uma seção caixão ( $b_c = b_f$ ), às soluções mistas propostas formadas por perfis I, e por perfis U enrijecidos.

A Tabela 6.1 apresenta os valores das cargas consideradas para esse exemplo, em  $\text{kN/m}^2$ .

Os coeficientes de ponderação das ações foram obtidos a partir da ABNT NBR 8681:2003 [55], que estabelece os coeficientes de ponderação das ações

permanentes ( $\gamma_g$ ), das ações variáveis ( $\gamma_q$ ) e os fatores de combinação para ações variáveis ( $\psi_0$ ). A Tabela 6.2 apresenta os coeficientes utilizados no exemplo.

Além dos carregamentos considerados na Tabela 6.1, conforme recomendações de [3], é necessário considerar a atuação de uma força horizontal equivalente atuando na estrutura, denominada carga *nocional*. Essa carga é utilizada para considerar efeitos de imperfeições geométricas iniciais, e pode ser tomada como equivalente a 0,3% do total das cargas verticais que atuam em determinado pavimento, devendo ser aplicada em cada um deles.

Ainda seguindo as recomendações de [55], foram consideradas três combinações de carregamento, considerando em cada uma delas um tipo de carregamento variável como predominante. Na Tabela 6.3, tem-se os cálculos realizados para obtenção da carga distribuída atuando na viga do pórtico central analisado ( $q_d$ ), a carga horizontal de vento atuando no pórtico central ( $W$ ) e a carga *nocional* do pavimento ( $H^*$ ), para cada combinação de carregamento.

Na Tabela 6.3,  $s_d$  e  $w_d$  são as cargas vertical e horizontal, respectivamente, distribuídas por superfície (kN/m<sup>2</sup>). O valor  $q_d$  é obtido a partir da multiplicação de  $s_d$  pelo comprimento de influência da viga estudada. O valor de  $W$  é obtido multiplicando-se  $w_d$  pela área de influência do pórtico analisado e pelo coeficiente de arrasto, admitido como sendo 1,1.

Tabela 6.1: Cargas permanentes e variáveis consideradas para o exemplo de aplicação.

Tipo de carga	Descrição	Carga (kN/m <sup>2</sup> )
Permanentes	Steel joist e terças	0,18
	Telhas metálicas	0,10
	Pilares e vigas	0,20
Variáveis	Sobrecarga	0,25
	Forros e serviços	0,15
	Pressão do Vento	0,60

Tabela 6.2: Coeficientes de ponderação utilizados para as cargas do exemplo de aplicação [55].

Carga	$\gamma_g$ ou $\gamma_q$	$\psi_0$	$\psi_1$
Permanentes	1,3	—	—
Sobrecarga	1,5	0,7	0,6
Forros e serviços	1,4	0,7	0,6
Pressão do Vento	1,4	0,6	0,3

Observa-se da Tabela 6.3, que a combinação 1 resulta em maior carregamento vertical, e conseqüentemente, em maior solicitação de momento fletor nas vigas e compressão nas colunas, enquanto a combinação 3 resulta em maiores cargas horizontais, e portanto maiores momentos fletores nas colunas. Assim, serão dimensionados os perfis considerando-se apenas as combinações 1 e 3, por serem mais críticas.

As Figuras 6.2 e 6.3 apresentam as cargas atuantes no pórtico central e os esforços obtidos para as combinações 1 e 3, respectivamente. Os resultados foram obtidos a partir do software *Ftool*, e os esforços solicitantes para vigas e pilares são resumidos na Tabela 6.4. Para as vigas, os esforços normais foram desprezíveis em relação ao momento fletor, e por isso não foram considerados.

Utilizando-se as especificações da ABNT NBR 8800:2008 [3], conforme disposto na seção 2.4.1, foram dimensionadas, à flexão e à flexo-compressão, as seções com os perfis I mais leves, para a seção mista e seção caixão.

Para a seção com os perfis U, tentou-se dimensionar perfis com altura  $b_w$  semelhante ao valor de  $d$  do perfil I dimensionado, e com largura da mesa semelhante ao valor de  $b_f/2$  do perfil I. Foram consideradas a mesma distância entre os perfis  $b_c$ , e o diâmetro das barras da armadura longitudinal  $\phi$  para as seções mistas.

Tabela 6.3: Combinações de carregamentos consideradas.

Combinação	Variável predominante	$s_d$ (kN/m <sup>2</sup> )	$q_d$ (kN/m)
1	Sobrecarga	1,3.0,48 + 1,5.0,25 + 1,4.0,7.0,15 = 1,146	1,146.25 = 28,65
2	Forros e serviços	1,3.0,48 + 1,5.0,7.0,25 + 1,4.0,15 = 1,095	1,095.25 = 27,41
3	Vento	1,3.0,48 + 1,5.0,7.0,25 + 1,4.0,7.0,15 = 1,034	1,034.25 = 25,84

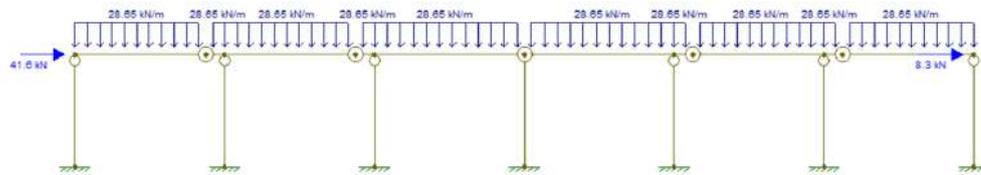
  

Combinação	Variável predominante	$w_d$ (kN/m <sup>2</sup> )	$W$ (kN)	$H^*$ (kN)
1	Sobrecarga	1,4.0,6.0,6 = 0,504	0,504.(12,5.6).1,1 = 41,51	0,3%.(28,65.96) = 8,25
2	Forros e serviços	1,4.0,6.0,6 = 0,504	0,504.(12,5.6).1,1 = 41,51	0,3%.(27,41.96) = 7,89
3	Vento	1,4.0,6 = 0,84	0,84.(12,5.6).1,1 = 69,3	0,3%.(25,84.96) = 7,44

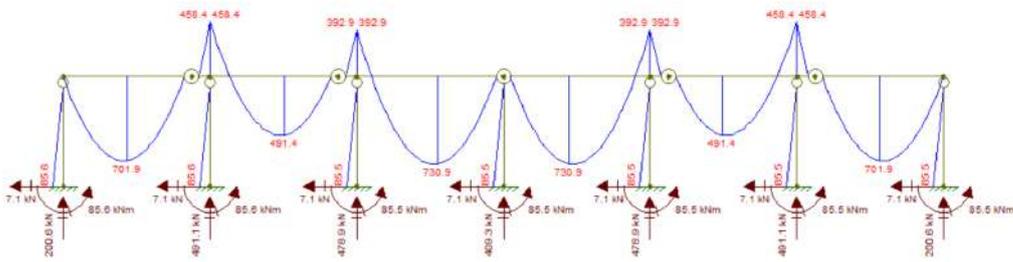
Tabela 6.4: Esforços solicitantes para o pórtico central.

Elemento	Combinação 1		Combinação 3	
	$M_{Sd}$ (kN.m)	$N_{Sd}$ (kN)	$M_{Sd}$ (kN.m)	$N_{Sd}$ (kN)
Viga	730,9	—	659,2	—
Pilar	85,5	491,1	131,5	443,0

Para comparar o custo equivalente das duas soluções, adotou-se que 1m<sup>3</sup> de concreto equivale a 100kg de aço [38, 39]. Dessa forma, a massa equivalente de aço de cada sessão dimensionada foi considerada como o parâmetro de comparação para avaliar qual solução apresenta melhor custo-benefício.

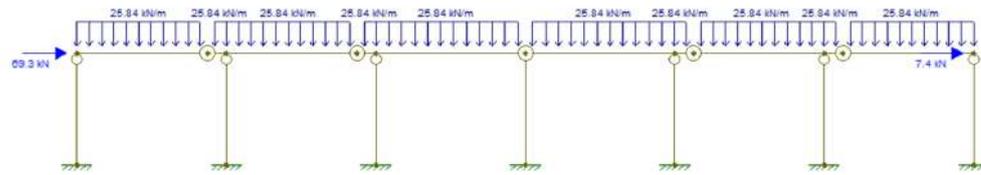


a)

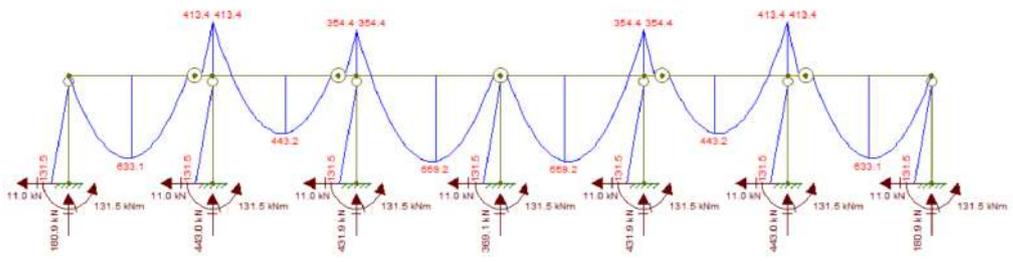


b)

Figura 6.2: Pórtico submetido a carregamento da combinação 1: (a) Cargas utilizadas; (b) Esforços solicitantes.



a)



b)

Figura 6.3: Pórtico submetido a carregamento da combinação 3: (a) Cargas utilizadas; (b) Esforços solicitantes.

## 6.1

### Dimensionamento das vigas do pórtico central

Os resultados obtidos para o dimensionamento das vigas à flexão são apresentados na Tabela 6.5.

Tabela 6.5: Dimensionamento da viga mais solicitada do pórtico central.

Modelo	Perfil	$b_c$ (m)	$\phi$ (m)	$M_{Rd}$ (kN.m)	$T.U.$ (%)	Massa em aço (kg)
Aço I	W460x60	—	—	794,0	0,99	1886
Misto I	W460x52	253	16	835,5	0,87	1816
Misto U	Ue450x115x25x9.5	253	16	750,0	0,97	1821

A distância entre os perfis de aço na seção mista com perfis I foi admitida de modo que a distância livre de concreto ( $b_c - b_f$ ) fosse igual ao do modelo IM apresentado no capítulo 3 (101mm). O diâmetro da armadura foi escolhido de modo que a taxa de armadura de tração ( $A_s^{tração} / A_c$ ) não ultrapasse os limites estabelecidos em [3], de 0,3% a 4%.  $T.U.$  é a taxa de utilização do perfil, correspondente a  $\frac{M_{Sd}}{M_{Rd}}$ .

Para a seção mista com perfis U, foram admitidos os mesmos valores de  $b_c$  e  $\phi$ , para facilitar a comparação entre as soluções. O cobrimento das armaduras é 30mm, maior que os 25mm adotados para a seção mista com perfis I, devido à existência do enrijecedor.

Conforme resultados da Tabela 6.5, tem-se uma economia de 3,7% de massa equivalente em aço ao utilizar a seção mista com perfis I, e de 3,5% com a seção mista composta de perfis U, em comparação com a seção caixão composta apenas pelos perfis I. A seção composta por perfis I foi a que apresentou menor massa de aço, mas também maior momento fletor resistente.

## 6.2

### Dimensionamento dos pilares do pórtico central

Para os pilares, além do dimensionamento à flexo-compressão, foi necessário verificar o limite de deslocamento lateral no topo dos pilares de um galpão. Conforme estabelece o Anexo C da ABNT NBR 8800:2008 [3], esse deslocamento não deve ser superior a  $H/300$ , o que equivale a 40mm para os pilares do exemplo, que possuem 12m de comprimento.

Para a obtenção do deslocamento lateral do pórtico, foi utilizado o software *Ftool*, conforme ilustra a Figura 6.4, utilizando-se para as seções mistas, uma inércia equivalente à da seção composta apenas por aço, dada por  $I_e = (EI)_e / E_a$ . O carregamento adotado para verificar esse Estado Limite de Serviço considera a chamada combinação rara de serviço, e portanto, sem os coeficientes de ponderação  $\gamma_g$  e  $\gamma_q$ , e considerando os fatores de redução  $\psi_1$ . Como o que se deseja avaliar é o

deslocamento lateral do pórtico, considerou-se apenas a combinação com o vento como carga variável predominante.

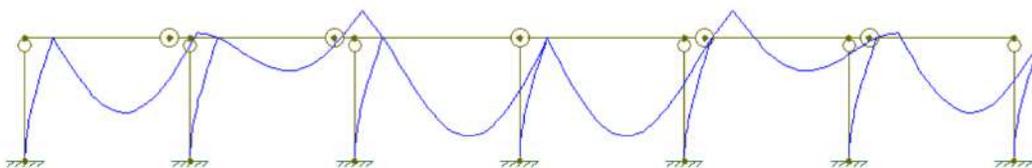


Figura 6.4: Deformada do pórtico central do galpão estudado.

De forma a reduzir o deslocamento lateral, aumentou-se a distância entre os perfis, de modo a se obter maiores inércias para as sessões. Foi considerado que os pilares fossem posicionados de modo que o eixo de maior inércia fosse o eixo solicitado pelos esforços laterais.

Os resultados para o dimensionamento dos pilares são apresentados na Tabela 6.6. Assim como o considerado para as vigas, o diâmetro da armadura foi escolhido de modo que a taxa de armadura de tração ficasse entre 0,3% a 4%, e  $T.U.$  é a taxa de utilização do perfil, tomada como sendo o valor da interação da eq.(2-16) da combinação mais crítica. A seção mista com perfis U foi dimensionada considerando os mesmos valores de  $b_c$  e  $\phi$  que os utilizados para a seção mista com perfis I e com cobrimento de armadura de 30mm.

Tabela 6.6: Dimensionamento do pilar mais solicitado do pórtico central.

Modelo	Perfil	$b_c$ (m)	$\phi$ (m)	$M_{Rd}$ (kN.m) - Eixo
Aço I	W460x68	—	—	921,57 - x
Misto I	W410x53	377	20	892,4 - y
Misto U	Ue450x150x25x9.5	377	20	904,6 - x

Modelo	$N_{Rd}$ (kN)	$T.U.$ (%)	Massa em aço (kg)	$\delta$ (mm)
Aço I	1325	0,56	1630	38,4
Misto I	4128	0,56	1441	38,2
Misto U	4302	0,55	1557	39,8

Analisando os resultados da Tabela 6.6, obtém-se uma economia de 11,6% de massa equivalente em aço ao utilizar a seção mista com perfis I, e de 4,5% para a seção com perfis U, em comparação com a seção caixão composta apenas pelos perfis I.

Observa-se que a economia de aço com a seção mista composta por perfis I é muito maior quando comparada com a seção mista com perfis U, o que

provavelmente se deve ao maior ganho de inércia no eixo múltiplo para a seção com perfis I com o aumento da distância entre os perfis.

Nota-se que as seções mistas apresentaram uma força axial resistente muito superior à da seção composta apenas por perfis de aço. A necessidade de aumentar a inércia à flexão para atender à solicitação de deslocamento lateral máximo da norma também resultou em um perfil muito mais robusto para a seção caixa, quando comparado com as seções mistas, que ganham vantagem com a possibilidade de aumento da distância entre os perfis.

Considerando-se o peso dos elementos estruturais, somando-se as massas de aço e concreto, o sistema misto proposto tem a desvantagem de ser mais pesado que o sistema composto apenas por aço. Dessa forma, essa se torna uma de suas desvantagens, pois dificulta a montagem estrutural na obra. Entretanto, em termos de custo, com base no parâmetro de massa equivalente em aço, o uso de seções mistas com perfis I ou com perfis U, se mostrou bastante vantajoso, em comparação com o uso de seção caixa com perfis I.

## 7

### Estudo Paramétrico

Nesse capítulo, serão apresentados os resultados de um estudo paramétrico realizado para avaliar a influência que certos fatores exercem na resistência do pilar com seção mista composta por perfis I.

Será analisada a influência do número e da disposição dos conectores do pilar, da resistência característica do concreto, e do diâmetro da armadura longitudinal utilizada, comparando-se com os resultados obtidos para o modelo IM descrito no capítulo 3.

#### 7.1

##### Número de conectores

O modelo de sistema misto estudado neste trabalho apresenta 5 conectores distribuídos ao longo do comprimento do pilar. Para avaliar a influência do número de conectores na estrutura, foram estudados modelos com 3 conectores e com 7 conectores, mantendo sempre 2 na extremidade e 1 central.

A influência desta alteração na curva força-deslocamento é apresentada na Figura 7.1.

Analisando a Figura 7.1 percebe-se que a redução no número de conectores de 5 para 3 conectores traz uma redução significativa na rigidez para o carregamento à flexão no eixo múltiplo. Tal diferença pode se explicar pelo fato de que a carga que gera a flexão no eixo múltiplo é transferida diretamente pelos conectores de um perfil de aço ao outro. No eixo não-múltiplo, o uso de 7 conectores aumentou a rigidez inicial do modelo.

Em termos de força última, a Tabela 7.1 traz uma comparação entre os valores para os números de conectores considerados para cada tipo de carregamento. Observa-se que a redução é pouco significativa com a mudança no número de conectores.

#### 7.2

##### Disposição dos conectores

Outro parâmetro avaliado foi a disposição dos conectores no pilar. No sistema proposto, conforme descrito no capítulo 3, os conectores consistem em perfis I posicionados com o eixo fraco coincidindo com o eixo longitudinal do pilar. Nesse

estudo, foi analisado um posicionamento invertido, em que o eixo forte do conector ficasse paralelo ao eixo longitudinal do pilar. A Figura 7.2 representa as duas

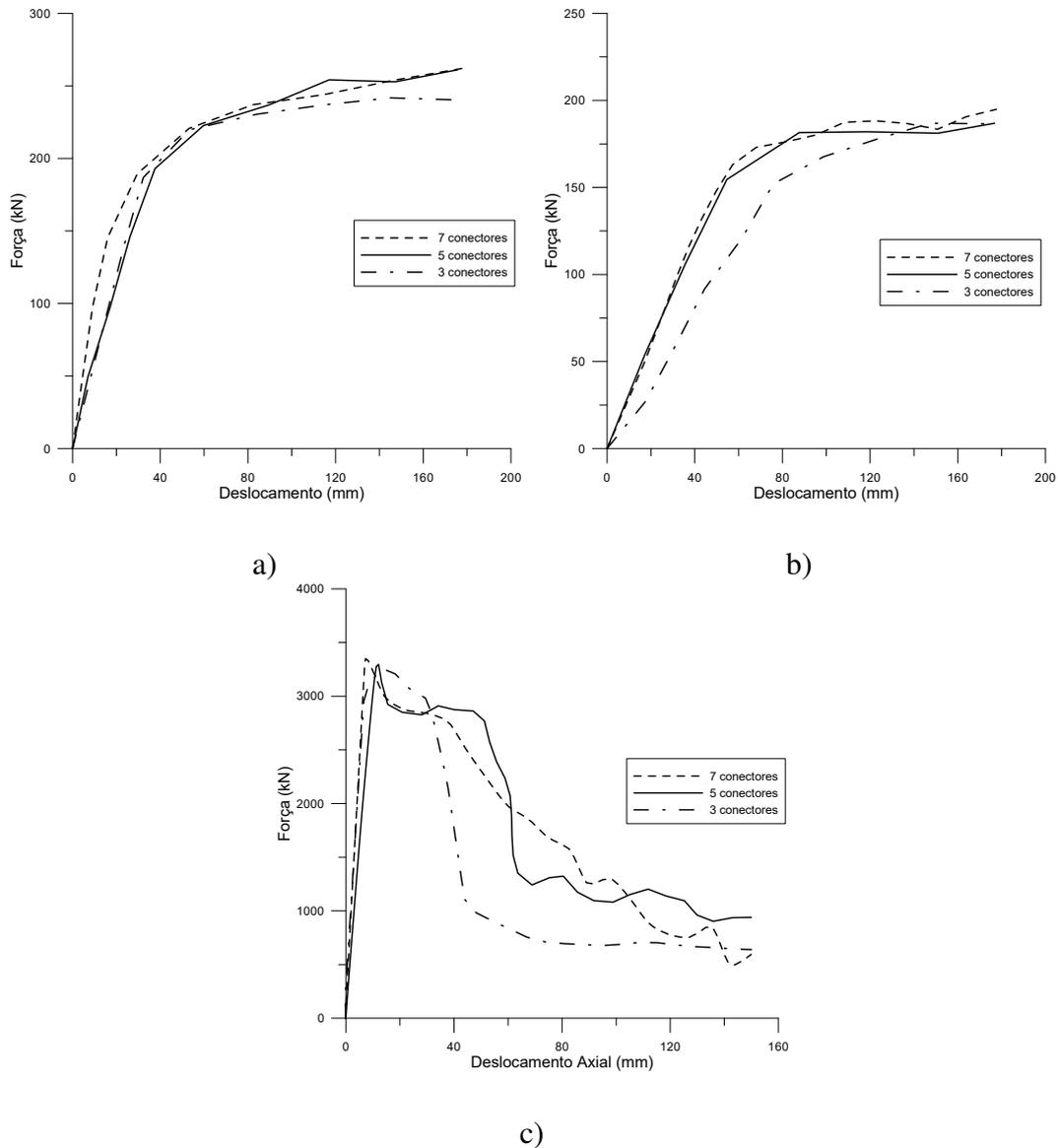


Figura 7.1: Comparação entre as curvas força-deslocamento para diferentes números de conectores, considerando carregamento de: (a) flexão em relação ao eixo não-múltiplo; (b) flexão em relação ao eixo múltiplo; (c) compressão.

Tabela 7.1: Comparação entre as forças últimas, considerando diferentes números de conectores.

Carregamento	Forças últimas e máximas (kN)			$\frac{p_u^{3\text{ conect.}}}{p_u^{5\text{ conect.}}}$	$\frac{p_u^{7\text{ conect.}}}{p_u^{5\text{ conect.}}}$
	5 conectores	3 conectores	7 conectores		
Flexão não-múltiplo	254	241	249	0.95	0.98
Flexão múltiplo	185	184	187	0.99	1.01
Compressão	3305	3278	3358	0.99	1.02

situações.

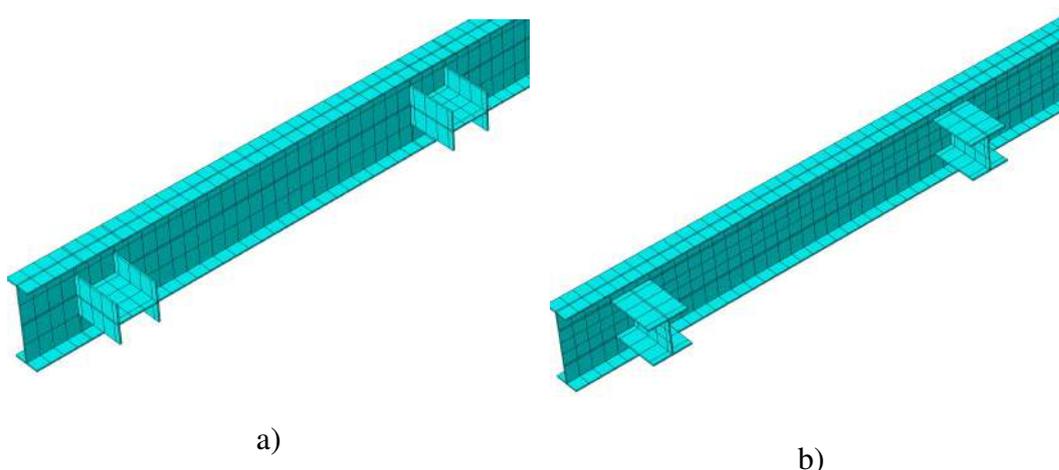


Figura 7.2: (a) Disposição original dos conectores; (b) Disposição invertida dos conectores.

Na Figura 7.3, são apresentadas as curvas força-deslocamento para o modelo IM, considerando os dois tipos de disposição para os conectores.

A partir da Figura 7.3 nota-se que, para a flexão no eixo não-múltiplo, a inversão da posição do conector resultou em uma pequena perda na resistência da estrutura. Já para a flexão no eixo múltiplo, ocorre o contrário, invertendo-se a posição do perfil obteve-se uma maior resistência e rigidez da estrutura.

Considerando o carregamento à compressão, as curvas apresentam praticamente a mesma força máxima, diferenciando-se apenas no comportamento pós-crítico. Em todos os casos a disposição invertida dos conectores resulta em uma rigidez inicial maior do que na disposição original.

A Tabela 7.2 apresenta uma comparação entre as forças últimas considerando-se as duas disposições dos conectores, confirmando-se o que se observa na Figura 7.3. A diferença na resistência gerada ao se mudar a disposição dos conectores não é muito significativa, limitando-se a cerca de 10%.

Tabela 7.2: Comparação entre as forças últimas, considerando dois tipos de disposição para os conectores.

Carregamento	Forças últimas (kN)		$\frac{P_u^{invertida}}{P_u^{original}}$
	Disposição Original	Disposição Invertida	
Flexão não-múltiplo	254	237	0,93
Flexão múltiplo	185	203	1,10
Compressão	3305	3342	1,01

### 7.3 Resistência do concreto

Também foi avaliada a contribuição da resistência do concreto na resistência do pilar. Além do  $f_{ck}$  de 30MPa utilizado para obtenção dos resultados apresentados anteriormente, foram testados também resistências características do concreto de 40MPa e 50MPa. As curvas força-deslocamento obtidas são apresentadas na Figura 7.4.

Analisando a Figura 7.4 percebe-se que o aumento do  $f_{ck}$  quase não trouxe mudança nas curvas para os carregamentos de flexão. Esse comportamento é esperado, visto que o aumento da resistência do concreto eleva a posição da LNP,

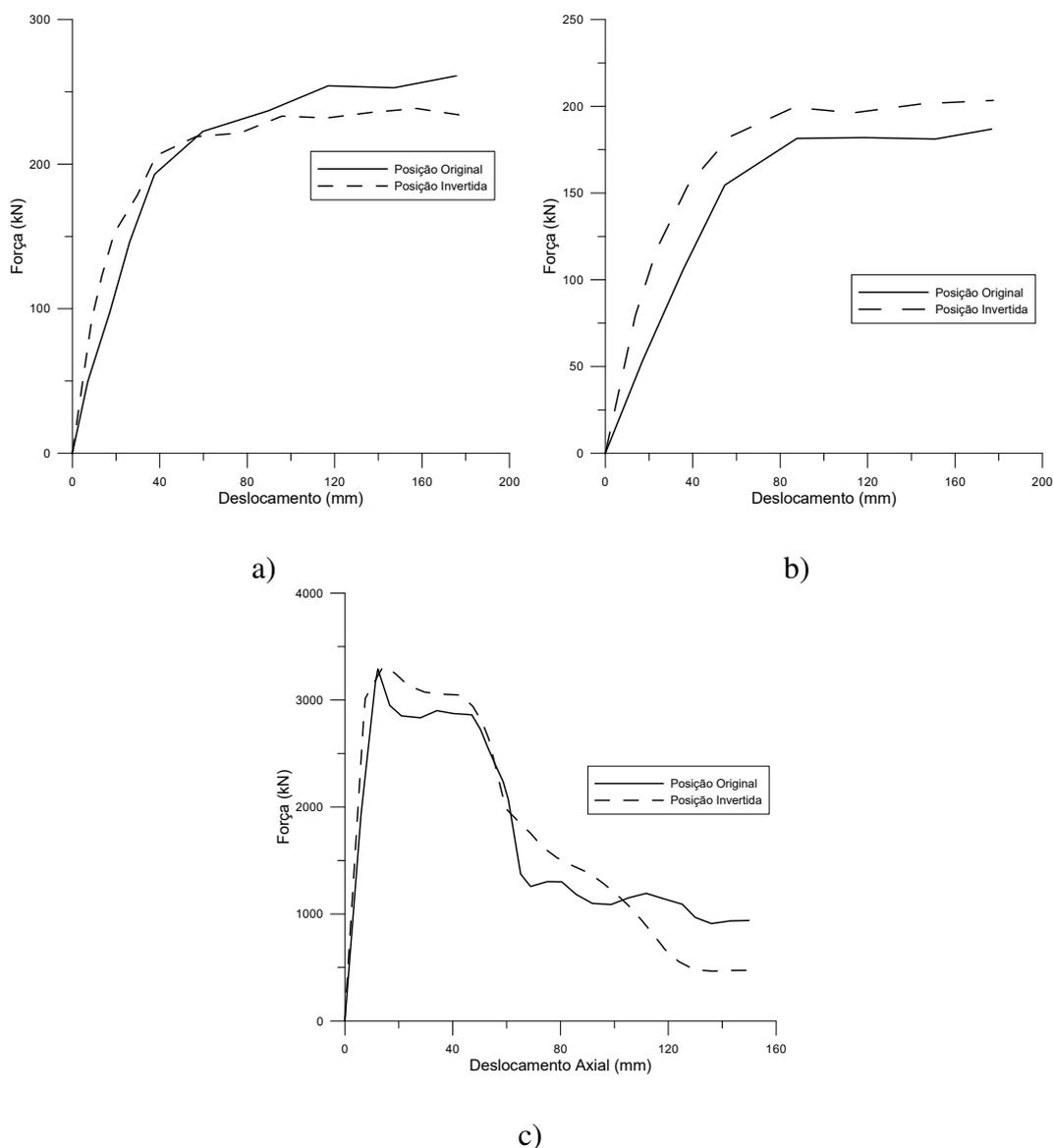


Figura 7.3: Comparação entre as curvas força-deslocamento para os dois tipos de disposição dos conectores, considerando carregamento de: (a) flexão em relação ao eixo não-múltiplo; (b) flexão em relação ao eixo múltiplo; (c) compressão.

de modo que aumentam os valores de  $Z_{an}$ ,  $Z_{cn}$  e  $Z_{sn}$  na eq.(2-14) e não há aumento significativo do momento plástico resistente  $M_{pl,Rd}$ .

Para o carregamento de compressão, nota-se um aumento significativo na força resistente do modelo com o aumento do  $f_{ck}$ , já que o mesmo influencia diretamente o resultado de  $N_{pl,Rd}$ , conforme eq.(2-4).

A Tabela 7.3 traz uma comparação entre os valores de força última para cada tipo de carregamento, em função dos valores de  $f_{ck}$  estudados. Assim como constatado na Figura 7.4, verifica-se que para o carregamento de compressão houve um significativo aumento da resistência com o aumento do  $f_{ck}$ , o que não foi observado para o carregamento de flexão em ambos os eixos.

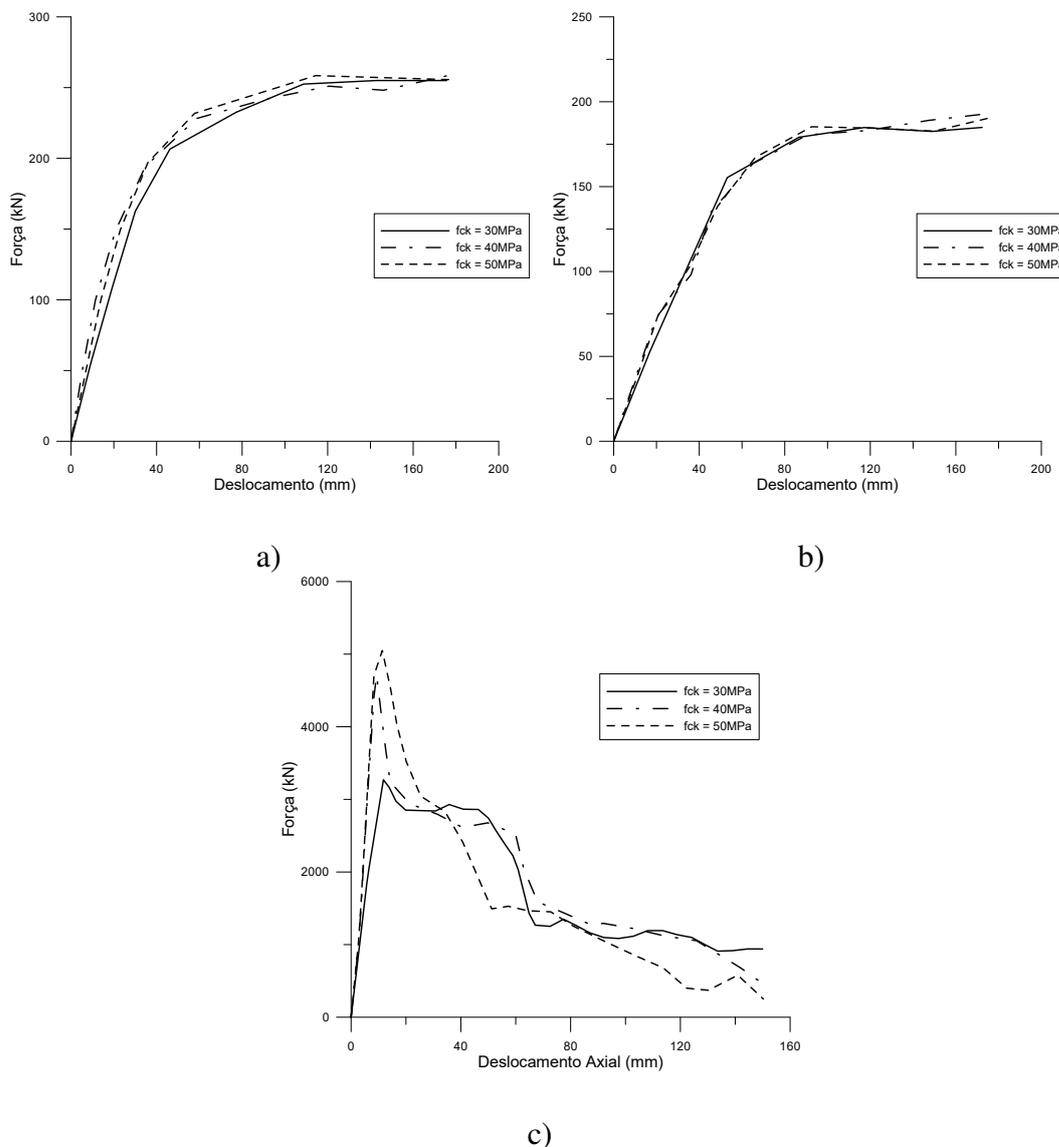


Figura 7.4: Comparação entre as curvas força-deslocamento para diferentes valores de  $f_{ck}$  do concreto, considerando carregamento de: (a) flexão em relação ao eixo não-múltiplo; (b) flexão em relação ao eixo múltiplo; (c) compressão.

Tabela 7.3: Comparação entre as forças últimas, para diferentes valores de  $f_{ck}$  do concreto.

Carregamento	Forças últimas (kN)			$\frac{P_u^{f_{ck}=40}}{P_u^{f_{ck}=30}}$	$\frac{P_u^{f_{ck}=50}}{P_u^{f_{ck}=30}}$
	$f_{ck} = 30MPa$	$f_{ck} = 40MPa$	$f_{ck} = 50MPa$		
Flexão não-múltiplo	254	255	256	1,01	1,01
Flexão múltiplo	185	186	187	1,01	1,01
Compressão	3305	4799	5114	1,45	1,55

Vale notar também que o aumento de resistência na força máxima à compressão alterando-se o  $f_{ck}$  de  $30MPa$  para  $40MPa$  foi maior que o que se obteve de  $40MPa$  para  $50MPa$ .

## 7.4

### Diâmetro da armadura longitudinal

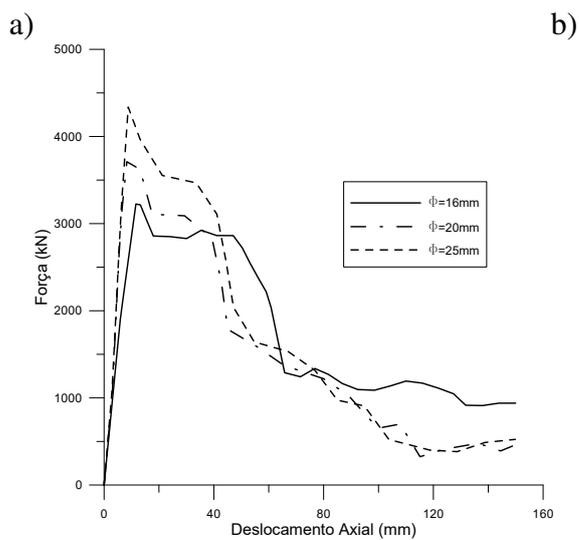
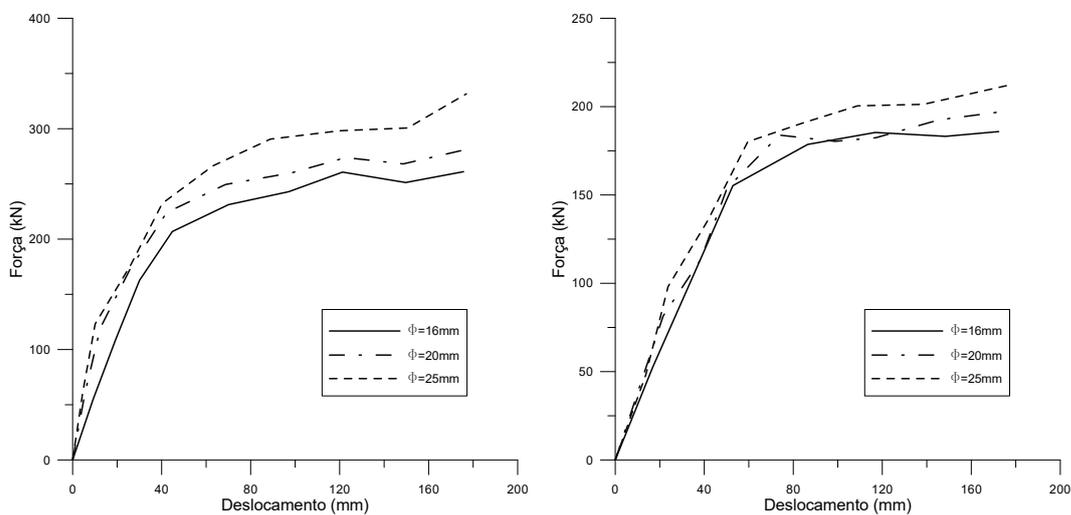
Enquanto os modelos estudados neste trabalho consideravam barras da armadura longitudinal com diâmetro  $\phi = 16mm$ , nesta seção foram avaliados também diâmetros de  $20mm$  e  $25mm$  para estudar a influência do diâmetro da armadura no comportamento das curvas força-deslocamento, conforme ilustrado na Figura 7.5.

A partir da Figura 7.5 percebe-se que, para os três tipos de carregamento, o aumento do diâmetro da armadura trouxe uma contribuição significativa para o aumento da resistência da estrutura. Isso também é confirmado pelos resultados da Tabela 7.4, que apresenta uma comparação entre os valores de força última para cada tipo de carregamento e considerando os diferentes diâmetros de armadura.

Tabela 7.4: Comparação entre as forças últimas, considerando diferentes diâmetros para a armadura longitudinal.

Carregamento	Forças últimas (kN)			$\frac{P_u^{\phi=20}}{P_u^{\phi=16}}$	$\frac{P_u^{\phi=25}}{P_u^{\phi=16}}$
	$\phi = 16mm$	$\phi = 20mm$	$\phi = 25mm$		
Flexão não-múltiplo	254	270	303	1,06	1,20
Flexão múltiplo	185	194	203	1,05	1,10
Compressão	3305	3914	4411	1,18	1,33

A partir da Tabela 7.4, verifica-se que o ganho maior de resistência com o aumento do diâmetro das barras se deu no carregamento à compressão.



c)

Figura 7.5: Comparação entre as curvas força-deslocamento para diferentes diâmetros da armadura longitudinal, considerando carregamento de: (a) flexão em relação ao eixo não-múltiplo; (b) flexão em relação ao eixo múltiplo; (c) compressão.

## 8

### Considerações Finais

#### 8.1

##### Conclusões

No presente trabalho, foi realizado um estudo do comportamento de pilares mistos com seção transversal composta por perfis de aço espaçados por conectores, e preenchidos por concreto armado. O estudo foi desenvolvido por meio de uma modelagem numérica, utilizando o software de elementos finitos Abaqus, e os resultados obtidos foram validados por meio de comparação com resultados da ABNT NB 8800:2008 e dados experimentais de estudos anteriores, e por um estudo de sensibilidade ao tamanho da malha de elementos finitos.

Para o estudo do modelo IM submetido à flexão, foi possível comparar os resultados numéricos com os resultados experimentais e verificar que, na fase elástica, os dois modelos apresentaram resultados bastante semelhantes entre si e com o resultado previsto. Com relação à força última, os modelos numéricos apresentaram resultados superiores aos resultados previstos pela norma técnica, superando em 25% e 18% o resultado analítico, para a flexão nos eixos não-múltiplo e múltiplo, respectivamente. Quanto à rigidez à flexão, no eixo não-múltiplo o modelo numérico se mostrou muito mais rígido que o modelo previsto pela norma técnica brasileira, enquanto no eixo múltiplo a rigidez foi quase igual à prevista.

Os resultados numéricos para força última atingida pelo modelo UM submetido à flexão também foram superiores aos resultados analíticos, na faixa de 12% e 8% superiores, para os eixos não-múltiplo e múltiplo, respectivamente. Assim como para o modelo IM, no eixo não-múltiplo o modelo numérico apresentou rigidez à flexão muito maior, enquanto no eixo múltiplo a rigidez obtida foi próxima à teórica.

Nos modelos submetidos a carregamentos de compressão, as forças máximas obtidas via análise numérica foram cerca de 37% e 50% superiores aos resultados previstos, para os modelos IM e UM, respectivamente. Esse aumento da resistência no modelo numérico pode ser uma consequência do efeito do confinamento do concreto, visto que o mesmo não é considerado nas equações utilizadas por [3] e [4]. Já as rigidezes axiais dos modelos numéricos foram bastante similares às calculadas analiticamente.

Os resultados obtidos com as curvas momento/força-deslocamento evidenciam a necessidade de uma avaliação experimental desse tipo de pilar, para confrontar com os resultados numéricos, especialmente para o carregamento de compressão. Desse modo, seria possível verificar se o ganho de resistência em relação ao resultado previsto é similar ao obtido numericamente.

O estudo de influência do tamanho da malha de elementos finitos no parâmetro das curvas momento/força-deslocamento dos modelos, mostrou que um tamanho de malha de 50mm para o modelo estudado seria adequado para a obtenção de bons resultados, visto que a utilização de malhas mais refinadas além de aumentar significativamente o tempo de análise, pouco modificou os resultados das forças últimas, influenciando apenas no caminho pós-crítico das curvas.

A comparação das cargas últimas dos modelos mistos IM e UM com as cargas dos modelos compostos apenas por aço, IA e UA, demonstrou o ganho significativo de resistência que se obtêm com a utilização do concreto e aço trabalhando juntos para resistir aos esforços. Esse ganho de resistência foi significativo para todos os carregamentos estudados, mas principalmente para a flexão no eixo múltiplo, onde o ganho de resistência calculado foi de 333% para o modelo IM e 304% para o modelo UM, quando comparados aos respectivos modelos de aço.

Em termos de rigidez, os modelos mistos também apresentaram ganhos significativos em relação aos modelos de aço, em especial para o caso de flexão em relação ao eixo múltiplo, em que os valores chegaram a ser mais de 4 e 11 vezes superiores aos modelos com aço, para os modelos com seções I e U, respectivamente.

O estudo da distribuição das tensões de Von Mises nos elementos de aço dos modelos permitiu verificar as regiões mais solicitadas da estrutura, e quais delas plastificaram sob os carregamentos considerados. Para avaliar a fissuração do concreto, estudou-se a variação do parâmetro de dano à tração na estrutura. Os modelos IM e UM se comportaram de maneira semelhante para todos os casos de carregamento estudados.

No caso do carregamento à flexão, verificou-se que, tanto para os perfis de aço quanto para as armaduras, as regiões mais solicitadas e onde ocorreu plastificação, foram aquelas sujeitas à tração, o que era esperado, visto que na região de compressão o concreto contribuiu para resistir aos esforços. Os conectores apresentaram maiores níveis de tensões nas almas do que nas mesas, mas não chegaram a apresentar regiões plastificadas. O concreto se demonstrou bastante fissurado nas regiões de tração principalmente no meio das vigas, conforme esperado.

Para os modelos submetidos a cargas axiais de compressão, a plastificação foi verificada em regiões maiores dos elementos de aço. Diferente do que foi verificado para flexão, os conectores atingiram a tensão de escoamento na região

mais solicitada do pilar. O concreto também apresentou-se bastante fissurado nas regiões do pilar em que houve maior distorção.

A aplicação de cargas axiais excêntricas nos pilares permitiu avaliar o comportamento dos modelos à flexo-compressão em ambos os eixos estudados. A partir da aplicação de cargas com excentricidades variando entre 100mm e 400mm do centro da seção, foi possível verificar a queda de resistência dos pilares em relação à obtida quando submetidos à compressão pura. Enquanto para a excentricidade de 100mm, a força máxima chegou a variar entre 84% e 58% do valor sem excentricidade, a excentricidade de 400mm resultou em uma força máxima média de 20% da obtida com compressão pura.

A partir do exemplo do dimensionamento do pórtico central de um galpão industrial, foi possível comparar a vantagem que as soluções estruturais mistas propostas neste trabalho possuem em relação a uma solução em seção caixão composta apenas por perfis de aço. Considerando que 1m<sup>3</sup> de concreto equivale a 100kg de aço em termos de custo, foi possível calcular para os pilares do galpão estudado uma economia de 11,6% com o uso da seção mista com perfis I, e de 4,5% com a seção mista com perfis U enrijecidos. Porém, em termos de peso total real, o sistema misto se mostra mais pesado que o composto apenas por aço.

As seções mistas se destacaram por apresentar grande aumento na força axial resistente. Além disso, a possibilidade de aumentar a distância entre os perfis de aço nos modelos mistos destacou-se como uma grande vantagem para aumentar a rigidez dos pilares sem grande aumento do peso equivalente de aço.

Por fim, nesse trabalho também foi avaliada a influência de parâmetros como o número e a disposição dos conectores na estrutura, a resistência do concreto, e o diâmetro das armaduras na resistência dos modelos.

A redução do número de conectores de 5 para 3 causou significativa queda na rigidez do modelo submetido à flexão no eixo múltiplo, em que os mesmos exercem influência direta na transmissão da carga para o perfil de aço mais distante do seu ponto de aplicação. Para os demais carregamentos, a influência do número de conectores demonstrou-se pouco relevante.

Em relação à disposição dos conectores, verificou-se que a posição original adotada é melhor, em termos de resistência, para a flexão no eixo não-múltiplo, e a posição invertida é mais vantajosa para a flexão no eixo múltiplo. Para a compressão, a inversão do posicionamento do conector pouco influenciou nos resultados.

O uso de concretos com maior resistência característica à compressão não trouxe vantagem significativa no aumento da resistência das vigas submetidas à flexão, visto que o distanciamento da posição da LNP em relação ao centro da seção compensa o ganho de resistência que seria obtido com o aumento do  $f_{ck}$ , mantendo

o momento resistente plástico praticamente inalterado. Já para o carregamento de compressão, o aumento do  $f_{ck}$  do concreto gerou aumento significativo da resistência do pilar.

O aumento da área das armaduras longitudinais dos perfis trouxe ganho de resistência para a estrutura, conforme esperado. Esses ganhos foram mais significativos para os casos de carregamento à compressão do que para os carregamentos à flexão.

A partir dos resultados obtidos através da modelagem estudada neste trabalho, pôde-se verificar que os resultados numéricos obtidos pelo método de elementos finitos foram superiores aos calculados através da norma técnica brasileira. Diante disso, verifica-se uma necessidade de se avaliar experimentalmente os modelos apresentados para novas condições geométricas e diferentes carregamentos, dando assim mais confiabilidade aos resultados encontrados neste trabalho.

Assim, este trabalho conseguiu abordar vários aspectos da modelagem numérica dos sistemas mistos propostos, e confirmou as vantagens em termos de resistência, rigidez, economia e praticidade que seu uso pode trazer para a construção civil. Dessa maneira, evidencia-se a importância de se continuar estudando essa solução estrutural, dado seu potencial de competitividade em relação a outros sistemas estruturais mais conhecidos do mercado.

## 8.2

### Sugestões para trabalhos futuros

São apresentadas a seguir algumas propostas para trabalhos futuros que possam complementar e aperfeiçoar o estudo apresentado:

- Realizar ensaios de flexão de vigas com a seção transversal mista composta por perfis U enrijecidos;
- Realizar ensaios para avaliar o comportamento das soluções mistas propostas quando submetidas à compressão ou flexo-compressão;
- Considerar a influência de conectores *stud bolts* na modelagem da estrutura mista;
- Estudar outras formas de considerar a influência da interação aço-concreto na modelagem numérica;
- Avaliar o efeito do confinamento no aumento da resistência do pilar misto à compressão, possibilitando o desenvolvimento de equações que possam vir a ser inseridas nas normas técnicas de dimensionamento;
- Avaliar uma possível relação geométrica entre largura e altura da seção mista, que gere melhores ganhos em termos de resistência, rigidez e economia;

- Estudar a influência de outros parâmetros, como perfil dos conectores, esbeltez do pilar e distância entre os perfis da seção, na resistência da estrutura;
- Avaliar de forma experimental e numérica as mesmas estruturas, substituindo os conectores internos pelo uso de *battens* ao longo de seu comprimento.

## Referências bibliográficas

- [1] FIGUEIREDO, L. M. B.. **Projeto e construção de pilares mistos aço-concreto**. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Rio de Janeiro, 1998.
- [2] QUEIROZ, F. D.. **Modelos para análise de pilares mistos pelo método dos elementos finitos**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2003.
- [3] Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro. **NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**, Set. 2008.
- [4] European Committee for Standardization, Brussels. **EN 1994 1-1: Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings**, Dez. 2004.
- [5] GRIFFIS, L. G.. **Composite frame construction**. Technical report, American Institute of Steel Construction, 1994.
- [6] MALITE, M.. **Sobre o cálculo de vigas mistas aço-concreto: ênfase em edifícios**. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1990.
- [7] DE NARDIN, S.. **Estudo teórico-experimental de pilares mistos compostos por tubos de aço preenchidos com concretos de alta resistência**. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.
- [8] ALVA, G. M. S.. **Sobre o projeto de edifícios em estruturas mistas aço-concreto**. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2000.
- [9] Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro. **NBR 14323: Dimensionamento de estruturas de aço e mistas de edifícios em situações de incêndio**, Ago. 2003.

- [10] ZANDONINI, R.. **Composite construction research and practice: recent developments in europe**. Em: 1994 ANNUAL TASK GROUP TECHNICAL SESSION, STRUCTURAL STABILITY RESEARCH, p. 251–274, 1994.
- [11] JOHNSON, R. P.. **Composite structures of steel and concrete**, volume 1. Blackwell, segunda edição, 1994.
- [12] DE SOUZA CAMPOS, A.. **Estudo sobre os critérios de dimensionamento de pilares mistos aço-concreto**. Dissertação de Mestrado, Universidade de Campinas, São Carlos, 2006.
- [13] DE ARRUDA FABRIZZI, M.. **Contribuição para o projeto e dimensionamento de edifícios de múltiplos andares com elementos estruturais mistos aço-concreto**. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.
- [14] GALAMBOS, T. V.. **Guide to stability design criteria for metal structures**. John-Wiley & Sons, quinta edição, 1998.
- [15] BIANCHI, F. R.; COELHO, L. H.. **Análise do comportamento de pilares mistos considerando a utilização de conectores de cisalhamento**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2002.
- [16] BERGMANN, R.. **Composite columns**. Em: SHORT COURSE COMPOSITE STEEL CONCRETE, volume 61, p. 39–68, Bruxelas, 1990. IABSE.
- [17] BRIDGE, R.; WEBB, J.. **Thin walled circular concrete filled steel tubular columns**. Em: COMPOSITE CONSTRUCTION IN STEEL AND CONCRETE II, p. 634–649, Missouri, 1992. ASCE.
- [18] SIMÕES, R.. **Efeito do confinamento em pilares mistos curtos de aço e concreto**. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2008.
- [19] BONALDO, E.. **Pilares mistos: tubos metálicos com núcleo de concreto de alta resistência**. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.
- [20] SZMIGIERA, E.. **Confinement of concrete in two-chord battened composite columns**. Steel and Composite Structures, 19:1511–1529, Dez. 2015.
- [21] JONES, R.; RIZK, A. A.. **An investigation on the behavior of encased steel columns under load**. The Structural Engineer, 41(1):21–23, 1963.

- [22] FURLONG, R. W.. **Strength of steel-encased concrete beam columns**. Journal of the structural division, 93(5):113–124, 1967.
- [23] VIRDI, K. S.; DOWLING, P. J.. **The ultimate strength of composite columns in biaxial bending**. Proceedings of the institute of civil engineers, 55(1):251–272, Mar. 1973.
- [24] MIRZA, S. A.. **Parametric study of composite column strength variability**. Journal of Constructional Steel Research, 14(2):121–137, Jan. 1989.
- [25] SHAKIR-KHALIL, H.; MOULI, M.. **Further tests on concrete-filled rectangular hollow-section columns**. The Structural Engineer, 68(20):405–413, Jan. 1990.
- [26] ELNASHAI, A. S.; TAKANASHI, K.; ELGHAZOULI, A. Y. ; DOWLING, P. J.. **Experimental behaviour of partially encased composite beam-columns under cyclic and dynamic loads**. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 91:259–272, Jun. 1991.
- [27] MIRZA, S. A.; SKRABEK, B. W.. **Reliability of short composite beam-column strength interaction**. Journal of Structural Engineering, 117(8):2320–2339, Ago. 1991.
- [28] MIRZA, S. A.; SKRABEK, B. W.. **Statistical analysis of slender composite beam-column strength**. Journal of Structural Engineering, 118(5):1312–1331, Maio 1992.
- [29] MIRZA, S. A.; HYTTINEN, V. ; HYTTINEN, E.. **Physical tests and analyses of composite steel-concrete beam-columns**. Journal of Structural Engineering, ASCE, 122(11):1317–1326, 1996.
- [30] MUÑOZ, P. R.; HSU, C.-T. T.. **Behavior of biaxially loaded concrete-encased composite columns**. Journal of Structural Engineering, 123(9):1163–1171, Set. 1997.
- [31] MIRZA, S.. **Monte carlo simulation of dispersions in composite steel-concrete column strength interaction**. Engineering Structures, 20(1–2):97–104, 1998.
- [32] EL-TAWIL, S.; DEIERLEIN, G. G.. **Strength and ductility of concrete encased composite columns**. Journal of Structural Engineering, 125(9):1009–1019, Set. 1999.
- [33] HAN, L.-H.. **Tests on stub columns of concrete-filled RHS sections**. Journal of Constructional Steel Research, 58(3):353–372, Mar. 2002.

- [34] VRCELJ, Z.; UY, B.. **Strength of slender concrete-filled steel box columns incorporating local buckling**. Journal of Constructional Steel Research, 58(2):275–300, Fev. 2002.
- [35] ELLOBODY, E.; YOUNG, B. ; LAM, D.. **Eccentrically loaded concrete encased steel composite columns**. Thin-Walled Structures, 49(1):53–65, Jan. 2011.
- [36] ELLOBODY, E.; YOUNG, B.. **Numerical simulation of concrete encased steel composite columns**. Journal of Constructional Steel Research, 67(2):211–222, Fev. 2011.
- [37] CORTÉS-PUENTES, W. L.; PALERMO, D.; ABDULRIDHA, A. ; MAJEED, M.. **Compressive strength capacity of light gauge steel composite columns**. Case Studies in Construction Materials, 5:64–78, Dez. 2016.
- [38] SILVA, L. M. R.. **Estudo teórico e experimental do comportamento de pilares mistos constituídos de perfil duplo i preenchidos com concreto armado, com flexão no seu eixo não-múltiplo**. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.
- [39] SOARES, R. P.. **Estudo teórico-experimental do comportamento de pilares mistos constituídos de perfil duplo i preenchidos com concreto armado, com flexão no seu eixo múltiplo**. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.
- [40] Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - procedimento**, Maio 2014.
- [41] QUEIROZ, G.; PIMENTA, R. J. ; MARTINS, A. G.. **Manual de construções em aço - Estruturas mistas**. Insitituto Aço Brasil / Centro Brasileiro da Construção em Aço, Rio de Janeiro, segunda edição, 2012.
- [42] Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro. **NBR 6355: Perfis estruturais de aço formados a frio - padronização**, Ago. 2003.
- [43] DA SILVA VELLASCO, P. C. G.; DE LIMA, L. R. O.; DE ANDRADE, S. A. L.; VELLASCO, M. M. B. R. ; DA SILVA, L. A. P. S.. **Modelagem de estruturas de aço e mistas**. Elsevier, Rio de Janeiro, primeira edição, 2014.
- [44] Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro. **NBR 7480: Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado - Especificações**, segunda edição, Set. 2007.

- [45] LUBLINER, J.; OLIVER, J.; OLLER, S. ; OÑATE, E.. **A plastic-damage model for concrete**. International Journal of Solids and Structures, 25(3):299–326, 1989.
- [46] JASON, L.; PIJAUDIER-CABOT, G.; HUERTA, A. ; GHAVAMIANO, S.. **Damage and plasticity for concrete behavior**. Em: EUROPEAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN APPLIED SCIENCES AND ENGINEERING, Jyväskylä, Finland, Jul. 2004.
- [47] ABAQUS. **User's manual**. Simulia, Rhode Island, EUA, versão 6.10 edição, 2010.
- [48] KMIĘCIK, P.; KAMIŃSKI, M.. **Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration**. Archives of Civil and Mechanical Engineering, 11(3):623–636, Jan. 2011.
- [49] European Committee for Standardization, Brussels. **EN 1992 1-1: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings**, Dez. 2004.
- [50] PAVLOVIC, M. S.. **Resistance of bolted shear connectors in prefabricated steel-concrete composite decks**. Tese de Doutorado, University of Belgrade, Belgrade, 2013.
- [51] NAJAFGHOLIPOUR, M. A.; DEGHAN, S. M.; DOOSHABI, A. ; NIROOMANDI, A.. **Finite element analysis of reinforced concrete beam-column connections with governing joint shear failure mode**. Latin American Journal of Solids and Structures, 14(7):1200–1225, Ago. 2017.
- [52] HALE, S.. **What is mass scaling and when is it appropriate in explicit dynamics analysis?**, Ago. 2017. Acesso em 11/02/2019.
- [53] EL-KHOLY, A. M.; DAHISH, H. A.. **Improved confinement of reinforced concrete columns**. Ain Shams Engineering Journal, 7(2):717–728, Jun. 2016.
- [54] KWASNIEWSKI, L.; SZMIGIERA, E. ; SIENNICKI, M.. **Finite element modeling of composite concrete-steel columns**. Archives of Civil Engineering, 57(4):373–388, Dez. 2011.
- [55] Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro. **NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas - procedimento**, Mar. 2003.