

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO



Pedro Costa Barbosa Musa

**Análise de Desempenho de Modelo de Dois Fluidos 1D
na Previsão de Escoamento Estratificado**

Projeto de Graduação

Projeto final apresentado ao Programa de graduação
em Engenharia Mecânica da PUC-Rio como requisito
parcial para obtenção do título de Bacharel em
Engenharia Mecânica.

Orientador: Angela Ourivio Nieckele

Rio de Janeiro
Dezembro de 2020

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer à minha orientadora, Angela Ourivio Nieckele, que me ajudou muito nesses dois períodos finais, se mostrando sempre disponível para tirar dúvidas e me instruir toda vez que eu precisei.

Em segundo lugar, agradeço ao Rodrigo Castello Branco, por toda a ajuda que ele me deu, participando de reuniões e me dando todo o suporte possível durante a execução do trabalho.

Gostaria de agradecer também à PUC-Rio, incluindo todos os professores e funcionários, que de alguma forma me ajudaram a chegar até onde estou.

Agradeço também à minha família, meu Pai, minha Mãe e minhas irmãs, pelo apoio e motivação dado ao longo de toda a minha jornada na faculdade, e que sem eles nada disso seria possível.

Agradeço à minha namorada, Luiza Lopes Cintra, pela parceria ao longo de todos esses anos e por estar ao meu lado, me apoiando, nos momentos mais difíceis.

Finalmente, agradeço aos meus amigos, que tornaram essa jornada mais prazerosa, trazendo alegria mesmo quando nada parecia dar certo.

RESUMO

Musa, Pedro C. B., Nieckele; Angela O. (orientadora). **Análise de Desempenho de Modelo de Dois Fluidos 1D na Previsão de Escoamento Estratificado**. Rio de Janeiro, 2020. XXXp. Projeto Final de Graduação - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A análise de escoamentos bifásicos é muito importante para diversas aplicações na engenharia, por exemplo, refrigeração, indústria nuclear e principalmente na indústria do petróleo, onde a produção de óleo e gás transporta principalmente fluidos em fase líquida e gasosa. Desse modo, torna-se crucial o estudo do comportamento das mencionadas fases escoando em uma tubulação, visando auxiliar no projeto e na operação de tubulações. Neste trabalho, focaremos no escoamento estratificado.

No presente trabalho, avaliou-se o desempenho de uma metodologia para prever o padrão de escoamento estratificado uni-dimensional, utilizando o Modelo de Dois Fluidos. Uma análise da influência das velocidades superficiais das fases líquida e gasosa na taxa de amplificação de ondas interfaciais foi realizada. Investigou-se a previsão das taxas de amplificação de ondas interfaciais utilizando esquemas de discretização espacial de 1ª (Upwind) e 2ª ordem (TVD). A capacidade de previsão de esquemas de discretização temporal de 1ª ordem (Euler implícito) e 2ª ordem (Crank-Nicolson) também foi investigada. Os resultados obtidos foram comparados com dados de análise de estabilidade linear. Para validação do modelo utilizado, comparou-se também a previsão do gradiente de pressão com dados experimentais disponíveis na literatura.

Palavras chaves:

Escoamento estratificado, Modelo de Dois Fluidos, Desempenho Numérico.

ABSTRACT

Musa, Pedro C. B., Nieckele; Angela O. (adviser). **Performance Analysis of 1D Two-Fluid Model to Predict Stratified Flow**. Rio de Janeiro, 2020. XXXp. Final Project – Department of Mechanical Engineering, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The analysis of two-phase flow is greatly important for numerous applications in engineering, such as, cooling, nuclear industry and specially, oil industry, wherein oil and gas production carry fluids mainly in liquid and gas phases. Thus, it becomes crucial the study of the behavior of said phases flowing in a pipeline, aiming to give support and to operate pipelines. In this work focus will be given to stratified flow.

In the present work, the performance of a methodology for predicting the one-dimensional stratified flow pattern was assessed, using the Two-Fluid Model. An analysis of the liquid and gas phases superficial velocities influence on the interfacial waves amplification rate was performed. The prevision of the interfacial waves amplification rates using 1st (Upwind) and 2nd (TVD) order spatial discretization schemes was investigated. The prediction proficiency in 1st (Implicit Euler) and 2nd (Crank-Nicolson) order temporal discretization schemes was also investigated. The obtained results were compared to linear stability analysis data. For validating the model used, the pressure drop prevision was also compared with experimental data available in the literature.

Key-words:

Stratified flow, Two Fluid Model, Numerical performance.

SUMÁRIO

1. Introdução	9
1.1 Objetivo	10
1.2 Organização do Trabalho	11
2. Revisão Bibliográfica	12
3 Modelagem	18
3.1 Modelagem Matemática	18
3.1.1. Geometria	19
3.1.2. Equações de conservação	20
3.1.2.1 Modelos de fechamento	21
3.2 Análise de Estabilidade	26
3.3 Modelagem Numérica	29
3.3.1. Discretização espacial	31
3.3.2. Discretização temporal	32
3.3.3. Fração volumétrica do gás	32
3.3.4 Malha e Passo de Tempo	33
4 Resultados	35
4.1 Seleção de Casos	35
4.2 Influência de Parâmetros Numéricos	43
4.3 Caso 3	46
5 Comentários Finais	49
5.1 Conclusões	49
5.2 Recomendações Para Trabalhos Futuros	50
REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS	51

Lista de figuras

Figura 1.1 -- Diferentes padrões de escoamento. (Extraído de Eduardo, 2014)	10
Figura 2.1 -- Mapa de padrões de escoamento proposto por Baker (1954)	12
Figura 3.1 -- Vistas da seção transversal e seção axial de um tubo com escoamento estratificado (Adaptado de Tzotzi & Andridtsos, 2013).....	19
Figura 3.2 – Comportamento da tensão efetiva interfacial de acordo com Brauner e Maron (1993, 1994).....	22
Figura 3.3 -- Estabilidade de sistemas mecânicos. (Extraído de Eduardo, 2014)	27
Figura 3.4 -- – Esquema de volumes finitos. Malha principal (a) e deslocada (b). (Extraído de Carneiro, 2006)	29
Figura 4.1 – Mapa de padrões de escoamento. Caso Eduardo (2014)	36
Figura 4.2 – Análise de estabilidade linear. Taxa de amplificação x Frequência. Caso 1	37
Figura 4.3 – Testes de validação com $L = 5$ m. Caso Eduardo (2014)	37
Figura 4.4 – Mapa de padrões de escoamento. Caso Barnea & Taitel (1993)	38
Figura 4.5 – Análise estabilidade linear: Taxa de amplificação x Frequência. Caso 2.....	39
Figura 4.6 – Análise diferencial: Taxa de amplificação x Frequência. Caso 2, fatores de atrito de Barnea & Taitel (1993).	40
Figura 4.7 – Mapa de padrões de escoamento. Caso Ayati (2018)	40
Figura 4.8 – Análise de estabilidade linear. Taxa de amplificação x Frequência. Caso 3.....	42
Figura 4.9 – Caso 1. Teste de malha e Courant. (a) Upwind – Euler Implícito. (b) Upwind – Crank-Nicolson	44

Figura 4.10 – Caso 1. Teste de malha e Courant (a) TVD – Euler Implícito. (b) TVD – Crank-Nicolson	44
Figura 4.11 – Caso 1. Teste de malha e Courant. TVD – Euler Implícit eTVD – Crank-Nicolson.....	45
Figura 4.12 – Caso 2. Teste de malha e Courant (a) Upwind – Crank- Nicolson	46
Figura 4.13 – dP/dx experimental <i>versus</i> dP/dx numérico. Modelo de atrito de Taitel & Dukler (1976)	48
Figura 4.14 – hL/D experimental <i>versus</i> hL/D numérico. Modelo de atrito de Taitel & Dukler (1976)	48

Lista de tabelas

Tabela 4.1 – Propriedades	36
Tabela 4.2 – Dados experimentais. Ayati (2018).....	41
Tabela 4.3 – Resultados. Modelo de atrito de Haaland (1983)	47
Tabela 4.4 – Resultados. Modelo de atrito de Taitel & Dukler (1976)	48

1. Introdução

A análise de escoamentos bifásicos é muito importante para diversas aplicações na engenharia, por exemplo, refrigeração, indústria nuclear e principalmente na indústria do petróleo, onde a produção de óleo e gás transporta fluidos em fase líquida e gasosa, de modo geral. Dessa maneira, torna-se crucial o estudo do comportamento das mencionadas fases escoando em uma tubulação, visando auxiliar no projeto e na operação de tubulações.

Ultimamente, profundidades cada vez maiores são alcançadas na exploração de petróleo *offshore*, aumentando cada vez mais os custos e demandando estudos mais detalhados de viabilização e otimização de processos relacionados. Desta forma, a importância de conhecer os escoamentos dentro de uma tubulação é evidente, ao mesmo tempo que é bastante trabalhosa, por influência da interação complexa entre as fases que escoam.

Diversas características influenciam no padrão de escoamento, como propriedade dos fluidos, geometria e inclinação da tubulação, e vazões de líquido e gás. A Figura 1.1 ilustra esquematicamente os padrões que ocorrem em tubulações majoritariamente horizontais, sendo esses os escoamentos em *bolhas dispersas*, *bolhas alongadas*, *estratificado*, *estratificado ondulado*, *golfadas* e *anular*. Este trabalho focará no estudo do regime estratificado.

Questões relacionadas à estabilidade de regime de escoamento e a transição entre os diferentes regimes de escoamento foram alvo de diversos trabalhos. O escoamento estratificado ocorre usualmente em tubulações horizontais ou levemente inclinadas. É caracterizado por um filme de líquido na parte inferior do duto e gás, devido a densidade bem mais baixa, escoar na parte superior. Dependendo das velocidades das fases, ondas interfaciais podem surgir, aumentando de amplitude a medida

que a velocidade do gás cresce. Essas ondas, podem crescer e eventualmente formar o padrão de golfada, o qual é um escoamento intermitente, apresentando pacotes de líquidos (seções de líquido que ocupam toda a seção transversal da tubulação) intercalados por grandes bolhas de gás. Tais características são nocivas à estrutura de dutos, pois sujeitam os equipamentos a esforços cíclicos, causando fadiga dos dutos devido a vibrações, prejudicando, assim, a produção. Dessa forma é importante ter a capacidade de prever a evolução das ondas na interface gás-líquido, para estimar quando o regime de escoamento passará para o regime de golfadas.

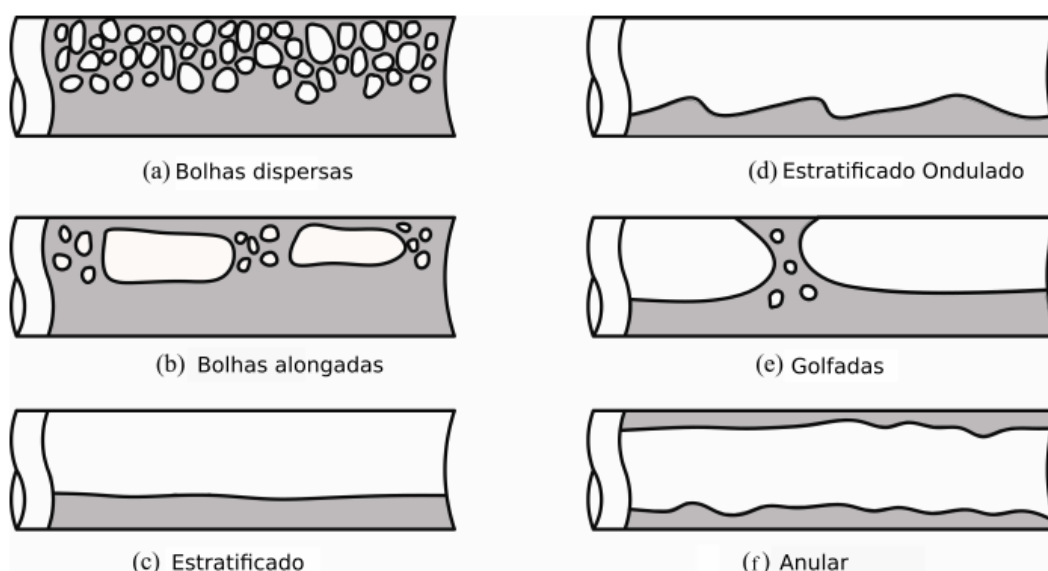


Figura 1.1 -- Diferentes padrões de escoamento. (Extraído de Eduardo, 2014)

De acordo com o exposto é claro que o desenvolvimento de códigos numéricos precisos para prever os diferentes padrões de escoamento é muito importante e útil para a comunidade industrial, em especial a da indústria de petróleo.

1.1 Objetivo

O presente trabalho tem como principal objetivo realizar uma análise da influência das velocidades superficiais das fases líquida e gasosa, no gradiente de pressão, nas frações volumétricas de cada fase, na altura do filme, com ênfase na frequência e amplitude das ondas interfaciais. Os

resultados obtidos serão comparados com dados obtidos com a teoria de instabilidade linear e com dados experimentais disponíveis na literatura para validação do modelo utilizado.

Para fazer tal análise, utilizou-se o Modelo 1D de Dois Fluidos, que consiste na aplicação de equações de conservação de massa e de quantidade de movimento para cada fase, através de uma abordagem unidimensional. As equações serão discretizadas pelo método de volumes finitos. A influência de diferentes esquemas de discretização espacial e temporal também é realizada.

1.2 Organização do Trabalho

O presente trabalho foi dividido em 5 capítulos, sendo eles: Introdução, Revisão bibliográfica, Modelagem, Resultados e Comentários finais.

No capítulo 2, é feita uma revisão da literatura disponível e relevante para os estudos conduzidos neste trabalho. Neste capítulo comentado sobre os trabalhos pioneiros na identificação dos diferentes padrões de escoamento, trabalhos que utilizaram o Modelo de Dois Fluidos e análises na evolução de ondas interfaciais em escoamento estratificado.

O capítulo 3 descreve o Modelo de Dois Fluidos, a geometria característica do escoamento estratificado e traz uma breve discussão sobre análise de estabilidade. Além disso, neste capítulo é apresentada a modelagem numérica utilizada no trabalho, detalhando a discretização espacial e temporal utilizada.

No capítulo 4 é feita uma análise dos resultados obtidos através das simulações executadas. São apresentados os casos estudados no trabalho, é feita uma análise de estabilidade linear de cada caso e os casos são plotados em mapas de padrões de escoamento. Também são apresentados testes de malha, variações de parâmetros temporais e influência dos modelos de fatores de atrito no escoamento estratificado.

Finalmente, são feitos comentários finais no capítulo 5, onde são tiradas conclusões sobre os casos estudados e são propostas recomendações para trabalhos futuros.

2. Revisão Bibliográfica

Conforme exposto anteriormente, a análise do comportamento do escoamento estratificado e o estudo da evolução de ondas em uma tubulação são de essencial importância para a indústria, portanto, a literatura contempla diversos trabalhos sobre o tema. Tendo isso em vista, era de grande interesse conseguir mapear, através de um gráfico bidimensional, as zonas de transição entre os diversos padrões de escoamento com base em dados experimentais.

Baker (1954) foi o responsável pela apresentação do primeiro mapa de regimes de escoamento (Figura 2.1). Apesar de não ser possível generalizar tal mapa, esse trabalho foi pioneiro no reconhecimento na importância da compreensão dos padrões de escoamento para o cálculo de diversos parâmetros relacionados ao escoamento de líquidos em tubulações, como fração de vazio e perda de carga. Vários outros mapas foram propostos com o mesmo intuito de Baker (1954), entretanto, ainda eram compostos puramente por observações experimentais.

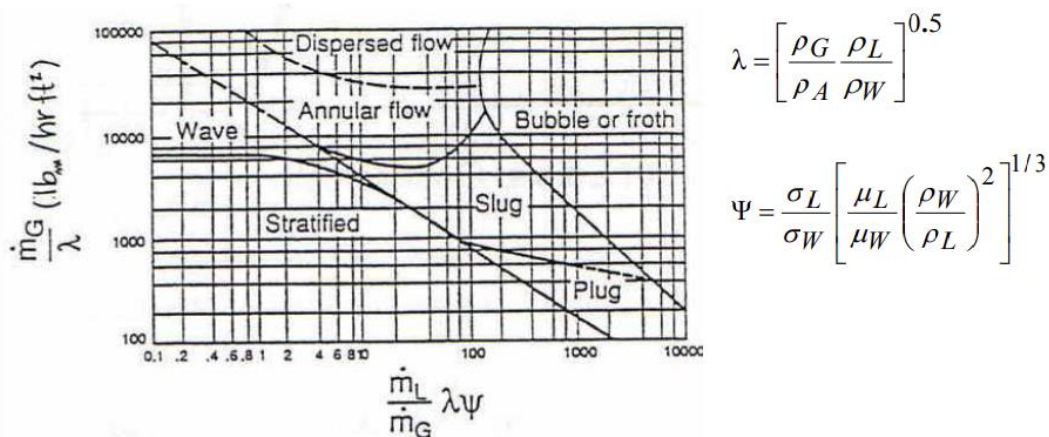


Figura 2.1 -- Mapa de padrões de escoamento proposto por Baker (1954)

Um dos artigos precursor do estudo de transição entre regimes foi desenvolvido por Taitel & Dukler (1976), no qual foi feita uma modelagem capaz de prever as transições entre os diversos padrões de escoamento,

para tubulações substancialmente horizontais. Os mecanismos para transição foram baseados em conceitos físicos e foi mostrado que para cada ângulo de inclinação da tubulação, eram requeridos dois parâmetros para se fazer a descrição da mudança entre dois regimes. Foi, então, elaborado um mapa de regimes de escoamento generalizado sem nenhum dado experimental por trás, somente a partir de mecanismos analíticos, sendo.

Os resultados obtidos por Taitel & Dukler (1976) se mostraram coerentes com os dados experimentais fornecidos por Mandhane et al. (1974), e também, conseguiram prever como o escoamento se comporta com pequenas variações no diâmetro e na inclinação da tubulação. Entretanto, é possível melhorar o método usado consideravelmente se a influência das ondas for levada em consideração, ao calcular o atrito interfacial.

Poucos trabalhos haviam sido publicados avaliando os efeitos de inclinação em escoamentos bifásicos em dutos até que Barnea et al. (1979) fizeram uma comparação entre dados experimentais e a teoria proposta por Taitel & Dukler (1976) para escoamentos de gás e líquido em tubos levemente inclinados. Os resultados obtidos para tubulação horizontal e inclinada em até 10° tiveram boa concordância com a teoria.

Barnea (1986) conduziu um trabalho que propôs um modelo unificado para prever transições de padrão de escoamento para uma faixa completa de inclinações de tubulação. Tal modelo incorporou o efeito de propriedades de fluido, tamanho do duto e ângulo de inclinação de uma maneira consolidada que não se restringe a uma faixa específica de inclinações de duto. Os resultados do modelo podem ser comparáveis de modo favorável com os dados experimentais para toda a faixa de inclinações de tubo.

Um estudo feito por Andritsos & Hanratty (1986) avaliou instabilidades interfaciais que existem no escoamento estratificado de gás e líquido em tubulações horizontais. A teoria de estabilidade linear foi utilizada para fornecer interpretação física e prever condições de início de instabilidades. Foi dada uma atenção especial na avaliação da influência do diâmetro da tubulação e da viscosidade do líquido.

Em um outro trabalho, Andritsos & Hanratty (1987) calcularam tensões interfaciais a partir de medidas da altura de líquido e gradiente de pressão para escoamentos estratificados horizontais completamente desenvolvidos, com relação a propriedades de onda. Foi encontrado que o fator de atrito interfacial aumenta linearmente com a velocidade do gás a velocidades de gás maiores que o necessário para iniciar ondas, e que a constante de proporcionalidade não é sensível ao diâmetro do tubo. Além disso, os efeitos da viscosidade do líquido e vazão do líquido são de importância secundária, tendo em vista as viscosidades de líquido estudadas, e desse modo, podem ser levadas em consideração ao assumir que o fator de atrito interfacial é uma função da razão da altura do filme líquido sobre o diâmetro do tubo, h/D (Andritsos & Hanratty 1987). A influência encontrada por Andritsos & Hanratty (1987) sobre as propriedades de escoamento no fator de atrito interfacial pode ser relacionada a propriedades de onda assumindo que a diferença do fator de atrito interfacial do valor para uma superfície lisa é relacionada à razão da amplitude de onda com o comprimento de onda. Tais resultados são usados para sugerir relações de modelagem melhoradas para o gradiente de pressão devido ao atrito e altura do líquido.

Um estudo com o objetivo de aprimorar o modelo de Andritsos & Hanratty foi feito por Tzotzi & Andritsos (2013). Novos resultados experimentais, focados nos efeitos de densidade do gás e tensão superficial, combinados com dados disponíveis na literatura permitiram o desenvolvimento de correlações de transição, ajudando a prever a fração volumétrica de líquido e o gradiente de pressão de modo satisfatório quando comparado com dados experimentais disponíveis.

Taitel et al. (1989) constataram que as simulações transientes de escoamentos de duas fases em tubulações necessitam de cálculos altamente complexos. Isso não se mostrava conveniente, pois a solução das equações de energia, momento e continuidade requerem códigos extensos, que demandam anos de desenvolvimento. Isso posto, Taitel et al. (1989) propuseram um esquema numérico baseado no balanço de momento de equilíbrio local do líquido e gás, e um estado quase estável para a continuidade do gás. Obtendo assim, uma única equação para a

continuidade do líquido, e permitindo uma solução numérica e simulação de escoamento bifásico transiente bastante simples. Na mesma linha, a simplicidade nos cálculos numéricos também permite um tratamento com mais exatidão da hidrodinâmica dos diferentes padrões de escoamento, fazendo uso de uma modelagem de estado estável aceita. O método proposto apresentou algumas limitações ao assumir estado próximo do equilíbrio para o gás. Assim, o método não pode ser aplicado em um caso no qual fluxo contínuo de gás não é permitido, e também não é preciso em casos onde a vazão de líquido é de ordem similar ao do gás, ou maior.

De maneira semelhante, Masella et al. (1998) estudaram o comportamento de diversos tipos de modelos sob alguns cenários transientes. Foram implementados três modelos diferentes, sendo esses: um Modelo de Dois Fluidos, baseado em uma equação de conservação de momento para cada fase; um Modelo de Escorregamento, baseado em uma equação de conservação de momento e uma relação de deslizamento algébrica; e um modelo de Onda Sem Pressão, baseado em uma relação algébrica para o gradiente de pressão e uma relação de deslizamento algébrica.

Biberg (2007) desenvolveu um modelo logarítmico-algébrico para escoamento turbulento estratificado bifásico, que se compara favoravelmente com uma grande quantidade de dados da literatura. Tal modelo é caracterizado por reproduzir o efeito de ondas interfaciais e transferência de quantidade de movimento, em combinação com grandes aumentos no gradiente de pressão. Idealmente adequado para modelos computacionais 1D, o modelo funciona para a simulação de tubulações extensas com a consistência e precisão de uma descrição transversal, enquanto mantém a velocidade de um modelo 1D.

O modelo proposto por Biberg (2007) se demonstrou suficientemente preciso, sendo representado por um modelo de fase única relativamente simples para um dado atrito interfacial e nível de turbulência. A generalidade da abordagem é evidenciada pelo fato de que um modelo genérico se aplica para ambas as fases. Os modelos de atrito para escoamento em dutos apresentaram boa concordância com as medidas de atrito para escoamentos em dutos para interfaces onduladas e sem ondas.

Nos últimos anos, o modelo de “captura de regime”, baseado no Modelo de Dois Fluidos 1D, tem sido utilizado com sucesso para prever a transição entre regimes tanto para escoamentos horizontais e verticais gás-líquido isotérmicos, como na presença de transferência de calor (Nieckele et al, 2011, Simões et al., 2014, Fontalvo et al, 2020). Diferentes condições operacionais foram examinadas correspondendo aos regimes estratificado e de golfadas, onde os resultados apresentaram concordância razoável com dados experimentais disponíveis.

Inúmeras dificuldades são encontradas para chegar a uma previsão confiável para escoamentos bifásicos devido a diversas fontes de incerteza, como o modelo básico de escoamento de dois fluidos, os modelos de padrão de escoamento, as condições de contorno e iniciais, e métodos numéricos usados para resolver o problema de valores de contorno inicial. Tendo isso em vista, Figueiredo et al. (2017) analisaram o desempenho do modelo numérico obtido ao acoplar um Modelo de Dois Fluidos de quatro equações de pressão única unidimensional a uma discretização numérica baseada no método de Transporte de Fluxo Corrigido (FCT), considerando escoamento isotérmico. A partir desse trabalho, foi possível alcançar simulações precisas para escoamentos estáveis e instáveis.

Ayati (2018) analisou experimentalmente com riqueza de informações a dinâmica de escoamentos turbulentos gás-líquido estratificados em tubos horizontais. Sondas foram colocadas a uma distância de 270 vezes o diâmetro da tubulação, para captar parâmetros como comprimento de onda, alturas e velocidade das fases. A evolução de tais propriedades foi avaliada para uma faixa de condições de escoamento, na qual a vazão de líquido foi mantida constante a 0,1 m/s, enquanto a vazão de gás foi aumentada gradualmente de 1,3 m/s a 4 m/s.

Ayati & Carneiro (2018) apresentaram uma análise estatística das ondas interfaciais do regime estratificado turbulento. O objetivo principal desse estudo é oferecer um método alternativo para diferenciar os vários padrões de escoamento ondulados. Com base nos dados de onda, foram categorizados dois regimes de escoamento, crescimento de amplitude e saturação de onda.

Outro trabalho que também analisou ondas interfaciais em

escoamento em tubulação de água-ar estratificado turbulento foi desenvolvido por Ayati & Carneiro (2018). Em um duto com diâmetro de 10 cm a condições atmosféricas, foram realizadas medições de elevação da interface através de sondas. Particularmente, uma caracterização espectral é realizada e a estrutura de ondas é avaliada através da análise de frequências dominantes, densidades de pico e região de dissipação da densidade espectral de potência (PSD).

Ayati & Carneiro (2019) avaliaram a influência das velocidades superficiais de gás e líquido, variando gradativamente esses parâmetros. Foram observadas frequências dominantes nos regimes de crescimento e saturação de onda definidos por Ayati & Carneiro (2018).

3 Modelagem

Para determinar o escoamento bifásico no padrão estratificado selecionou-se o Modelo de Dois Fluidos (Ishi e Hibiki, 2011). Considerando que tubulações muito longas são de interesse prático, em um grande número de aplicações, que simulações 2D ou 3D são inviáveis do ponto de vista computacional, e que as variações axiais são mais significativas que as variações na seção transversal, adotou-se a hipótese de escoamento uni-dimensional.

Nas próximas seções, o modelo matemático para prever o escoamento estratificado é descrito. A seguir, a análise de estabilidade linear utilizada para avaliar o modelo é apresentada e finalmente o método numérico para resolver as equações de conservação pelo método de volumes finitos é apresentado.

3.1 Modelagem Matemática

O Modelo de Dois Fluidos consiste em resolver uma equação de conservação para cada fase e adicionar equações de fechamento empíricas para avaliar os fluxos interfaciais. Neste trabalho, será tomado como premissa a forma isotérmica dos modelos, logo, as equações de conservação de energia não se fazem presentes.

A região ocupada por cada fluido pode ser identificada pela fracção volumétrica de cada fase α_K , onde $K = G, L$, representa uma fase genérica e as fase líquida e gasosa, são representados pelos subscritos L e G .

$$\alpha_K = \frac{V_K}{V} = \frac{A_K}{A} \quad (3.1)$$

Na equação acima V é volume e A é a área da seção transversal. Para um escoamento unidimensional a razão de volumes é igual a razão das áreas da seção transversal ocupada por cada fluido.

É importante ressaltar que na modelagem adotada, de dois fluidos, as frações volumétricas das fases devem satisfazer a seguinte restrição

$$\alpha_G + \alpha_L = 1 \quad (3.2)$$

Com a introdução da aproximação de escoamento uni-dimensional, as equações de conservação são obtidas através de uma média na área da seção transversal do tubo. Para representar a distribuição das fases na seção transversal uma configuração base de distribuição de fases é considerada na seção transversal, a qual é apresentada a seguir.

3.1.1. Geometria

Os parâmetros geométricos característicos do escoamento estratificado podem ser determinados considerando a distribuição de fases ilustrada na Figura 3.1, a qual mostra vistas em corte das seções transversal e axial de um tubo com diâmetro D , levemente inclinado de β com relação a horizontal, com escoamento estratificado. A partir da figura é possível identificar os diversos parâmetros geométricos característicos do escoamento estratificado, como a área da seção transversal ocupada por cada fase, A_K , assim como o perímetro molhado de cada fase com a parede S_K e o perímetro interfacial S_i . Pode-se observar que todos esses parâmetros dependem da altura da fase líquida h_L .

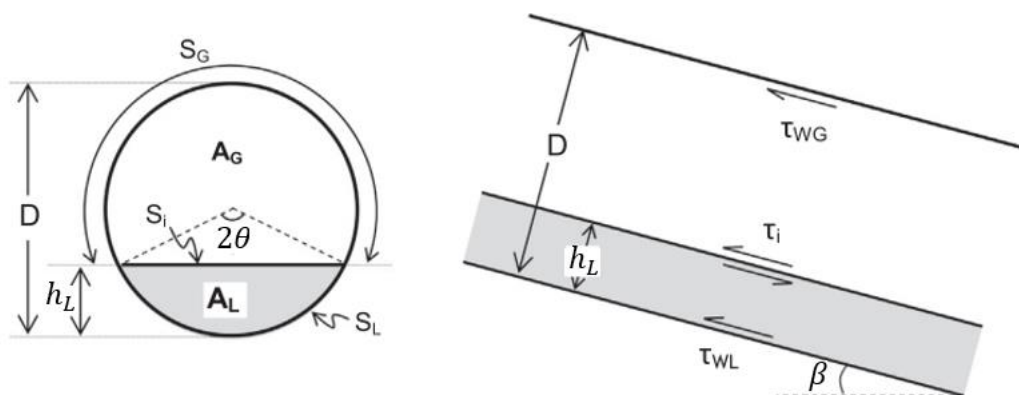


Figura 3.1 -- Vistas da seção transversal e seção axial de um tubo com escoamento estratificado (Adaptado de Tzotzi & Andridtsos, 2013).

Escrevendo os parâmetros geométricos em função da altura de líquido h_L , temos as seguintes equações:

$$\theta = \arccos\left(1 - 2\frac{h_L}{D}\right) \quad (3.3)$$

$$A_L = \frac{D^2}{4} (\theta - \text{sen}\theta \cos\theta) \quad (3.4)$$

$$A_G = A - A_L \quad (3.5)$$

$$S_L = D \theta \quad (3.6)$$

$$S_i = D \text{sen}\theta \quad (3.7)$$

$$S_G = \pi D - S_L \quad (3.8)$$

3.1.2. Equações de conservação

As equações de conservação de massa para cada fase são

$$\frac{\partial \rho_G \alpha_G}{\partial t} + \frac{\partial \rho_G \alpha_G U_G}{\partial x} = 0 \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \rho_L \alpha_L}{\partial t} + \frac{\partial \rho_L \alpha_L U_L}{\partial x} = 0 \quad (3.10)$$

onde ρ , α e U são a densidade, a fração volumétrica e a velocidade, respectivamente, para cada fase, líquida e gasosa, representados pelos subscritos L e G . Enquanto t e x são as coordenadas temporal e axial.

As equações de conservação de quantidade de movimento linear são

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_G \alpha_G U_G}{\partial t} + \frac{\partial \rho_G \alpha_G U_G U_G}{\partial x} = & -\alpha_G \frac{\partial P_{Gi}}{\partial x} - \\ & -\rho_G \alpha_G g \cos \beta \frac{\partial h_L}{\partial x} - \alpha_G \rho_G g \sin \beta - \frac{\tau_G S_G}{A} - \frac{\tau_i S_i}{A} \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_L \alpha_L U_L}{\partial t} + \frac{\partial \rho_L \alpha_L U_L U_L}{\partial x} = & -\alpha_L \frac{\partial P_{Li}}{\partial x} \\ & -\rho_L \alpha_L g \cos \beta \frac{\partial h_L}{\partial x} - \alpha_L \rho_L g \sin \beta - \frac{\tau_L S_L}{A} + \frac{\tau_i S_i}{A} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Nas equações de quantidade de movimento linear, i indica interface gás-líquido. P representa a pressão e g é a aceleração da gravidade. τ_i, τ_L e τ_G correspondem às tensões cisalhantes na interface, entre líquido-parede, e entre gás-parede, e encontram-se ilustradas na Figura 3.1. A área da seção transversal do tubo é representada por A , sendo $A = \pi D^2/4$, onde D é o diâmetro do tubo. Ainda, S_G, S_L, S_i e β são os parâmetros geométricos do escoamento, sendo os perímetros molhados das fases de líquido e gás, perímetro da interface e ângulo de inclinação da tubulação, respectivamente.

Nas Eqs. (3.11) e (3.12) o termo $\rho_K \alpha_K g \cos \beta \partial h_L / \partial x$ é introduzido para fluxo em dutos horizontal ou ligeiramente inclinado para auxiliar a tornar o sistema de equações bem posto com já está bem estabelecido na literatura (Issa e Kempf, 2003, Nieckele et al., 2013; Simões et al., 2014). Este termo corresponde a variação hidrostática da pressão na seção transversal.

3.1.2.1 Modelos de fechamento

A diferença entre a pressão da interface do lado do gás e do lado do líquido é proporcional à tensão superficial σ e à curvatura da interface κ

$$(P_{Gi} - P_{Li}) = \sigma \kappa. \quad (3.13)$$

A curvatura da interface na direção longitudinal, κ pode ser estimada com (Carneiro, 2006, Inada et al, 2004)

$$\kappa = \frac{\partial^2 h_L}{\partial x^2} = \frac{D}{4} \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha_G}} \frac{\partial^2 \alpha_L}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha_G^{3/2}} \left(\frac{\partial \alpha_L}{\partial x} \right)^2 \right) \quad (3.14)$$

As tensões cisalhantes entre as fases e a parede do tubo, e a tensão cisalhante interfacial são determinadas em função de um fator de atrito, f_K . Ressalta-se que K representa as fases líquida e gasosa (K é igual a L ou G , dependendo da fase desejada).

$$\tau_K = \frac{1}{2} f_K \rho_K |u_K| u_K \quad (3.15)$$

$$\tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_G |u_G - u_L| (u_G - u_L) \quad (3.16)$$

Brauner e Maron (1993, 1994) introduziram uma proposta de atrito dinâmico para determinar a tensão cisalhante efetiva na interface, a qual leva em consideração se a interface é suave ou apresenta ondas, conforme ilustrado esquematicamente na Figura 3.2.

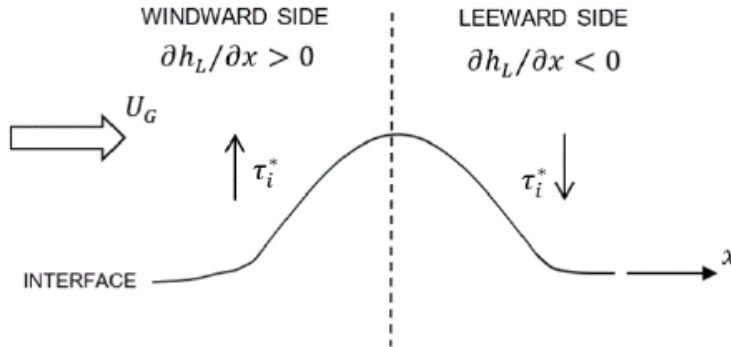


Figura 3.2 – Comportamento da tensão efetiva interfacial de acordo com Brauner e Maron (1993, 1994).

A tensão cisalhante passa a ser determinada com

$$\tau_i^* = \tau_i + \mathfrak{S}_i \frac{\partial h_L}{\partial x} \tag{3.17}$$

onde

$$\mathfrak{S}_i = C_h \rho_G (U_G - U_L)^2 \tag{3.18}$$

$$C_h = \xi \cdot 2,45 \times 10^{-4} \left[\frac{Re_{L,pm}}{(Fr_{h_{L,pm}})^2} \right]^m \tag{3.19}$$

Na equação anterior $\xi = 0,1$ é um parâmetro modificador proposto Pasqualetto (2017). $Re_{L,pm}$ e $Fr_{L,pm}$ são o número de Reynolds e de Froude baseados na altura do filme de líquido

$$Re_{L,pm} = \frac{\rho_L U_{L,pm} D_{h_{L,pm}}}{\mu_L} \quad ; \quad D_{h_{L,pm}} = \frac{4 A_{L,pm}}{S_{L,pm}} \tag{3.20}$$

$$Fr_{L,pm} = \frac{U_{L,pm}}{\sqrt{g h_{L,pm} \cos \beta}} \tag{3.21}$$

O subscrito “pm” significa “point model”, i.e., indica que as referidas grandezas devem ser obtidas da condição de equilíbrio. O expoente m

depende do regime de escoamento, devendo ser interpolado na região de transição

$$m = 1 \quad ; \quad Re_{L,pm} < 2000 \quad (3.22)$$

$$m = 1,565 - 0,072 \ln(Re_{L,pm}) \quad ; \quad Re_{L,pm} > 2200 \quad (3.23)$$

É importante ressaltar que os fatores de atrito dependem fortemente do número de Reynolds e do regime de escoamento, i.e., se o regime é laminar ou turbulento. Considerou-se neste trabalho que para $Re \leq 2000$ o escoamento é laminar, para $2000 < Re < 2200$ tem-se o regime de transição e, finalmente, para $Re > 2200$ o escoamento é dado como turbulento.

As seguintes definições de Reynolds foram utilizadas para aplicar nas correlações de fator de atrito consideradas.

$$Re_i = \frac{\rho_G |U_G - U_L| D_{hG}}{\mu_G} \quad (3.24)$$

$$Re_G = \frac{\rho_G |U_G| D_{hG}}{\mu_G} \quad (3.25)$$

$$Re_{sL} = \frac{\rho_L |U_{sL}| D}{\mu_L} \quad (3.26)$$

$$Re_L = \frac{\rho_L |U_L| D_{hL}}{\mu_L} \quad (3.27)$$

onde μ_K é a viscosidade molecular da fase K . U_{sK} é a velocidade superficial da fase $K = G, L$, definida considerando como se toda fase escoasse sozinha na tubulação

$$U_{sL} = \frac{V_L}{A} = U_L \alpha_L \quad ; \quad U_{sG} = U_G \alpha_G \quad (3.28)$$

e D_{hK} é o diâmetro hidráulico da fase K

$$D_{hK} = \frac{4 A_K}{S_K} \quad (3.29)$$

O fator de atrito entre o gás e parede do tubo foi definido para o regime laminar, $Re_G \leq 2000$, de acordo com Hagen-Poiseuille, como

$$f_G = \frac{16}{Re_G} \quad (3.30)$$

e para o regime turbulento ($Re_G > 2200$) foram utilizadas três correlações diferentes. A primeira é a correlação de Taitel & Dukler (1976), conforme definida pelas equações a seguir

$$f_G = \frac{0,046}{Re_G^{0,25}} \quad (3.31)$$

Outra correlação utilizada é semelhante à anterior, sendo uma modificação da expressão de Taitel & Dukler (1976).

$$f_G = \frac{0,079}{Re_G^{0,25}} \quad (3.32)$$

A terceira correlação utilizada foi uma formulação proposta por Haaland (1983), como é mostrado adiante

$$\frac{1}{\sqrt{f_G}} = -1,8 \log \left[\left[\frac{\epsilon/D}{3,7} \right]^{1,11} + \frac{6,9}{Re_G} \right] \quad (3.33)$$

Em que as faixas de trabalho recomendadas esta correlação são: $4 \times 10^3 \leq Re_G \leq 10^8$ e $10^{-6} \leq (\epsilon/D) \leq 5 \times 10^{-2}$, onde Re_G é o número de Reynolds do gás e ϵ/D é a rugosidade relativa do tubo.

Para avaliar o fator de atrito para a interface utilizou-se duas formulações para os fatores de atrito. A primeira, recomendada por Issa & Kempf (2003), considera o fator de atrito interfacial análogo ao fator de atrito do gás, tanto para regime laminar como turbulento, porém utilizando o número de Reynolds da interface Re_i

$$f_i = \frac{16}{Re_i} \quad ; \quad Re_i < 2000 \quad (3.34)$$

$$f_i = \frac{0,046}{Re_i^{0,25}} \quad ; \quad Re_i < 2200 \quad (3.35)$$

A segunda correlação considerada para o fator de atrito interfacial turbulento é determinada através de uma expressão elaborada por Tzotzi & Andritsos (2013), a qual utiliza o fator de atrito selecionado para o gás, sendo descrita por

$$\frac{f_i}{f_G} = \begin{cases} 1 & ; se U_{SG} \leq U_{SG,t2D} \\ 1 + 0,35 (U_{SG} - U_{SG,t2D}) \sqrt{\frac{2h_L}{D}} & ; se U_{SG,t2D} < U_{SG} < U_{SG,tKH} \\ 2 \left(\frac{\mu_L}{\mu_{L,ref}} \right)^{0,1} \left(\frac{h_L}{D} \right)^{0,1} + 4 (U_{SG} - U_{SG,tKH}) \sqrt{\frac{h_L}{D}} & ; se U_{SG} > U_{SG,tKH} \end{cases} \quad (3.36)$$

Na equação acima, as velocidades superficiais do gás $U_{SG,t2D}$ e $U_{SG,tKH}$ representam, as transições entre interface lisa e uma com ondas bi-dimensionais, e o surgimento de ondas irregulares de Kelvin-Helmholtz, respectivamente. Tais velocidades são definidas pelas equações abaixo.

$$U_{SG,t2D} = \frac{1}{1,95} \left(\frac{\rho_L}{\rho_{L,\delta}} \right)^{0,1} \left(\frac{\rho_{G,\delta}}{\rho_G} \right)^{0,5} \left(\frac{\mu_L}{\mu_{L,\delta}} \right)^{0,35} \ln \left[\frac{0,8}{U_{sL}} \left(\frac{\mu_L}{\mu_{L,\delta}} \right)^{0,2} \right] \quad (3.37)$$

$$U_{SG,tKH} = \frac{1}{0,65} \left(\frac{\rho_L}{\rho_{L,\delta}} \right)^{0,5} \left(\frac{\rho_{G,\delta}}{\rho_G} \right)^{0,5} \left(\frac{\sigma_\delta}{\sigma} \right)^{0,35} \ln \left[\frac{1,39}{U_{sL}} \left(\frac{\mu_L}{\mu_{L,\delta}} \right)^{0,15} \right] \quad (3.38)$$

onde o subscrito "δ" de todas as propriedades implica que estas são avaliadas para um sistema ar-água a 1 atm e 20°C.

Agora, para com relação às forças de interação entre o líquido e a parede, também foram usados três conjuntos de formulações para o fator de atrito, conforme explanado abaixo. A primeira foi desenvolvida por Speeding & Hand (1997)

$$f_L = \frac{24}{Re_{sL}} \quad se \quad Re_{sL} \leq 2000 \quad (3.39)$$

$$f_{sL} = \frac{0,0262}{(\alpha_L Re_{sL})^{0,139}} \quad se \quad Re_{sL} > 2200 \quad (3.40)$$

O segundo modelo é uma modificação da proposição feita por Taitel & Dukler (1976),

$$f_L = \frac{16}{Re_L} \quad se \quad Re_L \leq 2000 \quad (3.41)$$

$$f_L = \frac{0,079}{Re_L^{0,25}} \quad se \quad Re_L > 2200 \quad (3.42)$$

Por último, também foi usada a expressão de Haaland (1983)

$$f_L = \frac{16}{Re_L} \quad \text{se } Re_L \leq 2000 \quad (3.43)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f_L}} = -1,8 \log \left[\left[\frac{\epsilon/D}{3,7} \right]^{1,11} + \frac{6,9}{Re_L} \right] \quad \text{se } Re_L > 2200 \quad (3.44)$$

É utilizado um esquema de interpolação no regime de transição, conforme ilustrado a seguir com relação ao fator de atrito.

$$f = w_i f_{turb} + (1 - w_i) f_{lam}, \text{ se } 2000 < Re_K < 2200 \quad (3.45)$$

onde

$$w_i = \frac{(Re_K - 2000)}{2200 - 2000} \quad (3.46)$$

3.2 Análise de Estabilidade

A análise de instabilidade de escoamentos é de significativa importância para conseguir prever o comportamento dos fluidos em uma tubulação, buscando identificar quais condições tornam o escoamento instável, variando entre os diferentes regimes. Regularmente os escoamentos são observados tendo um estágio inicial e um final, é possível dizer que a instabilidade é uma etapa intermediária entre esses dois estágios.

É aceitável dizer que a teoria de instabilidade hidrodinâmica é o estudo da resposta de um escoamento a uma perturbação. Para ilustrar melhor essa afirmação, é comumente feita uma analogia com a estabilidade de sistemas mecânicos (Figura 3.3). Na Figura 3.3a o sistema tende a voltar ao seu estado de equilíbrio quando é perturbado, logo, é um caso estável. A Figura 3.3b mostra um caso instável, pois quando uma perturbação é aplicada ao sistema, ele não retorna ao estado inicial. Em um sistema com estabilidade neutra, as perturbações introduzidas não aumentam nem diminuem (Figura 3.3c). Por último, é apresentado o caso que é condicionalmente estável (Figura 3.3d), isto é, dependendo da magnitude da perturbação o sistema pode ser caracterizado como estável ou instável.

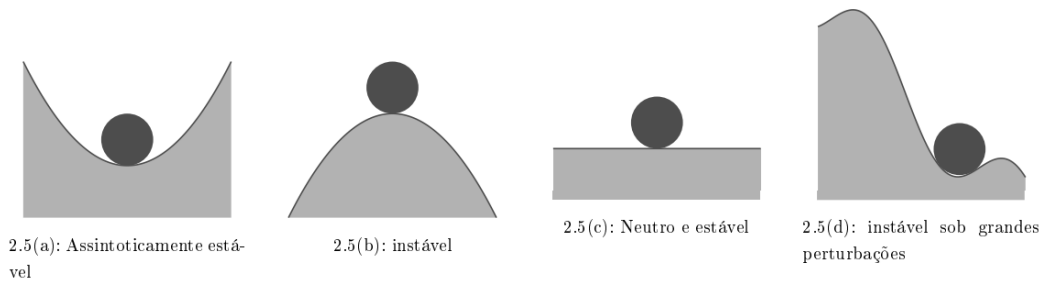


Figura 3.3 -- Estabilidade de sistemas mecânicos. (Extraído de Eduardo, 2014)

De acordo com o procedimento proposto por Barnea & Taitel (1993), Liao et al. (2008) e Galleni & Issa (2015) para analisar a estabilidade do Modelo de Dois Fluidos unidimensional, uma perturbação é imposta a todas as variáveis de escoamento. É determinada uma taxa de amplificação a partir da evolução da perturbação. Se uma perturbação permanece limitada para qualquer tempo decorrido a partir de uma condição inicial, temos um escoamento estável. Se tal perturbação crescer com o tempo, temos então um escoamento instável.

Diferentes metodologias foram desenvolvidas ao longo dos anos para avaliar a estabilidade de um sistema. O Método das Pequenas Perturbações é um dos mais consagrados nessa linha e pode ser caracterizado pelo fato de que o campo de uma variável genérica φ pode ser definido por uma parte estacionária Φ , dito escoamento base, e uma parcela perturbada φ' , de amplitude bem menor que o escoamento base

$$\varphi = \Phi + \varphi' \quad (3.47)$$

Ao substituir a equação acima na equação de conservação de φ , é obtida uma equação para a perturbação, e subtraindo a equação de equilíbrio de Φ da dita equação da perturbação, chega-se na equação de conservação do campo perturbado. Pela teoria linear, os termos não lineares devem ser eliminados, desse modo, a perturbação é representada por ondas que se propagam no espaço e tempo, variando em amplitude e frequência.

Na teoria de estabilidade linear, são consideradas perturbações conforme representadas pela equação a seguir,

$$\varphi' = \varepsilon_\varphi e^{i(kx - \omega t)} \quad (3.48)$$

sendo k o número de onda da perturbação, ω a frequência angular e ε_φ é a amplitude da perturbação. Essa abordagem é bem aceita, pois os componentes variam tanto no espaço, em e^{kx} , como no tempo, em $e^{\omega t}$.

Antes de introduzir a perturbação, as equações de conservação de quantidade de movimento linear são combinadas para eliminar a pressão, resultando na seguinte equação

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_L}{\alpha_L} \frac{\partial \alpha_L U_L}{\partial t} - \frac{\rho_G}{\alpha_G} \frac{\partial \alpha_G U_G}{\partial t} + \frac{\rho_L}{\alpha_L} \frac{\partial C_L \alpha_L U_L}{\partial x} - \frac{\rho_G}{\alpha_G} \frac{\partial C_G \alpha_G U_G}{\partial x} + \\ & -\sigma \frac{\partial \kappa}{\partial x} + \left(\frac{\rho_L}{\alpha_L} - \frac{\rho_G}{\alpha_G} \right) g \cos \beta \frac{\partial h_L}{\partial \alpha_L} \frac{\partial \alpha_L}{\partial x} + \mathcal{F} = 0 \end{aligned} \quad (3.49)$$

onde introduziu-se uma simplificação adicional, que consiste em considerar o gás como incompressível. O termo de força é

$$\mathcal{F} = (\rho_L - \rho_G) g \sin \beta + \frac{\tau_L S_L}{A \alpha_L} - \frac{\tau_G S_G}{A \alpha_G} - \frac{\tau_i S_i}{A} \left(\frac{1}{\alpha_L} + \frac{1}{\alpha_G} \right) \quad (3.50)$$

Definindo um vetor com a incógnitas do problema como

$$\boldsymbol{\varphi} = (\alpha_L, u_G, u_L)^T \quad (3.51)$$

pode-se escrever o conjunto de equações de conservação na forma matricial. A seguir, introduz-se a perturbação, obtendo uma equação matricial para o vetor perturbação $\boldsymbol{\varphi}'$. Finalmente, igualando a zero o determinando da matriz do sistema perturbado de forma a determinar os seus autovalores, é necessário encontrar as raízes do seguinte polinômio de segunda ordem abaixo:

$$\{\omega^2 - 2(a k - i b)\omega + (c k^2 - e k i)\} = 0 \quad (3.52)$$

sendo

$$2 a = \frac{1}{\left(\frac{\rho_G + \rho_L}{\alpha_G \alpha_L} \right)} \left[\left(2 \frac{\rho_G}{\alpha_G} U_G + 2 \frac{\rho_L}{\alpha_L} U_L \right) \right] \quad (3.53)$$

$$c = \frac{1}{\left(\frac{\rho_G + \rho_L}{\alpha_G + \alpha_L}\right)} \left\{ \left(\frac{\rho_G}{\alpha_G} U_G^2 + \frac{\rho_L}{\alpha_L} U_L^2 \right) - \sigma k^2 \frac{\partial h_L}{\partial \alpha_L} - \left(\frac{\rho_L}{\alpha_L} - \frac{\rho_G}{\alpha_G} \right) g \cos \beta \frac{\partial h_L}{\partial \alpha_L} \right\} \quad (3.54)$$

$$2b = \frac{1}{\left(\frac{\rho_G + \rho_L}{\alpha_G + \alpha_L}\right)} \left(\frac{1}{\alpha_G} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial U_G} - \frac{1}{\alpha_L} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial U_L} \right) \quad (3.55)$$

$$e = \frac{1}{\left(\frac{\rho_G + \rho_L}{\alpha_G + \alpha_L}\right)} \left[\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \alpha_L} + \left(\frac{U_G}{\alpha_G} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial U_G} - \frac{U_L}{\alpha_L} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial U_L} \right) \right] \quad (3.56)$$

A taxa de amplificação é a parte imaginária da raiz e a frequência é a parte real.

3.3 Modelagem Numérica

No presente trabalho, utilizou-se o Método de Volumes Finitos (Patankar, 1980) para obter as soluções numéricas das equações de conservação de massa e quantidade de movimento linear para cada fase. Em tal modelo, o domínio computacional desejado é dividido em volumes de controle infinitesimais e as equações de conservação são integradas em cada um desses volumes, de modo temporal e espacial.

Utilizou-se a abordagem de malha deslocada (Figura 3.4), i.e., a coordenada onde as velocidades são armazenadas é deslocada em relação aos nós, onde são armazenadas as grandezas escalares, como frações volumétricas, densidades e pressão. O tamanho da malha é representado por Δx .

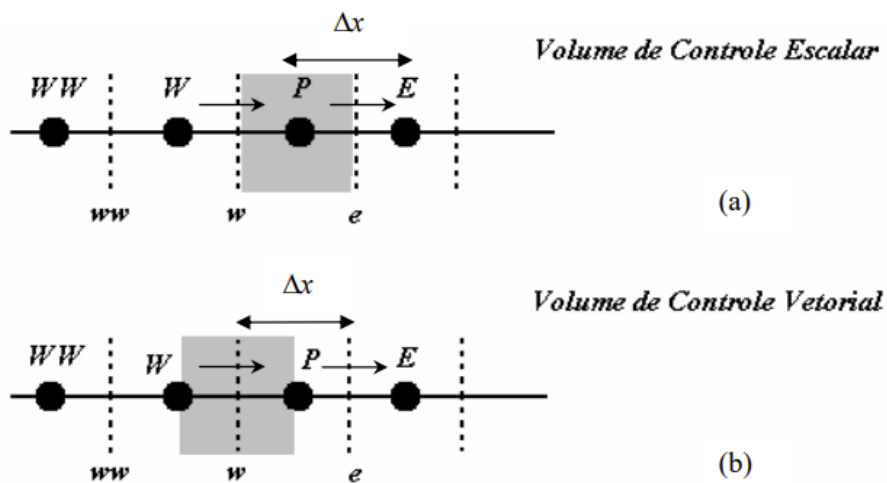


Figura 3.4 -- -- Esquema de volumes finitos. Malha principal (a) e deslocada (b).
(Extraído de Carneiro, 2006)

Na Figura 3.4 são mostradas as duas malhas, a principal (Figura 3.4a), e a malha deslocada (Figura 3.4b). As letras maiúsculas P , E e W indicam os pontos nodais principal e dos vizinhos direito e esquerdo, respectivamente, e representam o centro dos volumes de controle escalares e as faces do volume de controle vetorial. Já as letras minúsculas e e w , representam, respectivamente, as faces do volume de controle principal e o centro dos volumes de controle deslocados.

Na modelagem proposta, a fração de gás é obtida a partir da equação de conservação de massa do gás e as velocidades das fases de líquido e gás, U_L e U_G , são calculadas a partir das equações de conservação da quantidade de movimento linear de cada fase. Ressalta-se que, equação da continuidade é integrada no volume principal e como a velocidade é uma grandeza vetorial, é usada a malha deslocada para fazer a integração.

A pressão é determinada de uma forma indireta, utilizando a equação de conservação de massa global, obtida através da soma das equações de conservação de massa das duas fases. Entretanto, as equações são normalizadas em função da massa específica de cada fase (Issa & Kempf, 2003; Nieckele et al. 2013), pois a densidade do líquido é muito maior que a do gás.

Este trabalho fez uso de dois diferentes esquemas de discretização no espaço para resolver numericamente as equações de conservação de massa e quantidade de movimento linear. O primeiro foi uma aproximação *Upwind* de primeira ordem no espaço e o segundo foi o esquema TVD de segunda ordem no espaço.

Já para a discretização no tempo, foram utilizados os métodos de integração Euler Implícito e Crank-Nicolson. O método de Euler implícito é de primeira ordem de integração, enquanto o método de Crank-Nicolson é de segunda ordem.

A seguir os esquemas de discretização são detalhados e para ilustrar o procedimento apresenta-se a discretização da equação de conservação de massa do gás.

3.3.1. Discretização espacial

Para avaliar o termo convectivo, a aproximação de primeira ordem *Upwind* (Patankar, 1980) é utilizada com muita frequência, pois o método resultante é estável. Neste modelo, para avaliar o valor das grandezas de interesse nas faces dos volumes de controle, utiliza-se os valores de montante, isto é, as grandezas desejadas são obtidas a partir do sentido da velocidade U_G . Por exemplo, a fração volumétrica do gás na face leste, α_{G_e} , é como mostra a equação abaixo:

$$\alpha_{G_e} = [|\text{sin}al(U_{G_e}), 0|] \alpha_{G_P} - [|\text{sin}al(-U_{G_e}), 0|] \alpha_{G_E} \quad (3.57)$$

em que $[|a, b|]$ corresponde ao valor máximo entre a e b .

O esquema *upwind* é estável, mas sofre do problema de falsa difusão. Para minimizar esse problema o esquema TVD (*Total Variation Diminishing*) que é um esquema de 2ª ordem no espaço, corrige o método *upwind*, minimizando a falsa difusão, enquanto mantém a estabilidade (Versteeg & Malalasekera, 2007). O valor da fração de gás na face é obtido com

$$\alpha_{G_e} = [|\text{sin}al(U_{G_e}), 0|] \alpha_{G_P} + [|\text{sin}al(-U_{G_e}), 0|] \alpha_{G_E} - \text{sin}al(U_{G_e}) \frac{\psi(r_{\alpha_e})}{2} (\alpha_{G_P} - \alpha_{G_E}) \quad (3.58)$$

onde $\psi(r_{\alpha_e})$ representa uma função limitadora de fluxo, em que r_{α_e} é determinado pela equação abaixo, que relaciona os variações da grandeza de interesse a montante (*Upwind*) e jusante (*Downwind*)

$$r_{\alpha_e} = [|\text{sin}al(U_{G_e}), 0|] \frac{(\alpha_{G_P} - \alpha_{G_W})}{(\alpha_{G_E} - \alpha_{G_P})} + [|\text{sin}al(-U_{G_e}), 0|] \frac{(\alpha_{G_E} - \alpha_{G_E})}{(\alpha_{G_E} - \alpha_{G_P})} \quad (3.59)$$

Existem diversos modelos para a função limitadora de fluxo $\psi(r)$ (Van Leer, 1974; Van Albada et al., 1997; Sweby, 1984). A formulação proposta

por Van Leer (1974) foi utilizada no presente trabalho, sendo definida por:

$$\psi(r) = \frac{r+|r|}{1+r} \quad (3.60)$$

3.3.2. Discretização temporal

Para a integração no tempo de uma grandeza qualquer, que pode ser, por exemplo, a fração volumétrica de gás α_G , é usada a equação a seguir:

$$\int \alpha_G dt = [f \alpha_G + (1-f) \alpha_G^o] \Delta t \quad (3.61)$$

onde α_G é o valor da fração de gás no novo instante de tempo $t + dt$ e α_G^o é o valor de fração de gás conhecido, do instante de tempo t . O que diferencia os métodos de discretização é o fator f , que pode assumir qualquer valor entre zero e 1. Para o método de Euler Implícito, $f = 1$. Já para o método de Crank-Nicolson, $f = 0,5$.

Por se tratar de um método de 2ª ordem, Crank-Nicolson utiliza mais pontos vizinhos na integração no tempo. Ambos os métodos usados neste trabalho são estáveis.

3.3.3. Fração volumétrica do gás

A fração volumétrica do gás é obtida através da integração da equação de conservação de massa do gás no tempo e no espaço. A integração é feita no volume de controle principal, pois se trata de uma grandeza escalar. Fazendo as devidas substituições, a seguinte equação é obtida

$$\alpha_P^{\alpha G} \alpha_{G,P} = \alpha_E^{\alpha G} \alpha_{G,E} + \alpha_W^{\alpha G} \alpha_{G,W} + b^{\alpha G} \quad (3.62)$$

onde

$$\alpha_E^{\alpha G} = [| -\tilde{F}_e, 0 |] \quad (3.63)$$

$$\alpha_W^{\alpha G} = [| \tilde{F}_w, 0 |] \quad (3.64)$$

$$\alpha_P^{\alpha G} = \rho_{G_P} \frac{A \Delta x}{\Delta t} + [|\tilde{F}_e, 0|] + [|- \tilde{F}_w, 0|] \quad (3.65)$$

$$b^{\alpha G} = a_P^o \alpha_{G_P}^o + b_{TVD} \quad (3.66)$$

na qual \tilde{F} é um pseudo fluxo de massa

$$\tilde{F} = \rho_G U_G A \quad (3.67)$$

sendo a massa específica determinada na interface utilizado média aritmética, i.e.,

$$\rho_{G_w} = \frac{1}{2}(\rho_P + \rho_W) \quad (3.68)$$

Na equação acima, o termo b_{TVD} representa a contribuição da fração volumétrica de gás de nós vizinhos ao valor da face. Este parâmetro está presente apenas na formulação TVD, portanto, é nulo no modelo *Upwind*. O termo é definido pela equação abaixo:

$$b_{TVD} = -\frac{1}{2} |\tilde{F}_e| \psi(r_{\alpha_e}) (\alpha_{G_E} - \alpha_{G_P}) - \frac{1}{2} |\tilde{F}_w| \psi(r_{\alpha_w}) (\alpha_{G_W} - \alpha_{G_P}) \quad (3.69)$$

3.3.4 Malha e Passo de Tempo

O tamanho da malha (Δx) utilizada é um parâmetro importante no desenvolvimento do trabalho, onde se busca conciliar precisão e rapidez na construção da solução. Além disso, deve-se determinar um passo de tempo (Δt) que não ocasione em perda de informação de escoamento, caso seja escolhido um passo de tempo muito grande.

Tendo isso em vista, conclui-se que o passo de tempo e a malha devem estar relacionados. O Número de Courant, expresso como mostra a equação abaixo, apresenta uma relação entre o passo de tempo e malha utilizada

$$Co = \frac{U_{max} \Delta t}{\Delta x} \quad (3.70)$$

onde U_{max} representa a maior velocidade presente no escoamento.

Ressalta-se que o Número de Courant influencia diretamente no tempo de solução e deve ser sempre menor do que 1, pois desse modo tem-se que uma partícula de fluido nunca se desloca mais do que um volume de controle durante um passo de tempo.

No capítulo seguinte a influência do Número de Courant para malhas de diferentes tamanhos e esquemas de interpolação espacial e temporal é analisada.

4 Resultados

Neste capítulo são apresentados e analisados os resultados obtidos para as simulações de escoamento estratificado em tubulações horizontais, utilizando o Modelo de Dois Fluidos Uni-dimensional. No presente trabalho, foram estudados três casos distintos. Dois desses casos foram selecionados para avaliar a capacidade de previsão do Modelo de Dois Fluidos 1D em captar as taxas de amplificação previstas pela teoria de estabilidade linear. Investigou-se ainda, o desempenho do modelo com relação a diferentes ordens de aproximação espacial e temporal, com o intuito de determinar as condições mais adequadas de simulação, combinando eficiência e precisão. Já com relação ao terceiro caso selecionado, verificou-se a capacidade de previsão do modelo em prever a queda de pressão, assim como a espessura do filme de líquido no equilíbrio, comparando com dados experimentais. Neste caso, diferentes correlações para determinar o fator de atrito foram investigadas.

4.1 Seleção de Casos

O primeiro caso estudado (Caso 1) foi selecionado baseado no trabalho de Eduardo (2014), sendo simulado um escoamento de ar/água em uma tubulação com diâmetro igual a 50,8 mm. Na referida referência não ficou claro qual o comprimento da tubulação utilizado, dessa forma, testes iniciais foram realizados considerando comprimentos iguais a 5m e 1m.

Para este caso, utilizou-se a correlação de Speeding & Hand (1997) para o líquido, Eqs. (3.39) e (3.40), e a correlação de Taitel & Dukler (1976) para o gás, Eqs. (3.30) e (3.31). Para a interface seguiu-se a recomendação de Issa & Kempf (2003), Eqs. (3.34) e (3.35). Esta seleção de correlações foi a mesma utilizada por Eduardo (2014). Não se considerou o atrito dinâmico.

Os fluidos de trabalho foram água/ar. Visando reproduzir os

resultados de Eduardo (2014), utilizou-se os mesmos valores de massa específica e viscosidade molecular para as duas fases, como na referência, os quais encontram-se indicados na Tabela 4.1, considerando uma temperatura de referência de 25°C.

Tabela 4.1 – Propriedades

Casos	Fluidos	Massa específica	Viscosidade molecular
		(Kg/m ³)	(Pa s)
Caso 1	ar	1,18	$1,965 \times 10^{-5}$
	água	997,1	$0,89 \times 10^{-3}$
Caso 2	ar	1,20	$1,800 \times 10^{-5}$
	água	1000	$1,00 \times 10^{-3}$
Caso 3	ar	1,20	$1,800 \times 10^{-5}$
	água	1000	$1,00 \times 10^{-3}$

Na entrada do duto, foram impostas velocidades superficiais do gás e do líquido de $U_{SG} = 1,00 \text{ m/s}$ e $U_{SL} = 0,23 \text{ m/s}$, respectivamente, e pressão atmosférica na saída. O caso selecionado encontra-se ilustrado como um ponto em vermelho no Mapa de Padrão de escoamento referente a esta configuração na Figura 4.1. Observa-se que este caso encontra-se exatamente na interface entre os três padrões de escoamento (estratificado, ondulado e intermitente).

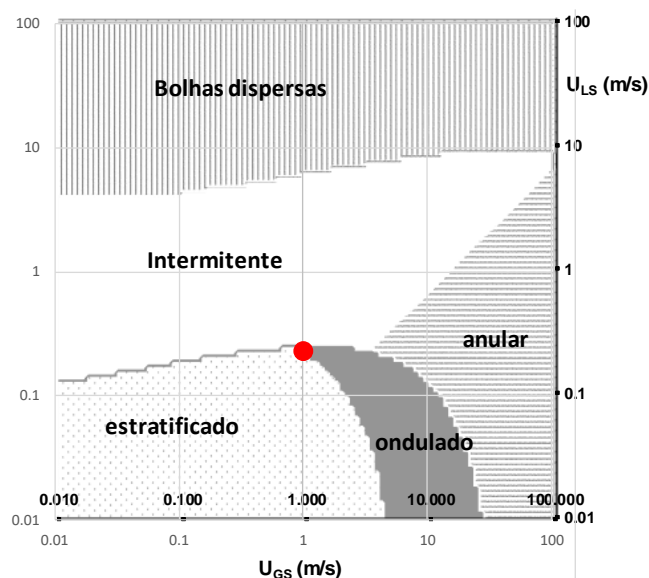


Figura 4.1 – Mapa de padrões de escoamento. Caso Eduardo (2014)

A Figura 4.2 apresenta a curva de taxa de amplificação em função da frequência obtida a partir da análise de estabilidade linear, descrita no Capítulo 3 de Modelagem. Observa-se um patamar de máxima amplificação igual a $0,135 \text{ m}^{-1}$ para frequências entre 0,4 e 5 Hz.

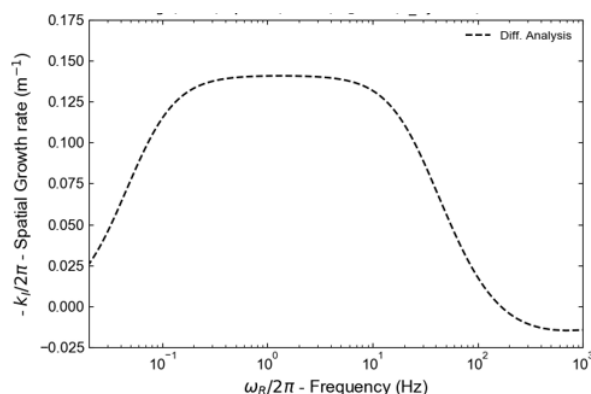


Figura 4.2 – Análise de estabilidade linear. Taxa de amplificação x Frequência. Caso 1

Eduardo (2014) investigou a influência de uma perturbação de 4 Hz, tendo sido essa a frequência selecionada para ser investigada neste trabalho. Considerou-se ainda como na referência 1% de amplitude da perturbação em relação ao equilíbrio. Procedendo de forma análogo a Eduardo (2014) a perturbação foi imposta na entrada do domínio, com 1% de amplitude, após a obtenção da solução em equilíbrio. A Figura 4.3 reproduz com precisão os dados da referência para o comprimento da tubulação $L = 5 \text{ m}$, utilizando o esquema de interpolação *upwind* tanto para a aproximação de Euler 1ª ordem (Euler), quanto para a aproximação de 2ª ordem (CN – Crank Nicolson), validando o programa com relação à referência..

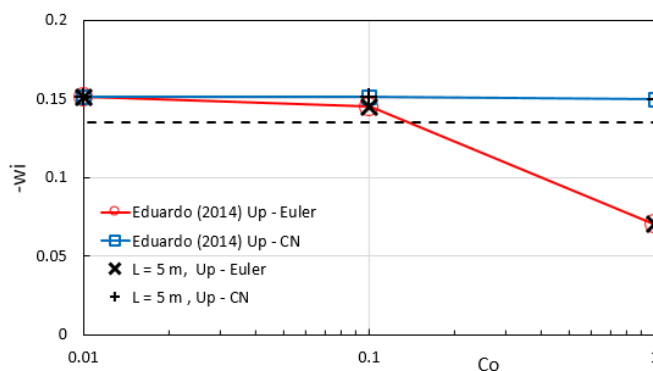


Figura 4.3 – Testes de validação com $L = 5 \text{ m}$. Caso Eduardo (2014)

Visando realizar testes de malha, com malhas bem finas, e uma vez que diferenças significativas não foram observadas ao utilizar um domínio menor, optou-se por manter o comprimento igual a 1 m, para as outras investigações, onde a malha foi reduzida até $\Delta x/D=0,02$, sem aumentar em demasiado a demanda computacional.

Para o Caso 2, selecionado para análise, foram feitas simulações usando os parâmetros propostos por Barnea & Taitel (1993), também para escoamento ar/água, com valores padrão para as propriedades, conforme ilustrado na Tabela 4.1. Considerou-se uma tubulação com 50 mm de diâmetro como na referência, e arbitrou-se um comprimento de 1 m, como no Caso 1, uma vez que esta informação não encontra-se disponível na referência. As mesmas correlações para o fator de atrito que as utilizadas para o Caso 1 foram utilizadas para este caso, sem atrito dinâmico.

O par de velocidades superficiais selecionado na entrada para o gás é $U_{SG} = 0,5 \text{ m/s}$ e para o líquido é $U_{SL} = 0,25 \text{ m/s}$. O Mapa de Padrão de Escoamento referente a esta configuração encontra-se na Figura 4.4. Este caso se encontra na interface entre os padrões de escoamento estratificado e intermitente.

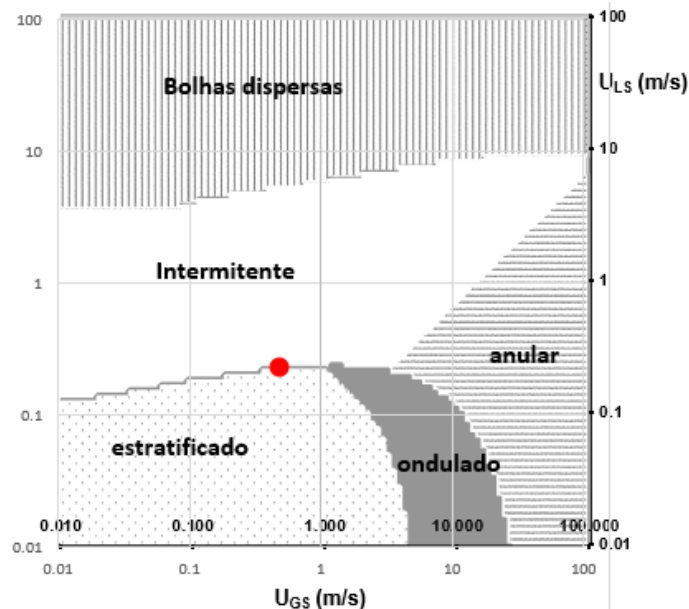


Figura 4.4 – Mapa de padrões de escoamento. Caso Barnea & Taitel (1993)

A curva de taxa de amplificação em função da frequência obtida para o Caso 2 encontra-se ilustrada Figura 4.5. Neste caso o patamar de máxima amplificação é igual a $0,21 \text{ m}^{-1}$, e selecionou-se a frequência de 10

Hz para avaliar o modelo, com 1% de percentual de amplificação.

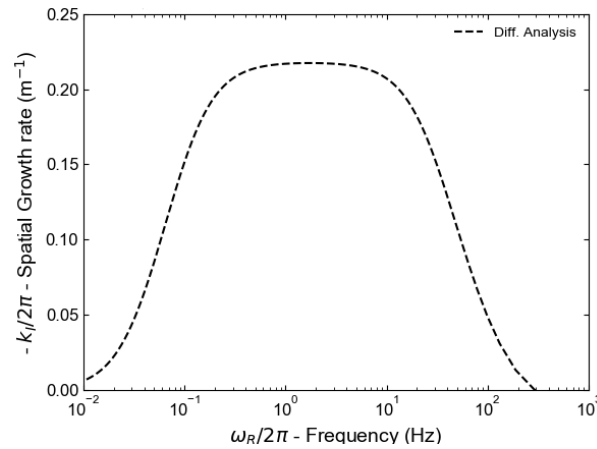


Figura 4.5 – Análise estabilidade linear: Taxa de amplificação x Frequência. Caso 2

Uma observação importante a ser descrita, consiste na influência da seleção dos fatores de atrito na solução numérica do escoamento, assim como na análise de estabilidade linear. Tendo por objetivo, demonstrar o impacto desta escolha, realizou-se um novo teste com os fatores de atrito utilizados por Barnea & Taitel (1993), os quais apresentam pequenas diferenças em relação aos empregados por Eduardo (2014), e utilizados aqui no teste anterior. Estes são

$$f_G = \frac{16}{Re_G} \quad ; \quad f_L = \frac{16}{Re_L} \quad \text{para } Re_K < 2200, \quad (4.1)$$

$$f_G = \frac{0,046}{Re_G^{0,20}} \quad ; \quad f_L = \frac{0,046}{Re_L^{0,20}} \quad \text{para } Re_K \geq 2400, \quad (4.2)$$

$$f_i = f_G \quad ; \quad f_i = 0,014 \quad \text{para } f_G < 0,014 \quad (4.3)$$

Com esse conjunto de fatores de atrito, a curva de estabilidade linear para as mesmas velocidades superficiais utilizadas para os resultados da Figura 4.5, $U_{SG} = 0,50 \text{ m/s}$ e $U_{SL} = 0,25 \text{ m/s}$, pode ser analisada na Figura 4.6. Observa-se valores bem mais baixos da taxa de amplificação. Vale ressaltar que perfeita concordância foi obtida com os esses fatores de atrito e os dados de taxa de amplificação apresentado no trabalho de Barnea & Taitel (1993).

Finalmente, com relação ao terceiro caso (Caso 3), foram feitas simulações baseadas nos experimentos propostos por Ayati (2018), para escoamento ar/água, com valores de propriedades padrão, conforme

consta na Tabela 4.1. O diâmetro da tubulação é igual a 100 mm, e foram avaliados o comportamento para dois comprimentos diferentes, 5 m e 2 m.

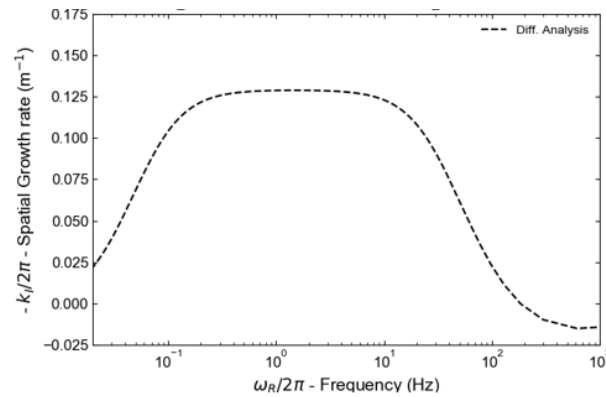


Figura 4.6 – Análise diferencial: Taxa de amplificação x Frequência. Caso 2, fatores de atrito de Barnea & Taitel (1993).

Para o Caso 3, foram utilizados seis pares de velocidades, que se encontram indicados na Tabela 4.2 e podem ser localizados no Mapa de Padrão de escoamento da Figura 4.7, que mostra que existem três pares de velocidade na zona de escoamento estratificado, dois na zona ondulada e um se encontra bem na fronteira entre estratificado e ondulado. Vale notar no Mapa de padrões da Figura 4.7 que os casos analisados experimentalmente por Ayati (2018) encontram-se localizados em regiões mais estáveis, do que os dois casos anteriores.

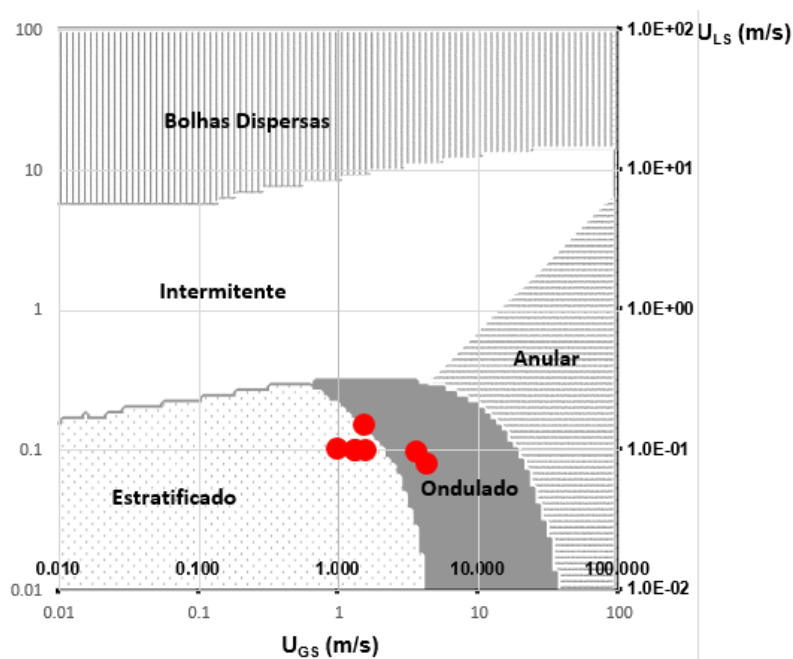


Figura 4.7 – Mapa de padrões de escoamento. Caso Ayati (2018)

Os dados experimentais para queda de pressão média e espessura do filme de líquido também se encontram na Tabela 4.2, para cada par de velocidade. De acordo com a referência, perturbações não induzidas externamente foram observadas, com a frequência dominante e o percentual de amplificação de tais ondas, como indicado na tabela.

Tabela 4.2 – Dados experimentais. Ayati (2018)

# do par	U_{SG} (m/s)	U_{SL} (m/s)	dP/dx	hL/D	% Amplitude	Frequência dominante
1	0,9599	0,1038	1,331	0.4592	-	-
2	1,3015	0,1539	2,354	0.4491	0.880	7.446
3	1,5405	0,1014	3,480	0.4538	2.702%	4.272
4	3,5812	0,0987	10,049	0.3806	8.179%	3.662
5	1,5114	0,1539	8,180	0.46355	9.675%	3.052
6	4,1622	0,0806	9,637	0.32	7.344%	3.66

Para os pares de velocidades superficiais do Caso 3, inicialmente selecionou-se os fatores de Haaland (1983) para o gás e líquido, Eqs. (3.33) e (3.34), e para a interface, utilizou-se a correlação de Tzotzi & Andritsos (2013), Eq. 36, sem atrito dinâmico. Estas correlações foram recomendadas pela referência. No entanto, para este conjunto de fatores de atrito, de acordo com a teoria de estabilidade linear, nenhuma amplificação deveria ocorrer. No entanto, na referida referência perturbações com taxa de amplificação constante foram reportadas, sem a introdução proposital de perturbações externas.

Analisou-se então, através da teoria de estabilidade linear, eliminar o salto de pressão na interface, uma vez, que sabe-se do seu efeito amortecer. Porém, novamente, nenhuma amplificação foi obtida.

Resultados para um novo conjunto de correlações para o gás e líquido foi investigado, i.e., selecionou-se as correlações modificadas de Taitel-Dukler, Eq. (3.32) e 3.42), sem incluir o salto de pressão ou atrito dinâmico. Com estas aproximações, de acordo com a teoria de estabilidade linear, 5 dos casos investigados experimentalmente por Ayati (2018) (caso 3.1 a 3.4 e caso 3.6) não apresentam taxa de amplificação. Somente o caso 3.5

apresenta uma taxa de amplificação das ondas interfaciais. A Figura 4.8 ilustra as referidas taxas de amplificação, para os seis pares de velocidade

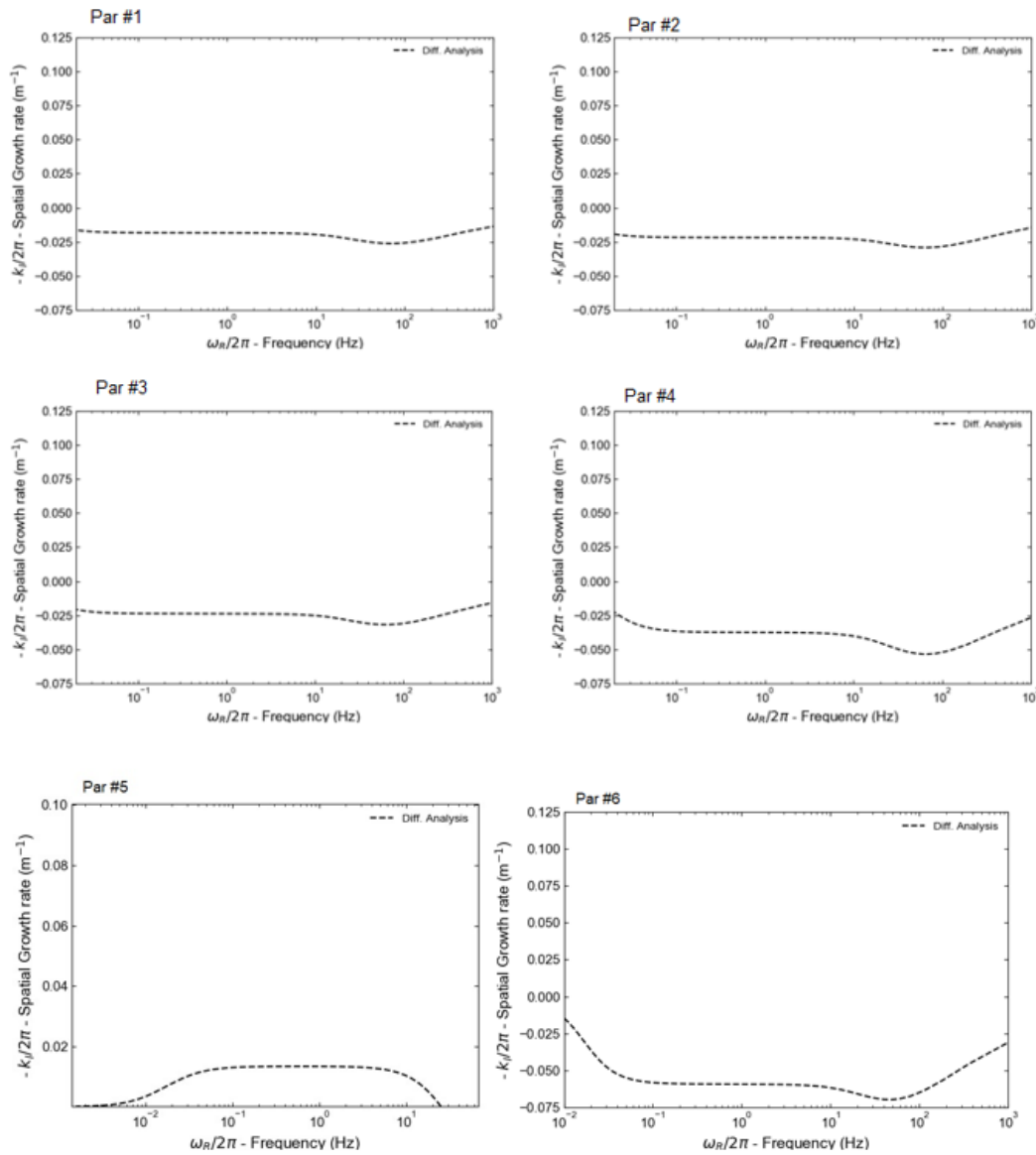


Figura 4.8 – Análise de estabilidade linear. Taxa de amplificação x Frequência.

Caso 3

Este resultado discorda dos resultados apresentados pela referência. Uma possibilidade poderia ser a presença de alguma perturbação externa ao experimento que induziu a taxa de amplificação constante, como reportado. Dessa forma, optou-se para introduzir nas simulações, perturbações na entrada, como nos dois casos anteriores, com a frequência dominante observada experimentalmente e com a percentagem de amplitude de acordo com os dados da Tabela 4.2, além de introduzir o atrito dinâmico, o qual como mostrado depende da variação do nível de líquido.

4.2 Influência de Parâmetros Numéricos

No presente trabalho, foi feita uma avaliação da influência dos parâmetros numéricos nas simulações dos Casos 1 e 2, os quais foram estudados para três diferentes malhas, $dx/D = 0,10$, $dx/D = 0,04$ e $dx/D = 0,02$. Nos gráficos que serão apresentados nesta seção, o valor teórico para a taxa de amplificação é representado por uma linha preta tracejada.

Para o Caso 1, foram realizadas análises na influência das discretizações espaciais *Upwind* (1ª ordem) e TVD (2ª ordem), e das discretizações temporais de Euler Implícito (1ª ordem) e Crank-Nicolson (2ª ordem), utilizando diferentes valores para o Número de Courant.

A Figura 4.9 mostra os gráficos de Taxa de Amplificação (-wi) x Número de Courant (Co), com discretização espacial *Upwind*, para discretizações temporais de Euler Implícito (Figura 4.9a) e Crank-Nicolson (Figura 4.9b). A partir dessas figuras, é possível visualizar claramente que conforme a malha é refinada, a solução se aproxima do valor teórico. Além disso, ao observar a Figura 4.9a, pode-se ver que o resultado se estabiliza a partir de $Co = 0,1$, ou seja, não é necessário usar Número de Courant menor do que esse valor, pois a solução não terá uma mudança significativa. Agora olhando a Figura 4.9b, conclui-se que com a discretização de 2ª ordem no tempo, a solução independe do Número de Courant utilizado. Observa-se ainda que novamente, com o refino da malha, a previsão da taxa de amplificação se aproxima do valor teórico. Surpreendentemente, para a aproximação *Upwind*, os casos que utilizaram a discretização temporal de 1ª ordem apresentaram erros menores do que os casos com a discretização temporal de 2ª ordem.

Ainda para o Caso 1, também foram feitos testes de malha e de Número de Courant para a discretização espacial de 2ª ordem TVD, e a Figura 4.10 ilustra os gráficos de Taxa de Amplificação (-wi) x Número de Courant (Co) obtidos. Nas Figura 4.10a e Figura 4.10b, é possível observar alguns comportamentos semelhantes ao que ocorre com o *Upwind*. A solução se aproxima do valor teórico ao refinar a malha para os casos de 1ª e 2ª ordem no tempo. Para os casos com discretização de Euler implícito, a solução também se estabiliza com $Co = 0,1$, enquanto com a

discretização de Crank-Nicolson, a solução se mantém independentemente do valor de Courant.

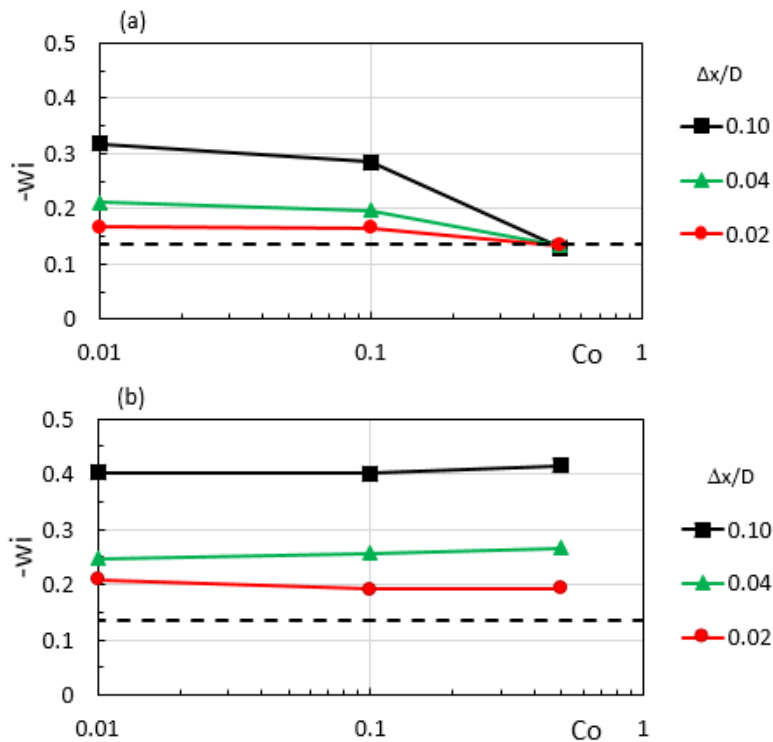


Figura 4.9 – Caso 1. Teste de malha e Courant. (a) Upwind – Euler Implícito. (b) Upwind – Crank-Nicolson

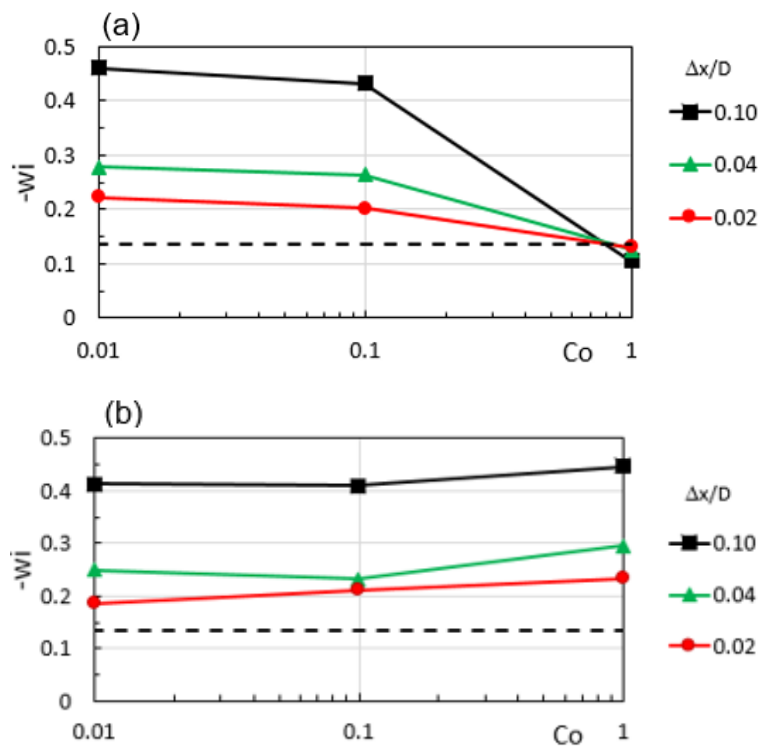


Figura 4.10 – Caso 1. Teste de malha e Courant (a) TVD – Euler Implícito. (b) TVD – Crank-Nicolson

Entretanto, ao contrário do que ocorreu com o esquema *Upwind*, ao utilizar o esquema TVD a solução melhorou quando este esquema foi combinado com a discretização temporal de Crank-Nicolson, em comparação com Euler Implícito. Para melhor observar esse comportamento, a Figura 4.11 reapresenta esses resultados utilizando uma sobreposição dos gráficos das Figura 4.10a e b, onde é possível visualizar de forma clara que o erro diminui para as três malhas ao usar a discretização de 2ª ordem ao invés da de 1ª ordem.

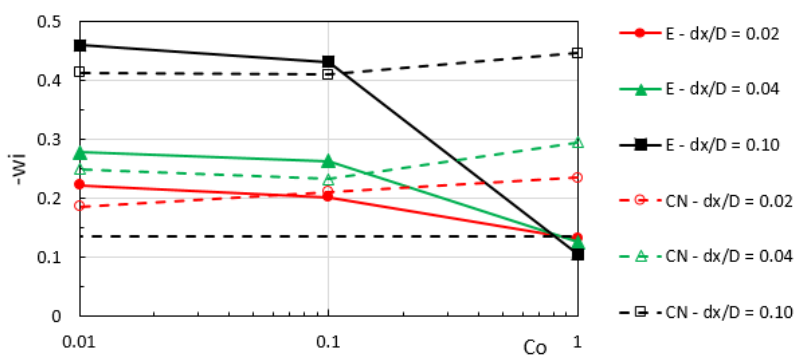


Figura 4.11 – Caso 1. Teste de malha e Courant. TVD – Euler Implícito e TVD – Crank-Nicolson

Tendo em vista o exposto acima, conclui-se que a discretização espacial TVD apresenta melhores resultados. Isso já era esperado, pois O TVD é uma discretização de 2ª ordem, mais precisa que o *Upwind*. Porém, essa melhora só é vista com Número de Courant pequeno.

Para o Caso 2, foi feito um teste variando o número de Courant, utilizando somente duas malhas, com a discretização espacial *Upwind*, utilizando discretização temporal de Crank-Nicolson. A Figura 4.12 apresenta o gráfico de Taxa de Amplificação (-wi) x Número de Courant (Co) para este caso. É possível observar que a solução se aproxima do valor teórico ao reduzir o Número de Courant, o que era esperado. Outro fato que pode ser observado a partir da Figura 4.12 é que a solução se estabiliza com $Co = 0,1$ novamente. Portanto, pode-se concluir que não é interessante reduzir o Courant para valores menores que 0,1, uma vez que os resultados não apresentam mudança significativa com a redução do Courant (passo de tempo).

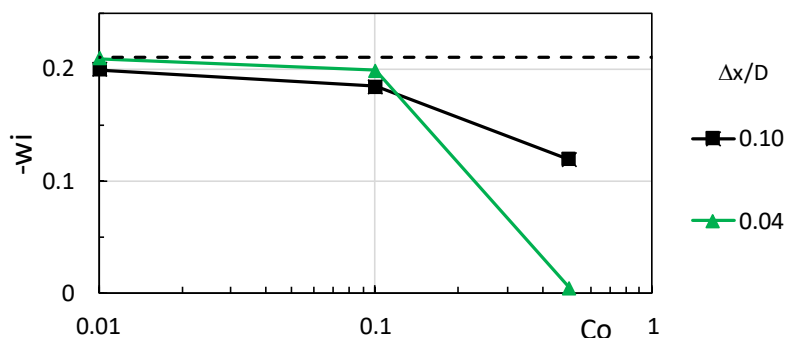


Figura 4.12 – Caso 2. Teste de malha e Courant (a) Upwind – Crank-Nicolson

4.3 Caso 3

Para o Caso 3, diversas simulações preliminares foram realizadas, para os diferentes pares de velocidade apresentados na Tabela 4.2. Uma vez que para o Caso 3, medidas de gradiente de pressão e espessura média do filme de líquido foram disponibilizadas pelos autores, essas variáveis foram analisadas, para duas combinações de fatores de atrito.

Para as previsões do escoamento com os 6 pares de velocidades superficiais, utilizou-se esquemas de discretização espacial e temporal de 1ª ordem, com $Co = 0,1$.

Inicialmente, utilizou-se uma tubulação com comprimento igual ao utilizado na experiência de Ayati (2018), i.e., 27 m. Porém, a partir das análises de taxa de amplificação realizadas para os casos 1 e 2, verificou-se a necessidade de utilizar malhas bem refinadas, o que se tornou inviável realizar simulações para esse comprimento. Reduziu-se o domínio para 5 m, para permitir refinar a malha, e utilizou-se o primeiro conjunto de fatores de atrito. Como será mostrado, os resultados obtidos não foram bons. Não só as perturbações foram amortecidas como o gradiente de pressão e espessura média do filme de líquido não foram previstos de forma satisfatória. Decidiu-se então, reduzir mais ainda o comprimento para $L = 2m$, de forma a utilizar uma malha com $\Delta x/D=0,02$, como a malha mais fina investigada anteriormente. Vale ressaltar que para o mesma malha $\Delta x/D$, as soluções com 5 m e 2 m foram análogas.

Como já mencionado, utilizou-se também diferentes fatores de atrito, juntamente com o atrito dinâmico, além de desprezarmos o salto de pressão. Comparou-se os resultados obtidos com os dados médios do

escoamento, como gradiente de pressão e espessura de filme média. Para nenhum caso, taxa de amplificação positiva foi obtida. Nas simulações sem introduzir perturbação, o escoamento se manteve estável. Nas simulações com as perturbações baseadas nos dados experimentais, como já explicado, levaram a taxas de amplificação negativas. Apesar desse resultado discordar das informações relatadas por Ayati (2018), o mesmo concorda com as análises realizadas com a teoria de estabilidade linear. De acordo com o discutido anteriormente, acredita-se que alguma perturbação externa ao experimento, não identificada pelos autores induzisse as perturbações observadas.

O primeiro conjunto de fatores de atrito utilizado nas previsões numéricas foi baseado nas correlações de Haaland (1983). Estes resultados encontram-se na Tabela 4.3. Os erros obtidos foram razoáveis para hL/D , mas extremamente elevados para dP/dx , indicando que essas correlações não são adequadas para o presente caso.

Tabela 4.3 – Resultados. Modelo de atrito de Haaland (1983)

# do par	U_{SG} (m/s)	U_{SL} (m/s)	dP/dx	Erro% dP/dx	hL/D	Erro% hL/D
1	0,9599	0,1038	10.33	675%	0.6343	38%
2	1,3015	0,1539	11.90	406%	0.5725	27%
3	1,5405	0,1014	13.51	288%	0.5404	19%
4	3,5812	0,0987	28.25	181%	0.3588	-6%
5	1,5114	0,1539	21.34	161%	0.6181	33%
6	4,1622	0,0806	27.51	185%	0.2838	-11%

O segundo conjunto de fatores de atrito testado nas simulações numéricas, foi baseado nas correlações modificadas Taitel & Barnea (1976) modificado, com os mesmos parâmetros das simulações anteriores, embora para estas simulações, o comprimento da tubulação seja $L = 2 m$. Este conjunto de correlações para o fator de atrito apresentou melhora significativa na comparação entre os resultados das simulações e medidas experimentais, conforme ilustrado na Tabela 4.4 e na Figura 4.13 e Figura 4.14. Ressalta-se que, no gráfico de dP/dx experimental x numérico, a

linha tracejada indica uma margem de erro de $\pm 30\%$, enquanto que no gráfico de h_L/D experimental x numérico, a margem de erro indicada pela linha tracejada é de $\pm 15\%$.

Tabela 4.4 – Resultados. Modelo de atrito de Taitel & Dukler (1976)

# do par	U_{SG} (m/s)	U_{sL} (m/s)	dP/dx	Erro% dP/dx	h_L/D	Erro% h_L/D
1	0,9599	0,1038	2,65	98%	0,64	38%
2	1,3015	0,1539	3,03	29%	0,57	27%
3	1,5405	0,1014	3,36	-3%	0,54	18%
4	3,5812	0,0987	6,79	-32%	0,35	-9%
5	1,5114	0,1539	3,46	-58%	0,60	28%
6	4,1622	0,0806	7,08	-27%	0,28	-11%

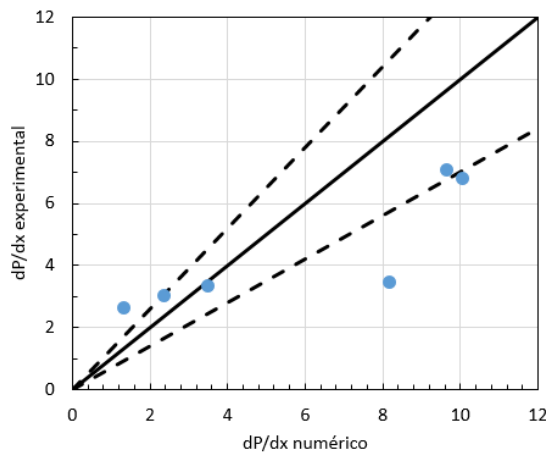


Figura 4.13 – dP/dx experimental versus dP/dx numérico. Modelo de atrito de Taitel & Dukler (1976)

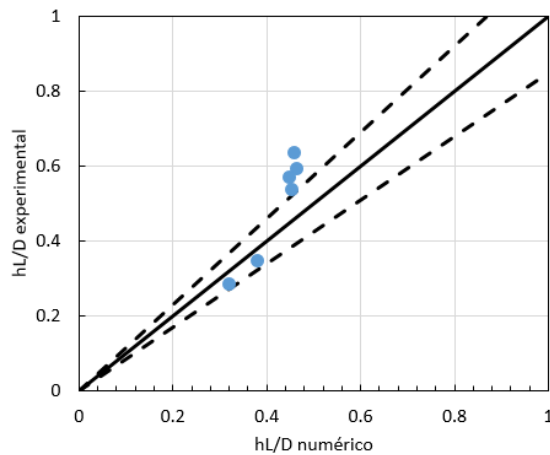


Figura 4.14 – h_L/D experimental versus h_L/D numérico. Modelo de atrito de Taitel & Dukler (1976)

5 Comentários Finais

Conforme exposto anteriormente, o presente trabalho investigou o desempenho do Modelo de Dois Fluidos na previsão do comportamento do escoamento estratificado. Foram realizadas análises de diversos casos, visando avaliar a influência de diversos parâmetros numéricos na modelagem e também avaliar a influência de diferentes formulações para o fator de atrito.

Neste sentido, foram feitas simulações com variados pares de velocidades para as fases, as quais foram comparadas com dados experimentais presentes na literatura (Eduardo, 2014; Barnea & Taitel, 1993; Ayati, 2018).

Os resultados obtidos foram analisados e algumas conclusões puderam ser tiradas, conforme exposto na próxima seção.

5.1 Conclusões

Partindo inicialmente do Caso 1, foi possível concluir que a malha tem grande influência na precisão da solução. Ficou claro, a partir das figuras mostradas que a solução se aproxima do valor teórico ao refinar a malha, conforme já era esperado. Isso se dá devido ao fato de que quanto menor a malha, mais pontos são capturados e assim, tem-se um resultado mais confiável. Pode-se concluir que uma malha de $dx/D = 0,02$ é suficiente para captar os dados desejados com precisão razoável, sem comprometer o tempo de simulação.

Ainda sobre o Caso 1, um comportamento inesperado ocorreu, pois o erro cresce na discretização *Upwind* ao usar uma discretização de 2ª ordem no tempo, com relação a uma discretização de 1ª ordem. Esse comportamento não ocorreu quando o TVD foi utilizado, o que trouxe a conclusão de que esta discretização seria melhor, para Números de Courant pequenos.

Além disso, para os Casos 1 e 2, foi possível observar que o número de Courant possui grande influência nas soluções obtidas para discretizações de 1º ordem com Euler implícito, prevendo resultados mais preciso para Courant menores. No entanto, foi visto que as soluções se estabilizam, em sua maioria, com $Co = 0,1$, logo não é necessário diminuir o Courant para menos que esse valor, uma vez que um tempo de computação muito maior seria gasto. O modelo de discretização de 2ª ordem no tempo, apresentou solução praticamente independente do Courant para a faixa de Courant investigada.

Agora sobre o Caso 3, foi visto que a solução com o modelo de atrito proposto por Haaland (1983) se mostrou muito ruim, mesmo com o uso do atrito dinâmico. A solução apresentou uma melhora significativa ao utilizar o modelo de atrito de Taitel & Dukler (1976), com atrito dinâmico. Para nenhum caso foi prevista uma taxa de amplificação positiva, o que apesar de estar em desacordo com os dados experimentais, concorda com a análise de estabilidade linear realizada.

5.2 Recomendações Para Trabalhos Futuros

Como recomendações para trabalhos futuros, é sugerida a investigação de novos casos, para se ter mais dados para serem comparados e validados. Diferentes combinações de fatores de atrito, assim como a introdução de melhorias no modelo 1D de Dois Fluidos utilizado, visando obter melhor concordância com dados experimentais.

Também, é recomendada a realização da análise de estabilidade discreta para outros padrões de escoamento.

Com referência aos parâmetros numéricos de simulação, recomenda-se o uso do esquema de discretização espacial TVD em combinação com o esquema de discretização temporal de Crank-Nicolson. Esse conjunto trouxe resultados próximos dos valores desejados, sem demandar um tempo de computação muito elevado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Andritsos & Hanratty (1986). Interfacial Instabilities for Horizontal Gas-Liquid Flows in Pipelines. *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 13, n. No. 5, p. 583-603, 1987
- Andritsos, N., Hanratty T. J. (1987). Influence of Interfacial Waves in Stratified Gas-Liquid Flows. *AIChE Journal*, 33(3), 444-454.
- Ayati, A. A. (2018) Experimental characterization of non-linear interfacial wave interaction in stratified gas-liquid pipe flow. *Physics of Fluids* 30 (6).
- Ayati, A.A. & Carneiro, J. N. E. (2018) Statistical characterization of interfacial waves in turbulent stratified gas-liquid pipe flows. *International Journal of Multiphase Flow* 103, 94 – 105.
- Ayati & Carneiro (2019). Wave Spectrum Characterization in Turbulent Stratified Air-Water Pipe Flows in a Large Diameter Pipe. *International Journal of Multiphase Flow*
- Baker (1954). Simultaneous Flow of Oil and Gas. *Oil and Gas Journal*, vol.53, p. 185-195, 1954.
- Barnea et al. (1979). Flow Pattern Transition for Gas-Liquid Flow in Horizontal and Inclined Pipes. *International Journal of Multiphase Flow* Vol. 6, p. 217-225.
- Barnea (1986). A Unified Model for Predicting Flow-Pattern Transitions for the Whole Range of Pipe Inclinations. *International Journal of Multiphase Flow* Vol. 13, No. 1, p. 1-12.
- Biberg, D. (2007). A Mathematical Model for Two-Phase Stratified Turbulent Duct Flow. *Multiphase Science and Technology*, 19(1), 1-48.
- Brauner, N., Maron, D.M., 1993. The role of interfacial shear modelling in predicting the stability of stratified two-phase flow. *Chemical Engineering Science*, vol. 48, n. 16, p. 2867-2879.

- Brauner, N., Maron, D.M., 1994. Dynamic model for the interfacial shear as a closure law in two-fluid models. *Nuclear Engineering and Design*, vol. 149, n. 1- 3, p. 67-79.
- Carneiro, J.N.E. (2006) *Simulação Numérica de escoamentos Bifásicos no Regime de Golfadas em Tubulações Horizontais e Levemente Inclinadas*, Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio.
- Eduardo, T.H.T. (2014) *Estudo Numérico da Evolução de Perturbações no escoamento Estratificado Gás-líquido em Tubulações Horizontais*, Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio.
- Figueiredo, A. B., Baptista R. M., Rachid, F. B. F. (2017). Numerical Simulation of Stratified-Pattern Two-Phase Flow in Gas Pipelines Using a Two Fluid Model. *International Journal of Multiphase Flow*, 88, 30-49.
- Fontalvo, E.M.G., Castelo Branco, R.L., Carneiro, J.N.E., Nieckele, A.O. (2020) Assessment of closure relations on the numerical predictions of vertical annular flows with the two-fluid model, *International Journal of Multiphase Flow*, 126, 103243
- Inada, F., Drew, D.A., Lahey Jr., R.T., 2004. An analytical study on interfacial wave structure between the liquid film and gas core in a vertical tube. *Int. J. Multiphase Flow* 30, 827–851.
- Issa, R.; Kempf, M., 2003. Simulation of slug flow in horizontal and nearly horizontal pipes with the two-fluid model. *Int. J. Multiphase Flow*, 29 (1):69-95.
- Ishii, M., Hibiki, T., 2011. *Thermo-Fluid Dynamics of Two Phase Flow*, Springer Sc.
- Mandhane et al. (1974). A flow pattern map for gas-liquid flow in horizontal pipes. *Int. J. Multiphase Flow*, 1, pp. 537-553
- Masella, J. M., Tran, Q. H., Ferre, D., Pauchon, C. (1998). Transient Simulation of Two-Phase Flows in Pipes. *International Journal of Multiphase Flow*, 24, 739-755.
- Nieckele, A.O., Carneiro, J.N.E., Chucuja, R.C. & Azevedo, J.H.P. 2013 Initiation and statistical evolution of horizontal slug flow with a two-fluid model. *ASME Journal of Fluids Engineering* 135 (12), 121302.

- Paqualette, M.A. (2017) Optimization of the interfacial shear stress and assessment of closure relations for horizontal viscous oil-gas flows in the stratified and slug regimes, Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio.
- Simões, E. F., Carneiro, J. N. E., Nieckele, A. O., (2014). Numerical Prediction of Non-Boiling Heat Transfer in Horizontal Stratified and Slug Flow by the Two-Fluid Model. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 47, 135-145.
- Taitel, Y. & Dukler, A. E. (1976) A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow. *AIChE Journal* 22 (1), 47–55.
- Taitel, Y., Shoham, O., Brill, J. P. (1989). Simplified Transient Solution and Simulation of Two-Phase Flow in Pipelines. *Chemical Engineering Science*, 44(6), 1.353-1.359.
- Tzotzi, C., Andritsos, N. (2013). Interfacial Shear Stress in Wavy Stratified Gas-Flow in Horizontal Pipes. *International Journal of Multiphase Flow*, 54, 43-54.
- Van Leer, B. (1974). Towards the ultimate conservative difference scheme. II. Monotonicity and conservation combined in a second-order scheme. *Journal of computational physics*, 14(4), 361–370.
- Versteeg, H. K.; Malalasekera, W.. (2007). An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method. Pearson Education.
- Van Albada, G.; Van Leer, B. ; Roberts Jr, W.. 1997. A comparative study of computational methods in cosmic gas dynamics. Pages 95–103 of: *Upwind and High-Resolution Schemes*. Springer.
- Sweby, P. K.. (1984). High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws. *SIAM journal on numerical analysis*, 21(5), 995–1011.