

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**Thiago Campos Silva**

**Análise do comportamento de materiais arquitetados para  
aplicações estruturais**

**Projeto de Graduação**

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia  
Mecânica da PUC-Rio.

Orientador: Anderson Pereira

Rio de Janeiro  
Dezembro de 2020

## **Resumo**

Materiais arquitetados, também conhecidos como metamateriais, são desenvolvidos de tal modo que adquirem propriedades desejadas. Uma das propriedades desejadas é de alta rigidez em relação ao peso que pode ser alcançada por estruturas celulares. O objetivo deste trabalho é simular computacionalmente o comportamento de estruturas compostas por microestruturas arquitetadas, para isso foram utilizadas de ferramentas disponíveis na literatura, como a técnica de homogeneização para a determinação das propriedades efetivas das microestruturas e o método dos elementos finitos para a análise estrutural. O software MATLAB foi utilizado para calcular as propriedades homogeneizadas enquanto, usou-se o ANSYS na análise estrutural. Através da simulação computacional foi feito um estudo paramétrico, avaliando quais composições de microestruturas tem a melhor resposta quanto ao comportamento mecânico. Podendo concluir qual combinação é mais adequada dependendo do tipo de carregamento aplicado.

**Palavras Chave:** Materiais Arquitetados; Homogeneização; MATLAB; ANSYS

## **Abstract**

Architectural materials, also known as metamaterials, are developed in such a way that they acquire desired properties. One of the desired properties is stiffness to weight ratio that can be achieved by cellular structures. The aim of this work is to analyse computationally, the behavior of structures composed of architected microstructures. For this purpose, tools available in the literature were used, such as the homogenization technique for determining the effective properties of the microstructures and the finite element method for structural analysis. MATLAB software was used to compute the homogenized properties, while ANSYS was used in structural analysis. Through computer simulation, a parametric study was carried out, evaluating which microstructure compositions have the best response regarding mechanical behavior. Concluding which combination is more appropriate depending on the type of loading applied.

**Key Words:** Architectural materials; Homogenize; MATLAB; ANSYS

## Sumário

|   |    |
|---|----|
| 1. Introdução:  | 7  |
| 1.1. Metamateriais  | 7  |
| 2. Objetivos  | 10 |
| 3. Fundamentação Teórica                                  | 10 |
| 3.1. Modelagem dos Tensores e Representação dos Materiais | 13 |
| 3.2. Modelagem no ANSYS                                   | 22 |
| 3.2.1. Modelagem Geométrica                               | 23 |
| 3.2.2. Análise de Elementos finitos                       | 24 |
| 3.3. Simulação numérica no ANSYS                          | 25 |
| 4. Verificação dos Tensores                               | 27 |
| 5. Resultados   | 30 |
| 6. Conclusão  | 38 |
| 7. Referências  | 39 |

## Lista de Figuras

|  |    |
|--|----|
| Figura 1 – Exemplos de microestruturas [1].....  | 7  |
| Figura 2 - Metamateriais, [6].....   | 8  |
| Figura 3 - Tipos de estruturas na formação de Pneus [10] .....                         | 9  |
| Figura 4 - Módulo de Young de um Octeto com densidade relativa de 10%.....             | 12 |
| Figura 5 – Estrutura Octet, com Fração de Volume 10%, desenvolvida no Projeto .....    | 14 |
| Figura 6- Voxel Octet, com Fração de Volume 10%, [1] .....                             | 14 |
| Figura 7 - Módulo de Young de uma Estrutura Cubica com densidade relativa de 30% ..... | 15 |
| Figura 8 - Microestruturas Desenvolvidas .....   | 16 |
| Figura 9 - Microestruturas Desenvolvidas .....   | 17 |
| Figura 10 - Microestruturas Desenvolvidas .....  | 18 |
| Figura 11 - Representação das microestruturas dividas nas regiões.....                 | 23 |
| Figura 12 - Elemento e Nó da Geometria.....  | 25 |
| Figura 13 - Disposição da Força na Geometria em "L" .....                              | 26 |
| Figura 14 - Tensor Homogeneizado Isotrópico, [12] .....                                | 27 |
| Figura 15 - Deformação Total, Combinação 3 para fração de volume 0.1 .....             | 31 |
| Figura 16 - Combinações com Fração de Volume 10% .....                                 | 32 |
| Figura 17 - Combinações com Fração de Volume 10% .....                                 | 33 |
| Figura 18 - Combinações com Fração de Volume 10% .....                                 | 34 |
| Figura 19 - Deslocamento Máximo na Direção Y em (mm).....                              | 36 |
| Figura 20 - Módulo de Young Máximo .....   | 37 |

## Lista de Tabelas

|   |    |
|---|----|
| Tabela 1 - Deslocamentos Máximos na direção Y ..... | 35 |
|---|----|

# 1. Introdução:

## 1.1. Metamateriais

Metamateriais são materiais arquitetados que são desenvolvidos artificialmente com propriedades físicas não encontradas dessa forma na natureza. Esses materiais são desenvolvidos com o objetivo de obter dentre elas as características desejáveis, a rigidez, dureza, redução de peso e ductilidade. Tais materiais são desenvolvidos a partir de microestruturas que são replicadas repetidas vezes ao longo do material. A mudança na topologia das microestruturas impacta diretamente nas propriedades mecânicas dos materiais, Essas diferentes topologias podem ser visualizadas na Fig. 1 a seguir.

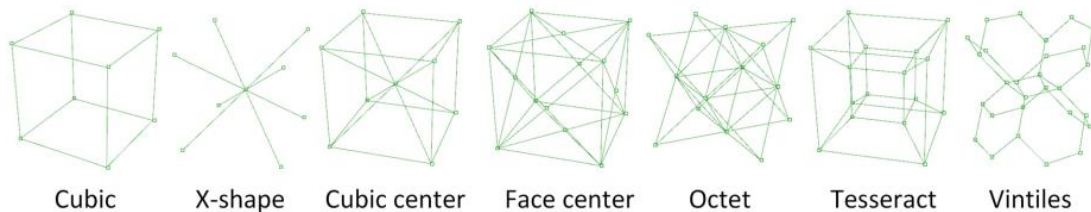


Figura 1 – Exemplos de microestruturas [1]

Segundo Al-Ketan e Al Rub (2017) [6], os metamateriais tem sido amplamente empregados na engenharia, pois tais estruturas se provaram ter boas características, como, condutividades elétricas e térmicas ideais e a boa permeabilidade.

A Fig. 2 abaixo mostra tipos de estruturas celulares fabricadas em impressoras 3D, gerando uma representação de metamaterial.

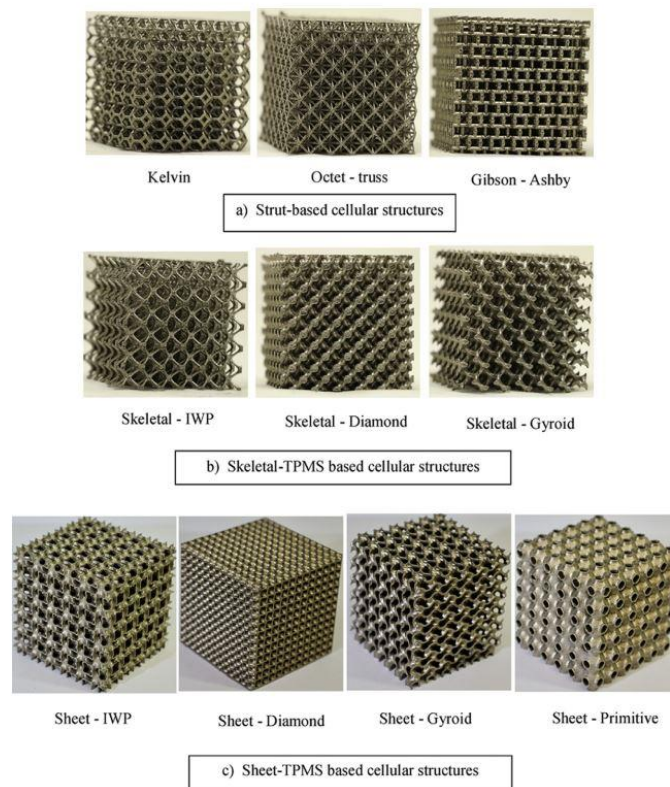


Figura 2 - Metamateriais, [6]

Estes metamateriais possuem aplicações na mecânica, como na indústria balística, onde foram desenvolvidos coletes a prova de bala com materiais compósitos onde esses absorvem até 2.1 vezes mais a energia cinética do que coletes normais segundo Marx, Portanova e Rabiei (2019) [5].

Uma aplicação prática dos metamateriais formados através das células unitárias são a construção de pneus sem ar, como dito em Intra Lattice, disponível no site (intralatticepro [10]), que são usados para veículos off road, ou militares e até veículos de exploração extraterrestre, pois os pneus tem que ser muito resilientes, bastante elásticos. O estudo de caso, demonstra o uso de células unitárias de três tipos na formação desses pneus,



mostrando como ficaria à disposição do metamaterial formando o pneu, como se pode observar na Fig. 3 abaixo.



*Figura 3 - Tipos de estruturas na formação de Pneus [10]*

## **2. Objetivos**

Esse projeto tem como finalidade simular computacionalmente o comportamento de estruturas compostas por microestruturas arquitetadas. O estudo tem como base uma solução de elementos finitos e vai analisar o comportamento mecânico de diferentes microestruturas quando combinadas em uma estrutura maior.

A rotina disponível em (mathworks) [9] foi utilizada no software MATLAB para gerar os tensores homogeneizados que caracterizam cada microestrutura. O software ANSYS foi utilizado para modelar a Geometria da estrutura analisada e nela foi aplicado o tensor desenvolvido afim de usar as propriedades mecânicas contidas nele para representar as microestruturas que foram usadas. Foi necessário definir as condições de contorno e forças aplicadas na estrutura para finalmente simular os esforços e gerar os resultados, como os deslocamentos máximos.

Por fim os resultados gerados foram comparados com a teoria disponível na literatura.

## **3. Fundamentação Teórica**

No desenvolvimento do projeto foi necessário entender da rigidez e porosidade dos materiais. Primeiramente, para aplicar as fórmulas no MATLAB descritas no artigo do Dong, Tang e Fiona Zhao (2019) [1], usou-se como dado de entrada o Módulo de Elasticidade e o coeficiente de Poisson. O módulo de Elasticidade ou Young, é uma propriedade da microestrutura que mede a rigidez de um material, ele é definido pela relação Tensão por deformação, já o coeficiente de Poisson, é definido pela razão de deformações laterais e longitudinais de um material.

Esses parâmetros foram usados como entrada para calcular os coeficientes de Lamé que podem ser vistos nas equações abaixo.

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$
$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

Para definir o tensor de cada microestrutura, foram usados como entrada em um programa computacional já existente, os parâmetros acima em conjunto com uma lista de nós e barras também já definida, e o raio de barras. A lista é a representação matricial do formato da microestrutura desejada, e o raio de barras é a espessura das barras que definem as microestruturas. A matriz constitutiva gerada varia de acordo com a microestrutura, cada material estudado tem uma matriz/tensor que contém as propriedades mecânicas dele. O raio de Barras é escolhido para gerar as densidades, para esse projeto variou-se o raio em valores para chegar a densidades de 10 e 30%, tendo como base o artigo do Dong, Tang e Fiona Zhao (2019) [1]. O raio de barras vai definir qual a densidade da estrutura, quanto maior o raio de barras, mais próximo do material sólido a microestrutura vai ficar.

Todos os materiais estudados nesse projeto foram anisotrópicos. Material anisotrópico se comporta de forma semelhante a materiais com uma estrutura interna definida, como no caso da madeira. Materiais anisotrópicos tem suas propriedades mecânicas distintas dependendo da direção analisada, por exemplo, os valores do módulo de elasticidade nas direções  $x, y$  e  $z$  são distintos, diferente do que ocorre em materiais isotrópicos, onde suas propriedades são as mesmas em todas as direções.

Na Fig. 4 abaixo, encontra-se um gráfico do módulo de Young ao longo de um material estudado nesse projeto.

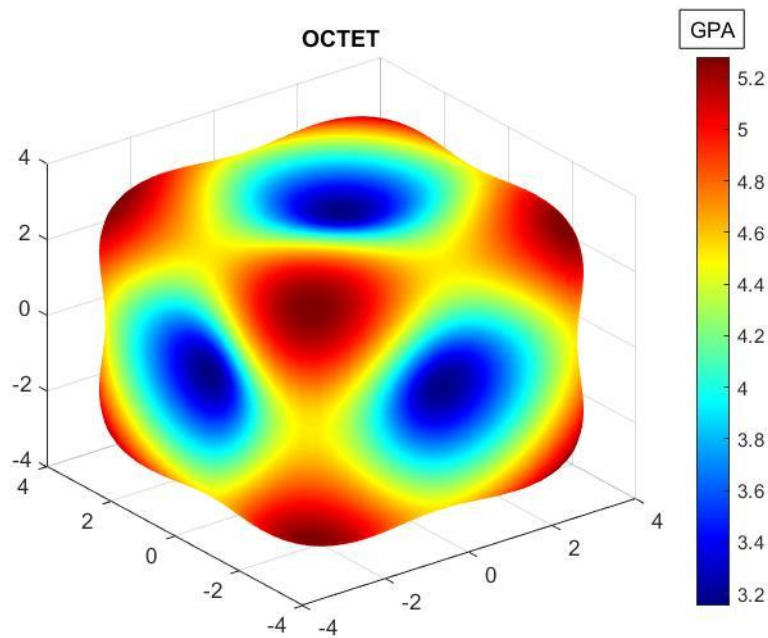


Figura 4 - Módulo de Young de um Octeto com densidade relativa de 10%

O gráfico acima mostra a rigidez da microestrutura octeto em diversas direções. Ele foi gerado com raio de barras 0.045, o raio foi escolhido através da literatura para gerar a densidade desejada, foi utilizado para o Módulo de Young um valor de 200GPA e coeficiente de Poisson foi definido em 0.3. Para todos os materiais estudados foram utilizados os mesmos coeficientes e Poisson e Módulo de Young, para entendermos os resultados que a variação de geometria da microestrutura gera com os mesmos parâmetros.

A técnica de Homogeneização, segundo Dong, Tang e Fiona Zhao (2019) [1] substitui um compósito por um modelo equivalente para resolver a dificuldade de análise da microestrutura heterogênea. Através da homogeneização é possível obter a propriedade do material homogeneizado com base na sua célula unitária, dessa forma resolver o problema geral, que é a heterogeneidade do material, pois se atribui ao material a propriedade homogeneizada substituindo sua estrutura heterogênea, facilitando assim o estudo computacional do material. A técnica de homogeneização é utilizada para calcular o tensor de

elasticidade homogeneizado, isso foi feito nesse projeto e será apresentado mais à frente.

### **3.1. Modelagem dos Tensores e Representação dos Materiais**

O MATLAB é um software com sua própria linguagem e que permite a resolução de vários tipos de equações, além de ser de fácil uso e ter a possibilidade de representar graficamente os resultados. A modelagem no MATLAB não foi muito complicada, pois o paper do Dong, Tang e Fiona Zhao (2019) [1] avalizou e descreveu todos os passos a serem seguidos. Foram usadas 4 funções já desenvolvidas através desse paper e disponíveis para download no site do MATLAB [9], tais funções serão descritas adiante. Como já dito na fundamentação teórica, existem alguns parâmetros de entrada, como Raio de barras, Modulo de Young e coeficiente de Poisson. Tais parâmetros foram fixados como já descrito.

A primeira função utilizada foi a Generate Voxel, que usa como parâmetros de entrada uma estrutura no padrão “GRID” e “STRUT”, que é uma lista de nós e barras, e a partir dessa lista é possível gerar uma treliça, dessa forma consegue-se a representação das microestruturas. Outros parâmetros de entrada são: a resolução que foi definida em “50”, quanto maior a resolução maior a precisão dos resultados, mas o custo computacional também é muito grande, por isso foi definido “50” como a resolução para essa função, pois consegue gerar um resultado com custo computacional condizente com o computador que gerou os resultados, o Raio de Suporte também foi padronizado com valores pré-definidos por Guyoing [1] para gerar densidades nas estruturas em 0.1 ou 0.3. Essa função gera um Voxel da microestrutura, que é a representação tridimensional computacional da estrutura, como pode-se ver nas Figs. 5 - 6 abaixo, a estrutura e seu o voxel. O raio de suporte assim como a

quantidade de barras da estrutura definem a densidade, essa vai variar para cada material em valores próximos a 10% e 30% dependendo do raio de barras escolhido.

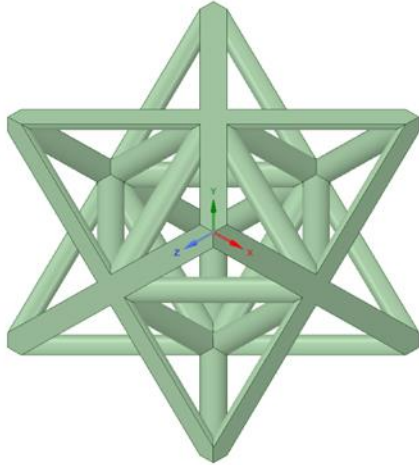


Figura 5 – Estrutura Octet, com Fração de Volume 10%, desenvolvida no Projeto

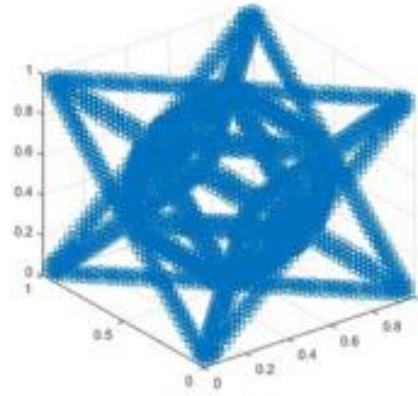


Figura 6- Voxel Octet, com Fração de Volume 10%, [1]

A segunda função utilizada é a Homo3D, que tem como parâmetros de entrada o tamanho da célula unitária nos eixos  $X, Y$  e  $Z$ , além dos parâmetros definidos anteriormente, como o Módulo de Young, coeficiente de Poisson, raio de barras, e o voxel encontrado. Essa função vai encontrar, a matriz constitutiva homogeneizada chamada de CH (Homogenized Constitutive) que pode ser observada abaixo. A partir dessa matriz, para cada microestrutura, é possível também obter o módulo de Young para as direções  $X, Y$  e  $Z$  calculando o inverso da matriz CH. Ao final desse tópico estão demonstradas as representações e as matrizes Homogeneizadas.

$$C_{Octet}^h = \begin{bmatrix} 4703 & 2334 & 2334 & 0 & 0 & 0 \\ 2334 & 4703 & 2085 & 0 & 0 & 0 \\ 2334 & 2334 & 4703 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2170 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2170 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2170 \end{bmatrix} MPa$$

A partir dessa matriz foi feita a modelagem do ANSYS, pois é através dela que se define as microestruturas de cada parte da geometria para a simulação. Foi gerada uma matriz dessa para cada fração de volume analisada, essas matrizes estão representadas no final do tópico.

A terceira e quarta funções (Transform e Visual) são basicamente para reproduzir visualmente o gráfico do Módulo de Young em cada parte da estrutura gerada, como podemos analisar através da Fig. 7 abaixo. Através desse gráfico é possível analisar a característica anisotrópica de cada microestrutura analisada, pois em materiais isotrópicos o módulo de Young tem tendência a ser esférico, com o mesmo valor em todas as direções, o que não ocorre para as microestruturas analisadas nesse projeto.

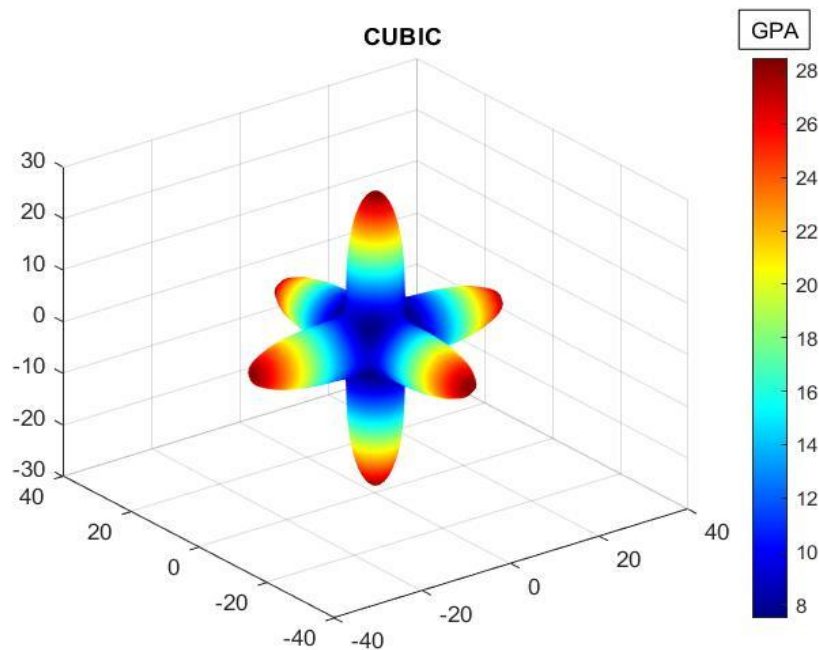
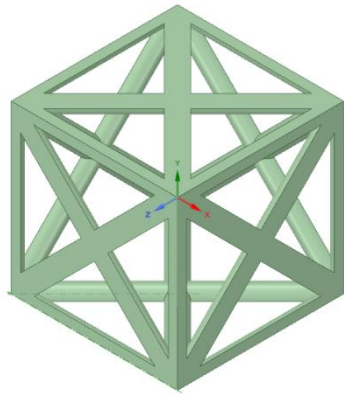
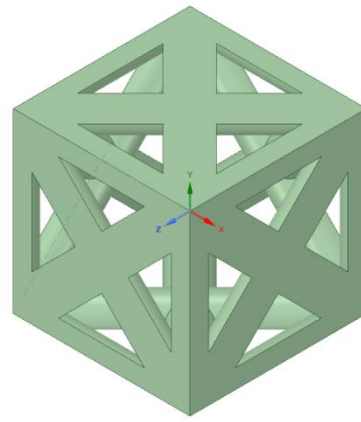


Figura 7 - Módulo de Young de uma Estrutura Cubica com densidade relativa de 30%

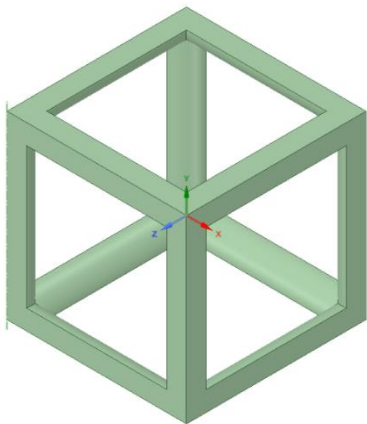
Após a rotina explicada acima ser desenvolvida para cada estrutura consegue-se gerar e mostrar o tensor Homogeneizado para os diferentes materiais. As Figs.8 - 10 abaixo mostram as estruturas estudadas por esse projeto e logo depois as matrizes mostram os tensores constitutivos de cada material.



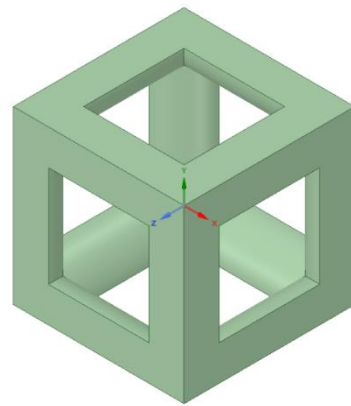
Face Center, Fração de Volume 10%



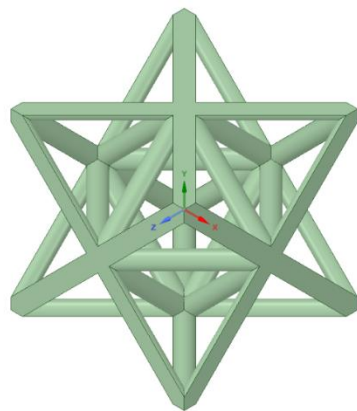
Face Center, Fração de Volume 30%



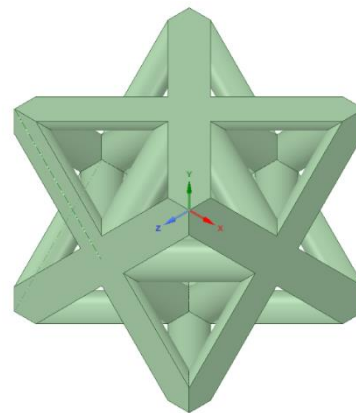
Cubic, Fração de Volume 10%



Cubic, Fração de Volume 30%



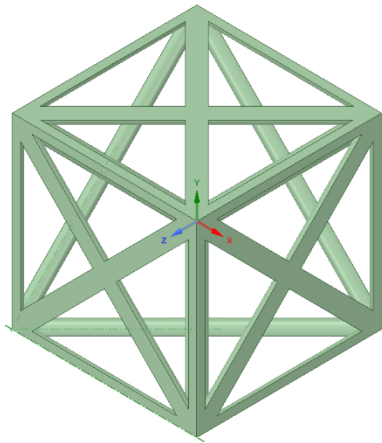
Octet, Fração de Volume 10%



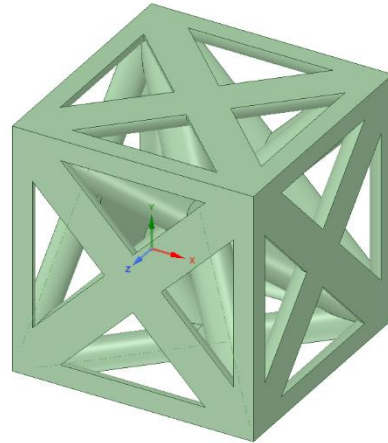
Octet, Fração de Volume 30%

Figura 8 - Microestruturas Desenvolvidas

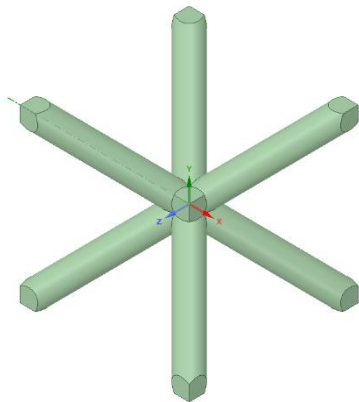




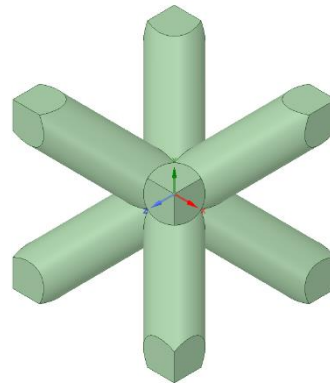
*X-Grid, Fração de Volume 10%*



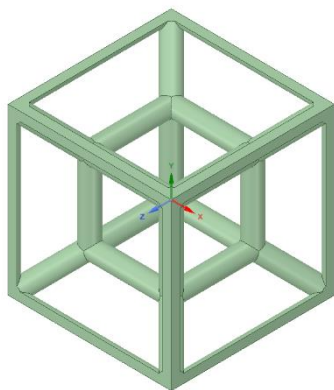
*X-Grid, Fração de Volume 30%*



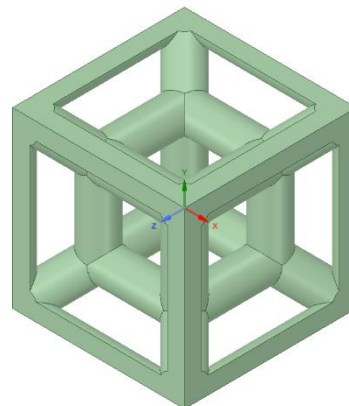
*X-Shape, Fração de Volume 10%*



*X-Shape, Fração de Volume 30%*

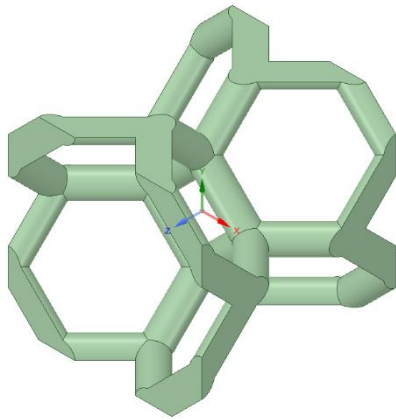


*Tesseract, Fração de Volume 10%*

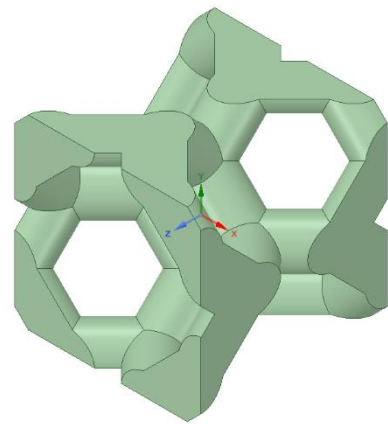


*Tesseract, Fração de Volume 30%*

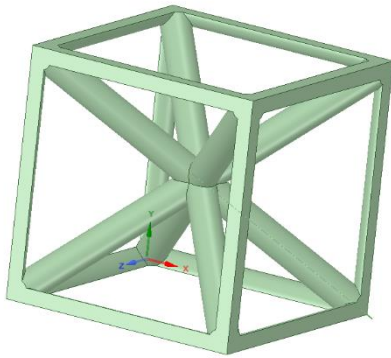
*Figura 9 - Microestruturas Desenvolvidas*



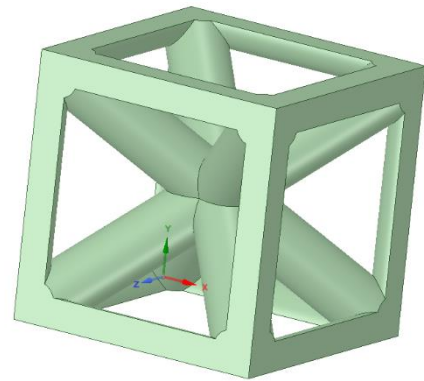
*Vintiles, Fração de Volume 10%*



*Vintiles, Fração de Volume 30%*



*Star, Fração de Volume 10%*



*Star, Fração de Volume 30%*

*Figura 10 - Microestruturas Desenvolvidas*

Essas representações de estruturas foram geradas através do ANSYS, a partir dos arquivos “GRID e STRUT” disponibilizados no site do MATLAB, como explicado no parágrafo anterior. As matrizes abaixo contêm os tensores para cada microestrutura descrita acima e sua respectiva fração de volume.

Como dito anteriormente, essas são as matrizes de cada microestrutura representada acima, essas matrizes representam o Tensor constitutivo de cada elemento e estão em  $MPa$ . Essas representam os tensores para uma fração de Volume 0.1.

$$C_{Face\ Center}^h = \begin{bmatrix} 6506 & 2085 & 2085 & 0 & 0 & 0 \\ 2805 & 6506 & 2085 & 0 & 0 & 0 \\ 2805 & 2085 & 6506 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1864 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1864 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1864 \end{bmatrix}$$

$$C_{Cubic}^h = \begin{bmatrix} 6845 & 368 & 368 & 0 & 0 & 0 \\ 368 & 6845 & 368 & 0 & 0 & 0 \\ 368 & 368 & 6845 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 137 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 137 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 137 \end{bmatrix}$$

$$C_{Octet}^h = \begin{bmatrix} 4703 & 2334 & 2334 & 0 & 0 & 0 \\ 2334 & 4703 & 2085 & 0 & 0 & 0 \\ 2334 & 2334 & 4703 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2170 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2170 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2170 \end{bmatrix}$$

$$C_{Vintiles}^h = \begin{bmatrix} 4262 & 2577 & 2577 & 0 & 0 & 0 \\ 2577 & 4262 & 2577 & 0 & 0 & 0 \\ 2577 & 2577 & 4262 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 534 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 534 \end{bmatrix}$$

$$C_{Tesseract}^h = \begin{bmatrix} 4408 & 1929 & 1929 & 0 & 0 & 0 \\ 1929 & 4408 & 1929 & 0 & 0 & 0 \\ 1929 & 1929 & 4408 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 281 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 281 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 281 \end{bmatrix}$$

$$C_{Star}^h = \begin{bmatrix} 5407 & 2356 & 2356 & 0 & 0 & 0 \\ 2356 & 5407 & 2356 & 0 & 0 & 0 \\ 2356 & 2953 & 5407 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2157 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2157 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2157 \end{bmatrix}$$

$$C_{X-Shape}^h = \begin{bmatrix} 3211 & 2953 & 2953 & 0 & 0 & 0 \\ 2953 & 3211 & 2953 & 0 & 0 & 0 \\ 2953 & 2953 & 3211 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2713 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2713 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2713 \end{bmatrix}$$

$$C_{X-Grid}^h = \begin{bmatrix} 5140 & 2430 & 2430 & 0 & 0 & 0 \\ 2430 & 5140 & 2430 & 0 & 0 & 0 \\ 2430 & 2430 & 5140 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2210 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2210 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2210 \end{bmatrix}$$

Essas representam os tensores para uma fração de Volume 0.3.

$$C_{Face\ Center}^h = \begin{bmatrix} 25513 & 7085 & 7085 & 0 & 0 & 0 \\ 7085 & 25513 & 2085 & 0 & 0 & 0 \\ 7085 & 7085 & 25513 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6523 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6523 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6523 \end{bmatrix}$$

$$C_{Cubic}^h = \begin{bmatrix} 29222 & 3521 & 3521 & 0 & 0 & 0 \\ 3521 & 29222 & 3521 & 0 & 0 & 0 \\ 3521 & 3521 & 29222 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2685 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2685 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2685 \end{bmatrix}$$

$$C_{Octet}^h = \begin{bmatrix} 20592 & 9344 & 9344 & 0 & 0 & 0 \\ 9344 & 20592 & 9344 & 0 & 0 & 0 \\ 9344 & 9344 & 20592 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8919 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8919 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8919 \end{bmatrix}$$

$$C_{Vintiles}^h = \begin{bmatrix} 26917 & 8710 & 8710 & 0 & 0 & 0 \\ 8710 & 26917 & 8710 & 0 & 0 & 0 \\ 8710 & 8710 & 26917 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6127 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6127 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6127 \end{bmatrix}$$

$$C_{Tesseract}^h = \begin{bmatrix} 20933 & 7567 & 7567 & 0 & 0 & 0 \\ 7567 & 20933 & 7567 & 0 & 0 & 0 \\ 7567 & 7567 & 20933 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3566 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3566 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3566 \end{bmatrix}$$

$$C_{Star}^h = \begin{bmatrix} 19848 & 8256 & 8256 & 0 & 0 & 0 \\ 8256 & 19848 & 8256 & 0 & 0 & 0 \\ 8256 & 8256 & 19848 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7694 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7694 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7694 \end{bmatrix}$$

$$C_{X-Shape}^h = \begin{bmatrix} 15947 & 11380 & 11380 & 0 & 0 & 0 \\ 11380 & 15947 & 11380 & 0 & 0 & 0 \\ 11380 & 11380 & 15947 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10482 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10482 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10482 \end{bmatrix}$$

$$C_{X-Grid}^h = \begin{bmatrix} 19836 & 8741 & 8741 & 0 & 0 & 0 \\ 8741 & 19836 & 8741 & 0 & 0 & 0 \\ 8741 & 8741 & 19836 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7912 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7912 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7912 \end{bmatrix}$$

### 3.2. Modelagem no ANSYS

O ANSYS é um software muito completo, e dentro das suas muitas funções ele permite análise de estruturas, com geometria, propriedades mecânicas, térmicas dentre vários outros parâmetros. A modelagem no ANSYS foi feita em duas partes, a primeira, a modelagem geométrica da estrutura em "L" onde serão aplicadas as microestruturas, e a segunda, a modelagem e simulação numérica da geometria criada, variando entre suas regiões os tipos de microestruturas que a compõe. Microestruturas essas que são

implementadas através dos seus tensores homogeneizados desenvolvidos no MATLAB.

### 3.2.1. Modelagem Geométrica

A modelagem geométrica foi feita com base em uma estrutura em “L” 3D retirada do paper Senhora et al. (2020) [8] A estrutura foi dividida em três regiões conforme mostrado na Fig. 11. O valor de  $L$  foi definido como  $1m$ , já o valor de  $d$  foi definido como  $0.06m$  enquanto a espessura foi definida como  $0.1m$ .

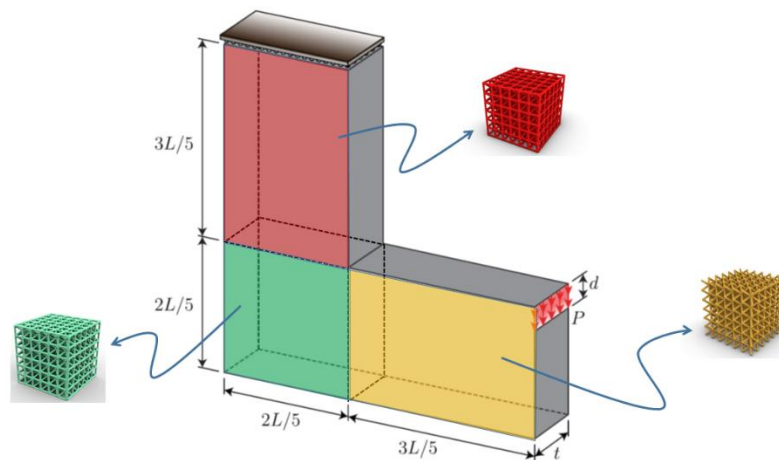


Figura 11 - Representação das microestruturas divididas nas regiões

### 3.2.2. Análise de Elementos finitos

A análise de elementos finitos segundo Duarte, (2016) [3] consiste em dividir o meio estudado em pequenos elementos que podem ser triângulos, tetraedros dentre outros, em cada aresta desses elementos se encontra um nó. Estuda-se então o deslocamento interno dos elementos, que são descritos pelos deslocamentos dos nós, esses deslocamentos são desenvolvidos por meio de funções, onde o próprio programa de análise de elementos finitos já calcula automaticamente. A partir da solução dessas equações consegue-se medir o deslocamento dos nós, e quando se determina esse deslocamento consegue-se então determinar os deslocamentos e tensões de todo o meio estudado, pois junta-se todos os resultados encontrados para cada elemento, formando assim um resultado único que vai representar toda a estrutura.

Essa análise é uma opção muito utilizada na engenharia, pois é uma ferramenta prática e eficiente para analisar estruturas, pois simulam estruturas apenas com o custo computacional, diminuindo a necessidade de experimentos práticos. Nesse projeto a análise de elementos finitos foi fundamental para estudar e descobrir as tensões e deformações das microestruturas anisotrópicas. As microestruturas como dito anteriormente, foram analisadas pelo ANSYS dentro da estrutura em “L” com três regiões definidas, onde variou-se os tipos de microestruturas dentro de cada região.

A definição da malha é o primeiro passo para a simulação numérica, essa malha é a divisão da estrutura em pequenos elementos finitos, que vão se repetir por toda a geometria da estrutura, e que são compostos de nós, esses nós têm graus de liberdade definidos de translação. Segue abaixo a Fig. 12 que representa a malha gerada com elementos hexaédricos e os nós.



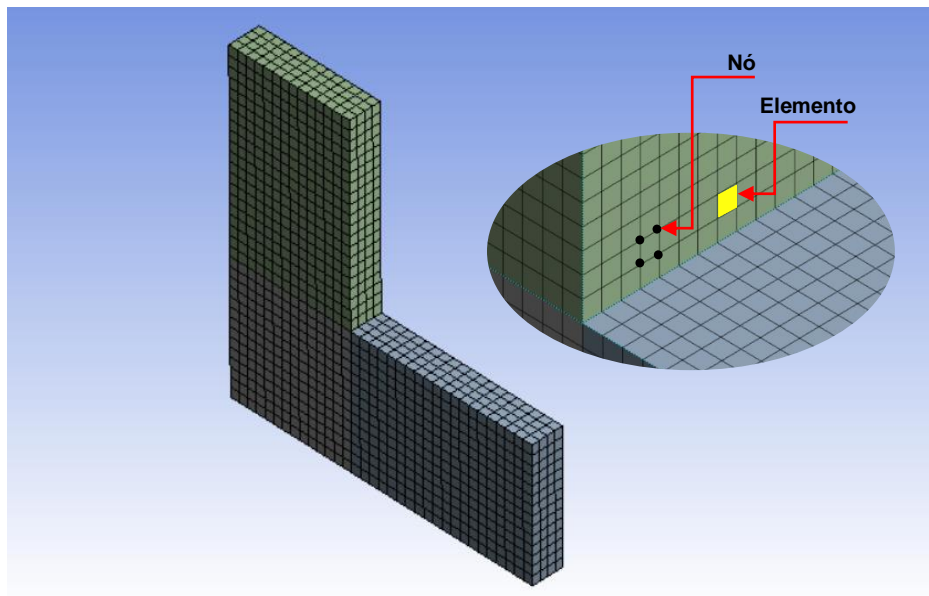


Figura 12 - Elemento e Nó da Geometria

A escolha da malha tem ligação direta com o sucesso da simulação, pois quanto maior o número de nós presentes na malha, mais precisa será a simulação, porém em contrapartida existe o custo computacional, que aumenta com a quantidade de nós. Nesse projeto, foram utilizados aproximadamente 850 mil nós, esse número foi escolhido pela limitação computacional, entretanto é um número satisfatório para uma boa análise visto que de 900 mil nós para 850, não ocorreram variações de deformação significantes.

### 3.3. Simulação numérica no ANSYS

Para a simulação ser feita, após as definições da geometria e da malha já descritas nos tópicos anteriores, além da definição das microestruturas que vão compor a estrutura, foram definidos alguns parâmetros, como a geometria em “L” ser engastada na parte superior, assim como a força de intensidade  $10N$  aplicada. A força foi aplicada na extremidade direita da região 3 da geometria, essa força está na direção  $Y$  negativa, perpendicular a ponta, ela foi aplicada durante uma distância de  $0.06m$  na face da extrema direita. Abaixo pode-se ver na Fig. 13, uma imagem do projeto que identifica a posição da força e a condição

de contorno de fixar a face superior da região 1, de forma a ficar engastada, essa condição de contorno foi retirada S. Fernando [8].

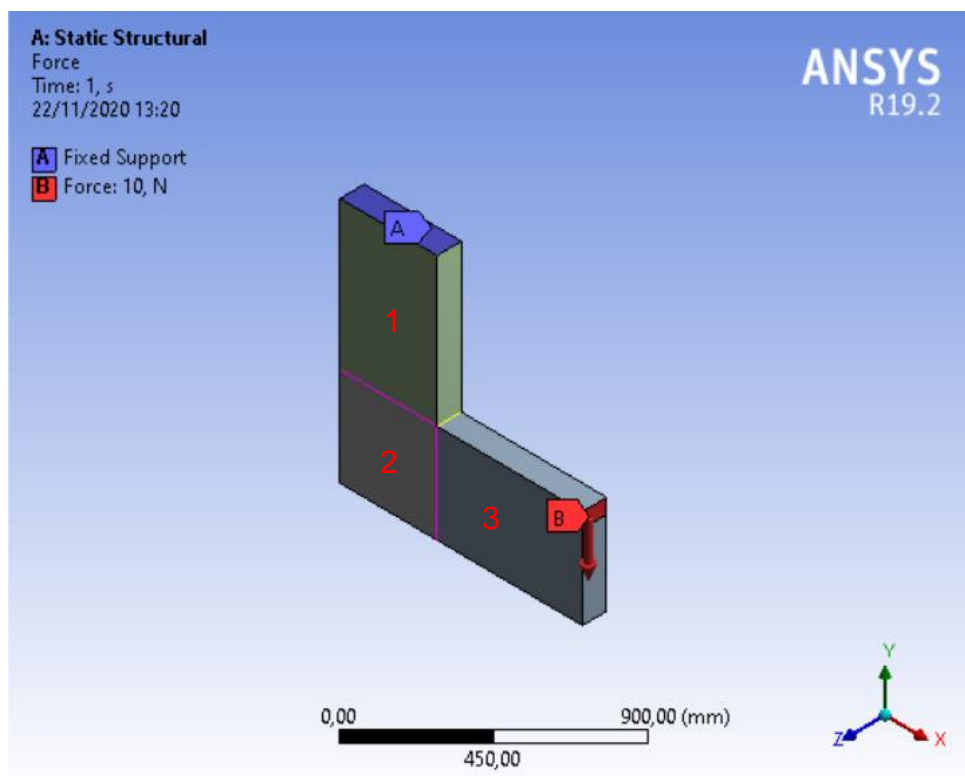


Figura 13 - Disposição da Força na Geometria em "L"

Após a definição das condições de contorno, iniciou-se a simulação, variando as microestruturas dentro dessas regiões. Após a simulação encontram-se os resultados, que são tensões máximas e as deformações máximas, para cada combinação de material.

## 4. Verificação dos Tensores

Afim de validar os resultados dos tensores obtidos, comparou-se com a literatura. Sabe-se que quanto maior a densidade de um material anisotrópico, mais próximo de um material sólido ele ficará, dessa forma se forem gerados tensores para todos os materiais estudados nesse projeto com uma densidade de 100%, todos os tensores têm que ser iguais, visto que o Módulo de Young e o coeficiente de Poisson utilizado para gerar cada um dos materiais foi o mesmo. Dito isso, além de iguais, os tensores têm que seguir os padrões de um tensor isotrópico, que é definido pelo Braga (2005) [12].

Abaixo a Fig. 14, retirada da referência acima, descreve o padrão da matriz homogeneizada de um material isotrópico, por simetria o replica os valores encontrados na parte superior para parte inferior da matriz.

Sistema Isotrópico

$$c = \begin{bmatrix} c_{12} + 2c_{44} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & c_{12} + 2c_{44} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & c_{12} + 2c_{44} & 0 & 0 & 0 \\ & & & c_{44} & 0 & 0 \\ & & & & c_{44} & 0 \\ & & & & & c_{44} \end{bmatrix}$$

Constantes de Lamé:

$$c_{12} = \lambda = E\nu/(1+\nu)(1-2\nu), \quad c_{44} = \mu = E/2(1+\nu)$$

Figura 14 - Tensor Homogeneizado Isotrópico, [12]

Onde:

$$C_{1,1} = C_{2,2} = C_{3,3} = \lambda + 2\mu$$

$$C_{1,2} = C_{1,3} = C_{2,3} = \lambda$$

$$C_{4,4} = C_{5,5} = C_{6,6} = \mu$$

Esses parâmetros são comprovados, pois a matriz gerada nesse projeto para qualquer material com 100% de densidade seguiu esses parâmetros, abaixo pode verificar isso:

Pela Literatura: Com  $E = 200.000 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0.3$ :

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} = 76.923,1$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} = 115.384,6$$

$$C_{1,1} = C_{2,2} = C_{3,3} = \lambda + 2\mu = 269.230,8 \text{ MPa}$$

$$C_{1,2} = C_{1,3} = C_{2,3} = \lambda = 115.384,6 \text{ MPa}$$

$$C_{4,4} = C_{5,5} = C_{6,6} = \mu = 76.923,1 \text{ MPa}$$

Com  $E = 200.000 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0.3$ ,  $\text{raio} = 1$ :

Matriz Gerada no MATLAB:

$$C_{100\%}^h = \begin{bmatrix} 269.230,8 & 115.384,6 & 115.384,6 & 0 & 0 & 0 \\ 115.384,6 & 269.230,8 & 115.384,6 & 0 & 0 & 0 \\ 115.384,6 & 115.384,6 & 269.230,8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 76.923,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 76.923,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 76.923,1 \end{bmatrix}$$

Comprova-se então que essa matriz gerada pelo processo de Homogeneização do MATLAB, se apresenta conforme a literatura indica, validando os tensores gerados.

Outra forma de comprovar a validade dos resultados foi gerar uma topologia de apenas uma barra, que vai ter apenas um elemento na matriz, pois o material é unidirecional, gerando o tensor homogeneizado e comparando com o resultado analítico obtido pela literatura com base no livro do Mendonça P.T.R [13], para a mesma densidade aproximada de 10% ,

Pelo Matlab:

Com  $E = 200.000 \text{ MPa}$  ,  $\nu = 0$ , raio de barras = 0.18:

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} = 100.000$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} = 0$$

Foi gerada a Matriz abaixo com densidade = 0,1024 :

$$C^h_{onebar} = \begin{bmatrix} 20.408,0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Pela literatura, utilizando a regra das misturas, que diz que cada constituinte do compósito contribui para as propriedades efetivas do compósito, dependendo da sua fração de volume, e como esse compósito é composto por um único material, pode-se simplificar a regra das misturas como desenvolvido abaixo:

Com  $E1 = 200.000 \text{ MPa}$ ,  $E2 = 0$ ,  $\nu = 0$ ,  $Vf = \text{Densidade} = 0.1024$ .

$$C_{1,1} = Vf * E1 + (1 - Vf) * E2$$

$$C_{1,1} = Vf * E1 + (1 - Vf) * 0$$

$$C_{1,1} = Vf * E1$$

$$C_{1,1} = Vf(0.1024) * (200.000) = 20.480 \text{ MPa}$$

Percebe-se que o coeficiente  $C_{1,1}$  gerado na matriz é idêntico ao valor encontrado através da regra das misturas, o que comprova que os cálculos computacionais feitos têm validade.

## 5. Resultados

A simulação foi feita com oito combinações de materiais dispostos em cada região, essas microestruturas estão definidas no tópico 3.1. Foram feitas as mesmas combinações para as frações de volume 0.1 e 0.3. Podendo primeiramente extrair os deslocamentos máximos para cada combinação.

Extraindo esses deslocamentos da simulação no ANSYS, percebe-se que o deslocamento máximo total aconteceu na Região 3 na extremidade onde a carga  $P$  foi aplicada, isso está dentro dos resultados esperados, pois

fisicamente, normalmente a deformação é maior onde aplica-se a carga. Na Fig. 15 abaixo é possível analisar onde ocorreu a maior deslocamento absoluto em todos os casos.

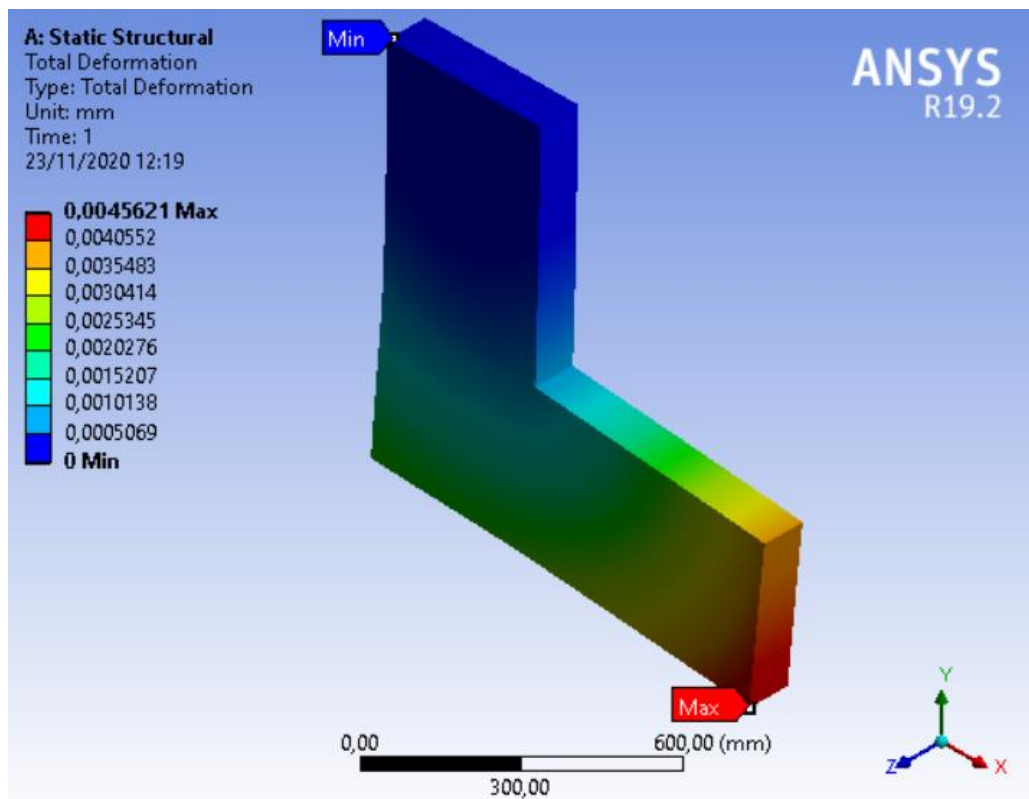
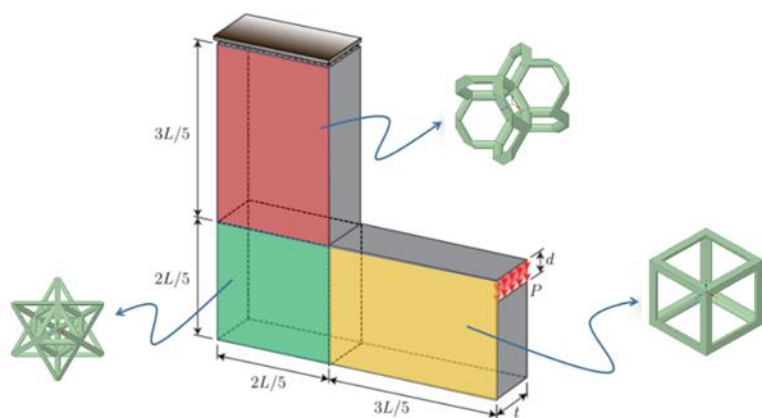
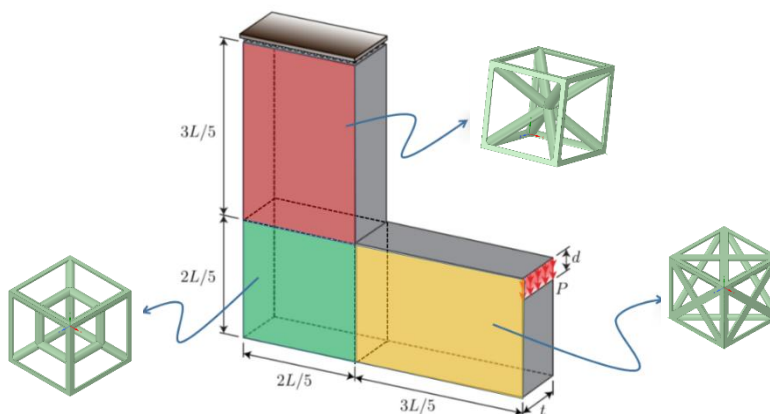


Figura 15 - Deformação Total, Combinação 3 para fração de volume 0.1

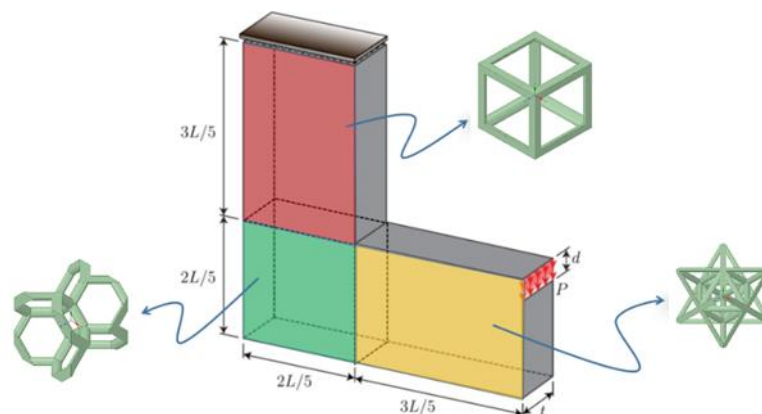
Abaixo tem-se as Figs. 16-18 representando as combinações de microestruturas utilizadas nessa monografia.



Combição 1

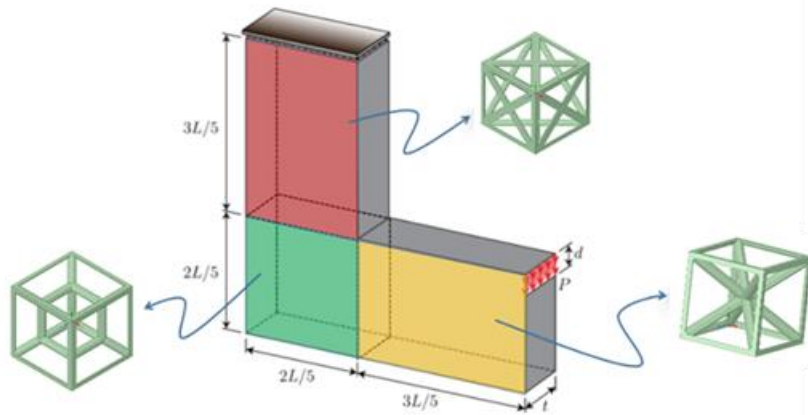


Combição 2

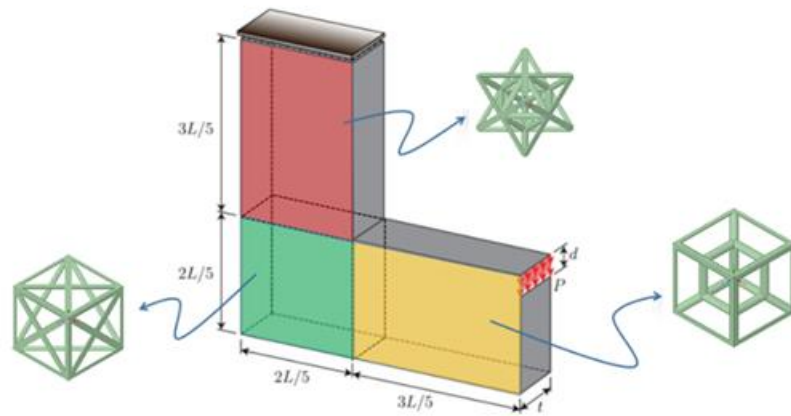


Combição 3

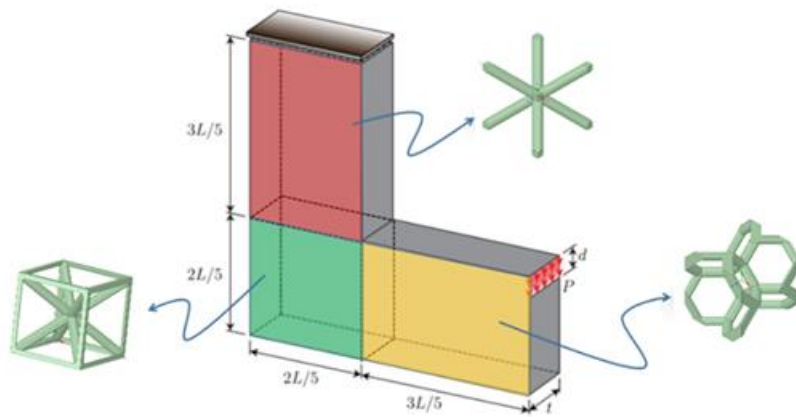




Combição 4

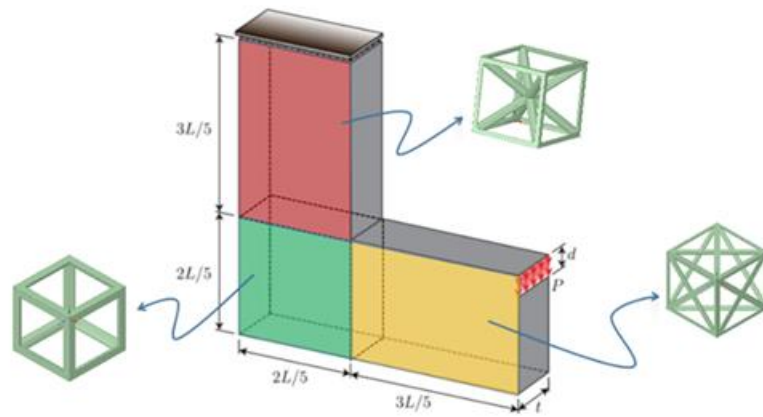


Combição 5

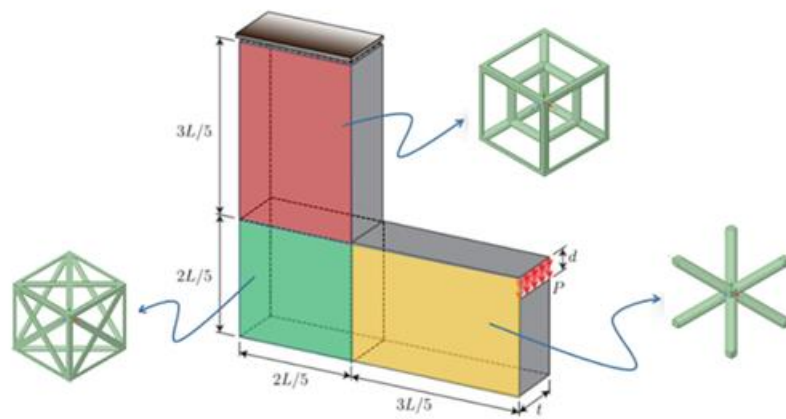


Combição 6

Figura 17 - Combições com Fração de Volume 10%



Combinação 7



Combinação 8

Figura 18 - Combinações com Fração de Volume 10%

A seguir, a Tabela 1 mostra os deslocamentos direcionais máximos calculados para todas as estruturas. Os deslocamentos foram calculados apenas na extremidade direita da Região 3, e na direção Y.

Tabela 1 - Deslocamentos Máximos na direção Y

| Deslocamentos Máximos Na extremidade Livre |     |                         |            |            |
|--|-----|-------------------------|------------|------------|
|  | Reg | Materiais               | Fração 10% | Fração 30% |
|  |     |                         | Max (mm)   |            |
| <b>Combinação 1</b>                        | 3   | Topologia Cúbica        | 0,005513   | 0,000613   |
|  | 2   | Octet                   |            |            |
|  | 1   | Vintiles                |            |            |
| <b>Combinação 2</b>                        | 3   | Face Center Anisotropic | 0,003845   | 0,000789   |
|  | 2   | Tesseract               |            |            |
|  | 1   | Star                    |            |            |
| <b>Combinação 3</b>                        | 3   | Octet                   | 0,003108   | 0,000538   |
|  | 2   | Vintiles                |            |            |
|  | 1   | Topologia Cúbica        |            |            |
| <b>Combinação 4</b>                        | 3   | Star                    | 0,003453   | 0,000663   |
|  | 2   | Tesseract               |            |            |
|  | 1   | Face Center Anisotropic |            |            |
| <b>Combinação 5</b>                        | 3   | Tesseract               | 0,004216   | 0,000813   |
|  | 2   | X-Cros.Grid             |            |            |
|  | 1   | Octet                   |            |            |
| <b>Combinação 6</b>                        | 3   | Vintiles                | 0,019548   | 0,001362   |
|  | 2   | Star                    |            |            |
|  | 1   | X-Shape                 |            |            |
| <b>Combinação 7</b>                        | 3   | X-Cros.Grid             | 0,004812   | 0,000819   |
|  | 2   | Topologia Cúbica        |            |            |
|  | 1   | Star                    |            |            |
| <b>Combinação 8</b>                        | 3   | X-Shape                 | 0,007058   | 0,000873   |
|  | 2   | X-Cros.Grid             |            |            |
|  | 1   | Tesseract               |            |            |

É importante perceber que as combinações de materiais se deslocam mais para frações menores visto que a densidade é menor e o carregamento aplicado foi o mesmo. Uma característica interessante é que quanto maior a densidade estudada mais próximos vão ficar os deslocamentos, pois quando a densidade for

100%, as combinações serão iguais ao material sólido, deixando de existir diferença entre as microestruturas analisadas e transformando todas as combinações em uma só. A Fig. 19 abaixo com deslocamento máximo de cada combinação mostra exatamente o que foi dito.

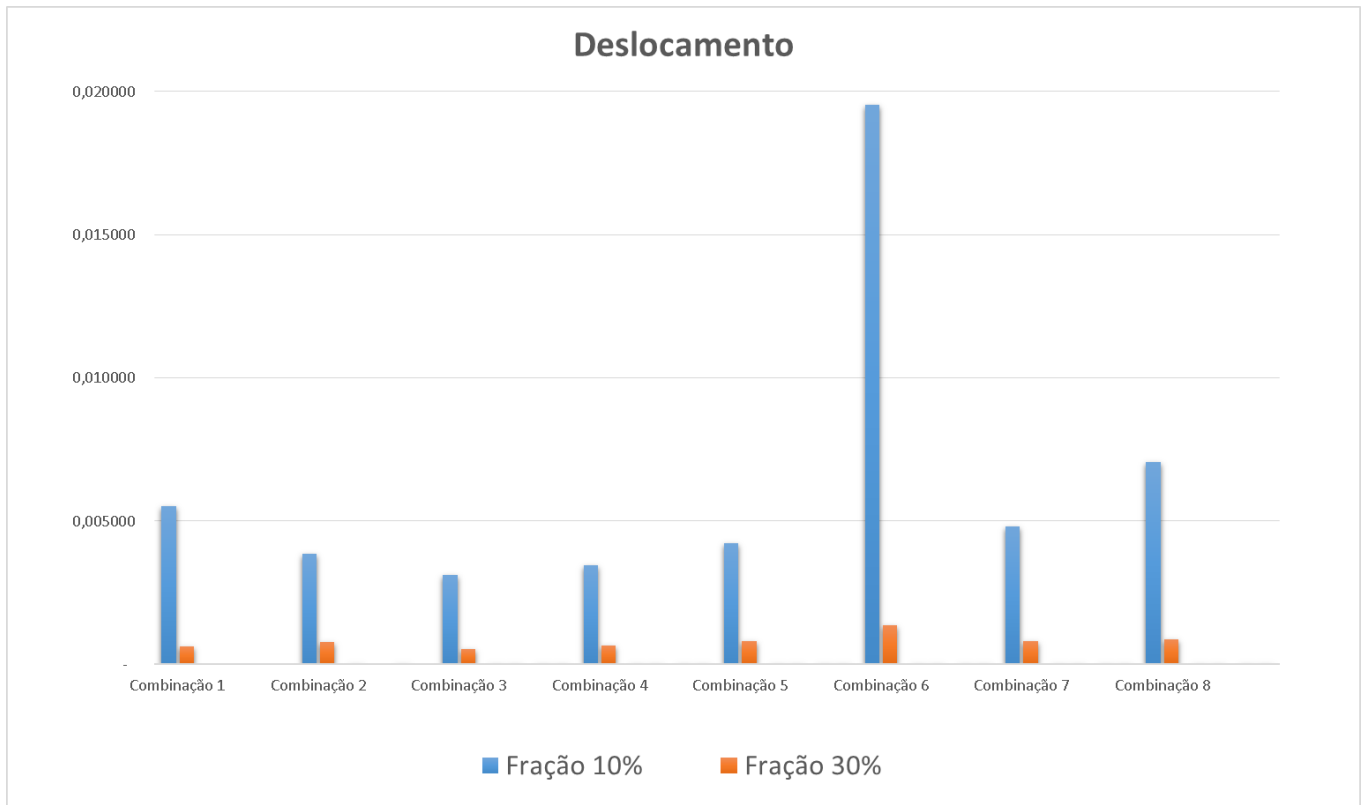


Figura 19 - Deslocamento Máximo na Direção Y em (mm)

Percebe-se através da tabela e dos gráficos acima que o menor deslocamento ocorreu na combinação 3. É importante perceber que as estruturas que estão na região onde se analisam o deslocamento para esse caso, são estruturas com alta rigidez a carregamentos axiais. Como pode-se observar na Figs. 16 – 18, são estruturas arquitetadas em formato cúbico, o que proporciona uma maior resistência para cargas axiais. Por outro lado, a combinação que teve maior

deslocamento foi a combinação 6, justamente a combinação onde os materiais que estão na região analisada são, o Vintiles e o X-Shape, materiais com formato que menos se assemelha com barras paralelas.

Percebe-se também essa característica observando as Fig. 20 abaixo, onde encontra-se a representação gráfica do módulo de Young nas direções, X-Shape que tem um módulo maior para cargas diagonais devido ao seu formato, enquanto a topologia cúbica tem uma disposição mais favorável a carregamentos axiais.

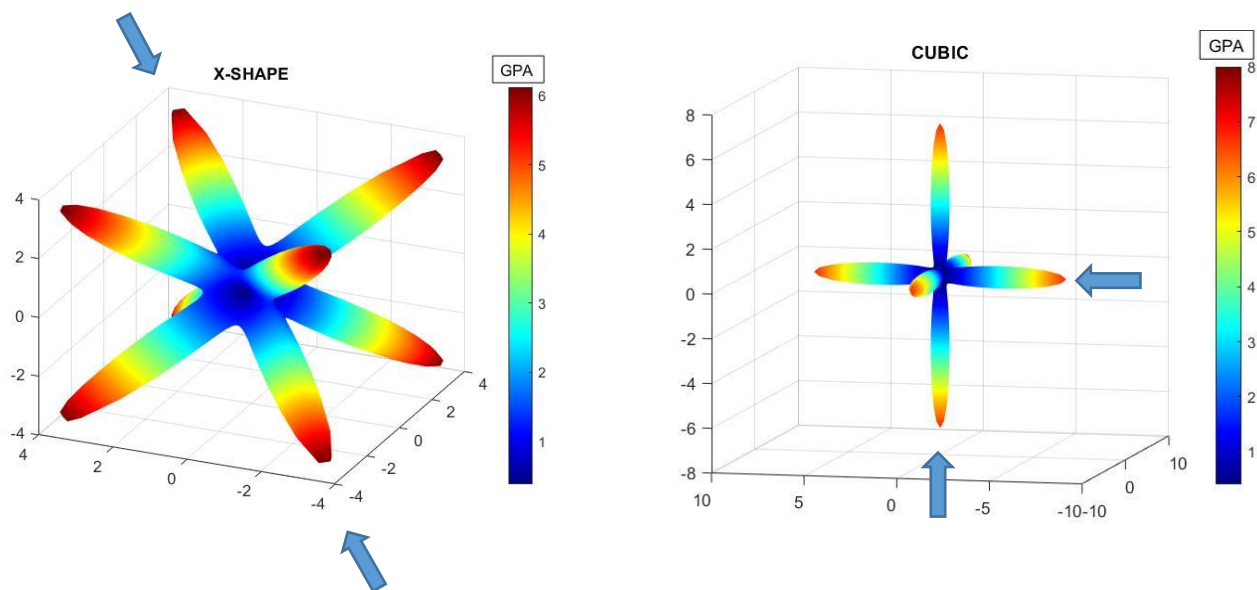


Figura 20 - Módulo de Young Máximo

Analisando a imagem acima fica claro o que foi dito anteriormente, a disposição do material X-Shape é favorável a um carregamento diagonal, enquanto a topologia cúbica tem uma resposta melhor para carregamentos axiais.

Para a fração de volume 30%, a face analisada se deslocou cerca de 7 vezes menos do que para a fração de volume 10%, devido a variação de densidade. Nota-se também que as combinações que menos se deslocaram são as mesmas que para outra fração de volume, observando uma conformidade no deslocamento apesar da variação no volume. Assim como anteriormente, a combinação 6 foi a que mais se deslocou.

As combinações tiveram grandes diferenças de resultados. Para a fração de 10%, comparando a combinação 3 com a 6, a diferença foi 6,5 vezes, ou seja, a combinação 6, que teve o maior deslocamento, se deslocou 6,5 vezes mais do que a combinação 3, que foi a que teve o menor deslocamento. Já para uma fração de volume de 30%, essa diferença foi de 2,5 vezes, o que comprova que quanto maior a densidade menor a diferença entre os deslocamentos, pois a estrutura vai se aproximando de uma estrutura sólida, e quando isso acontecer, todas as combinações serão iguais, como dito anteriormente, não existirá diferença de deslocamento para mesma força aplicada.

Um importante fator a notar-se é que as mesmas combinações só que com as microestruturas dispostas em regiões diferentes, mudam significativamente os deslocamentos, pois a microestrutura se comporta melhor em uma região do que em outra, por isso é importante avaliar com cautela o tipo de material que vai utilizar-se para projetar ou construir qualquer tipo de estrutura, pois ele vai ser fundamental para o sucesso do projeto.

## **6. Conclusão**

O estudo nesse projeto ajudou a entender como é possível gerar tensores homogêneos que representam as propriedades de uma microestrutura. Tensores esses que podem ser combinados representando diferentes características de microestruturas, onde consegue-se analisar o comportamento mecânico dessas combinações.

O parâmetro analisado foi o de rigidez, onde avalia qual das combinações teve o menor deslocamento para a mesma carga aplicada. Foi possível concluir que a combinação 3 teve o melhor desempenho para as duas frações de volume analisadas, dessa forma essa combinação foi a que menos se deslocou quando a carga foi aplicada.

Como esperado, com o aumento da fração de volume os deslocamentos foram menores.

## 7. Referências

- [1] DONG, Guoying; TANG, Yunlong; FIONA ZHAO, Yaoyao. A 149 Line Homogenization Code for Three-Dimensional Cellular Materials Written in MATLAB. *Journal of Engineering Materials and Technology*, [S. l.], p. Volume 141, 1 jan. 2019.
- [2] OSANOV, Mikhail; GUEST, James. Topology Optimization for Architected Materials Design. *Annu. Rev. Mater. Res.* 2016. 46, [s. l.], v. 46, p. 211-233, 2016.
- [3] DUARTE, Écio. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS. In: *MECÂNICA do contato entre corpos revestidos*. [S. l.: s. n.], 2016. cap. 3.
- [4] ANDREASEN, E., and Andreasen, C. S., 2014, "How to Determine Composite Material Properties Using Numerical Homogenization," *Comput. Mater. Sci.*83, pp. 488–495
- [5] MARX, Jacob; PORTANOVA, Marc; RABIEI, Afsaneh. Ballistic performance of composite metal foam against large caliber threats. *Composite Structures*, [s. l.], v. 225, 2019.
- [6] AL-KETAN, Oraib; AL RUB, Rashid. The effect of architecture on the mechanical properties of cellular structures based on the IWP minimal surface. *Journal of Materials Research* Volume issue 2018, [S. l.], v. 225, p. 1-17, 28 dez. 2017.
- [7] KRÖLING, Henri; NUBBO, Narmin. ECCM16 - 16 TH EUROPEAN CONFERENCE ON COMPOSITE MATERIALS. Anisotropy of paper and paper based composites and the modelling thereof, [S. l.], p. 1-8, 22 jun. 2014.

[8] SENHORA Fernando V, Oliver Giraldo-Londono, Ivan F. M. Menezes, Glaucio H. Paulino. "Topology optimization with local stress constraints: a stress aggregation-free approach". Structural and Multidisciplinary Optimization, [S. l.], p. 1640-1668, 20 ago. 2020.ch

[9] Funções do MATLAB, Disponível em

<<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/67457-3d-homogenization-of-cellular-materials>> Acesso feito durante o desenvolvimento

[10] Intra Lattice – Core Modules, Disponível em

< [http://www.intralatticepro.com/documentation/userdocs\\_V7/](http://www.intralatticepro.com/documentation/userdocs_V7/) > Acesso feito em 22/11/2020

[11] Elementos Finitos – Disponível em

< <http://www.pmt.usp.br/pmt2501/Elementos%20finitos.pdf> > Acesso feito em 28/11/2020

[12] BRAGA, Arthur. Introdução à Mecânica dos Materiais Compósitos Estruturais. In: Materiais Anisotrópicos. [S. l.], 2005. Disponível em: <http://abraga.usuarios.rdc.puc-rio.br/mecsol2/mat-compositos.pdf>. > Acesso feito em 09/12/2020.

[13] MENDONÇA, P. T. R. Materiais compostos e Estruturas-Sanduíches. Editora Orsa Maggiore