



Ivy Jeann Pinto Marinho

**Projeto ótimo de estruturas metálicas
de arquibancadas reutilizáveis via ANSYS**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Área de Concentração: Estruturas..

Orientadores: Prof. Luiz Eloy Vaz
Roberto Leal Pimentel

Rio de Janeiro

Setembro de 2002



Ivy Jeann Pinto Marinho

**Projeto ótimo de estruturas metálicas
de arquibancadas reutilizáveis via ANSYS**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Luiz Eloy Vaz

Presidente/Orientador

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Roberto Leal Pimentel

Co-Orientador

Universidade Federal da Paraíba

Prof. Carlos Eduardo Kubrusly da Silva

Pesquisador TecGraf

Prof. Sebastião Arthur Lopes de Andrade

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Khosrow Ghavami

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Ney Augusto Dumont

Coordenador Setorial

do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 11 de setembro de 2002

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização do autor, do orientador e da universidade.

Ivy Jeann Pinto Marinho

Graduado em Engenharia Civil pela Universidade Federal da Paraíba – UFPB em 2000. Interesses acadêmicos em áreas de pesquisa que envolvam otimização de estruturas, estruturas metálicas, dinâmica das estruturas e *softwares* de análise para engenharia. Atualmente é colaborador nas áreas de Análise de Estruturas e Pesquisa & Desenvolvimento, junto a empresas que utilizam a plataforma APDL da ANSYS Inc.

Ficha Catalográfica

Marinho, Ivy Jeann Pinto

Projeto ótimo de estruturas metálicas de arquivadas reutilizáveis / Ivy Jeann Pinto Marinho; orientador: Luiz Eloy Vaz. – Rio de Janeiro: PUC. Departamento de Engenharia Civil, 2002.

v., 198 f.; il.; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia Civil – Teses. 2. Otimização de estruturas. 3. Estruturas metálicas. 4. Arquivadas reutilizáveis. 5. Vibrações. 6. Programação matemática. 7. Frequência natural. 8. ANSYS. 9. APDL. I. Vaz, Luiz E. (Luiz Eloy). II Pimentel, Roberto L. (Roberto Leal). III Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

Aos meus Pais, Seu Marinho e Dona Severina, pelo amor e por me educarem com honra, aos meus irmãos, Eve e Ellen, pela união e a minha onça-pintada, Clenilda, pelo incentivo, paciência, amor e saudade.

Agradecimentos

À Deus, sempre (se caminhei foi com as sandálias de São Francisco de Assis).

Ao meu bom humor.

À minha família, pela educação, atenção e carinho.

À minha namorada, Clenilda, pela confiança e dedicação.

Ao Professor Luiz Eloy Vaz, meu Orientador, pela paciência, bom humor, incentivo, liberdade e confiança compartilhados com um aluno do meu perfil, nesse um ano de dissertação.

Ao Professor Roberto Leal Pimentel, meu Co-Orientador, pela atenção, amizade, e preocupação mesmo à distância com meu trabalho. E por me presentear com um tema tão instigante.

Ao meu tio Edson Mesquita Marinho, por me acolher em sua casa como um Pai.

Aos Professores da PUC-Rio.

Aos funcionários do DEC.

À UFPB por me formar Engenheiro Civil e por me permitir utilizar a licença do programa ANSYS 5.4/5.5.

Aos Paraibanos Arretados, Joabson Lima, Marcus Alyssandro, Walter Edgley e Aellington Freire, pela convivência divertida aqui no Rio;

Aos novos amigos que fiz: Alexandre Galvão, pela forte amizade e impressões poéticas, a Janine por ser “simples e especial” e pelas nossas conversas divertidas. Aos amigos ótimos, Professor Sandoval José Rodrigues Júnior, por fazer das minhas dúvidas as suas, a Anderson Pereira, pela excelente convivência em nossa sala.

À cada colega da PUC-Rio que sorriu para mim;

À Professora Silvana Maria Bastos Afonso da Silva-UFPE, pelos ensinamentos a respeito do módulo de otimização do ANSYS;

Ao Rio (se for embora, vou sentir saudades do amanhecer na enseada)

À todos que de alguma forma me ajudaram.

A CAPES, pelo suporte financeiro.

Resumo

Marinho, Ivy Jeann Pinto; Vaz, Luiz Eloy; Pimentel, Roberto Leal. **Projeto ótimo de estruturas metálicas de arquibancadas reutilizáveis via ANSYS**. Rio de Janeiro, 2002. 198p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Estruturas metálicas de arquibancadas reutilizáveis ou temporárias são utilizadas em grandes eventos públicos, sendo compostas por barras e conectores, com montagem realizada *in loco*. O elevado nível de cargas rítmicas aplicadas a tais estruturas e sua característica de múltipla reutilização, a difere de estruturas comuns da Engenharia Civil, exigindo que elas sejam projetadas de modo a evitar o efeito de ressonância dinâmica. Isso significa que, ao otimizar tais estruturas, deve-se considerar a restrição relativa às frequências naturais que devem estar fora da faixa das frequências solicitantes. Além disso, é necessário que a estrutura responda adequadamente às cargas estáticas. Disto resulta que eventuais melhorias no seu desempenho estático e dinâmico trarão benefícios diretos ao projeto. A idéia deste trabalho é propor a otimização do projeto estático e dinâmico de arquibancadas reutilizáveis, utilizando-se modelagem e análise numérica de estruturas reais pelo Método dos Elementos Finitos (ANSYS 5.4/5.5 - APDL), e otimização por método de programação matemática. Pretende-se atingir o dimensionamento ótimo dos elementos componentes da estrutura, sob carga estática, baseado nos parâmetros peso e tensão, além de verificar o nível de segurança contra colapso quando sujeitas a solicitações rítmicas intensas, propondo critérios para a correta disposição do contraventamento, observando as variações nas frequências naturais e modos de vibração. A otimização dessas estruturas de grande aplicação comercial trará benefício imediato à população.

Palavras-chave

Engenharia Civil; Otimização estrutural; Estruturas metálicas; Arquibancadas reutilizáveis; Vibrações; Programação matemática; Frequência natural; ANSYS; APDL.

Résumé

Marinho, Ivy Jeann Pinto; Vaz, Luiz Eloy; Pimentel, Roberto Leal. **Le projet optimum de structures métalliques de gradins réutilisables par ANSYS**. Rio de Janeiro, 2002. 198p. Dissertation du degré de Maître - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Les structures métalliques qui sont utilisés en gradins réutilisables ou temporaires pour les grands événements publics sont composés par barres et connecteurs. Le haut niveau de charges dynamiques que ces structures sont sujets et as caractéristique d'être réutilisables, la rend différent des autres structures de l'ingénieur civil. Alors, elles doivent être donné évitant l'effet de résonance dynamique. Cet-à-dire, lorsque nous optimisons ces structures, nous devrions considérer la restriction relative aux fréquences naturelles qui devraient être dehors de la bande des fréquences sollicitant. En plus, c'est nécessaire qu'elle réponde convenablement aux charges statiques. Alors, quelconque amélioration en son suppléant statique et dynamique apportera des avantages directs au projet. L'idée de ce travail est proposer l'optimisation du projet statique et dynamique de gradins réutilisables en utilisant modélisation et analyse numérique de structures par la méthode des éléments finis (ANSYS 5.4/5.5-APDL) et optimisation par la méthode de programmation mathématique. Le projet optimum des éléments de la structure, sujet à charge statique, est basé sur les suivant paramètres : Poids et tension. En plus, il faut vérifier le niveau de sécurité contre la ruine lorsqu'elles sont sujet à charges dynamiques intenses, en proposant des critères pour la correcte disposition du fortifier, en observant les variations dans les fréquences naturelles et façons de vibration. L'optimisation de ces structures des beaucoup d'applications apportera d'avantage immédiat à la population.

Mots clefs

Ingénieur Civil; Optimisation de Structures; Structures Métalliques; Les gradins ont Réutilisables; Vibration; Programmation Mathématique; Fréquences naturelles; ANSYS; APDL.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	18
1.1	Revisão bibliográfica	18
1.2	Objetivo	21
1.3	Escopo do trabalho de dissertação	22
1.4	Considerações gerais e otimização de projeto	23
2.	ANÁLISE DE ESTRUTURAS VIA ANSYS	26
2.1	O método dos elementos finitos (MEF)	28
2.2	Análise estática	32
2.3	Análise modal: frequências naturais e modos de vibração	33
2.4	Exemplos de análise estática e modal	35
2.4.1	Análise estática de uma viga no espaço bidimensional	36
2.4.2	Análise modal de uma viga em balanço	39
3.	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE ESTRUTURAS VIA ANSYS	41
3.1	Método das diferenças finitas (ANSYS)	42
3.1.1	Precisão e escolha do tamanho do passo	43
3.2	Métodos analítico e semi-analítico	44
3.3	Sensibilidade dos deslocamentos, deformações e tensões na análise estática	45
3.4	Sensibilidade de frequências naturais fundamentais	46
4.	OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS VIA ANSYS	48
4.1	O software ANSYS: métodos e ferramentas de otimização	48
4.2	O módulo de otimização	51
4.3	Algoritmo de otimização do ANSYS (APDL)	56
4.4	Exemplos de validação	66
4.4.1	Exemplos de viga	66
4.4.1.1	Exemplo V1	66
4.4.1.2	Exemplo V2	71
4.4.1.3	Exemplo V3	75
4.4.2	Exemplo de estruturas reticuladas	79
4.4.2.1	Exemplo P1	79
4.4.2.2	Exemplo T1	84
4.4.2.3	Exemplo T2	98
4.4.2.4	Exemplo T3	104
4.4.2.5	Exemplo T4	112
4.4.2.6	Exemplo T5	120

5.	OTIMIZAÇÃO DE ARQUIBANCADAS REUTILIZÁVEIS	128
5.1	Considerações para o projeto ótimo	128
5.1.1	Otimização de estruturas metálicas reticuladas espaciais sob restrição de frequência	129
5.1.2	Arquibancadas reutilizáveis: Considerações para o projeto ótimo	133
5.2	Fundamentos	149
5.3	Casos de estudo	153
5.3.1	Modelagem de Arquibancada MC1	154
5.3.1.1	Análises Estática e Dinâmica da Arquibancada MC1	157
5.3.1.2	Otimização da estrutura MC1	159
5.3.1.3	Análise e discussão: Caso MC1	164
5.3.2	Modelagem de Arquibancada AR1	165
5.3.2.1	Análises estática e dinâmica da arquibancada AR1	168
5.3.2.2	Otimização da estrutura AR1	170
5.3.2.3	Análise e Discussão: Caso AR1	185
6.	CONCLUSÕES E SUGESTÕES	187
6.1	Conclusões	187
6.2	Sugestões	190
7	REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICAS	192

ANEXOS: Descrição dos elementos PIPE16 e SHELL63 & Listagem dos modelos parametrizados MC1 e AR1.

LISTA DE FIGURAS, TABELAS E QUADROS

FIGURAS

CAPÍTULO 2

1	Figura 2.1 – Subdivisão de corpo sólido;	29
2	Figura 2.2 – Generalização de E.F;	29
3	Figura 2.3 – Viga biapoiada em 2D;	36
4	Figura 2.4 – a) modelagem, b) deformada, c) Diagrama de Esforços Cortantes, d) Diagrama de Momentos Fletores, e) deslocamento em UY, f) tensões e g) deformações de viga 2D;	38
5	Figura 2.5 – exemplo de viga em balanço;	39
6	Figura 2.6 – Quatro primeiros modos de vibração _ viga em balanço;	40

CAPÍTULO 4

7	Figura 4.1 – Fluxo de dados de otimização (Optimization Data Flow);	49
8	Figura 4.2 – Fluxo de implementação;	52
9	Figura 4.3 – Fluxo do método de 1ª ordem;	65
10	Figura 4.4. Viga de aço sob carregamento vertical_V1;	66
11	Figura 4.5 - Modelagem em Elementos Finitos_V1;	68
12	Figura 4.6 - Largura e Altura vs. Número de Iterações_V1;	69
13	Figura 4.7 - Tensão Máxima vs. Número de Iterações_V1;	69
14	Figura 4.8 - Volume vs. Número de Iterações_V1;	70
15	Figura 4.9 - Viga sob carregamento em faces perpendiculares_V2;	71
16	Figura 4.10 - Largura e Altura vs. Número de Iterações_V2;	73
17	Figura 4.11 - Volume vs. Número de Iterações_V2;	73
18	Figura 4.12 - Tensão Máxima vs. Número de Iterações_V2;	74
19	Figura 4.13 – Projeto a ser atingido: Viga otimizada de espessura variável;	75
20	Figura 4.14 - Volume vs. Número de Iterações_V3;	78
21	Figura 4.15 - Estrutura de Pórtico Plano_P1;	79
22	Figura 4.16 - Modelagem em simetria_P1;	80
23	Figura 4.17 - Alturas vs. Número de Iterações_P1;	82
24	Figura 4.18 - Momentos vs. Número de Iterações_P1;	82
25	Figura 4.19 - Volume vs. Número de Iterações_P1;	83
26	Figura 4.20 - Ilustração da bibliografia de referência (KIRSCH)_T1;	85
27	Figura 4.21 - Situação condizente com as equações_T1;	85
28	Figura 4.22 - Situação condizente com as equações_T1/R1;	86
29	Figura 4.23 – Evolução das variáveis de projeto_Caso 1_T1;	88
30	Figura 4.24 – Evolução das variáveis de estado_Caso1_T1;	88
31	Figura 4.25 – Evolução da função objetivo Caso 1_T1;	89
32	Figura 4.26 – Evolução das variáveis de projeto_Caso 2_T1;	90
33	Figura 4.27 – Evolução das variáveis de estado_Caso 2_T1;	91
34	Figura 4.28 – Evolução da função objetivo_Caso 2_T1;	91
35	Figura 4.29 – Modelo 3D completo_T1;	92
36	Figura 4.30 – Simetria otimizada_T1;	92
37	Figura 4.31 – Evolução das variáveis de projeto_Resultado 2_T1;	95
38	Figura 4.32 – Evolução das variáveis de estado_Resultado 2_T1;	96
39	Figura 4.33 – Evolução da função objetivo_Resultado 2;	96
40	Figura 4.34 – Treliça de 10 barras_T2;	98
41	Figura 4.35 - Situação das barras otimizadas_T2;	100
42	Figura 4.36 – Evolução das variáveis de projeto_T2;	102
43	Figura 4.37 – Evolução das variáveis de estado_T2;	102
44	Figura 4.38 – Evolução da função objetivo_T2;	103
45	Figura 4.39 - Numeração dos nós_T3;	104
46	Figura 4.40 - Numeração das barras_T3;	105
47	Figura 4.41 - Agrupamento das áreas_T3;	105
48	Figura 4.42 - Estrutura otimizada_T3;	108
49	Figura 4.43 –Evolução das variáveis de projeto T3;	109

50	Figura 4.44 – Evolução das variáveis de estado_T3;	110
51	Figura 4.45 – Evolução da função objetivo_T3;	110
52	Figura 4.46 - Treliça 3D de 25 barras (Torre de Transmissão)_T4;	112
53	Figura 4.47 - Modelagem da Torre de Transmissão_T4;	115
54	Figura 4.48 – Estrutura Otimizada_T4;	117
55	Figura 4.49 - Evolução das variáveis de projeto_T4;	118
56	Figura 4.50 – Evolução das variáveis de estado_T4;	118
57	Figura 4.51 – Evolução dos deslocamentos – T4;	119
58	Figura 4.52– Evolução da função objetivo_T4;	119
59	Figura 4.53– Torre para estocagem de material_T5;	120
60	Figura 4.54 – Estrutura otimizada_T5;	124
61	Figura 4.55 – Evolução das variáveis de projeto_T5;	125
62	Figura 4.56– Evolução das variáveis de estado_T5;	126
63	Figura 4.57 - Evolução da função objetivo_T5;	127

CAPÍTULO 5

64	Figura 5.1 – Assembléia Grega (século V AC.): Reconstrução Computadorizada;	134
65	Figura 5.2 - Espectro de carga induzido por espectadores segundo o Documento do CEB 209 (1991);	140
66	Figura 5.3 – Arquibancada MC1;	154
67	Figura 5.4– Arquibancada MC1 (isométrica);	155
68	Figura 5.5– Arquibancada MC1_frente;	156
69	Figura 5.6– Arquibancada MC1_costas;	156
70	Figura 5.7– Arquibancada MC1_topo;	156
71	Figura 5.8– Arquibancada MC1_fundo;	156
72	Figura 5.9– Arquibancada MC1_lateralE;	156
73	Figura 5.10– Arquibancada MC1_lateralD;	156
74	Figura 5.11– Parâmetros escalares Iniciais no SI_MC1;	156
75	Figura 5.12 – Campo inicial de tensões antes da otimização_MC1;	157
76	Figura 5.13 – Cinco primeiros Modos de Vibração_MC1;	158
77	Figura 5.14 – Evolução dos Diâmetros_MC1;	161
78	Figura 5.15 – Evolução das Espessuras_MC1;	162
79	Figura 5.16 – Evolução das Tensões (SV's)_MC1;	162
80	Figura 5.17 – Evolução da Freqüência Natural Fundamental_MC1;	163
81	Figura 5.18 – Evolução da Função Objetivo (WTOT)_MC1;	163
82	Figura 5.19 – Parâmetros escalares otimizados no SI_MC1;	164
83	Figura 5.20– Campo de tensões finais_MC1;	164
84	Figura 5.21 – Arquibancada AR1;	165
85	Figura 5.22– Arquibancada AR1 (isométrica);	166
86	Figura 5.23– Arquibancada AR1_frente;	167
87	Figura 5.24– Arquibancada AR1_costas;	167
88	Figura 5.25– Arquibancada AR1_LateralE;	167
89	Figura 5.26– Arquibancada AR1_LateralD;	167
90	Figura 5.27– Arquibancada AR1_topo;	167
91	Figura 5.28– Arquibancada AR1_fundo;	167
92	Figura 5.29– Parâmetros escalares Iniciais no SI_AR1;	168
93	Figura 5.30– Campo de tensões antes da otimização_AR1;	168
94	Figura 5.31 – Cinco primeiros modos de vibração_AR1;	169
95	Figura 5.32 – Contraventamento otimizado: a) isométrica, b) vista frontal, c) vista de costas , d) lateral esquerda e e) vista direita;	178
96	Figura 5.33 – Evolução dos Diâmetros_AR1;	181
97	Figura 5.34 – Evolução das espessuras_AR1;	181
98	Figura 5.35 – Evolução das Tensões (SV's)_AR1;	182
99	Figura 5.36 – Evolução da Freqüência Fundamental Natural (SV's)_AR1;	182
100	Figura 5.37 – Evolução da Função objetivo (WTTOTAL)_AR1;	183
101	Figura 5.38– Parâmetros escalares otimizados no SI_AR1;	183
102	Figura 5.39 – Campos de tensão final_AR1;	183
103	Figura 5.40 - Cinco primeiros modos de vibração otimizados_AR1;	184

TABELAS

CAPÍTULO 2

1	Tabela 2.1 – Resultados da análise de uma viga 2D;	37
2	Tabela 2.2 – Cinco primeiras freqüências naturais_viga em balanço;	40

CAPÍTULO 4

3	Tabela 4.1 - Comparação de resultados_V3;	77
4	Tabela 4.2 - Comparação de resultados_P1;	82
5	Tabela 4.3 – Valores iniciais e finais da restrição de flexão_P1;	83
6	Tabela 4.4 – Comparação com a bibliografia_T1;	95
7	Tabela 4.5 – Comparação de resultados, exemplo T2;	101
8	Tabela 4.6 - Incidência do carregamento nos nós_T3;	104
9	Tabela 4.7 . Agrupamento das barras_T3;	106
10	Tabela 4.8 - Coordenadas nodais_T3;	106
11	Tabela 4.9 - Comparação de resultados_T3;	109
12	Tabela 4.10 - Tensões Admissíveis (psi)_T4;	114
13	Tabela 4.11 - Casos de carregamentos (lbf)_T4;	114
14	Tabela 4.12 - Deslocamentos admissíveis_T4;	114
15	Tabela 4.13 – Valores ótimos e comparação com a bibliografia_T3;	117
16	Tabela 4.14 – Coordenadas da torre para estocagem de material_T5;	121
17	Tabela 4.15 - Casos de carregamento_T5;	122
18	Tabela 4.16 - Deslocamentos admissíveis_T5;	122
19	Tabela 4.17 – Agrupamento das áreas_T5;	124
20	Tabela 4.18 – Valores ótimos e comparação com a bibliografia – T5;	125

CAPÍTULO 5

21	Tabela 5.1 - Valores para os coeficientes r_n e ϕ_n segundo o Doc. 209 do CEB - (1991);	138
22	Tabela 5.2 - Cargas induzidas por espectadores segundo o Documento CEB 209 – (1991);	139
23	Tabela 5.3 - Limite inferior de freqüências fundamentais recomendadas para o projeto segundo o Documento 209 do CEB (1991);	139
24	Tabela 5.4 – Valores de freqüências naturais para projetos de alguns códigos europeus;	147
25	Tabela 5.5 – Propriedades das Arquibancadas;	153
26	Tabela 5.6 – Freqüências Naturais;	158
27	Tabela 5.7 – Correspondência_MC1;	159
28	Tabela 5.8 – Limites das variáveis de projeto_MC1;	159
29	Tabela 5.9 – Parâmetros Otimizados_MC1;	161
30	Tabela 5.10 – Freqüências Otimizadas_MC1;	163
31	Tabela 5.11 – Freqüências Naturais_AR1;	169
32	Tabela 5.12 – Correspondência_AR1;	178
33	Tabela 5.13 – Limites das variáveis de projeto_AR1;	179
34	Tabela 5.14 – Parâmetros Otimizados_AR1;	180
35	Tabela 5.15 – Freqüências naturais otimizadas_AR1	182

QUADROS

CAPÍTULO 4

1	Quadro 4.1 - Dados de Projeto da Torre de Transmissão_T4;	113
2	Quadro 4.2 – Coordenadas da Torre de Transmissão_T4;	113
3	Quadro 4.3 - Dados de Projeto da Torre para Estocagem de Material_T5;	121

LISTA DE SÍMBOLOS E BREVIATURAS

Abreviaturas

APDL	<i>ANSYS Parametric Design Language;</i>
3D	Tridimensional;
2D	Bidimensional;
MISA	<i>Modified Iterated Simulated Annealing;</i>
TMD	<i>Tuned Mass Dampers;</i>
MEF	Método dos Elementos Finitos
EF	Elementos Finitos;
DV	<i>Design Variable</i>
SV	<i>State Variable</i>
OB	<i>Objective Function</i>
SMAX	Tensão Máxima;
CPU	Unidade Central de Processamento;
DEMAX	Deflexão máxima;
STRS	Tensão;
SIG	Valor de Tensão;
PGG	Programação Geométrica Generalizada;
NBR	Norma Brasileira;
CEB	<i>Comitee European Bureau;</i>
UK	United Kingdom;
WTMAT	Massa da Madeira;
WTMET	Massa do Metal;
WTTOT	Massa Total;
FREQ	Frequência.

Símbolos

CAPÍTULO 2

$\delta^1 U$	trabalho virtual interno;
$\delta^1 W_t$	trabalho virtual externo;
$\delta \underline{\underline{e}}^t$	vetor das deformações virtuais; e
$\underline{\underline{\sigma}}$	vetor das tensões reais
$\delta \underline{\underline{u}}$	vetor dos deslocamentos virtuais;
$\underline{\underline{b}}$	vetor da força de volume real;
$\underline{\underline{m}}\ddot{\underline{\underline{u}}}$	vetor da força de inércia;
$\underline{\underline{m}}$	matriz de densidade de massa;
$\ddot{\underline{\underline{u}}}$	vetor das acelerações;
$\dot{\underline{\underline{u}}}$	vetor das velocidades nodais da estrutura
$\underline{\underline{\sigma}}_e$	tensão inicial correspondente ao elemento 'e';
$\underline{\underline{D}}_e$	matriz elástica do material correspondente ao elemento 'e';
$\underline{\underline{\varepsilon}}_e$	deformação dos componentes do elemento;
$\underline{\underline{B}}_e$	matriz de compatibilidade cinemática, ou matriz das deformações ou deslocamentos;
$\underline{\underline{u}}_e$	deslocamento correspondente ao elemento 'e';
$\delta \underline{\underline{u}}_e$	vetor dos deslocamentos virtuais do elemento 'e';
$\delta \underline{\underline{u}}$	vetor dos deslocamentos virtuais da estrutura;

\underline{N}_e	matriz função de forma do elemento ou matriz de interpolação dos deslocamentos correspondentes;
$\underline{\ddot{u}}_e$	vetor da aceleração correspondente ao elemento 'e';
\underline{K}	matriz de rigidez;
\underline{M}	matriz de massa constante;
\underline{F}	vetor das forças nodais;
\underline{C}	matriz de amortecimento;
α e β	coeficientes de ponderação;

CAPÍTULO 3

\underline{f}	vetor da força de superfície real;
ω_i	freqüência de vibração;
u_i	modo de vibração;
f_q	função qualquer;
Δx_i	tamanho da perturbação total da variável de projeto definida no ANSYS;
x_i	variável de projeto;
x_{min}	limite inferior da variável de projeto;
ΔD	perturbação relativa da variável no ANSYS;
n	número de variáveis de projeto;
e_t	erro de truncamento para a aproximação por diferença a frente;
e_c	erro por arredondamento;
z	vetor com as derivadas das restrições em relação aos componentes de deslocamento;
∂g	derivada parcial da função de restrição 'g';
μ	média da freqüência de vibração;
W	matriz de normalização positiva e definida;

CAPÍTULO 4

x	vetor das variáveis de projeto;
\underline{x}_i	limite inferior das variáveis de projeto;
\underline{x}_i	limite superior das variáveis de projeto;
n	numero de variáveis de projeto;
$f(x)$	função a ser otimizada;
f	função objetivo
g_i, h_i, w_i	restrições das variáveis de projeto (quando da presença de sublinhas e sobrelinhas represem, respectivamente, os limites inferiores e superiores);
$m_1 + m_2 + m_3$	número de restrições das variáveis de estado com vários valores de limites superiores e inferiores;
x^*	determinado conjunto de projeto definido;
$\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$	tolerâncias;
$x_i^{(i)}$	projeto viável;
τ	tolerância de convergência;
$f^{(i-1)}$	função anterior;
Q	menor dimensão da função objetivo sem restrição
P_g, P_h e P_w	penalidades aplicadas as restrições de projeto e variáveis de estado;
f_0	valor da função objetivo de referência que é selecionado do grupo do projeto corrente/atual;
q	parâmetro de superfície que puni qualquer violação da restrição;
P_x	funções de penalidade exterior;
λ	grande valor inteiro;
g_0	parâmetro marcador de transição entre as funções penalidades normal e estendida;
Q_f e Q_p	funções que relacionam a função objetivo e as restrições de penalidade, respectivamente;
j	cada iteração de otimização;

$\mathbf{d}^{(j)}$	vetor de direção de procura/busca;
$j+1$	próxima iteração
s_j	tamanho do passo;
\mathbf{d}	direção de busca;
n	número de iterações corridas
$\mathbf{x}^{(j)}$	parâmetro da linha de busca
s_j^*	maior tamanho possível do passo na direção da linha de busca da atual iteração (calculada anteriormente pelo <i>software</i>);
S_{\max}	tamanho máximo (em porcentagem) do passo da linha de busca (dado fornecido pelo usuário);
$\nabla Q(\mathbf{x}^{(0)}, q)$	gradiente da função objetivo sem restrição;
r_{j-i}	é um parâmetro de deflexão que multiplicando;
$r_{j-1} \cdot \mathbf{d}^{(j-1)}$	vetor de deflexão da função;
$\mathbf{d}^{(j)}$	a soma das direções de busca das parcelas da função objetivo e restrições;
\mathbf{H}	matriz hessiana positiva positiva definida;
\mathbf{e}	vetor com 1 em seu i -ésimo componente e 0 para todos os outros componentes;
ΔD	diferença frontal (em porcentagem)/tamanho do passo;
τ	tolerância da função objetivo;
n_i	número de iterações;
N_i	número de iterações admissíveis;
$f^{(j)}$	valor da função objetivo;
$f^{(j-1)}$	valor da função anterior;
$f^{(b)}$	melhor valor da função;

CAPÍTULO 5

G	peso próprio de uma pessoa (geralmente considerado $G = 800N$) para o caso individual e a densidade de carga da multidão;
C_e	efeito dinâmico da multidão;
n	número do i -ésimo harmônico;
s	número total de harmônicos contribuintes;
r_n	coeficiente de Fourier do i -ésimo harmônico;
F	função de carregamento;
f	freqüência do carregamento;
t	período de tempo;
ϕ_n	ângulo de fase, defasagem de fase do i -ésimo harmônico em relação ao primeiro;
f_{opt}	freqüência ótima
f_H	freqüência natural do sistema;
m_H	massa do espectador;
m_T	massa do absorvedor;
D_{opt}	amortecimento ótimo
$a_{m\acute{a}x}$	"freqüência máxima de projeto" (Kaspersk, M)
$x_{m\acute{a}x}$	deslocamento máximo
N_{rd}	esforço resistente de cálculo;
N_{sd}	esforço solicitante de cálculo;
N_n	resistência nominal;
Q	fator de redução que leva em consideração a flambagem local (aqui considerado igual a 1);
ρ	coeficiente de flambagem;
N_e	esforço de escoamento;
F_{cr}	tensão crítica de instabilidade;
A_g	área bruta da seção resistente;
F_y	tensão limite de escoamento do material;
λ_e	esbeltez de transição;
λ_r	esbeltez relativa;
λ	esbeltez da peça;
K	coeficiente de rigidez;

L	comprimento de flambagem da peça;
r	raio de giração da seção transversal;
σ_{sk}	tensão limite de projeto;
N_{sk}	esforço resistente de projeto;
A_g	área da seção resistente;
N_{rd}	esforço resistente de cálculo;
γ	coeficiente de ponderação para ações decorrentes do uso sob ações variáveis em combinação normal;
E	módulo de elasticidade;
F_y	tensão limite de escoamento;
ν	coeficiente de <i>Poisson</i> ;
DENS	densidade;
D_i	dímetro externo do tubo i ;
e_i	espessura da parede do tubo i ;
e_b	espessura dos assentos
G_{XY}	módulo de elasticidade transversal
K_s	rigidez estática;
k_j	rigidez pontual do j -ésimo nó;
n	o número de nós da estrutura;
u_j	deslocamento na direção da carga no j -ésimo nó, onde uma força unitária é aplicada;
W_E	trabalho das forças externas;
Δ	deslocamento correspondente;
1	valor da força nodal;
N_i	componente da i -ésima força individual;
δ_i	deformação do i -ésimo elemento;
L_i	comprimento do elemento (barra);
A_i	área da seção transversal do i -ésimo elemento; e
E_i	módulo de elasticidade do i -ésimo elemento;
f_i	flexibilidade conhecida do i -ésimo membro;
P_j	intensidades das forças;
S	número de forças aplicadas;
Δ	deslocamento nodal;
Δ_a	média dos deslocamentos

“O pôr-do-sol é de quem olha”
Millôr Fernandes