

Lucas Gonçalves Moreira Lopes

Avaliação num	érica do com	portamento de	estruturas	auxéticas
---------------	--------------	---------------	------------	-----------

Projeto de Graduação

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio

> Orientador : Anderson Pereira Coorientador : Waldy Torres

Rio de Janeiro Junho de 2020

Resumo

Materiais auxéticos são materiais com coeficiente de Poisson negativo, ou seja, estes podem se contrair ou expandir transversalmente dependendo da direção da aplicação da carga. Este tipo de material denominado como metamaterial, possui diversas aplicações na mecânica da fratura, vibração, materiais compósitos, otimização topológica, proteção balística, indústria militar, entre outras.

O objetivo desta monografia é realizar uma simulação computacional para a análise do comportamentos de estruturas auxéticas. O estudo foi feito de forma paramétrica a fim de avaliar a influência dos parâmetros fixados no coeficiente de Poisson da estrutura.

Para isso foram utilizadas ferramentas de projeto disponíveis no mercado, como o software OpenSCAD para modelagem da geometria e o software ANSYS de elementos finitos para etapa de análise estrutural. São analisadas diferentes combinações de parâmetros, de maneira a entender o comportamento da estrutura auxética.

Palavras-chave: Estruturas auxéticas, coeficiente de Poisson negativo, OpenSCAD, ANSYS.

Abstract

Auxetic materials are materials with a negative Poisson's ratio, that is, they can contract or expand transversely depending on the direction of application of the load. This type of material, called metamaterial, has several applications in fracture mechanics, vibration, composite materials, topological optimization, ballistic protection, military industry, among others.

The objective of this monograph is making a computer simulation for the analysis of the behavior of auxetic structures. The study was done in a parametric way in order to evaluate the influence of the parameters set in the Poisson's ratio of the structure.

For this, design tools available on the market were used, such as OpenSCAD software for geometry modeling and ANSYS finite element software for structural analysis stage. Different combinations of parameters are analyzed in order to understand the behavior of the auxetic structure.

Keywords: Auxetic structures, Negative Poisson's ratio, OpenSCAD, ANSYS.

Sumário

1.	Introdução:	7
1.1	Materiais Auxéticos	7
1.2	Células unitárias auxéticas	9
2.	Objetivos	12
3.	Fundamentação Teórica	13
3.1	Modelagem geométrica no OpenSCAD	14
3.2	Análise de elementos finitos	17
3.3	Simulação numérica no ANSYS	18
4.	Validação dos Resultados	22
5.	Resultados	23
6.	Conclusão	28
7.	Referências	29
8.	Anexos	31

Lista de Figuras

Figura 1 - Diferenças de comportamento do efeito Poisson, retirado de [2]	7
Figura 2 - Exemplo do uso de estruturas auxéticas, retirado de [4]	8
Figura 3 - Simulação em estruturas auxéticas, retirado de [11]	9
Figura 4 - Célula unitária, retirado de [5]	9
Figura 5 - Exemplos de microestruturas auxéticas, retirado de [1]	10
Figura 6 - Exemplo de célula unitária auxética 3D, retirado de [10]	11
Figura 7 - Microestrutura utilizada para a análise, retirado de [4]	13
Figura 8 - Interface do OpenSCAD.	14
Figura 9 - Parametrização para θ e γ	15
Figura 10 - Célula unitária 3D	16
Figura 11 - Elementos e Nós na malha	18
Figura 12 - Condição de contorno para a face inferior	19
Figura 13 - Condição de contorno no plano zy	20
Figura 14 - Condições de contorno no plano zx	20
Figura 15 - Pressão aplicada na face superior	21
Figura 16: Deslocamento x	23
Figura 17: Deslocamento y	23
Figura 18 - Deslocamento z	24
Figura 19 - Detalhe da união das barras para γ 40, θ 20	25
Figura 20 - Deslocamento x	25
Figura 21 - Deslocamento y	26
Figura 22 - Deslocamento z	26
Figura 23 – Variação do coeficiente de Poisson da estrutura auxética em função dos	
parâmetros theta θ e gamma γ	27

Lista de Tabelas

Tabela 1- Significado físico do coeficiente de Poisson, retirado de [1]	11
Tabela 2 – Configurações das estruturas estudadas	17
Tabela 3- Comparação dos resultados para os valores de Poisson	22
Tabela 4- Resumo dos resultados	24

1. Introdução:

1.1 Materiais Auxéticos

Materiais auxéticos são materiais que se expandem transversalmente quando tracionados e contraem-se transversalmente quando comprimidos. Isso é descrito na engenharia como um material com coeficiente de Poisson negativo [1]. A Figura 1, representa o comportamento físico para o efeito de Poisson em materiais convencionais e materiais auxéticos. Nos materiais convencionais de engenharia é possível observar a deformação transversal e a deformação axial com sinais opostos. Este comportamento acontece de forma diferente nos materiais auxéticos como destacado na Figura 1.

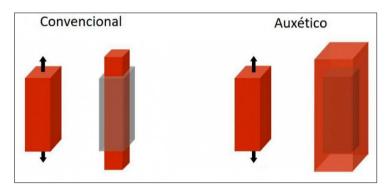


Figura 1 - Diferenças de comportamento do efeito Poisson, retirado de [2].

O coeficiente de Poisson como apontado na equação 1 é dado pela razão entre a deformação transversal e a deformação axial. O sinal negativo está presente pois em materiais convencionais as deformações transversal e longitudinal possuem sinais opostos. O número do coeficiente de Poisson para a maioria dos materiais metálicos varia entre 0.25 e 0.35 [3].

$$v = -\frac{\varepsilon_{Trans}}{\varepsilon_{Lond}}. (1)$$

A característica do coeficiente de Poisson negativo é fornecer propriedades mecânicas não-usuais, como por exemplo uma maior tenacidade à fratura, uma melhor absorção da vibração, maior módulo de cisalhamento e menor propagação de

trinca por fadiga, segundo [4]. Essas propriedades são consequência da microestrutura desse tipo de material.

A aplicação dos materiais auxéticos pode ser encontrada, por exemplo, em pontos estratégicos dos carros militares para o impacto provocado por fontes explosivas externas, buscando garantir a integridade da estrutura. Uma outra aplicação de grande interesse é o desenvolvimento de coletes a prova de bala, quando o colete recebe o impacto do projétil as microestruturas se concentram impedindo a passagem da bala. Na Figura 2, são ilustradas algumas das aplicações e uso desse tipo de estruturas.



Figura 2 - Exemplo do uso de estruturas auxéticas, retirado de [4].

As estruturas auxéticas são capazes de absorver mais energia se comparado à materiais convencionais. Os estudos da referência [4], foram baseados em projéteis que atingem a estrutura auxética a 200 m/s, segundo este estudo, os deslocamentos nas faces opostas ao impacto chegam a reduzir em 56% se comparadas aos materiais convencionais.

Autores como [11] analisaram a diferença entre a célula unitária auxética reentrante e a de forma em S, como apresentado na Figura 3. Para este estudo foram aplicadas duas cargas de diferentes magnitudes. A Figura 3, apresenta o resultado para a tensão de von Mises e a diferença de comportamento para os dois tipos de estruturas estudadas.

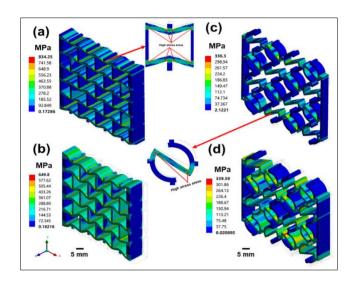


Figura 3 - Simulação em estruturas auxéticas, retirado de [11].

1.2 Células unitárias auxéticas

A Figura 4, apresenta as células unitárias, que são as menores unidades dentro do modelo, ou seja, o menor grupamento de átomos na estrutura. Estas possuem um padrão simétrico organizado e se repetem ao longo de toda a geometria e sua configuração é semelhante à forma espacial dos átomos [6]. A forma do arranjo das células unitárias são cruciais nas propriedades mecânicas dos materiais.

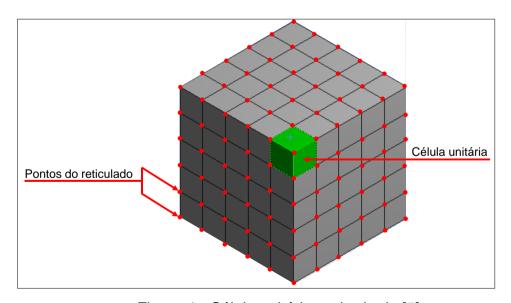


Figura 4 - Célula unitária, retirado de [5].

A geometria das células unitárias auxéticas são responsáveis pelo resultado da deformação longitudinal e transversal terem o mesmo sinal, ou seja, ambos expandindo ou ambos contraindo. Isso acontece através de reentrâncias na geometria das células unitárias, existem algumas geometrias que fornecem essa propriedade. Na Figura 5, são mostrados alguns exemplos de microestruturas auxéticas.

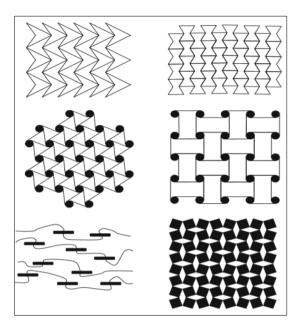


Figura 5 - Exemplos de microestruturas auxéticas, retirado de [1].

Além da geometria, alguns parâmetros da célula unitária auxética também influenciam no coeficiente de Poisson do material. Exemplo disso é a espessura, ângulo, largura e altura da célula unitária. Naturalmente, com outras dimensões desses parâmetros, a estrutura vai se comportar de forma diferente quanto a relação da deformação longitudinal e transversal.

As células unitárias produzidas em forma 2-D, como as apresentadas na Figura 5 são mais fáceis de serem fabricados do que a 3-D por questões tecnológicas. Como é possível observar na Figura 6, células unitárias em forma 3D são mais complexas de serem reproduzidas devido a presença de mais parâmetros, principalmente inclinações, na geometria.

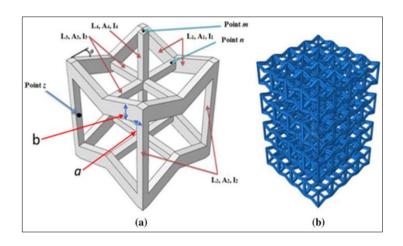


Figura 6 - Exemplo de célula unitária auxética 3D, retirado de [10].

Na Tabela 1, é apresentado o significado físico para alguns valores do coeficiente de Poisson. Ter um controle sobre o coeficiente de Poisson do material permite projetar estruturas com caraterísticas especificas para uma determinada aplicação. Por exemplo, ter o módulo de Young (E) igual ao módulo de cisalhamento (G), deve-se projetar essa estrutura com $\nu=-0.5$.

Tabela 1- Significado físico do coeficiente de Poisson, retirado de [1].

Poisson	Significado físico	
$\nu = 1 \ (2D)$	Preservação da área	
$\nu = 0.5$	Preservação do volume	
$\nu = 0$	Preservação da seção transversal	
$\nu = -0.5$	Preservação dos módulos, E = G	
$\nu = -1$	Preservação da forma	

2. Objetivos

Esta monografia teve como objetivo realizar uma simulação computacional do comportamento das estruturas auxéticas. O estudo foi feito de maneira paramétrica a fim de avaliar a influência dos parâmetros fixados no coeficiente de Poisson.

Para alcançar os objetivos definidos, foi necessário seguir algumas etapas. Primeiro foi preciso modelar a geometria de maneira paramétrica, para isso foi utilizado o programa OpenSCAD [14]. Com a geometria modelada, foi possível fazer a análise estrutural através do software de elementos finitos ANSYS [6]. Neste programa, foram configurada as condições de contorno a solução do problema e a extração dos resultados dos deslocamentos para cada direção.

A partir dos deslocamentos direcionais, foi possível calcular as deformações por meio da relação entre os deslocamentos direcionais e a dimensão inicial da estrutura. Em seguida, obteve-se o coeficiente de Poisson por meio das deformações calculadas.

Finalmente, o estudo realizado foi validado com os resultados apresentados por outros autores.

3. Fundamentação Teórica

Com a finalidade de analisar a influência dos parâmetros geométricos de uma célula unitária auxética sobre o coeficiente de Poisson foi feita uma simulação numérica no programa ANSYS [6] para diferentes valores dos parâmetros.

Na Figura 7, apresenta a geometria base da célula unitária escolhida neste trabalho para realizar a simulação da estrutura auxética. Também, é possível observar a forma e as principais dimensões do modelo geométrico a ser estudado.

Os parâmetros escolhidos para a mudança geométrica foram os ângulos θ e γ da célula unitária, como mostrado na Figura 7. A geração da geometria base, foi realizada utilizado o software OpenSCAD [14], onde foi possível parametrizar a estrutura por meio de linhas de comando e então foi possível gerar os arquivos STL para as combinações de θ e γ .

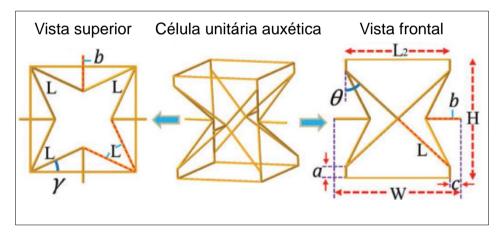


Figura 7 - Microestrutura utilizada para a análise, retirado de [4].

3.1 Modelagem geométrica no OpenSCAD

O OpenSCAD [14] é um software de código aberto para uso e gera geometrias sólidas. Este programa possui sua própria linguagem de programação. O modelo é visualizado e atualizado enquanto está sendo construído. O programa exporta para diversos formatos de arquivos como STL, DXF e outros [13]. Sua interface gráfica é apresenta conforme mostra a Figura 8.

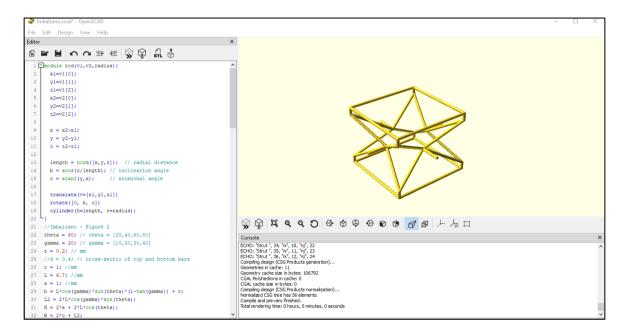


Figura 8 - Interface do OpenSCAD.

A construção das geometrias no OpenSCAD [14] é feita através da união de formas geométricas básicas como cilindros, retângulo e esferas, dando origem a formas mais complexas.

A construção da célula unitária neste caso foi feita utilizando barras cilíndricas. Para isso foi definido 36 nós, ou seja, pontos de encontro das barras. A união desses nós é feita por meio de barra cilíndricas para formar a geometria. Em anexo é apresentado o código utilizado no OpenSCAD [14] para reproduzir a geometria a ser estudada nesta monografia.

O código foi feito de maneira paramétrica para gerar todas as combinações na estrutura que serão analisadas, inserindo como input somente os valores das inclinações, como mostra a Figura 9. Para este estudo, a mudança de forma da célula unitária depende apenas da variação dos parâmetros do ângulo θ e γ .

```
//Imbalzano - Figure 2
theta = 20; // theta = [20,40,60,80]
gamma = 10; // gamma = [10,20,30,40]

r = 0.2; // mm

//d = 0.4; // cross-sectio of top and bottom bars

c = 1; //mm

L = 6.7; //mm

a = 1; //mm

b = L*cos(gamma)*sin(theta)*(1-tan(gamma)) + c;

L2 = 2*L*cos(gamma)*sin(theta);

H = 2*a + 2*L*cos(theta);

W = 2*c + L2;
```

Figura 9 - Parametrização para θ e γ .

Os parâmetros geométricos fixos da célula unitária foram definidos como:

$$L = 6.7 mm (2)$$

$$c = 1 mm (3)$$

$$a = 1 mm (4)$$

$$H = 2a + 2L\cos(\theta) \tag{5}$$

$$L2 = 2L\cos(\gamma)\sin(\theta) \tag{6}$$

$$W = 2c + L2 \tag{7}$$

A Figura 10, mostra uma das geometrias da estrutura auxética completa para a configuração de $\gamma=20\,$ e $\theta=60.$ Seguindo os parâmetros acima, foram determinados os valores correspondentes para a altura e a largura, $H=8.70\,mm$ e $W=13\,mm$.

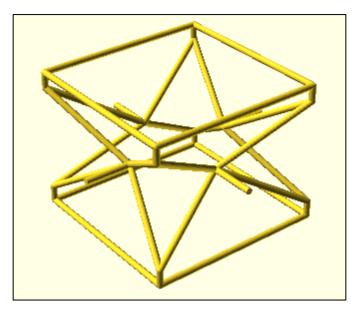
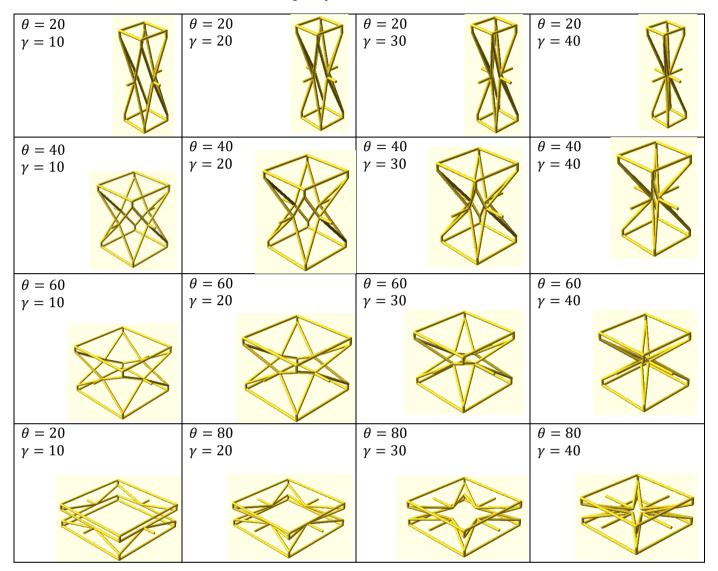


Figura 10 - Célula unitária 3D.

Uma vez gerada a geometria base OpenSCAD [14], esta é convertida para o formato STL com o intuito de importar o modelo geométrico para o software de simulação ANSYS [6]. A Tabela 2 mostra as combinações de γ e θ estudadas e suas respectivas geometrias geradas no OpenSCAD [14].

.

Tabela 2 – Configurações das estruturas estudadas.



3.2 Análise de elementos finitos

As simulações numéricas por análise de elementos finitos são comumente utilizadas na engenharia para avaliar os projetos que estão sendo desenvolvidos. Seu uso gera um impacto positivo pois ajudam a reduzir o custo projeto e prever possíveis falhas nas estruturas [5]. Em vista disso, as estruturas auxéticas foram analisadas com o programa ANSYS [6] para diferentes parâmetros da célula unitária e finalmente foram extraídos os deslocamentos para posteriormente calcular o coeficiente de Poisson de uma determinada configuração geométrica.

O primeiro passo para fazer a simulação é através da construção da malha. A malha é uma discretização da peça em pequenos elementos que se repetem por toda a geometria. Os elementos são formados por nós que possuem graus de liberdade

de rotação e translação [6]. A Figura 11, mostra uma malha de elementos finitos representada por seus elementos e nós, onde serão resolvidas as equações de interesse.

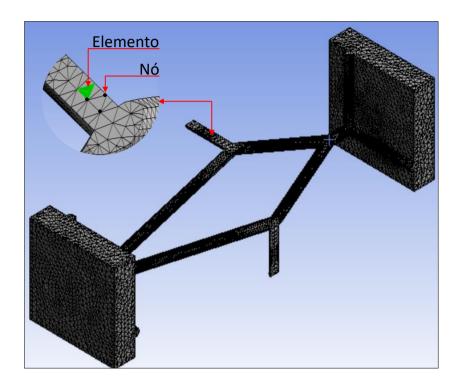


Figura 11 - Elementos e Nós na malha.

A construção da malha é um passo importante para a simulação visto que um bom mapeamento da geometria tende a bons resultados. A precisão da simulação está diretamente ligada a quantidade de nós que uma malha possui. Contudo, quanto maior o número de nós maior é o tempo de simulação. A escolha da quantidade de nós e tamanho dos elementos depende da precisão da análise de elementos finitos necessária para a aplicação.

3.3 Simulação numérica no ANSYS

A análise foi feita usando simetria, com 1/4 da estrutura, a simetria foi definida a fim de facilitar a simulação pois simplifica a aplicação das condições de contorno e reduz o tempo de processar a simulação. Além disso, foi criado um bloco na face superior e na face inferior da estrutura auxética com a finalidade de aplicar uma força uniforme em toda superfície.

Para simular a estrutura auxética no ANSYS [6] foi necessário importar o arquivo gerado no OpenSCAD [14] para o SpaceClaim, software CAD para modelagem de sólidos do próprio ANSYS [6]. Neste programa CAD foi necessário converter a geometria para sólido visto que a leitura do arquivo STL é feita como superfícies.

Após a etapa anterior, é necessário verificar as dimensões na estrutura. Caso a estrutura não possua as dimensões definidas no OpenSCAD, é necessário utilizar a ferramenta de escala do SpaceClaim para ajustar as dimensões no modelo. Finalmente o arquivo é salvo no formato .SCDOC do SpaceClaim.

Após abrir o ANSYS Mechanical [6] determina-se o material do sólido a ser simulado, o material utilizado foi o aço estrutural com Poisson de 0.3 e Módulo de Young 200 GPa . É necessário inserir o tipo de elemento da malha a ser utilizado. Todas as simulações utilizaram malhas com elementos tetraédricos. O tamanho do elemento definido dentro da configuração da malha foi de 0.1 milímetros. Para o caso de $\gamma=20$ e $\theta=60$, foram utilizados 149778 elementos e 261916 nós.

As condições de contorno impostas na análise de elementos finitos foram aplicadas conforme ilustradas nas Figuras 12, 13 e 14. Na figura 12 por sua vez, é representada a restrição do deslocamento da face inferior na direção z, para isso foi utilizado o comando displacement, onde foi restrito o grau de liberdade de translação na direção axial Z.

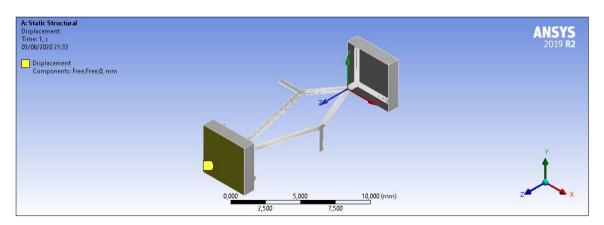


Figura 12 - Condição de contorno para a face inferior.

Nas Figuras 13 e 14 são impostas as restrições devido à simetria. Para o conjunto de face localizadas no plano zy foi restrito o grau de liberdade de translação na direção x. Já para o plano zx, foi restrito o grau de liberdade de translação na direção y.

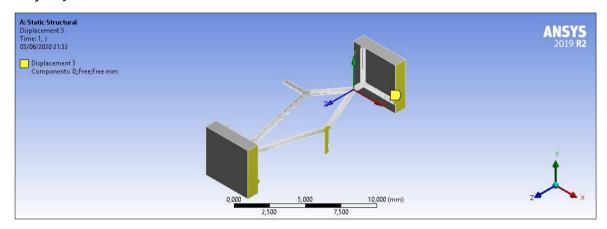


Figura 13 - Condição de contorno no plano zy.

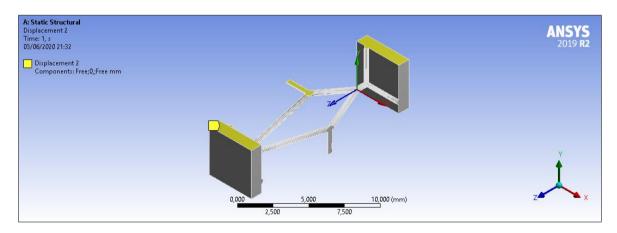


Figura 14 - Condições de contorno no plano zx.

A Figura 15 mostra a direção e a intensidade da pressão aplicada na superfície superior da estrutura.

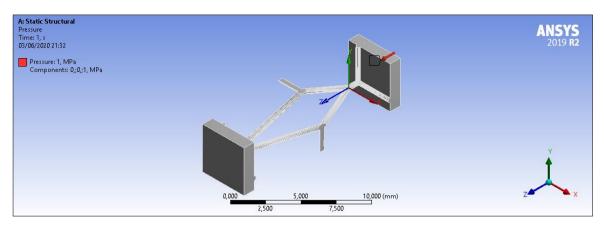


Figura 15 - Pressão aplicada na face superior.

4. Validação dos Resultados

A fim de validar os resultados obtidos na metodologia numérica desenvolvida no ANSYS, uma comparação foi feita com os resultados apresentados pelos autores do estudo de referência [4]. A Tabela 4, apresenta os resultados do coeficiente de Poisson para três combinações de estruturas auxéticas.

Tabela 3- Comparação dos resultados para os valores de Poisson.

Comparação dos resultados do Poisson				
θ	γ	Poisson Artigo [4]	Poisson Autor	Diferença em %
60	20	-1.03	-1.12	8.7
50	20	-1.94	-2.11	8.7
30	20	-6.15	-7.00	13.8

A partir dos valores calculados, foi encontrado uma diferença de 8.7%, 8.7% e 13.8% respectivamente para cada combinação de γ e θ apresentados. A diferença foi considerado admissível visto a diferença nas barras utilizadas. Na célula auxética do artigo as barras são retangulares e as usadas nesse estudo são barras cilíndricas. Outros fatores que podem ter influência é o uso da simetria e dos blocos para facilitar a aplicação das condições de contorno.

5. Resultados

Uma vez obtida a solução do problema, foi possível extrair os resultados da estrutura para os deslocamentos nas direções x,y e z. As Figuras 16, 17 e 18 mostram o resultado da simulação de uma estrutura auxética cujos parâmetros γ , θ foram de 20 e 60 respetivamente. Na Figura 16 é indicado o deslocamento na direção x. Este possui o valor máximo de 0.95844 mm, mesmo valor que na direção y da Figura 17, como consequência da simetria.

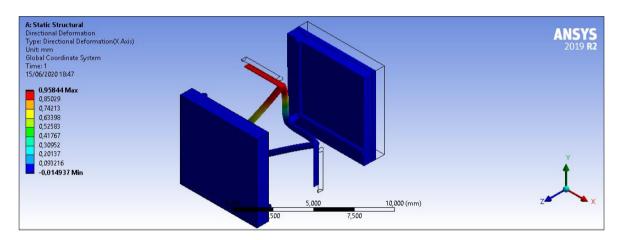


Figura 16: Deslocamento x.

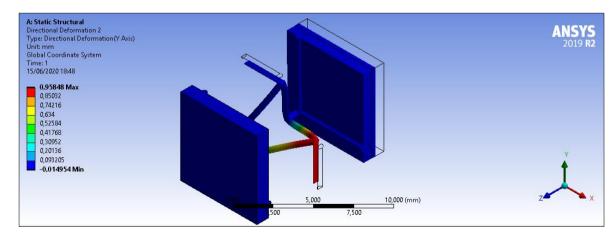


Figura 17: Deslocamento y.

Por outro lado, na Figura 18, é apresentado o deslocamento na direção z. Este possui um valor máximo de 1.1537 mm.

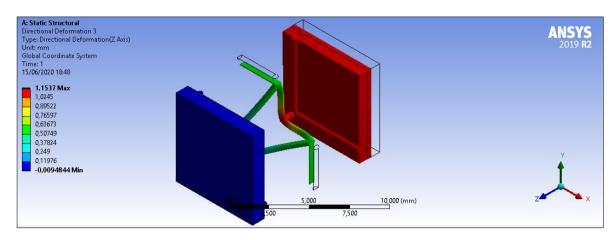


Figura 18 - Deslocamento z.

Finalmente, a partir dos resultados obtidos para os deslocamentos em cada direção é possível calcular a deformação nas três direções. O cálculo da deformação é feito com base na equação abaixo.

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{l_o}$$

onde $\varDelta L$ é o deslocamento em uma dada direção e l_o é o comprimento inicial da estrutura.

A Tabela 4, resume os resultados para as combinações de $\,\theta\,$ e $\,\gamma\,$ escolhidas e descritas anteriormente.

Tabela 4- Resumo dos resultados

θ	γ	$\mathcal{E}_{\mathcal{Y}}$	\mathcal{E}_Z	Poisson
20	10	0.00865	0.00068	-12.67
20	20	0.01588	0.00123	-12.92
20	30	0.01536	0.00151	-10.16
20	40	-0.00105	0.00041	2.59
40	10	0.03281	0.00693	-4.74
40	20	0.06439	0.01680	-3.83
40	30	0.07724	0.02570	-3.01
40	40	0.02346	0.01115	-2.10
60	10	0.08178	0.05431	-1.51
60	20	0.14503	0.12949	-1.12
60	30	0.16576	0.19049	-0.87
60	40	0.09145	0.12904	-0.71
80	10	0.16552	0.59861	-0.28
80	20	0.18099	0.9322	-0.19
80	30	0.14955	0.99099	-0.15
80	40	0.09973	0.79374	-0.13

Foi observado que durante a simulação que a combinação de $\theta=20$ e $\gamma=40$ não resulta em uma estrutura auxética, ou seja, não possui coeficiente de Poisson negativo. Observou-se que as barras do meio ficam unidas impedindo o deslocamento delas de forma separada, assim como indicado na Figura 19.

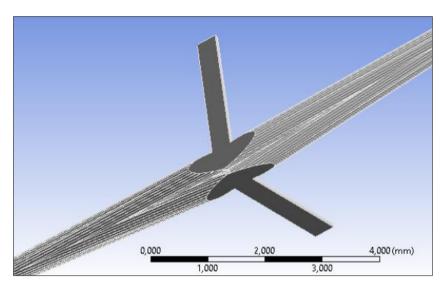


Figura 19 - Detalhe da união das barras para γ 40, θ 20.

Os resultados para $\gamma=40$ e $\theta=20$ estão representados nas Figuras 20, 21 e 22. Na Figura 20 é representado o máximo deslocamento na direção x, de -0.0029183 mm, mesmo valor para o deslocamento na direção y, representado na Figura 21. Já o máximo deslocamento na direção z, Figura 22, é de 0.0059496 mm.

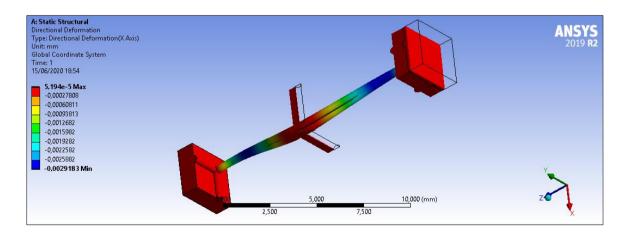


Figura 20 - Deslocamento x.

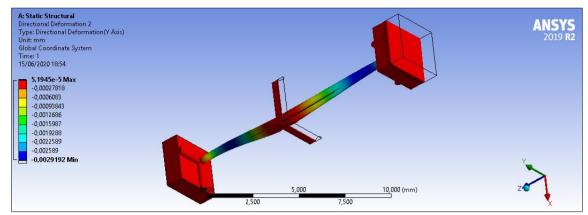


Figura 21 - Deslocamento y.

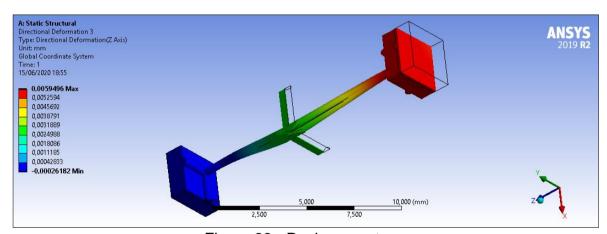


Figura 22 - Deslocamento z.

Para calcular o coeficiente de Poisson, é necessário calcular a deformação em cada direção, para isso é necessário conhecer os deslocamentos em cada direção e comprimentos iniciais. Para este caso H=14.60~mm e $\frac{W}{2}=2.75~mm$. A partir dos valores obtidos para as deformações direcionais se obtém um Poisson de 2.59 , o que comprova que a combinação de $\gamma=40$ e $\theta=20$ não representam o comportamento de uma estrutura auxética.

A Figura 23, ilustra a superfície de variação do coeficiente de Poisson para as diversas configurações das estruturas auxéticas. Os pontos destacados em vermelho representam os arranjos específicos estudados para cada parâmetros theta θ e gamma γ . Além disso, é possível observar o decremento o coeficiente de Poisson à medida que os valores de theta θ e gamma γ são reduzidos.

Mais detalhes sobre os resultados observados na figura 23 podem ser encontrados na tabela 4.

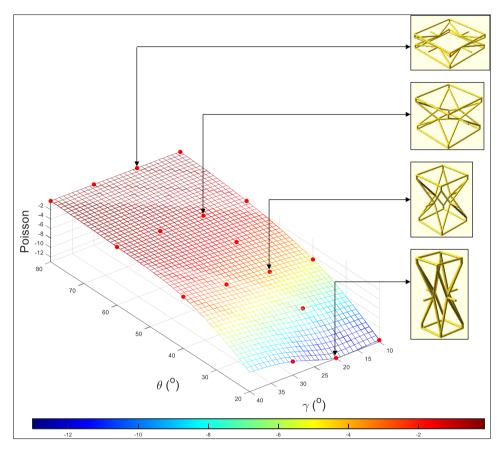


Figura 23 – Variação do coeficiente de Poisson da estrutura auxética em função dos parâmetros theta θ e gamma γ .

6. Conclusão

Foi analisado neste trabalho a influência dos parâmetros γ e θ da estrutura apresentada no coeficiente de Poisson. O coeficiente de Poisson negativo foi verificado no ANSYS [6] e atestado a propriedade auxética.

O estudo ajudou a ter uma melhor compreensão da influência dos parâmetros γ e θ no coeficiente de Poisson da estrutura apresentada. Ao analisar o comportamento do coeficiente de Poisson em relação aos parâmetros γ e θ , podese observar que para um valor de γ fixo o coeficiente de Poisson cresce com o aumento de θ . Já para θ fixo, o Poisson também aumenta com o acréscimo de γ , como é possível observar no gráfico apresentado na Figura 23.

Entre estudos mais aprofundados no assunto, podemos citar encontrar uma correlação entre os parâmetros para o resultado de Poisson, a fim de facilitar e dar maior credibilidade em um projeto de estrutura auxética. Deste modo, os valores de Poisson poderiam ser determinados por uma correlação em função de $\,\theta\,$, $\,\gamma\,$ e o comprimento da barra central da célula.

7. Referências

- LIM, Teik-Cheng Auxetic Material and Structure, Springer Science+Business Media Singapore, 2015.
- O que são e para que servem os materiais auxéticos. Disponível em https://inovtex.com/blog/the-value-of-creativity-in-the-textile-industry-1/ > Acesso em 13/06/2020
- 3. CALLISTER, W. D. Jr. Materials Science and Engineering. An Introduction, Wiley International edition, John Wiley & Sons, Inc., 1996.
- 4. IMBALZANO, Gabriele, University of Melbourne, Three-dimensional modelling of auxetic sandwich panels for localised impact resistance, 2015
- Arranjos Atômicos, PUC Goiás, Disponível em http://professor.pucgoias.edu.br/SiteDocente/admin/arquivosUpload/17341/material/3%C2%B0Aula%20-%20%20Arranjos%20At%C3%B4micos%20(PUC)%20-%20Engenharia.pdf Acesso em 13/06/2020
- 6. Ansys Theory, Elements and operating Manual
- Estruturas em Sólidos, USP, Disponível em http://www2.iq.usp.br/docente/gcazzell/8_Estrutura_Solidos.pdf>. Acesso em 13/06/2020
- 8. GIL, F. S. L., UTPR, Análise da qualidade de malha de elementos finitos e validação de situação de caso real de viga bi apoiada
- Conceitos de malha . Disponível em http://ensus.com.br/ansys-conceitos-basicos-de-malha/ acesso em 13/06/2020.
- 10. RAD,M. Shokri, Lorestan University, Analytical solution and finite element approach to the dense re-entrant unit cells of auxetic structures.

- 11. MEENA, Kusum, 2019, Auckland University of Technology, A new auxetic structure with significantly reduced stress concentration effects
- 12. Método de elementos finitos. Disponível em https://www.esss.co/blog/metodo-dos-elementos-finitos-o-que-e/ acesso em 13/06/2020
- 13. Wikipedia https://pt.wikipedia.org/wiki/OpenSCAD acesso em 13/06/2020
- 14. OpenSCAD http://www.openscad.org/- acesso em 13/06/2020

8. Anexos

```
module rod(v1,v2,radius){
   x1=v1[0];
    y1=v1[1];
    s1=v1[2];
                                                                                   C1 = [ c+Lxyz[0], c+Lxyz[1]];
   x2=v2[0];
                                                                                     C2 = [W-c-Lxyz[1], c+Lxyz[0]];
   y2=v2[1];
                                                                                     C3 = [ c+Lxyz[0],W-c-Lxyz[1]];
    z2=v2[2];
                                                                                     C4 = [ c+Lxyz[1], c+Lxyz[0]];
                                                                                     //Grid ID
                                                                                                    ×
                                                                                                            У
   x = x2 - x1:
                                                                                   GRID = [
   v = v2 - v1;
                                                                                             [1 , c , c
[2 , c+L2 , c
    z = z2-z1;
                                                                                                                        , 0 1,
                                                                                             [3 , c+L2 , c+L2 , 0 ],
   length = norm([x,y,z]); // radial distance
                                                                                             [4 , c
                                                                                                     е,
                                                                                                                 c+L2 ,
                                                                                                                            0 1,
   b = acos(z/length); // inclination angle
                                                                                                             , c ,
    c = atan2(y,x);
                       // azimuthal angle
                                                                                             [6 , c+L2 , c
[7 , c+L2 , c+L
                                                                                                                 c+L2 ,
   translate(v=[x1,y1,z1])
                                                                                             [8 , c
                                                                                                                c+L2 , a ],
   rotate([0, b, c])
                                                                                             [9 , C1[0] , C1[1] , ...

[10 , C2[0] , C2[1] , H/2 ],

C3[1] , H/2 ],
   cylinder(h=length, r=radius);
 //Imbalsano - Figure 2
                                                                                             [12 ,
                                                                                                      C4[0] , C4[1] , H/2 ],
  theta = 60; // theta = [20,40,60,80]
                                                                                             [13 , c , c , H-a ],

[14 , c+L2 , c , H-a ],

[15 , c+L2 , c+L2 , H-a ],

[16 , c , c+L2 , H-a ],
  gamma = 20; // gamma = [10,20,30,40]
 r = 0.2; // mm
 //d = 0.4; // cross-sectio of top and bottom bars
 c = 1; //mm
                                                                                             (10 , c , c+L2 , H-2 ),

(17 , c , c , H ),

(18 , c+L2 , c , H ),

(19 , c+L2 , c+L2 , H ),

(20 , c , c+L2 , H ),

(21 , C1(0) , 0 , H/2 ),
 L = 6.7; //mm
  a = 1; //mm
 b = L*cos(gamma)*sin(theta)*(1-tan(gamma)) + c;
 L2 = 2*L*cos(gamma)*sin(theta);
 H = 2*a + 2*L*cos(theta);
                                                                                             [22 , W , C2[1] , H/2 ],
[23 , C3[0] , W , H/2 ],
  W = 2*c + L2;
  echo("W", W, "H", H, "L", L, "L2", L2, "b", b, "a", a);
                                                                                             [24 , 0 , C4[1] , H/2 ]
 \texttt{Lxyz} = \texttt{L}^*[\sin(\texttt{theta})^*\cos(\texttt{gamma}), \sin(\texttt{theta})^*\sin(\texttt{gamma}), \cos(\texttt{theta})];
 echo("Lxyz", Lxyz, "norm(Lxyz)", norm(Lxyz));
```

```
//Strut ID Start End
STRUT = [
        []
                 1
                         2
                         3 1,
        [2
                 2
        [3
                 3
                            1,
        [4
                         1
                            1,
        [8
                 1
                             1.
        [6
                 2
        [7
                 3
                             1,
        [8]
                         8 1.
        [9
                 6
                         10 ],
       [10
        [11
                         11
                             1.
        [12
                 8
                         12
       [13 ,
                         12 ],
                 5
       [14]
       [15 ,
                 7
                         10 ],
       [16 ,
                         11 1,
                 8
        [17
                 9
                         13
       [18 ,
                 10 ,
                         14 ],
       [19 ,
                 11 ,
                         15 1,
       [20 ,
                 12 ,
                         16 ],
       [21 ,
                 12 ,
                         13 ],
        [22
                         14
                             1.
        [23
                 10
                         15 ],
       [24]
                 11
                         16 1,
       [25 ,
                 13 ,
                         17 ],
       [26 ,
                 14 ,
                         18 ],
                 15 ,
        [27 ,
                         19 ],
        [28
                 16
                         20
        [28]
                 17
                         18 ],
                 18 ,
       [30 ,
                         19 ],
                 19 ,
       [31 ,
                        20 ],
        [32 ,
                 20 ,
                         17 ],
                  9,
        [33 ,
                         21 ],
       [34 ,
                         22 1,
                 10 ,
       [35 ,
                11 ,
                        23 ],
       [36 ,
                12 ,
                        24 ]
 17
 $fn = 30;
pintersection() {
= union() {
= for (i = [0:19]) {
   a = [GRID[i][1],GRID[i][2],GRID[i][3]];
   translate(a)
   sphere(r);
for (i = [0:35]) {
  ni = STRUT[i][1]-1;
 nj = STRUT[i][2]-1;
 echo ("Strut ",i+1, "ni", ni+1, "nj", nj+1);
 a = [GRID[ni][1],GRID[ni][2],GRID[ni][3]];
  b = [GRID[nj][1], GRID[nj][2], GRID[nj][3]];
  rod(a,b,r);
translate( v=[0,0,0] ) {
 cube( size=[W/2,W/2,H], center=false );
```