

6 Controle Aplicado ao Modelo de Quatro Graus de Liberdade

Tomando por base o sistema descrito por (5.1) e retomando o sistema descrito pela Equação (3.83), sem considerar as aproximações para senos e cossenos para ângulos pequenos, chega-se às relações das Equações (6.1), (6.2) e (6.3).

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_4 \left(\frac{-2C_f - 2C_r}{m_{tot} U} \right) + x_6 \left(\frac{2bC_r - 2aC_f - U}{m_{tot} U} \right) \\ x_4 \left(\frac{2bC_r - 2aC_f}{I_z U} \right) + x_6 \left(\frac{-2b^2 C_r - 2a^2 C_f}{I_z U} \right) \\ -U \sin x_5 - x_4 \cos x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_4 a_1 + x_6 a_2 \\ x_6 \\ x_4 b_1 + x_6 b_2 \\ -U \sin x_5 - x_4 \cos x_5 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

onde

$$x = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \dot{Y} \end{bmatrix}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} \frac{2C_f}{m_{tot}} \\ 0 \\ \frac{2aC_f}{I_z} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_3 \\ 0 \\ b_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

$$h(x) = Y = x_{10} \quad (6.3)$$

Aplicando a Definição 1, descrita na Equação (5.9), ao modelo de quatro graus de liberdade, descrito pelas Equações (6.1) a (6.3), desenvolve-se o raciocínio algébrico representado pelas Equações (6.4) a (6.8).

$$y = h(x) = x_{10}$$

$$\nabla h(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial h(x)}{\partial x_4} & \frac{\partial h(x)}{\partial x_5} & \frac{\partial h(x)}{\partial x_6} & \frac{\partial h(x)}{\partial x_{10}} \end{bmatrix} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1] \quad (6.4)$$

$$\dot{y} = L_f h(x) + L_g h(x)u = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1] \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \\ -U \text{sen } x_5 - x_4 \text{cos } x_5 \end{bmatrix} + [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1] \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (6.5)$$

$$\dot{y} = -U \text{sen } x_5 - x_4 \text{cos } x_5 = L_f h(x) \quad (6.6)$$

$$\nabla L_f h(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_f h(x)}{\partial x_4} & \frac{\partial L_f h(x)}{\partial x_5} & \frac{\partial L_f h(x)}{\partial x_6} & \frac{\partial L_f h(x)}{\partial x_{10}} \end{bmatrix} = [-\text{cos } x_5 \quad -U \text{cos } x_5 + x_4 \text{sen } x_5 \quad 0 \quad 0] \quad (6.7)$$

$$\ddot{y} = L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x)u = -[x_4 a_1 + (a_2 + U)x_6] \text{cos } x_5 + x_4 x_6 \text{sen } x_5 - a_3 \text{cos } x_5 u \quad (6.8)$$

Ao observar a Equação (6.8) e estando de acordo com a Definição 1, percebe-se que o termo referente a $L_f L_g h(x)$ será diferente de zero, se e somente se o ângulo de *yaw* não alcançar o valor de $90^\circ \pm 180^\circ$, no referencial local. Assim sendo, a região onde o sistema está definido deve apresentar esta ressalva. Mas ao analisar as limitações físicas das manobras que o veículo é capaz de realizar, percebe-se que este valor para ângulo de *yaw* no referencial local jamais será atingido pelo veículo. Caso isso aconteça, ele estará se movimentando perpendicularmente à trajetória inicial. O terceiro termo da Equação (6.8), descrito por $-a_3 \text{cos}(x_5)u$, terá uma solução não nula que define uma relação entre a entrada do sistema e sua respectiva saída. O grau relativo para o modelo de veículo apresentado aqui, de acordo com a Definição 1, será igual a 2. Como o modelo é de 4ª ordem, fica caracterizada a presença de uma dinâmica interna que precisa ser analisada antes de continuar o projeto do controlador.

Para o caso da dinâmica interna ser estável, a lei de controle a ser proposta para o sistema descrito pelas Equações (6.1) a (6.3), será da forma apresentada nas Equações (6.9) e (6.10), referenciadas em[8] e [20].

$$u = \frac{1}{L_g L_f} (-L_f^2 h(x) + v) = \frac{-[x_4 a_1 + (a_2 + U)x_6] \text{cos } x_5 + x_4 x_6 \text{sen } x_5 - v}{a_3 \text{cos } x_5} \quad (6.9)$$

$$\ddot{y} = v \quad (6.10)$$

onde *v* representa a entrada desejada, em forma de um polinômio com suas raízes escolhidas arbitrariamente de maneira a garantir estabilidade ao sistema e cumprir

requisitos de projeto tais como tempo de assentamento, ultrapassagem máxima e erro estacionário mínimo.

6.1.
Formas normais

Prosseguindo com a análise do modelo de quatro graus de liberdade, deve-se determinar a transformação de coordenadas da dinâmica lateral, conforme o especificado na seção 5.1.2.

Em uma vizinhança Ω (que não contenha $x_5 = 90^\circ \pm 180^\circ$) de um ponto inicial x_0 , a forma normal do sistema descrito por (6.1) a (6.3), pode ser escrita como nas Equações (6.11) e (6.12).

$$\dot{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_2 \\ -[x_4 a_1 + (a_2 + U)x_6] \cos x_5 + x_4 x_6 \sin x_5 - a_3 \cos x_5 u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{j} \end{bmatrix} \tag{6.11}$$

$$\dot{\psi} = w(\mu, \psi) \tag{6.12}$$

Mostrar que o sistema não-linear descrito pelas Equações (6.1) a (6.3) pode ser transformado na forma normal (6.11) e (6.12) pede a construção de um difeomorfismo local $\phi(x): \mathfrak{R}_4 \rightarrow \mathfrak{R}_4$ que garanta as afirmações da Definição 2 e do Lema 1, da Seção 5.1.2.

$$\phi(x) = [\mu_1 \quad \mu_2 \quad \psi_1 \quad \psi_2]^T \tag{6.13}$$

Para provar que a Equação (6.13) é realmente um difeomorfismo local, é preciso verificar se seu Jacobiano é inversível ou similarmente, se os gradientes $\nabla \mu_i$ e $\nabla \psi_j$ são linearmente independentes. Em uma primeira etapa mostra-se que os gradientes da forma companheira descrita por (6.11) são linearmente independentes, seguindo a Definição 1 para μ_i . Tem-se então, pela Equação (6.14), que

$$\begin{aligned} \nabla \mu_i g &= 0 & 1 \leq i < r \\ \nabla \mu_r &\neq 0 \end{aligned} \tag{6.14}$$

Efetuando o desenvolvimento da Equação (6.14), encontra-se o resultado disposto na Equação (6.15).

$$\nabla\mu_1 g = 0 \Rightarrow \nabla y g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_3 \\ 0 \\ b_3 \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \tag{6.15}$$

$$\nabla\mu_2 g \neq 0 \Rightarrow \nabla y g = \begin{bmatrix} -\cos x_5 & -U \cos x_5 + x_4 \sin x_5 & 0 & 0 \\ a_3 \\ 0 \\ b_3 \\ 0 \end{bmatrix} = -a_3 \cos x_5 \neq 0$$

o que só será verdade quando x_5 estiver na vizinhança Ω que não contém $x_5 = 90^\circ$. Este fato pode ser aceito devido às limitações físicas da trajetória que o modelo do veículo segue, conforme abordado anteriormente. Note que para poder usar o que afirma a Definição 1 é preciso fazer μ_1 e μ_2 como variáveis de estado, o que realmente acontece quando se passa do sistema não-linear, descrito pela Equação (5.1), para sua forma normal. A demonstração deste raciocínio é feita a seguir, de maneira bem simples.

Admita que existam funções suaves $\alpha_i(x)$ (como o grau relativo do sistema estudado é igual a 2, bastam 2 funções suaves) tais que, em toda a vizinhança Ω , seja obedecida a condição apresentada na Equação (6.16).

$$\alpha_1 \nabla\mu_1 + \alpha_2 \nabla\mu_2 = 0 \tag{6.16}$$

Ao multiplicar por g , vetor que relaciona os estados à saída, encontra-se o exposto na Equação (6.17)

$$[\alpha_1 \nabla\mu_1 + \alpha_2 \nabla\mu_2]g = 0 \tag{6.17}$$

Sabendo que $\nabla\mu_i g = 0 \quad 1 \leq i < r$, tem-se que $\alpha_2 = 0$. Substituindo de volta em (6.17) observa-se na Equação (6.18) que

$$\alpha_1 \nabla\mu_1 = 0 \tag{6.18}$$

Multiplicando (6.18) por $\text{ad}_i g$ (o colchete de Lie de g na direção de f) e utilizando a identidade de Jacobi, verifica-se, na Equação (6.19), que

$$0 = \alpha_1 L_{adfg} \mu_1 = \alpha_1 [L_f L_g h - L_g L_f h] = -\alpha_1 L_g L_f h \quad (6.19)$$

Substituindo os valores já calculados para o sistema que descreve a dinâmica lateral do veículo, no modelo mais simples, percebe-se que a segunda função suave, α_1 , também será nula. Desta forma fica provado que os gradientes da forma companheira descrita por (6.11) são linearmente independentes, e portanto

$$h = x_{10} \quad (6.20)$$

$$L_f h = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \\ -U \operatorname{sen} x_5 - x_4 \cos x_5 \end{bmatrix} = -U \operatorname{sen} x_5 - x_4 \cos x_5 \quad (6.21)$$

$$L_g L_f h = \begin{bmatrix} -\cos x_5 & -U \cos x_5 + x_4 \operatorname{sen} x_5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_3 \\ 0 \\ b_3 \\ 0 \end{bmatrix} = -a_3 \cos x_5$$

Voltando na Equação (6.19) e substituindo o resultado do desenvolvimento matemático exposto acima, encontra-se a Equação (6.22)

$$0 = -\alpha_1 a_3 \cos x_5 \quad \therefore \quad \alpha_1 = 0 \quad (6.22)$$

Sendo a Equação (6.14) obedecida, resta então provar que os gradientes restantes, $\nabla \psi_j$, também são linearmente independentes ($j = 1, 2, \dots, n - r$). Por definição estes gradientes devem satisfazer a equação (6.23)

$$\nabla \psi_j g = 0 \quad 1 \leq j \leq n - r \quad \therefore \quad n - r = 4 - 2 = 2 \quad (6.23)$$

Para efetuar a verificação de independência entre os gradientes restantes, $\nabla \psi_j$, utiliza-se a abordagem das “curl conditions”, pelas Equações (5.17) e (5.18). Para o caso em que n , a ordem da função $V(x)$, for igual a 2, a condição expressa pela Equação (5.18) se escreve conforme apresentado na Equação (6.24)

$$\frac{\partial \nabla V_1}{\partial x_2} = \frac{\partial \nabla V_2}{\partial x_1} \quad (6.24)$$

Ao expandir a Equação (5.21) para o caso aqui estudado, onde $n-r = 2$, tem-se o apresentado na Equação (6.25).

$$\begin{aligned} \nabla \psi_1 g = 0 & \quad \therefore \quad \nabla \psi_1 = a_{11}x_4 + a_{12}x_5 + a_{13}x_6 + a_{14}x_{10} \\ \nabla \psi_2 g = 0 & \quad \therefore \quad \nabla \psi_2 = a_{21}x_4 + a_{22}x_5 + a_{23}x_6 + a_{24}x_{10} \end{aligned} \quad (6.25)$$

ou então, se escrito sob a forma da Álgebra de Lie, encontra-se como solução particular para este trabalho o conjunto de Equações (6.26) e (6.27).

$$L_g \psi_1 = 0 = \frac{\partial \psi_1}{\partial x_4} a_3 + \frac{\partial \psi_1}{\partial x_6} b_3 \quad (6.26)$$

$$\psi_1 = b_3 x_4 - a_3 x_6 \quad (6.27)$$

Para apresentar vetores linearmente independentes escolheu-se como segundo vetor que complementa o difeomorfismo a relação descrita pelo par de Equações (6.28) e (6.29).

$$L_g \psi_2 = 0 = \frac{\partial \psi_2}{\partial x_5} 0 \quad (6.28)$$

$$\psi_2 = x_5 \quad (6.29)$$

Ao unir as Equações (6.27) e (6.29) à forma companheira do sistema não-linear descrita por (6.11), tem-se o difeomorfismo ϕ , conforme descrito na Equação (6.30).

$$\phi = \begin{cases} \mu_1 = x_{10} \\ \mu_2 = -U \operatorname{sen} x_5 - x_4 \cos x_5 \\ \psi_1 = b_3 x_4 - a_3 x_6 \\ \psi_2 = x_5 \end{cases} \quad (6.30)$$

Prosseguindo com a verificação da estabilidade da dinâmica interna do sistema não-linear que descreve o movimento lateral de um veículo, em relação a um referencial global, deve-se determinar a matriz Jacobiana do sistema da Equação (6.30) e calcular sua inversa. Caso seja possível encontrar uma solução,

então o sistema possui uma dinâmica interna estável favorecendo o projeto de um controlador por linearização da realimentação de estados, no sentido de entrada-saída. Caso contrário não será possível encontrar um controlador que garanta ao sistema, cumprir o que lhe foi passado. Assim o Jacobiano da Equação (6.30) é dada na Equação (6.31).

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\cos x_5 & -U \cos x_5 + x_4 \sin x_5 & 0 & 0 \\ b_3 & 0 & -a_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.31)$$

Ao verificar a Equação (6.31), constata-se que é inversível e, portanto, a dinâmica interna será estável. A seguir reescreve-se o sistema descrito na Equação (5.1) em sua forma normal, descrita pela Equação (6.33).

$$\left\{ \begin{array}{l} x_5 = \psi_2 \\ x_4 = \frac{-(U \sin \psi_2 + \mu_2)}{\cos \psi_2} \\ x_6 = \frac{-b_3(U \sin \psi_2 + \mu_2)}{a_3 \cos \psi_2} - \frac{\psi_1}{a_3} \\ x_{10} = \mu_1 \end{array} \right. \quad (6.32)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mu}_1 = \mu_2 \\ \dot{\mu}_2 = \left[a_1 + \frac{b_3}{a_3}(a_2 + U) \right] (U \sin \psi_2 + \mu_2) + (\psi_1 - a_3 \mu_1) \cos \psi_2 + \frac{\sin \psi_2}{a_3} \left[b_3 \left(\frac{U \sin \psi_2 + \mu_2}{\cos \psi_2} \right)^2 + \psi_1 \left(\frac{U \sin \psi_2 + \mu_2}{\cos \psi_2} \right) \right] \\ \dot{\psi}_1 = \left[(a_3 b_1 - a_1 b_3) + (a_3 b_2 - a_2 b_3) \frac{b_3}{a_3} \right] \left(\frac{U \sin \psi_2 + \mu_2}{\cos \psi_2} \right) - \frac{\psi_1}{a_3} \\ \dot{\psi}_2 = \frac{-b_3(U \sin \psi_2 + \mu_2)}{a_3 \cos \psi_2} - \frac{\psi_1}{a_3} \end{array} \right. \quad (6.33)$$

Uma vez comprovada a inversibilidade do difeomorfismo e obtido o sistema na sua forma normal, Equação (6.33), resta efetuar a análise dos estados não observáveis, conforme indicado na Seção 5.1.3.

6.2. Análise dos estados não observáveis

Aplicando a teoria exposta na Seção 5.1.3 ao modelo de sistema não-linear da Equação (5.1), encontram-se as seguintes relações, nas Equações (6.34) e (6.35).

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mu}_1 = \mu_2 = 0 = \mu_1 \\ \dot{\mu}_2 = [a_1 a_3 U + b_3 U (a_2 + U)] \frac{\text{sen } \psi_2}{a_3} + \frac{\psi_1 a_3 \cos \psi_2}{a_3} + \frac{\text{sen}^2 \psi_2}{a_3 \cos^2 \psi_2} [b_3 U \text{sen } \psi_2 + U \psi_1 \cos \psi_2] = 0 \end{array} \right. \quad (6.34)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\psi}_1 = \left[a_3 b_1 - a_1 b_3 + b_2 b_3 - \frac{a_2 b_3^2}{a_3} \right] U \text{tg } \psi_2 - \frac{\psi_1}{a_3} \\ \dot{\psi}_2 = \frac{-b_3 U \text{tg } \psi_2 - \psi_1}{a_3} \end{array} \right. \quad (6.35)$$

As constantes a_1 , a_2 , a_3 , b_1 , b_2 e b_3 , definidas nas Equações (6.1) e (6.2), representam os parâmetros característicos do modelo da dinâmica lateral de um veículo. Seus valores são conhecidos, sendo possível testar a estabilidade da dinâmica interna do sistema descrito pelas Equações (6.34) e (6.35). Testar a estabilidade da dinâmica interna do sistema significa verificar se os modos não observáveis são estáveis ou instáveis e, sendo assim, a viabilidade de se projetar um controlador que garanta a perseguição de uma trajetória conhecida. Para tanto aplicou-se a teoria de estabilidade segundo Lyapunov e a teoria da Variedade Central, apresentadas nas referências [8] e [20], respectivamente e abordadas na seção 5.1.3. De acordo com [20], define-se uma superfície M_0 , que passa pela origem, determinando um comportamento estável da dinâmica interna do sistema original. Os estados ψ_1 e ψ_2 , representando a dinâmica interna do sistema, ao serem colocados sobre a superfície M_0 , devem nela permanecer por todo o intervalo de tempo de duração da análise. Colocar a dinâmica interna sobre a superfície M_0 significa passar como condições iniciais $\psi_1(0) = \psi_2(0) = 0$. Ao observar o resultado da análise verifica-se a estabilidade do sistema que deveria permanecer no ponto de origem para qualquer instante de tempo, como apresentado na Figura 45.

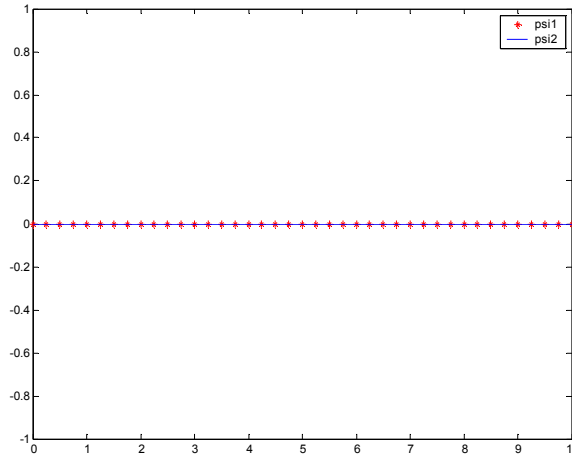


Figura 45 – Teste de estabilidade em regime permanente

Uma última etapa no projeto do controlador corresponde a escolher os pólos do sistema de malha fechada, o que é feito a seguir.

6.3. Análise de estabilidade

Adaptando os resultados encontrados ao modelo do sistema não-linear descrito pelas Equações (6.1) e (6.2), que possui grau relativo $r = 2$, pode-se escolher um polinômio de 2ª ordem, com raízes reais localizadas no semiplano esquerdo do plano dos complexos, de acordo com a Equação (6.36).

$$K(s) = (s + p_1)(s + p_2) = s^2 + (p_1 + p_2)s + p_1p_2 \tag{6.36}$$

Para um teste realizado, escolheu-se os pólos em -2 e -5 , resultando no polinômio descrito pela Equação (6.37).

$$K(s) = (s + 2)(s + 5) = s^2 + 7s + 10 \tag{6.37}$$

A lei de controle $u(x)$, para este caso particular seria escrita como:

$$u(x) = \frac{-(a_1 + 7)}{a_3}x_4 - \frac{(a_2 + U)}{a_3}x_6 + \frac{(x_4x_6 - 7U)}{a_3}tgx_5 + \frac{10x_{10}}{a_3 \cos x_5} \tag{6.38}$$

onde a_1, a_2 e a_3 são variáveis auxiliares definidas nas Equações (6.1) e (6.2).

6.4.
Controle para rastreamento de trajetória

A lei de controle descrita pela Equação (6.38) apenas estabiliza o sistema em malha fechada. Para que o veículo representado pelo modelo da Equação (3.83) possa seguir uma trajetória conhecida, é necessário propor o controle para rastreamento assintótico, onde é feita a estabilização do erro entre o valor medido e um modelo de referência, conforme apresentado na Figura 46. De acordo com a figura, a referência desejada é gerada por um modelo linear do veículo, sendo passada como função de entrada para o controlador. Dentro do controlador a trajetória desejada e suas duas primeiras derivadas no tempo compõem, junto com as variáveis de estados realimentadas do sistema que se deseja controlar, a lei de controle que irá gerar a atuação necessária para mover a planta do modelo veicular. A saída do sistema é então acompanhada, verificando se rastreia a trajetória desejada. Assim sendo, propõe-se uma modificação na lei de controle descrita pela Equação (5.27).

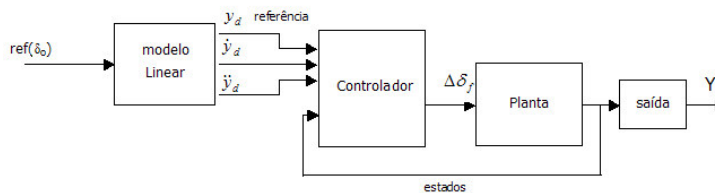


Figura 46 – Diagrama da estratégia de controle

Seja o erro estacionário entre o valor medido e um valor de referência, identificado como $e(t)$ e representado pela Relação (6.39).

$$e(t) = y(t) - y_d(t) \tag{6.39}$$

onde $y_d(t)$ representa a referência conhecida.

Ao substituir a Equação (6.39) na Equação (5.27), encontra-se a nova lei de controle, descrita na Equação (6.40), a seguir.

$$u(x) = \frac{1}{L_g L_f^{r-1}} \left[-L_f^r y + y_d^r - k_{r-1} (y^{(r-1)} - y_d^{(r-1)}) - \dots - k_1 (\dot{y} - \dot{y}_d) - k_0 (y - y_d) \right] \tag{6.40}$$

Ao recalcular a lei de controle para o modelo de quatro graus de liberdade obtido no Capítulo 3, levando-se em consideração a nova lei de controle explicitada na Equação (6.40) e utilizando as derivadas direcionais adequadas, encontra-se a Equação (6.41).

$$u(x) = \frac{-(a_1 + k_1)}{a_3} x_4 - \frac{(a_2 + U)}{a_3} x_6 + \frac{(x_4 x_6 - k_1 U)}{a_3} \operatorname{tg} x_5 + \frac{k_0(x_{10} - y_d)}{a_3 \cos x_5} - \frac{k_1 \dot{y}_d}{a_3 \cos x_5} + \frac{\ddot{y}_d}{a_3 \cos x_5} \quad (6.41)$$

onde k_1 e k_0 correspondem ao somatório e ao produto dos novos pólos do sistema em malha fechada, respectivamente.

6.5. Simulação do modelo com quatro graus de liberdade

Inicialmente faz-se a verificação da validade do controlador para o modelo de quatro graus de liberdade. Adota-se como modelo de referência o modelo linearizado enquanto se utiliza como sistema a ser controlado aquele descrito pelo modelo com a transformação de coordenadas do sistema de referência mantida não linear, conforme descrito na Equação (3.69). Dessa forma construiu-se um diagrama de blocos, em malha fechada, no ambiente de simulação e que é representado pela Figura 47.

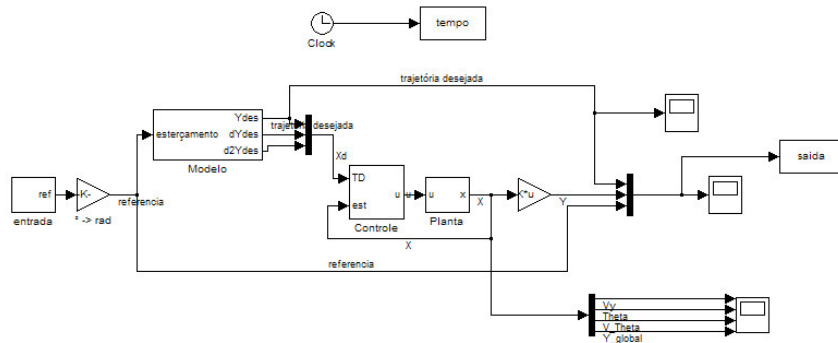


Figura 47 – Diagrama de blocos no ambiente de simulação do modelo de 4 graus

O controlador adotado pressupõe a imposição dos pólos de malha fechada, de maneira a garantir a estabilidade do sistema controlado. As não linearidades que são realimentadas servem para cancelar pólos e zeros do sistema em malha

aberta e, com isso, eliminar algum modo instável dentre os que são controláveis. Assim sendo, para uma primeira tentativa de validação da técnica de controle escolheu-se como pólos do sistema em malha fechada os valores -2 e -5 , representando um sistema com pólos próximos à origem. O resultado do sistema controlado pode ser observado na Figura 48 e indica uma boa tendência ao correto funcionamento do controle. No entanto, a malha fechada resultante se apresenta com um comportamento lento para os requisitos de rastreamento de trajetória. Percebe-se a tendência a estabilizar, após um longo período de tempo. Porém isso não é interessante uma vez que o veículo demora em convergir na sua mudança de faixa. Essa demora pode ser responsável por algum acidente, em função do veículo estar saindo da faixa em que deveria ficar.

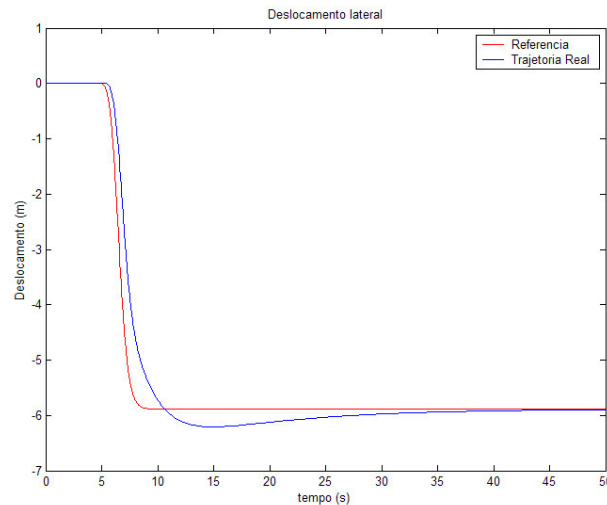


Figura 48 – Controlador com pólos próximos à origem

Faz-se necessário então escolher novos pólos para o sistema em malha fechada. O teste é feito, dessa vez com os pólos em -4 e -10 e o resultado, mostrado na Figura 49, já indica uma melhora significativa, ficando nos moldes do resultado apresentado na referência [2]. Note que ao localizar os pólos de malha fechada um pouco mais para a esquerda, tornou-se a resposta do controlador mais rápida, fazendo o modelo acompanhar melhor a trajetória desejada.

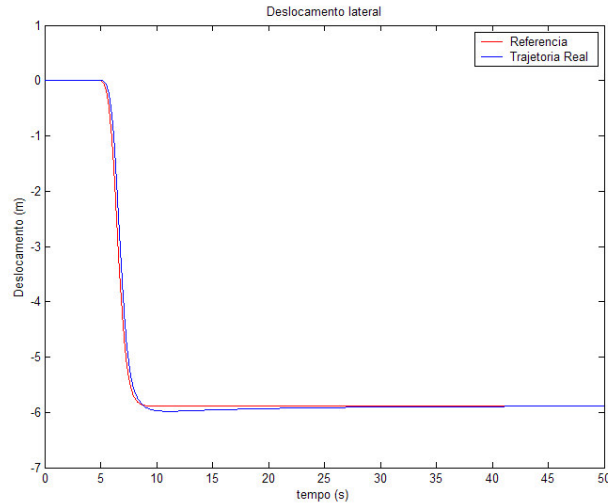


Figura 49 – Melhoria do sistema após deslocar pólos para a esquerda

Continuando a variar a posição dos pólos, percebe-se que o sistema em malha fechada eventualmente consegue rastrear com exatidão a trajetória desejada, como é o caso da Figura 50 que apresenta como pólos de malha fechada, os valores -16 e -40 .

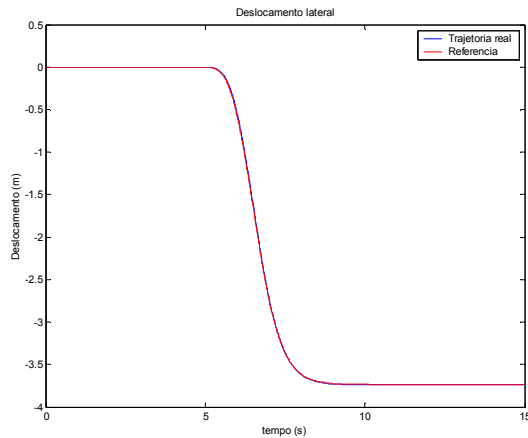


Figura 50 – Rastreamento da trajetória desejada

No entanto, a variação do posicionamento dos pólos de malha fechada procurando tornar o sistema mais rápido e, dessa forma, melhorar o rastreamento de trajetórias, deve ser feita com muita cautela pois não se tem conhecimento das potências dos atuadores necessárias para garantir a total rastreabilidade. Pode acontecer da energia necessária para produzir tal resposta ser muito maior do que

qualquer fonte de energia possa fornecer, inviabilizando a construção de um modelo físico real. Para projetos futuros, há que se prever o consumo de energia destes tipos de sistema de maneira a garantir sua viabilidade física. No que diz respeito à validade da técnica, ela se mostrou eficiente para o modelo de quatro graus de liberdade proposto.

Um segundo tipo de teste foi efetuado com o modelo de quatro graus de liberdade em malha fechada e que correspondeu a forçar o veículo a desempenhar uma curva de raio constante. Assim como no caso para mudança de faixa, o movimento curvo também foi desempenhado com sucesso tendo o controle conseguido garantir que o modelo rastreasse a trajetória imposta, como pode ser visualizado na Figura 51.

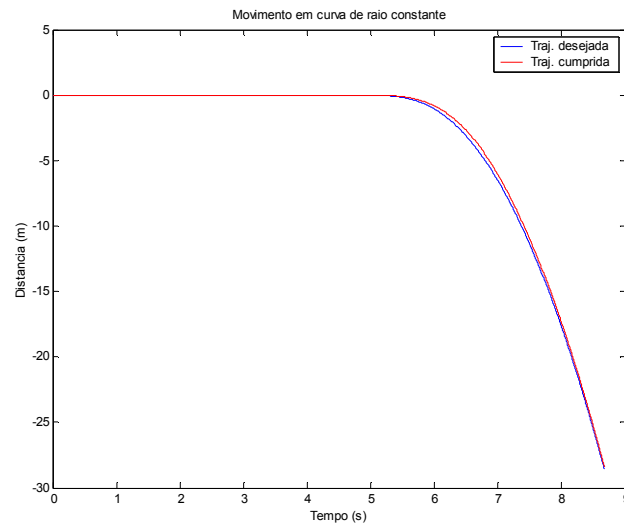


Figura 51 – Acompanhamento de uma curva de raio constante

É possível perceber que existe uma pequena demora por parte do veículo em acompanhar a trajetória, logo no início da curva. Isso pode ser explicado pela escolha da posição dos pólos em malha fechada, tendo sido utilizadas as raízes -5 e -20 .

Pode ser percebido na Figura 52 a tendência do veículo de sair de seu movimento curvo, pois há o aparecimento de uma velocidade lateral negativa, contribuindo para a característica de subesterçante do veículo modelado. Esse fato é melhor visualizado ao considerar o referencial dos eixos no sistema de coordenadas do veículo, onde o eixo y em seu sentido positivo, aponta para a

direita. A ação corretiva para manter o carro em sua trajetória correta vem do controle, que esterça as rodas de maneira a manter o veículo dentro do movimento.

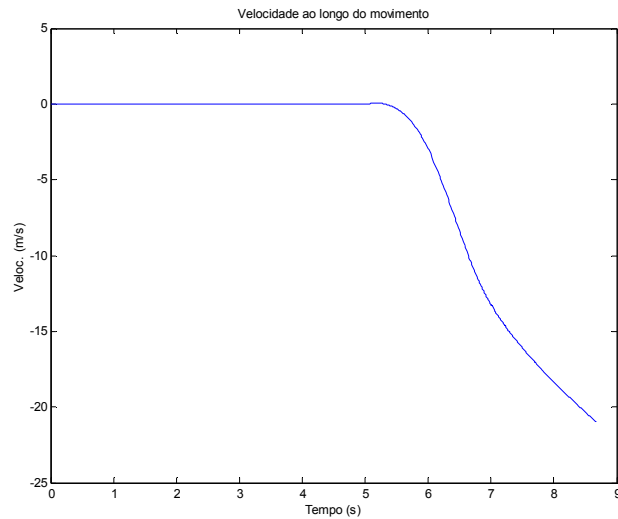


Figura 52 – Velocidade lateral durante realização de curva de raio constante

Um terceiro teste é realizado com o controle projetado para o modelo de quatro graus de liberdade descrito na Equação (6.41) e que corresponde a adicionar ruídos Gaussianos de média nula aos sinais provenientes do controle e da medição das variáveis de estado, locais mais prováveis para a ocorrência de ruído. Verificou-se que o controlador projetado funcionou de maneira bastante satisfatória, filtrando parte do ruído além de conseguir manter o veículo controlado e seguindo a trajetória a ele imposta. Tais resultados são observados na Figura 53 e na Figura 54 a seguir.

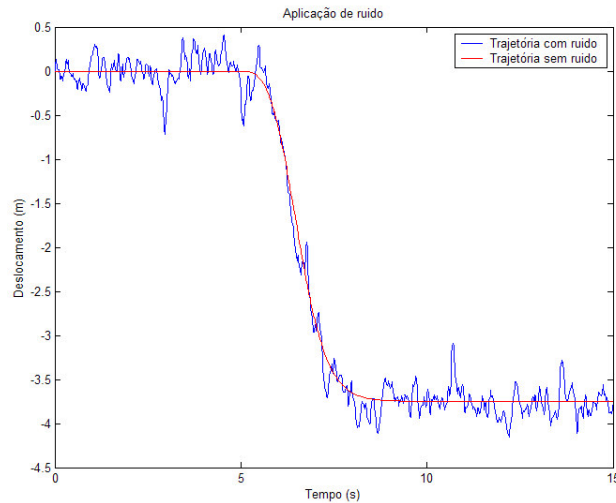


Figura 53 – Aplicação de nos estados do modelo de 4 graus – SNR = -3dB

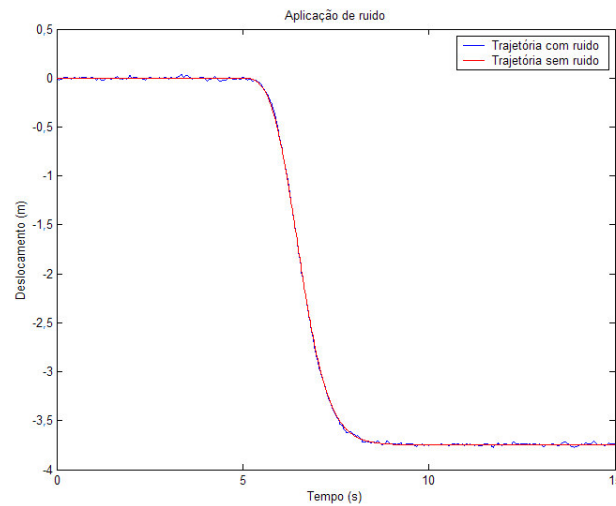


Figura 54 – Aplicação de ruído no sinal de controle – SNR = -4dB

Percebe-se uma maior influência do ruído sobre as variáveis de estado, pois além de estar sendo passado a todas as variáveis, são elas as responsáveis diretas pelas não linearidades do sistema, canceladas na lei de controle. Quando há a presença de ruído, este cancelamento não é feito com precisão, acarretando na oscilação em torno da trajetória desejada. A presença de ruídos faz com que o controlador seja ativado mais vezes e, dessa forma mostre sua eficácia.