5 Análise de fácies sísmicas utilizando transformada wavelet

Conforme já analisado nos capítulos anteriores, a interpretação sísmica consiste, basicamente, na identificação das transições de refletividade suavizadas pela fonte sísmica associadas aos limites das seqüências estratigráficas. Além da localização dos horizontes, a caracterização das transições identificadas na interpretação está associada a eventos geológicos. Assim, uma possível classificação das transições poderia estar ligada às fácies sísmicas da região.

Independente do tipo de sinal analisado, as transições ou estruturas irregulares presentes no sinal carregam informações relacionadas à sua representação física. Por exemplo, as bordas detectadas de uma imagem são suficientes para identificar e caracterizar objetos. Na matemática, transições são chamadas de singularidades e são caracterizadas através dos expoentes de Lipschitz, que podem ser computados a partir da evolução dos máximos da transformada wavelet ao longo das escalas (Mallat&Hwang, 1992).

5.1. Transformada wavelet contínua - CWT

Fazendo uma analogia com os dicionários de funções introduzidos no Capitulo 4, famílias de funções wavelet $(g_{\gamma_n}(t))_{n\in N}$ podem ser construídas relacionando na eq.(28) o parâmetro freqüência ξ_n à escala s_n como $\xi_n = \xi_0 / s_n$. Mais especificamente, segundo formalismo introduzido primeiramente por Grossmann e Morlet (Grossman&Morlet, 1984) uma função $\psi(x) \in L^2(\mathcal{R})$ é chamada de wavelet se, e somente se, a sua transformada de Fourier $\hat{\psi}(\omega)$ satisfizer a seguinte condição:

$$\int_{0}^{+\infty} \frac{\left|\hat{\psi}(\omega)\right|^{2}}{\omega} d\omega = \int_{-\infty}^{0} \frac{\left|\hat{\psi}(\omega)\right|^{2}}{\left|\omega\right|} d\omega = C_{\psi} < +\infty$$
(41)

A condição estabelecida na eq.(41) implica que a função $\psi(x)$ decaia rapidamente para zero quando $t \rightarrow \pm \infty$ e tenha média zero:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \tag{42}$$

Daí resulta a origem do nome wavelet, que em português poderia ser traduzido como ondícula, pequena oscilação ou onda com curta duração. Entre os vários tipos de wavelets existentes, a figura 53 ilustra a wavelet chapéu mexicano, que é igual a segunda derivada de um gaussiana e se assemelha bastante com a forma de onda sísmica básica de Ricker. Esta por sua vez, se assemelha às formas de onda geradas pelas fontes de energia sísmicas reais e também é chamada de wavelet de Ricker, embora não tenha correlação com a função matemática wavelet.



Figura 53: Wavelet chapéu mexicano.

Tornando a função wavelet normalizada, com $||\psi(t)|| = 1$, e centrando nas vizinhanças de *t=0*, uma família de funções pode ser obtida a partir do escalonamento da função ψ por *s* e do deslocamento de *u*:

$$\psi_{u,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right)$$
(43)

A figura 54 ilustra a wavelet chapéu mexicano para quatro diferentes escalas e deslocamentos, enquanto a figura 55 ilustra o espectro das mesmas wavelets. Observa-se que, quanto mais comprimida é a wavelet mais espalhado é o seu espectro e deslocado para freqüências mais altas. Ao contrário, as wavelets mais dilatadas no tempo possuem o espectro mais comprimido em baixas freqüências. Verifica-se também, que o espectro das wavelets é do tipo

passa-banda, com $\hat{\psi}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0$. Mais especificamente, o espectro das wavelets mantém a razão entre freqüência central e faixa de passagem constante.



Figura 54: Wavelet Chapéu mexicano com diferentes escalas e deslocamentos.



Figura 55: Espectro das respectivas wavelets da figura 54.

Arbitrada uma família de wavelets, define-se então a transformada wavelet contínua – CWT de uma função $f \in L^2(\mathcal{R})$ no tempo *u* e escala *s* como:

$$CWT_{x}^{(\psi)}(u,s) = Wf(u,s) = \left\langle f, \psi_{u,s} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \psi^{*}\left(\frac{t-u}{s}\right) dt$$
(44)

Como a wavelet ψ tem média zero, a CWT pode ser interpretada como uma medida da variação do sinal *f* na vizinhança de *u* cujo tamanho é proporcional a *s*. Pode ser também interpretada como uma medida de similaridade entre o sinal e a wavelet deslocada de *u* com escalonamento *s*. A figura 56 ilustra o processo de cômputo da CWT, mostrando uma wavelet hipotética deslocada e escalonada para alguns pontos em particular.



Figura 56: Esquema para o cômputo da transformada wavelet contínua de um sinal representado pela linha em vermelho. Quando a wavelet hipotética está comprimida no tempo (a), os detalhes em alta freqüência são realçados. Já quando a wavelet está dilatada no tempo (d), as informações em baixa freqüência são enfatizadas. (Polikar, 2002).

Reescrevendo a eq.(44), a transformada wavelet contínua pode também ser interpretada como uma operação de convolução:

$$Wf(u,s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^*\left(\frac{t-u}{s}\right) dt = f * \overline{\psi}_s(u)$$
(45)

com:

$$\overline{\psi}_{s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^{*}\left(\frac{-t}{s}\right)$$
(46)

A transformada de Fourier de $\overline{\psi}(t)$ é dada por:

$$\hat{\overline{\psi}}_{s}(\omega) = \sqrt{s}\hat{\psi}^{*}(s\omega) \tag{47}$$

Logo, como o espectro de $\psi(t)$ é do tipo passa-banda, então a eq.(45) pode ser interpretada como a convolução do sinal x(t) com filtros do tipo passa-banda escalonados por *s*.

A figura 57 ilustra os coeficientes da CWT obtidos para um sinal gerado para teste. Nela os coeficientes da CWT são visualizados como uma imagem, onde as cores próximas do vermelho representam valores positivos dos coeficientes da CWT, enquanto as cores próximas do azul representam valores negativos.



Figura 57: Transformada wavelet contínua de um sinal de teste. A cores próximas do vermelho representam valores positivos dos coeficientes da CWT, enquanto as cores próximas do azul representam valores negativos.



Figura 58: (a) Sinal sísmico 2D gerado a partir de um modelo em cunha simulando o estreitamento de uma camada; (b) Sinal gerado a partir do empilhamento dos traços sísmicos do modelo em cunha; (c) Análise tempo – freqüência via STFT do sinal em (b); Análise tempo - escala do mesmo sinal.

Pode-se provar que a CWT preserva a energia do sinal e é inversível, ou seja, o sinal pode ser reconstruído a partir dos coeficientes da transformada wavelet (Mallat, 1998). A representação da energia dos coeficientes da CWT é chamada de escalograma e assim como a representação ilustrada na figura 57 mostra o comportamento do sinal ao longo do tempo e das escalas simultaneamente.

Um outro exemplo de análise tempo – escala, utilizando os coeficientes da CWT, está ilustrado na figura 58. Ele mostra a análise de um sinal sísmico sintético gerado a partir do empilhamento no tempo dos traços sísmicos do modelo em cunha, ilustrado na figura 58a.

O modelo em cunha é normalmente utilizado para ilustrar o efeito que a diminuição gradual da espessura das camadas gera no sinal sísmico e mostra que a identificação e caracterização de camadas delgadas através da sísmica não é uma tarefa simples. Utilizando a STFT como ferramenta de análise tempo – freqüência, observa-se através da figura 58c que a localização dos eventos de interesse no tempo quanto em freqüência não é eficaz, ou seja, através da STFT a pequena separação existente entre as camadas não é diretamente identificada. Já através da análise via CWT ilustrada na figura 58d as transições de interesse caracterizando a separação existente entre as camadas figura 58d as transições de interesse caracterizando a separação existente entre as camadas não é facilmente identificada.

Quando a wavelet utilizada é complexa, diz-se que a transformada wavelet é complexa ou analítica (Mallat, 1997).

5.2. Detecção e medida das singularidades de uma função via CWT

Os detectores de transições ou singularidades em sinais são baseados em conceitos básicos do cálculo matemático, onde os pontos de inflexão de um sinal estão associados aos extremos da primeira derivada, que correspondem aos cruzamentos em zero da segunda derivada. Baseados neste conceito, a maioria dos detectores de bordas busca identificar as transições em múltiplas escalas através da suavização prévia do sinal. A detecção de singularidades via múltiplas escalas está relacionada com a transformada wavelet como descrito a seguir.

Seja uma função de suavização $\theta(x)$ com integral igual a um e que converge para zero quando *x* tende a mais e menos infinito. Suponha também, que $\theta(x)$ seja uma função duplamente diferenciável e que a primeira e a segunda derivada de $\theta(x)$ sejam definidas como:

$$\psi^{a}(x) = \frac{d\theta(x)}{dx} \quad e \quad \psi^{b}(x) = \frac{d^{2}\theta(x)}{dx^{2}}$$
 (48)

Como as funções $\psi^{a}(x) e \psi^{b}(x)$ possuem integral, de menos a mais infinito, igual a zero, elas podem ser consideradas wavelets por definição. Assim, a transformada wavelet de um sinal *f*(*x*), para uma escala *s*, é obtida convoluindo-

se o sinal com a wavelet escalonada e, conseqüentemente, as transformadas wavelet para as duas wavelets definidas nas eq.(48) podem ser expressas como:

$$W_{s}^{a}f(x) = f * \psi_{s}^{a}(x)$$
 (49)

$$W_s^b f(x) = f * \psi_s^b(x) \tag{50}$$

Reescrevendo as eq.(49) e eq.(50) em função de $\theta(x)$, obtém-se:

$$W_s^a f(x) = f * \left(s \frac{d\theta_s}{dx} \right) (x) = s \frac{d}{dx} (f * \theta_s) (x)$$
(51)

$$W_{s}^{b}f(x) = f * \left(s^{2} \frac{d^{2} \theta_{s}}{dx^{2}}\right)(x) = s^{2} \frac{d^{2}}{dx^{2}}(f * \theta_{s})(x)$$
(52)

Pode-se verificar que, nas eq.(51) e eq.(52), as transformadas wavelet $W_s^a f(x)$ e $W_s^b f(x)$ são a primeira e a segunda derivada, respectivamente, do sinal suavizado na escala s. Logo, os extremos locais de $W_s^a f(x)$ correspondem aos cruzamentos com zero de $W_s^b f(x)$, que correspondem aos pontos de inflexão de $f * \theta_s(x)$. A figura 59 ilustra o processo de detecção de pontos de inflexão via transformada wavelet e mostra que, quando a wavelet é equivalente a primeira derivada da função de suavização $\theta(x)$, os pontos de inflexão podem ser obtidos através da identificação dos máximos e mínimos locais da transformada wavelet.

Já quando a wavelet é obtida a partir da segunda derivada da função de suavização $\theta(x)$, os pontos de inflexão são detectados a partir da localização dos pontos de cruzamento com zero da transformada wavelet. Para o caso em que $\theta(x)$ for uma gaussiana, o processo de detecção de bordas em imagens equivale ao processo proposto por Canny (Canny, 1986).

No exemplo ilustrado na figura 57 foi utilizado para a obtenção da CWT a wavelet chapéu mexicano, obtida a partir da segunda derivada de uma gaussiana. Assim, as transições do sinal podem ser detectadas através dos cruzamentos com o zero da transformada, o que pode ser facilmente verificado na transição abrupta do sinal na amostra 600.

Apesar dos processos de detecção de cruzamentos com zero e de localização de extremos locais da transformada wavelet serem equivalentes, o método que se utiliza dos extremos locais possui algumas vantagens significativas em relação ao outro método. Quando os pontos de inflexão são obtidos via localização dos extremos locais da transformada wavelet da função, os máximos locais representam transições abruptas da função suavizada $f^*\theta_s(x)$,

enquanto os mínimos locais correspondem a variações lentas. Já com a detecção de cruzamentos com zero, para wavelets obtidas com a segunda derivada da função de suavização, as transições são localizadas, mas não é possível distinguir a diferença entre uma transição abrupta de uma simples flutuação do sinal. Outra grande vantagem da detecção de máximos da transformada wavelet reside no fato do máximo local armazenar a derivada dos pontos de inflexão que podem ser usados para caracterizar as transições.



Figura 59: Detecção de pontos de inflexão de uma função através da detecção de máximos ou cruzamentos com zero da transformada wavelet (Jaffard et al., 2001).

5.2.1.Máximos do módulo da transformada wavelet - WTMM

Para a localização de pontos de inflexão de sinais, via localização dos extremos locais da transformada wavelet, deve-se definir uma wavelet que seja a primeira derivada da função de suavização. Uma das wavelets que atendem este requisito é a gerada a partir da derivação da função de densidade gaussiana, chamada de wavelet de Gauss e ilustrada na figura 60.



Figura 60: Wavelet de Gauss gerada a partir da derivação da função de densidade gaussiana.

A figura 61b ilustra o escalograma da CWT obtida utilizando a wavelet de Gauss para o sinal de teste mostrado na figura 61a. Observa-se que os extremos locais da representação coincidem com os pontos de inflexão do sinal. A figura 61c ilustra apenas os extremos detectados da CWT para cada escala analisada e observa-se que as variações abruptas no sinal geram máximos no módulo da transformada wavelet, formando linhas quando interligadas para todas as escalas. Pode-se provar que as linhas ligando os máximos do módulo da transformada wavelet – WTMML (Wavelet Transform Modulus Máxima Line) podem ser utilizadas para caracterizar as irregularidades do sinal (Mallat & Hwang, 1992).



Figura 61: (a) Sinal de teste; (b) CWT utilizando a wavelet obtida através da primeira derivada de uma gaussiana; (c) Máximos do modulo da CWT.

Irregularidades de um sinal são caracterizadas matematicamente através do expoente de Lipschitz, também chamado de expoente de Hölder, que é definido como (Mallat, 1997):

Definição:

- Seja n um inteiro positivo e n $\leq \alpha \leq$ n+1. Uma função f(x) é dita α Lipschitz em x₀, se e somente se existirem duas constantes A e h₀>0, e um polinômio de ordem n, P_n(x), tal que para h < h₀:

$$\left|f(x_0+h) - P_n(h)\right| \le A|h|^{\alpha} \tag{53}$$

- A função f(x) é uniformemente α Lipschitz em um intervalo]a,b[, se e somente se existir uma constante A e para qualquer $x_0 \in$]a,b[existir um polinômio de ordem n, $P_n(h)$, tal que a eq.(53) é satisfeita se $x_0+h \in$]a,b[.

- A regularidade Lipschitz de f(x) e x_0 é obtida através do limite superior de todos os valores α tal que f(x) é α Lipschitz em x_0 .

Definido o expoente de Lipschitz pode-se provar que α pode ser obtido através da evolução dos máximos do módulo da transformada wavelet através do seguinte teorema (Mallat, 1998):

Teorema: Se $f \in L^2(\Re)$ e é uniformemente Lipschitz $\alpha \le n$ em um intervalo [a,b], então existe um valor A > 0 tal que:

$$\forall (u,s) \in [a,b] \times \mathfrak{R}^{+} \quad , \quad |Wf(u,s)| \le As^{\alpha + \frac{1}{2}} \tag{54}$$

Inversamente, se Wf(u,s) satisfizer a eq.(54) e se $\alpha \le n$ não for um número inteiro, então f é uniformemente α Lipschitz no intervalo [a+ ε ,a- ε], para qualquer ε >0.

A condição estabelecida no teorema acima e explicitada pela eq.(54) equivale a:

$$\log_2 |Wf(u,s)| \le \log_2 A + \left(\alpha + \frac{1}{2}\right) \log_2 s \tag{55}$$

Portanto, o expoente α pode ser obtido a partir da estimativa da inclinação da curva formada pelo logaritmo em base dois dos coeficientes dos máximos do módulo da transformada wavelet pelo logaritmo em base dois das escalas utilizadas.

Deve-se observar que a WTMML utilizada para detecção das singularidades do sinal deve ser formada observando-se a área, ou cone, de influencia da wavelet utilizada a partir de um ponto no tempo x_0 . O cone de influência é a região do sinal em torno de um ponto no tempo x_0 levada em consideração para o cômputo da transformada wavelet quando a escala s é variada. Considerando que uma wavelet ψ tenha um suporte compacto entre *[-C,C]*, diz-se que o cone de influencia da transformada wavelet ao longo das escalas para uma determinada localização no tempo x_0 é igual a *[x_0-Cs,x_0+Cs]*. A figura 62 ilustra o cone de influencia em relação a uma localização no tempo x_0 .



Figura 62: Cone de influência da transformada wavelet para um ponto localizado no tempo em x_0 .

Em suma, a caracterização das singularidades de um sinal é realizada seguindo os seguintes passos:

a) Obtenção da transformada wavelet do sinal;

b) Obtenção dos máximos do módulo da transformada wavelet - WTMM;

c) Obtenção das linhas ligando os WTMM entre as escalas, WTMML, verificando se elas estão dentro do cone de influência;

d) Obtenção das curvas de amplitude dos máximos do módulo da transformada wavelet, WTMMLA;

e) Análise via eq.(55) das WTMMLA para obtenção dos expoentes de Lipschitz α .

A figura 63 ilustra a obtenção do expoente de Lipschitz para a descontinuidade existente em torno da amostra 600 no exemplo ilustrado na figura 61a e detectado pela WTMML formada pelos máximos do módulo da transformada wavelet conforme ilustrado na figura 61c. Observa-se na figura 63b que a inclinação da curva formada pelo logaritmo na base dois dos máximos do módulo da transformada wavelet é igual a meio. Logo, como esperado para uma descontinuidade, o expoente de Lipschitz α é igual a zero.



Figura 63: (a) Evolução dos máximos do módulo da transformada wavelet ao longo da escala para a descontinuidade detectada na figura 61 em torno da amostra 600; (b) Obtenção do expoente de Lipschitz via WTMML conforme a eq.(55).

5.3. Transformada wavelet discreta sem decimação no tempo.

Como analisado no item anterior, a CWT utiliza famílias de funções criadas variando continuamente os parâmetros de escalonamento *s* e de deslocamento *u*. Esta variação contínua de dois parâmetros simultaneamente torna a cômputo da CWT uma operação computacionalmente intensiva, embora, na prática, a transformada contínua seja aproximada através do cálculo da CWT para um grande número de escalas.

A forma mais conhecida de discretização da CWT é chamada de transformada wavelet discreta – DWT (Burrus, 2000). A implementação da DWT é realizada via banco de filtros e as correspondentes famílias de wavelets formam bases ortogonais ou biortogonais. A discretização utilizada para a implementação da DWT é realizada tanto em escala quanto em deslocamento de forma diádica, i.e., em potencias de dois. A figura 64a ilustra um esquema do reticulado formado em tempo e escala pela DWT. Entretanto, a DWT não é

invariante a deslocamentos no tempo, o que inviabiliza a detecção e caracterização de singularidades utilizando a forma proposta no item anterior.

Uma alternativa para construção de uma representação da transformada wavelet invariante a deslocamentos pode ser obtida discretizando apenas a escala como uma seqüência diádica, $\{2^i\}_{i \in \mathbb{Z}}$. O reticulado formado pela discretização sem decimação no tempo é ilustrado na figura 64b.



Figura 64: (a) Esquema do reticulado formado para a implementação da DWT; (b) esquema do reticulado formado para a transformada wavelet sem decimação.

A transformada wavelet de funções $f \in L^2(\mathcal{R})$, com discretização diádica da escala s é definida como:

$$Wf(u,2^{j}) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{2^{j}}} \psi\left(\frac{t-u}{2^{j}}\right) dt = f * \overline{\psi}_{2^{j}}(u)$$
(56)

onde:

$$\overline{\psi}_{2^{j}}(t) = \psi_{2^{j}}(-t) = \frac{1}{\sqrt{2^{j}}} \psi\left(\frac{-t}{2^{j}}\right)$$
(57)

Pode-se provar (Mallat, 1998) que a representação diádica definida pela eq.(56) forma uma representação estável, completa, e preserva a energia dos sinais.

Se a wavelet for construída de forma apropriada, a transformada wavelet sem decimação pode ser implementada via banco de filtros. A síntese destas wavelets é realizada da mesma forma que outras wavelets biortogonais (Mallat, 1998). Mallat&Zhong (Mallat&Zhong, 1992) projetaram uma família de wavelets spline quadráticas apropriada para a detecção e caracterização de singularidades em sinais. A figura 65 ilustra a referida wavelet e sua função de suavização e pode-se verificar que, a wavelet spline quadrática de Mallat&Zhong é a primeira derivada da função de suavização e é uma função suave, o suficiente para analisar um grande tipo de transições existentes nos sinais.



Figura 65: Função de suavização e wavelet spline quadrática (Mallat&Zhong, 1992).

A transformada wavelet utilizando a wavelet de Mallat&Zhong pode ser implementada via banco de filtros, esquematicamente ilustrado na figura 66, e especificado através dos coeficientes da tabela 1. O algoritmo para implementação da transformada wavelet sem decimação, conhecido como "wavelet à trous", é similar aos da transformada wavelet biortogonal (Shensa, 1992) e consiste, basicamente, na convolução do sinal com os coeficientes do filtro acrescido de (2ⁱ-1) zeros entre as amostras, onde j é nível da escala analisada. Daí a origem do nome "wavelet à trous", que em francês significa wavelet com buracos ou zeros.

99

A transformada wavelet sem decimação no tempo é inversível e o sinal original pode ser reconstruído utilizando o banco de filtros esquematizado na figura 66b.



Figura 66: (a) Os coeficientes da decomposição diádica são obtidos via convolução em cascata com os filtros \overline{h}_j e \overline{g}_j dilatados por (2^{*j*}-1) zeros entre as amostras; (b) O sinal original pode ser reconstruído via convoluções dos coeficientes com \widetilde{h}_j e \widetilde{g}_j . Um fator de ½ deve ser utilizado (Mallat, 1998).

| n | $h[n]/\sqrt{2}$ | $\tilde{h}[n]/\sqrt{2}$ | $g[n]/\sqrt{2}$ | $\widetilde{g}[n]/\sqrt{2}$ |
|----|-----------------|-------------------------|-----------------|-----------------------------|
| -2 | - | - | - | -0.03125 |
| -1 | 0.125 | 0.125 | - | -0.21875 |
| 0 | 0.375 | 0.375 | -0.5 | -0.6875 |
| 1 | 0.375 | 0.375 | 0.5 | 0.6875 |
| 2 | 0.125 | 0.125 | - | 0.21875 |
| 3 | - | - | - | 0.03125 |

Tabela 1: Coeficientes do filtro biortogonal de Mallat&Zhong (Mallat&Zhong, 1992).

Da mesma forma como foi definida a utilização dos máximos do módulo da transformada wavelet na CWT para detecção e caracterização de singularidades

em sinais, a WTMM pode ser utilizada com a transformada wavelet sem decimação no tempo. A figura 67 ilustra a detecção de singularidades através da WTMML para um sinal de teste utilizando apenas quatro escalas diádicas, enquanto a figura 68 ilustra a evolução da WTMMLA para as singularidades localizadas na amostra 200 do sinal de teste e detectadas na figura 67.



Figura 67: Detecção de singularidades de um sinal de teste utilizando as WTMML geradas a partir da transformada wavelet sem decimação no tempo.



Figura 68: Evolução da WTMMLA para as singularidades localizadas na amostra 200 do sinal de teste e detectadas na figura 67.

5.4. Atributos sísmicos e análise de fácies sísmicas utilizando transformada wavelet sem decimação no tempo.

O grande objetivo do trabalho realizado pelo interprete sísmico é a detecção e caracterização de eventos geológicos associados a anomalias relacionadas a presença de hidrocarbonetos. Como a sísmica representa a refletividade do sub-solo suavizado pela fonte sísmica, a detecção e caracterização de singularidades no sinal sísmico via transformada wavelet pode ser uma forma eficaz para caracterização de reservatórios. Dentre outras sugestões, Hoekstra (Hoekstra, 1996) aplicou este conceito e utilizou o expoente de Lipschitz α como atributo sísmico.

Em primeira instância, a idéia é excelente, mas embora a transformada wavelet sem decimação seja considerada uma forma muito mais rápida que a CWT para análise de sinais, a obtenção do expoente de Lipschitz α utilizando apenas algumas escalas pode não ser uma maneira eficaz para estimação de α . Assim, a princípio, a utilização da CWT para a obtenção de α seria mais recomendada. Entretanto, usualmente, na análise de fácies sísmicas, dispõe-se de poucas amostras do sinal para a análise, logo a análise utilizando CWT ficaria prejudicada e janelas maiores de análise teriam que ser utilizadas.

A figura 69a ilustra um sinal sísmico sintético gerado a partir de um modelo em cunha, utilizado para simulação de estreitamento de camadas geológicas. As figuras 69b e 69c ilustram os coeficientes da transformada wavelet sem decimação com quatro níveis de decomposição. Nas mesmas figuras estão ilustrados em vermelho os pontos equivalentes aos extremos locais da transformada, as WTMM, máximos do módulo da transformada wavelet. Nas figuras 69d e 69e são ilustrados as linhas ligando os WTMM que estão dentro dos respectivos cones de influência. As WTMML podem ser interpretadas como amostras das cumeeiras do módulo da CWT.

As figuras 69f e 69g ilustram a evolução das amplitudes dos máximos do módulo da transformada wavelet, WTMMLA, dentro de cada linha formada. Os expoentes de Lipschitz α podem ser gerados para cada WTMMLA. Neste exemplo, os expoentes α podem ser estimados a partir de quatro amostras através de uma regressão linear simples.



Figura 69: (a) Sinal sísmico sintético de um modelo de cunha; (b) (c) Coeficientes transformada wavelet sem decimação e os máximos do módulo da transformada wavelet WTMM em vermelho para os traços 06 e 10; (d) (e) WTMML para os traços 06 e 10; (f) (g) WTMMLA para os traços 06 e 10.

Pode-se observar que as curvas WTMMLA utilizadas para o cálculo do expoente de Lipschitz, usado para caracterizar singularidades, podem ser interpretadas como padrões por si só, ou seja, ao invés de inferir o valor de α e usá-lo como um atributo único, este trabalho propõe a utilização da curva WTMMLA como atributo de entrada para um sistema de classificação de padrões.

Partindo desta hipótese, o seguinte sistema para análise de fácies sísmicas é proposto (Matos et al, 2003):

a) Segmentação espacial e temporal com orientação geológica;

 b) Decomposição dos traços sísmicos utilizando transformada wavelet sem decimação no tempo com o número de níveis desejado;

c) Encontrar as WTMMLA de cada traço e montar o vetor de atributos com as WTMMLA mais significativas (normalmente duas);

 d) Formação e treinamento do SOM com número de vetores protótipos muito maior que o número esperado de fácies sísmicas;

 e) Utilizando a visualização da U-matrix do SOM em comparação com o índice de Davies-Bouldin para diferentes números de agrupamentos é estimado o número de fácies sísmicas;

f) Clusterização e rotulação dos vetores protótipos do SOM utilizando o algoritmo partitivo K-means;

g) Após os elementos do SOM serem rotulados com o número de fácies sísmicas estimada, os atributos sísmicos, para cada ponto do reticulado de entrada, são comparados com os vetores protótipos do SOM e então classificados de acordo com a fácie do agrupamento mais próximo.

h) Construção e Interpretação dos mapas de fácies sísmicas.

5.4.1. Análise de fácies sísmicas de um dado sintético

O mesmo dado sintetizado com ruído de interpretação ilustrado na figura 47a foi utilizado para verificação do método de análise de fácies sísmicas proposto. A figura 70c ilustra o resultado obtido. Verifica-se que o resultado foi excelente, confirmando a expectativa quanto à capacidade de localização de eventos sísmicos no tempo.



Figura 70 : Análise de fácies sísmicas de dados sintéticos obtidos através de um interpretação ruidosa; (a) dado sísmico; (b) análise utilizando forma de onda como atributo; (c) análise utilizando atributos obtidos via WTMMLA.

5.4.2. Análise de fácies sísmicas de um dado real

Como exemplo, o método proposto foi aplicado para análise do mesmo dado sísmico real da Bacia de Campos utilizado nos itens 3.4.2 e 4.4.2.

Para esta análise foi utilizada uma janela com 16 amostras em torno do horizonte que delimita o topo do reservatório. O resultado da análise de fácies sísmicas está ilustrado na figura 71c. Pode-se observar na figura 71b que os quatro grupos formados para analise foram bem realçados na matriz-U, coincidindo com o número de fácies sugeridas na análise petrofísica (Johann, 2000).



Figura 71: Análise de fácies sísmicas do topo do reservatório de um dado sísmico real utilizando o método proposto; (a) Matriz-U obtida com o método de agrupamento do SOM; (b) Análise dos grupos formados utilizando o algoritmo K-means; (c) Mapa de fácies sísmicas.

Assim como na análise de fácies sísmicas, utilizando o algoritmo de "matching pursuit", a localização do átomo mais importante funciona como uma ferramenta para interpretação de horizontes. Na análise utilizando transformada wavelets sem decimação, a detecção da singularidade considerada mais importante pode ser utilizada como ferramenta para interpretação de horizontes. A análise de fácies sísmicas também foi realizada em torno do horizonte que delimita a base do reservatório, tomando também dezesseis amostras e o resultado obtido está ilustrado na figura 72c.



Figura 72: Análise de fácies sísmicas da base de um reservatório de um dado sísmico real utilizando o método proposto; (a) Matriz-U obtida com o método de agrupamento do SOM; (b) Análise dos grupos formados utilizando o algoritmo K-means; (c) Mapa de fácies sísmicas.

O excelente resultado da análise de fácies sísmicas utilizando WTMMLA para dados sintéticos e os resultados coerentes obtidos para dados reais sugerem que a metodologia proposta neste capítulo seja uma ferramenta importante tanto para caracterização de reservatórios quanto para a exploração sísmica, principalmente, pela sua menor sensibilidade a erros de interpretação.