

Gabriela Cristina Paiva Martins

Previsão da tolerância às trincas curtas que nascem de entalhes

Dissertação de Mestrado

Dissertação de Mestrado apresentada como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Jaime Tupiassú Pinho de Castro

Rio de Janeiro Setembro de 2019

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro



Gabriela Cristina Paiva Martins

Previsão da tolerância às trincas curtas que nascem de entalhes

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo:

Prof. Jaime Tupiassú Pinho de Castro

Orientador Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. Marco Antônio Meggiolaro

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio

Prof. Antônio Carlos de Oliveira Miranda

Universidade de Brasília - UNB

Rio de Janeiro, 26 de setembro de 2019

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Gabriela Cristina Paiva Martins

Possui graduação em Engenharia Mecânica pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (2016) e mestrado em Engenharia Mecânica pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (2019).

Ficha Catalográfica

Martins, Gabriela Cristina Paiva

Previsão da tolerância às trincas curtas que nascem de entalhes / Gabriela Cristina Paiva Martins ; orientador: Jaime Tupiassú Pinho de Castro. – 2019. 80 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, 2019. Inclui bibliografia

 Engenharia Mecânica - Teses. 2. Trinca curta. 3. Modelagem das trincas curtas. 4. Fadiga. 5. Limiar de propagação. 6. Tamanho característico de trinca curta. I. Castro, Jaime Tupiassú Pinho de. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. III. Título.

CDD: 621

Agradecimentos

Ao meu orientador e professor Jaime Tupiassú por todo suporte e paciência em tirar minhas dúvidas ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

A todos os professores do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio pelos ensinamentos durante o mestrado.

Ao professor Antônio Carlos Miranda pelos dados numéricos gerados a partir do *Quebra2D*.

Ao pessoal do laboratório de Fadiga da PUC-Rio, do Laboratório de Instrumentação e Ultrassom (LINUS) do CEFET-RJ e do Instituto Nacional de Tecnologia (INT) por todo suporte obtido para realização dos ensaios experimentais.

Aos meus familiares e amigos por me motivarem sempre.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Resumo

Martins, Gabriela Cristina Paiva; de Castro, Jaime Tupiassú Pinho. **Previsão da tolerância às trincas curtas que nascem de entalhes**. Rio de Janeiro, 2019. 80p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Para garantir que um componente estrutural resistirá ao longo de sua campanha operacional às trincas que podem não ter sido detectadas durante a última inspeção, é preciso estudar a tolerância aos defeitos nos componentes estruturais. As trincas longas podem ser modeladas por conceitos tradicionais da Mecânica da Fratura, mas as trincas curtas, em especial aquelas que partem de entalhes, não podem. O comportamento destas trincas curtas é modelado a partir do conceito do seu tamanho característico a₀, proposto por El Haddad, Topper e Smith, que concilia o limite de iniciação de uma trinca por fadiga com o limiar de propagação das trincas longas. Para obtenção deste parâmetro, o limite de fadiga S_L da liga de Al 6351-T6 é estimado por termografia e verificado extrapolando sua curva *eN* medida por procedimentos normalizados para uma vida útil muito longa. O limiar de propagação das trincas longas ΔK_{th} é medido através de ensaios padronizados. Por último, tamanhos de trincas em corpos de prova de geometrias diferentes são previstos por aproximações analíticas a partir dos campos de tensões à frente dos entalhes $\sigma_v(x)/\sigma_n$ por Inglis e Creager & Paris.

Palavras-chave

Trinca curta, modelagem das trincas curtas, fadiga, limiar de propagação, tamanho característico de trinca curta, vida à fadiga

Abstract

Martins, Gabriela Cristina Paiva; de Castro, Jaime Tupiassú Pinho (Advisor). **Prediction of tolerance to short cracks departing from notched specimens**. Rio de Janeiro, 2019. 80p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

To guarantee the structural integrity of a component during its operational life, it is necessary to study the tolerances to defects. Long cracks may be modeled by traditional concepts of Fracture Mechanics, but short cracks, especially those that start from notches, cannot. The behavior of these short cracks is modeled on the concept of characteristic size a_0 , presented by El Haddad, Topper and Smith, which reconciles the initiation limit of a fatigue crack with the propagation threshold of the long crack. To obtain this parameter, the fatigue limit SL is estimated by thermography, and thereafter, the result of the Al 6351-T6 alloy, presented in this work, is verified by extrapolating its ϵN curve measured by standard procedures for a very long service life. The propagation threshold of long cracks K_{th} is measured by the standard test. Finally, crack sizes in specimens for different geometries are predicted by analytical approximations from the stress fields ahead of the notches by Inglis and Creager & Paris.

Keywords

Short crack, short crack modeling, fatigue, growth threshold, fatigue short crack threshold, fatigue stress limit

Sumário

1	I	ntrodução	17
	1.1	Visão global	17
	1.2	Motivação	18
	1.3	Objetivos	19
	1.4	Revisão Bibliográfica	19
	1.5	Organização da dissertação	27
2	F	Sundamentos teóricos	29
	2.1	Campo de Tensões Linear Elástico em Torno das Trincas	29
	2.2	O Furo de Kirsh	30
	2.3	K_t para furo elíptico de Inglis	31
	2.4	Estimativa de Creager e Paris	32
	2.5	Limiar de propagação	34
	2.6	Tolerância a trincas curtas	35
	2.7	Estimativa do tamanho característico de trinca curta a ₀	37
	2.7	7.1 Limiar de propagação ΔK_{th} e limite de fadiga S_L	37
	2.8	Estimativas para o fator de intensidade de tensões	46
	2.8	8.1 Estimativas do efeito dos entalhes na propagação das trincas curtas	46
	2.9	QUEBRA2D	49
3	P	Procedimentos Experimentais	50
	3.1	Seleção do material	50
	3.2	Equipamentos utilizados	51
	3.2	2.1 Ensaios de tração	51
	3.2	2.2 Ensaios de termografia	51
	3.2	2.3 Ensaios de fadiga	53
	3.3	Corpos de prova	54
	3.3	3.1 Ensaios de tração	54

	3.3.2	Ensaios termográficos	54
	3.3.3	Ensaios eN	55
	3.3.4	Ensaios da/dN para medir o limiar ΔK_{th}	55
4	Resu	ltados e Discussão	57
	4.1 Res	istência à ruptura S _R	57
	4.2 Lin	niar de Propagação de Trinca K _{th}	58
	4.3 Lin	nite de Fadiga	59
	4.3.1	Método termográfico	59
	4.3.2	Extrapolação da curva εN	62
	4.3.3	Comparação dos resultados estimados para S_L	64
	4.4 Mo	delagem analítica e numérica para estimativas de trinca curta	65
5	Cone	clusão	76
	5.1 Pro	postas para trabalhos futuros	77
6	Refe	rências bibliográficas	78

Lista de Figuras

Figura 1-1 – Corte esquemático de uma trinca de fadiga 17
Figura 1-2 – Boeing 737 da Aloha Airlines após o acidente [4] 18
Figura 1-3 – Corpos de prova de fadiga e mecanismo para segurar os CPs [8] 20
Figura 1-4 - (a) Curvas de propagação de uma chapa de aço macio entalhada; (b)
Espécime depois de $16x10^8$ ciclos; (c) Espécime depois de $12x10^8$ ciclos. [8] 21
Figura 1-5 – Força de fadiga e concentração de tensão K_t para carregamentos de média
zero [8]
Figura 1-6 – (a) Corpos de prova entalhados para ensaios de flexão rotativa; (b) Tensão
alternada versus Kt para aço leve para espécimes de flexão rotativa; (c) e (d) Micro
fotografias de trincas não propagantes formadas nos espécimes [9] 22
Figura 1-7 – Detalhes da geometria do corpo de prova e esquema da posição dos micropits
[10]
Figura 1-8 - (a) Uma trinca NP que inicialmente propagou da borda de um pit não-
recozido realizado por eletroerosão com uma tensão de $\sigma = 210$ MPa e N = 10^7 ciclos;
(b) Uma trinca NP que inicialmente propagou da borda de um pit recozido realizado
por eletroerosão com uma tensão de $\sigma = 210$ MPa e N = 10^7 ciclos
Figura 1-9 - Comportamento para uma trinca e um entalhe centralizado em uma placa
infinita (a separação entre a trinca curta e longa é baseada no a ₀) [11] 24
Figura 1-10 - Comportamento em fadiga de um componente real [11]25
Figura 1-11 - Dados experimentais em materiais cerâmicos mostrando o efeito do
comprimento da trinca. Previsão usando o Método do Ponto da Teoria da Distância
Crítica [13]
Figura 1-12 – (a) Flexão de quatro pontos com o corpo de prova entre os quatro cilindros
de cerâmica;(b) Geometria do espécime e a direção das coordenadas. [14] 26
Figura 1-13 - (a) Trinca curta em um entalhe afiado no final de uma pré-trinca; (b)
Restante de uma trinca curta após o método de eletroerosão 27
Figura 1-14 – Taxas de crescimento de trincas experimentais versus ΔK_I
Figura 2-1 – Notação usada para descrever as tensões em torno de uma trinca carregada
em modo I
Figura 2-2 – Alguns FIT catalogados na literatura [4]
Figura 2-3 – O problema de Kirsh [4]

Figura 2-4 – Placa de Inglis sob tração uniaxial perpendicular ao eixo $2a$ do furo elíptico
[4]
Figura 2-5 - Curva $da/dN \times \Delta K$ típica, com as suas 3 fases características 34
Figura 2-6 - Propagação de trincas sob R=0 numa chapa de aço HT80 com
$\Delta K_0 = 11.2 MPa \sqrt{m} e \Delta S_0 = 575 MPa.$
Figura 2-7 – A probabilidade de detecção das trincas depende do tamanho da trinca, e
cada método de IND tem um limiar de detecção a_{th} e outro de detecção provável a_{pr}
Figura 2-8 – Curva SN típica para aços leves e ligas de alumínio [29] 39
Figura 2-9 - Fases do comportamento térmico de um espécime: incremento de
temperatura versus número de ciclos [31] 40
Figura 2-10 – Função $\Delta T = f(N)$ para carregamentos diferentes [31]
Figura 2-11 - Máximos incrementos de temperatura em CPs sob diferentes tensões
aplicadas. As tensões aplicadas ($\Delta \sigma = \sigma_{max}/2$, $R = 0$) são indicados em MPa na
legenda. As três fases são mostradas para o ensaio realizado a 245 MPa 41
Figura 2-12 – Limite de fadiga a partir da análise da estabilização da temperatura (fase 2
da Figura 2-11) [30]
Figura 2-13 – Step loading procedure para obter o limite de fadiga e a integral Φ 43
Figura 2-14 - Componentes elástica e plástica da deformação total ε [4]
Figura 2-15 – Curvas $\sigma \varepsilon$ cíclica e $\Delta \sigma \Delta \varepsilon$ do laço, geradas com mesmas constantes <i>E</i> , <i>H</i> _c e
h_c , desenhadas para reproduzir a história da carga. [4]
Figura 2-16 – Curva de Coffin-Manson [4]
Figura 2.2-17 - Distribuição de $\sigma_y(\alpha = \alpha_0, b)$ ao longo da borda do furo elíptico na placa
infinita sob tração nominal σ_n perpendicular ao eixo semi-eixo a, para um furo com
a/b = 2
Figura 2-18 - DC(T) com entalhe modificado
Figura 3-1 - Máquina Instron 5500R no laboratório Instituto Tecnológico da PUC-Rio
(ITUC)
Figura 3-2 – RBF 200: (a) visão geral; (b) visão lateral
Figura 3-3 - Câmera infravermelha modelo FLIR® A320
Figura 3-4 – Instron 8051: (a) com as garras para o ensaio de propagação de trinca; (b)
com as garras para o ensaio ɛN 53
Figura 3-5 – (a) CP para o ensaio de tração; (b) CP após o ensaio

Figura 3-6 – Desenho do corpo de prova para máquina de flexão rotativa 54
Figura 3-7 - Corpo de prova pintado para ensaio termográfico 55
Figura 3-8 – (a) Desenho do corpo de prova para o ensaio ϵN ; (b) Corpo de prova polido
e usinado
Figura 3-9 – (a) Desenho do corpo de prova para obtenção do K_{th} ; (b) Montagem do corpo
de prova na máquina Instron 8501 56
Figura 3-10 – Extensômetro colado na parte traseira do DC(T) [42] 56
Figura 3-11 – Interface do programa LABVIEW [42]
Figura 4-1 - Tensão versus deformação [35]
Figura 4-2 - Gráficos das partes elásticas do ensaio de tração com suas aproximações
lineares [35]
Figura 4-3 – curva $da/dN \times \Delta K$ da liga Al 6351 T6 medida sob $R = 0.1$
Figura 4-4 – Temperatura máxima (°C) versus número de ciclos 59
Figura 4-5 – Número de ciclos da fase I versus σ_a/S_R60
Figura 4-6 – Temperatura máxima (°C) versus número de ciclos 61
Figura 4-7 – Avaliação de $S_{\rm L}$ a partir dos dados térmicos
Figura 4-8 – Montagem do relógio comparador na máquina servo-hidráulica para alinhar
as garras usadas nos testes <i>EN</i>
Figura 4-9 - Calibrador do <i>Clip-gage</i>
Figura 4-10 - Interface <i>LabView</i>
Figura 4-11 – Curva de Coffin-Manson da liga Al 6351 T6 medida 64
Figura 4-12 - Fatores de intensidade de tensão estimados para o DC(T) entalhado por
Inglis e por Creager e Paris, para $\Delta \sigma_n = 19.1$ MPa, $b = 15.85$ mm e $\rho = 0.5$ mm 66
Figura 4-13 - Influência do expoente γ nas estimativas do crescimento das trincas curtas
Figura 4-14 - Fatores de intensidade para o furo a partir da solução de Inglis e da
aproximação de Creager e Paris sob uma carga $\Delta \sigma_n = 19.1$ MPa onde b = 15.85 mm
e $\rho = 0.5 \text{ mm}$ com o resultado do Quebra2D
Figura 4-15 - Fatores de intensidade de tensão estimados para o DC(T) entalhado por
Inglis e por Creager e Paris, para $\Delta \sigma_n = 19.1$ MPa, $b = 15.85$ mm e $\rho = 0.1$ mm 69
Figura 4-16 – Crescimento da trinca <i>a</i> (em metros) medido sobre a carga de 820 N versus
o número de ciclos para o primeiro CP 70

Figura 4-17 - Crescimento da trinca a (em metros) medido sobre a carga de 820 N versus o número de ciclos para o segundo CP...... 70 Figura 4-18 - Fatores de intensidade para o furo a partir da solução de Inglis e da aproximação de Creager e Paris sob uma carga $\Delta \sigma n = 25$ MPa onde b = 15.85 mm, $\rho = 0.5$ mm e S_L obtido pela técnica ϵ N com o resultado do Quebra2D......71 Figura 4-19 - Fatores de intensidade para o furo a partir da solução de Inglis e da aproximação de Creager e Paris sob uma carga $\Delta \sigma n = 25$ MPa onde b = 15.85 mm, $\rho = 0.5$ mm e S_L obtido pela técnica termográfica com o resultado do Quebra2D 71 Figura 4-20 - Tensão alternada contra K_t, para amostras cilíndricas e de placa entalhadas Figura 4-21 - (a) Espécime de uma barra cilíndrica entalhada para ensaios de fadiga; (b) Espécime de placa com entalhes nas bordas para ensaios de fadiga......73 Figura 4-22 - Fatores de intensidade para o furo a partir da solução de Inglis e da aproximação de Creager e Paris: (a) raio do entalhe $\rho = 0.004$ pol para o corpo cilíndrico; (b) raio do entalhe $\rho = 0.004$ pol; (c) raio do entalhe $\rho = 0.01$ pol; (d) raio do entalhe $\rho = 0.05$ pol; (e) raio do entalhe $\rho = 0.3$ pol; (f) raio do entalhe $\rho = 0.02$ pol para o corpo na geometria de placa......74

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Composição química do Al 6351-T6	51
Tabela 4.1 - Propriedades mecânicas medidas	57
Tabela 4.2 – Resultados dos ensaios experimentais com $\sigma_a = 0.6, 0.7 \text{ e } 0.8 \cdot \text{S}_{\text{R}}$	60
Tabela 4.3 – Parâmetros da curva de Coffin-Manson da liga Al 6351 T6	64
Tabela 4.4 – Estimativas para limite de fadiga da liga Al 6351 T6	65
Tabela 4.5 - Propriedades mecânicas medidas	73
Tabela 4.6 – aprd encontrados nos CP do Frost	. 75

Lista de Símbolos

a	Tamanho de trinca [mm]
\mathbf{a}_0	Tamanho inicial de trinca ou tamanho característico da trinca curta [mm]
aD	Tamanho do defeito crítico [mm]
a _N	Profundidade crítica do entalhe [mm]
a _{th}	Tamanho de limiar de detecção [mm]
a _{pr}	Tamanho de detecção provável [mm]
a*	Profundidade particular do entalhe [mm]
b	Expoente elástico da curva de Coffin-Manson
В	Expoente da curva SN (ou de Wöhler)
c	Foco da elipse [mm]
С	Constante da curva SN (ou de Wöhler)
d	Diâmetro [mm]
Е	Módulo de elasticidade à tração (módulo de Young) [GPa]
Ec	Quantidade de energia necessária por unidade de volume
E_i	Energia interna
E_p	Energia plástica de deformação
E_r	Vida residual em termos de energia
E_t	Módulo tangente d σ /d ϵ [GPa]
$E_{\rm w}$	Trabalho no sistema
f	Frequência [Hz]
f(a/w)	Função adimensional de geometria do fator de intensidade de tensão
Н	Coeficiente de encruamento monotônico [MPa]
Н	Expoente de encruamento monotônico [1]
H_{c}	Coeficiente de encruamento cíclico [MPa]
h_c	Expoente de encruamento cíclico [1]
HB	Dureza Brinell [kg/mm ²]
ka	Fator de acabamento superficial
\mathbf{k}_{b}	Fator de tamanho
kc	Fator de carregamento

ke	Fator de confiabilidade
k⊚	Fator de temperatura
KI	Fator de intensidade de tensão em modo I [MPa√m]
K _{máx}	Fator de intensidade de tensão máximo [MPa√m]
K _t	Fator de concentração de tensão linear elástico
L	Comprimento [mm]
m	Expoente da curva da/dN
М	Momento fletor [N.mm]
N	Vida (em número de ciclos)
N_0	Número de ciclos sob condições de carregamento definidas
N_{f}	Número de ciclos até a falha
N_L	Vida associada ao limite de fadiga do material [ciclos]
N_s	Número total de ciclos para atingir a temperatura estabilizada
N _{si}	Número de ciclos para atingir a temperatura estabilizada na i-ésima aplicação da
	carga no stepped loading procedure entre uma etapa de carregamento anterior
	(σ_{i-1}) e seguinte (σ_i)
N_t	Vida de transição
R	Razão de tensão
Ra	Rugosidade superficial [µm]
RA	Percentagem de redução de área [%]
Р	Carga aplicada [N]
$P_{mín}$	Carga mínima aplicada [N]
P _{máx}	Carga máxima aplicada [N]
Q	Energia convertida em calor [J]
$\mathbf{S}_{\mathbf{F}}$	Resistência à fadiga para um número de ciclos N [MPa]
S_{E}	Limite de escoamento [MPa]
S_{L}	Limite de fadiga [MPa]
S_R	Resistência à ruptura [MPa]
t	espessura do corpo de prova [mm]
W	Largura do corpo de prova [mm]
$\Delta \Theta$	Variação de temperatura [°C]
$\Delta \Theta_0$	Limiar da diferença térmica devido à histerese elástica e ao ruído térmico [°C]

 $\Delta \Theta_2$ Diferença térmica na fase de estabilização (fase 2) [°C]

- Limiar de propagação de trinca para R = 0 [MPa \sqrt{m}] ΔK_0 Limiar de propagação de trinca [MPa \sqrt{m}] ΔK_{th} ΔS_0 Limite de fadiga para R = 0 [MPa] Expoente da Equação de Bazant γ Gama das deformações atuantes no ponto crítico da peça Δε Deformação [%] 3 Coeficiente elástica da deformação ε_{el} Coeficiente plástica da deformação ε_{pl} σ Tensão [MPa] $\Delta \sigma$ Gama de tensões nominais [MPa] Componente alternada da tensão [MPa] σ_a Coeficiente elástico de Coffin-Manson [MPa] σ_{c} Tensão crítica de flambagem [MPa] $\sigma_{\rm fl}$
- Fator de superfície livre η
- Tensão cisalhante máxima [MPa] $\tau_{máx}$
- φ fratura, proporcional à energia Ec para pequenas variações térmicas

Abreviações

- Corpo de prova CP
- C&P Creager & Paris
- DC(T) Disk-shaped compact test
- FGT Fator de gradiente de tensão
- FIT Fator de intensidade de tensão
- IND Inspeção não-destrutiva
- TDC Teoria da Distância Crítica

- Quantidade cumulativa de incrementos térmicos por unidade de volume na

1 Introdução

1.1 Visão global

Fadiga é um mecanismo de falha mecânica causado primariamente por cargas variáveis, que induz a iniciação e/ou crescimento de uma trinca até uma eventual fratura do componente estrutural. Essas falhas são localizadas (causadas pelas tensões que atuam num ponto crítico da peça), progressivas e cumulativas.

Embora o início da trinca por fadiga seja impulsionado primariamente pelas gamas de tensão ou deformação, as forças motrizes para o crescimento de trinca por fadiga são as gamas e o pico do fator de intensidade de tensão ΔK e K_{max} que as solicitam em serviço. Em geral, as trincas crescem seguindo trajetórias macroscopicamente perpendiculares à máxima tensão trativa, mesmo quando nascem paralelas à máxima tensão de cisalhamento $\tau_{máx}$, como ilustrado na Figura 1-1.



Figura 1-1 – Corte esquemático de uma trinca de fadiga

O fenômeno "fadiga" foi reconhecido na década de 30 no século XIX quando Wilhelm Albert apresentou os resultados do primeiro teste de fadiga, realizado em correntes transportadoras nas minas de Clausthal, na Alemanha, e concluiu que a falha era devido às cargas repetidas e não a eventuais sobrecargas [1]. A palavra "fadiga" foi usada na literatura pela primeira vez em 1854 (Pook [2] *apud* Gürgen [3]).

Na indústria aeronáutica, o caso do primeiro jato comercial (o Comet, fabricado na Inglaterra pela de Haviland) é um típico problema de falha por fadiga. Trincas que nasceram em suas janelas retangulares se propagaram até causarem a queda de duas aeronaves, levando ao aterramento de toda à frota e eventualmente à falência da indústria aeronáutica inglesa. [1, 3, 4]

Outro caso muito conhecido é a falha de um Boeing 737 da empresa *Aloha Airlines*, onde em uma viagem de rotina a aeronave perdeu parte da fuselagem em 1988, também devido a uma falha de fadiga após um pouco mais de 32000 voos, vide Figura 1-2.



Figura 1-2 – Boeing 737 da Aloha Airlines após o acidente [4]

Estes exemplos mostram que a presença de uma trinca em um componente de uma máquina, veículo ou estrutura pode ocasionar uma fratura em duas ou mais peças. Isso pode ocorrer em tensões bem abaixo da resistência ao escoamento S_E do material. O estudo e o uso da Mecânica da Fratura são de grande importância para a engenharia, simplesmente porque trincas ocorrem com mais frequência na prática. De fato, as avaliações de vida de fadiga de componentes trincados exigem modelos confiáveis e inspeções periódicas, para identificar e eventualmente monitorar estes defeitos até que possam ser reparadas pelos procedimentos adequados de manutenção preventiva para assegurar a integridade estrutural.

As ferramentas da Mecânica da Fratura permitem a análise da resistência e da vida dos componentes estruturais trincados. Por isso, elas fornecem uma base para a escolha de materiais e detalhes de projeto, de modo a minimizar a possibilidade de falhas devidas às trincas.

1.2 Motivação

Para que uma estrutura possa ser considerada segura, é necessário garantir que ela resistirá a todas as cargas e sobrecargas de serviço durante toda a sua vida operacional, de forma previsível e repetitiva, tolerando as trincas que podem não ter sido detectadas e reparadas durante a última inspeção. [4]

A primeira aplicação compulsória desta filosofia de projeto tolerante a defeitos decorreu da quebra do suporte da asa de um caça norte-americano F-111, e da sua consequente queda durante um voo de treinamento na década de 60 do século passado, após apenas cerca de 104 horas de voo. Apesar de ter sido inspecionado por pelo menos 3 vezes em etapas diferentes da sua montagem, o pequeno defeito de fabricação que levou à perda da aeronave não foi detectado, e cresceu por fadiga durante a curta vida do caça, até provocar a fratura do suporte. Por isso, cerca de 5 anos após a queda, a força aérea americana ordenou que as todas as suas aeronaves fossem projetadas para resistir a defeitos que possam não ser detectados numa inspeção periódica. O projeto deve garantir que esses defeitos não cresçam e eventualmente causem a queda da aeronave antes que eles possam ser detectados e reparados numa inspeção subsequente.

1.3 Objetivos

Os objetivos do presente trabalho são: (i) obter o limiar de propagação das trincas longas por fadiga $\Delta K_{th}(R)$ em uma determinada razão $R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$ na liga de Al 6351 T6; (ii) obter o limite de fadiga deste material S_L por meio da técnica termográfica e verificar esta propriedade pela extrapolação de dados εN ; (iii) a partir dessas duas propriedades, calcular o tamanho característico da trinca curta $a_0 = (1/\pi)(\Delta K_{th}/S_L)^2$ neste material; (iv) estimar o comportamento das trincas curtas que partem de entalhes em espécimens DC(T) modificados, empregando os gradientes $\sigma_y(x)/\sigma_n$ de Inglis e de Creager e Paris; (v) comparar essas estimativas analíticas com cálculos numéricos feitos usando o método de Elementos Finitos; e por último, (vi) investigar se as trincas nãopropagantes identificadas nos ensaios pioneiros de fadiga de corpos de prova entalhados realizados por Frost na década de 50 do século passado podem ser modeladas por esta mesma técnica.

1.4 Revisão Bibliográfica

Na literatura há diversos trabalhos que reportam a existência de trincas curtas não propagantes que partem de entalhes. Uma evidência pioneira foi obtida em 1949 por Jacques [5] apud Frost [6], que as encontrou em espécimes de aço com diâmetro externo $d_e = 12.7mm$, contendo um entalhe em V cilíndrico de 1.3 mm de profundidade e um raio de ponta $\rho = 0.13 mm$, que foi testado sob uma tensão alternada σ_a nominal igual a

45% do limite de fadiga para um corpo entalhado por $8 \cdot 10^7$ ciclos. Em 1955 [7], Frost relatou testes de espécimes cilíndricos de alumínio, onde ele identificou a presença de trincas que não se propagavam. Como nesses corpos de prova a identificação das trincas não propagantes era complicada porque a inspeção microscópica resultava na sua destruição, o autor decidiu superar essa dificuldade e apresentar provas definitivas relacionada a esta questão [8]. Ele usou para isso um aço com composição 0.22% C, 0.036% S, 0.022% P, e 0.51% Mg, na forma de uma placa com espessura de 0.5 polegadas e medidas de 8 pés x 4 pés.

Figura 1-3 apresenta os espécimes por ele usados e como eles foram fixados na máquina de fadiga do tipo *Schenck*. A Figura 1-4(a) apresenta as curvas de propagação para dois corpos de prova com medidas diferentes, e as Figura 1-4(b) e 1.4(c) mostram fotografias de duas das suas trincas curtas não propagantes.



Figura 1-3 – Corpos de prova de fadiga e mecanismo para segurar os CPs [8]



Figura 1-4 – (a) Curvas de propagação de uma chapa de aço macio entalhada; (b) Espécime depois de 16x10⁸ ciclos; (c) Espécime depois de 12x10⁸ ciclos. [8]

Na Figura 1-5 estão apresentados os valores experimentais realizados nos corpos de prova com raio de raiz de ponta ρ iguais a 0.004 in, 0.02 in, 0.01 in e 0.05 in. A reta 1 representa a tensão necessária para propagar uma trinca e este valor equivale a 3.25 ton/sq.in. Curva 2 é dada pelos dados experimentais e indica a tensão necessária para iniciar uma trinca enquanto a curva 3 exibe a tensão teórica para iniciar a trinca, dividindo o limite de fadiga S_L pelo fator de concentração de tensão K_t . Já a curva tracejada 4 retrata o limite de fadiga S_L baseado nos espécimes quebrados.

À esquerda da linha vertical mostrada na Figura 1-5, a tensão de iniciação da trinca é maior que a tensão de propagação, ao mesmo tempo que à direita da linha, a tensão de propagação é maior que a tensão de iniciação e as trincas não propagantes se formam nas regiões das curvas 1 e 2. Além disso, qualquer relação envolvendo as propriedades intrínsecas à fadiga só pode ser usada para comparar as curvas 3 e 2, e essas curvas são semelhantes e o pequeno deslocamento entre elas pode ser devido a efeitos de plasticidade e tamanho. É interessante notar que o valor crítico de K_t é 5.

Dois anos depois, Frost [9] realizou uma série de ensaios de fadiga em uma máquina de flexão rotativa de dois pontos a cerca de 4000 rotações por minuto, usando o mesmo material em espécimes ilustrados na Figura 1-6(a). A Figura 1-6(b) exibe os limites de fadiga versus o fator de concentração de tensões K_t dos corpos de prova. Exemplos de trincas não propagantes são mostradas na Figura 1-6(c) e (d).



Figura 1-5 – Força de fadiga e concentração de tensão K_t para carregamentos de média zero [8]



Figura 1-6 – (a) Corpos de prova entalhados para ensaios de flexão rotativa; (b) Tensão alternada versus Kt para aço leve para espécimes de flexão rotativa; (c) e (d) Micro fotografias de trincas não propagantes formadas nos espécimes [9]

Yamada et. al. [10] testaram espécimes de aço com diferentes porcentagens de carbono e diferentes tratamentos térmicos em uma máquina de flexão rotativa com uma frequência de 48 Hz. Eles introduziram quatro *micropits* artificiais em alguns corpos de

prova como ilustrado na Figura 1-7. *Micropits* podem ser considerados micro defeitos neste material e eles foram inseridos por eletroerosão (*electro-discharge-machining*).

Por meio de observações microscópicas, eles observaram-se que ao redor dos *pits* as trincas não-propagantes cresceram até atingir um comprimento comparável ao tamanho do *pit*, como na Figura 1-8.



Figura 1-7 – Detalhes da geometria do corpo de prova e esquema da posição dos micropits [10]



Figura 1-8 – (a) Uma trinca NP que inicialmente propagou da borda de um pit nãorecozido realizado por eletroerosão com uma tensão de $\sigma = 210$ MPa e N = 10^7 ciclos; (b) Uma trinca NP que inicialmente propagou da borda de um pit recozido realizado por eletroerosão com uma tensão de $\sigma = 210$ MPa e N = 10^7 ciclos.

Em [11], Atzori et. al analisaram o limite de fadiga S_L e entalhes centralizados em uma placa infinita com objetivo de tornar explícita a relação do S_L entre a sensibilidade ao defeito, relacionando o parâmetro a_0 , de acordo com a definição de El Haddad-Topper-Smith que será apresentado na seção 2.6 e a sensibilidade ao entalhe, que corresponde ao a^* , sendo este uma profundidade particular do entalhe correspondendo à interseção entre as curvas do limiar de propagação ΔK_{th} e a razão entre a tensão e o fator de intensidade de tensão $\Delta \sigma/K_t$.



Figura 1-9 - Comportamento para uma trinca e um entalhe centralizado em uma placa infinita (a separação entre a trinca curta e longa é baseada no a₀) [11]

A expressão $a^* = K_t^2 a_0$ sendo válida, correspondem a sensibilidade ao defeito e sensibilidade ao entalhe sendo vistas como uma mesma propriedade. Então, o parâmetro que depende da geometria e material, a_D é usado para distinguir o a_0 , que só está relacionado com a propriedade do material. Em consequência, a profundidade crítica de um entalhe a_N é introduzido como $K_t^2 a_D$.

Supondo que o tamanho crítico de um defeito do tipo trinca esteja estritamente correlacionado tanto à geometria do componente quanto ao tamanho e localização do defeito. Estas condições são simplesmente quantificadas pelo fator de forma α . Figura 1.10 apresenta para componentes de tamanho finito, introduzindo o fator comumente usado na Mecânica de Fratura.

Nota-se que o diagrama Kitagawa-Takahashi válido para trincas, foi estendido para o Atzori e Lazzarin a entalhes, com o objetivo de criar uma ferramenta comum na análise de pequenas trincas, trincas, entalhes semelhantes a trincas e entalhes comuns.

Este diagrama permite interpretar muitos problemas de aplicação de engenharia como a comparação entre as dimensões críticas de defeitos localizados na superfície ou no interior do componente e a comparação entre os efeitos do acabamento superficial no limite de fadiga S_L de componentes lisos e entalhados. Mostrando que a sensibilidade diferente do material ao acabamento superficial é válida apenas para componentes entalhados lisos.



Figura 1-10 - Comportamento em fadiga de um componente real [11]

Além da modelagem a partir do parâmetro a_0 por ETS, a Teoria da Distância Crítica (TDC) também é usada para prever fraturas e fadiga em componentes estruturais [12]. A TDC inclui métodos que possuem um ponto em comum, o uso de um parâmetro característico do comprimento do material *L*. Os métodos são o Método do Ponto, Método da Linha, Método da Área e Método do Volume.

Em [13], Taylor obtém dados sobre a resistência dos materiais cerâmicos SiC e Al₂O₃, em função do comprimento da trinca (para alongadas) e do raio da raiz do entalhe (para entalhes de comprimento constante). É claro que os materiais cerâmicos exibem efeitos significativos de trincas curtas - ou seja, a resistência à fratura de pequenas trincas diverge da prevista pelo LEFM - um fato que deve ser levado em consideração ao considerar o efeito de pequenos defeitos na resistência. O valor de K_c medido é aproximadamente constante para entalhes longos até um raio crítico da raiz: isso é muito útil para a determinação da tenacidade à fratura em materiais cerâmicos para os quais é difícil a introdução de trincas longas nas amostras. As previsões desses efeitos, feitas usando o Método do Ponto e calculando L foram bem-sucedidas, vide Figura 1-11. O método é relativamente simples e fácil de usar em projetos industriais, pois requer apenas uma análise elástica dos elementos finitos do componente.

Já no trabalho de Cadario [14], o comportamento das trincas não propagantes (NP) foi estudado em uma liga de titânio Ti-17. O pré-trincamento foi feito sob compressão cíclica (como sugerido por Pippan [15]) para produzir frentes de trincas retas e níveis de fechamento muito baixos. A montagem de flexão de quatro pontos, mostrada na Figura 1-12(a), foi usada nos experimentos e a Figura 1-12(b) ilustra os espécimes com dimensões H = 7mm, t = 5.5mm, L = 50mm, com um entalhe de h = 0.7mm e d = 0.14mm.



Figura 1-11 - Dados experimentais em materiais cerâmicos mostrando o efeito do comprimento da trinca. Previsão usando o Método do Ponto da Teoria da Distância Crítica [13]



Figura 1-12 – (a) Flexão de quatro pontos com o corpo de prova entre os quatro cilindros de cerâmica;(b) Geometria do espécime e a direção das coordenadas. [14]

A carga máxima, $P_{máx} = 3.3kN$, foi determinada para obter a tensão nominal na raiz do entalhe igual a 70% da resistência ao escoamento do material. Para evitar a perda de contato, carga mínima foi de 0.1kN e uma trinca curta apareceu e parou com um tamanho *a* entre 80 e 90µm em aproximadamente 2.10⁵ ciclos, vide Figura 1-13 (a). O entalhe e uma parte da trinca foram removidos por eletro-erosão deixando uma trinca de aproximadamente 50µm, vide Figura 1-13 (b). Após a usinagem, o início da trinca era praticamente imperceptível e o polimento manual foi necessário para localizar a trinca.

A Figura 1-14 mostra as taxas de crescimento de trinca por fadiga com ΔK_I como parâmetro que descreve o crescimento. Como as curvas emergiram umas sobre as outras, parecia que o ΔK_I era um parâmetro válido e suficiente para descrever esse crescimento de trinca por fadiga desde o comprimento inicial de trincas curtas, $a_0 \approx 50$ μm , até o comprimento final da trinca longa, $a \approx 3 mm$. Assim, com base em resultados experimentais, parecia que o LEFM poderia ser estendido comprimentos de trinca curta de geometria, material e cargas atualmente testados.



Figura 1-13 – (a) Trinca curta em um entalhe afiado no final de uma pré-trinca; (b) Restante de uma trinca curta após o método de eletroerosão



Figura 1-14 – Taxas de crescimento de trincas experimentais versus ΔK_I

1.5 Organização da dissertação

A dissertação consiste em 5 capítulos: introdução e revisão bibliográfica, fundamentos teóricos, procedimentos experimentais, resultados, discussões e conclusões. Referências e apêndices também estão inclusos.

O Capítulo 2 apresenta os fundamentos teóricos necessários para o estudo das trincas curtas.

O Capítulo 3 descreve a seleção do material para verificação experimental e os procedimentos experimentais para obtenção do chamado tamanho característico de trinca curta a_0 .

O Capítulo 4 resume os resultados experimentais do ensaio de tração, a obtenção do limiar de propagação ΔK_{th} , o limite de fadiga S_L e os resultados analíticos a partir das estimativas do campo de tensões de Inglis e de Creager & Paris.

Finalmente, o Capítulo 5 apresenta as principais conclusões derivadas deste trabalho, e as sugestões para uma futura pesquisa.

2 Fundamentos teóricos

2.1 Campo de Tensões Linear Elástico em Torno das Trincas

Em 1957, Williams [16] e Irwin [17] introduziram um conceito para quantificar o campo das tensões em torno de uma trinca numa peça predominantemente linear elástica. Este campo próximo à ponta de qualquer trinca solicitada em modo I, em peças planas infinitas feitas de materiais isotrópicos e homogêneos, é dado por:

$$\begin{cases} \sigma_{\chi} \\ \sigma_{y} \\ \tau_{\chi y} \end{cases} = \frac{K_{I}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \begin{cases} 1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ 1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \end{cases}$$
(2.1)

As trincas também podem ser solicitadas em modo II (cisalhamento perpendicular à frente da trinca) ou modo III (cisalhamento paralelo à frente da trinca). O campo de tensões nestes modos é dado por:

$$\begin{cases} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \tau_{xy} \end{cases}$$

$$= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \begin{cases} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \end{cases}$$
(2.2)

$$\begin{cases} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{cases} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \begin{cases} -\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{cases}$$
(2.3)

Onde K_I , K_{II} e K_{III} são chamados de fatores de intensidade de tensão (FIT) em modo I, II e III, respectivamente, e são fundamentais na análise de peças trincadas, pois contém todas as informações sobre os campos de tensão no entorno das pontas das trincas. A Figura 2-1 indica a notação usada para descrever as tensões em torno da ponta da trinca em modo I.



Figura 2-1 – Notação usada para descrever as tensões em torno de uma trinca carregada em modo I

Nota-se que nesta definição os campos de tensão elásticos em volta das trincas são singulares. Desta maneira não se deve comparar as tensões na ponta da trinca das peças trincadas com as resistências do material. Isto se deve a tensão máxima tender a infinito naquele ponto, já que o raio da ponta da trinca é suposto igual a zero, $\rho = 0$. Os FIT podem ser catalogados, e alguns deles estão apresentados na Figura 2-2.

2.2 O Furo de Kirsh

Em 1898, através do cálculo das tensões tangenciais $\sigma_{\theta}(r, \theta)$ em torno de um furo circular de raio R numa placa infinita tracionada, Kirsch obteve a primeira solução analítica de um problema de concentração de tensões [4]:

$$\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_n}{2} \left[\left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) - \left(1 + \frac{3R^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right]$$
(2.4)

onde σ_{θ} possui valor máximo quando $\theta = \pm \pi/2$ e mínimo quando $\theta = 0, \pi$. Com isso, $\sigma_{\theta_{max}}$ é igual a $3\sigma_n$ e $\sigma_{\theta_{min}}$ igual a $-\sigma_n$. Portanto, para o furo circular de Kirsch, o fator de concentração de tensão é $K_t = \sigma_{max}/\sigma_{min} = 3$.



Figura 2-2 – Alguns FIT catalogados na literatura [4]



Figura 2-3 – O problema de Kirsh [4]

É importante enfatizar que não se pode desprezar fatores de concentração de tensões no dimensionamento à fadiga, onde são as tensões locais que induzem as trincas. No caso da Figura 2-3, a tensão máxima local $\sigma_{\partial max}$ na borda do furo é 3 vezes maior do que a tensão nominal $\sigma_{\partial n}$.

2.3 *K_t* para furo elíptico de Inglis

Em 1913, Inglis [18] estudou o problema da concentração de tensões induzida por um furo elíptico numa placa infinita tracionada e para o caso mais simples, um furo com semi-eixos *a* e *b*, sendo *a* perpendicular à tensão nominal $\sigma_y(y\to\infty) = \sigma_n$, o fator de concentração de tensões encontrado foi:

$$K_{t} = 1 + \frac{2a}{b} = 1 + 2\sqrt{a/\rho}$$
(2.5)

onde $\rho = b^2/a$ é o menor raio da elipse, nos pontos $x = \pm a$.



Figura 2-4 – Placa de Inglis sob tração uniaxial perpendicular ao eixo 2a do furo elíptico [4]

Em coordenadas retangulares, a tensão $\sigma_y(x \ge a, 0)$ que atua no ligamento residual de uma placa infinita tracionada com um furo elíptico de semi-eixos *a*, perpendicular à tensão nominal σ_{yn} , e *b* centrado em (0,0) é dada por [19]:

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_{y_n}} - 1 = \frac{(a^2 - 2ab)(x - \sqrt{x^2 - a^2 + b^2})(x^2 - a^2 + b^2) + ab^2(a - b)x}{(a - b)^2(x^2 - a^2 + b^2)\sqrt{x^2 - a^2 + b^2}}$$
(2.6)

Logo, o gradiente de σ_y na ponta dos furos elípticos, dado por:

$$\frac{d\sigma_{y}}{dx|_{x=a}} = -\frac{(2K_t + 1)\sigma_{y_n}}{\rho} = -\left(3 + \frac{4a}{b}\right)a\sigma_{y_n}/b^2$$
(2.7)

Este gradiente cresce com K_t e com $1/\rho$.

2.4 Estimativa de Creager e Paris

Em 1967, Creager e Paris [20] propuseram uma técnica para estimar K_{ts} de entalhes delgados por meio de soluções disponíveis para fatores de intensidade de tensões K_I . O campo de tensões linear elástico próximo à ponta de qualquer trinca solicitada em modo I, em peças planas infinitas feitas de materiais isotrópicos e homogêneos, ou modo normal de abertura da trinca, é dado pela Eq. 2.1.

As trincas também podem ser solicitadas em modo II ou corte (cisalhamento perpendicular à frente da trinca), ou em modo III, ou torção (cisalhamento paralelo à

frente da trinca) e o campo de tensões em torno das trincas solicitadas nestes modos são dados por Eq. 2.2 e 2.3. É importante observar que, ao contrário dos fatores de concentração de tensões K_t , os FIT têm dimensão: são medidos em MPa \sqrt{m} .

Para o caso de entalhes delgados e profundos com raio de ponta ρ , deslocando $\rho/2$ para dentro do entalhe a origem dos eixos coordenados $\rho \in \theta$, é possível estimar o campo de tensões no entorno da ponta dos entalhes a partir dos FIT das trincas correspondentes.

Os campos de tensões à frente dos entalhes nos modos I, II e III são dados por:

$$\begin{cases} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{K_{I}}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \begin{cases} -\cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ -\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \end{cases}$$

$$+ \frac{K_{I}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \begin{cases} 1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ 1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}$$

$$= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \begin{cases} \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ -\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ -\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ -\cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \end{cases}$$

$$(2.9)$$

$$= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \begin{cases} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \end{cases}$$

$$\left\{ \frac{\sigma_{x}}{\sigma_{y}} \\ \frac{\sigma_{x}}{\tau_{xy}} \right\} = \left\{ \frac{\tau_{xz}}{\tau_{yz}} \right\} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left\{ -\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left\{ -\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right\} \end{cases}$$

$$(2.10)$$

Como os FIT são usados também para quantificar o campo de tensões ao redor de entalhes delgados, é possível estimar o K_t destes entalhes basta usar $r = \rho/2$ nas equações acima. Para o modo I, o K_t pode ser estimado por:

$$K_t = \frac{2K_I}{\sigma_n \sqrt{\pi\rho}} \tag{2.11}$$

2.5 Limiar de propagação

Nas previsões de vida à fadiga das peças trincadas é necessário reconhecer que as curvas $da/dN \times \Delta K$ devem ter uma forma sigmoidal característica, que pode ser separada em três fases bem distintas [4]: a fase I, que parte de um limiar de propagação, com derivada decrescente à medida que ΔK cresce a partir de ΔK_{th} até chegar à fase II; a fase II, que pode ser modelada pela regra de Paris, $da/dN = A \cdot \Delta K^m$, pois a derivada da curva é aproximadamente constante nesta fase; e a fase III, onde a derivada da curva cresce à medida que ΔK aumenta, até que a peça trincada acaba fraturando quando o maior valor do fator de intensidade de tensão nela aplicado atinge a tenacidade do material, $K_{max} = \Delta K/(1-R) = K_C$, vide Figura 2-5.



Figura 2-5 - Curva da/dN×AK típica, com as suas 3 fases características.

2.6 Tolerância a trincas curtas

As trincas curtas apresentam um comportamento diferente das trincas longas submetidas às mesmas forças motrizes. As trincas curtas podem ser separadas em trincas microestruturalmente curtas, quando a < gr (tamanho de grão), ou mecanicamente curtas quando gr < a < zp (zona plástica). É importante observar que ΔK , um parâmetro elástico e isotrópico, não pode modelar precisamente o que se passa dentro de um grão ou então dentro de uma zona plástica controlada pelo entalhe crítico.

Para conciliar o limite de fadiga $\Delta S_0 = 2S_L(R = 0)$ com limiar de propagação das trincas longas sob cargas pulsantes $\Delta K_0 = \Delta K_{th}(R = 0)$, Topper et. al propuseram somar ao tamanho físico *a* da trinca nas placas de Irwin um *tamanho característico das trincas curtas a*₀, um artifício que força todas trincas, curtas ou não, a obedecerem aos limites corretos do trincamento por fadiga [21-23]:

$$\Delta K_I = \Delta \sigma \sqrt{\pi (a + a_0)} \tag{2.12}$$

onde a_0 é definido por $(1/\pi)(\Delta K_0/\Delta S_0)^2$.

Desta forma, as trincas longas (com $a >> a_0$) não crescem se $\Delta K_I = \Delta \sigma \sqrt{\pi a} < \Delta K_0$, enquanto as microtrincas ($a \rightarrow 0$) não propagam por fadiga se $\Delta \sigma < \Delta S_0$, pois neste caso $\Delta K_I = \Delta \sigma \sqrt{\pi a_0} < \Delta S_0 \sqrt{\pi a_0} = \Delta K_0$. A Eq. 2.12 reproduz toda a tendência da curva $\Delta \sigma \times a$ no diagrama de Kitagawa-Takashi, que descreve o comportamento à fadiga das trincas curtas e longas, como indicado na Figura 2-6.



Figura 2-6 - Propagação de trincas sob R=0 numa chapa de aço HT80 com $\Delta K_0=11.2MPa\sqrt{m} e \Delta S_0=575MPa$.

As ligas de alumínio possuem resistências à ruptura S_R típicas entre 70 e 600MPa e limite de fadiga sob cargas totalmente alternadas S_L entre 30 e 230 MPa. Assim, estimando por Goodman seus limites de fadiga sob carga pulsante (que variam entre 0 e σ_{max}) $\Delta S_0 = 2S_{Lp}(R = 0) = 2S_RS_L/(S_R + S_L)$ devem variar entre 40 e 330 MPa. Como os limiares de propagação ΔK_0 dessas ligas variam entre 1.2 e 5MPa \sqrt{m} , a faixa estimada para o tamanho característico das trincas curtas a_0 nas peças de alumínio é:

$$\frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{0_{min}}}{\Delta S_{0_{max}}} \right)^2 \cong 1 \mu m < a_0 < 5 mm \cong \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{0_{max}}}{\Delta S_{0_{min}}} \right)^2$$
(2.13)

Como os aços têm limiares de propagação entre 6 e 12 MPa \sqrt{m} , S_R entre 400 e 2000 MPa, S_L entre 200 e 1000 MPa, e ΔS_0 entre 260 e 1300 MPa, a faixa estimada para a_0 é um pouco menor, $7 < a_0 < 700 \ \mu\text{m}$. Desta maneira, como o maior de a_0 estimado para os aços não atinge os limiares de detecção dos métodos tradicionais de inspeção não-destrutiva (IND), avalia-se que os efeitos das trincas curtas nos materiais de limiar ΔK_0 alto e limite de fadiga ΔS_0 baixo sejam mais pronunciados nas ligas de Al do que nos aços equivalentes.

Nas aplicações de campo, todos os principais métodos de inspeção não destrutiva IND (inspeção visual, líquido penetrante, partículas magnéticas, correntes parasitas, ultrassom, radiografia) tem alta probabilidade de detecção de trincas da ordem de 10mm mas não conseguem identificar trincas menores do que 0.1mm de maneira segura. Logo, todos eles podem não identificar trincas da ordem de 1 mm, vide Figura 2-7.



Figura 2-7 – A probabilidade de detecção das trincas depende do tamanho da trinca, e cada método de IND tem um limiar de detecção a_{th} e outro de detecção provável a_{pr}
Para estudar o comportamento das trincas curtas, primeiro deve-se determinar as propriedades mecânicas (limiar de propagação e limite de fadiga) para obter o tamanho característico a_0 . A partir disso, é possível determinar o valor da trinca não propagante utilizando a estimativa K_t de entalhes delgados a partir de soluções disponíveis para fatores de intensidade de tensões (FIT), K_t e pelas simulações de Elementos Finitos.

2.7 Estimativa do tamanho característico de trinca curta ao

2.7.1 Limiar de propagação ΔK_{th} e limite de fadiga S_L

O limiar de propagação ΔK_{th} deve ser medido pelos procedimentos da norma E647 da ASTM, em testes que podem ser feitos sem maiores problemas. Mas os limites de fadiga são muito mais difíceis de medir na prática.

O limite de fadiga S_L é definido como a amplitude de tensão abaixo da qual o processo de iniciação de uma trinca por fadiga não é ativado (pelo menos na superfície dos componentes, uma vez que trincas internas com formato de olho de peixe, *fish-eye cracks*, podem iniciar em vidas muito mais longas [24]). Embora o limite de fadiga S_L seja uma propriedade importante para fins de projeto estrutural, sua medição por procedimentos clássicos é trabalhosa e cara.

De fato, os métodos tradicionais de Prot [25] e de Dixon [26] requerem o teste de muitos espécimes (tipicamente mais de 10) durante um grande número de ciclos, para identificar os limites de fadiga. Tais testes devem durar tipicamente pelo menos 5 a 10 milhões de ciclos para os aços, enquanto para as ligas de alumínio devem durar por $5 \cdot 10^8$ milhões de ciclos ou até mais. Máquinas servohidráulicas rápidas, trabalhando a 60 Hz, podem aplicar cerca de 5 milhões de ciclos por dia. Portanto, um único teste de limite de fadiga para uma liga Al em tais máquinas requer mais de 3 meses trabalhando 24 por dia, 7 dias por semana, algo impraticável em laboratórios universitários.

Mesmo as máquinas de flexão rotativa muito rápidas, trabalhando a 10000rpm acumulam menos de 15 milhões de ciclos por dia. Elas consomem muito menos energia que as máquinas servohidráulicas, mas não resolvem o problema do tempo de teste. Somente máquinas de teste ultrassônico ressonante que trabalham em torno de 20 kHz podem realizar tais testes em tempos razoáveis, mas não são amplamente disponíveis nem versáteis. Portanto, não é surpresa que a maioria dos projetos mecânicos dependa de estimativas empíricas para os limites de fadiga. De acordo com Castro e Meggiolaro [4], os limites de fadiga de componentes estruturais de aço e alumínio podem ser estimados pelas Eq. (2.14) e (2.15), respectivamente [27]. As estimativas dependem da resistência à ruptura S_R e de alguns fatores modificadores empíricos da resistência à fadiga, como o acabamento superficial k_a , de tamanho k_b , de carregamento k_c e sensibilidade ao entalhe q (que estão relacionados aos efeitos do gradiente de tensão perto do ponto crítico em que a trinca inicia), de temperatura k_{θ} , de confiabilidade k_e , entre outros.

$$\begin{cases} S_{\rm F}(10^3) = k_{\theta}k_e \cdot 0.76 \cdot S_R, S_R \leq 1400MPa \\ S_{F}(10^3) = k_{\theta}k_e \cdot 0.67 \cdot S_R, S_R > 1400MPa \\ S_{L}(10^6) = k_ak_bk_c \dots 0.5S_R, S_R \leq 1400MPa \\ S_{L}(10^6) = k_ak_bk_c \dots 700MPa, S_R > 1400MPa \end{cases}$$
(2.14)

$$\begin{cases} S_F(10^3) = k_{\theta}k_e \cdot 0.76S_R, S_R \le 325MPa \\ S_L(5 \cdot 10^8) = k_a k_b k_c \dots 130MPa, S_R > 325MPa \end{cases}$$
(2.15)

Embora deformações puramente elásticas não devam causar danos, alguns autores não reconhecem os limites de fadiga para Al e para algumas outras ligas não ferrosas, como na Figura 2-8. Para evitar este problema para fins de projeto estrutural, as curvas de Wöhler ou *SN* podem ser estimadas por uma aproximação bi-linear em log-log (com uma inclinação menor após alguma vida longa N_L). Haibach [28] propôs que para vidas $N > N_L$ a curva *SN* passe a ter inclinação 2B – 1, e seja dada por:

$$\begin{cases} NS_F^B = C, N \le N_L \\ NS_F^{2B-1} = C \cdot [S_L(N_L)]^{B-1}, N > N_L \end{cases}$$
(2.16)

Para evitar a necessidade de testar muitos espécimes por um longo período, La Rosa e Risitano (vide Seção 2.7.1.1) propuseram um procedimento para medir os limites de fadiga por uma técnica térmica de sensoriamento remoto usando poucos corpos de prova em tempo mais curtos, que nem precisam ser quebrados. Todavia, esta técnica foi qualificada para aços, mas não para as ligas de Al. Assim, para verificar o limite de fadiga medido por termografia, ele foi comparado com curva de Coffin-Manson ou *EN* do Al 6351 T6 medida pela norma ASTM E606, calculando a tensão alternada associada uma vida à fadiga de 5·10⁸ ciclos. Obviamente, a melhor maneira para checar os valores medidos por termografia seria por meio dos procedimentos de Prot ou Dixon [25, 26], mas como eles são inviáveis, a extrapolação da curva *EN* medida é uma alternativa educada que pode ser determinada em um espaço de tempo curto.



Figura 2-8 – Curva SN típica para aços leves e ligas de alumínio [29]

2.7.1.1 Medição de limites de fadiga pelo método de Risitano

É fato conhecido que quando um material é submetido a carregamentos cíclicos, sua temperatura varia ligeiramente na fase elástica. Em caso de carregamentos acima do limite de fadiga, que introduzem dano elastoplástico, o aumento de temperatura é muito mais significativo e pode ser detectado por vários métodos experimentais.

Em 1983, La Rosa e Risitano propuseram o uso da termografia como uma técnica de sensoriamento remoto para obter informações sobre a variação de temperatura durante os testes. Um programa de pesquisa foi desenvolvido com o objetivo de validar a investigação térmica infravermelha como um instrumento para a medição da temperatura superficial de materiais durante testes estáticos e dinâmicos [30].

De acordo com o tipo de investigação adotada, o limite de fadiga pode ser definido, de maneira macroscópica, como aquele valor de tensão para o qual o aumento de temperatura, ou a taxa média de aumento de temperatura, no ponto crítico da superfície da amostra é praticamente zero. Se a tensão aplicada no espécime estiver acima do limite de fadiga S_L , a temperatura aumenta durante uma primeira parte (fase 1) limitada a um pequeno número de ciclos (em geral, da ordem de 10% de toda a vida útil dos espécimes). Após esta fase, permanece constante (fase 2), seguido por um rápido aumento sucessivo imediatamente antes da fratura (fase 3), vide Figura 2-9.



Figura 2-9 - Fases do comportamento térmico de um espécime: incremento de temperatura versus número de ciclos [31]

A Figura 2-10 mostra que tanto a taxa de aumento da temperatura na fase 1, quanto a temperatura de estabilização na fase 2, são proporcionais à carga, quando ela é maior que S_L .



Figura 2-10 – Função $\Delta T = f(N)$ para carregamentos diferentes [31]

A Figura 2-11 indica os testes realizados e mostra claramente as três fases para diferentes tensões aplicadas. Como consequência, foi proposto que o limite de fadiga poderia ser determinado pela plotagem das curvas do aumento da temperatura $\Delta \Theta$ (Figura 2-12), ou do gradiente térmico inicial $\Delta \Theta / \Delta N$, versus a tensão aplicada e valor do limite de fadiga S_L como o intercepto da curva no eixo x ($\Delta \Theta = 0$ ou $\Delta \Theta / \Delta N = 0$).

É importante enfatizar que o método Risitano não necessita de nenhuma máquina específica e é considerado não destrutivo. Esta técnica permite que os resultados sejam obtidos usando um número muito limitado de amostras em um tempo muito curto, levando a uma economia considerável no custo. Este método é baseado na energia utilizada para gerar micro deformações plásticas no material durante um carregamento cíclico. Do ponto de vista energético, se E_c é a quantidade de energia necessária por unidade de volume e E_p é a energia a partir do rendimento por unidade de volume e por ciclo, é possível definir o dano acumulado nos primeiros N_0 ciclos como: [31]

$$D_{N_0} = \int_0^{N_0} E_p dN$$
 (2.17)

A vida residual E_r em termos de energia é dada pela relação:



Figura 2-11 – Máximos incrementos de temperatura em CPs sob diferentes tensões aplicadas. As tensões aplicadas ($\Delta \sigma = \sigma_{máx}/2$, R = 0) são indicados em MPa na legenda. As três fases são mostradas para o ensaio realizado a 245 MPa.



Figura 2-12 – Limite de fadiga a partir da análise da estabilização da temperatura (fase 2 da Figura 2-11) [30].

A hipótese de que a falha de materiais por fadiga ocorre quando a energia de deformação plástica atinge um valor limite constante, característico de cada material, levou os autores a utilizarem a investigação térmica para definir não apenas o limite de fadiga como descrito em [30], mas também toda a curva de fadiga. O balanço de energia pode ser expresso como equilíbrio entre o trabalho feito no sistema E_w e a energia convertida em calor Q:

$$E_w = E_i + Q \tag{2.19}$$

(2.18)

A energia plástica de deformação E_p por ciclo é proporcional à energia liberada como calor Q. Como a variação da energia armazenada de trabalho frio é pequena comparada a energia dissipada como calor, Q é igual a energia limitante E_c , que na falha por fadiga caracteriza o material ou o elemento mecânico.

Dado que o incremento de temperatura é linear na fase 1, que a temperatura é constante na fase 2 e que o número de ciclos é relativamente pequeno na fase 3 comparado às outras fases, a integral Φ torna-se

$$\Phi \approx \frac{\Delta T_{2_s}^N}{2} + \Delta T_2 (N_f - N_s) = constante$$
(2.20)

onde é possível determinar os valores de N_f para diferentes ΔT_2 correspondentes para os valores de tensão sem a necessidade de atingir a falha, interrompendo o ensaio após um pouco mais de N_s ciclos.

Define-se Φ como a quantidade cumulativa do incremento térmico por unidade de volume em uma zona de fratura, proporcional à energia limitante E_c para pequenas variações térmicas. Para determinar Φ , é melhor se referir a curvas de temperatura onde as três fases são bem definidas; em valores de carga que são, portanto, maiores que o limite de fadiga S_L e não muito próximos à resistência ao escoamento S_E . Perto do limite de escoamento, as três fases não podem ser claramente definidas, uma vez que a falha é alcançada com o aumento da temperatura até um número muito limitado de ciclos N_f . Neste caso, a Eq. (2.20) torna-se:

$$\Phi \approx \frac{\Delta T_2 N_f}{2} = constante$$
(2.21)

Como os estudos de Risitano e La Rosa encontraram valores de tensão onde as três fases estão bem definidas, a temperatura de estabilização é atingida em um curto tempo comparado ao tempo de fratura (N_s é insignificante comparado a N_f). Sob essas condições, a Eq. (2.21) transforma-se em:

$$\Phi \approx \Delta T_2 N_f = constante \tag{2.22}$$

O método adotado para determinar o limite de fadiga é o *stepped loading procedure* e consiste em aplicar uma sucessão de cargas em uma mesma frequência, do menor para o maior valor de carregamento, como ilustrado na Figura 2-13. Este último procedimento minimiza o acúmulo de dano.

$$N_{si} = \frac{\Delta N_i \Delta T_i}{(\Delta T_i - \Delta T_{i-1})}$$
(2.23)

2.7.1.2 Verificação do limite de fadiga por extrapolação da curva EN

O método εN pode ser utilizado para verificar a estimativa do limite de fadiga obtido pela técnica Risitano a partir da extrapolação dos seus dados medidos em vidas mais curtas. Por meio da $\Delta \varepsilon \times N$ para esta liga de alumínio, é possível obter a gama $\Delta \varepsilon$ que corresponde à vida $N_L = 5 \cdot 10^8$ ciclos associada ao limite de fadiga das ligas de alumínio [27].



Figura 2-13 – *Step loading procedure* para obter o limite de fadiga e a integral Φ
2.7.1.3 Laços de Histerese Elastoplásticos

O modelo de Ramberg-Osgood é simples e pode quantificar o encruamento de muitos materiais estruturais. Este modelo supõe que qualquer deformação ε pode ser dividida em duas parcelas, uma elástica ε_{el} e outra plástica ε_{pl} . A parte elástica é suposta linear com módulo de Young E, $\sigma = E\varepsilon_{el}$, ao mesmo tempo que o encruamento da parte plástica é modelado como parabólico, $\sigma = H\varepsilon_{pl}^{h}$. Este modelo está ilustrado na Figura 2-14.

$$\varepsilon = \varepsilon_{\rm el} + \varepsilon_{\rm pl} = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{H}\right)^{1/h} \tag{2.24}$$

A curva $\sigma \varepsilon$ cíclica é normalmente obtida pela junção dos bicos dos laços de histerese estabilizados de vários CPs, que são testados sob controle de deformação em várias gamas $\Delta \varepsilon$ diferentes, mas todas com tensão e deformação médias zero. A forma dessas curvas é similar a das monotônicas, então o modelo de Ramberg-Osgood em geral também pode descrever os efeitos do amolecimento e/ou endurecimento cíclico do material em materiais cujo escoamento sob tração é simétrico ao escoamento sob compressão:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\rm el} + \varepsilon_{\rm pl} = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{H_c}\right)^{1/h_c} \text{ ou } \varepsilon = \frac{\sigma}{E} + sign(\sigma) \left|\frac{\sigma}{H_c}\right|^{\frac{1}{h_c}}$$
(2.25)

onde a função $sign(\sigma)$ é usada para descrever também a parte compressiva da curva $\sigma \varepsilon$.



Figura 2-14 - Componentes elástica e plástica da deformação total ε [4].

O índice *c* é usado para diferenciar o coeficiente H_c e o expoente h_c da curva de encruamento cíclico estabilizada. Tipicamente, H_c está entre *E*/1000 e *E*/100 e h_c entre 0.05 e 0.4.

Geralmente no método εN , assume-se que a amplitude dos laços de histerese elastoplástica estabilizados, $\varepsilon_a = \Delta \varepsilon/2$, pode ser descrita por meio da equação de Ramberg-Osgood e as constantes da curva $\sigma \varepsilon$ cíclica citadas anteriormente: [4]

$$\varepsilon_{a} = \frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_{el}}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_{pl}}{2} = \frac{\sigma_{a}}{E} + \left(\frac{\sigma_{a}}{H_{c}}\right)^{1/h_{c}} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2H_{c}}\right)^{1/h_{c}}$$
(2.26)

Na Figura 2-15, a distinção entre as curvas $\sigma \varepsilon$ cíclica e a $\Delta \sigma \Delta \varepsilon$ do laço é visível. A imagem abaixo apresenta a resposta de um espécime de aço com E = 207 GPa, $H_c = 850$ MPa e $h_c = 0.15$ com $\sigma = \{0 \rightarrow 600 \rightarrow 0\}$ MPa.

Nota-se que o material do espécime virgem acompanha a curva $\sigma \varepsilon$ durante o primeiro evento da carga, e a curva $\Delta \sigma \Delta \varepsilon$ durante a descarga seguida da compressão no segundo evento. É importante considerar os eventos plásticos no dimensionamento mecânico à fadiga, pois eles induzem efeitos de memória na peça.



Figura 2-15 – Curvas $\sigma \varepsilon$ cíclica e $\Delta \sigma \Delta \varepsilon$ do laço, geradas com mesmas constantes *E*, *H*_c e *h*_c, desenhadas para reproduzir a história da carga. [4]

2.7.1.4 Relação $\Delta \epsilon \times N$ entre a gama de deformação e a vida à fadiga

A regra de Coffin-Manson correlaciona as partes elásticas, $\Delta \varepsilon_{el}$, e plástica, $\Delta \varepsilon_{pl}$, da gama $\Delta \varepsilon$ e a vida N em número de ciclos a partir de funções parabólicas e está demonstrada na Equação (2.7). O módulo de Young E, o coeficiente σ_c e o expoente b da parte elástica, e o coeficiente ε_c e o expoente c da parte plástica da curva de Coffin-Manson são propriedades do material e devem ser medidas experimentalmente. A curva está esquematizada na Figura 2-16.

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_{\rm el}}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_{\rm pl}}{2} = \left(\frac{\sigma_c}{E}\right)(2N)^b + \varepsilon_c(2N)^c \tag{2.27}$$



Figura 2-16 – Curva de Coffin-Manson [4]

É interessante observar que nas vidas muito longas, a curva de Coffin-Manson tende para sua parte elástica e esta relação $E\Delta\varepsilon \times 2N$ é uma curva de Wöhler com outra notação. Para conversão de $\Delta\varepsilon_{el}/2 = \sigma_c(2N)^b/E$ em $NS^B = C$, os coeficientes *B* e *C* são -1/b e $(\sigma_c)^{-1/b}/2$ respectivamente. Topper prefere o uso do εN para vidas finitas, pois neste método as deformações plásticas macroscópicas só são desprezíveis quando $N >> N_t$, a vida de transição onde $\Delta \varepsilon_{el} = \Delta \varepsilon_{pl}$. Ele também diz que o método SN deve ser utilizado para projetar contra a iniciação de trincas por fadiga (ou para vida infinita).

2.8 Estimativas para o fator de intensidade de tensões

A gama do FIT das estruturas trincadas é dada em geral por $\Delta K = \Delta \sigma \cdot \sqrt{(\pi a)} f(a/w)$, logo para prever suas vidas residuais à fadiga é necessário conhecer o fator adimensional de geometria f(a/w). Pode-se obter este fator na literatura, ou pode-se calculá-lo usando e.g. o programa *Quebra2D*. Para estimar f(a/w), na ausência de informações mais precisas, pode-se supor que ele é uma função que quantifica o efeito de cada parâmetro geométrico como se ele atuasse de forma independente de todos os outros:

$$f\left(\frac{a}{w}\right) = f_1(K_t) \cdot f_2(superficie\ livre) \cdot f_3(distância\ da\ fronteira) \cdot f_4(outras\ trincas)$$
(2.28)

onde $f_l(K_t)$ é a função que quantifica a influência da concentração de tensões do entalhe a partir do qual a trinca nasce, etc.

2.8.1 Estimativas do efeito dos entalhes na propagação das trincas curtas

Supõe-se que $K_I(a) = \sigma_n \sqrt{\pi a} f_I(K_t, a) f_2(superfície livre)$ é uma estimativa aceitável para o FIT de uma trinca curta $a \ll b$ que parte de um entalhe de profundidade b, e que a função f_1 pode ser aproximada por $\sigma_y(x)/\sigma_n$, onde $\sigma_y(x)$ é a tensão perpendicular à trinca e ao entalhe que atua no ponto (x = b + a, y = 0) à frente da ponta da trinca.

Inicialmente, qualquer entalhe pode ser modelado pela elipse de semi-eixos *b* e *c* cuja ponta de raio $\rho = c^2/b$ tangencia a ponta do entalhe. Sendo o eixo 2*b* centrado na origem da coordenada *x* e perpendicular à tensão nominal σ_n , a razão $\sigma_y(x)/\sigma_n$ pode ser determinada pela solução geral de Inglis [18] em coordenadas ortonormais elíptico-hiperbólicas, ela pode ser comparada com a solução escrita em coordenadas retangulares (Eq. 2.3) na Figura 2.2-17.

A solução de Inglis mapeia o plano através de elipses geradas pelas coordenadas α e de hipérboles geradas por β , todas elas são focadas em x = c, onde:

$$\left(\frac{x^2}{\cosh^2 \alpha}\right) + \left(\frac{y^2}{\sinh^2 \alpha}\right) = c^2 \text{ ou } \left(\frac{x^2}{\cos^2 \beta}\right) + \left(\frac{y^2}{\sin^2 \beta}\right) = c^2$$
(2.29)

O tamanho das elipses cresce com a coordenada α , e o período da coordenada $\beta \in 2\pi$. Num sistema de coordenadas (α , β) de foco c, o furo elíptico, que em coordenadas retangulares é dado por:

$$\left(\frac{x^2}{\cosh^2 \alpha_0}\right) + \left(\frac{y^2}{\sinh^2 \alpha_0}\right) = c^2$$
(2.30)

é simplesmente descrito por $\alpha = \alpha_0$, com semi-eixos $a = c \cdot \cosh \alpha_0$ e $b = c \cdot \sinh \alpha_0$.

A expressão geral para σ_β gerada por uma carga bi-axial na placa de Inglis é dada por séries infinitas, cujas constantes A_n e B_n têm que ser determinadas pelas condições de contorno da placa, onde *n* pode ser qualquer inteiro, positivo ou negativo.

$$\sigma_{\beta} = \frac{1}{(\cosh 2\alpha - \cos 2\beta)^2} \sum_{n} A_n \{ (3-n)e^{(1-n)\alpha} \cos(n+3)\beta - (n+3)e^{-(n+1)\alpha} \cos(n-3)\beta - (4e^{-(n+1)\alpha} - (n-1)e^{(3-n)\alpha}) \cos(n+1)\beta + (4e^{(1-n)\alpha} + (n+1)e^{-(n+3)\alpha}) \cos(n-1)\beta \} - B_n \{ e^{-(n+1)\alpha} [n\cos(n+3)\beta + (n+2)\cos(n-1)\beta) - ((n+2)e^{(1-n)\alpha} + ne^{-(n+3)\alpha}) \cos(n+1)\beta \}$$
(2.31)

Na placa sob tração uniaxial σ_n perpendicular ao eixo *a* do furo elíptico, apenas cinco constantes da série de Inglis não são nulas: $A_1 = -\sigma_n(1+2e^{2\alpha\theta})/16$, $B_1 = \sigma_n e^{4\alpha\theta}/8$, $A_{-1} = -\sigma_n/16$, $B_{-1} = \sigma_n(1 + \cosh 2\alpha_0)$ e $B_{-3} = -\sigma_n/8$. $\sigma_\alpha(\alpha = \alpha_0) = \tau_{\alpha\beta}(\alpha = \alpha_0) = 0$, pois a borda do furo é uma superfície livre, e α_0 = atanh(*b*/*a*), a tensão $\sigma_\beta(\alpha = \alpha_0)$ tangente à borda do furo, é dada por:

$$\sigma_{\beta}(\alpha = \alpha_0) = \sigma_n e^2 \alpha_0 \left(\frac{(1 + e^{-2\alpha_0}) \sinh 2\alpha_0}{\cosh 2\alpha_0 - \cos 2\beta} - 1 \right)$$
(2.32)

A Figura 2.2-17 compara $\sigma_{\beta}(\alpha, 0)$ com $\sigma_{y}(x, 0)$ dada pela Eq. 2.3, a qual é usada para calcular σ_{β} ao longo do ligamento residual da placa de Inglis sob tração uniaxial σ_{n} . Sabendo que

$$x = c \cdot \cosh \alpha \cdot \cos \beta \tag{2.33}$$

para obter a tensão nos pontos extremos do eixo 2*a* perpendicular à carga σ_n aplicada, nos quais $cos 2\beta = 1$ (e $\beta = 0$ ou π), então $x(y) = c \cdot \cosh \alpha$, onde *y* é definido através da Eq. (2.34), assumindo x = 0 e focos c similares.

$$\left(\frac{y^2}{\sinh^2 \alpha}\right) = \left(\frac{y'^2}{\sinh^2 \alpha'}\right) \tag{2.34}$$

Logo, encontra-se uma função para α onde y' = b (semi-eixo menor) e $\alpha = \alpha_0$.



$$\alpha = \operatorname{asinh}\left(\frac{y}{b}\operatorname{sinh}\alpha_0\right) \tag{2.35}$$

Figura 2.2-17 - Distribuição de $\sigma_y(\alpha = \alpha_0, b)$ ao longo da borda do furo elíptico na placa infinita sob tração nominal σ_n perpendicular ao eixo semi-eixo a, para um furo com a/b = 2.

Também pode-se aproximar o campo de tensões de um entalhe pela estimativa de Creager e Paris (seção 2.4), que gera a tensão σ_y dada por:

$$\sigma_y(a) = \frac{K_I(a)}{\sigma_n \sqrt{\pi(2a+\rho)}} \left(1 + \frac{\rho}{2a+\rho}\right)$$
(2.36)

onde $K_I(a)$ refere-se ao FIT determinado pela ASTM, vide Figura 2-2.

Portanto, pode-se estimar se uma trinca pode ser tornar não-propagante sob uma dada carga num DC(T) modificado com um entalhe alongado de raio de ponta ρ , vide Figura 2-18. A partir da largura w, da distância dos furos até a ponta do entalhe b, e da espessura t do DC(T) modificado, pode-se obter a gama de tensão nominal $\Delta \sigma_n$ aplicada somando as tensões trativa e fletora causadas por ΔP :

$$\Delta \sigma_n = \Delta \sigma_{n_N} + \Delta \sigma_{n_M} = \frac{\Delta P}{t \cdot (w - b)} + 6\Delta P \cdot \frac{\left(b + \frac{w - b}{2}\right)}{t \cdot (w - b)^2}$$

$$= \frac{2\Delta P}{t} \cdot \frac{2w + b}{(w - b)^2}$$
(2.37)

Figura 2-18 - DC(T) com entalhe modificado

2.9 QUEBRA2D

Para avaliar as respostas analíticas do efeito dos entalhes na propagação das trincas curtas, um programa gráfico denominado Quebra2D é utilizado. Este programa realiza interações de fraturamento em geometrias bidimensionais (2D) arbitrárias e modela através de Elementos Finitos (EF). Este último analisa e calcula globalmente todo o campo de deslocamentos, deformações e tensões na estrutura, que são subdivididas por uma malha em pequenas partes, que são obrigatoriamente mantidas após o carregamento.

Os dados de entrada são a tensão nominal e um comprimento de trinca razoável adicional. Este programa calcula o K_I e/ou K_{II} e simula o caminho da trinca a partir de uma discretização global de EF auto-adaptativos, usando elementos especiais de ponta de trinca apropriados, critérios para prever a direção do incremento da trinca, e técnicas muito robustas e eficientes de remalhamento automático. É importante enfatizar que a malha na região da raiz do entalhe deve ser bem mais refinada em relação ao seu raio ρ , para que possa resolver as tensões locais máximas de forma adequada [4, 32, 33].

Ao final da simulação, o Quebra2D, através de um arquivo *.xlsx*, uma lista com os pares de valores de a e do K_I. Na seção 4.4, será mostrado a comparação entre a modelagem analítica baseado no efeito dos entalhes e análise de elementos finitos dentro da Mecânica da Fratura.

3 Procedimentos Experimentais

3.1 Seleção do material

O tamanho característico das trincas curtas $a_0 = (1/\pi)(\Delta K_{th}/\Delta S_L)^2$, introduzido na seção 2.6, quantifica a região onde o comportamento das trincas curtas e longas são diferentes. Assim, quanto maior este parâmetro, mais fácil a visualização e medição das trincas não-propagantes geradas nas raízes de entalhes. Como a gama da razão $\Delta K_{th}/\Delta S_L$ e a transparência aos raios-x das ligas de Al (essencial nos estudos tomográficos) são muito maiores do que a dos aços, as ligas de Al podem facilitar a comprovação experimental das previsões da tolerância às trincas curtas.

O alumínio é o metal mais abundante na natureza. Cerca de 8% do peso da crosta terrestre é de alumínio. As propriedades do alumínio permitem seu uso em máquinas, construção civil, produtos domésticos, automóveis e outras aplicações estruturais [34]. O alumínio é um bom condutor elétrico; é dúctil e pode ser facilmente fundido e usinado. Tem uma estrutura cúbica de face centrada, como o cobre, a prata, o níquel e o ouro, e é menos denso do que outros metais, exceto magnésio e berílio. Duas das propriedades importantes do alumínio são sua condutividade térmica e elétrica. Esta é cerca de 60% da condutividade do cobre puro, mas por causa da sua menor densidade, o alumínio tem uma maior condutividade do que o cobre por unidade de massa. As ligas de alumínio têm boa resistência à corrosão atmosférica. Cerca de 20% da produção de alumínio é usada para essa aplicações arquitetônicas, trilhos para janelas e cortinas, molduras, portas, luminárias, e assim por diante. Dez por cento da produção de alumínio é usada para condutores elétricos, e o restante é usado para bens duráveis na indústria, em produtos de consumo como veículos e em aeronaves.

A denominação mais comum das ligas de Al forjadas é baseada em quatro dígitos. Este trabalho usa uma liga de Al 6351 T6. Esta liga de Al-Mg-Si vem substituindo a liga similar 6061 em perfis laminados ou extrudados, e na fabricação de componentes mecânicos. A letra após os números especifica o estado da liga, e.g. F como fabricado, sem controles especiais; O recozido; H forjado e encruado; T tratado termicamente. O número após a letra T especifica o tipo de tratamento recebido (6 significa envelhecido artificialmente). Segundo o fabricante *GGD Metals*, este material apresenta um limite de resistência $S_R = 303$ MPa, limite de escoamento $S_E = 267$ MPa, dureza Brinell 96 HB e condutividade térmica (0.25°C) igual a 0.42 cal./cm.s.°C. A Tabela 3.1 apresenta a composição química desta liga de alumínio.

Tabela 3.1 – Composição química do Al 6351-T6

Mn	Si	Cu	Fe	Mg	Ti	Al
0.450	1.000	0.010	0.210	0.500	0.020	97.790
 . .	4 4.11	1				

3.2 Equipamentos utilizados

3.2.1 Ensaios de tração

Os ensaios de tração foram realizados numa máquina eletromecânica Instron 5500R de 100kN, vide Figura 3-1(a), sob uma velocidade constante [35]. A deformação dos corpos de prova foi medida por um clip-gage, como ilustrado na Figura 3-1(b).







3.2.2 Ensaios de termografia

Os ensaios de termografia foram realizados em uma máquina de flexão rotativa RBF-200, localizada no laboratório LINUS do CEFET-RJ, ilustrada na Figura 3-2. Esta máquina de flexão rotativa testa pequenos CPs à fadiga sob carga constante, induzida por um peso morto, e pode induzir mais de 14 milhões de ciclos por dia nos CPs, a um custo energético relativamente baixo. Mas ela não é facilmente adaptável para trabalhar com tensões médias diferentes de zero, nem com tensões de amplitude variável [4].





Para aplicar o momento *M* necessário na seção crítica do CP, posiciona-se um peso morto móvel sobre uma regra graduada em *lbf.in*. Como esta máquina testa os pequenos CPs em balanço sob flexão rotativa, este tipo de carga gera tensões totalmente alternadas, com média nula. A Eq. 3.1 correlaciona a amplitude de tensão σ_a (em MPa) com um fletor fixo M (em N·mm) e a seção circular de diâmetro *d* (em mm).

$$\sigma_{\rm a} = \frac{32M}{\pi d^3} \tag{3.1}$$

Como a máquina foi fabricada há algumas décadas, primeiro verificou-se se o momento indicado pela régua graduada era de fato o momento aplicado. Também se verificou se o número de ciclos estava sendo registrado corretamente. Constatou-se que a máquina estava desregulada e foram feitos ajustes no posicionamento da massa móvel e da frequência para que o ensaio fosse realizado apropriadamente.

A câmera infravermelha *FLIR*[®] A320, vide Figura 3-3, foi usada para monitorar e armazenar a temperatura na superfície dos corpos de prova durante os ensaios de termografia. Esta câmera tem resolução de 320×240 pixels, frequência de aquisição de dados 30 Hz e sensibilidade de temperatura 30 mK. A fabricante fornece um software chamado *ResearchIR*[®] que processa os dados adquiridos pela câmera.



Figura 3-3 - Câmera infravermelha modelo FLIR® A320

Para aprimorar a leitura dos dados, um pano preto foi colocado sobre a máquina de fadiga e a câmera para minimizar a troca térmica com o meio ambiente. Além disso, o ar condicionado e as luzes foram mantidos apagados durante todo tempo de ensaio.

3.2.3 Ensaios de fadiga

Os ensaios de propagação de trinca e *EN* foram realizados em uma máquina servohidráulica Instron 8051 de 100 kN, situada no Laboratório de Fadiga da PUC-Rio, vide Figura 3-4. Essa máquina monitora o número de ciclos aplicados, e pode usar a força, o deslocamento ou a deformação imposta nos espécimes para controlar os testes em circuito fechado. O parâmetro de controle pode ser trocado durante o teste sem danificar o corpo de prova [4].



Figura 3-4 – Instron 8051: (a) com as garras para o ensaio de propagação de trinca; (b) com as garras para o ensaio εN

Diferente das máquinas de flexão rotativa, as máquinas servo-hidráulicas podem executar testes com tensões médias diferentes de zero, e podem ser adaptadas para fazer quase qualquer tipo de teste *SN*, *EN* ou *da/dN*. Mas elas são muito caras e têm custo operacional muito alto, pois sua bomba de óleo de vazão e pressão fixa gasta a mesma energia para manter o equipamento ligado sem carga ou operando na sua capacidade máxima [4].

3.3 Corpos de prova

3.3.1 Ensaios de tração

As várias ligas de alumínio têm resistências $50 < S_R < 700MPa$. A liga Al 6351 é soldável, anodizável, e tratável termicamente. Ela é mais tenaz e menos resistente que as ligas 2xxx e 7xxx [4]. Suas resistências ao escoamento e à tração foram medidas em um ensaio de tração realizado segundo a norma ASTM E8 [36], vide Figura 3-5.







3.3.2 Ensaios termográficos

Os ensaios de flexão rotativa foram feitos segundo a norma ASTM E466 [37], usando CPs com formato *hourglass* de raio constante para minimizar a concentração de tensão e garantir que a seção intermediária é a crítica, vide Figura 3-6 e 3.7 [38].





A superfície dos CPs foi polida (rugosidade superficial medida $R_a = 0.099 \mu m$) e sua parte central foi pintada de preto para aumentar a emissividade e melhorar a performance da câmera infravermelha, vide Figura 3-7. Todos os CPs foram verificados dimensionalmente e armazenados em um ambiente com umidade controlada.



Figura 3-7 - Corpo de prova pintado para ensaio termográfico

3.3.3 Ensaios eN

CPs cilíndricos especificados na norma ASTM E606 [39] foram dimensionados para evitar flambagem durante os testes *EN*, vide Fig. 3.8 [38].



Figura 3-8 – (a) Desenho do corpo de prova para o ensaio ϵN ; (b) Corpo de prova polido e usinado

3.3.4 Ensaios da/dN para medir o limiar ΔK_{th}

CPs tipo DC(T) especificados na norma ASTM E399 [40] foram usinados a partir de uma barra de 3 polegadas. A Figura 3-9 apresenta o desenho do corpo de prova e a sua montagem na máquina Instron 8501. Para medir o tamanho da trinca ao longo dos testes de propagação de trincas por fadiga, usou-se o método *Back-Face Strain Compliance*. Mas como medir diretamente o deslocamento do ponto de aplicação da carga é difícil, ele foi medido indiretamente pelas deformações induzidas na face traseira do CP, vide Fig. 3.10 [41].

Equipamentos da National Instruments foram usados para adquirir os dados e calcular o tamanho de trinca via um programa especialmente escrito em LabView (cuja interface é ilustrada na Fig. 3.11): Chassis cDAQ 9172; Módulo NI 9237 para a medir as deformações do extensômentro; Módulo NI 9205 para medir a força da célula de carga. Para evitar ruídos no sinal de deformação, o chassi foi aterrado eletricamente.



Figura 3-9 – (a) Desenho do corpo de prova para obtenção do K_{th} ; (b) Montagem do corpo de prova na máquina Instron 8501



Figura 3-10 – Extensômetro colado na parte traseira do DC(T) [42]



Figura 3-11 – Interface do programa LABVIEW [42]

4 Resultados e Discussão

Este capítulo apresenta os resultados experimentais medidos neste trabalho, a resistência à ruptura S_R , o limiar de propagação ΔK_{th} e o limite de fadiga S_L , sendo este último obtido por duas técnicas diferentes (Risitano e extrapolação dos dados ϵN). As tolerâncias às trincas curtas foram estimadas por Inglis e por Creager & Paris e comparados com cálculos feitos no *Quebra2D*. Finalmente, os dados experimentais do artigo pioneiro de Frost [9] são analisados pelo método em questão.

4.1 Resistência à ruptura S_R

O ensaio de tração foi executado com um controle de deslocamento na velocidade de 1mm/minuto, vide Figura 4-1.



Figura 4-1 - Tensão versus deformação [35]

As resistências à ruptura S_R e ao escoamento S_E , a redução de área RA e o módulo de elasticidade E médios medidos estão listados na Tabela 4.1. O módulo foi ajustado como ilustrado na Fig. 4.2.

Tabela 4.1 - Propriedades mecânicas medidas

E (GPa)	68.2
S _R (MPa)	352
S _E (MPa)	324
RA (%)	57



Figura 4-2 – Gráficos das partes elásticas do ensaio de tração com suas aproximações lineares [35]

A média dos dois valores medidos para esta liga AA6351 é similar aos resultados obtidos por Nascimento [43], $S_E = 331$ MPa e $S_R = 354$ MPa.

4.2 Limiar de Propagação de Trinca K_{th}

Para obter a curva $da/dN \times \Delta K$ e seu limiar de propagação ΔK_{th} , as gamas de tensão $\Delta \sigma$ foram calculadas a partir da norma ASTM E399 para o corpo de prova DC(T) ilustrado na Figura 3.8, onde

$$\Delta K = \frac{\Delta P}{t\sqrt{w}} f\left(\frac{a}{w}\right) \tag{4.1}$$

 $ef(a/w) = (2 + a/w)/(1 - a/w)^{3/2}[0.76 + 4.8a/w - 11.58(a/w)^2 + 11.43(a/w)^3 - 4.08(a/w)^4].$

A razão R, a gama ΔK , e a carga P são calculadas pelas Eqs. 4.2 – 4.4.

$$K_{max} = \frac{\Delta K}{1 - R} \tag{4.2}$$

$$K_{min} = K_{max} - \Delta K \tag{4.3}$$

$$P_{min/max} = K_{min/max} \cdot t \sqrt{w} / f\left(\frac{b}{w}\right)$$
(4.4)

Para R = 0.1 e $\Delta K = 9$ MPa \sqrt{m} , K_{max} , K_{min} , P_{max} e P_{min} são inicialmente 10MPa \sqrt{m} , 1MPa \sqrt{m} , 5.74kN e 0.574kN. Depois que a trinca sai da região de influência do entalhe, as cargas são reduzidas suavemente para não gerar efeitos de sequência, de acordo com a norma ASTM E647. Quando ΔK e da/dN estão bem baixos, a norma recomenda passar uma reta nos últimos cinco pontos e depois extrapolá-la até $da/dN = 10^{-10}$ m/ciclo. O limiar de propagação assim medido é $\Delta K_{th}(R = 0.1) = 4$ MPa \sqrt{m} . Figura 4-3 apresenta a curva $da/dN \times \Delta K$ medida.



4.3 Limite de Fadiga

4.3.1 Método termográfico

Este método usa degraus de tensões alternadas crescentes, denominadas *stepped loading*, vide seção 2.7.1.1. Inicialmente, um corpo de prova foi carregado sob a razão $\sigma_a/S_R = 70\%$ para visualizar as três fases do ensaio, e a Figura 4-4 apresenta a temperatura máxima $\Theta_{máx}$ versus o número de ciclos *N* medidos no teste.





Para esta liga de alumínio, a variação de temperatura é pequena e a fase I é caracterizada por um pequeno número de ciclos comparado à vida do espécime; a fase II inclui a maior parte da vida do corpo de prova; e a fase III é associada a um rápido incremento de temperatura, até a fratura final do corpo de prova em um número de ciclos inferior ao da fase I. Outros dois corpos de prova foram ensaiados com tensões de $0.6S_R$

e $0.8S_R$ e a Tabela 4.2 lista o número de ciclos e a variação de temperatura medidas na superfície do espécime em cada fase.

σ_a/S_R	N1	N_2	N ₃	$\Delta \Theta_1$	$\Delta \Theta_2$	$\Delta \Theta_3$
60%	78897	197540	15442	0.61	0.10	2.45
70%	49301	115158	9197	0.11	0.88	1.14
80%	16835	28674	3178	0.17	0.77	0.83

Tabela 4.2 – Resultados dos ensaios experimentais com $\sigma_a = 0.6, 0.7 \text{ e} 0.8 \cdot \text{S}_{\text{R}}$

La Rosa e Risitano propõem que a primeira fase de incremento de temperatura é limitada a um pequeno número de ciclos comparada ao número de ciclos necessários para fraturar o corpo de prova N_t (em geral, não é maior que 10% da vida total de um espécime de aço para cargas não próximas do limite de escoamento).

Entretanto, a liga de Al testada neste trabalho apresenta um comportamento distinto porque em cada amplitude de carregamento a primeira fase termal possui uma fração diferente da vida total do espécime. Ademais, nota-se que sua fase térmica mostra um comportamento linear, vide Figura 4-5. Desta maneira, é possível estimar o número de ciclos para cada razão σ_{α}/S_R e o tempo total do ensaio. Assim, CPs foram testados sob amplitudes de tensão $\sigma_{\alpha}/S_R = 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7$ e 0.8, durante o número de ciclos necessários para caracterizar a primeira fase térmica, determinada pelo ajuste mostrado na Figura 4-5.



A Figura 4-6 mostra a variação da temperatura máxima na superfície do CP ao longo do número de ciclos, da menor à maior amplitude de tensão. Observa-se que

quanto maior a amplitude de tensão, maiores são os incrementos de temperatura $\Delta \Theta_l$ e a taxa $d\Theta/dN_l$. Note que a análise dos dados experimentais é dificultada devido à falta de estabilização da temperatura.



Figura 4-6 – Temperatura máxima (°C) versus número de ciclos

O próximo passo é medir o incremento $\Delta \Theta / \Delta N$ e correlacioná-la com σ_a / S_R . Em sequência, uma regressão linear é ajustada aos pontos para determinar o valor de S_L como a amplitude de tensão que intercepta o eixo *x*, como ilustrado na Figura 4-7.



Figura 4-7 – Avaliação de SL a partir dos dados térmicos

Assim, o limite de fadiga S_L desta liga de Al medido pela técnica termográfica é $S_L \cong 0.58 \cdot S_R \cong 204$ MPa, um valor significativamente maior que o estimado por Juvinall, vide Eq. 2.13. Desta forma vale a pena verificá-lo por uma técnica alternativa.

4.3.2 Extrapolação da curva εN

Antes de iniciar os ensaios *eN*, alinhou-se as garras da máquina servo-hidráulica com um relógio comparador, para evitar excentricidade no carregamento, vide Figura 4-8. Em seguida, percorreu-se toda a circunferência do pistão para determinar em qual local havia um maior desalinhamento. Com auxílio de um martelo de borracha, a célula de carga foi deslocada até obter um alinhamento dentro de 10µm de excentricidade [44].



Figura 4-8 – Montagem do relógio comparador na máquina servo-hidráulica para alinhar as garras usadas nos testes *eN*.

Para obter a curva εN , 28 CPs foram ensaiados sob diferentes gamas de deformações fixas $\Delta \varepsilon = 0.28\%$, 0.3%, 0.32%, 0.35%, 0.4%, 0.45%, 0.5%, 0.5%, 0.6%, 0.65%, 0.7%, 0.75%, 0.8%, seguindo a norma ASTM 606 [39], numa frequência de 2~3 Hz. O início dos testes foi controlado pela carga até a estabilizar a deformação medida pelo *clip gage*, cujo ganho foi previamente ajustado usando calibrador apropriado, vide Fig. 4.9. O controle da gama de deformação era mantido constante até o final dos testes, terminados quando a queda da carga de tração era significativa. Os níveis de deformação foram escolhidos a partir da vida de transição N_t da liga Al 6351 T6, estimada por

$$\frac{\delta_c}{E} (2N_t)^b = \varepsilon_c (2N_t)^c \tag{4.5}$$



Figura 4-9 - Calibrador do Clip-gage

O valor de N_t foi encontrado a partir das estimativas das medianas para as ligas de Al e Ti [4], $\sigma_c = 1.9 \cdot S_R$, $\varepsilon_c = 0.28$, b = -0.11 e c = -0.66; e os valores de E e S_R medidos nos ensaios de tração, logo $N_t \cong 220$ ciclos.

As informações do *clip-gage* e da carga da máquina foram processadas num programa *LabView*, cuja interface é ilustrada na Figura 4-10. Com este sistema, o corpo de prova era monitorado pelo seu gráfico $\Delta \sigma \times \Delta \varepsilon$ até uma trinca surgir visualmente ou haver uma queda de mais de 25% na força trativa do CP.



Figura 4-10 - Interface LabView.

A partir dos dados assim medidos, o gráfico $\Delta \epsilon/2 \times 2N$ foi gerado, como mostrado na Figura 4-11. As propriedades da curva de Coffin-Manson que melhor ajusta os dados dessa liga de alumínio estão listadas na Tabela 4.3.



Figura 4-11 – Curva de Coffin-Manson da liga Al 6351 T6 medida.

Tabela 4.3 – Parâmetros da curva de Coffin-Manson da liga Al 6351 T6

σ_c	504.68
$\mathcal{E}_{\mathcal{C}}$	1.89
b	-0.082
С	-0.96

Como as tensões e deformações devem ser puramente elásticas em "vidas infinitas", é possível estimar o limite de fadiga S_L a partir da parte elástica das equações de Coffin-Manson usando a Eq. 4.6:

$$\left(\frac{\Delta\sigma}{E}\right) = 2\left(\frac{504.7}{E}\right)(2N_L)^{-0.082}$$
(4.6)

Assumindo que a "vida infinita" para as ligas de alumínio é $N_L = 5 \cdot 10^8$ ciclos, ela corresponde à gama de tensão $\Delta \sigma = 184.52$ MPa, ou ao limite $S_L = 92.26$ MPa.

4.3.3 Comparação dos resultados estimados para S_L

Usando os fatores modificadores empíricos da resistência à fadiga citados na seção 2.7.1, Mischke propõe para superfícies polidas, $k_a = 1$; Juvinall recomenda-se que para diâmetros menores que 8 mm, $k_b = 1$; para cargas de flexão e de torção alternadas $k_c = 1$ e para as cargas axiais puras, sem fletores parasitas, $k_c = 0.9$. Portanto, usando esses fatores estimados na Eq. (4.7), pode-se comparar na Tabela 4.4 o limite de fadiga estimado por Juvinall para as liga de alumínio com os limites medidos por termografia e estimado a partir da extrapolação dos dados εN .

Juvinall (MPa)	Risitano (MPa)	Extrapolação da curva ɛN (MPa)
130	204	102.5

Tabela 4.4 – Estimativas para limite de fadiga da liga Al 6351 T6

O limite de fadiga S_L quantifica a resistência à iniciação de uma trinca por fadiga, ou as maiores cargas que não são danosas ao material em questão. Como o dano à fadiga é causado por deformações plásticas cíclicas, S_L só pode gerar deformações elásticas reversíveis, o que justifica tanto o uso das técnicas termográficas quanto a extrapolação da curva εN para obter S_L . A Tabela 4.4 mostra que o valor de S_L obtido por extrapolação da curva εN medida está abaixo da clássica estimativa de Juvinall para as ligas de Al e o limite medido por termografia (usando técnicas qualificadas para os aços) é bem maior. Para vidas longas na extrapolação εN , é necessário o ensaio de deformações pequenas (menos de 0.3%) mas notou-se uma dificuldade na estabilidade da deformação aplicada pois esta deformação é da ordem do ruído lido pelo *clip gage*.

Esta diferença pode ser devida à dificuldade de estabilizar a temperatura dos CPs de Al nos ensaios termográficos, a qual pode ser causada pela alta condutividade térmica das ligas de alumínio quando comparada à dos aços. De fato, se as ligas de Al dissipam rapidamente o calor gerado pelas deformações plásticas cíclicas associadas às tensões $\sigma_a > S_L$, então é mais difícil atingir estabilidade térmica nos seus testes de fadiga.

Como a termografia pode ser ainda mais útil para medir limites de fadiga das ligas de Al do que os dos aços, pois na prática é inviável aplicar $5 \cdot 10^8$ ciclos em vários CPs como requerido pelas técnicas tradicionais de Dixon e de Prot (pelo menos em laboratórios acadêmicos), esse ponto deve ser melhor explorado em estudos futuros.

4.4 Modelagem analítica e numérica para estimativas de trinca curta

Sob cargas cíclicas nominalmente elásticas de gama e pico constantes, as trincas curtas que partem de entalhes podem ser modeladas a partir de duas hipóteses razoáveis:

- (i) Trincas são geradas nas raízes de entalhes quando a combinação das forças motrizes da iniciação das trincas por fadiga, a gama Δσ e o pico σ_{max} = Δσ/(1 R) da tensão lá atuante, ultrapassa o limite de fadiga do material (que depende de R), ou seja, quando Δσ = K_t·Δσ_n > ΔS_L(R).
- (ii) As trincas curtas que nascem nas pontas dos entalhes crescem por fadiga enquanto as duas forças motrizes da sua propagação, o pico $K_{max}(a) = \Delta K(a)/(1-R)$ e a gama

1

 $\Delta K(a)$ dos seus FITs (que dependem muito do gradiente das tensões à frente da ponta do entalhe) forem maiores do que o limiar de propagação das trincas curtas no material (que depende do tamanho da trinca *a* e de *R*), ou seja, $\Delta K(a) \ge \Delta K_{thR}(a)$ (onde $\Delta K = K_{max} - K_{min}$ se R > 0, ou então $\Delta K = K_{max}$ se $R \le 0$).

A Fig. 4.12 compara as gamas dos FIT $\Delta K(a)$ estimadas pelos modelos de Creager e Paris e de Inglis com a curva do limiar de propagação $\Delta K_{th}(a) = \Delta K_0/[1 + (a_0/a)^{\gamma/2}]^{-1/\gamma}$ de $\gamma = 2$. Estes valores correspondem a b = 15.85 mm e $\rho = 0.5$ mm no DC(T) entalhado da Figura 2-18. O valor do semi-eixo *c* pode ser obtido pela relação $\rho = c^2/b$ e a espessura *t* é metade da mostrada na Figura 3-9 para que possivelmente a trinca seja passante. Estes modelos usam o limiar de propagação das trincas longas ΔK_0 e o limite de fadiga ΔS_0 , o qual para R = 0 pode ser estimado e.g. por Goodman, $\Delta S_0 = 2S_R S_L/(S_R + S_L)$.



Figura 4-12 - Fatores de intensidade de tensão estimados para o DC(T) entalhado por Inglis e por Creager e Paris, para $\Delta \sigma_n = 19.1$ MPa, b = 15.85mm e $\rho = 0.5$ mm.

Assume-se para o S_L do material, o valor encontrado pelas extrapolações do método ε N, ou seja, S_L = 102.5 MPa. A Fig. 4.12 mostra que pela estimativa de Inglis $\Delta K_{IInglis}(a)$ a trinca iniciaria e propagaria por fadiga a partir do entalhe até cruzar a curva do limiar $\Delta K_{th}(a)$ e gerar uma trinca não propagante $a_{prd} \cong 0.79$ mm. Da mesma forma, pela estimativa de C&P a trinca também iniciaria e cresceria, mas pararia quando atingisse $a_{prd} \cong 0.01$ mm, quando a estimativa $\Delta K_{ICP}(a)$ cruza a curva do limiar $\Delta K_{th}(a)$.

Logo, essas estimativas podem não gerar previsões adequadas para uso prático, o que indica que cálculos de $\Delta K_I(a)$ mais precisos por EF podem ser necessários nesses casos.

A Fig. 4.12 também mostra os valores de $\Delta K_{IASTM}(a)$ gerados a partir da fórmula padronizada pela ASTM, que não considera os efeitos do gradiente de tensões à frente do entalhe, logo não pode ser usada para descrever o comportamento das trincas curtas que partem dele. Todavia, como $\Delta K_{IInglis}(a)$ e $\Delta K_{ICP}(a)$ devem tender para $\Delta K_{IASTM}(a)$ longe da ponta do entalhe, essa figura indica que, na ausência de cálculos numéricos mais precisos, a estimativa de C&P talvez seja mais adequada do que a de Inglis neste caso. Entretanto, isso não permite deduzir que esta trinca seria não-propagante.

De fato, além de $\Delta K_{ICP}(a)$ ser estimado, outras fontes de incerteza impedem essa conclusão, como o valor do expoente de Bazant, vide Figura 4-13.

$$\Delta K_{th}(a) = \Delta K_0 \left(1 + \left(\frac{a_0}{a}\right)^{\frac{\gamma}{2}} \right)^{-\frac{1}{\gamma}}$$
(4.7)

A faixa $1.5 < \gamma < 8$ mencionada em [4] gera trinca não propagante para a estimativa por C&P em todos os γ . Já para a estimativa baseada em Inglis, somente para o $\gamma = 1.5$, a trinca propaga até a eventual quebra do DC(T).

Para avaliar melhor essas estimativas analíticas, elas devem ser comparadas com valores do FIT das trincas curtas $\Delta K(a)$ mais precisos, os quais podem ser calculados e.g. por elementos finitos (EF) no *Quebra2D* para o mesmo DC(T) entalhado. Desta forma, a Figura 4-14 compara os FITs estimados por Inglis e por C&P, com os resultados calculados por EF para a mesma gama de tensão nominal $\Delta \sigma_n = 19.1$ MPa. Segundo os valores de $\Delta K(a)$ calculados por EF o DC(T) entalhado trincaria, mas a trinca pararia ao atingir um tamanho $a_{prd} \cong 0.06$ mm (assumindo $\gamma = 2$).

Todavia, deve-se notar que ambas as estimativas de Inglis apresentam previsões com derivada inicial mais inclinada do que a calculada por EF e de C&P, o que indica que há necessidade de aprofundar o estudo do comportamento das trincas muito pequenas. Mas a modelagem dessas trincas pode ser questionada se elas forem muito menores do que o tamanho de grão, pois as hipóteses clássicas de homogeneidade e isotropia foram usadas tanto nas estimativas, quanto nos cálculos de EF.



Figura 4-13 - Influência do expoente γ nas estimativas do crescimento das trincas curtas

A Figura 4-15 demonstra o caso do DC(T) com b = 15.85mm, mas com um raio de ponta ρ mais afiado. Observa-se que o FIT por Inglis é mais sensível a variações nos parâmetros pois houve uma mudança na derivada da curva.



Figura 4-14 - Fatores de intensidade para o furo a partir da solução de Inglis e da aproximação de Creager e Paris sob uma carga $\Delta \sigma_n = 19.1$ MPa onde b = 15.85 mm e $\rho = 0.5$ mm com o resultado do Quebra2D



Figura 4-15 - Fatores de intensidade de tensão estimados para o DC(T) entalhado por Inglis e por Creager e Paris, para $\Delta \sigma_n = 19.1$ MPa, b = 15.85mm e $\rho = 0.1$ mm.

A seguir, serão apresentados os resultados de dois ensaios experimentais em CPs tipo DC(T) com entalhe modificado demonstrado na Figura 2-18. A distância do furo até o final do entalhe é de 15.85 mm, raio de ponta $\rho = 0.5$ mm e espessura t = 5 mm para tornar a trinca passante. Figura 4-16 e Figura 4-17 mostram o comprimento de trinca *a* versus o número de ciclos. Os dois resultados encontrados não geraram uma trinca não propagante com carga P = 820 N ($\sigma_n = 25$ MPa). Para verificar os resultados deste ensaio, os valores de carga foram colocados nas estimativas analíticas de K_I de Inglis, C&P e na estimativa numérica dos EF a partir do Quebra2D. Figura 4-18 e Figura 4-19 indicam a comparação entre as estimativas analíticas e numérica.

Nota-se que o modelo de C&P produz uma trinca não propagante, comprovando que esta estimativa é, de fato, mais conservadora. Porém, para as técnicas utilizadas para obter o SL, o comportamento foi diferente a partir do Quebra2D. Considerando o S_L obtido pela técnica termográfica, não há iniciação da trinca, sendo o oposto a partir do S_L obtido pela extrapolação da curva ϵN .



Figura 4-16 – Crescimento da trinca *a* (em metros) medido sobre a carga de 820 N versus o número de ciclos para o primeiro CP



Figura 4-17 - Crescimento da trinca *a* (em metros) medido sobre a carga de 820 N versus o número de ciclos para o segundo CP



Figura 4-18 - Fatores de intensidade para o furo a partir da solução de Inglis e da aproximação de Creager e Paris sob uma carga $\Delta \sigma n = 25$ MPa onde b = 15.85 mm, $\rho = 0.5$ mm e S_L obtido pela técnica ϵN com o resultado do Quebra2D



Figura 4-19 - Fatores de intensidade para o furo a partir da solução de Inglis e da aproximação de Creager e Paris sob uma carga $\Delta \sigma n = 25$ MPa onde b = 15.85 mm, $\rho = 0.5$ mm e S_L obtido pela técnica termográfica com o resultado do Quebra2D

Por fim, para avaliar a qualidade das estimativas de Inglis e C&P para a tolerância às trincas curtas, elas são comparadas com dados experimentais obtidos no teste experimental pioneiro de Frost [9], ilustrados na Figura 4-20. Frost menciona que o aço usado naquele trabalho tinha resistência à tração de 25-30 ton/pol², alongamento de 30-45%, e limites de fadiga de aproximadamente ± 13 a ± 15 ton/pol².

O autor descreve que as trincas não propagantes são geradas se $S_L/K_t < \sigma_{na} < S_L/K_f$, e que as micro-trincas típicas têm em torno de 25 a 50µm de profundidade. Dois tipos de CP foram utilizados, um espécime cilíndrico de 1.7 pol de diâmetro externo com um entalhe em V e profundidade de 0.2 pol e um espécime em placa de espessura 0.3 pol por 2.5 pol de largura com dois entalhes na borda dispostos centralmente 0.2 pol em profundidade.



Figura 4-20 - Tensão alternada contra K_t, para amostras cilíndricas e de placa entalhadas com profundidade de 0.2 pol e testados em tensão direta reversa [9]

Esses CPs são mostrados na Figura 4-21(a) e Figura 4-21(b). O raio da raiz do entalhe varia entre 0.3 a 0.002pol, e os CPs foram testados em máquinas de fadiga *Schenck* de 6 ou de 60 toneladas. Assume-se que o limiar de propagação $\Delta K_{th} = 11.6$ MPa \sqrt{m} de um aço similar medido nos nossos laboratórios [45] possa ser usado, que $\gamma = 2$, e que as funções de geometria f(a/w) listadas em [46] se aplicam as CPs testados.

Utiliza-se para o CP da Figura 4-21(a) o FIT de um eixo circular de diâmetro 2w com uma trinca circunferencial externa de profundidade *a*, sob tração *P*, e para o CP da Figura 4-21(b) o FIT de uma placa de largura 2w com duas trincas laterais *a* sob tensão


Figura 4-21 – (a) Espécime de uma barra cilíndrica entalhada para ensaios de fadiga; (b) Espécime de placa com entalhes nas bordas para ensaios de fadiga.

$$K_{I} = \frac{P\sqrt{\pi a}}{\pi (w-a)^{2}} \frac{\sqrt{s}}{2} \left(1 + \frac{s}{2} + \frac{3s^{2}}{8} - .363s^{3} + .731s^{4} \right)$$
(4.8)

$$K_{I} = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot \left(1 + .122 \cos\left(\frac{\pi a}{2w}\right)^{4}\right) \sqrt{\frac{2w}{\pi a} \tan\frac{\pi a}{2w}}$$
(4.9)

Sendo $P = \sigma_n \pi d^2/4$ e s = 1 - a/w. Para o primeiro CP, o w da expressão é o raio do corpo cilíndrico e *a* é o comprimento do entalhe *b* somado com o crescimento da trinca *a*, ou seja, o *a* da expressão é igual a *b* + *a*. Já para o segundo, *w* é a metade da largura e a também é o comprimento do entalhe *b* somado com o crescimento da trinca *a*. A Tabela 4.5 e a Figura 4-22 resumem as estimativas de Inglis e de C&P.

Tussia ne Tropriodados modulas modulas					
Tipo de	Profundidade do	Raio do	K _t	Δσ	
espécime	entalhe (pol)	entalhe (pol)		(ton/pol ²)	
Cilíndrico	0.2	0.004	10	3.5	
Placa	0.2	0.004	12.5	3.25	
Placa	0.2	0.01	8.2	3.5	
Placa	0.2	0.05	4	4	
Placa	0.2	0.3	2.1	6	
Placa	0.2	0.02	6.1	3.25	

Tabela 4.5 - Propriedades mecânicas medidas

Para a aproximação de Inglis, a semi-elipse tem a profundidade dos entalhes laterais, já que a carga é uma tensão uniforme trativa. Então para o semi-eixo c é necessário utilizar a relação $\rho = c^2/b$.



Figura 4-22 - Fatores de intensidade para o furo a partir da solução de Inglis e da aproximação de Creager e Paris: (a) raio do entalhe $\rho = 0.004$ pol para o corpo cilíndrico; (b) raio do entalhe $\rho = 0.004$ pol; (c) raio do entalhe $\rho = 0.01$ pol; (d) raio do entalhe $\rho = 0.05$ pol; (e) raio do entalhe $\rho = 0.3$ pol; (f) raio do entalhe $\rho = 0.02$ pol para o corpo na geometria de placa.

De acordo com Frost, o CP cilíndrico com $K_t = 10$ e raio de ponta $\rho = 0.02$ pol gera trincas não-propagantes. A mecânica utilizada comprova este fato, uma vez a trinca inicia até atingir o momento em que o fator de intensidade de tensão ΔK é menor que K_{th}, tornando a trinca não-propagante, reproduzido na Figura 4-22 (a).

O mesmo acontece para as Figura 4-22 (b), (c), (d), (f), as duas estimativas relatam trincas não-propagantes. Já Figura 4-22 (e) apresenta que não há iniciação de trinca para a estimativa de C&P diferente da do Inglis. Nota-se que os resultados encontrados retratam o teste realizado pelo autor, com exceção do elemento (d) que no artigo está na zona de fratura e na modelagem, teria uma iniciação e uma parada no crescimento em $a_{prd} \approx 0.06$ mm e $a_{prd} \approx 0.19$ mm para a estimativa de C&P e Inglis, respectivamente. Tabela 4.6 apresenta os a_{prd} para todos os casos.

Tipo de	Raio do entalhe	a _{prd} por C&P	a _{prd} por Inglis
espécime	(in)	(mm)	(mm)
Cilíndrico	0.004	0.07	0.16
Placa	0.004	0.18	0.14
Placa	0.01	0.21	0.18
Placa	0.05	0.06	0.19
Placa	0.3	Não inicia	0.21
Placa	0.02	0.14	0.13

Tabela 4.6 – a_{prd} encontrados nos CP do Frost

5 Conclusão

Este presente trabalho reporta a metodologia para tolerância do comportamento das trincas curtas baseado nos ensaios para obtenção do limiar de propagação e dos métodos de termografia e extrapolação dos dados ϵN , determinou-se o a_0 – tamanho característico das trincas curtas – que é considerado um recurso para impor que todas as trincas, curtas ou não, obedeçam aos limites corretos do trincamento por fadiga.

Para a técnica de termografia, sua vantagem consiste na redução dos custos de ensaio de fadiga, seja pela redução dos corpos de prova utilizados e o tempo total do teste em si. Nota-se que o número de ciclos da primeira fase térmica dessa liga de alumínio depende da amplitude da tensão $\Delta\sigma$, distinto do observado por Bandeira et al. [47-49], onde os limites de fadiga S_L foram obtidos por testes de incrementos de carga, variando a amplitude de tensão σ_a a cada ciclo N_I . Essa abordagem ainda pode gerar resultados questionáveis porque, para validar esse resultado, é necessário comparar suas estimativas com os S_L medidos por métodos mecânicos convencionais, por exemplo, *up-and-down* do Dixon.

No entanto, é importante enfatizar que esse ensaio durou apenas cerca de 516000 ciclos, o que certamente é uma grande vantagem sobre os métodos mais convencionais que exigem uma sequência de testes de vida sob tensão fixa, durando por vidas muito longas até 5 10⁸ ciclos para ligas de alumínio. Já os ensaios ϵN , apesar de não serem usados para obter o S_L , foram uma ótima estimativa para esta propriedade pois a extrapolação dos valores ϵN se aproximou do estimado por Juvinall.

Quanto ao comportamento mecânico das trincas curtas que nascem dos entalhes do DC(T), observa-se que derivada é alta à frente da ponta dos furos elípticos alongados que justifica o crescimento peculiar das trincas curtas que deles partem, vide Figura 4-12. Assim, o K_I das trincas curtas pode até decrescer após a trinca propagar um pouco, pois a influência das tensões afetadas por K_t em $K_I \approx \sigma_n \sqrt{(\pi a)} \cdot f_I(K_t, a)$ pode diminuir bruscamente à medida que a trinca vai crescendo. Ou seja, a parte $\sqrt{(\pi a)}$ que gera o aumento de K_I pode acabar dominado pela diminuição de $f_I(K_t, a)$.

Entretanto, o modelo de C&P gerou resultados mais conservativos pelo proposto pelo Elementos Finitos, como apresentado na Figura 4-14. Ademais, como as estimativas de Inglis e de C&P apresentam previsões com derivada inicial mais inclinada do que a calculada por EF, existe a necessidade de aprofundar o estudo do comportamento das trincas muito pequenas pois a modelagem pode ser questionada se $a \ll gr$, pois as hipóteses clássicas de homogeneidade e isotropia foram utilizadas tanto nas estimativas quanto nos resultados de EF.

Para o caso dos dados experimentais do artigo do Frost, em alguns casos de raio de ponta de entalhe ρ e cargas aplicadas disponíveis, a aproximação de FIT de Inglis é mais conservativa diferente do caso do DC(T). Os resultados encontrados retratam o teste realizado pelo autor, com exceção o resultado da Figura 4-22 (d). Este último indica no artigo uma propagação e fratura diferente da aproximação analítica que indicou uma parada na propagação. Porém, de maneira geral, estas estimativas simples mensuram o efeito dos pequenos defeitos nas bordas dos entalhes de um modo bastante razoável.

5.1 Propostas para trabalhos futuros

As sugestões, seguindo o desenvolvimento do tema abordado, para trabalhos futuros são:

- Quanto ao ensaio utilizando a técnica de termografia, seria ideal trocar as garras da máquina por outra de cerâmica, com intuito de reduzir a dispersão do calor para as mesmas e permitindo a visualização da variação da temperatura somente no corpo de prova. Juntamente, uma câmara mais escura para cobrir o teste evitando qualquer alteração do meio (ar condicionado, luzes, etc.);
- Produzir resultados experimentais a partir da geometria do DC(T) escolhida e analisar seu comportamento mecânico a partir das estimativas elaboradas neste trabalho. A partir das trincas curtas induzidas no material, detectá-las por meio do raio X para facilitar a identificação delas;
- 3. Estudar outras geometrias de outros corpos de prova que seja possível prever trincas não propagantes e testá-las experimentalmente. Do mesmo modo, procurar mais dados experimentais sobre presença de trinca nãopropagantes e modelá-las com as aproximações C&P e Inglis.

6 Referências bibliográficas

- [1] Schütz, W. A history of fatigue. Engineering Fracture Mechanics 54:263-300, 1996.
- [2] Pook, LP. Historical background. In: Metal Fatigue what it is, why it matters:7–13. Springer 2007.
- [3] Gürgen S, Kushan, MC, Diltemiz SF. Fatigue failure in aircraft structural components. In: Handbook of Materials Failure Analysis with Case Studies from the Aerospace and Automotive Industries:261-277. Butterworth-Heinemann, 2016.
- [4] Castro, JTP.; Meggiolaro, MA. Fadiga Técnicas e Práticas de Dimensionamento Estrutural sob Cargas Reais de Serviço, v.I - Iniciação de Trincas. CreateSpace 2009.
- [5] Jacques HE. Bureau of Ships, Navy Dept. Report No. SSC-31 (1949).
- [6] Frost NE, Marsh KJ, Pook LP. Metal Fatigue. Clarendon Press, 1974.
- [7] Frost NE. Crack formation and stress concentration effects in direct stress fatigue, Engineer 200:464–467 and 501–503, 1955.
- [8] Frost NE, Dugdale DS. Fatigue tests on notched mild steel plates with measurements of fatigue cracks. J Mech Phys Solids 5:182-192, 1957.
- [9] Frost NE. A relation between the critical alternating propagation stress and crack length for mild steel. P Inst Mech Eng 173:811-836, 1959.
- [10] Yamada K, Kim MG, Kunio T. Tolerant microflaw sizes and non-propagating crack behavior. The Behaviour of Short Fatigue Cracks, EGF Pub. 1:261-274, Miller KJ, de los Rios ER ed, Mechanical Engineering Publications, 1986.
- [11] Atzori B, Lazzarin P, Meneghetti G. Fracture mechanics and notch sensitivity. Fatigue Fract Eng Mater Struct 26:257-267, 2003.
- [12] Taylor D. The theory of critical distances. Eng Fract Mech 75:1696-1705, 2008.
- [13] Taylor D. Applications of the theory of critical distances to the prediction of brittle fracture in metals and non-metals. In: ECF15, Stockolm 2004.
- [14] Cadario, Alessandro; ALFREDSSON, Bo. Fatigue growth of short cracks in Ti-17: experiments and simulations. Engineering fracture mechanics, v. 74, n. 15, p. 2293-2310, 2007.
- [15] Pippan R. The growth of short cracks under cyclic compression. Fatigue Fract Eng Mater Struct 9:319-328, 1987.
- [16] Williams ML. On the stress distribution at the base of a stationary crack. J Appl Mech 24:109-114, 1957.
- [17] Irwin GR. Analysis of stresses and strains near the end of a crack. J Appl Mech 24: 109-114, 1957.
- [18] Inglis CE. Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners. Trans Inst Naval Archit 55:219-241, 1913.
- [19] Schijve J. Fatigue of Structures and Materials. Kluwer 2001.
- [20] Creager M, Paris PC. Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking. Int J Fract Mech 3:247-252, 1967.
- [21] El Haddad MH, Topper TH, Smith KN. Prediction of non-propagating cracks. Eng Fract Mech 11:573-584, 1979.
- [22] El Haddad MH, Smith KN, Topper TH. Fatigue crack propagation of short cracks. J Eng Mat Tech ASME 101:42-46, 1979.

- [23] Yu MT, Duquesnay DL, Topper TH. Notch fatigue behavior of 1045 steel. Int J Fatigue 10:109-116, 1988.
- [24] Castro JTP; Meggiolaro, MA. Fatigue Design Techniques, v. III Crack Propagation, Temperature and Statistical Effects. CreateSpace 2016.
- [25] Prot, EM. Fatigue testing under progressive loading; a new technique for testing materials. Revue de Metallurgie 14:481-489, 1948.
- [26] Dixon, WJ. The up-and-down method for small samples. J American Statistical Association 60:967-978, 1965.
- [27] Juvinall RC. Stress, Strain and Strength. McGraw-Hill, 1967.
- [28] Haibach E. Modified linear damage accumulation hypothesis accounting for a decreasing fatigue strength during increasing fatigue damage. Darmstadt: Laboratorium für Betriebsfestigkeit, LBF, 1970.
- [29] Boyer HE. Atlas of Fatigue Curves. ASM International, 1985..
- [30] La Rosa G, Risitano A. Thermographic methodology for the rapid determination of the fatigue limit of materials and mechanical components. Int J Fatigue Mater Struct Comp 22(1):65-73, 1999.
- [31] Fargione G. et al. Rapid determination of the fatigue curve by the thermographic method. Int J Fatigue 24:11-19, 2002.
- [32] Miranda ACO. Propagação de trincas por fadiga em geometrias 2D complexas sob cargas cíclicas variáveis. Tese de Doutorado, DEC PUC-Rio, 2003.
- [33] Miranda ACO et al. Fatigue life and crack path predictions in generic 2D structural components. Engineering Fracture Mechanics 70:1259-1279, 2003.
- [34] Budinski KG, Budinski MK. Engineering Materials. 7th Ed., Prentice Hall 2002.
- [35] Lima, GW. Determinação experimental do limite de fadiga de uma liga de alumínio por termografia. Projeto de Graduação. DEM PUC-Rio, 2018.
- [36] ASTM E8 Standard test method for tension testing of metallic materials. ASTM International, 2016.
- [37] ASTM E466 Standard practice for conducting force controlled constant amplitude axial fatigue tests of metallic materials. ASTM International, 2015.
- [38] Martins GCP, Bandeira CFC, Lima GW, Castro JTP. Evaluation of the fatigue limits of aluminum alloys by thermographic and ɛN techniques, 7th Int Symp Solid Mech, 2019.
- [39] ASTM E606 Standard test method for strain-controlled fatigue testing. ASTM International, 2012.
- [40] ASTM E399, Standard test method for linear-elastic plane-strain fracture toughness K_{IC} of Metallic Materials. ASTM International, 2013.
- [41] Castro JTP, Meggiolaro MA. Fadiga Técnicas e Práticas de Dimensionamento Estrutural sob Cargas Reais de Serviço, v. II – Propagação de trincas, efeitos térmicos e estocásticos. CreateSpace 2009.
- [42] Osborne MR. Ajuste Ótimo de Regras de Propagação de Trincas por Fadiga a Dados da Liga AA 6351-T6 Medidos em Várias Razões R. M. Sc. Thesis, DEM PUC-Rio, 2018.
- [43] Nascimento DFL. Estudo do comportamento em fadiga de baixo ciclo e fadiga sob cargas multiaxiais das ligas de alumínio AA6005, AA6063 e AA6351. 2015. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo – Escola de Engenharia de Lorena.
- [44] Guizzo T. Laços de histerese elastoplásticos gerados sob carregamentos complexos. M. Sc. Thesis, DEM PUC-Rio, 1999.

- [45] Durán JAR, Castro JTP, Payão Filho, JC. Fatigue crack propagation prediction by cyclic plasticity damage accumulation models. Fatigue Fract Eng Mater Struct 26:137-150, 2003.
- [46] Tada H, Paris P, Irwin G. The analysis of cracks handbook. New York: ASME Press, 2000.
- [47] Bandeira CFC, Kenedi PP, Castro JTP. On the use of thermographic method to measure fatigue limits", Latin American J Solids Struct 5:e60, 2018.
- [48] Bandeira CFC, Kenedi PP, Castro JTP. Thermography a faster method to obtain the fatigue or endurance limit of materials. Int Symp Solid Mech 6th ed., 2017.
- [49] Bandeira CFC, Kenedi PP, Castro JTP, Meggiolaro MA. On the use of the thermographic technique to determine the fatigue limit of a cold drawn carbon steel. 7th Int Conf Very High Cycle Fatigue:329-334, U. Siegen, 2017. ISBN 978-3-00-056960-9.