

## **4**

### **Comparação e Análise de Resultados**

A eficiência do modelo analítico, desenvolvido no presente trabalho para vigas reforçadas à flexão, é verificada através da comparação dos resultados numéricos obtidos com os experimentais e teóricos encontrados na literatura.

Os trabalhos escolhidos para esta verificação encontram-se resumidos no capítulo dois, com detalhes técnicos pertinentes a este estudo.

Na modelagem numérica, elaborada através do programa MAPLE (1997), foi utilizado o modelo analítico desenvolvido no capítulo três.

O uso das ferramentas computacionais facilita a utilização de técnicas analíticas e numéricas para o cálculo do reforço de elementos estruturais, que por sua vez auxilia a análise experimental, principalmente sob o ponto de vista do planejamento e diagnóstico.

A seguir serão apresentados os estudos comentados no capítulo dois, com os dados experimentais dos ensaios, os teóricos da literatura e os numéricos obtidos com o programa, através de tabelas explicativas.

#### 4.1. Análise dos Estudos Experimentais

Para as vigas testadas nos trabalhos experimentais apresentados no capítulo dois, o reforço necessário foi calculado empregando-se o algoritmo desenvolvido neste trabalho e compilado no programa MAPLE (1997), utilizando-se os valores experimentais mostrados nas tabelas seguintes.

##### 4.1.1. Estudo de Souza et al. (1998)

Os dados de entrada no programa, comuns a todas as vigas, são apresentados na Tabela 4.1, sendo que os coeficientes de segurança foram tomados iguais a um para comparação com os resultados experimentais. Foram também utilizados nos dados de entrada do programa os valores reais encontrados nos ensaios dos corpos-de-prova do concreto e do aço. Não foram consideradas deformações iniciais no concreto e no aço.

Tabela 4.1 – Dados de entrada para dimensionamento do reforço, comuns a todas as vigas.

$b=12 \text{ cm}$	$\epsilon_{cu}=0,0035$
$h=20 \text{ cm}$	$\epsilon_{ci}=0$
$d=18 \text{ cm}$	$\epsilon_{si}=0$
$d'=2 \text{ cm}$	$A_s=1,0 \text{ cm}^2$
$d''=1,5 \text{ cm}$	$A_s'=0,56 \text{ cm}^2$
$f_{ck}=3,3 \text{ kN/cm}^2$	$E_f=13800 \text{ kN/cm}^2$
$f_{yk}=48,6 \text{ kN/cm}^2$	$t_f=0,1 \text{ cm}$
$f_{yk}'=48,6 \text{ kN/cm}^2$	
$E_s=21000 \text{ kN/cm}^2$	$\phi_s=1,0$
$E_s'=21000 \text{ kN/cm}^2$	$\phi_f=1,0$
$\epsilon_y=0,0023$	$\phi_c=1,0$
$\epsilon_y'=0,0023$	

Os resultados obtidos pelo programa para a área de reforço, deformações nas armaduras e no reforço, altura de linha neutra e domínio de deformações, considerando os diferentes momentos aplicados às vigas, estão mostrados na Tabela 4.2. Nesta mesma tabela, para fins de comparação, é mostrada a área de reforço que foi aplicada nos ensaios experimentais. Pode-se verificar uma grande variação para menos na maioria dos resultados numéricos em relação aos experimentais.

Há uma grande variação na área encontrada pelo programa quando ocorre uma variação no momento da viga, uma vez que para o módulo de elasticidade do compósito empregado neste estudo, quanto menor o momento solicitante, menor será a área de reforço encontrada pelo programa, porém mais longe do valor experimental da área do reforço.

Uma questão pode ser levantada acerca do verdadeiro valor determinado no laboratório para o módulo de elasticidade do compósito, que poderia ser apenas das fibras sem a resina de aderência. Em estudos recentes, avalia-se o módulo de elasticidade somente do reforço, sem a resina de aderência, como da ordem de 20000 kN/cm<sup>2</sup>, e do compósito da ordem de 7000 kN/cm<sup>2</sup>, portanto, o valor empregado neste estudo situa-se mais próximo do valor somente das fibras.

Como exemplo de comparação, tomando-se as vigas F2 e F3, observa-se que para uma mesma área de reforço experimental houve um aumento no momento de ruptura de 14% e um aumento na área de reforço numérica de 31%. Para a viga F4, observa-se que o valor numérico da área de reforço fica mais próximo do experimental, considerando-se que houve um aumento de momento de 128% em relação à viga F1, com maior variação da área de reforço.

Considerando-se as imperfeições inerentes ao ensaio experimental, seria possível se esperar encontrar uma área de reforço menor através do modelo numérico, provavelmente entre 10% e 20%. As diferenças encontradas, no entanto, são maiores do que a expectativa.

Tabela 4.2 – Valores experimentais e numéricos de SOUZA et al. (1998).

<b>Viga</b>	<b>F1</b>	<b>F2</b>	<b>F3</b>	<b>F4</b>	<b>F5</b>
Valores experimentais					
$M_u$ (kN.cm)	1470	1540	1750	3360	2420
Área de reforço empregada nos ensaios (cm <sup>2</sup> )	0,75	0,75	0,75	1,7	1,5
Valores numéricos					
Altura da linha neutra $x$ (cm)	2,1	2,2	2,5	6,3	3,5
$\epsilon_s$ (%)	0,04	0,04	0,06	-	0,14
$\epsilon_s$ (%)	-	-	-	0,65	-
$\epsilon_f$ (%)	1,12	1,12	1,13	0,76	1,14
Domínio de dimensionamento	2	2	2	3	2
Área de reforço encontrada pelo programa (cm <sup>2</sup> )	0,214	0,239	0,313	1,397	0,553
Variação (%)	-71	-68	-58	-18	-63

#### 4.1.2. Estudo de Gemert et al. (1999)

Os dados de entrada no programa, comuns a todas as vigas, são apresentados na Tabela 4.3, sendo que os coeficientes de segurança foram tomados iguais a um para comparação com os resultados experimentais. Foram também utilizados nos dados de entrada do programa os valores reais encontrados nos ensaios dos corpos-de-prova do concreto e do aço. Não foram consideradas deformações iniciais no concreto e no aço.

Tabela 4.3- Dados de entrada para dimensionamento do reforço, comuns a todas as vigas.

$b=12,5$ cm	$\epsilon_{cu}=0,0035$
$h=22,5$ cm	$\epsilon_{ci}=0$
$d=20,5$ cm	$\epsilon_{si}=0$
$d'=2,0$ cm	$A_s=1,57$ cm <sup>2</sup>
$d''=1,5$ cm	$A_s'=0,56$ cm <sup>2</sup>
$f_{ck}=4,8$ kN/cm <sup>2</sup>	$E_f=24000$ kN/cm <sup>2</sup>
$f_{yk}=56,5$ kN/cm <sup>2</sup>	$t_f=0,1$ cm
$f_{yk}'=56,5$ kN/cm <sup>2</sup>	
$E_s=21000$ kN/cm <sup>2</sup>	$\phi_s=1,0$
$E_s'=21000$ kN/cm <sup>2</sup>	$\phi_f=1,0$
$\epsilon_y=0,002$	$\phi_c=1,0$
$\epsilon_y'=0,002$	

Os resultados obtidos pelo programa para a área de reforço, deformações na armadura e no reforço, altura de linha neutra e domínio de deformações, considerando os diferentes momentos aplicados às vigas, estão mostrados na Tabela 4.4. Nesta mesma tabela, para fins de comparação, é mostrada a área de reforço que foi aplicada nos ensaios experimentais. Verifica-se uma grande variação para menos nos resultados numéricos em relação aos experimentais.

A variação para menos na área encontrada pelo programa pode ocorrer quando emprega-se um módulo de elasticidade para o reforço maior do que o realmente determinado no laboratório. Portanto, ao empregar no cálculo analítico um valor inferior para o módulo de elasticidade, encontram-se variações bem menores quanto à área de reforço empregada nos ensaios.

Como exemplo de comparação, tomando-se as vigas AF.3 e AF.3-1, observa-se que para uma mesma área de reforço experimental houve um aumento no momento de ruptura de 22% e um aumento na área de reforço numérica de 95%.

Como já foi dito anteriormente, o módulo de elasticidade somente do reforço, sem a resina de aderência, é da ordem de 20000 kN/cm<sup>2</sup>, e do compósito

da ordem de 7000 kN/cm<sup>2</sup>. Portanto, o valor empregado neste estudo ultrapassa aquele que realmente deveria ter sido aferido experimentalmente.

Tabela 4.4 - Valores experimentais e numéricos de GEMERT et al. (1999).

Viga	AF.3	AF.3-1	AF.3*	AF.3**
Valores experimentais				
M <sub>u</sub> (kN.cm)	4825	5900	4925	5250
Área de reforço empregada nos ensaios (cm <sup>2</sup> )	1,5	1,5	1,5	1,5
Valores numéricos				
Altura da linha neutra x (cm)	5,44	6,94	5,57	6,02
ε <sub>s</sub> (%)	0,99	0,68	0,94	0,84
ε <sub>f</sub> (%)	1,1	0,78	1,1	0,96
Domínio de dimensionamento	3	3	3	3
Área de reforço encontrada pelo programa (cm <sup>2</sup> )	0,594	1,156	0,635	0,784
Variação (%)	-60	-23	-58	-48

#### 4.1.3. Estudo de Matthys (2000)

Os dados de entrada no programa, comuns a todas as vigas, são apresentados na Tabela 4.5, sendo que os coeficientes de segurança foram tomados iguais a um para comparação com os resultados experimentais. Foram também utilizados nos dados de entrada do programa os valores reais encontrados nos ensaios dos corpos-de-prova do concreto e do aço. Não foram consideradas deformações iniciais no concreto e no aço.

Os dados de entrada experimentais, diferentes para as vigas, relativos à resistência do concreto, módulo de elasticidade do reforço e momento de ruptura, estão mostrados na Tabela 4.6.

Tabela 4.5 - Dados de entrada para dimensionamento do reforço, comuns a todas as vigas.

$b=20$ cm	$\epsilon_{cu}=0,0035$
$h=45$ cm	$\epsilon_{ci}=0$
$d=43$ cm	$\epsilon_{si}=0$
$d'=2,0$ cm	$A_s=8,0$ cm <sup>2</sup>
$d''=0$ cm	$A_s'=0$ cm <sup>2</sup>
$f_{yk}=59,0$ kN/cm <sup>2</sup>	
$E_s=21000$ kN/cm <sup>2</sup>	$\phi_s=1,0$
	$\phi_f=1,0$
$\epsilon_y=0,002$	$\phi_c=1,0$

Os resultados obtidos pelo programa para a área de reforço, deformações nas armaduras e no reforço, altura de linha neutra e domínio de deformações, estão mostrados na Tabela 4.6. Nesta mesma tabela, para fins de comparação, é mostrada a área de reforço que foi aplicada nos ensaios experimentais.

Verifica-se uma grande variação para menos na maioria dos resultados numéricos em relação aos experimentais. Como já foi dito anteriormente, essa variação para menos na área encontrada pelo programa pode ocorrer quando emprega-se um módulo de elasticidade para o reforço maior que o realmente determinado no laboratório ou/e quando a tensão resistente do concreto empregada no cálculo não for aquela realmente apresentada pela viga no dia do ensaio.

Apenas em duas vigas constatou-se que a área de reforço encontrada pelo programa foi praticamente igual àquela realmente empregada nos ensaios. Provavelmente a resistência do concreto e o módulo de elasticidade do reforço utilizados no cálculo estão mais próximos da realidade do experimento.

Como exemplo de comparação, tomando-se as vigas BF4 e BF5, observa-se que para uma mesma área de reforço experimental houve uma diminuição no momento de ruptura de 4% . Sabendo-se que a tensão de compressão no concreto era maior que 22%, a diminuição na área de reforço numérica foi de 52%.

Concluindo-se que houve grande variação na área de reforço calculada para uma pequena variação de momento.

Observa-se que à medida em que aumenta a tensão resistente de compressão no concreto, que está inversamente proporcional à área da seção comprimida, a linha neutra diminui, obtendo-se grande deformação no banzo tracionado da viga. Portanto, pode-se afirmar que as vigas com grandes deformações na armadura tracionada apresentam pequenos valores para a área de reforço, como observado nos resultados numéricos obtidos pelo programa.

As áreas de reforço encontradas pelo programa para as vigas BF8 e BF9 foram negativas, concluindo-se que neste caso não é necessária a aplicação do reforço.

Tabela 4.6 - Valores experimentais e numéricos de MATTHYS (2000).

Viga	BF2	BF3	BF4	BF5	BF6	BF8	BF9
Valores experimentais							
$M_u$ (kN.cm)	23125	23250	23025	22125	22875	13912	11975
$f_{cm}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	3,65	3,49	3,08	3,74	3,59	3,94	3,37
$E_f$ (kN/cm <sup>2</sup> )	15900	15900	15900	15900	15900	15900	23300
Área de reforço empregada nos ensaios (cm <sup>2</sup> )	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	0,22
Valores numéricos							
Altura da linha neutra $x$ (cm)	12,1	12,8	14,6	11,2	12,1	6,54	6,66
$\epsilon_s$ (%)	-	-	-	-	-	0,18	0,18
$\epsilon_s$ (%)	0,89	0,83	0,68	0,99	0,89	-	-
$\epsilon_f$ (%)	0,95	0,88	0,73	1,06	0,94	1,05	1,05
Domínio de dimensionamento	3	3	3	3	3	2	2
Área de reforço encontrada pelo programa (cm <sup>2</sup> )	0,837	0,959	1,211	0,578	0,807	-0,72	-0,68
Variação (%)	-30	-20	+1	-52	-33	-	-



**4.1.4. Estudo de Pinto (2000)**

Os dados de entrada no programa, comuns a todas as vigas, são apresentados na Tabela 4.7, sendo que os coeficientes de segurança foram tomados iguais a um para comparação com os resultados experimentais. Foram também utilizados nos dados de entrada do programa os valores reais encontrados nos ensaios dos corpos-de-prova do concreto e do aço. Não foram consideradas deformações iniciais no concreto e no aço.

Os dados de entrada experimentais, diferentes para as vigas, relativos à resistência do concreto e momento de ruptura, estão mostrados na Tabela 4.8.

Tabela 4.7 - Dados de entrada para dimensionamento do reforço, comuns a todas as vigas.

$b=15 \text{ cm}$	$\epsilon_{cu}=0,0035$
$h=45 \text{ cm}$	$\epsilon_{ci}=0$
$d=43 \text{ cm}$	$\epsilon_{si}=0$
$d'=2,0 \text{ cm}$	$A_s=6,48 \text{ cm}^2$
$d''=0 \text{ cm}$	$A_s'=0\text{cm}^2$
$f_{yk}=54,0 \text{ kN/cm}^2$	$E_f=16500 \text{ kN/cm}^2$
$f_{yk}'=0 \text{ kN/cm}^2$	
$E_s=21000 \text{ kN/cm}^2$	$\phi_s=1,0$
$E_s'=0 \text{ kN/cm}^2$	$\phi_f=1,0$
$\epsilon_y=0,002$	$\phi_c=1,0$
$\epsilon_y'=0$	

Os resultados obtidos pelo programa para a área de reforço, deformações na armadura e no reforço, altura de linha neutra e domínio de deformações, estão mostrados na Tabela 4.8. Nesta mesma tabela, para fins de comparação, é mostrada a área de reforço que foi aplicada nos ensaios experimentais.

Deve-se salientar a diferença existente na área de reforço e na resistência dos concretos empregados nas vigas ensaiadas.

Nota-se que tanto para a V1 quanto para a V3 a variação foi para menos, constatando-se que o módulo de elasticidade do compósito empregado nos cálculos deve estar maior que o obtido fisicamente, como no estudo anterior.

Na V1 constatou-se que a área de reforço encontrada pelo programa foi quase aquela empregada no ensaio. Provavelmente a resistência do concreto e o momento solicitante desta viga utilizados no cálculo estão mais próximos da realidade do experimento.

Tabela 4.8 - Valores experimentais e numéricos de PINTO (2000).

<b>Viga</b>	<b>V1</b>	<b>V3</b>
Valores experimentais		
$M_u$ (kN.cm)	18900	20250
$f_{cm}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	3,48	3,83
Área de reforço empregada nos ensaios (cm <sup>2</sup> )	1,2	1,8
Valores numéricos		
Altura da linha neutra x (cm)	14,0	13,5
$\epsilon_s$ (%)	0,72	0,76
$\epsilon_f$ (%)	0,77	0,81
Domínio de dimensionamento	3	3
Área de reforço encontrada pelo programa (cm <sup>2</sup> )	1,156	1,338
Variação (%)	-3,6	-25

#### 4.1.5. Estudo de Araújo (2002a)

Os dados de entrada do programa são apresentados na Tabela 4.9, sendo que os coeficientes de segurança foram tomados iguais a um para comparação com os resultados experimentais. Foram também utilizados nos dados de entrada do programa os valores reais encontrados nos ensaios dos corpos-de-prova do concreto e do aço, sem considerar suas deformações iniciais.

Tabela 4.9 - Dados de entrada para dimensionamento do reforço.

$b=15$ cm	$\epsilon_{cu}=0,0035$
$h=45$ cm	$\epsilon_{ci}=0$
$d=42,4$ cm	$\epsilon_{si}=0$
$d'=2,6$ cm	$A_s=6,032$ cm <sup>2</sup>
$d''=2,2$ cm	$A_s'=1,005$ cm <sup>2</sup>
$f_{ck}=3,38$ kN/cm <sup>2</sup>	$E_f=9200$ kN/cm <sup>2</sup>
$f_{yk}=56,7$ kN/cm <sup>2</sup>	$\epsilon_{fu}=0,0167$
$f_{yk}'=60,3$ kN/cm <sup>2</sup>	$\phi_c=1,0$
$E_s=18900$ kN/cm <sup>2</sup>	$\phi_s=1,0$
$E_s'=18800$ kN/cm <sup>2</sup>	$\phi_f=1,0$
$\epsilon_y=0,003$	$M_{exp}=24150$ kN.cm
$\epsilon_y'=0,0032$	

Os resultados obtidos pelo programa para a área de reforço, deformações na armadura e no reforço, altura de linha neutra e domínio de deformações, estão mostrados na Tabela 4.10. Nesta mesma tabela, para fins de comparação, é mostrada a área de reforço que foi aplicada no ensaio experimental.

Verifica-se uma grande variação para mais no resultado numérico em relação ao experimental. Essa variação na área encontrada pelo programa ocorre quando emprega-se um módulo de elasticidade para o reforço menor que o determinado no laboratório. Portanto, ao empregar no cálculo analítico um valor superior, encontram-se variações bem menores quanto à área de reforço empregada nos ensaios.

Como já foi dito anteriormente, avalia-se o módulo de elasticidade somente do reforço, sem a resina de aderência, como da ordem de 20000 kN/cm<sup>2</sup>, e do compósito da ordem de 7000 kN/cm<sup>2</sup>. Portanto, o valor empregado neste estudo está mais próximo do valor do módulo do conjunto de materiais (compósito) e não

daquele que usualmente emprega-se nos cálculos analíticos, ou seja, o valor mais alto, referente somente ao reforço sem a resina de aderência no substrato de concreto.

Pode-se concluir, considerando-se as avaliações anteriores, que o módulo de elasticidade do compósito deve estar situado entre o valor empregado neste estudo de ARAÚJO (2002a) e o utilizado nos estudos anteriores.

A utilização do módulo correto no programa é, portanto, fundamental para que se encontre a área correta do reforço. Conclui-se também que, para efeito de segurança, deve-se empregar um módulo de elasticidade baixo no cálculo da área de reforço para uma viga solicitada à flexão.

Tabela 4.10- Valores experimentais e numéricos de ARAÚJO (2002a).

<b>Viga</b>	<b>VC-2</b>
Valores experimentais	
M <sub>u</sub> (kN.cm)	24150
Área de reforço empregada nos ensaios (cm <sup>2</sup> )	4,125
Valores numéricos	
Altura da linha neutra x (cm)	17,1
ε <sub>s</sub> (%)	0,52
ε <sub>f</sub> (%)	0,57
Domínio de dimensionamento	3
Área de reforço encontrada pelo programa (cm <sup>2</sup> )	5,811
Variação (%)	+41

**4.1.6. Estudo de Araújo (2002b)**

Os dados de entrada no programa, comuns a todas as vigas, são apresentados na Tabela 4.11, sendo que os coeficientes de segurança foram tomados iguais a um para comparação com os resultados experimentais. Foram também utilizados nos dados de entrada do programa os valores reais encontrados nos ensaios dos corpos-de-prova do concreto e do aço, considerando suas deformações iniciais.

Os dados de entrada experimentais, diferentes para as vigas, relativos à resistência do concreto e momento de ruptura, estão mostrados na Tabela 4.12.

Tabela 4.11 - Dados de entrada para dimensionamento do reforço, comuns a todas as vigas.

b=15 cm	$\epsilon_{cu}=0,0035$
h=30 cm	
d=28 cm	$A_s=3,75 \text{ cm}^2$
d'=2 cm	$A_s'=0,4 \text{ cm}^2$
d''=2 cm	
$f_{yk}=64,2 \text{ kN/cm}^2$	$E_t=23500 \text{ kN/cm}^2$
$f_{yk}'=83,0 \text{ kN/cm}^2$	$\epsilon_{tu}=0,0155$
$E_s=21400 \text{ kN/cm}^2$	
$E_s'=20244 \text{ kN/cm}^2$	$\phi_s=1,0$
$\epsilon_y=0,003$	$\phi_f=1,0$
$\epsilon_y'=0,0041$	$\phi_c=1,0$

Os resultados obtidos pelo programa para a área de reforço, deformações na armadura e no reforço, altura de linha neutra e domínio de deformações, estão mostrados na Tabela 4.12. Nesta mesma tabela, para fins de comparação, é mostrada a área de reforço que foi aplicada nos ensaios experimentais.

Pode-se verificar uma grande variação para mais nos resultados numéricos em relação aos experimentais. Apenas as vigas V3, V5 e V6 apresentam uma variação para menos.

Esta diferença de resultados pode ser atribuída, principalmente, ao fato de ter sido aplicado um reforço com uma área de fibra bastante inferior (cerca de dez vezes menor) à usualmente utilizada na prática. Isto provoca uma grande variação na área encontrada pelo programa quando ocorre uma pequena variação no

momento, uma vez que as fibras passam a ser diretamente solicitadas para qualquer momento que exceda ao resistido pela viga sem reforço.

Foram levantadas também dúvidas quanto à distância da carga aplicada no balanço até o apoio, no modelo experimental, fato que modifica substancialmente o momento aplicado na viga. Apesar do módulo de elasticidade alto, a variação da área de reforço encontrada pelo programa foi para mais.

Tabela 4.12 - Valores experimentais e numéricos de ARAÚJO (2002b).

Viga	V1		V2		V3		V4		V5		V6	
Valores experimentais												
$M_u$ (kN.cm)	6442		6861		6266		7124		6224		6463	
$f_{cd}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	2,61		2,90		2,90		2,91		2,91		2,92	
Deformações	$\epsilon_{ci}$	$\epsilon_{si}$	$\epsilon_{ci}$	$\epsilon_{si}$	$\epsilon_{ci}$	$\epsilon_{si}$	$\epsilon_{ci}$	$\epsilon_{si}$	$\epsilon_{ci}$	$\epsilon_{si}$	$\epsilon_{ci}$	$\epsilon_{si}$
Iniciais (‰)	0,15	1,1	0,23	1,4	0,23	1,4	0,13	1,1	0,26	1,5	0,26	1,5
Área de reforço empregada nos ensaios (cm <sup>2</sup> )	0,0825		0,0825		0,0825		0,1650		0,0825		0,0825	
Valores numéricos												
Altura da linha neutra x (cm)	8,68		8,30		7,45		8,65		7,36		7,67	
$\epsilon_s$ (%)	0,78		0,83		0,96		0,78		0,91		0,86	
$\epsilon_f$ (%)	0,86		0,91		1,06		0,86		0,98		0,93	
Domínio de dimensionamento	3		3		3		3		3		3	
Área de reforço encontrada pelo programa (cm <sup>2</sup> )	0,095		0,155		0,035		0,240		0,028		0,079	
Variação (%)	+15		+87		-57		+45		-66		-4	

#### 4.1.7. Estudo de Beber (2003)

Os dados de entrada no programa, comuns a todas as vigas, são apresentados na Tabela 4.13, sendo que os coeficientes de segurança foram tomados iguais a um para comparação com os resultados experimentais. Foram também utilizados nos dados de entrada do programa os valores reais encontrados nos ensaios dos corpos-de-prova do concreto e do aço. Não foram consideradas deformações iniciais no concreto e no aço.

Os dados de entrada experimentais, diferentes para as vigas, relativos ao módulo de elasticidade do reforço e momento de ruptura, estão mostrados na Tabela 4.14.

Tabela 4.13 - Dados de entrada para dimensionamento do reforço, comuns a todas as vigas.

$b=15 \text{ cm}$	$\varepsilon_{cu}=0,0035$
$h=30 \text{ cm}$	$\varepsilon_{ci}=0$
$d=27 \text{ cm}$	$\varepsilon_{si}=0$
$d'=3 \text{ cm}$	$A_s=2,45 \text{ cm}^2$
$d''=2,5 \text{ cm}$	$A_s'=0,62 \text{ cm}^2$
$f_{cm}=3,28 \text{ kN/cm}^2$	$\varepsilon_{fu}=0,0122$
$f_{yk}=70,65 \text{ kN/cm}^2$	
$f_{yk}'=58,7 \text{ kN/cm}^2$	$\phi_s=1,0$
$E_s=21000 \text{ kN/cm}^2$	$\phi_f=1,0$
$E_s'=21000 \text{ kN/cm}^2$	$\phi_c=1,0$
$\varepsilon_y=0,0034$	
$\varepsilon_y'=0,0028$	

Os resultados obtidos pelo programa para a área de reforço, deformações nas armaduras e no reforço, altura de linha neutra e domínio de deformações, estão mostrados na Tabela 4.14. Nesta mesma tabela, para fins de comparação, é mostrada a área de reforço que foi aplicada nos ensaios experimentais.

Deve-se salientar a diferença existente na área e no módulo de elasticidade dos reforços empregados nas vigas ensaiadas.

Nota-se que esta variação foi para menos para quase todas as vigas, constatando-se que o módulo de elasticidade empregado nos cálculos deve estar maior que o obtido fisicamente.

Apenas em um par de vigas (V4\_A e V4\_B) constatou-se que a área de reforço encontrada pelo programa foi praticamente igual àquela que realmente fora empregada no ensaio. Isso deve-se ao fato do módulo de elasticidade do reforço estar mais próximo da realidade do experimento, para este referido par de vigas.

Tabela 4.14 - Valores experimentais e numéricos de BEBER (2003).

Vigas	V2_A	V3_A	V4_A	V5_A	V6_A	V7_A
	V2_B	V3_B	V4_B	V5_B	V6_B	V7_B
Valores experimentais						
M <sub>u</sub> (kN.cm)	4945,3	6067,84	5542,4	7503,73	4998,4	6786,4
E <sub>f</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	20500	20500	23000	23000	24000	24000
Área de reforço empregada nos ensaios (cm <sup>2</sup> )	0,70	1,40	0,1665	0,999	0,1672	0,999
Valores numéricos						
Altura da linha neutra x (cm)	4,59	5,63	5,14	7,81	4,64	6,29
ε <sub>s</sub> (%)	0,09	0,15	0,12	-	0,09	0,18
ε <sub>s</sub> (%)	-	-	-	0,86	-	-
ε <sub>f</sub> (%)	1,13	1,14	1,14	0,99	1,13	1,14
Domínio de dimensionamento	2	2	2	3	2	2
Área de reforço encontrada pelo programa (cm <sup>2</sup> )	0,10	0,28	0,17	0,55	0,08	0,34
Variação (%)	-85	-80	+2	-45	-52	-66



## 4.2. Análise dos Estudos Teóricos

Para os valores teóricos dos estudos apresentados no capítulo dois, mostrados nas tabelas seguintes, o reforço aplicado nas vigas foi verificado numericamente empregando-se o algoritmo desenvolvido e compilado no programa MAPLE (1997).

### 4.2.1. Estudo de Chaallal (1998)

Os dados de entrada do programa são apresentados na Tabela 4.15, com os devidos coeficientes de segurança de acordo com o estudo de CHAALLAL (1998).

Não foram consideradas as deformações iniciais no concreto e no aço, portanto considerou-se que o reforço fora aplicado logo após a retirada das fôrmas da viga.

Tabela 4.15 - Dados de entrada para dimensionamento do reforço.

$b=35$ cm	$\epsilon_{cu}=0,0035$
$h=60$ cm	$\epsilon_{ci}=0$
$d=53,5$ cm	$\epsilon_{si}=0$
$d'=6,5$ cm	$A_s=24,0$ cm <sup>2</sup>
$d''=5,5$ cm	$A_s'=4,0$ cm <sup>2</sup>
$f_{ck}=2,5$ kN/cm <sup>2</sup>	$E_f=15000$ kN/cm <sup>2</sup>
$f_{yk}=40,0$ kN/cm <sup>2</sup>	$\epsilon_{fu}=0,014$
$f_{yk}'=40,0$ kN/cm <sup>2</sup>	$\phi_c=0,72$
$E_s=20000$ kN/cm <sup>2</sup>	$\phi_s=0,85$
$E_s'=20000$ kN/cm <sup>2</sup>	$\phi_f=0,80$
$\epsilon_y=0,002$	$M_d=50380$ kN.cm
$\epsilon_y'=0,002$	

Os resultados obtidos pelo programa para a área de reforço, deformações na armadura e no reforço, altura de linha neutra e domínio de deformações, estão mostrados na Tabela 4.16. Nesta mesma tabela, para fins de comparação, é mostrada a área de reforço que foi aplicada no modelo teórico.

Nota-se que esta variação foi menor que aquelas encontradas nos estudos experimentais. É observado também que nos trabalhos utilizados para comparação há alguns parâmetros referentes ao reforço que não foram determinados no laboratório, e portanto, foram obtidos a partir de catálogos de fabricantes sem a correta aferição experimental.

Nesta análise, verifica-se que a diferença no valor da área de reforço encontrada no programa pode ser atribuída à conformação do bloco de compressão do concreto, ligeiramente diferente no caso da norma canadense.

Tabela 4.16 - Valores teóricos e numéricos de CHAALLAL (1998).

Viga	V1
Valores teóricos	
$M_d$ (kN.cm)	50380
Área de reforço empregada (cm <sup>2</sup> )	3,3
Valores numéricos	
Altura da linha neutra x (cm)	22,0
$\epsilon_s$ (%)	0,50
$\epsilon_f$ (%)	0,60
Domínio de dimensionamento	3
Área de reforço encontrada pelo programa (cm <sup>2</sup> )	3,6
Variação (%)	+9

**4.2.2. Estudo do ISIS CANADA (2001)**

Os dados de entrada do programa são apresentados nas Tabelas 4.17 e 4.18, para as vigas V1 e V2, com os devidos coeficientes de segurança de acordo com o estudo do ISIS CANADA (2001).

Não foram consideradas as deformações iniciais no concreto e no aço, portanto considerou-se que o reforço fora aplicado logo após a retirada das fôrmas das vigas.

Tabela 4.17 - Dados de entrada para dimensionamento do reforço da V1.

b=10,5 cm	$\epsilon_{cu}=0,0035$
h=35 cm	$\epsilon_{ci}=0$
d=32,5 cm	$\epsilon_{si}=0$
d'=2,5 cm	$A_s=3,0 \text{ cm}^2$
d''=2,5 cm	$A_s'=1,005 \text{ cm}^2$
$f_{ck}=3,75 \text{ kN/cm}^2$	$E_f=15500 \text{ kN/cm}^2$
$f_{yk}=43,0 \text{ kN/cm}^2$	$\epsilon_{fu}=0,0155$
$f_{yk}'=43,0 \text{ kN/cm}^2$	$\phi_c=0,72$
$E_s=21000 \text{ kN/cm}^2$	$\phi_s=0,85$
$E_s'=21000 \text{ kN/cm}^2$	$\phi_f=0,75$
$\epsilon_y=0,002$	
$\epsilon_y'=0,002$	$M_d=5780 \text{ kN.cm}$

Tabela 4.18- Dados de entrada para dimensionamento do reforço da V2.

b=40 cm	$\epsilon_{cu}=0,0035$
h=60 cm	$\epsilon_{ci}=0$
d=54,6 cm	$\epsilon_{si}=0$
d'=5,4 cm	$A_s=9,0 \text{ cm}^2$
d''=5,4 cm	$A_s'=4,0 \text{ cm}^2$
$f_{ck}=3,75 \text{ kN/cm}^2$	$E_f=15500 \text{ kN/cm}^2$
$f_{yk}=40,0 \text{ kN/cm}^2$	$\epsilon_{fu}=0,0155$
$f_{yk}'=40,0 \text{ kN/cm}^2$	$\phi_c=0,72$
$E_s=21000 \text{ kN/cm}^2$	$\phi_s=0,85$
$E_s'=21000 \text{ kN/cm}^2$	$\phi_f=0,75$
$\epsilon_y=0,002$	
$\epsilon_y'=0,002$	$M_d=39700 \text{ kN.cm}$

Os resultados obtidos pelo programa para a área de reforço, deformações na armadura e no reforço, altura de linha neutra e domínio de deformações das vigas V1 e V2 estão mostrados na Tabela 4.19. Nesta mesma tabela, para fins de comparação, é mostrada a área de reforço que foi aplicada no modelo teórico.

Novamente é notado que esta variação foi menor que aquelas encontradas nos estudos experimentais. É observado também que nos trabalhos experimentais utilizados para comparação há alguns parâmetros referentes ao reforço que não foram determinados no laboratório, e portanto, foram obtidos a partir de catálogos de fabricantes sem a correta aferição experimental.

Como na análise do estudo anterior, verifica-se que a diferença no valor da área de reforço encontrada no programa pode ser atribuída à conformação do bloco de compressão do concreto, ligeiramente diferente no caso da norma canadense.

Tabela 4.19 - Valores teóricos e numéricos de V1 e V2 do ISIS CANADA (2001).

<b>Viga</b>	<b>V1</b>	<b>V2</b>
Valores teóricos		
M <sub>d</sub> (kN.cm)	5780	39700
Área de reforço empregada (cm <sup>2</sup> )	0,60	2,40
Valore numéricos		
Altura da linha neutra x (cm)	5,69	5,79
ε <sub>s</sub> (%)	0,12	0,01
ε <sub>f</sub> (%)	1,1	1,11
Domínio de dimensionamento	2	2
Área de reforço encontrada pelo programa (cm <sup>2</sup> )	0,59	2,75
Variação (%)	-2	+14

### 4.2.3. Estudo de Machado (2002)

Os dados de entrada do programa são apresentados na Tabela 4.20, com os devidos coeficientes de segurança de acordo com a ABNT-NBR6118 (2003).

Foram consideradas as deformações iniciais no concreto e no aço, portanto o reforço fora aplicado após a viga estar submetida ao carregamento de peso-próprio.

Tabela 4.20- Dados de entrada para dimensionamento do reforço.

$b=20$ cm	$\epsilon_{cu}=0,0035$
$h=69$ cm	$\epsilon_{ci}=0,00001$
$d=65$ cm	$\epsilon_{si}=0,00023$
$d'=4,0$ cm	$A_s=9,45$ cm <sup>2</sup>
$d''=2,5$ cm	$A_s'=1,6$ cm <sup>2</sup>
$f_{ck}=2,0$ kN/cm <sup>2</sup>	$E_f=22800$ kN/cm <sup>2</sup>
$f_{yk}=50,0$ kN/cm <sup>2</sup>	$\epsilon_{fu}=0,014$
$f_{yk}'=50,0$ kN/cm <sup>2</sup>	$\phi_c=0,72$
$E_s=21000$ kN/cm <sup>2</sup>	$\phi_s=0,87$
$E_s'=21000$ kN/cm <sup>2</sup>	$\phi_f=1,0$
$\epsilon_y=0,0021$	$M_d=28828,8$ kN.cm
$\epsilon_y'=0,0021$	

Os resultados obtidos pelo programa para a área de reforço, deformações na armadura e no reforço, altura de linha neutra e domínio de deformações estão mostrados na Tabela 4.21. Nesta mesma tabela, para fins de comparação, é mostrada a área de reforço que foi aplicada no modelo teórico.

Nota-se que esta variação foi menor que aquelas encontradas nos estudos experimentais. Essa pequena diferença é resultante da aproximação feita pelo autor do estudo quando faz iterações para obter a convergência de resultados, concluindo-se que o resultado obtido no programa desenvolvido neste trabalho seria o mais correto.

Tabela 4.21 - Valores teóricos e numéricos de MACHADO (2002).

<b>Viga</b>	<b>V1</b>
Valores teóricos	
$M_d$ (kN.cm)	28828,8
Área de reforço empregada (cm <sup>2</sup> )	0,588
Valores numéricos	
Altura da linha neutra $x$ (cm)	22,64
$\epsilon_s$ (%)	0,65
$\epsilon_f$ (%)	0,69
Domínio de dimensionamento	3
Área de reforço encontrada pelo programa (cm <sup>2</sup> )	0,575
Variação (%)	-2