

3

Modelo de Dimensionamento à Flexão

3.1.

Introdução

O objetivo deste capítulo consiste em apresentar o modelo de análise e dimensionamento do reforço à flexão, utilizando compósitos armados com fibras de carbono, colados com resina epóxi a vigas de concreto armado.

Para validar o modelo proposto, os resultados obtidos com este modelo são comparados com os resultados experimentais e teóricos retirados da literatura técnica.

3.2.

Estado Limite Último

No modelo apresentado será admitido o estado limite último de deformações das estruturas.

Os estados limites últimos são aqueles que correspondem ao esgotamento da capacidade resistente da estrutura, em parte ou no todo, podendo originar-se de uma das causas seguintes:

- perda da estabilidade da estrutura assimilada a um corpo rígido, isto é, incapacidade de absorver reações de apoio ou forças de ligação em vínculos internos;
- ruptura de seções críticas da estrutura, isto é, a incapacidade de absorver solicitações atuantes nestas seções;
- transformação da estrutura em mecanismo, onde a ruptura ocorre após a plastificação;
- instabilidade elástica (flambagem);
- deterioração por fadiga.

Considerando-se que a viga esteja adequadamente dimensionada à força cortante, de maneira que não ocorra ruptura por esse esforço, têm-se dois modos de ruptura por flexão:

- a) Alongamento da armadura interna com deformação específica elástica do CFC seguido de sua ruptura, caracterizando uma ruptura dúctil com maior capacidade para redistribuição de esforços internos;

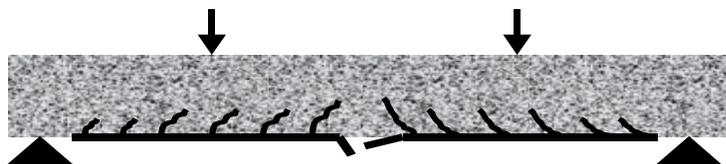


Figura 3.1– Ruptura por alongamento da armadura; adaptada de LOPES (2002).

- b) Esmagamento do concreto na zona de compressão, caracterizando uma ruptura frágil, com esgotamento da capacidade do concreto, sem redistribuição dos esforços internos.

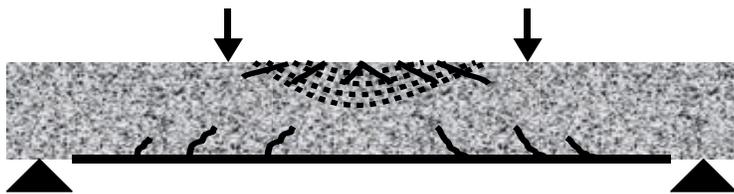


Figura 3.2– Ruptura por esmagamento do concreto; adaptada de LOPES (2002).

3.3. Critérios de Cálculo

Quando se utiliza para reforço de estruturas de concreto armado à flexão um sistema compósito estruturado com fibras de carbono (CFC), ele é aderido nas faces superior ou inferior das peças, ou seja, é um sistema de reforço externo.

O substrato de concreto, no qual o sistema CFC é aplicado estará submetido a tensões decorrentes da atuação de seu peso próprio, forças de protensão e outros eventuais tipos de solicitação existentes por ocasião da instalação do reforço. Para conhecer o nível de tensão ao qual o reforço será submetido é necessário que se conheça previamente as tensões e as deformações existentes na superfície do substrato.

O CFC torna-se mais eficiente quando utilizado no reforço à flexão de peças de concreto armado predominantemente submetidas à tração. Deverá ser realizada a verificação inicial do estado de tensões que pode ocorrer na seção de concreto a ser reforçada, utilizando-se para tal as propriedades geométricas e a combinação possível dos esforços solicitantes na seção.

3.4. Domínios de Deformação

O método apresentado propõe o dimensionamento no estado limite último, considerando-se que:

- até a ruptura, as seções transversais permanecem planas (hipótese de Bernoulli);
- é desprezada a resistência à tração do concreto;
- a deformação específica do concreto não pode ultrapassar 0,35%, segundo os critérios da ABNT-NBR6118 (2003);
- o alongamento máximo da armadura tracionada é de $\epsilon_s = 1\%$;
- a tensão na armadura é obtida em função das relações tensão-deformação específica dos aços;
- existe aderência perfeita entre aço e concreto, e entre o compósito e o concreto;
- diagrama tensão-deformação específica do concreto é retangular;
- a deformação será considerada linear até a ruptura no sistema CFC;
- os estudos e cálculos deverão ser efetuados com base nas dimensões existentes das seções, na quantidade e distribuição das armaduras de aço da mesma, assim como nas propriedades e características mecânicas dos materiais constituintes do elemento de concreto a ser reforçado.

Diante de uma solicitação de flexão, diversas condições de deformações na seção poderão ocorrer, estabelecendo-se assim os chamados Domínios, que consistem em faixas pré-definidas, em função das deformações específicas ϵ_c e ϵ_s do concreto e do aço, respectivamente, conforme mostra a Figura 3.3.

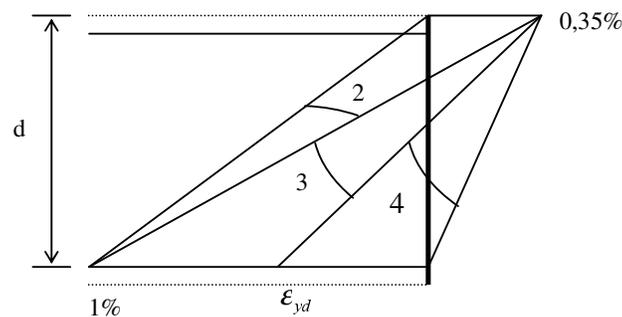


Figura 3.3 – Domínios de deformação na flexão simples.

Na flexão simples, apenas as configurações nos domínios 2, 3 ou 4 são consideradas, pois definem na seção transversal do elemento estrutural banzos tracionado e comprimido, delimitados pela linha neutra. A posição da linha neutra é definida pela altura x da zona comprimida da seção, conforme a Figura 3.4.

Nesses domínios, existe uma relação unívoca entre a posição da linha neutra x e a configuração deformada.

➤ **O domínio 2 é caracterizado por $\varepsilon_s = 1\%$ e $0\% < \varepsilon_c \leq 0,35\%$**

A seção com configuração deformada neste domínio atinge o estado limite último por deformação excessiva do aço, sem ruptura do concreto à compressão. A tensão na armadura de tração é $\sigma_{sd} = f_{yd}$, pois o aço já está em escoamento, $\varepsilon_s = 1\% > \varepsilon_y$.

A distância da força resultante de compressão no concreto C , quando $\varepsilon_{cu} < 0,2\%$, no diagrama de distribuição de tensões (Figura 3.4), à borda mais comprimida pela flexão será inferior a $(0,4x)$, com o que o diagrama simplificado fornece para z um valor menor que o real (resultados a favor da segurança). No entanto, tão pequeno em relação à altura total da peça é o valor de x , que o erro cometido a favor da segurança é irrisório em termos práticos.

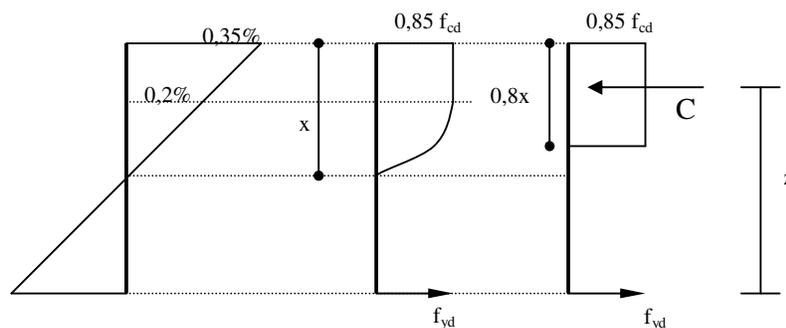


Figura 3.4 – Distribuição de tensões na seção.

➤ **O domínio 3 é caracterizado por $\varepsilon_c = 0,35\%$ e $\varepsilon_y < \varepsilon_s \leq 1\%$**

Como a deformação específica da armadura tracionada é pelo menos igual à deformação ε_y , a ruptura do concreto à compressão ocorre simultaneamente com o escoamento do aço. A tensão na armadura de tração é $\sigma_{sd} = f_{yd}$, pois seu alongamento é igual ou superior ao de escoamento $\varepsilon_s > \varepsilon_y$.

Este domínio é considerado ideal para o projeto, pois os materiais são aproveitados ao máximo de suas potencialidades, sem que haja a possibilidade de ocorrer uma ruptura brusca.

➤ **O domínio 4 é caracterizado por $\varepsilon_c = 0,35\%$ e $0\% < \varepsilon_s \leq \varepsilon_y$**

A capacidade resistente da seção à compressão é esgotada, a seção atinge o Estado Limite Último (ELU) por ruptura do concreto, sem que a armadura entre em escoamento. A ruptura da peça ocorre de forma frágil, não avisada. A tensão na armadura de tração é inferior à de escoamento $\sigma_s < f_y$.

3.5. Dimensionamento à Flexão

3.5.1. Vigas de Seção Retangular Reforçadas com CFC

Para o caso de dimensionamento à flexão simples, a análise no Estado Limite Último é feita determinando-se a capacidade da seção transversal pela combinação do equilíbrio de tensões, compatibilidade de deformações e leis constitutivas dos materiais na ruptura.

Na Figura 3.5 é apresentada a distribuição de tensões e deformações numa seção de concreto armado reforçada com CFC. As forças resultantes atuantes no concreto, na armadura tracionada, na comprimida e nas fibras estão representadas nessa figura pelas letras C , S , S' e F , respectivamente. Os símbolos com subscrito f se referem ao reforço de CFC, os demais símbolos seguem a representação da ABNT-NBR6118 (2003).

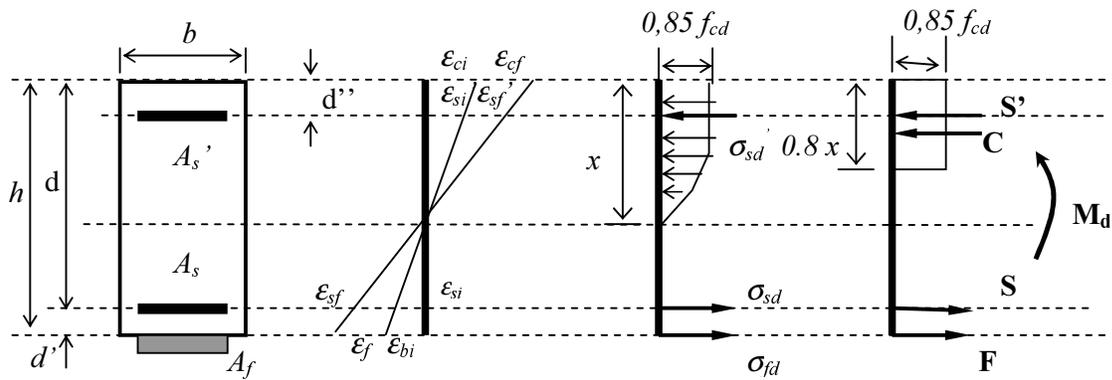


Figura 3.5 - Distribuição de tensões e deformações numa seção de concreto armado com armadura dupla, reforçada externamente com CFC.

Onde:

- h - altura total da seção transversal
- d - distância do bordo mais comprimido até o centro de gravidade da armadura tracionada - (altura útil)
- d' - distância entre o bordo mais tracionado e o centróide da armadura longitudinal tracionada
- d'' - distância entre o bordo mais comprimido e o centróide da armadura longitudinal comprimida
- b - largura da base da viga
- b_f - largura do reforço à flexão
- x - distância do bordo mais comprimido à linha neutra da seção
- A_s - área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada
- A'_s - área da seção transversal da armadura longitudinal comprimida
- M_d - momento fletor resistente de cálculo
- σ_{sd} - tensão na armadura longitudinal tracionada
- σ'_{sd} - tensão na armadura longitudinal comprimida
- f_{cd} - resistência à compressão do concreto
- ϵ_{bi} - deformação específica inicial na base da viga

ε_c - deformação específica do concreto na fibra mais comprimida

ε_s - deformação específica da armadura solicitada à tração

ε'_s - deformação específica da armadura solicitada à compressão

ε_f - deformação específica no CFC

ε_{cf} - acréscimo de deformação específica do concreto

ε_{ci} - deformação específica inicial do concreto

ε_{sf} - acréscimo de deformação específica da armadura tracionada

ε_i - deformação específica inicial da armadura tracionada

ε'_{sf} - acréscimo de deformação específica da armadura comprimida

ε'_{si} - deformação específica inicial da armadura comprimida

As forças C , S , S' e F atuantes na seção são calculadas como:

$$C = 0,85 f_{cd} 0,8xb = 0,68 f_{cd} bx \quad \text{Eq. 3.1}$$

$$S = A_s \sigma_{sd} \quad \text{Eq. 3.2}$$

$$S' = A'_s \sigma'_{sd} \quad \text{Eq. 3.3}$$

$$F = A_f \sigma_{fd} \quad \text{Eq. 3.4}$$

As tensões f_{cd} , σ_{sd} , σ'_{sd} , e σ_{fd} , atuantes no concreto, na armadura tracionada, na armadura comprimida e nas fibras, respectivamente, já se encontram afetadas pelos respectivos coeficientes de segurança.

Tabela 3.1 - Resistências de cálculo e coeficientes de segurança empregados.

Material	Resistência de cálculo	Coefficiente de segurança
Concreto	$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$	$\phi_c = 1/\gamma_c$
Aço	$f_{sd} = \frac{f_{sk}}{\gamma_s}$ $f_{sd}' = \frac{f_{sk}'}{\gamma_s}$ $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ $f_{yd}' = \frac{f_{yk}'}{\gamma_s}$	$\phi_s = 1/\gamma_s$
CFC	$f_{fd} = \frac{f_{fk}}{\gamma_f}$	$\phi_f = 1/\gamma_f$

As hipóteses de compatibilidade das deformações fornecem as seguintes relações:

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x} \therefore x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} d \quad \text{Eq. 3.5}$$

Onde:

$$k_x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \quad \text{Eq. 3.6}$$

$$x = k_x d \quad \text{Eq. 3.7}$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{ci} + \varepsilon_{cf} \quad \text{Eq. 3.8}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{si} + \varepsilon_{sf} \quad \text{Eq. 3.9}$$

$$\frac{\varepsilon_{ci} + \varepsilon_{bi}}{h} = \frac{\varepsilon_{ci} + \varepsilon_{si}}{d} \therefore \varepsilon_{bi} = (\varepsilon_{ci} + \varepsilon_{si}) \frac{h}{d} - \varepsilon_{ci} \quad \text{Eq. 3.10}$$

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_f + \varepsilon_{bi}}{h-x} \therefore \varepsilon_f = \left(\frac{h-x}{x} \right) \varepsilon_c - \varepsilon_{bi} \quad \text{Eq. 3.11}$$

$$\frac{\varepsilon_s}{d-x} = \frac{\varepsilon_f + \varepsilon_{bi}}{h-x} \therefore \varepsilon_f = \left(\frac{h-x}{d-x} \right) \varepsilon_s - \varepsilon_{bi} \quad \text{Eq. 3.12}$$

$$\frac{\varepsilon_s}{d-x} = \frac{\varepsilon'_s}{x-d''} \therefore \varepsilon'_s = \left(\frac{x-d''}{d-x} \right) \varepsilon_s \quad \text{Eq. 3.13}$$

As equações de equilíbrio das forças e momentos estão mostradas adiante:

$$S'+C = S + F \therefore F = S'+C - S \quad \text{Eq. 3.14}$$

$$M_d = Sz + F(z + d') + S'r \therefore M_d = Sz + (S'+C - S)(z + d') + S'r \quad \text{Eq. 3.15}$$

Onde:

$$z = d - 0,4x \quad \text{Eq. 3.16}$$

$$r = 0,4x - d'' \quad \text{Eq. 3.17}$$

Desenvolvendo-se a equação 3.15, e substituindo as equações 3.16 e 3.17, tem-se :

$$M_d = S'(h - d'') + C(h - 0,4x) - Sd' \quad \text{Eq. 3.18}$$

Por meio das relações apresentadas e substituindo as equações 3.1, 3.2, 3.3, 3.7 em 3.18, obtém-se uma equação do segundo grau em k_x :

$$(0,272 f_{cd} b d^2) k_x^2 - (0,68 f_{cd} b d h) k_x + (M_d + A_s \sigma_{sd} d' - A'_s \sigma'_{sd} (h - d'')) = 0 \quad \text{Eq. 3.19}$$

Quando o momento para o qual será projetado o reforço exceder o momento-limite último para ruptura por tração da peça, a resistência necessária para a absorção do mesmo somente será conseguida através da mobilização de forças de compressão e de tração de valores elevados. Para que isso ocorra, deverá ser aumentada substancialmente a profundidade da região comprimida do concreto, para que se consiga uma aumento na resultante de compressão capaz de equilibrar a resultante no banzo tracionado da viga.

Partindo do princípio de que é necessário para o reforço da seção o aumento da profundidade da região comprimida, ou seja, supor o domínio 4 como inicial para as deformações na seção, é possível fazer o cálculo da altura da linha neutra das seções reforçadas, conforme demonstrado na metodologia a seguir.

Para os domínios 4 e 3, quando $\varepsilon'_y < \varepsilon_{cu}$, tem-se:

$$\sigma'_{sd} = \phi_s E'_s \varepsilon'_y \quad \text{Eq. 3.20}$$

Se $\varepsilon'_y > \varepsilon_{cu}$, faz-se:

$$\sigma'_{sd} = \phi_s E_s \varepsilon_{cu} \quad \text{Eq. 3.21}$$

- Caso $\varepsilon_s < \varepsilon_y$ e $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$ (domínio 4), com $\phi_s = 1/\gamma_s$, faz-se:

$$\sigma_{sd} = \phi_s E_s \varepsilon_s \quad \text{Eq. 3.22}$$

Onde:

$$\varepsilon_s = \left(\frac{1 - k_x}{k_x} \right) \varepsilon_{cu} \quad \text{Eq. 3.23}$$

Substituindo as equações 3.22 e 3.23 na equação 3.19, chega-se à equação do terceiro grau em k_x :

$$\begin{aligned} & (0,272 f_{cd} b d^2) k_x^3 - (0,68 f_{cd} b d h) k_x^2 + (M_d - \phi_s A_s E_s \varepsilon_{cu} d^2 - A_s \sigma'_{sd} (h - d'')) k_x \\ & + (\phi_s A_s E_s \varepsilon_{cu} d^2) = 0 \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.24}$$

- Caso $\varepsilon_y \leq \varepsilon_s < 1\%$ e $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$ (domínio 3), faz-se $\sigma_{sd} = f_{yd}$ na equação 3.19 e chega-se, então, à equação do segundo grau em k :

$$(0,272 f_{cd} b d^2) k_x^2 - (0,68 f_{cd} b d h) k_x + (M_d + A_s f_{yd} d^2 - A_s \sigma'_{sd} (h - d'')) = 0 \quad \text{Eq. 3.25}$$

- Caso $\varepsilon_s = 1\%$ e $\varepsilon < \varepsilon$ (domínio 2), faz-se $\sigma_{sd} = f_{yd}$ e

$$\sigma'_{sd} = \phi_s E_s \varepsilon'_s \quad \text{Eq. 3.26}$$

onde:

$$\varepsilon'_s = \left(\frac{k_x d - d''}{d - k_x d} \right) 0,01 \quad \text{Eq. 3.27}$$

Substituindo as equações 3.26 e 3.27 na equação 3.19, chega-se à equação do terceiro grau em k_x :

$$\begin{aligned} & (0,272 f_{cd} b d^3) k_x^3 - (0,68 f_{cd} b d^2 (0,4d + h)) k_x^2 + \\ & (0,68 f_{cd} b d^2 h + M_d d + A_s f_{yd} d^2 + 0,01 A_s \phi_s E_s d (h - d'')) k_x + \\ & 0,01 A_s \phi_s E_s d'' (h - d'') - (M_d + A_s f_{yd} d^2) d = 0 \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.28}$$

3.5.1.1.**Algoritmo para Cálculo do Reforço à Flexão de CFC**

A seguir serão enumerados os passos necessários para o cálculo da área da seção transversal do reforço de CFC, A_f . Primeiramente, assume-se que a viga esteja no domínio 4 de deformações. Através das iterações, se as proposições forem verdadeiras, há continuidade no processo. Caso contrário, busca-se outro domínio de deformações.

- 1) Verifica-se a condição $\varepsilon_y' < \varepsilon_{cu}$. Se verdadeira, calcula-se σ_{sd}' por meio da equação 3.20. Se falsa, calcula-se σ_{sd}' por meio da equação 3.21;
- 2) Assumindo inicialmente o comportamento da viga relativo ao domínio 4, tem-se que $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0,35\%$;
- 3) Calcula-se k através da equação 3.24;
- 4) Calcula-se x através da equação 3.7;
- 5) Calcula-se ε_{bi} através da equação 3.10;
- 6) Verifica-se, através da equação 3.23, se $\varepsilon_s < \varepsilon_y$. Se esta condição for verdadeira, calcula-se σ_{sd} pela equação 3.22;
- 7) Calcula-se ε_f por meio da equação 3.11, com $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$;
- 8) Calcula-se A_f , através da equação de equilíbrio de momentos:

$$M_d = Sz + F(z + d') + S'r \quad \text{Eq. 3.29}$$

Substituindo-se as equações 3.2, 3.3, 3.4 e 3.16 na equação 3.29, com $\phi_f = 1/\gamma_f$, obtém-se:

$$M_d = A_s \sigma_{sd} (d - 0,4x) + A_s' \sigma_{sd}' (0,4x - d'') + \phi_f A_f E_f \varepsilon_f (h - 0,4x) \quad \text{Eq. 3.30}$$

logo:

$$A_f = \frac{M_d - A_s \sigma_{sd} (d - 0,4x) - A_s' \sigma_{sd}' (0,4x - d'')}{\phi_f E_f \varepsilon_f (h - 0,4x)} \quad \text{Eq. 3.31}$$

- 9) Se $\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$ e $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0,35\%$, considera-se o comportamento da viga relativo ao domínio 3;
- 10) Calcula-se k_x através da equação 3.25;

- 11) Calcula-se x através da equação 3.7;
- 12) Verifica-se, através da equação 3.23, se $\varepsilon_s < 0,01$. Se esta condição for verdadeira, confirma-se o domínio 3;
- 13) Calcula-se ε_f por meio da equação 3.11, com $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$;
- 14) Calcula-se A_f através da equação abaixo:

$$A_f = \frac{M_d - A_s f_{yd} (d - 0,4x) - A_s' \sigma_{sd} (0,4x - d'')}{\phi_f E_f \varepsilon_f (h - 0,4x)} \quad \text{Eq. 3.32}$$

- 15) Se $\varepsilon \geq 0,01$ e $\varepsilon_c < \varepsilon_{cu} = 0,35\%$, faz-se $\varepsilon_s = 0,01$ e considera-se o comportamento da viga relativo ao domínio 2;
- 16) Calcula-se k através da equação 3.28;
- 17) Calcula-se x através da equação 3.7;
- 18) Calcula-se ε_f através da equação 3.12, com $\varepsilon_s = 0,01$;
- 19) Calcula-se ε_s' através da equação 3.13, com $\varepsilon_s = 0,01$;
- 20) Calcula-se A_f através da equação de equilíbrio dos momentos:

$$A_f = \frac{M_d - A_s f_{yd} (d - 0,4x) - A_s' \phi_s E_s' \varepsilon_s' (0,4x - d'')}{\phi_f E_f \varepsilon_f (h - 0,4x)} \quad \text{Eq. 3.33}$$

3.5.1.2. Fluxograma de Cálculo

O fluxograma de cálculo apresentado a seguir servirá como base para a implementação do algoritmo no programa MAPLE (1997).

As rotinas serão organizadas sistematicamente, de forma que os passos fiquem definidos a partir da verificação das condições apresentadas.

Para o caso de peças submetidas à flexão simples, o cálculo, no estado limite último, da área de reforço CFC é feito levando-se em consideração as deformações e carregamentos existentes em serviço.

O fluxograma apresenta-se a seguir, na Figura 3.6.

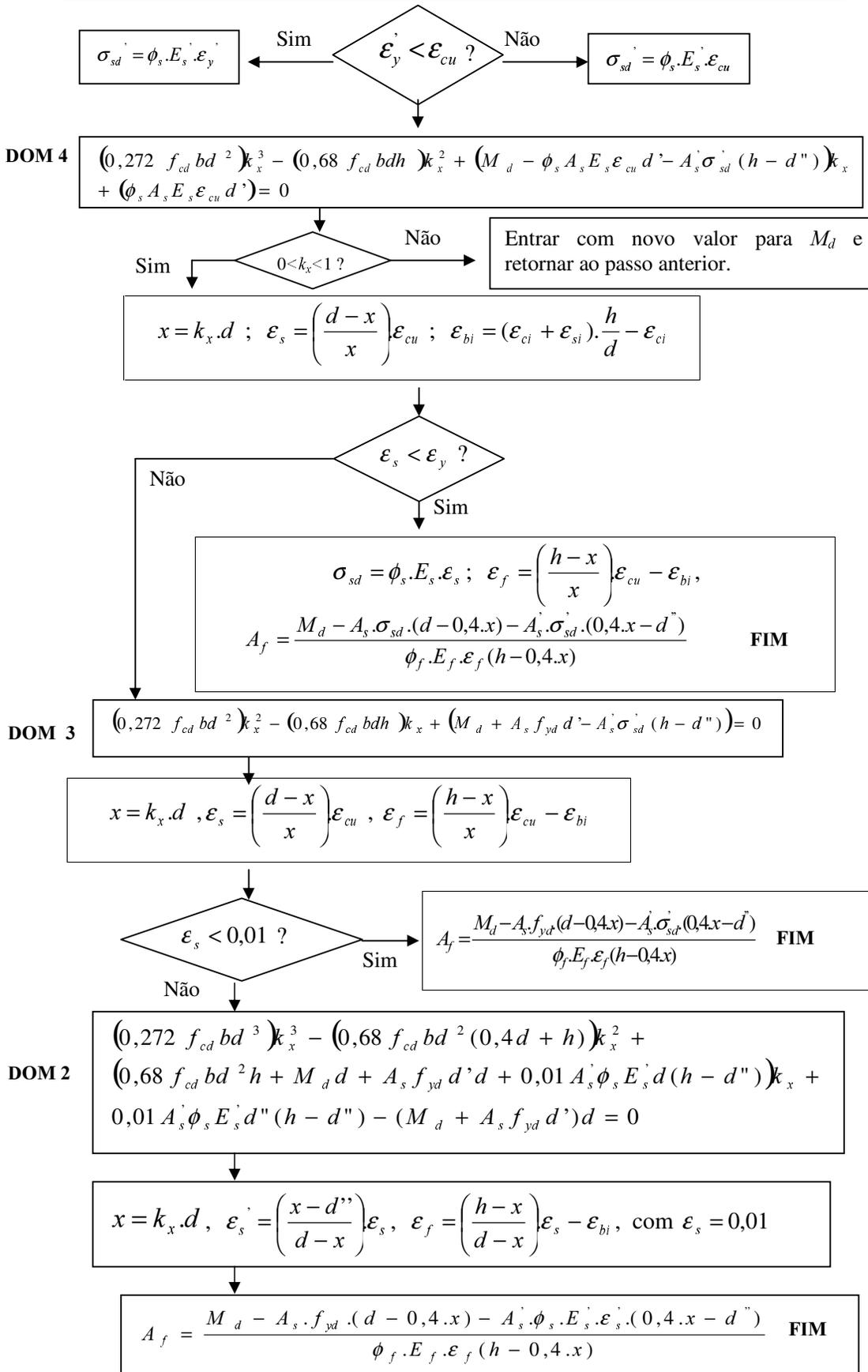


Figura 3.6 – Fluxograma de cálculo.

3.5.1.3. Implementação Computacional do Modelo Analítico

O programa MAPLE é uma ferramenta computacional, com uma linguagem simples, utilizada em cálculos matemáticos de diversas áreas da Engenharia.

Por meio deste programa foi possível compilar uma rotina numérica capaz de calcular a área de reforço de vigas em concreto armado submetidas à flexão simples. Na modelagem computacional, elaborada através do programa MAPLE, foi utilizado o modelo analítico desenvolvido anteriormente.

Para o cálculo do valor de k_x dos domínios 4 e 2, foi utilizado o método de Newton-Raphson. Por meio deste método foi possível o cálculo mais exato do valor esperado para a altura da linha neutra da seção reforçada, pois, através das iterações, obteve-se a convergência do valor mais aproximado de k_x (raiz da equação de terceiro grau). Lembrando, que para fins de programação, em cada domínio, a incógnita da equação foi chamada por um nome diferente, mas todas são na verdade k_x , sabendo-se que $x = k_x d$.

O critério de escolha do valor de k_x foi determinado através da hipótese de que $(0 < k_x < 1)$ e k_x pertencente aos números reais e inteiros positivos. Caso isto não ocorra, significa que o momento imposto é muito grande.

Os parâmetros necessários de entrada no modelo computacional são: características geométricas das vigas, propriedades físicas e mecânicas dos materiais constituintes das vigas e do reforço utilizado, coeficientes de segurança e o momento de serviço ao qual a viga está submetida.

A saída do programa, além de fornecer a área de reforço para uma determinada viga, fornece a altura da linha neutra, as deformações específicas dos materiais e o domínio no qual encontra-se o elemento estrutural.

A seguir será mostrado o ambiente de programação, fornecido pelo programa, dividido de acordo com a seqüência de cálculo, para uma viga de seção retangular submetida aos esforços de flexão.

Na Figura 3.7 são apresentados os dados de entrada para o dimensionamento e o cálculo da resistência à compressão da armadura, no caso de vigas com armadura dupla. Nas Figuras 3.8, 3.9 e 3.10 são apresentados os cálculos para os domínios 4, 3 e 2, respectivamente.

```
> restart;  
>  
> Dados de entrada:  
>  
> b ; h ; d ; dl ; dll ; As ; Asl ; fyd ; fydl ; fcd ; ecu ; Ef ; efu ; fif ; fic ; fis ; Md ;  
Es ; Esl ; ey ; eyl ; eci ; esi ;  
>  
> Cálculo da resistência à compressão da armadura comprimida:  
>  
> if (eyl<ecu) then  
> fsdl:=fis*Esl*eyl;  
> else  
> fsdl:=fis*Esl*ecu;  
> fi;  
>
```

Figura 3.7 –Tela do programa Maple, 1ª parte.

```

# DOMÍNIO 4
> ffx:=kx->(0.272* fcd*b*d^2)*kx^3-(0.68* fcd*b*d*h)*kx^2-
((fis*As*Es*ecu*dI)+(AsI*fsdI*(h-dII))-Md)*kx+(fis*As*Es*ecu*dI);
> kx:=1.0 ; preciso:=0.0000001;
> abs(evalf(ffx(kx)));
>
> if abs(evalf(ffx(kx)))<preciso then
>   raiz:=kx;
>   break;
> else
>   for k from 1 do
>     kx1:=kx-ffx(kx)/D(ffx)(kx);
>     print(kx1);
>     if abs(ffx(kx)/D(ffx)(kx)) < preciso then
>       raiz:=kx;
>       break;
>     elif abs(ffx(kx1)) < preciso then
>       raiz:=kx;
>       break;
>     else
>       kx:=kx1;
>     fi;
>   od;
> fi;
>
> x:=kx*d;
> es:=((d-x)/x)*ecu;
> ebi:=(((eci+esi)/d)*h)-eci;
> ef:=(((h-x)/x)*ecu)-ebi;
>
> if (es<ey) then
>
> Af:=(Md-(fis*As*Es*es*(d-0.4*x))-(AsI*fsdI*((0.4*x)-dII)))/(fif*Ef*ef*(h-(0.4*x)));
>
> print("domínio 4");

```

Figura 3.8 - Tela do programa Maple, 2ª parte.

```

# DOMÍNIO 3
> else
>
> eq:=(0.272*fcd*b*d^2)*qx^2-(0.68*fcd*b*d*h)*qx+Md+(As*fyd*dl)-
(Asl*fsdl*(h-dll));
>
> qx:=solve (eq,qx);
>
> for i to 2 do
>   aux:=qx[i];
>   if (aux > 0) and (aux < 1) then
>     qqx:=aux;   print(qqx);
>     fi;
>   od;
>
> x:=qqx*d;
> es:=((d-x)/x)*ecu;
>
> if (es<0.01) then
>
> ef:=(((h-x)/x)*ecu)-ebi;
>
> Af:=(Md-(As*fyd*(d-0.4*x))-(Asl*fsdl*((0.4*x)-dll)))/(fif*Ef*ef*(h-
(0.4*x)));
>
> print("ef=",ef);
> print("Af=",Af);
> print("domínio 3");
>

```

Figura 3.9 - Tela do programa Maple, 3ª parte.

```

# DOMÍNIO 2
> else
> ftx:=tx->(0.272*fc*b*d^3)*tx^3-
(0.68*fgd*b*d^2*((0.4*d)+h))*tx^2+((0.68*fgd*b*h*d^2)+(As*fyd*dl*d)+(0.01*Asl*fis*Esl
*d*(h-dll))+Md*d)*tx+(0.01*Asl*fis*Esl*dll)*(h-dll)-(As*fyd*dl+Md)*d;
>
> tx:=0.1; precisao:=0.0000001 ; abs(evalf(ftx(tx)));
>
> if abs(evalf(ftx(kx)))<precisao then
>   raiz:=tx;
>   break;
> else
>   for k from 1 do
>     tx1:=tx-ftx(tx)/D(ftx)(tx);
>     print(tx1);
>     if abs(ftx(tx)/D(ftx)(tx)) < precisao then
>       raiz:=tx;
>       break;
>     elif abs(ftx(tx1)) < precisao then
>       raiz:=tx1;
>       break;
>     else
>       tx:=tx1;
>       fi;
>     od;
> fi;
>
>
>   x:=tx*d;
>   ef:=(((h-x)/(d-x))*0.01)-ebi;
>   print("ef=",ef);
>   esl:=((x-dll)/(d-x))*0.01;
>   print("esl=",esl);
>
> Af:=(Md-As*fyd*(d-.4*x)-Asl*fis*Esl*esl*(.4*x-dll))/(fif*Ef*ef*(h-.4*x));
>   print("Af=",Af);
>   print ("domínio 2");
> fi;
> fi;

```

Figura 3.10 - Tela do programa Maple, 4ª parte.