

2 Modelagem Constitutiva

O objetivo deste capítulo é apresentar um modelo constitutivo para ligas com memória de forma, considerando os efeitos de deformações plásticas e a assimetria no comportamento tração-compressão. Inicialmente, é feita uma revisão da formulação constitutiva que segue o formalismo adotado para Materiais Padrão Generalizados. Em seguida, passa-se ao modelo propriamente dito. Depois, faz-se uma breve discussão dos algoritmos empregados para a solução numérica das equações do modelo. Encerrando o capítulo, são conduzidos ensaios numéricos variando isoladamente as diversas propriedades que são desdobradas para tração e compressão, visando a análise da influência destes parâmetros.

2.1 Formulação Constitutiva

As equações constitutivas que descrevem de forma termodinamicamente consistente o comportamento de um determinado material são obtidas segundo o formalismo adotado para *Materiais Padrão Generalizados*.

O estado termodinâmico de um material qualquer num dado instante pode ser plenamente definido conhecendo-se os valores de um determinado número de variáveis, denominadas variáveis de estado. O conjunto das variáveis de estado é composto pelas variáveis observáveis e pelas variáveis internas.

Para fenômenos como elasticidade, viscoelasticidade, plasticidade, viscoplasticidade, envelhecimento, ruptura, entre outros, são adotadas como variáveis observáveis a temperatura e a deformação. Para fenômenos reversíveis, como a elasticidade, o estado do material depende, a cada instante, unicamente das variáveis observáveis (Eringen, 1967).

Para fenômenos dissipativos, é necessário considerar variáveis internas que representem modificações ocorridas no estado termodinâmico do material. Estas variáveis levam em consideração a história do comportamento do material, tal

como deformação plástica, índice de dano, fração volumétrica de um microconstituente, índice de encruamento, entre outros (Lemaitre & Chaboche, 1990).

Visando apresentar um procedimento para obtenção das equações constitutivas, considere a forma local da desigualdade de *Clausius-Duhem*, onde σ_{ij} é o tensor tensão, ε_{ij} é o tensor deformação, ρ é a massa específica, ψ é a *Energia livre de Helmholtz*, T é a temperatura, s é a entropia específica, q_i é vetor de fluxo de calor e $g_i = \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial x_i}$.

$$\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} - \rho (\dot{\psi} + \dot{T}s) - q_i g_i \geq 0 \quad (2.1)$$

A energia livre possui a seguinte forma, onde β representa um conjunto de variáveis internas que auxiliam na descrição do fenômeno.

$$\psi = \psi(\varepsilon_{ij}, T, \beta) \quad (2.2)$$

Tomando a taxa de variação da energia livre ($\dot{\psi}$) e substituindo na Equação 2.1, reescreve-se a *Segunda Lei da Termodinâmica*.

$$\left(\sigma_{ij} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}} \right) \dot{\varepsilon}_{ij} - \rho \left(s + \frac{\partial \psi}{\partial T} \right) \dot{T} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \beta} \dot{\beta} - q_i g_i \geq 0 \quad (2.3)$$

Considerando-se apenas a dissipação intrínseca, definem-se as forças termodinâmicas associadas ao processo, onde σ_{ij}^R representa a parcela reversível do tensor tensão e B a força termodinâmica associada à(s) variável(is) interna(s) β .

$$\sigma_{ij}^R = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}}; \quad s = - \frac{\partial \psi}{\partial T} \quad \text{e} \quad B = - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \beta} \quad (2.4)$$

Como os fenômenos associados às ligas com memória de forma são essencialmente dissipativos, é necessário considerar equações complementares para descrever o problema. Para isso, admite-se o potencial de dissipação ϕ da seguinte forma:

$$\phi = \phi(\dot{\varepsilon}_{ij}, \dot{\beta}, q_i) = \phi_I(\dot{\varepsilon}_{ij}, \dot{\beta}) + \phi_T(q_i) \quad (2.5)$$

onde ϕ_I representa a parcela intrínseca, enquanto ϕ_T corresponde à parcela térmica.

Novamente, considerando-se apenas a dissipação intrínseca, definem-se os fluxos termodinâmicos, onde σ_{ij}^I corresponde à parcela irreversível do tensor tensão.

$$\sigma_{ij}^I = \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\varepsilon}_{ij}}; \quad e \quad B = \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\beta}} \quad (2.6)$$

Desta forma, têm-se as equações constitutivas.

$$\sigma_{ij} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}} + \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\varepsilon}_{ij}} \quad (2.7)$$

$$B = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \beta} = \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\beta}} \quad (2.8)$$

$$s = -\frac{\partial \psi}{\partial T} \quad (2.9)$$

Para que a *Segunda Lei da Termodinâmica* seja automaticamente satisfeita, ϕ deve ser positivo, convexo e anular-se na origem.

Alternativamente, é possível definir um potencial de dissipação complementar (ϕ^*) da seguinte forma:

$$\phi^* = \phi^*(\sigma_{ij}^I, B, g_i) = \phi_I^*(\sigma_{ij}^I, B) + \phi_T^*(g_i) \quad (2.10)$$

Mais uma vez, considerando-se apenas a parcela intrínseca (ϕ_I^*) e desprezando-se a parte térmica (ϕ_T^*), tem-se

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\partial \phi^*}{\partial \sigma_{ij}^I}; \quad \text{e} \quad \dot{\beta} = \frac{\partial \phi^*}{\partial B} \quad (2.11)$$

Com isso, tem-se o conjunto de equações que descrevem completamente o comportamento do material.

2.2 Modelo Constitutivo

O modelo proposto neste trabalho é baseado no modelo com restrições internas apresentado por Savi et al. (2002), que por sua vez, é desenvolvido a partir do modelo proposto por Fremond (1987; 1996).

O modelo original de Fremond é tridimensional e considera três frações volumétricas de microconstituintes. Uma associada à austenita (A) e duas correspondentes à martensita não-maclada – uma associada à tração (M^+) e outra à compressão (M^-). Em sua formulação, Fremond propõe um funcional de energia livre para cada fase sendo funções da deformação e da temperatura. A energia livre total é dada pelo somatório ponderado das energias livres parciais, cujos pesos são as frações volumétricas de cada uma das fases, caracterizando três variáveis internas.

Savi e colaboradores discutiram as vantagens e limitações do modelo de Fremond (Savi & Braga, 1993) e propuseram um novo modelo restrito ao contexto unidimensional (Savi et al., 2002). A esse novo modelo foi introduzida uma nova fração volumétrica – a martensita maclada (M) ou induzida por temperatura que permitiu a correta descrição do fenômeno de transformação de fase devida à variação de temperatura (Paiva et al., 2001). Além disso, foi incorporado ao modelo o efeito das deformações plásticas, o que permitiu a descrição do fenômeno de memória de forma reversível. Outras modificações foram introduzidas na formulação original possibilitando o ajuste quantitativo do modelo a resultados experimentais (Baêta Neves et al., 2003).

Neste trabalho, apresenta-se uma nova versão desse modelo, oferecendo uma formulação consistente que incorpora as mudanças propostas por Baêta Neves (2002) e, além disso, contempla a assimetria no comportamento tração-compressão.

2.2.1 Equações para o Modelo Constitutivo

A seguir, apresentam-se os funcionais parciais correspondentes à *Energia Livre de Helmholtz* ψ_n ($n=1,2,3,4$) associados à cada fase, função das variáveis

de estado observáveis deformação elástica (ε_e) e temperatura (T), enquanto as variáveis γ e μ são responsáveis pelo endurecimento isotrópico e cinemático da superfície de escoamento, respectivamente.

$$M^+ : \quad \rho \psi_1(\varepsilon_e, T, \gamma, \mu) = \frac{1}{2} E_M \varepsilon_e^2 - \alpha^T \varepsilon_e - \frac{L_M^T}{T_M} (T - T_M) - \Omega_M (T - T_0) \varepsilon_e + \frac{1}{2} K_M \gamma^2 + \frac{1}{2 H_M} \mu^2 \quad (2.12)$$

$$M^- : \quad \rho \psi_2(\varepsilon_e, T, \gamma, \mu) = \frac{1}{2} E_M \varepsilon_e^2 + \alpha^C \varepsilon_e - \frac{L_M^C}{T_M} (T - T_M) - \Omega_M (T - T_0) \varepsilon_e + \frac{1}{2} K_M \gamma^2 + \frac{1}{2 H_M} \mu^2 \quad (2.13)$$

$$A : \quad \rho \psi_3(\varepsilon_e, T, \gamma, \mu) = \frac{1}{2} E_A \varepsilon_e^2 - \frac{L_A}{T_M} (T - T_M) - \Omega_A (T - T_0) \varepsilon_e + \frac{1}{2} K_A \gamma^2 + \frac{1}{2 H_A} \mu^2 \quad (2.14)$$

$$M : \quad \rho \psi_4(\varepsilon_e, T, \gamma, \mu) = \frac{1}{2} E_M \varepsilon_e^2 + \frac{L_M}{T_M} (T - T_M) - \Omega_M (T - T_0) \varepsilon_e + \frac{1}{2} K_M \gamma^2 + \frac{1}{2 H_M} \mu^2 \quad (2.15)$$

onde E_A e E_M são os módulos elásticos das fases austenítica e martensítica, respectivamente. Os parâmetros α^C e α^T são parâmetros associados ao tamanho vertical do laço de histerese à compressão e à tração, respectivamente. Os parâmetros L_A , L_M , L_M^C e L_M^T estão relacionados à tensão crítica para transformação de fase. Os parâmetros L_A e L_M são discutidos cuidadosamente mais adiante, enquanto L_M^C está associado à compressão e L_M^T à tração; T_M é a temperatura abaixo da qual a martensita é estável para um estado livre de tensões. Ω_A e Ω_M são os coeficientes de dilatação térmica associados às fases austenítica e martensítica, respectivamente; T_0 é uma temperatura de referência

para a qual o material livre de tensões apresenta deformação nula. As propriedades K_A e K_M representam os módulos plásticos austenítico e martensítico, respectivamente. Por fim, H_A é o módulo de endurecimento cinemático austenítico e H_M o martensítico, enquanto ρ é a massa específica.

A energia livre total pode ser obtida através de um balanço de cada uma das fases. Para isso, considere as variáveis internas β_n ($n=1,2,3,4$) que representam a fração volumétrica de cada uma das fases. β_1 está associada à martensita não-maclada, associada à tração (M^+), β_2 à martensita não-maclada associada à compressão (M^-), β_3 corresponde a austenita (A) e β_4 à fração volumétrica de martensita maclada ou induzida por temperatura (M). Com isso,

$$\rho \hat{\psi}(\varepsilon_e, T, \gamma, \mu, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4) = \rho \sum_{n=1}^4 \beta_n \psi_n(\varepsilon_e, T, \gamma, \mu) + \hat{\mathbf{J}}(\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4) \quad (2.16)$$

onde $\hat{\mathbf{J}}(\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4)$ é a função indicatriz associada ao conjunto convexo Θ (Rockafellar, 1970), abaixo definido.

$$\Theta = \left\{ \beta_n \in \mathfrak{R} \left| \begin{array}{l} 0 \leq \beta_n \leq 1 \quad (n=1,2,3,4); \quad \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 1 \\ \beta_1 = \beta_2 = 0 \quad \text{se } \sigma = 0 \quad \text{e} \quad \beta_1^S = \beta_2^S = 0 \end{array} \right. \right\} \quad (2.17)$$

tal que: $\hat{\mathbf{J}}(\beta_n) = 0$ se $\beta_n \in \Theta$ para: ($n=1,2,3,4$)

$$\hat{\mathbf{J}}(\beta_n) = \infty \quad \text{se } \beta_n \notin \Theta$$

A restrição $0 \leq \beta_n \leq 1$ ($n=1,2,3,4$); $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 1$ está relacionada com a coexistência das fases. Além disso, as fases M^+ e M^- não devem aparecer para um estado livre de tensões. Para considerar este aspecto físico do problema, admite-se a restrição $\beta_1 = \beta_2 = 0$ se $\sigma = 0$ e $\beta_1^S = \beta_2^S = 0$, tal que β_1^S e β_2^S fornecem informações a respeito da história do carregamento e correspondem,

respectivamente, aos valores de β_1 e β_2 quando se inicia o processo de transformação de fase.

De acordo com as restrições estabelecidas em Θ , é possível expressar uma variável interna em função das outras três. Neste caso, escolheu-se escrever β_4 em função das outras três variáveis internas, portanto $\beta_4 = 1 - \beta_1 - \beta_2 - \beta_3$.

Assim, é possível escrever a energia livre total como função de apenas três variáveis internas (β_1 , β_2 e β_3), conforme a seguir.

$$\rho \tilde{\psi}(\varepsilon_e, T, \gamma, \mu, \beta_1, \beta_2, \beta_3) = \rho \left[\beta_1 (\psi_1 - \psi_4) + \beta_2 (\psi_2 - \psi_4) + \beta_3 (\psi_3 - \psi_4) + \psi_4 \right] + \mathbf{J}(\beta_1, \beta_2, \beta_3) \quad (2.18)$$

Agora, a função indicatriz $\mathbf{J}(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ deve obedecer às restrições estabelecidas pelo conjunto π apresentado adiante.

$$\pi = \left\{ \beta_m \in \Re \left| \begin{array}{l} 0 \leq \beta_m \leq 1 \quad (m=1,2,3); \quad \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \leq 1 \\ \beta_1 = \beta_2 = 0 \quad \text{se } \sigma = 0 \quad \text{e} \quad \beta_1^S = \beta_2^S = 0 \end{array} \right. \right\} \quad (2.19)$$

tal que: $\mathbf{J}(\beta_m) = 0$ se $\beta_m \in \pi$ para: $(m=1,2,3)$

$\mathbf{J}(\beta_m) = \infty$ se $\beta_m \notin \pi$

Agora, a restrição para coexistência das fases pode ser interpretada geometricamente pelo domínio estabelecido no tetraedro mostrado na Figura 2.1.

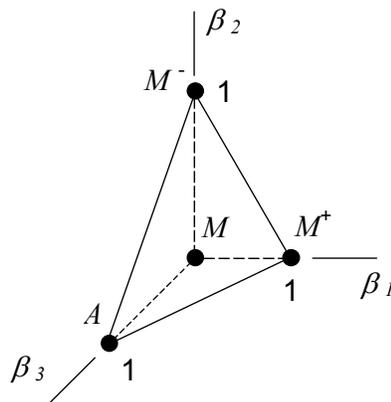


Figura 2.1 – Representação geométrica da restrição para coexistência das fases.

Sendo assim, substituindo as Equações 2.12, 2.13, 2.14 e 2.15 na Equação 2.18, a energia livre total assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \rho \tilde{\psi}(\varepsilon_e, T, \gamma, \mu, \beta_1, \beta_2, \beta_3) = & \beta_1 \left[-\alpha^T \varepsilon_e - \frac{(L_M + L_M^T)}{T_M} (T - T_M) \right] + \\
 & + \beta_2 \left[\alpha^C \varepsilon_e - \frac{(L_M + L_M^C)}{T_M} (T - T_M) \right] + \\
 & + \beta_3 \left[\frac{1}{2} (E_A - E_M) \varepsilon_e^2 - \frac{(L_A + L_M)}{T_M} (T - T_M) - \right. \\
 & \left. - (\Omega_A - \Omega_M) (T - T_0) \varepsilon_e + \frac{1}{2} (K_A - K_M) \gamma^2 + \left(\frac{1}{2 H_A} - \frac{1}{2 H_M} \right) \mu^2 \right] + \\
 & + \frac{1}{2} E_M \varepsilon_e^2 + \frac{L_M}{T_M} (T - T_M) - \Omega_M (T - T_0) \varepsilon_e + \frac{1}{2} K_M \gamma^2 + \frac{1}{2 H_M} \mu^2 + \\
 & + \mathbf{J}(\beta_1, \beta_2, \beta_3)
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

Fazendo uma decomposição aditiva da deformação total (ε), é possível definir a deformação elástica (ε_e) como:

$$\varepsilon_e = \varepsilon - \varepsilon_p + \alpha_h^C \beta_2 - \alpha_h^T \beta_1 \tag{2.21}$$

onde a deformação plástica (ε_p) é uma variável interna, enquanto os parâmetros α_h^C e α_h^T são responsáveis pelo tamanho horizontal do laço de histerese à compressão e à tração, respectivamente.

Substituindo a Equação 2.21 na Equação 2.20, tem-se o seguinte funcional de energia livre total em sua forma final.

$$\begin{aligned}
\rho \tilde{\psi}(\varepsilon, \varepsilon_p, T, \gamma, \mu, \beta_1, \beta_2, \beta_3) = & \beta_1 \left[-\alpha^T (\varepsilon - \varepsilon_p + \alpha_h^C \beta_2 - \alpha_h^T \beta_1) - \right. \\
& \left. - \frac{(L_M + L_M^T)}{T_M} (T - T_M) \right] + \beta_2 \left[\alpha^C (\varepsilon - \varepsilon_p + \alpha_h^C \beta_2 - \alpha_h^T \beta_1) - \right. \\
& \left. - \frac{(L_M + L_M^C)}{T_M} (T - T_M) \right] + \\
& + \beta_3 \left[\frac{1}{2} (E_A - E_M) (\varepsilon - \varepsilon_p + \alpha_h^C \beta_2 - \alpha_h^T \beta_1)^2 - \right. \\
& \left. - \frac{(L_A + L_M)}{T_M} (T - T_M) - \right. \\
& \left. - (\Omega_A - \Omega_M) (T - T_0) (\varepsilon - \varepsilon_p + \alpha_h^C \beta_2 - \alpha_h^T \beta_1) + \right. \\
& \left. + \frac{1}{2} (K_A - K_M) \gamma^2 + \left(\frac{1}{2H_A} - \frac{1}{2H_M} \right) \mu^2 \right] \\
& + \frac{1}{2} E_M (\varepsilon - \varepsilon_p + \alpha_h^C \beta_2 - \alpha_h^T \beta_1)^2 + \frac{L_M}{T_M} (T - T_M) - \\
& - \Omega_M (T - T_0) (\varepsilon - \varepsilon_p + \alpha_h^C \beta_2 - \alpha_h^T \beta_1) + \\
& + \frac{1}{2} K_M \gamma^2 + \frac{1}{2H_M} \mu^2 + \mathbf{J}(\beta_1, \beta_2, \beta_3)
\end{aligned} \tag{2.22}$$

A partir da energia livre total dada pela Equação 2.22, definem-se as equações de estado, obedecendo ao formalismo adotado para *Materiais Padrão Generalizados*, conforme a seguir.

$$\sigma = \rho \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \varepsilon} = E (\varepsilon - \varepsilon_p + \alpha_h^C \beta_2 - \alpha_h^T \beta_1) + \alpha^C \beta_2 - \alpha^T \beta_1 - \Omega (T - T_0) \tag{2.23}$$

onde $E = E_M + \beta_3 (E_A - E_M)$ e $\Omega = \Omega_M + \beta_3 (\Omega_A - \Omega_M)$.

$$\begin{aligned}
B_1 \in -\rho \partial_1 \tilde{\psi} = & \alpha^T (\varepsilon - \varepsilon_p) + \frac{(L_M + L_M^T)}{T_M} (T - T_M) + \\
& + \beta_2 \left(\alpha_h^C \alpha^T + \alpha_h^T \alpha^C + E \alpha_h^T \alpha_h^C \right) - \\
& - \beta_1 \left(2 \alpha_h^T \alpha^T + E \alpha_h^{T^2} \right) + \\
& + \alpha_h^T \left[E (\varepsilon - \varepsilon_p) - \Omega (T - T_0) \right] - \partial_1 \mathbf{J}
\end{aligned} \tag{2.24}$$

$$\begin{aligned}
B_2 \in -\rho \partial_2 \tilde{\psi} = & -\alpha^C (\varepsilon - \varepsilon_p) + \frac{(L_M + L_M^C)}{T_M} (T - T_M) + \\
& + \beta_1 \left(\alpha_h^T \alpha^C + \alpha_h^C \alpha^T + E \alpha_h^C \alpha_h^T \right) - \\
& - \beta_2 \left(2 \alpha_h^C \alpha^C + E \alpha_h^{C^2} \right) - \\
& - \alpha_h^C \left[E (\varepsilon - \varepsilon_p) - \Omega (T - T_0) \right] - \partial_2 \mathbf{J}
\end{aligned} \tag{2.25}$$

$$\begin{aligned}
B_3 \in -\rho \partial_3 \tilde{\psi} = & -\frac{1}{2} (E_A - E_M) \left(\varepsilon - \varepsilon_p + \alpha_h^C \beta_2 - \alpha_h^T \beta_1 \right)^2 + \\
& + \frac{(L_A + L_M)}{T_M} (T - T_M) + \\
& + (\Omega_A - \Omega_M) (T - T_0) \left(\varepsilon - \varepsilon_p + \alpha_h^C \beta_2 - \alpha_h^T \beta_1 \right) - \\
& - \frac{1}{2} (K_A - K_M) \gamma^2 - \left(\frac{1}{2H_A} - \frac{1}{2H_M} \right) \mu^2 - \partial_3 \mathbf{J}
\end{aligned} \tag{2.26}$$

$$\begin{aligned}
X = -\frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \varepsilon_p} = & E \left(\varepsilon - \varepsilon_p + \alpha_h^C \beta_2 - \alpha_h^T \beta_1 \right) + \\
& + \alpha^C \beta_2 - \alpha^T \beta_1 - \Omega (T - T_0) = \sigma
\end{aligned} \tag{2.27}$$

$$Y = -\rho \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \gamma} = -K \gamma \tag{2.28}$$

$$Z = -\rho \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \mu} = -\frac{1}{H} \mu \tag{2.29}$$

$$\text{tal que } K = K_M + \beta_3 (K_A - K_M) \text{ e } \frac{1}{H} = \frac{1}{H_M} + \beta_3 \left(\frac{1}{H_A} - \frac{1}{H_M} \right).$$

Nestas equações, σ representa a tensão uniaxial; B_1 , B_2 e B_3 são as forças termodinâmicas relacionadas com as transformações de fase do material; X , Y e Z representam as forças termodinâmicas relacionadas à plasticidade e $\partial_1(\)$, $\partial_2(\)$ e $\partial_3(\)$ são as subdiferenciais em relação às variáveis β_1 , β_2 e β_3 , respectivamente (Rockafellar, 1970). Os *multiplicadores de Lagrange* constituem uma boa alternativa para representar as subdiferenciais de uma função indicatriz (Savi & Braga, 1993).

Admitindo-se o acoplamento entre plasticidade e transformação de fase, adota-se um potencial dual de dissipação de forma quadrática, conforme a Equação 2.30.

$$\begin{aligned} \phi = & \frac{1}{2\eta^T} (B_1 + \eta_{ci} Y + \eta_{ck} Z)^2 + \frac{1}{2\eta^C} (B_2 + \eta_{ci} Y + \eta_{ck} Z)^2 + \\ & + \frac{1}{2\eta^A} (B_3 - \eta_{ci} Y - \eta_{ck} Z)^2 + \mathbf{I}_f \end{aligned} \quad (2.30)$$

onde \mathbf{I}_f é a função indicatriz relativa à superfície de escoamento, definida pela função:

$$f = |X + HZ| - (\sigma_Y - Y). \quad (2.31)$$

Os parâmetros η^T , η^C e η^A estão associados à dissipação interna de cada fase do material (M^+ , M^- e A , respectivamente). η_{ci} e η_{ck} são parâmetros relacionados com o acoplamento entre os fenômenos de plasticidade e transformação de fase. O parâmetro η_{ci} está associado ao efeito do endurecimento isotrópico e o parâmetro η_{ck} está associado ao efeito do endurecimento cinemático. Enquanto, σ_Y corresponde à tensão de escoamento do material. Desta forma, são obtidas as seguintes equações complementares:

$$\dot{\beta}_1 \in \partial_{B_1} \phi = \frac{B_1}{\eta^T} + \frac{\eta_{ci}}{\eta^T} Y + \frac{\eta_{ck}}{\eta^T} Z = \frac{B_1}{\eta^T} - \frac{\eta_{ci}}{\eta^T} K\gamma - \frac{\eta_{ck}}{\eta^T} \frac{\mu}{H} \quad (2.32)$$

$$\dot{\beta}_2 \in \partial_{B_2} \phi = \frac{B_2}{\eta^C} + \frac{\eta_{ci}}{\eta^C} Y + \frac{\eta_{ck}}{\eta^C} Z = \frac{B_2}{\eta^C} - \frac{\eta_{ci}}{\eta^C} K\gamma - \frac{\eta_{ck}}{\eta^C} \frac{\mu}{H} \quad (2.33)$$

$$\dot{\beta}_3 \in \partial_{B_3} \phi = \frac{B_3}{\eta^A} - \frac{\eta_{ci}}{\eta^A} Y - \frac{\eta_{ck}}{\eta^A} Z = \frac{B_3}{\eta^A} + \frac{\eta_{ci}}{\eta^A} K\gamma + \frac{\eta_{ck}}{\eta^A} \frac{\mu}{H} \quad (2.34)$$

$$\dot{\varepsilon}_p \in \partial_X \phi = \lambda \text{sign}(X + HZ) = \lambda \text{sign}(\sigma - \mu) \quad (2.35)$$

$$\dot{\gamma} \in \partial_Y \phi = \lambda + \eta_{ci} (\dot{\beta}_1 + \dot{\beta}_2 - \dot{\beta}_3) = |\dot{\varepsilon}_p| + \eta_{ci} (\dot{\beta}_1 + \dot{\beta}_2 - \dot{\beta}_3) \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mu} \in \partial_Z \phi &= \lambda H \text{sign}(X + HZ) + \eta_{ck} (\dot{\beta}_1 + \dot{\beta}_2 - \dot{\beta}_3) = \\ &= H \dot{\varepsilon}_p + \eta_{ck} (\dot{\beta}_1 + \dot{\beta}_2 - \dot{\beta}_3) \end{aligned} \quad (2.37)$$

onde λ representa um *multiplicador de Lagrange* associado à plasticidade clássica. A natureza irreversível do fluxo plástico é representada através das *condições de Kuhn-Tucker*. Uma outra restrição deve ser satisfeita quando $f(\sigma, \gamma, \mu) = 0$. Esta restrição é denominada de *condição de consistência* e corresponde a um requisito físico para que a tensão permaneça na superfície de escoamento. Estas condições podem ser agrupadas da seguinte forma (Simo & Hughes, 1998):

$$\begin{aligned} \lambda &\geq 0; \quad f(\sigma, \gamma, \mu) \leq 0; \quad \lambda f(\sigma, \gamma, \mu) = 0; \\ \lambda \dot{f}(\sigma, \gamma, \mu) &= 0 \text{ se } f(\sigma, \gamma, \mu) = 0 \end{aligned} \quad (2.38)$$

Com o objetivo de controlar a velocidade das transformações de fase, admite-se que os parâmetros de dissipação interna do material η^T , η^C e η^A variem em função das condições do carregamento aplicado, conforme se segue:

$$\begin{cases} \eta^{T,C,A} = \eta_C^{T,C,A} & \text{se } \dot{\epsilon} > 0 \\ \eta^{T,C,A} = \eta_D^{T,C,A} & \text{se } \dot{\epsilon} < 0 \end{cases} \quad (2.39)$$

Assim, têm-se seis parâmetros de dissipação para o modelo. São eles: η_C^T e η_D^T associados à tração (transformação martensítica e inversa respectivamente); η_C^C e η_D^C associados à compressão (transformação martensítica e inversa respectivamente) e η_C^A e η_D^A associados à austenita (transformação martensítica e inversa respectivamente).

As equações apresentadas formam um conjunto completo para a modelagem de uma liga com memória de forma submetida a carregamentos termomecânicos que podem induzir deformações plásticas. Uma vez que o potencial dual de dissipação seja convexo, positivo e nulo na origem, a desigualdade de *Clausius-Duhem* é automaticamente satisfeita (Eringen, 1967; Lemaitre & Chaboche, 1990; Fremond, 1987).

Resultados experimentais (Miller & Lagoudas, 2000) indicam variações na tensão de escoamento (σ_Y) do material em função da microestrutura. Sabe-se ainda, que para a fase austenítica, com o aumento da temperatura, há uma redução considerável da tensão de escoamento. Portanto, para contemplar este aspecto, adota-se o seguinte diagrama para estimativa da tensão de escoamento em função da temperatura, conforme Figura 2.2.

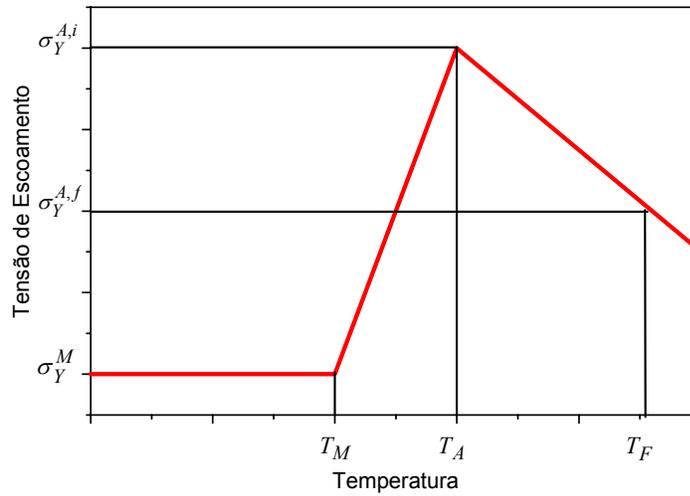


Figura 2.2 – Diagrama tensão de escoamento-temperatura.

Tal que, para $T < T_M$, $\sigma_Y = \sigma_Y^M$. Enquanto para as demais regiões tem-se

$$T_M < T \leq T_A \Rightarrow \sigma_Y = \frac{\sigma_Y^M (T_A - T) + \sigma_Y^{A,i} (T - T_M)}{T_A - T_M} \quad (2.40)$$

$$T > T_A \Rightarrow \sigma_Y = \frac{\sigma_Y^{A,i} (T_F - T) + \sigma_Y^{A,f} (T - T_A)}{T_F - T_A} \quad (2.41)$$

onde T_F representa uma temperatura de referência para definir a tensão de escoamento a alta temperatura.

2.2.2 Avaliação Analítica de Parâmetros do Modelo

Uma vez estabelecido o conjunto de equações para o modelo, é necessário que se faça algumas considerações acerca de certas propriedades, visando uma correta descrição dos diversos fenômenos associados às ligas com memória de forma. Esta seção apresenta uma análise que permite definir os parâmetros necessários para o modelo.

Primeiramente, analisando a equação constitutiva para o modelo (Equação 2.23), é conveniente fazer a identificação de suas diversas parcelas. Para isso, considera-se um ensaio de tração à alta temperatura (pois a compressão possui comportamento análogo) e escreve-se a deformação em função da tensão, conforme a seguir.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\alpha^T \beta_1}{E} + \frac{\Omega}{E}(T - T_0) + \alpha_h^T \beta_1 + \varepsilon_p \quad (2.42)$$

De posse da Equação 2.42, é possível fazer a identificação de cada parcela de deformação, conforme diagrama tensão-deformação apresentado na Figura 2.3.

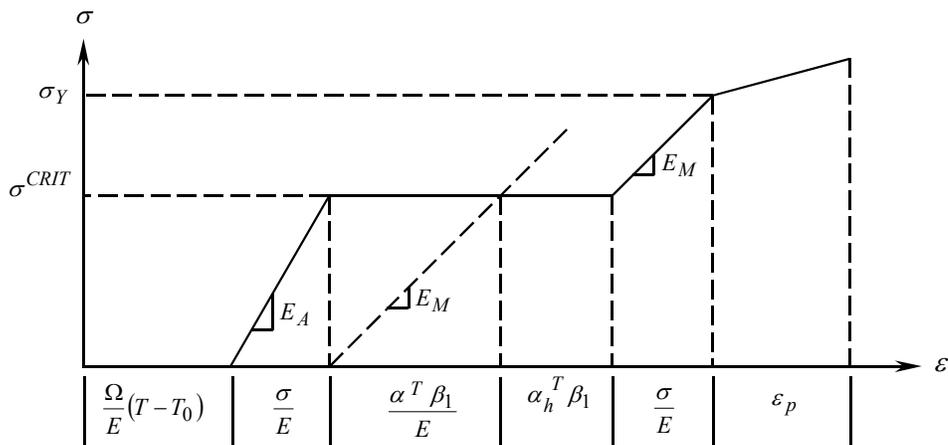


Figura 2.3 – Interpretação geométrica de cada parcela de deformação.

A próxima análise diz respeito a identificação dos parâmetros α_h^T e α_h^C . Partindo da relação constitutiva dada pela Equação 2.23 e considerando um ensaio de tração à baixa temperatura ($T < T_M$) após o descarregamento, com as seguintes

condições: $\sigma = 0$; $\beta_1 = 1$; $\beta_2 = \beta_3 = 0$; $\varepsilon = \varepsilon_R^T$; $\varepsilon_p = 0$; $E = E_M$; $\Omega = \Omega_M$ e $T = T_C^T$, onde T_C^T é a temperatura crítica associada à tração, abaixo da qual o comportamento mecânico do material não se modifica e ε_R^T é a deformação residual máxima para tração. Substituindo essas condições na Equação 2.23, tem-se

$$0 = E_M \varepsilon_R^T - E_M \alpha_h^T - \alpha^T - \Omega_M (T_C^T - T_0)$$

Explicitando α_h^T , chega-se à seguinte relação

$$\alpha_h^T = \varepsilon_R^T - \frac{\alpha^T}{E_M} - \frac{\Omega_M}{E_M} (T_C^T - T_0) \quad (2.43)$$

Ou alternativamente, pode-se explicitar ε_R^T

$$\varepsilon_R^T = \frac{\alpha^T}{E_M} + \alpha_h^T + \frac{\Omega_M}{E_M} (T_C^T - T_0) \quad (2.44)$$

É interessante notar que, observando a Figura 2.4, essas três parcelas correspondem exatamente a ε_R^T .

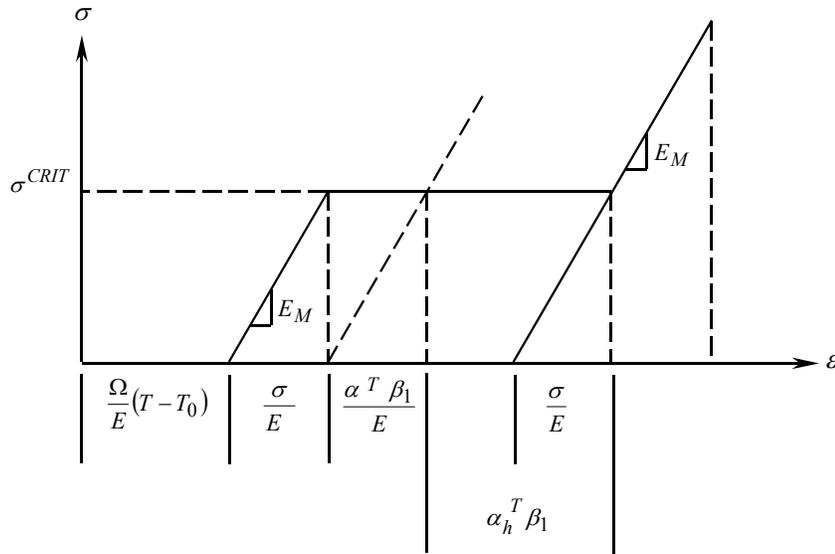


Figura 2.4 – Interpretação geométrica de ε_R^T .

Analogamente, porém impondo as seguintes condições $\sigma = 0$; $\beta_2 = 1$; $\beta_1 = \beta_3 = 0$; $\varepsilon = \varepsilon_R^C$; $\varepsilon_p = 0$; $E = E_M$; $\Omega = \Omega_M$ e $T = T_C^C$, obtém-se α_h^C .

$$\alpha_h^C = -\varepsilon_R^C - \frac{\alpha^C}{E_M} + \frac{\Omega_M}{E_M} (T_C^C - T_0) \quad (2.45)$$

onde T_C^C é a temperatura crítica associada à compressão, abaixo da qual o comportamento mecânico do material não se modifica e ε_R^C é a deformação residual máxima para compressão. Uma observação importante é que ε_R^C deve ser negativo.

Ou alternativamente...

$$\varepsilon_R^C = -\frac{\alpha^C}{E_M} - \alpha_h^C + \frac{\Omega_M}{E_M} (T_C^C - T_0) \quad (2.46)$$

Para a determinação da temperatura crítica T_C^T , considera-se a Equação 2.32. Descartando-se o fenômeno de plasticidade, tem-se

$$\eta^T \dot{\beta}_1 = B_1 - \eta_{ci} K\gamma - \eta_{ck} \frac{\mu}{H} = B_1$$

Aplicando agora as seguintes condições $\dot{\beta}_1 = 0$; $\beta_1 = 1$; $\beta_2 = \beta_3 = 0$;
 $\varepsilon = \varepsilon_R^T$; $\varepsilon_p = 0$; $T = T_C^T$; $E = E_M$; $\Omega = \Omega_M$ e $L_M = L$ à Equação 2.24,
 obtém-se:

$$0 = \alpha^T \varepsilon_R^T + \frac{(L + L_M^T)}{T_M} (T_C^T - T_M) + \underbrace{\alpha_h^T \left[-2\alpha^T + E_M (\varepsilon_R^T - \alpha_h^T) - \Omega_M (T_C^T - T_0) \right]}_*$$

Considerando apenas o termo assinalado com * e substituindo o resultado encontrado anteriormente para α_h^T , tem-se

$$\left[\varepsilon_R^T - \frac{\alpha^T}{E_M} - \frac{\Omega_M}{E_M} (T_C^T - T_0) \right] + E_M \left\{ \varepsilon_R^T - \left[\varepsilon_R^T - \frac{\alpha^T}{E_M} - \frac{\Omega_M}{E_M} (T_C^T - T_0) \right] \right\} - \Omega_M (T_C^T - T_0)$$

$$\left[\varepsilon_R^T - \frac{\alpha^T}{E_M} - \frac{\Omega_M}{E_M} (T_C^T - T_0) \right] (-\alpha^T) = -\alpha^T \varepsilon_R^T + \frac{\alpha^T{}^2}{E_M} + \alpha^T \frac{\Omega_M}{E_M} (T_C^T - T_0)$$

Voltando à equação completa...

$$\alpha^T \varepsilon_R^T + \frac{(L + L_M^T)}{T_M} (T_C^T - T_M) - \alpha^T \varepsilon_R^T + \frac{\alpha^T{}^2}{E_M} + \alpha^T \frac{\Omega_M}{E_M} (T_C^T - T_0) = 0$$

$$\frac{(L + L_M^T)}{T_M} (T_C^T - T_M) + \frac{\alpha^T}{E_M} + \alpha^T \frac{\Omega_M}{E_M} (T_C^T - T_0) = 0$$

$$T_C^T \left[\frac{(L + L_M^T)}{T_M} + \alpha^T \frac{\Omega_M}{E_M} \right] = L + L_M^T - \frac{\alpha^T}{E_M} + \alpha^T \frac{\Omega_M}{E_M} T_0$$

Desta forma obtém-se T_C^T .

$$T_C^T = T_M \left[\frac{(L + L_M^T) E_M - \alpha^T + \alpha^T \Omega_M T_0}{(L + L_M^T) E_M + \alpha^T \Omega_M T_M} \right] \quad (2.47)$$

Analogamente, porém utilizando a Equação 2.25 e impondo as seguintes condições $\dot{\beta}_2 = 0$; $\beta_2 = 1$; $\beta_1 = \beta_3 = 0$; $\varepsilon = \varepsilon_R^C$; $\varepsilon_p = 0$; $T = T_C^C$; $E = E_M$; $\Omega = \Omega_M$ e $L_M = L$, obtém-se T_C^C .

$$T_C^C = T_M \left[\frac{(L + L_M^C) E_M - \alpha^C - \alpha^C \Omega_M T_0}{(L + L_M^C) E_M - \alpha^C \Omega_M T_M} \right] \quad (2.48)$$

Após a determinação das temperaturas críticas, deseja-se limitar o deslocamento do laço de histerese, para evitar o aparecimento de pseudoelasticidade abaixo de $T_C^{C,T}$. Para isso, as propriedades L_A e L_M devem ser função da temperatura para $T < T_C^{C,T}$. Ou seja, para o caso de tração, os termos envolvendo temperatura da Equação 2.24 devem permanecer constantes para $T < T_C^T$. Assim sendo, tem-se

$$\text{Para } T = T_C^T : \quad \frac{(L + L_M^T)}{T_M} (T_C^T - T_M) - \alpha_h^T \Omega_M (T_C^T - T_0)$$

$$\text{Para qualquer } T < T_C^T : \quad \frac{(L_M(T) + L_M^T)}{T_M} (T - T_M) - \alpha_h^T \Omega_M (T - T_0)$$

Igualando as expressões acima, simplificando e rearrumando os termos...

$$L_M(T) = \frac{(T_C^T - T) (\alpha_h^T \Omega_M T_M - L_M^T) + L (T_M - T_C^T)}{(T_M - T)} \quad (2.49)$$

Assim, define-se $L_M(T)$ da seguinte forma:

$$L_M(T) = \begin{cases} L_M = L, & \text{se } T \geq T_C^T \\ L_M = \frac{(T_C^T - T) (\alpha_h^T \Omega_M T_M - L_M^T) + L (T_M - T_C^T)}{(T_M - T)}, & \text{se } T < T_C^T \end{cases} \quad (2.50)$$

Para que haja coerência, a propriedade $L_A(T)$ deve ser definida de forma que $L_A(T) + L_M(T) = 2L$ para qualquer temperatura. Assim,

$$L_A(T) = \begin{cases} L_A = L, & \text{se } T \geq T_C^T \\ L_A = 2L - \left[\frac{(T_C^T - T) (\alpha_h^T \Omega_M T_M - L_M^T) + L (T_M - T_C^T)}{(T_M - T)} \right], & \text{se } T < T_C^T \end{cases} \quad (2.51)$$

Analogamente, porém utilizando a Equação 2.25, obtém-se $L_M(T)$ e $L_A(T)$ para a compressão.

$$L_M(T) = \begin{cases} L_M = L, & \text{se } T \geq T_C^C \\ L_M = \frac{(T - T_C^C) (\alpha_h^C \Omega_M T_M + L_M^C) + L (T_M - T_C^C)}{(T_M - T)}, & \text{se } T < T_C^C \end{cases} \quad (2.52)$$

$$L_A(T) = \begin{cases} L_A = L, & \text{se } T \geq T_C^C \\ L_A = 2L - \left[\frac{(T - T_C^C) (\alpha_h^C \Omega_M T_M + L_M^C) + L (T_M - T_C^C)}{(T_M - T)} \right], & \text{se } T < T_C^C \end{cases} \quad (2.53)$$

2.3 Procedimentos Numéricos

A seguir, são apresentadas na Tabela 2.1, de maneira simplificada, as equações necessárias à implementação do modelo.

Tabela 2.1 – Resumo das Equações Constitutivas.

$$\sigma = E \left(\varepsilon - \varepsilon_p + \alpha_h^C \beta_2 - \alpha_h^T \beta_1 \right) + \alpha^C \beta_2 - \alpha^T \beta_1 - \Omega (T - T_0)$$

$$\dot{\beta}_1 = \frac{1}{\eta^T} \left\{ \alpha^T (\varepsilon - \varepsilon_p) + \frac{(L_M + L_M^T)}{T_M} (T - T_M) + \beta_2 \left(\alpha_h^C \alpha^T + \alpha_h^T \alpha^C + E \alpha_h^T \alpha_h^C \right) - \right.$$

$$\left. - \beta_1 \left(2 \alpha_h^T \alpha^T + E \alpha_h^T{}^2 \right) + \alpha_h^T \left[E (\varepsilon - \varepsilon_p) - \Omega (T - T_0) \right] - \partial_1 \mathbf{J} \right\} -$$

$$- \frac{\eta_{ci}}{\eta^T} K \gamma - \frac{\eta_{ck}}{\eta^T} \frac{\mu}{H}$$

$$\dot{\beta}_2 = \frac{1}{\eta^C} \left\{ - \alpha^C (\varepsilon - \varepsilon_p) + \frac{(L_M + L_M^C)}{T_M} (T - T_M) + \beta_1 \left(\alpha_h^T \alpha^C + \alpha_h^C \alpha^T + E \alpha_h^C \alpha_h^T \right) - \right.$$

$$\left. - \beta_2 \left(2 \alpha_h^C \alpha^C + E \alpha_h^C{}^2 \right) - \alpha_h^C \left[E (\varepsilon - \varepsilon_p) - \Omega (T - T_0) \right] - \partial_2 \mathbf{J} \right\} -$$

$$- \frac{\eta_{ci}}{\eta^C} K \gamma - \frac{\eta_{ck}}{\eta^C} \frac{\mu}{H}$$

$$\dot{\beta}_3 = \frac{1}{\eta^A} \left\{ - \frac{1}{2} (E_A - E_M) \left(\varepsilon - \varepsilon_p + \alpha_h^C \beta_2 - \alpha_h^T \beta_1 \right)^2 + \frac{(L_A + L_M)}{T_M} (T - T_M) + \right.$$

$$\left. + (\Omega_A - \Omega_M) (T - T_0) \left(\varepsilon - \varepsilon_p + \alpha_h^C \beta_2 - \alpha_h^T \beta_1 \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} (K_A - K_M) \gamma^2 - \left(\frac{1}{2H_A} - \frac{1}{2H_M} \right) \mu^2 - \partial_3 \mathbf{J} \right\} +$$

$$+ \frac{\eta_{ci}}{\eta^A} K \gamma + \frac{\eta_{ck}}{\eta^A} \frac{\mu}{H}$$

$$\dot{\varepsilon}_p = \lambda \operatorname{sign} (\sigma - \mu)$$

$$\dot{\gamma} = \left| \dot{\varepsilon}_p \right| + \eta_{ci} (\dot{\beta}_1 + \dot{\beta}_2 - \dot{\beta}_3)$$

$$\dot{\mu} = H \dot{\varepsilon}_p + \eta_{ck} (\dot{\beta}_1 + \dot{\beta}_2 - \dot{\beta}_3)$$

Uma observação importante concerne às definições adotadas para E , Ω , K e $1/H$, definidas no Item 2.2.1.

Para lidar com as não-linearidades existentes na formulação do problema, a solução do conjunto de equações constitutivas emprega a *técnica de partição do operador* (Ortiz et al., 1983) associada a um procedimento iterativo. Isto permite tratar o problema acoplado a partir de problemas desacoplados. Basicamente, dois problemas são considerados: transformações de fase e elasto-plasticidade.

As transformações de fase são tratadas considerando uma nova partição do operador. Inicialmente, o procedimento isola as subdiferenciais e utiliza o método de *Euler implícito* para calcular as frações volumétricas. Caso os valores calculados não atendam às restrições representadas pelo tetraedro da Figura 2.1, as projeções ortogonais, que representam as subdiferenciais da função indicatriz $\mathbf{J}(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$, se encarregam de projetar as variáveis até o ponto mais próximo da superfície do tetraedro (Figura 2.5), garantindo que as frações volumétricas calculadas obedeam às restrições internas impostas pelo modelo (Savi & Braga, 1993).

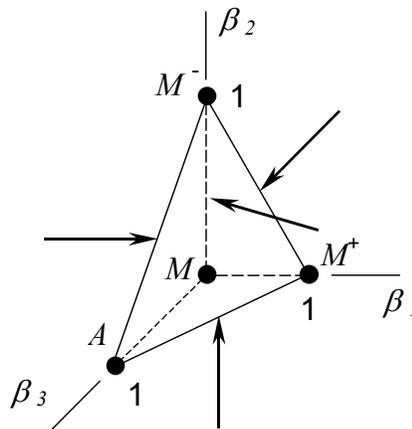


Figura 2.5 – Representação gráfica das subdiferenciais.

O comportamento elasto-plástico é simulado utilizando-se o algoritmo de mapeamento de retorno (*return mapping*), proposto por Simo & Taylor (1986), representado graficamente na Figura 2.6. Neste algoritmo, define-se um estado tentativo, através de um passo preditor elástico, utilizando-se o método de *Euler implícito* nas equações de evolução. Se $f_{n+1}^{teste} \leq 0$, significa que o estado tentativo

2.4 Análise da Sensibilidade dos Parâmetros Associados à Tração e à Compressão

Após o desdobramento das devidas propriedades em uma associada à tração e outra à compressão, é conveniente avaliar os resultados do novo modelo fazendo variar essas propriedades adotando valores distintos para tração e compressão. Além disso, é importante verificar se existe influência da mudança de parâmetros associada a um comportamento sobre o outro. A seguir, faz-se um estudo variando cada uma das seguintes propriedades: α^C , L_M^C , ε_R^C , η_C^T , η_D^T , η_C^C , η_D^C , η_C^A e η_D^A . Para facilitar a análise, consideram-se ensaios pseudoelásticos para a análise dessas propriedades.

Nas simulações são empregadas as propriedades e parâmetros adotados no trabalho de Baêta Neves (2002), que são referentes à tração. Para as novas propriedades referentes à compressão são adotados valores que fornecem resultados qualitativamente coerentes com resultados experimentais (Gall et al, 1999a; Gall et al, 1999b; Gall et al, 2001). Os valores adotados para as diversas propriedades necessárias ao modelo estão relacionados na Tabela 2.2. Os ensaios são conduzidos de forma que as propriedades a serem avaliadas em cada teste têm seus valores mostrados em cada legenda.

Nos testes apresentados, variam-se as propriedades associadas à compressão, mantendo as propriedades associadas à tração constantes. Foram conduzidos testes análogos onde variam-se as propriedades associadas à tração, mantendo as propriedades associadas à compressão constantes. Como a variação das propriedades em ambos os casos apresenta os mesmos resultados, opta-se por apresentar apenas uma gama de resultados (variando as propriedades à compressão).

Tabela 2.2 – Propriedades termomecânicas típicas para uma liga **SMA**
(Baêta Neves, 2002 e Gall et al., 2001).

E_A (GPa)	E_M (GPa)	α^T (MPa)	α^C (MPa)	ε_R^T	ε_R^C
67	26,3	89,42	50	0,067	-0,035
L (MPa)	L_M^T (MPa)	L_M^C (MPa)	$\sigma_Y^{A,i}$ (MPa)	$\sigma_Y^{A,f}$ (MPa)	σ_Y^M (MPa)
200	12	80	690	257,72	200
Ω_A (MPa/K)	Ω_M (MPa/K)	T_M (K)	T_A (K)	T_F (K)	T_0 (K)
0,74	0,17	291,4	307,5	423	298
K_A (GPa)	K_M (GPa)	H_A (GPa)	H_M (GPa)	η_{ci}	η_{ck}
1,4	0,4	0,4	0,11	0	0
η_C^T (MPa.s)	η_D^T (MPa.s)	η_C^C (MPa.s)	η_D^C (MPa.s)	η_C^A (MPa.s)	η_D^A (MPa.s)
0,7	0,4	0,7	0,4	0,7	0,4

Na Figura 2.7, tem-se curvas tensão-deformação para diferentes valores de α^C . Nota-se que a variação nos valores de α^C não influencia o comportamento à tração nem a largura do laço de histerese. Com o aumento do parâmetro α^C , observa-se um aumento na altura do laço de histerese à compressão e um conseqüente aumento (em módulo) da tensão crítica para transformação de fase martensítica e uma redução (também em módulo) da tensão crítica para transformação inversa.

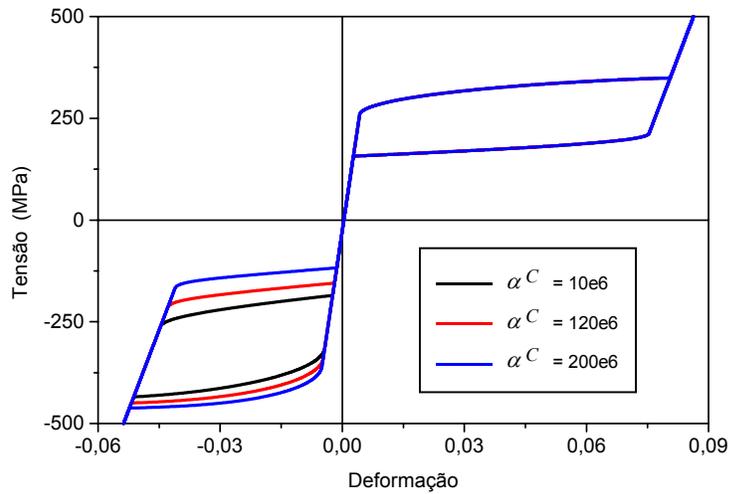


Figura 2.7 – Curvas pseudoelásticas variando α^C .

Na Figura 2.8, são apresentadas curvas tensão-deformação para diferentes valores de L_M^C . Novamente, a variação nos valores de L_M^C não implica alterações nem no comportamento à tração nem na deformação residual máxima à compressão ε_R^C . Com o aumento do parâmetro L_M^C , tem-se um deslocamento do laço de histerese à compressão e uma conseqüente redução (em módulo) das tensões críticas para transformação martensítica e para transformação inversa. Identifica-se, ainda, uma ligeira diminuição na altura do laço de histerese.

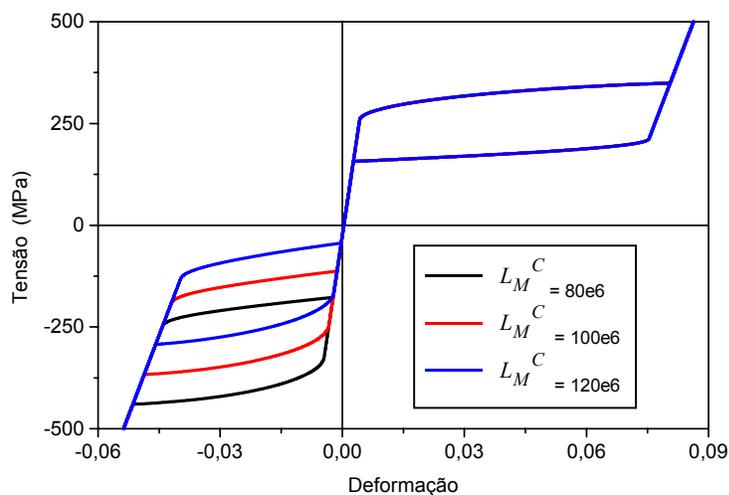


Figura 2.8 – Curvas pseudoelásticas variando L_M^C .

Neste ponto, analisam-se curvas tensão-deformação para diferentes valores de ε_R^C (Figura 2.9). Note que o aumento da deformação residual máxima à compressão acarreta um deslocamento vertical e uma redução na altura do laço de histerese, além do seu aumento horizontal devido ao aumento de ε_R^C . Obviamente, tem-se uma redução (em módulo) das tensões críticas para transformação martensítica e para transformação inversa. Mais uma vez, a variação de ε_R^C não influencia o comportamento à tração.

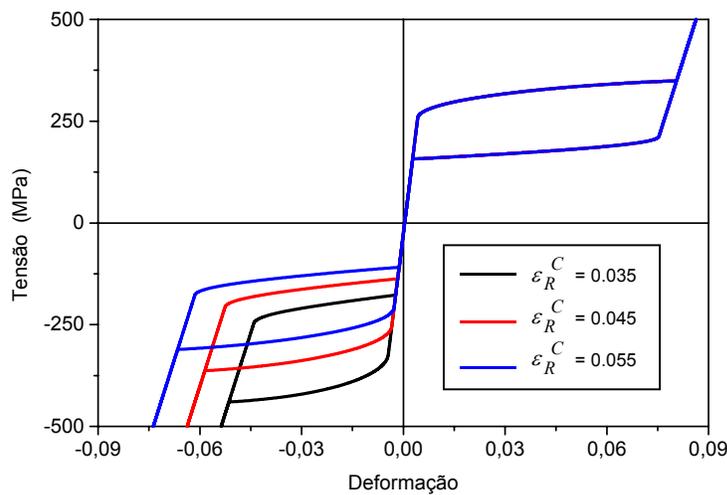


Figura 2.9 – Curvas pseudoelásticas variando ε_R^C .

A seguir, são apresentadas curvas tensão-deformação para diferentes valores dos coeficientes de dissipação (Figura 2.10). Vale lembrar que existem seis parâmetros para controlar a dissipação. Os testes foram conduzidos da seguinte forma: em cada curva, todos os parâmetros responsáveis pela transformação martensítica foram mantidos iguais; analogamente, mantêm-se os parâmetros associados à transformação inversa iguais.

Observa-se que o aumento do parâmetro de dissipação exerce a mesma influência sobre a transformação martensítica e sobre a transformação inversa tanto à tração como à compressão. Ou seja, em ambos os comportamentos não há alteração da deformação residual máxima, nem da tensão crítica para início de transformação de fase. Verifica-se, entretanto, um aumento (em módulo) da tensão crítica para fim de transformação de fase martensítica e uma redução (em

módulo) da tensão crítica para fim de transformação de fase inversa, acarretando uma maior “inclinação” nos trechos de transformação de fase.

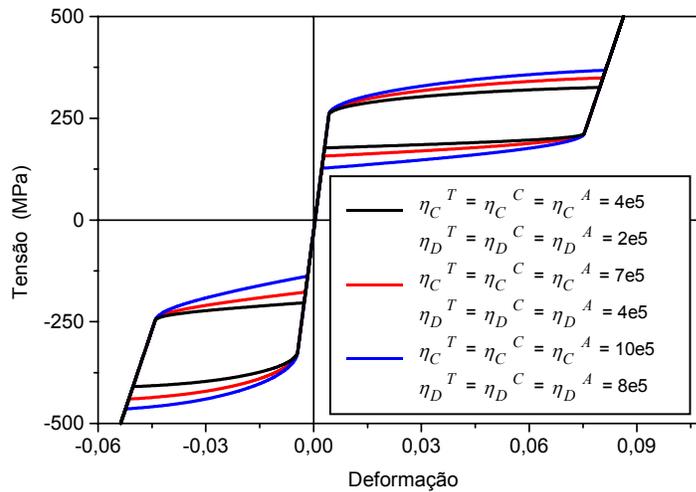


Figura 2.10 – Curvas pseudoelásticas variando os diversos parâmetros de dissipação.

Nos testes a seguir, apresentados na Figura 2.11, variam-se simultaneamente η_C^T (parâmetro que influencia a transformação martensítica na tração) e η_D^C (parâmetro que influencia a transformação inversa na compressão). Os resultados mostram que o aumento do parâmetro η_C^T proporciona um aumento na tensão crítica para transformação martensítica à tração, acarretando um aumento na altura do laço de histerese sem comprometer o comportamento à compressão. Enquanto que o aumento do parâmetro η_D^C tem efeito análogo, ou seja, aumenta (em módulo) a tensão crítica para transformação inversa à compressão com conseqüente redução na altura do laço de histerese e também sem influenciar o comportamento à tração. Resultados análogos são obtidos variando os outros dois parâmetros que controlam as transformações de fase η_D^T (parâmetro que influencia a transformação inversa na tração) e η_C^C (parâmetro que influencia a transformação martensítica na compressão).

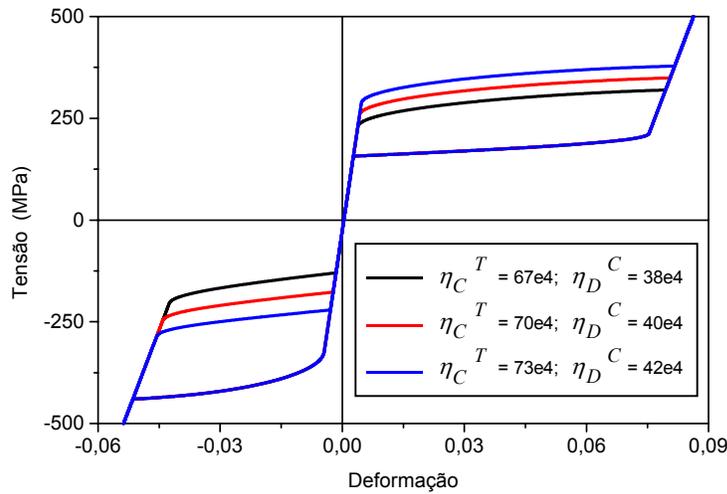


Figura 2.11 – Curvas pseudoelásticas variando η_C^T e η_D^C .

O estudo da influência de cada um dos parâmetros permite criar uma sistemática para ajustes quantitativos com resultados experimentais. Para um ensaio de tração pseudoelástico, por exemplo, pode-se apresentar a seguinte seqüência:

1 – Identificam-se os módulos elásticos (E_A e E_M) e a deformação residual máxima (ε_R^T), já que estas propriedades não são influenciadas pela alteração de outras propriedades. A determinação de ε_R^T já define o tamanho horizontal do laço de histerese;

2 – Faz-se um ajuste aproximado da tensão crítica para início de transformação martensítica através dos parâmetros L e L_M^T . Lembrando que L_M^T e L_M^C são responsáveis pela diferença na tensão crítica à tração e compressão. Portanto, o parâmetro L influencia ambos os comportamentos e deve ter um valor um pouco menor que a menor das tensões críticas (à tração ou à compressão), deixando o ajuste fino da tensão crítica a cargo de L_M^T ;

3 – Faz-se um ajuste aproximado do parâmetro de controle do tamanho vertical do laço de histerese (α^T);

4 – É importante notar que α^T influencia sutilmente a tensão crítica e L_M^T influencia sutilmente o tamanho vertical do loop. Isso pode trazer dificuldades ao

ajuste do laço. O ajuste definitivo do laço de histerese (que envolve seu tamanho vertical e as tensões críticas para início das transformações martensítica e inversa) é feito através da variação dos parâmetros η_C^T , η_C^C e η_C^A (até aqui, os três devem ter o mesmo valor) para a transformação martensítica e η_D^T , η_D^C e η_D^A (novamente, os três devem ter o mesmo valor, podendo ser diferente do valor adotado para η_C^T , η_C^C e η_C^A) para a transformação inversa;

5 – O ajuste das tensões críticas para fim das transformações martensítica e inversa (e conseqüentemente a “inclinação” dos trechos de transformação de fase) é obtido variando o valor de η_C^T e η_D^T em relação a η_C^A e η_D^A , respectivamente.