

Marcello Congro Dias da Silva

# Modelagem Numérica do Comportamento Mecânico de Materiais Compósitos Cimentícios em uma Abordagem Multiescala

### Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Deane de Mesquita Roehl



### Marcello Congro Dias da Silva

# Modelagem Numérica do Comportamento Mecânico de Materiais Compósitos Cimentícios em uma Abordagem Multiescala

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

Prof<sup>a</sup>. Deane de Mesquita Roehl Orientadora Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Prof. Flávio de Andrade Silva Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Prof. Raul Rosas e Silva Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

> Prof<sup>a</sup>. Fernanda Lins Gonçalves Pereira Departamento de Engenharia Civil – UERJ

Prof<sup>a</sup>. Marianna Ansiliero de Oliveira Coelho Departamento de Engenharia Civil – HZ University of Applied Sciences

Rio de Janeiro, 27 de janeiro de 2020.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e dos orientadores.

#### Marcello Congro Dias da Silva

Graduou-se em Engenharia Civil pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio) em 2017. Durante a graduação, foi monitor de disciplinas de Cálculo do CTC (Centro Técnico-Científico) da PUC-Rio. Participou de um projeto de iniciação científica junto ao Departamento de Matemática da PUC-Rio denominado "Equações Diferenciais Parciais & Suas Aplicações". Ingressou na pós-graduação em março de 2018, atuando como monitor das disciplinas de Método dos Elementos Finitos e Resistência dos Materiais I. Desde 2016, atua no Instituto Tecgraf, inicialmente como estagiário e atualmente como especialista técnico do Grupo de Modelagem e Simulação Multifísica.

Ficha Catalográfica

Silva, Marcello Congro Dias da

Modelagem numérica do comportamento mecânico de materiais compósitos cimentícios em uma abordagem multiescala / Marcello Congro Dias da Silva ; orientadora: Deane de Mesquita Roehl. – 2020.

196 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2020. Inclui bibliografia

1. Engenharia Civil e Ambiental - Teses. 2. Método dos elementos finitos. 3. Materiais compósitos. 4. Concreto. 5. Fibras. 6. Análise multiescala. I. Roehl, Deane de Mesquita. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. III. Título.

### **Agradecimentos**

Nestes anos de Mestrado, passei por momentos de muito estudo, dedicação e esforço, mas principalmente de muitos aprendizados: tanto acadêmicos quanto pessoais. Várias pessoas passaram por mim e eu gostaria de expressar aqui minha gratidão a algumas delas.

A Deus, por iluminar todos os meus passos, pela proteção e por sempre me abençoar com tantas graças, permitindo a finalização de mais uma etapa de minha vida;

Aos meus pais, Márcia e Nelson, por tudo que sempre fizeram por mim, ensinandome todos os preciosos valores que me tornaram o ser humano que sou hoje, além do amor, carinho e apoio incondicional de todos os dias;

À minha orientadora, Prof. Deane Roehl, por toda a sua paciência, generosidade, confiança e precisa orientação ao longo deste trabalho, além de todos os ensinamentos, conselhos e oportunidades que me foram concedidas desde a época de Graduação. Agradeço ainda pela oportunidade de fazer parte do Grupo de Modelagem e Simulação Multífisica do Instituto Tecgraf. Obrigado por sempre acreditar em meu trabalho e, sobretudo, por ser um grande exemplo e referencial em minha vida profissional e acadêmica;

Ao Prof. Flávio de Andrade Silva, por todos os incentivos, auxílios e preciosos conselhos dados ao longo deste trabalho e durante todo o curso de Mestrado. Agradeço ainda por todas as oportunidades concedidas e pela confiança que sempre depositou em meu trabalho;

Ao Prof. Raul Rosas e Silva, por todas as assistências e conhecimentos fornecidos ao longo de todo o curso de Mestrado, confirmando meu gosto pela área de modelagem numérica;

À Prof. Fernanda Lins Gonçalves Pereira, por todas as contribuições dadas a este trabalho, além de toda a sua amizade, conselhos e suporte durante todo o período que estou no Tecgraf. E por praticamente topar ir à falência durante os cafezinhos e papos pós-almoço. Obrigado por tudo!

A todos os meus amigos de Mestrado, em especial para Felipe Tourinho, Eric Alves, Fernanda Salgado, Vítor Monteiro, Osmar Alexandre, Ícaro Marques, Lucian Marotta e Chris Weidlich, pela amizade desenvolvida ao longo destes anos, e por todos os bons momentos compartilhados. Vocês são amigos para a vida toda. Sem dúvidas, o apoio e a força de cada um foi fundamental para tornar mais leves estes anos de dedicação e estudo;

A todos os integrantes da equipe de Modelagem e Simulação Multifísica do Instituto Tecgraf, maravilhosa equipe pela qual eu venho fazendo parte ao longo dos últimos três anos e meio, em especial para Cristian Mejía, por toda a sua imensurável paciência e colaboração dada a este trabalho. Obrigado por me auxiliar sempre que necessário (sim, foram muitas vezes!) e tornar possível a conclusão deste projeto;

À Bruna Silveira, minha vizinha de mesa e amiga, por toda a sua amizade, conselhos, suporte e torcida sempre sincera para o meu desenvolvimento pessoal e profissional. Bruninha, obrigado por toda a sua ajuda e apoio!

À Lourdes Souza e Marcelo Teixeira, pelos momentos de descontração, dicas, auxílios, sugestões e trocas de conhecimento fundamentais para as análises desenvolvidas ao longo deste trabalho. Sem todas estas dicas e conselhos, este trabalho não seria o mesmo! Muito obrigado pela ajuda!

Agradeço ainda ao Jeferson Coelho, que auxiliou no desenvolvimento do código de interseção de fibras fundamental para o desenvolvimento de uma das metodologias deste trabalho, a Marlene Morales e Pedro Lobo, por serem sempre tão gentis comigo

desde o momento que iniciei meu trabalho de estagiário no Tecgraf, em meados de 2016.

Á Lara Zanotto, aluna de IC que me auxiliou no desenvolvimento de pontos chave desta dissertação, rodando vários dos meus modelos numéricos e auxiliando em várias outras tarefas. Espero ter contribuído na sua formação e despertado o gosto pela área acadêmica! Obrigado!

A Lucas Repsold, um grande amigo que sempre torceu para o meu crescimento pessoal e profissional, e esteve comigo tanto nos bons quanto nos maus momentos deste período. Seus conselhos e nossas boas risadas foram muito importantes para a conclusão desta etapa. Muito obrigado por tudo!

A Hélio Velez, Luis Paulo Andrioli, Caio Ronscisvalle, Renato Gabriel, Érica Martinho e Renan Hofke, por estarem presentes em mais um momento importante da minha vida, dando todo suporte e apoio, mesmo nas épocas mais árduas e extenuantes do curso de Mestrado;

O presente trabalho foi realizado com apoio com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001;

Ao Instituto Tecgraf, por todas as assistências e ferramentas concedidas, e pelo maravilhoso ambiente de trabalho ao qual eu venho fazendo parte desde a época do meu estágio;

A PUC-Rio, lugar que, sem dúvidas, é a minha segunda casa. Agradeço por todos os momentos e oportunidades que me foram concedidas desde os tempos da Graduação. Vivenciei dentro desta Universidade momentos inesquecíveis e de grande importância para meu crescimento pessoal e profissional, aos quais estarão eternamente atrelados à minha história. É sempre muito bom estar aqui. Muito obrigado!

#### Resumo

Silva, Marcello Congro Dias da; Roehl, Deane de Mesquita (Orientadora). **Modelagem Numérica do Comportamento Mecânico de Materiais Compósitos Cimentícios em uma Abordagem Multiescala**. Rio de Janeiro, 2020. 196p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Nos últimos anos, os materiais compósitos cimentícios vêm ganhando destaque na indústria da construção civil. Suas excelentes propriedades mecânicas e contribuição para o controle de propagação de fissuras são um atrativo para seu emprego como material de construção. No entanto, normas técnicas para projeto envolvendo estes materiais e estruturas ainda não são consagradas. Uma melhor compreensão do comportamento de materiais cimentícios com adição de fibras requer o estudo de suas fases e da interação entre elas. Análises em diferentes escalas possibilitam esta representação. Tensões e deformações, dano e iniciação de fissuras ocorrem na escala das heterogeneidades e ajudam a explicar e prever o comportamento do concreto em uma escala macroscópica. A modelagem e simulação do comportamento destes compósitos é complexa e desafiadora. Para tal, é necessário definir os principais mecanismos que descrevem o comportamento do material de modo a escolher a descrição matemática adequada. Esta dissertação propõe metodologias para a modelagem numérica multiescala de materiais compósitos cimentícios. A partir de informações obtidas na escala do material, busca-se compreender melhor o comportamento global do compósito. Para isto, serão desenvolvidos métodos numéricos e computacionais baseados no Método dos Elementos Finitos, em técnicas de Inteligência Artificial e nos conceitos da Mecânica do Dano Computacional. Na macroescala, um modelo contínuo equivalente é desenvolvido através de técnicas probabilísticas e de Inteligência Artificial. Na mesoescala, duas abordagens são propostas. A primeira inclui as fibras através de elementos de interface, e a segunda através de um novo elemento compósito fibramatriz. Os modelos desenvolvidos permitem avaliar a evolução do dano, o processo de propagação de fissuras, e o comportamento global carga-deslocamento do

compósito até a ruptura. Resultados experimentais da literatura suportam as conclusões do trabalho.

### **Palavras-chave**

Método dos Elementos Finitos; Materiais Compósitos; Concreto; Fibras; Análise Multiescala.

### Abstract

Silva, Marcello Congro Dias da; Roehl, Deane de Mesquita (Advisor). Numerical Modeling of the Mechanical Behavior of Cement Composite Materials in a Multiscale Approach. Rio de Janeiro, 2020. 196p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In recent years, fiber reinforced cement-based materials have gained relevance in the civil engineering industry. Due to its excellent mechanical properties and contribution to crack propagation control, there is a great appeal to its usage as a construction material. However, technical standards for fiber reinforced concrete are still not established. A better understanding of the behavior of cement composite materials requires the representation of the material phases and their interfacial behavior. Stresses and strain distributions, damage evolution and fracture initiation develop at the observation scale of the heterogeneities and help to explain and predict the behavior of concrete at a macroscopic level. The numerical modeling of these composites emerge as challenging and complex problems. For this, it is necessary to define the main mechanisms that describe the material behavior in order to choose the proper mathematical formulation. This dissertation proposes methodologies for the numerical modeling of cement composite materials in a multiscale approach. From the information obtained at the material scale, this work aims at assessing the global behavior of the composite. Numerical and computational procedures will be developed based on the Finite Element Method, Artificial Intelligence techniques and concepts of Computational Damage Mechanics. At the macroscale, an equivalent continuum model is developed through probabilistic and Artificial Intelligence techniques. At the mesoscale, two approaches are proposed. The first includes the fibers through interface elements. The second adopts a new fiber-matrix composite element. With the models developed here, it is possible to evaluate damage evolution, fracture propagation patterns, load-displacement global behavior of the composite upto failure. Experimental results from the literature give support to the conclusions.

# Keywords

Finite Element Method; Composite Materials; Concrete; Fibers; Multiscale Analysis.

# Sumário

1 Introdução	
1.1. Panorama Geral	
1.2. Motivação e Justificativa	
1.3. Objetivos	
1.4. Organização da Dissertação	
2 Materiais Compósitos Cimentícios com Adição de Fibras	
2.1. Histórico e Antecedentes	
2.2. Estrutura dos Materiais Compósitos Cimentícios	41
2.2.1. Matriz Cimentícia	
2.2.2. Reforço Fibroso	44
2.2.3. Interface Fibra-Matriz	
2.3. Eficiência do Reforço Fibroso	
2.4. Comportamento Elastoplástico	
2.5. SHCC (Strain-Hardening Cementitious Composites)	60
3 Modelos Numéricos para Representação Multiescala do CRF	65
3.1. Modelagem e Simulação Multiescala	65
3.2. Visão Multiescala do Concreto com Fibras	67
3.3. Modelos Numéricos para a Análise Multiescala	70
3.3.1. Macroescala	71
3.3.2. Mesoescala	74
3.4. Modelos Numéricos para Representação de Fraturas	77
4 Análise Macroescala de Materiais Compósitos Cimentícios	80
4.1. Ideia Geral	80
4.2. Metodologia Macroescala 1 - Técnicas Probabilísticas	81
4.3. Metodologia Macroescala 2 - Técnicas de Inteligência Computacional – Redes	
Neurais Artificiais (RNAs)	

4.3.1. Análise de Sensibilidade96
5 Análise Mesoescala de Materiais Compósitos Cimentícios107
5.1. Ideia Geral
5.2. Modelo na Mesoescala
5.3. Efeito da Rigidez das Fibras109
5.4. Abordagens na Mesoescala114
5.4.1. Metodologia Mesoescala 1: Elementos de Interface Coesivos115
5.4.2. Metodologia Mesoescala 2: Formulação Compósita120
6 Aplicações134
6.1. Macroescala
6.1.1. Concreto com 1% de teor volumétrico de fibras e razão
de aspecto 80 (Marangon, 2011)
6.1.2. Concreto com 1,25% de teor volumétrico de fibras e razão
de aspecto 65 (Marangon, 2011)
6.1.3. Concreto com 1,5% de teor volumétrico de fibras e razão
de aspecto 65 (Marangon, 2011)
6.1.4. Concreto com 2% de teor volumétrico de fibras de aço e razão
de aspecto 65 (Pereira, 2017)
6.1.5. Concreto com 0,5% de teor volumétrico de fibras de aço e razão
de aspecto 45 (Silveira, 2018)144
6.2. Mesoescala
6.2.1. Metodologia Mesoescala 1 - Elementos de Interface Coesivos
6.2.2. Metodologia Mesoescala 2 - Formulação Compósita153
7 Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros177
7.1. Conclusões
7.2. Sugestões para Trabalhos Futuros
8 Referências Bibliográficas183

# Lista de Figuras

Figura 1.1 - Representação esquemática das múltiplas escalas de observação para o	
concreto com fibras	28
Figura 2.1 - Produção de blocos de adobe pelos povos da Antiguidade Clássica	
(Maspero, 2004).	34
Figura 2.2 – Linha do tempo com principais marcos históricos no estudo do concreto	
com fibras (Adaptado de Naaman, 2018)	36
Figura 2.3 - Exemplo de patente criada por Weakley para o concreto com fibras	
(Weakley, 1912).	37
Figura 2.4 - Exemplo de patente criada por Constantinesco para o concreto com fibras	
(Constantinesco, 1943, 1954)	
Figura 2.5 - Mecanismos de falha em compósitos do tipo SHCC: (a) arrancamento da	
fibra em função da perda de contato com a matriz cimentícia e (b) detalhe da fibra	
arrancada e danificada (Adaptado de Jun & Mechtcherine, 2010)	40
Figura 2.6 - Estrutura de um material compósito cimentício (Adaptado de Naaman,	
2018)	42
Figura 2.7 - Detalhe de uma seção de matriz cimentícia de concreto com fibras no	
microscópio (Betterman et al., 1995).	43
Figura 2.8 - Tipos de fibras e suas respectivas dispersões na matriz de cimento	
(Congro et al., 2018)	44
Figura 2.9 - Representação esquemática da interface fibra-matriz (Adaptado de	
Salvador, 2013)	49
Figura 2.10 - Imagem de microscopia eletrônica indicado o controle de fissuração	
desempenhado pelas fibras no interior do concreto (Savastano Jr et al., 2009)	50
Figura 2.11 - Ilustração representativa do fenômeno da ponte de transferência de	
tensões realizadas pelas fibras em uma viga de concreto com fibras discretas	
aleatoriamente dispersas	51
Figura 2.12 - Representação das etapas de distribuição de tensões ao longo de uma	
fibra interceptando uma fissura (Adaptado de Salvador, 2013).	52

53
54
56
58
59
60
62
64
66
67
69
70
72
75

Figura 3.7 - Representação da rotação do material nas ligações entre fissuras: (a) caso	
numérico utilizando o modelo Lattice e (b) trajetória de fissuração esperada (Van	
Mier & Vervuurt, 1995).	77
Figura 3.8 - (a) Fratura de comprimento a em um plano infinito submetida a uma	
tensão vertical uniforme $\sigma$ ; (b) Distribuição de tensões normais ao longo da fratura	
(Adaptado de Khoei, 2014).	78
Figura 4.1 - Representação esquemática da metodologia empregada para as	
simulações da macroescala realizadas neste trabalho	81
Figura 4.2 - Representação esquemática da distribuição aleatória de fibras na matriz	
cimentícia, gerando múltiplos comportamentos globais de carga-deslocamento para	
uma estrutura na macroescala	82
Figura 4.3 - Funções de distribuição de probabilidade utilizadas na abordagem	
probabilística deste trabalho	84
Figura 4.4 - Representação ilustrativa da atribuição de propriedades aleatórias aos	
elementos da região central do modelo na macroescala	85
Figura 4.5 - Esquema de trabalho das simulações na macroescala com a abordagem	
probabilística realizada durante este trabalho	86
Figura 4.6 - Exemplo de arquitetura básica de uma rede neural artificial	
Figura 4.7 - Representação de um modelo artificial de neurônio	
Figura 4.8 - Esquema de trabalho para a metodologia empregada na macroescala	
utilizando a abordagem de redes neurais artificiais	91
Figura 4.9 - Arquitetura utilizada para as três redes neurais desenvolvidas neste	
trabalho	93
Figura 4.10 – Valores de regressão global (R <sup>2</sup> ) obtidos para: (a) Rede 1; (b) Rede 2;	
(c) Rede 3	96
Figura 4.11 - Modelo genérico de um processo (Adaptado de Montgomery, 2013)	97
Figura 4.12 - Esquema de trabalho para a análise de sensibilidade proposta neste	
trabalho	99
Figura 4.13 – Distribuição dos pontos que compõem a base de dados da rede neural	
artificial desenvolvida neste trabalho	100

Figura 4.14 - Superfície de resposta para o módulo de elasticidade considerando o	
fator água-cimento (-) e o teor volumétrico das fibras de aço (%) como variáveis	
independentes.	
Figura 4.15 - Superfície de resposta para o módulo de elasticidade (MPa)	
considerando o comprimento e o diâmetro da fibra de aço (mm) como variáveis	
independentes.	
Figura 4.16 - Superfície de resposta para a resistência à tração (MPa) considerando o	
fator água-cimento (-) e o teor volumétrico das fibras (%) como variáveis	
independentes	
Figura 4.17 - Superfície de resposta para a resistência à tração (MPa) considerando o	
comprimento e o diâmetro da fibra de aço (mm) como variáveis independentes	
Figura 4.18 - Superfície de resposta para a energia de fratura (N/mm) considerando o	
fator água-cimento (-) e o teor volumétrico das fibras (%) como variáveis	
independentes.	
Figura 4.19 - Superfície de resposta para a energia de fratura (N/mm) considerando o	
comprimento e o diâmetro das fibras (mm) como variáveis independentes	
Figura 5.1 - Representação dos constituintes do concreto com fibras considerados	
para as simulações mesoescala deste trabalho	
Figura 5.2 - Bloco de concreto utilizado nas simulações numéricas para verificação	
do efeito de rigidez da fibra	110
Figura 5.3 - Mapa de tensões horizontais para as simulações prova de conceito	
considerando: (a) matriz cimentícia homogênea; (b) matriz com fibra a 90°; (c) matriz	
com fibra a 30°.	111
Figura 5.4 - Mapa de tensões verticais para as simulações prova de conceito	
considerando: (a) matriz cimentícia homogênea; (b) matriz com fibra a 90°; (c) matriz	
com fibra a 30°	111
Figura 5.5 - Mapa de tensões cisalhantes para as simulações prova de conceito	
considerando: (a) matriz cimentícia homogênea; (b) matriz com fibra a 90°; (c) matriz	
com fibra a 30°	
Figura 5.6 - Gráficos de carga-deslocamento para os quatro cenários simulados para	
análise do efeito da rigidez da fibra	

Figura 5.7 - Elementos de interface inseridos entre os elementos planos para
representação de fraturas115
Figura 5.8 - Modelo constitutivo dos elementos de interface coesivos (Congro et al.,
2019)
Figura 5.9 - Geometria simplificada da fibra no espaço tridimensional
Figura 5.10 - Geometria simplificada da fibra no espaço tridimensional
Figura 5.11 - Fluxo de trabalho resumido para as simulações da primeira
metodologia na mesoescala, utilizando elementos de interface coesivos
Figura 5.12 - Exemplo de modelagem de concreto têxtil onde a metodologia dos
elementos dissimilares é frequentemente empregada121
Figura 5.13 - Etapas para implementação do método do mestre-escravo para
múltiplos GLs
Figura 5.14 - Elemento sólido linear Q4 atravessado por uma fibra e seus respectivos
graus de liberdade no plano124
Figura 5.15 - Funções de forma para o elemento Q4126
Figura 5.16 - Alterações nas entradas da matriz de transformação [T] para várias
configurações da fibra
Figura 5.17 - Representação esquemática da contribuição de rigidez da matriz e da
fibra para obtenção da rigidez global do elemento finito proposto para a formulação
compósita deste trabalho
Figura 5.18 - Estrutura geral da implementação computacional de elementos finitos
utilizada para a segunda abordagem na mesoescala deste trabalho
Figura 5.19 - Numeração adotada para os nós e arestas de cada elemento utilizando a
formulação dos elementos dissimilares
Figura 5.20 - Numeração adotada para os nós e arestas de cada elemento utilizando a
formulação dos elementos dissimilares132
Figura 5.21 – Discretização de um modelo hipotético considerando as formulações
mesoescala propostas neste trabalho: (a) formulação com elementos de interface
coesivos; (b) formulação compósita133
Figura 6.1 - Corte e vista lateral do ensaio de tração direta realizado por Marangon
(Marangon, 2011)

Figura 6.2 - (a) Representação esquemática com as dimensões dos corpos de prova	
para os ensaios de tração direta (em milímetros); (b) Exemplos de algumas amostras	
utilizadas para os ensaios experimentais de Marangon (2011)	38
Figura 6.3 - Setup para o ensaio de tração direta de Marangon (Marangon, 2011)13	38
Figura 6.4 - Exemplo de modelo utilizado para a simulações computacionais dos	
ensaios de tração direta deste trabalho1	39
Figura 6.5 - Gráfico carga-deslocamento para as simulações de tração direta	
utilizando as metodologias probabilísticas e de Inteligência Artificial (ANN) na	
macroescala para o Ensaio 114	40
Figura 6.6 - Gráfico carga-deslocamento para as simulações de tração direta	
utilizando as metodologias probabilísticas e de Inteligência Artificial (ANN) na	
macroescala para o Ensaio 214	41
Figura 6.7 - Gráfico carga-deslocamento para as simulações de tração direta	
utilizando as metodologias probabilísticas e de Inteligência Artificial (ANN) na	
macroescala para o Ensaio 314	42
Figura 6.8 - Máquina de ensaio e setup para o ensaio de tração direta de Pereira	
(Pereira, 2017)	43
Figura 6.9 - Gráfico carga-deslocamento para as simulações de tração direta	
utilizando as metodologias probabilísticas e de Inteligência Artificial (ANN) na	
macroescala para o Ensaio 414	44
Figura 6.10 - Representação esquemática dos LVDTs para o ensaio de tração direta	
de Silveira (Silveira, 2018)	45
Figura 6.11 - Gráfico carga-deslocamento para as simulações de tração direta	
utilizando as metodologias probabilísticas e de Inteligência Artificial (ANN) na	
macroescala para o Ensaio 514	46
Figura 6.12 - Malha de elementos finitos na região central do modelo de corpo de	
prova para tração direta. Distribuição randômica das fibras e trajetórias de fratura	
para: (a) modelo aleatório 1; (b) modelo aleatório 214	49
Figura 6.13 – Mecanismos de descolamento presentes no gráfico tensão-deformação	
para um ponto de Gauss de um elemento de fibra (elemento de interface)	
considerando a primeira metodologia mesoescala deste trabalho1	50

Figura 6.14 - Curvas de carga-deslocamento para o ensaio experimental de Marangon	
(2011) e a validação com os modelos da mesoescala utilizando elementos de interface	
coesivos	151
Figura 6.15 - Curvas de carga-deslocamento para o ensaio experimental de Marangon	
(2011) e a validação com os modelos da mesoescala utilizando elementos de interface	
coesivos e da macroescala utilizando as distribuições probabilísticas normal	
(macroescala 1), lognormal (macroescala 2) e logística (macroescala 3)	152
Figura 6.16 - (a) Distribuição aleatória de quarenta fibras em uma região retangular;	
(b) detalhes esquemáticos do primeiro modelo de testes da formulação compósita	153
Figura 6.17 - Deslocamentos horizontais (mm): (a) matriz cimentícia homogênea; (b)	
formulação compósita com a presença das fibras.	154
Figura 6.18 - Deslocamentos verticais (mm): (a) matriz cimentícia homogênea; (b)	
formulação compósita com a presença das fibras.	154
Figura 6.19 - Malha de elementos finitos desenvolvida em um simulador comercial	
com destaque para os elementos cortados por fibras e que apresentam propriedades	
equivalentes.	157
Figura 6.20 – Deslocamentos horizontais (mm) com discretização de 100 elementos:	
(a) formulação compósita; (b) resultados do simulador comercial com propriedades	
equivalentes.	158
Figura 6.21 – Deslocamentos verticais (mm) com discretização de 100 elementos:	
(a) formulação compósita; (b) resultados do simulador comercial com propriedades	
equivalentes.	
Figura 6.22 – Deslocamentos horizontais (mm) com discretização de 400 elementos:	
(a) formulação compósita; (b) resultados do simulador comercial com propriedades	
equivalentes.	
Figura 6.23 – Deslocamentos verticais (mm) com discretização de 400 elementos:	
(a) formulação compósita; (b) resultados do simulador comercial com propriedades	
equivalentes.	159
Figura 6.24 – Deslocamentos horizontais (mm) com discretização de 900 elementos:	
(a) formulação compósita; (b) resultados do simulador comercial com propriedades	
equivalentes.	160

Figura 6.25 – Deslocamentos verticais (mm) com discretização de 900 elementos:	
(a) formulação compósita; (b) resultados do simulador comercial com propriedades	
equivalentes.	160
Figura 6.26 – Deslocamentos horizontais (mm) com discretização de 1600 elementos:	
(a) formulação compósita; (b) resultados do simulador comercial com propriedades	
equivalentes	161
Figura 6.27 – Deslocamentos verticais (mm) com discretização de 1600 elementos:	
(a) formulação compósita; (b) resultados do simulador comercial com propriedades	
equivalentes	161
Figura 6.28 - Localização e coordenadas (em mm) dos nós de referência A, B e C	
para avaliação dos deslocamentos horizontais e verticais nos testes de convergência	
de malha	162
Figura 6.29 – Testes de convergência de malha para os nós de referência A, B e C: (a)	
deslocamentos horizontais; (b) deslocamentos verticais	162
Figura 6.30 - Distribuição aleatória de fibras para a representação na mesoescala do	
ensaio de tração direta de Marangon (2011), utilizando a formulação compósita	164
Figura 6.31 - Comparação da trajetória de fissuras: (a) utilizando a abordagem com	
elementos de interface coesivos; (b) utilizando a abordagem com a formulação	
compósita; (c) trajetória de fissuras obtidas em laboratório	166
Figura 6.32 - Curvas carga-deslocamento para o comportamento global do compósito	
utilizando as diversas abordagens multiescala para o ensaio de Marangon (2011)	167
Figura 6.33 - Evolução da variável de dano nos elementos coesivos em cada ponto de	
Gauss da região central do modelo de Marangon (2011)	168
Figura 6.34 - Distribuição aleatória de fibras para a representação na mesoescala do	
ensaio de tração direta de Silveira (2018), utilizando a formulação compósita	169
Figura 6.35 - Curvas carga-deslocamento para o comportamento global do compósito	
utilizando as diversas abordagens multiescala deste trabalho para o ensaio de Silveira	
(2018)	170
Figura 6.36 - Mecanismos da mesoescala refletidos no comportamento global de	
carga-deslocamento do compósito para o ensaio de tração direta de Silveira (2018)	
para metodologia mesoescala 1	171

Figura 6.37 - Distribuição aleatória de fibras para a representação na mesoescala do	
ensaio de flexão em quatro pontos, utilizando a formulação compósita	172
Figura 6.38 - Curvas carga-deslocamento para o comportamento global do compósito	
utilizando algumas abordagens multiescala deste trabalho para o ensaio de flexão em	
4 pontos de Marangon (2011)	174
Figura 6.39 - Evolução da variável de dano para o ensaio de flexão em 4 pontos	
utilizando a formulação compósita deste trabalho	174
Figura 6.40 - Curvas carga-deslocamento para o comportamento global do compósito	
variando-se a quantidade de fibras e utilizando a formulação compósita para o ensaio	
de flexão em 4 pontos	175

# Lista de Tabelas

Tabela 2.1 - Propriedades das fibras e matriz de cimento (Bentur e Mindess, 2007	
apud Figueiredo, 2000)	47
Tabela 2.2 - Valores de fatores de eficiência em função da direção da fibra (Hannant,	
1978 apud Figueiredo, 2011)	57
Tabela 4.1 - Configurações e dados de arquitetura para as três redes utilizadas neste	
trabalho	93
Tabela 4.2 - Limites superiores e inferiores para os dados de entrada da RNA	94
Tabela 5.1 - Comparação dos valores de rigidez obtidos a partir das simulações	
computacionais de prova de conceito	.113
Tabela 5.2 - Estrutura de dados para um exemplo hipotético da formulação compósita	
desenvolvida neste trabalho	.131
Tabela 6.1 - Ensaios experimentais da literatura utilizados como testes de validação	
para avaliar as metodologias macroescala propostas neste trabalho	.135
Tabela 6.2 - Valores de média e desvio padrão do parâmetro de resistência à tração	
aleatoriamente dispersos nos elementos do modelo numérico pela abordagem	
probabilística	.136
Tabela 6.3 - Parâmetros estimados pela rede neural e erros relativos percentuais	
quando comparados com os resultados experimentais	.136
Tabela 6.4 - Propriedades mecânicas da matriz cimentícia para os exemplos da	
primeira metodologia mesoescala utilizada neste trabalho	.148
Tabela 6.5 - Propriedades mecânicas das fibras de aço para os exemplos da primeira	
metodologia mesoescala utilizada neste trabalho	.148
Tabela 6.6 - Propriedades mecânicas da matriz cimentícia e das fibras referentes ao	
ensaio de tração direta de Marangon (2011) para a segunda metodologia mesoescala	
utilizada neste trabalho	.165
Tabela 6.7 - Propriedades mecânicas da matriz cimentícia e das fibras referentes ao	
ensaio de tração direta de Silveira (2018) para a segunda metodologia mesoescala	
utilizada neste trabalho	.169

Tabela 6.8 - Propriedades mecânicas da matriz cimentícia e das fibras referentes ao	
ensaio de flexão em 4 pontos de Marangon (2011) para a segunda metodologia	
mesoescala utilizada neste trabalho.	173

### Lista de Abreviaturas

2D	Bidimensional ou Duas Dimensões
3D	Tridimensional ou Três Dimensões
CAD-FRC	Concreto de Alto Desempenho com Adição de Fibras
CCC	Circumscribed Central Composite Design
CEPED	Centro de Pesquisa e Desenvolvimento
CH	Hidróxido de cálcio
CMC	Matriz Cerâmica
CRF	Concreto com Adição de Fibras
CSH	Silicato de cálcio hidratado
DOE	Planejamento de Experimentos
ECC	Engineered Cementitious Composites
EVR/RVE	Elemento de Volume Representativo
GL	Grau de liberdade
HDEDCC	Materiais Compósitos Cimentícios de Ultra Desempenho com
ΠΓΓΚΟΟ	Adição de Fibras
IA	Inteligência Artificial
ITZ	Zona de Transição Interfacial
LVDT	Transdutor Diferencial Variável Linear
MEF	Método dos Elementos Finitos
MFC	Mecânica da Fratura Coesiva
MMC	Matriz Metálica
PE	Polietileno
PMC	Matriz Polimérica
PVA	Acetato de Polivinila
RNA	Redes Neural Artificial
RSM	Metodologia da Superfície de Resposta
SHCC	Strain-Hardening Cementitious Composites
XFEM	Método dos Elementos Finitos Estendidos

# Lista de Símbolos e Variáveis

γ	Razão de aspecto da fibra
$[K]_f$	Matriz de rigidez da fibra no sistema de coordenadas local
[ <i>T</i> ] <sub>orient</sub> / [T]*	Matriz de Transformação
$[\widetilde{K}]$	Matriz de rigidez da fibra no sistema de coordenadas global
$\Delta_1$	Salto de deslocamentos no Modo I de abertura de fissuras
$\Delta_2$	Salto de deslocamentos no Modo II de abertura de fissuras
$\overline{\Delta_3}$	Salto de deslocamentos no Modo III de abertura de fissuras
٨	Deslocamento tangencial considerando o salto de deslocamentos
$\Delta_{shear}$	nos Modos II e III de abertura de fissuras.
$E_c$	Módulo de elasticidade da matriz de cimento
$E_f$	Módulo de elasticidade da fibra
$K_n$	Rigidez normal de um elemento de interface coesivo
$K_t$	Rigidez tangencial de um elemento de interface coesivo
$V_t$	Volume total
$V_{uf}$	Volume unitário de uma fibra
$f_{ii}(\theta)$	Função da tensão normal em função do ângulo da trinca
$f_t$	Resistência à tração
$f_t^c / f_t^m$	Resistência à tração da matriz de cimento
$f_t^f$	Resistência à tração da fibra
û	Deslocamentos mestres
ŷ	Valor estimado de y <sub>i</sub>
$\overline{y}$	Média de valores observados
$y_i$	Valor amostral
$eta_i$	Constantes reais
$\delta_0$	Deslocamento inicial
$\delta_{f}$	Deslocamento final
$\delta_n$	Deslocamento final normal
$\delta_{nc}$	Deslocamento relativo crítico normal
$\delta_t$	Deslocamento final tangencial
$\delta_{tc}$	Deslocamento relativo crítico tangencial
$\{\varepsilon\}$	Vetor de deformações de um dado elemento
$\sigma_{\!f}$	Tensão de tração durante o arrancamento da fibra
$\sigma_{fu}$	Tensão de tração última antes da ruptura da fibra
$\sigma_{ij}$	Tensão atuante na ponta da trinca
$\sigma_{m {lpha} x}$	Tensão máxima
$\sigma_n$	Resistência normal de um dado elemento
$ au_{au}$	Resistência ao cisalhamento na interface fibra-matriz

$ au_{fu}$	Resistência ao cisalhamento última na interface fibra-matriz
[D]	Matriz constitutiva do elemento
[K]	Matriz de rigidez no sistema global
[N]	Matriz das funções de forma de um dado elemento
{c}	Vetor com as forcas atuantes em um dado sólido
{F}	Vetor de forças externas
{u}	Vetor de deslocamentos nodais
Ac	Área da matriz cimentícia
$A_{f}$	Área da fibra
D	Variável de dano
Е	Módulo de Elasticidade
E(y)	Valor esperado da variável aleatória y
E <sub>eq</sub>	Módulo de elasticidade equivalente do material
$f_t^{eq}$	Resistência à tração equivalente do material
k	Constante real
$\mathbf{K}_{0}$	Coeficiente de rigidez de um elemento
L	Comprimento da fibra
L <sub>crit</sub>	Comprimento crítico da fibra
n	Número de fibras na seção
Р	Carga aplicada
R	Raio da trinca
R <sup>2</sup>	Coeficiente de determinação
$V_{crit}$	Volume crítico de fibras
$V_{\mathrm{f}}$	Volume de fibras
$V_{m}$	Volume da matriz cimentícia
W <sub>nj</sub>	Pesos associados às conexões da rede neural artificial.
Yi	Variável aleatória
λ	Norma do tensor de deslocamentos
$\Phi$	Diâmetro associado da fibra
SQ <sub>resíduos</sub>	Soma dos quadrados dos resíduos
$SQ_{total}$	Soma dos quadrados total
u	Deslocamentos escravos
ν	Coeficiente de Poisson
α	Fator de amolecimento
δ	Deslocamento associado
heta	Angulo formado com o eixo horizontal
σ	Vetor de tensões internas de um dado elemento
arphi	Teor volumétrico de fibras
ω	Fronteira do elemento de volume representativo
З	Tensor de deformações
σ	Tensor de tensões

"Não é o que fazemos, mas quanto de amor colocamos naquilo que fazemos."

Madre Teresa de Calcutá

### 1 Introdução

#### 1.1. Panorama Geral

O concreto é um dos materiais mais utilizados mundialmente na indústria da construção civil, especialmente devido à sua versatilidade e adaptabilidade. Nos últimos anos, diversos pesquisadores e engenheiros estruturais vêm estudando técnicas numéricas para representação e entendimento do comportamento mecânico de estruturas e dos seus materiais. Desta maneira, a simulação computacional constitui uma etapa de forte relevância em Engenharia nos tempos atuais, uma vez que se torna uma ferramenta de análise e validação indispensável ao trabalho de engenheiros e pesquisadores.

Sob um ponto de vista mais geral, isto é, em uma escala mais ampla e exterior de observação, o concreto com adição de fibras é muitas vezes considerado um material homogêneo e isotrópico. Contudo, ao observar o material em uma escala de observação mais próxima, tem-se um material altamente heterogêneo e de comportamento complexo, uma vez que é formado por múltiplas fases, como a pasta de cimento, fibras, agregados finos, vazios e poros capilares, conforme indica a Figura 1.1.



Figura 1.1 - Representação esquemática das múltiplas escalas de observação para o concreto com fibras.

Neste sentido, ressalta-se o comportamento não-linear do material, variando de acordo com as propriedades e características de cada uma de suas respectivas fases constituintes. Dada a presença do reforço fibroso junto à matriz cimentícia, é necessário considerar os efeitos das heterogeneidades no comportamento mecânico do material. Consequentemente, isto afeta não só o comportamento mecânico, como ainda os mecanismos de dano, que ocorrem de forma distinta nestes compósitos se comparados aos concretos convencionais (Suryanto *et al.*, 2008).

Com o avanço das técnicas computacionais, métodos multiescala foram desenvolvidos e tornaram-se poderosas ferramentas para se compreender de forma mais clara os fenômenos térmicos, hidráulicos, mecânicos e químicos que ocorrem nas diferentes escalas de observação de um dado material. No caso dos materiais compósitos cimentícios, alvos de estudo deste trabalho, as metodologias numéricas frequentemente utilizam o Método dos Elementos Finitos (MEF) para simulação do comportamento mecânico do mesmo. Alguns outros métodos menos usuais também são citados na literatura para modelagem desses materiais, tais como o Método dos Elementos Discretos, Método das Diferenças Finitas e Modelos Lattice (Wang *et al.*, 2019; Jin *et al.*, 2016).

Em virtude de seu comportamento complexo e característica multifásica, há a necessidade de representar as escalas interfaciais dos materiais. No caso do concreto com fibras, esta interação ocorre entre as fibras e a matriz cimentícia. O fenômeno da ponte de transferência de tensões nas mais variadas escalas de observação é determinante para se avaliar o comportamento global deste material heterogêneo. Poucos trabalhos tratam deste tema, uma vez que um bom entendimento da interação requer estudos experimentais e observação dos fenômenos em uma escala mais reduzida, com um elevado controle das condições de ensaio.

No Programa de Pós-Graduação de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio, diversos trabalhos vêm sendo desenvolvidos na linha de pesquisa de Materiais Cimentícios Avançados, buscando aprofundar o conhecimento sobre o comportamento de concreto com adição de fibras entre outros materiais. Pesquisas em laboratório são conduzidas para a análise do comportamento pós-fissuração de compósitos cimentícios com adição de diversos tipos de fibras (Pereira, 2017; Silveira, 2018) sujeitos à ensaios de tração direta, flexão, arrancamento, dentre outros. Outra linha de pesquisa do DEC/PUC-Rio que lida com esses compósitos é a de Dano e Fratura de Materiais, com ênfase para o desenvolvimento de técnicas numéricas de simulação computacional do processo de iniciação e propagação de fissuras, evolução do dano e estudos de durabilidade para múltiplas aplicações de Engenharia Civil (Congro et al., 2017, 2018, 2019; Rueda Cordero et al., 2019). Algumas destas aplicações envolvem, por exemplo, a metodologia de elementos de interface coesivos e do Método dos Elementos Finitos Estendidos (XFEM) para modelar as fissuras em materiais frágeis ou quase-frágeis. Neste contexto, destacamse os trabalhos do Grupo de Modelagem e Simulação Multifísica do Instituto Tecgraf/PUC-Rio, com ênfase para os estudos em múltiplas escalas de observação e considerando o acoplamento de vários efeitos físicos (térmico, químico, mecânico e hidráulico). Trata-se de uma linha de pesquisa ativa e promissora, uma vez que as análises desenvolvidas são aplicadas não somente a nível acadêmico, como também para o desenvolvimento de soluções para a indústria de construção civil (aplicações como materiais de construção) e de petróleo (estudo de pastas de cimento especiais), por exemplo. Desta forma, unindo os conhecimentos adquiridos em laboratório e as formulações numéricas é possível entender melhor as interações que envolvem as diversas escalas intermediárias e explicar o comportamento global do material na escala macroscópica de observação.

### 1.2. Motivação e Justificativa

Nos últimos anos, com o avanço das tecnologias computacionais, cresce consideravelmente a aplicação de simulação numérica a materiais heterogêneos e anisotrópicos com comportamento não-linear. Especialmente no que diz respeito ao concreto com fibras, pesquisadores das áreas de Engenharia Estrutural, Mecânica Computacional e Engenharia de Materiais vêm trabalhando em conjunto para tentar superar os desafios e obstáculos que envolvem a modelagem deste tipo de material, especialmente para compreender o comportamento mecânico do concreto com adição de fibras.

As observações e análises em diferentes escalas são cruciais para a representação do comportamento da estrutura. A nível do material, a escala das heterogeneidades (presença de fibras e agregados finos) e defeitos microestruturais são muito relevantes para explicar e prever o comportamento do concreto em uma escala macroscópica, avaliando parâmetros como a distribuição de tensões, deformações, capacidade de carga e propagação de fraturas, que, a longo prazo, levarão à degradação completa do material. Isto resulta em problemas desafiadores e complexos, onde é necessário compatibilizar a representação verdadeira do comportamento do material com as limitações das diversas formulações matemáticas para representar o problema.

É importante ainda ressaltar a importância das modelagens multiescala para aplicações em nível estrutural. Desta forma, as metodologias numéricas desenvolvidas neste trabalho podem ser úteis para outras aplicações envolvendo elementos estruturais (tais como lajes, vigas de maior porte, dentre outros). Neste sentido, os métodos multiescala constituem análises de extrema importância para a área de Engenharia Estrutural, uma vez que normas técnicas para o projeto destas estruturas ainda não estão consagradas, e envolvem aumento de custos e tempo para a reprodução de testes de laboratório, por exemplo.

#### 1.3. Objetivos

Diante do contexto apresentado nas seções anteriores, o objetivo principal deste trabalho é desenvolver modelos numéricos adequados à simulação do comportamento mecânico de materiais compósitos cimentícios sujeitos à tração direta e à flexão em uma abordagem multiescala. Será estudado e avaliado o comportamento não-linear do material em seu estágio de pós-fissuração. É importante ressaltar aqui que o comportamento pós-pico do compósito cimentício é dependente do teor e do tipo de fibra a ser utilizado na mistura com a matriz de cimento.

Neste sentido, será investigada a influência da presença de fibras no campo de deslocamentos e de tensões de elementos estruturais diversos, observando cargas de pico, deflexão e rigidez do sistema, bem como o padrão de propagação de fraturas. O

processo de deslizamento da fibra na matriz cimentícia durante a aplicação das cargas de tração, até seu posterior descolamento, também será representado, assim como os efeitos de rigidez trazidos pelas fibras ao sistema. Finalmente, o comportamento do compósito é então comparado com dados experimentais de referência disponíveis na literatura para se verificar a eficiência dos modelos numéricos desenvolvidos.

#### 1.4. Organização da Dissertação

Este trabalho está organizado em sete capítulos, além da introdução, conforme descrito a seguir.

No Capítulo 2, serão apresentadas as características, propriedades e o histórico de utilização de materiais compósitos cimentícios com adição de fibras, bem como sua crescente aplicação na indústria da construção civil nas últimas décadas. Além disso, serão listadas as fibras comumente empregadas para o reforço neste tipo de material. O comportamento não-linear dos mesmos submetidos à tração e flexão, assim como as características da estrutura destes materiais, englobando sua composição, características básicas e interações serão abordados ao longo do capítulo.

O Capítulo 3 disserta a respeito da importância do processo de modelagem numérica em uma abordagem multiescala, especialmente na análise de materiais anisotrópicos, como o caso do concreto com fibras. Introduz-se uma visão multiescala do material, passando por diversas escalas de observação, e apresentam-se as principais metodologias numéricas empregadas na literatura nas últimas décadas para a representação do mesmo. O processo de propagação de fissuras também é um dos tópicos de estudo do capítulo, onde serão expostas as metodologias para modelagem computacional de fissuras. Duas escalas de observação são o foco central deste trabalho: a macro e a mesoescala.

No Capítulo 4, o leitor é apresentado às técnicas numéricas da macroescala utilizadas ao longo deste trabalho. A primeira metodologia lança mão de abordagens probabilísticas para representação de um contínuo equivalente. Alternativamente, apresenta-se outra metodologia de obtenção dessas propriedades na macroescala, a partir de técnicas de Inteligência Computacional.

Já no Capítulo 5, são exibidas as metodologias numéricas desenvolvidas ao longo desta dissertação para a representação do comportamento na mesoescala do concreto com adição de fibras. Neste nível de observação, as fibras são representadas explicitamente no modelo numérico com propriedades mecânicas próprias. É proposto um novo elemento finito capaz de captar os efeitos normais e cisalhantes, denominado neste trabalho de "*formulação compósita*".

O Capítulo 6 reúne as aplicações de todas as metodologias descritas nos capítulos anteriores, validando as técnicas a partir de resultados experimentais encontrados na literatura. Estas validações estendem-se tanto para a escala macro quanto para a escala meso, e são aplicáveis aos materiais que possuem comportamento não-linear na fase de pós-fissuração, quando submetidos à tração direta ou a flexão.

Finalmente, o Capítulo 7 aponta as conclusões obtidas com o trabalho, bem como as contribuições geradas e lista algumas sugestões de tópicos para trabalhos futuros.

### 2 Materiais Compósitos Cimentícios com Adição de Fibras

#### 2.1. Histórico e Antecedentes

O concreto é um dos materiais mais comumente utilizados na indústria da construção civil. Este material apresenta diversas vantagens que justificam sua ampla utilização, como a rapidez na construção, adaptabilidade, custo relativamente baixo, além de boa resistência ao impacto e vibrações. Contudo, sua utilização também acarreta em algumas desvantagens, uma vez que o material apresenta baixa ductilidade, proporcionando uma menor vida útil da estrutura, e uma deterioração mais rápida após o surgimento de fissuras.

A utilização de fibras para melhorar o desempenho mecânico de materiais de construção origina-se desde a Antiguidade Clássica. Os primeiros registros são datados da Mesopotâmia e do Antigo Egito, onde as fibras de palha eram utilizadas como mistura para a fabricação de tijolos, conhecidos como adobe (Figueiredo, 2000), conforme ilustra a Figura 2.1.



Figura 2.1 – Produção de blocos de adobe pelos povos da Antiguidade Clássica (Maspero, 2004).

Neste período histórico, o concreto era visto como um material que poderia ser usado de forma eficiente apenas sob cargas de compressão. Apesar de não proporcionarem um aumento significativo na resistência à tração do material, o acréscimo das fibras de palha nos blocos e tijolos tinha por objetivo o controle do processo de fragmentação pela evolução de fissuras, a redução da taxa de degradação causada por ciclos de temperatura e umidade, e o aumento da dureza e redução da fragilidade (Per & Tongbo, 2017). Adicionalmente, há indícios da utilização das fibras e de raízes na construção de grandes muralhas pelos povos antigos, como na Grande Muralha da China, ou ainda nas estradas construídas pelos povos incas (Casagrande, 2001).

Algum tempo depois, já na metade do século XIX, uma patente francesa de Joseph Lambot defendeu a combinação de fios de ferro em formato de grade contínua que eram incluídos juntamente ao cimento, sendo então este conjunto denominado ferrocimento (Naaman, 2000). Este material tornou-se o precursor do que é conhecido nos dias de hoje por concreto armado, embora ainda fosse aplicado a construções simples, sem maiores preocupações com relação ao controle tecnológico da argamassa.

Neste contexto, Naaman (2018) propõe a existência de dois períodos distintos de tempo que caracterizam de forma abrangente o processo de evolução na utilização e nas pesquisas do concreto com fibras (CRF), passando pelos materiais compósitos cimentícios de alto desempenho com adição de fibras (HPFRCC e CAD-FRC), conforme indica a Figura 2.2 a seguir.



Figura 2.2 – Linha do tempo com principais marcos históricos no estudo do concreto com fibras (Adaptado de Naaman, 2018).

O primeiro período, compreendido entre os anos de 1874 até o início da década de 1960 é nomeado "período dormente", uma vez que inúmeras patentes foram desenvolvidas, mas nenhuma delas ganhou um notável destaque científico ou técnico. Isto pode ser explicado pela escassez de procedimentos experimentais que reproduziam apenas o comportamento de amolecimento na flexão (*deflection-softening*) do material compósito.

A primeira patente oficial de concreto com fibras surgiu em 1874 nos Estados Unidos, onde Berard sugeriu o uso de resíduos granulares de ferro em uma mistura de concreto para criação de uma pedra artificial (Naaman, 2018). Outras ideias semelhantes foram patenteadas em outras regiões dos Estados Unidos e na Europa, a partir da aplicação de fios de aço curtos para aumentar a força e estabilidade do concreto armado (GM Graham, 1912 *apud* Naaman, 2018), conforme ilustra a Figura 2.3. Há ainda registros da aplicação de sucatas de metal e resíduos de aço ao concreto (Zollo, 1997; Naaman, 2018).


# Figura 2.3 - Exemplo de patente criada por Weakley para o concreto com fibras (Weakley, 1912 *apud* Naaman, 2018).

Nas décadas de 1940 e 1950, várias outras patentes foram criadas em diversos países, com destaque para a criação de Constantinesco (Naaman, 2018), conforme indica a Figura 2.4. Esta descreve o uso de fibras de aço enroladas ou em forma helicoidal para proporcionar um aumento da resistência à fissuração e da capacidade de absorção de energia por parte do material (Zollo, 1997). Tais objetivos buscados pela patente de meados do século XX são muito semelhantes às finalidades pesquisadas atualmente para compósitos cimentícios avançados, como o caso de materiais especialmente desenvolvidos para aumentar a resistência a cargas de impacto, por exemplo (Naaman, 2018).



Figura 2.4 - Exemplo de patente criada por Constantinesco para o concreto com fibras (Constantinesco, 1943, 1954 *apud* Naaman, 2018).

A segunda fase histórica foi caracterizada essencialmente pela utilização crescente de métodos científicos para compreender de forma mais abrangente o papel desempenhado pelas fibras na matriz cimentícia, bem como todas as interações existentes entre as fases constituintes do compósito. De acordo com Naaman (2018), tais análises e descobertas foram impulsionadas inicialmente pelos estudos desenvolvidos por Romualdi & Batson (1963) e por Romualdi & Mandel (1964). Segundo estas pesquisas, a resistência à tração na fissuração do concreto poderia ser aumentada com a inclusão de fibras na matriz de cimento. Juntamente com o advento dos estudos e novos conceitos desenvolvidos na área de Mecânica da Fratura também neste período de tempo, verificou-se que a resistência do material poderia ser

inversamente proporcional à raiz quadrada do espaçamento entre as fibras (Bentur & Mindess, 2007; Mehta & Monteiro, 2006; Naaman, 2018).

Sendo assim, as fibras desempenhariam um papel fundamental no comportamento mecânico do concreto, aumentando sua resistência à tração, valor muitas vezes desprezado em situações de projeto ou até mesmo em estudos científicos na área de materiais cimentícios. Segundo Per & Tongbo (2017) e Naaman (2018), estas investigações iniciais despertaram amplo interesse e curiosidade por parte dos inúmeros pesquisadores ao redor do mundo, que passaram a investigar melhor o comportamento do concreto com adição de fibras, originando os posteriores trabalhos de Shah & Rangan (1971), Naaman *et al.* (1973, 1974) e Swamy *et al.* (1974, 1975).

Ao comparar o comportamento do compósito com o da matriz cimentícia isoladamente, observou-se um aumento na resistência à tração e à flexão do material. Além disso, as fibras ganharam destaque por controlar o processo de abertura de fissuras na matriz cimentícia, aumento da durabilidade e da vida útil dos elementos estruturais. Consequentemente, foi possível desenvolver compósitos com desempenho mecânico mais eficiente do que aqueles propostos pelas antigas patentes, mas que não foram alcançadas devido à falta de embasamento científico (Naaman, 2018). No Brasil, o Centro de Pesquisa e Desenvolvimento (CEPED), na Bahia, foi o primeiro a estudar a interação das fibras e da matriz cimentícia somente na década de 1980 (Salgado, 2010).

Desta forma, desde o início da década de 1960, os materiais compósitos cimentícios, especialmente o concreto com fibras, vêm sendo continuamente estudados e aplicados na indústria da construção civil mundial. A descoberta de novos tipos de fibras é acompanhada por novas pesquisas experimentais e numéricas para melhor compreender o comportamento mecânico da fibra na matriz cimentícia, assim como o processo de interação que ocorre na escala do próprio reforço.

Adicionalmente, a busca por materiais compósitos com alto desempenho mecânico e alta capacidade de absorção de energia vêm crescendo consideravelmente, com destaque para as pesquisas desenvolvidas no concreto de alto desempenho com adição de fibras (CAD-FRC), ou ainda para os materiais de alta

ductilidade denominados SHCC (*strain-hardening cementitious composites*) (Oliveira, 2015). As pesquisas mais recentes estão relacionadas com a análise de resistência ao impacto, atuação de cargas dinâmicas e elevadas taxas de deformação sobre os elementos estruturais. Na prática, estes novos materiais compósitos apresentam uma maior capacidade de absorção de energia, podendo ser aplicados na prática para controlar de forma mais efetiva o processo de fissuração, e minimizando a ocorrência de acidentes causados pela atuação de cargas explosivas ou de alto impacto (Mechtcherine *et al.*, 2011; Curosu *et al.*, 2016; Gong *et al.*, 2018). As Figuras 2.5 (a) e (b) apresentam alguns mecanismos de falha que ocorrem em compósitos do tipo SHCC, levando a um processo de arrancamento e danificação da fibra.

Desta maneira, a análise mecânica de materiais compósitos cimentícios apresenta-se como um campo de estudo surgido há séculos, mas que ainda apresenta grande potencial de desenvolvimento e aplicação, especialmente com a criação de comitês técnicos, conferências, artigos científicos e publicações pela comunidade científica internacional. Desta maneira, é crescente a busca por novos materiais com elevado desempenho e excelentes propriedades mecânicas.



Figura 2.5 - Mecanismos de falha em compósitos do tipo SHCC: (a) arrancamento da fibra em função da perda de contato com a matriz cimentícia e (b) detalhe da fibra arrancada e danificada (Adaptado de Jun & Mechtcherine, 2010).

### 2.2. Estrutura dos Materiais Compósitos Cimentícios

É possível definir um material compósito como todo e qualquer material formado por dois ou mais materiais para que se obtenha uma propriedade não existente nos materiais individualmente. Neste sentido, os materiais cimentícios com fibras são um exemplo de compósito, cuja estrutura apresenta duas fases constituintes principais: uma matriz cimentícia frágil e algum tipo de reforço, dada pela presença das fibras.

As propriedades dos materiais cimentícios com adição de fibras são dependentes da estrutura do compósito. Em consequência, a fim de analisar estes elementos e para prever seu comportamento sob diversas condições de carga, sua estrutura interna deve ser caracterizada. Deve-se levar em consideração principalmente três componentes: (i) a matriz cimentícia, (ii) o reforço fibroso e (iii) a interação entre a fibra e a matriz. Cabe ressaltar que cada um dos constituintes deste material apresenta características e particularidades distintas, com interações diversas entre eles. A partir dos comportamentos de cada um dos constituintes, é possível entender de forma mais abrangente o comportamento global do material compósito. A Figura 2.6 apresenta a classificação de um material compósito cimentício segundo os estudos de Naaman (2018).



Figura 2.6 - Estrutura de um material compósito cimentício (Adaptado de Naaman, 2018).

Para uma melhor compreensão destes materiais, bem como todas as interações citadas anteriormente, as próximas seções expõem de forma mais detalhada cada uma das fases constituintes do concreto com fibras.

#### 2.2.1. Matriz Cimentícia

De forma geral, em materiais compósitos, a matriz é a fase que suporta, separa e protege as fibras. É possível encontrar diversos tipos de composição de matrizes para estes materiais, tais como matrizes de metal, cerâmica ou polímero. Seu objetivo central é o de permitir o processo de transferência e redistribuição de forças no interior do compósito. A matriz pode ser frágil, dúctil, elástica ou plástica, com comportamento linear ou não-linear. Se for comparada ao reforço fibroso, o ideal é que apresente uma densidade menor que as fibras, assim como rigidez e resistência.

No caso específico de materiais compósitos cimentícios, a matriz é constituída essencialmente por cimento, sendo então denominada de matriz cimentícia. Esta pode

ser formada por dois elementos, dependendo do tipo de agregado que a mesma contém: argamassa (formada pela mistura de cimento, areia e água) e concreto (mistura de cimento, areia, agregados graúdos e água) (Bentur & Mindess, 2007; Neville, 2011). A Figura 2.7 apresenta detalhadamente uma seção de matriz de cimento com fibras inseridas como reforço.



Figura 2.7 - Detalhe de uma seção de matriz cimentícia de concreto com fibras no microscópio (Betterman *et al.*, 1995).

O cimento reforçado com fibra é um compósito formado pelo cimento hidráulico e por fibras descontínuas dispersas, não contendo nenhum agregado graúdo, sendo comumente aplicáveis em chapas finas. Nestes casos, a fibra age como um reforço primário, em teores volumétricos que variam de 5 a 15%. Já o concreto com fibras é composto por cimento hidráulico e agregados de diversos tamanhos, que incorporam as fibras discretas, utilizadas como reforço secundário, em um teor volumétrico bem inferior ao caso do cimento reforçado (menor que 2%). A maior parte dos desenvolvimentos destes compósitos envolvem a utilização de cimento Portland convencional. No entanto, cimento aluminoso, gesso e outros cimentos especiais também podem ser empregados na prática, especialmente para melhorar a

durabilidade do material ou para minimizar as interações químicas das fibras com a matriz cimentícia (Bentur & Mindess, 2007).

#### 2.2.2. Reforço Fibroso

O segundo constituinte da estrutura de um material compósito cimentício é o reforço, caracterizado pela presença das fibras. Estas podem assumir diversos tipos de geometrias, sendo necessário levar em consideração dois níveis de descrição para sua completa caracterização: a forma das fibras individuais e sua respectiva dispersão na matriz cimentícia (Congro *et al.*, 2018; Bolander *et al.*, 2008; Bentur & Mindess, 2007).

As fibras individuais podem ser divididas em dois grupos distintos: monofilamentos discretos ou vários filamentos aglomerados. Elas podem estar aleatoriamente dispersas na matriz, constituindo o chamado reforço discreto, com incorporação na matriz durante o processo de mistura; ou de forma ordenada, denominado reforço contínuo, incorporada juntamente à matriz em forma de mantas. A Figura 2.8 ilustra as possibilidades de dispersão das fibras em uma matriz de concreto.



Figura 2.8 - Tipos de fibras e suas respectivas dispersões na matriz de cimento (Congro *et al.*, 2018).

No caso de fibras contínuas, geralmente dispostas em filamentos que compõem uma malha, é possível alinhá-las em uma direção preferencial, controlada durante o processo de produção do compósito. No caso de fibras discretas, a dispersão na matriz cimentícia raramente ocorre de forma uniforme, e sua orientação não é idealmente aleatória, uma vez que a uniformidade de distribuição de volume das fibras é altamente sensível ao processo de mistura (Bentur & Mindess, 2007; Mehta & Monteiro, 2006; Souza, 2011).

No que diz respeito à geometria das fibras incorporadas à matriz cimentícia, não apresentam o formato cilíndrico perfeito, mas são deformadas de diversas formas para melhorar a ancoragem mecânicas das mesmas com a matriz. Desta forma, podem também assumir geometrias mais complexas, com seções transversais poligonais ou até mesmo torcidas longitudinalmente, de forma a permitir uma ancoragem eficaz sem prejudicar a trabalhabilidade durante o processo de mistura do concreto com o referido reforço. Neste sentido, uma matriz cimentícia pode ser composta por fibras de diversos tipos. As características de cada uma delas são apresentadas com maiores detalhes na próxima seção.

#### 2.2.2.1. Tipos de Fibras

Na indústria da construção civil, fibras com diversas geometrias e formatos estão acessíveis para uso experimental e comercial. As categorias principais das fibras são: fibras tradicionais, tais como as fibras de aço; fibras sintéticas, como as fibras de polipropileno, vidro, carbono, polioefim e PVA; e as fibras naturais, tais como fibras de sisal, bambu, madeira, juta, resíduos de outros materiais, dentre outras.

Estas fibras podem ser utilizadas individualmente na matriz cimentícia ou ainda de forma híbrida, isto é, misturando-se fibras de materiais distintos no concreto para melhorar o desempenho mecânico destes compósitos. Tal comportamento varia de acordo com o tipo de fibra, sua geometria e seu teor volumétrico associado. Na prática, as fibras mais utilizadas juntamente ao concreto são as fibras de aço e de polipropileno, apesar de pesquisas científicas terem impulsionado o estudo e aplicação com outros tipos de reforços no concreto, como as fibras naturais (Silva *et al.*, 2008, 2011; Chandramohan & Marimuthu, 2011).

As fibras de aço são geralmente aplicáveis para reforço secundário, substituição parcial da armadura principal, controle de fissuras, aumento de resistência à primeira fissura, controle de abertura de fissura, estruturas submersas que precisam de maior resistência ao impacto e durabilidade, peças pré-moldadas, dentre outras (Bentur & Mindess, 2007). Matrizes cimentícias usualmente são responsáveis pela melhora na tenacidade do material, que pode prevenir ou minimizar a fissuração proveniente de mudanças na temperatura ou umidade. Além disso, pode aumentar significativamente a resistência a cargas dinâmicas.

As fibras de vidro também são muito empregadas na prática, mas apresentam grande desvantagem no que diz respeito à sua durabilidade. Isto se dá principalmente pela degradação química das fibras pelo hidróxido de cálcio, gerando a densificação da região de interface. A exposição das fibras de vidro a ambientes alcalinos pode resultar em processos de deterioração, provocando perda de resistência e volume, além de redução do diâmetro dos filamentos (Bentur & Mindess, 2007). Este processo é atribuído à quebra de ligações químicas por íons OH, degradando o vidro e acumulando produtos da reação de corrosão sob a superfície da fibra (Mehta & Monteiro, 2006).

As fibras sintéticas constituem outro exemplo de reforço fibroso para matrizes cimentícias. Dentre as mais utilizadas no mercado, tem-se as fibras de polipropileno, álcali-resistentes e com elevado ponto de fusão. Em contrapartida, possuem baixa resistência ao fogo, sensibilidade ao sol e oxigênio e baixa aderência na matriz cimentícia (Bentur & Mindess, 2007). É necessário, portanto, um tratamento em sua superfície para melhorar seu desempenho. Outras fibras também são utilizadas na prática, tais como as fibras de carbono, inerte à maioria dos produtos químicos, com alta resistência e módulo de elasticidade, sendo comumente empregada como reforço externo de estruturas na forma de reforço contínuo. A Tabela 2.1 reúne os valores de propriedades mecânicas para vários tipos de fibras e para a matriz cimentícia.

Material	Diâmetro (µm)	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	Módulo de Elasticidade (GPa)	Resistência à tração (MPa)	Deformação na ruptura (%)
Aço	5 - 500	7,84	190 - 210	0,5 - 2,0	0,5 - 3,5
Vidro	9 - 15	2,60	70 - 80	2 - 4	2-3,5
Amianto	0,02 - 0,4	2,6	160 - 200	3 – 3,5	2-3
Polipropileno	20 - 200	0,9	5-7,7	0,5 - 0,75	8,0
Kevlar	10	1,45	65 - 133	3,6	2,1-4,0
Carbono	9	1,9	230	2,6	1,0
Nylon	-	1,1	4,0	0,9	13 – 15
Celulose	-	1,2	10	0,3-0,5	-
Acrílico	18	1,18	14 – 19,5	$0,\!4-1,\!0$	3
Polietileno	-	0,95	0,3	0,7 x 10 <sup>-3</sup>	10
Fibra de madeira	-	1,5	71	0,9	-
Sisal	10 - 50	1 - 50	-	0,8	3,0
Matriz de cimento (efeito comparativo)	-	2,50	10-45	3,7 x 10 <sup>-3</sup>	0,02

Tabela 2.1 – Propriedades das fibras e matriz de cimento (Bentur e Mindess, 2007 *apud* Figueiredo, 2000).

É importante ressaltar que a utilização das fibras melhora a ductilidade, aumentando a capacidade de deformação do material, evita ou freia a propagação de fissuras, especialmente no caso de uma matriz frágil como o concreto, melhora a estabilidade volumétrica, e aumenta a resistência à tração pós-fissuração do compósito. Conforme dito anteriormente, as aplicações para o concreto com fibras são extensas e numerosas, podendo ser empregadas na construção de reservatórios de água, tanques, estruturas pré-moldadas, pisos industriais, pistas de aeroportos, peças muito finas ou cascas em que as barras de aço não podem ser utilizadas para o reforço adequado, componentes que devem suportar localmente cargas ou deformações elevadas, tais como forro de túneis e estruturas pré-moldadas, ou até mesmo em locais em que as fibras devem ser utilizadas de forma a controlar fissuras provenientes de variação térmica ou umidade. Assim sendo, as propriedades mecânicas do concreto com fibras estarão relacionadas com as características das fibras e da matriz. Desta forma, é importante especificar o tipo de fibra, seu respectivo teor volumétrico, o tamanho, a forma, a razão de aspecto e a distribuição das fibras, bem como a resistência da matriz e a dimensão dos agregados (Silveira, 2018).

A razão de aspecto de uma dada fibra, alternativamente denominada na literatura de fator de forma da fibra (Figueiredo, 1997), é indicada pela Equação 2.1 a seguir.

$$\gamma = \frac{L}{\Phi} \tag{2.1}$$

Onde:

L é o comprimento da fibra;

 $\Phi$  é o diâmetro associado da fibra.

É importante comentar a influência da razão de aspecto nas características mecânicas do material compósito no estado fresco e endurecido. Segundo Hannant (1978), as fibras que apresentam elevada razão de aspecto (superior a 100) tendem a se aglomerar ao serem incorporadas na matriz cimentícia, levando à formação de vazios e reduzindo a resistência mecânica do material. No estado endurecido, fibras com elevada razão de aspecto melhoram a tensão de arrancamento, aumentando sua capacidade de absorção de energia (Alwan *et al.*, 1991).

#### 2.2.3. Interface Fibra-Matriz

Os materiais compósitos cimentícios, além de serem compostos pela matriz e pela presença das fibras, apresentam outro componente que governa o comportamento do material: a interface entre a fibra e a matriz. Esta região compreendida entre estas duas fases é denominada zona de transição interfacial (ITZ, na sigla em inglês), e apresenta propriedades distintas da pasta de cimento.

A microestrutura da zona de transição interfacial em compósitos cimentícios está diretamente relacionada com a natureza de partículas da matriz. Esta última

consiste em partículas de cimento que, durante o processo de hidratação, reagem para formar partículas coloidais de silicato de cálcio hidratado (C-S-H) e cristais de hidróxido de cálcio. Durante esta etapa de formação de novas partículas, há o surgimento de poros na região das fibras. Dois motivos centrais explicam este fenômeno: (i) a retenção e liberação de água por parte das fibras, e (ii) o empacotamento ineficiente dos grãos que estão nas vizinhanças das fibras (Bentur & Mindess, 2007; Silveira, 2018).

A ITZ é formada por camadas distintas: uma camada de hidróxido de cálcio (CH) adjacente à superfície da fibra, não necessariamente contínua, e que pode variar de uma camada fina com aproximadamente 1 µm até uma camada de alguns micrômetros de espessura; e uma camada porosa oriunda dos vazios formados entre o C-S-H e a ettringita (Pereira, 2017). A Figura 2.9 indica esquematicamente a estrutura interna de um material compósito cimentício, incluindo a presença da zona de transição interfacial. Já a Figura 2.10 apresenta imagens de uma fibra no interior do concreto com auxílio de microscopia eletrônica.



Figura 2.9 - Representação esquemática da interface fibra-matriz (Adaptado de Salvador, 2013).



Figura 2.10 - Imagem de microscopia eletrônica indicando o controle de fissuração desempenhado pelas fibras no interior do concreto (Savastano Jr *et al.*, 2009)

Desta maneira, a região da matriz cimentícia em torno das fibras é muito mais porosa, o que reflete no desenvolvimento da microestrutura conforme há o avanço do processo de hidratação. A zona de transição, inicialmente cheia de água, não consegue desenvolver uma microestrutura densa.

Ao se considerar o desenvolvimento da microestrutura na ITZ, deve ser feita uma distinção entre fibras de monofilamento discretos (por exemplo, aço) e filamentos empacotados (por exemplo, vidro). Com fibras de monofilamento, toda a superfície da fibra pode estar em contato direto com a matriz, enquanto que, para filamentos empacotados, somente os filamentos externos tendem a estar em contato direto com a matriz cimentícia (Bentur & Mindess, 2007). Em fibras formadas por muitos filamentos, a tensão nos fios externos é maior que nos internos, o que leva à utilização de agentes impregnadores para aumentar a aderência e durabilidade (Neville, 2011; Lee & Oh, 2015).

#### 2.2.3.1. Transferência de Tensões

Outro mecanismo muito relevante e característico da região de interface entre a fibra e a matriz é o fenômeno da ponte de transferência de tensões. As fibras agem transferindo as tensões para a matriz cimentícia, evitando com que se propaguem, o que acarreta em controle de fissuração do material (Congro *et al.*, 2017). Este fenômeno é conhecido como ponte de transferência de tensões, e está representado no esquema da Figura 2.11.



Figura 2.11 - Ilustração representativa do fenômeno da ponte de transferência de tensões realizadas pelas fibras em uma viga de concreto com fibras discretas aleatoriamente dispersas.

Os processos envolvidos na interação da fibra com a matriz localizam-se em um volume relativamente pequeno da matriz ao redor das fibras. Além disso, a microestrutura da matriz nesta região pode ser bastante distinta de outras áreas, causando efeitos que nem sempre são previstos por modelos analíticos, que por sua vez assumem uma matriz uniforme nesta região. A compreensão dos mecanismos de transferência de tensão fornece uma boa base para previsão da curva de tensão-deformação do material compósito, bem como do seu modo de fratura (se dúctil ou frágil).

De acordo com Sujivorakul & Naaman (2003), o processo de transferência de tensões é dividido em três fases: a primeira delas ocorre previamente ao processo de abertura de fissuras, governada essencialmente por um comportamento elástico: a fibra está totalmente aderida na matriz cimentícia. Fibra e matriz cimentícia possuem a mesma deformação até o momento em que a tensão de cisalhamento seja maior que a aderência entre os dois constituintes.

A segunda fase corresponde ao processo de descolamento parcial da fibra, com uma redução na transferência de tensões entre a matriz cimentícia e a fibra. Finalmente, a fibra se descola da matriz, movimentando-se como um corpo rígido. Nesta etapa, a tensão cisalhante na interface é oriunda do atrito da fibra no processo de descolamento. A Figura 2.12 ilustra o processo de distribuição de tensões ao longo da fibra que intercepta uma fissura, bem como as etapas do processo de transferência de tensões citados anteriormente.



Figura 2.12 - Representação das etapas de distribuição de tensões ao longo de uma fibra interceptando uma fissura (Adaptado de Salvador, 2013).

Antes do surgimento de fissuras, a transferência de tensão elástica é o mecanismo predominante, e os deslocamentos longitudinais da fibra e da matriz na região da interface são geometricamente compatíveis. A transferência de

cisalhamento elástica é o principal mecanismo que deve ser considerado para o cálculo do limite de proporcionalidade e a tensão de fissuração do compósito. Em estágios mais avançados de carregamento, há o descolamento da fibra na interface e o processo de controle de transferência de tensão é governado pelo deslizamento relativo entre a fibra e a matriz. A mudança da transferência de tensão elástica para a transferência de tensão por fricção é dada quando as tensões de cisalhamento interfaciais devido à ação das cargas são superiores à resistência ao cisalhamento na interface fibra-matriz ( $\tau_{au}$ ). Quando isto ocorre, o descolamento da fibra é iniciado e a tensão de cisalhamento de fricção atuará sob a interface (Figura 2.13). Tal descolamento pode ocorrer antes do aparecimento da primeira fissura, o que não é ideal. Este fato pode variar de acordo com a tensão de cisalhamento adesional da interface ou pela tensão cisalhante da matriz cimentícia.



Figura 2.13 - Distribuição das tensões cisalhantes ao longo da fibra: (a) para o compósito íntegro e (b) para o compósito fissurado (Adaptado de Bentur & Mindess, 2007).

Quanto maior o valor da porosidade, menor a quantidade de cimento hidratado responsável por aumentar a resistência da pasta, o que acaba proporcionando problemas na aderência e no mecanismo de transferência de tensões entre as fibras (Silveira, 2018; Pereira, 2017). Durante o processo de formação de fissuras, há uma concentração de tensões de tração nas extremidades das mesmas, gerada devido à redução de sua área efetiva. Segundo Figueiredo (2000), quando a tensão atinge o valor de resistência da matriz, ocorre ruptura brusca do concreto, inibindo qualquer resistência residual.

Os três estágios que envolvem o processo de propagação de fissuras são descritas por Rossi (1987) e exibidos na Figura 2.14: (i) o primeiro deles é o processo de microfissuração, ou seja, o dano contínuo do material (Figura 2.14 (b)); (ii) no segundo estágio as microfissuras tendem a sofrer o processo de coalescência, seguindo as direções das deformações principais. Sob o ponto de vista mecânico, ocorre o processo de concentração de deformações que gera a formação de uma ou inúmeras fraturas maiores (Figura 2.14 (c)); e (iii) o terceiro estágio, onde a macrofissura é propagada na direção da deformação principal (Figura 2.14 (d)).



Figura 2.14 - Evolução do processo de fissuração no concreto com fibras: (a) matriz intacta; (b) surgimento de microfissuras; (c) formação das macrofissuras; (d) propagação de macrofissuras (Adaptado de Rossi, 1987).

#### 2.3. Eficiência do Reforço Fibroso

A eficiência do reforço desenvolvido pela fibra na matriz de concreto está intrinsecamente relacionada com alguns aspectos tecnológicos essenciais para que o fenômeno de ponte de transferência de tensões seja efetivamente realizado. O teor de fibra, por exemplo, é uma característica importante para confirmar esta capacidade de reforço. Quanto maior o teor de fibras presente na matriz cimentícia, maior será a quantidade de fibras realizando a transferência de tensões no interior do concreto, ampliando a eficiência do reforço. Percebe-se que o maior número de fibras na seção de ruptura provocará um aumento no número de cargas e, consequentemente, da

resultante de forças de tração e de capacidade resistente do compósito (Figueiredo, 2011).

Contudo, é importante ressaltar que um teor volumétrico elevado de fibras durante o processo de mistura do concreto poderá acarretar em prejuízos à trabalhabilidade da mistura, gerando maiores dificuldades para a incorporação das fibras ao cimento. Isto implica em um aumento da quantidade de vazios e poros no interior do concreto, reduzindo o valor de sua resistência mecânica. Assim sendo, o comprimento da fibra e seu adequado teor volumétrico são variáveis fundamentais para a performance ótima do material.

Segundo Zollo (1997), o efeito do comprimento da fibra está associado aos mecanismos de transferência de tensões. O comprimento mínimo requerido para que a tensão de cisalhamento resultante do atrito entre a fibra e a matriz seja igual à resistência de ruptura é denominado comprimento crítico ( $L_{crit}$ ). Se o comprimento da fibra é menor que o comprimento crítico, não há formação de tensões de atrito, uma vez que seu comprimento não é suficiente para gerar uma tensão igual à resistência da fibra à tração (Figueiredo, 2000). Segundo Figueiredo (2000), neste caso há perda de eficiência da fibra, uma vez que a mesma será arrancada da matriz quando houver a abertura de uma fissura. Alternativamente, se o comprimento da fibra for maior que o comprimento crítico, a tensão de ruptura é igual ao valor da tensão de cisalhamento ao longo da fibra, garantindo a sua eficiência.

Estudos de Kelly (1966) afirmam que os comprimentos também influenciam no modo de ruptura do compósito quando há o arrancamento das fibras da matriz cimentícia. Já quando o comprimento da fibra é menor que o comprimento crítico, há maior absorção de energia por parte do compósito, uma vez que a energia de arrancamento da fibra é muito superior à energia de ruptura da mesma (Silveira, 2018). A Figura 2.15 retrata a dependência entre os comprimentos críticos e o valor das tensões máximas, assim como os modos de ruptura do material conforme o comprimento da fibra, onde  $\sigma_f$  refere-se à tensão durante o processo de arrancamento da fibra e  $\sigma_{fu}$  a tensão última imediatamente anterior à ruptura do compósito.



Figura 2.15 - Distribuição de tensões em função do comprimento crítico para fibras retas e lisas (Pereira, 2017).

A formulação clássica envolvendo materiais compósitos proposta por Aveston, Coopper e Kelly (1971) supõe o comportamento de um compósito ideal, considerando a presença de fibras contínuas e perfeitamente alinhadas em relação ao eixo de tensões principais. Assim sendo, a aplicação desta formulação nos leva a valores de volume crítico díspares se comparados aos valores representativos dos fenômenos em realidade. Isto ocorre porque, na prática, as fibras são frequentemente lançadas de forma aleatória no interior do concreto, além de apresentarem geometrias descontínuas (Congro, 2017).

Segundo Figueiredo (2011), para obter uma melhor aproximação do volume crítico teórico de fibras com o obtido experimentalmente, é necessário considerar na formulação alguns coeficientes de correção ou fatores de eficiência. Estas constantes são função da inclinação e do comprimento da fibra, e foram estudadas por Hannant (1978), conforme indica a Tabela 2.2.

Orientação da fibra	Valores de fatores de eficiência em função da direção da fibra		
	Cox	Krenchel	
Uma direção	1,00	1,00	
Duas direções	0,333	0,375	
Três direções	0,167	0,20	

Tabela 2.2 - Valores de fatores de eficiência em função da direção da fibra(Hannant, 1978 apud Figueiredo, 2011)

A observação da influência da dispersão das fibras na capacidade de carga e no comportamento elastoplástico de materiais cimentícios já vem sendo explorada há alguns anos na literatura, desde os estudos precursores de Naaman (1974). Lee & Mosalam (2004) desenvolveram uma ferramenta numérica para a análise probabilística de membros estruturais com adição de fibras, considerando variabilidades nas propriedades do material a partir do Método de Monte Carlo.

Já Congro *et al.* (2018) realizou uma análise probabilística associada a uma simulação numérica em elementos finitos, onde cada elemento do modelo numérico apresentava uma propriedade distinta de módulo de elasticidade, seguindo dados estatísticos obtidos experimentalmente para um concreto com adição de fibras de aço. Sendo assim, foi possível comprovar o aumento ou redução da capacidade de carga de corpos de prova prismáticos sob tração direta devido aos arranjos aleatórios na dispersão do reforço fibroso discreto na matriz de cimento.

#### 2.4. Comportamento Elastoplástico

Nos últimos anos, Naaman & Reinhardt (2006) propuseram que os materiais compósitos cimentícios com adição de fibras deveriam ser classificados de acordo com seu respectivo desempenho. O entendimento adequado do comportamento tensão-deformação destes materiais é fundamental para sua análise elastoplástica, uma vez que os materiais compósitos cimentícios apresentam comportamentos distintos à compressão, tração e flexão.

Na tração direta, Naaman & Reinhardt (2006) classificam o comportamento do concreto com fibras em duas categorias: (i) comportamento de *strain-softening* (traduzido livremente para "amolecimento") ou (ii) comportamento de *strain-hardening* (traduzido livremente para "endurecimento"), conforme ilustra a Figura 2.16.



Figura 2.16 - Comportamento elastoplástico à tração do concreto com fibras (Adaptado de Pereira, 2017).

Os materiais com comportamento de amolecimento sob tração geralmente apresentam uma única fissura localizada, com aumento da ductilidade sem que haja aumento de sua resistência pós-fissuração. Normalmente este comportamento é observado em peças onde o teor volumétrico de fibras  $(V_f)$  é inferior ao volume crítico de fibras  $(V_{crit})$ , ou ainda em materiais cuja interface fibra-matriz é inadequada. Em contrapartida, o comportamento de *strain-hardening* é caracterizado por um aumento da ductilidade e da resistência pós-fissuração do material, com aparecimento de múltiplas microfissuras. Estes materiais são também denominados compósitos de alto desempenho, pois apresentam resistência pós-fissuração maior que aquela observada à primeira fissura, no final da fase linear elástica (Pereira, 2017). Neste último caso, o teor volumétrico de fibras  $(V_f)$  é maior ou igual ao volume crítico de fibras  $(V_{crit})$ .

Cabe ressaltar que o diagrama tensão-deformação para os materiais compósitos cimentícios reforçados com fibras é semelhante ao da matriz cimentícia até a formação da primeira fissura. A fase pós-pico (tanto para o comportamento de amolecimento quanto para o endurecimento) está intrinsicamente relacionada com a quantidade de fibras, sua razão de aspecto, seu formato geométrico, e a forma de como estão dispersas e orientadas na matriz (Li *et al.*, 1996).

Na flexão, os materiais compósitos cimentícios também são classificados por Naaman & Reinhardt (2006) da seguinte maneira: (i) *deflection-softening*, processo caracterizado por uma redução de tensão logo após o processo de ruptura da matriz cimentícia, com formação de fissura única; (ii) *deflection-hardening*, com aumento na tensão após o processo de ruptura da matriz cimentícia, com formação de múltiplas fissuras. Após atingir sua tensão máxima, o material sofre amolecimento, sem que haja a abertura de novas fissuras (Silveira, 2018). A Figura 2.17 apresenta a classificação do concreto com fibras sob tração e flexão, enquanto que a Figura 2.18 ilustra o comportamento do gráfico carga-deslocamento para concretos com fibras submetidos a ensaios de flexão.



Figura 2.17 - Nomenclatura usual para representação do comportamento de concreto com fibras sob tração e flexão (Adaptado de Naaman, 2018).



Figura 2.18 - Gráfico carga-deslocamento para comportamento de deflection softening/hardening para concreto com fibras submetidos à flexão (Adaptado de Pereira, 2017).

Segundo a ACI 544.1R-96 (2002), a adição de fibras aumenta em maior percentual a resistência à flexão do que a resistência à tração e compressão. Isto ocorre essencialmente devido ao deslocamento progressivo da linha neutra em direção à região que sofre compressão, uma vez que a inclusão das fibras implica em uma carga residual de tração. Segundo a norma, a razão de aspecto é também um fator determinante, uma vez que o incremento da resistência à flexão será maior quanto maior for o comprimento da fibra.

#### 2.5. SHCC (Strain-Hardening Cementitious Composites)

Os materiais compósitos cimentícios com fibras usualmente são empregados no concreto para reforço primário ou secundário, especialmente para controlar o processo de abertura de fissuras e aumentar a resistência à tração do material. Embora não alcancem valores de resistência elevados, observa-se que a inclusão de um maior teor volumétrico de fibras na matriz cimentícia proporciona um aumento considerável

em termos da ductilidade do compósito. Isto pode ser traduzido em uma maior capacidade de absorção de energia e de deformação, favorecendo o comportamento de tais materiais quando estão sujeitos a esforços de tração.

A partir disto, pesquisas envolvendo materiais compósitos cimentícios avançados passaram a ser desenvolvidas por pesquisadores ao redor do mundo, com destaque para os estudos precursores do grupo de pesquisa de Victor Li, nos Estados Unidos. Li buscou desenvolver um concreto com elevada capacidade de deformação, capaz de resistir a altas cargas de tração e cisalhamento, mas com um teor volumétrico de fibras de no máximo 2% com respeito ao volume total do compósito (Garcez, 2009). Esses materiais foram denominados SHCC (*Strain-Hardening Cementitious Composites*). Outra terminologia utilizada na literatura para se referir a estes compósitos é ECC (*Engineered Cementitious Composites*).

Apesar de não apresentarem um alto valor de resistência, estes materiais apresentam uma elevada taxa de deformação pós-pico de carregamento. Desta forma, apresentam comportamento de *hardening* quando submetidos à tração direta, com capacidade de múltipla fissuração, uma vez que as cargas são transferidas entre as fibras existentes no interior do concreto. Durante este processo repetido de transferência de cargas para a fibra, esta carrega outro ponto da matriz, provocando então o surgimento de uma nova e pequena fissura. Neste sentido, obtém-se uma estrutura com elevada ductilidade, com deformações maiores que 3% (Li, 2003). Esta elevada capacidade de deformação está associada às propriedades micromecânicas do material e à boa interação entre a matriz cimentícia e a fibra (Li & Yang, 2007). A Figura 2.19 exibe o comportamento tensão-deformação para materiais do tipo SHCC.



Figura 2.19 - Curva de tensão-deformação típica para os compósitos do tipo SHCC (Adaptado de Jun & Mechtcherine, 2010).

Segundo Magalhães (2010), o SHCC é um material com alto teor de cimento se comparado ao concreto convencional. Esta característica auxilia o processo de dispersão das fibras e no controle da tenacidade da matriz cimentícia. Desta forma, tem-se o comportamento de *strain-hardening* do material, onde o surgimento de múltiplas fissuras ocorre antes do processo de ruptura ou arrancamento das fibras. Nos Estados Unidos, dentre as diversas fibras inseridas na matriz cimentícia para estudo deste compósito, a fibra que obteve os melhores resultados foi a de PVA, dada a sua disponibilidade no mercado norte-americano e seu custo relativamente baixo no país (Assadzadeh *et al.*, 2018). Outras fibras também foram testadas juntamente ao concreto e apresentaram comportamento de *hardening*, tais como as fibras de polietileno (Yu *et al.*, 2018; Heravi *et al.*, 2018). Mechtcherine *et al.* (2011) também realizaram ensaios de tração direta sob altas taxas de deformação para concretos com fibras de sisal, sendo também observado um comportamento de *strain-hardening* para estes tipos de compósitos.

A seleção de materiais para formação do SHCC é diferente em comparação com a mistura de concreto convencional. Normalmente, um alto volume de aglutinante, especialmente areia fina graduada, água e microfibras tais como álcool polivinílico (PVA) ou polietileno (PE) são utilizados. Nos últimos anos, pesquisadores tentaram desenvolver o SHCC como um material de construção sustentável (Chandra & Adewumi, 2018). Desta forma, quantidade de cimento na mistura de SHCC foi substituída por subprodutos como cinzas volantes, escória e calcário em pó (Yang *et al.*, 2009; Qian *et al.*, 2009).

Os compósitos SHCC com fibras curtas de PVA constituem uma classe relativamente nova de material de construção, com comportamento de endurecimento por pseudo-deformação e múltipla fissuração quando submetido a cargas de tração a taxas de deformação quase-estáticas (Li *et al.*, 2003). Sendo assim, dada a sua ductilidade, o material pode apresentar ótimo desempenho quando submetido a cargas dinâmicas. Alguns exemplos de aplicações promissoras envolvem casos em que é necessário obter uma deformabilidade inelástica do material, tais como reparos estruturais (Li, 2004; Mechtcherine *et al.*, 2011), construções em áreas de abalos sísmicos (Rokugo, 2005; Mechtcherine *et al.*, 2011), estruturas sujeitas a tráfego de veículos, explosões de gás e decolagem de aviões (Banthia *et al.*, 2004 *apud* Mechtcherine *et al.*, 2011).

Dada a sua ductilidade, o material pode apresentar ótimo desempenho quando submetido a cargas dinâmicas. Em contrapartida, sob altas taxas de deformação, seu comportamento pode ser bem distinto quando são impostas cargas quase estáticas ao material (Mechtcherine *et al.*, 2011). A Figura 2.20 ilustra o comportamento de fissuração múltipla típico ocorrido em compósitos SHCC.



Figura 2.20 - Comportamento de múltipla fissuração apresentado por compósitos do tipo SHCC (Curosu *et al.*, 2016).

# 3 Modelos Numéricos para Representação Multiescala do CRF

#### 3.1. Modelagem e Simulação Multiescala

Os métodos numéricos e computacionais para modelagem do comportamento de materiais e estruturas apresentam forte relevância na área de Engenharia Estrutural e de Materiais por muitos anos. Diversas pesquisas e projetos na indústria vêm buscando compreender o comportamento de estruturas a partir de leis para meios contínuos, complementadas por um conjunto de equações constitutivas que relacionam causa-efeito (por exemplo, relações entre força e movimento, tensão e deformação, dentre outras). Esta abordagem tem sido muito bem-sucedida na concepção de estruturas e componentes em larga escala, onde o conhecimento exato da resposta do material não é essencial para prever o comportamento global do sistema.

Os princípios físicos que englobam tais relações constitutivas são aproximados a partir dos processos ocorridos na escala meso e micro. Dentro desta aproximação, toda as relações presentes nas escalas menores, incluindo a evolução dos defeitos, são calculadas implicitamente ao longo do tempo, considerando grandes escalas de comprimento com o intuito de representar o comportamento mecânico de um dado material (Ghoniem & Sho, 2002).

Neste sentido, as escalas de tempo e comprimento estão relacionadas com os defeitos típicos que determinam as propriedades mecânicas: deslocamentos, interfaces, defeitos pontuais e limites entre os grãos que formam o material. Assim sendo, as análises do meio contínuo seriam válidas somente para sistemas suficientemente grandes, que incluem uma quantidade considerável de defeitos. Para

estes casos, as análises de meios contínuos passam a não retratar com fidelidade o comportamento real do sistema, uma vez que não são flexíveis o bastante para retratar e acomodar os processos atômicos que ocorrem em escalas inferiores. Consequentemente, a microestrutura de um material possui grande influência na resposta macroscópica do mesmo às solicitações externas, e, portanto, devem ser levados em consideração na construção de modelos numéricos e na modelagem de sistemas a partir de múltiplos níveis de observação.

Nos últimos anos, com o advento das técnicas computacionais e microscópicas, surge uma tendência para analisar o comportamento do material em escalas progressivamente menores, correspondentes a determinadas ordens de magnitude. Nas últimas décadas, os três níveis de modelagem mais empregados na literatura foram propostos por Wittmann (1983): macro, meso e micro. Segundo o autor, a escala macro é caracterizada tipicamente por modelos estruturais grosseiramente visíveis a olho nu, enquanto que o nível meso é ilustrado pelas fissuras, interfaces e adições em geral. Adicionalmente, a escala micro contempla a estrutura da pasta de cimento, como poros e grãos não-hidratados, por exemplo. Mais recentemente, incorpora-se às abordagens multiescala o comportamento nanoescala do material, especialmente devido aos avanços da Química Computacional e Experimental. A Figura 3.1 reúne os diversos componentes que podem ser considerados nas simulações multiescala que envolvem a mecânica de materiais cimentícios convencionais ou com adição de fibras.



Figura 3.1 – Representação esquemática de algumas das múltiplas fases constituintes do concreto para a simulação numérica multiescala.

Em Engenharia, a grande maioria dos problemas do mundo real exigem o estudo detalhado em múltiplas escalas de observação, especialmente para o caso de materiais com propriedades anisotrópicas. Por muitas vezes, estes problemas não estão somente associados à investigação em múltiplas escalas de observação, como também envolvem simultaneamente múltiplas físicas (térmica, hidráulica, mecânica e química).

## 3.2. Visão Multiescala do Concreto com Fibras

A partir da ideia geral de modelagem multiescala de materiais de Engenharia, estende-se o conceito para o caso específico dos materiais compósitos cimentícios, especialmente o concreto com fibras. De acordo com Souza (2011), o concreto é considerado um material heterogêneo e complexo, que, a partir de um certo nível de observação, apresenta diversas fases. A Figura 3.2 a seguir representa de forma esquemática uma visão global simplificada dos múltiplos níveis de observação existentes para materiais compósitos cimentícios com adição de fibras.





Observando o concreto com fibras em na escala visível a olho nu, isto é, sob uma escala estrutural e macroscópica, não é possível observar diretamente a presença de diversas fases constituintes. Nesta escala, as propriedades mecânicas do material são consideradas homogêneas, uma vez que o comportamento das heterogeneidades e de outras fases constituintes não é observado em detalhes a olho nu. Esta escala é usualmente utilizada em projetos de Engenharia (Constantinides & ULM, 2002, 2004 *apud* Souza, 2011).

Já em uma escala imediatamente inferior, denominada usualmente por mesoescala, considera-se a presença das heterogeneidades do material (agregados graúdos, matriz cimentícia e fissuras maiores), além da zona de transição interfacial (ITZ). Na escala meso, segundo Mehta & Monteiro (2006), o concreto pode ser analisado como um material formado por três fases distintas. No caso do concreto com adição de fibras, deve-se ainda considerar a presença adicional do reforço fibroso como um quarto constituinte do sistema. Convém ressaltar que, na mesoescala, são desenvolvidas as relações de tensão-deformação do material.

Diversos autores apresentam abordagens distintas no que diz respeito à representação do material neste nível de observação, especialmente quando nos referimos ao concreto com fibras. A modelagem deste material numa escala intermediária pode ser realizada de inúmeras maneiras, a depender do grau de complexidade do problema. Uma abordagem comum nas simulações computacionais envolvendo estes compósitos é efetuada somente sob a escala da fibra, em que o material é considerado bifásico, composto pela matriz cimentícia e pela presença do reforço discreto (Friedrich & Wang, 2016; Zhan *et al.*, 2016). Em modelos computacionais mais robustos, insere-se adicionalmente o agregado.

Caminhando para uma escala microscópica, a matriz cimentícia, os agregados e a zona de transição interfacial são considerados constituintes que por si próprios apresentam múltiplas fases. É o caso, por exemplo, da pasta de cimento, constituída por uma rede de silicato de cálcio hidratado (C-S-H), clínquer, cristais de hidróxido de cálcio, poros capilares e outros produtos de hidratação do cimento. A Figura 3.3 ilustra de forma esquemática uma pasta de cimento Portland e a identificação de múltiplas fases em sua composição, com grãos de clínquer hidratados e nãohidratados e a formação de uma camada de hidratação.



Figura 3.3 - Pasta de cimento Portland e suas múltiplas fases visíveis com auxílio de microscópio (Diamond, 2004).

Desta forma, a microescala é considerada o nível de observação dos mecanismos de dano e de deformação. Refere-se à estrutura da pasta de cimento, considerando a presença de agregados finos, poros capilares, grãos de clínquer nãohidratados, produtos hidratados e microfissuras que sofrem processo de coalescência para formar fissuras maiores. O estudo de materiais cimentícios na microescala é realizado a partir de múltiplos pontos de análise, uma vez que alguns autores (Vandamme, 2008) consideram que a própria matriz de C-S-H é um material heterogêneo formado por diversas fases, levando o estudo para uma escala ainda menor. Isto demonstra o grau de complexidade do estudo multiescala de materiais cimentícios.

Finalmente, há ainda a escala dos componentes que formam as estruturas cristalinas das diferentes fases dos materiais cimentícios, denominada escala nanométrica. Nesta escala molecular, a matriz de C-S-H pode ser descrita como um compósito formado por diferentes tipos de fases, além da porosidade do gel. A Figura 3.4 apresenta os níveis de observação adotados nas modelagens numéricas desta dissertação: (i) macroescala, considerando propriedades homogêneas do material e (ii) mesoescala, analisando o comportamento mecânico do concreto sob a ótica das fibras discretas inseridas aleatoriamente na matriz cimentícia.



Macroescala: Contínuo Equivalente Representação Explícita da Fibra

Figura 3.4 - Níveis de observação do concreto com fibras a serem adotados nas aplicações deste trabalho.

## 3.3. Modelos Numéricos para a Análise Multiescala

Conforme descrito no início deste capítulo, o estudo de materiais compósitos sempre gerou amplo interesse nas áreas de Engenharia Civil e Ciência dos Materiais. Diversas técnicas numéricas vêm sendo empregadas e tratadas desde meados do século XX até os dias de hoje. Nos últimos anos, as abordagens de homogeneização numérica na macroescala baseada em modelos de elementos finitos estão sendo estudadas e aprimoradas para atingir resultados mais realistas e precisos com base na meso e microestrutura do compósito.

O entendimento da interação entre o concreto e as fibras nestes modelos, além de sua representação explícita, torna-se uma tarefa ainda mais trabalhosa, uma vez que fenômenos de não-linearidade física estão envolvidos nestes casos. Dentre eles, por exemplo, é possível citar a adesão entre a fibra e a matriz, o dano sofrido pelo material cimentício e a deformação plástica da fibra. Neste sentido, aplicações recentes (Ghosh & Chaudhuri, 2013; Zhang & Meschke, 2013; Guan *et al.*, 2015;

Montero-Chacón *et al.*, 2017) utilizam em suas formulações as denominadas aproximações multiescala, incorporando os efeitos da mesoescala para analisar a estrutura interna do material compósito. A partir da análise na escala intermediária, é possível inferir e explicar de maneira mais completa o que é observado em uma escala macroscópica, grosseiramente visível a olho nu. Pesquisas envolvendo análises multiescala de materiais compósitos cimentícios e as investigações envolvendo distintas escalas de observação passaram a ter grande destaque nos últimos anos, com aplicações para materiais compósitos cimentícios de alto desempenho com adição de fibras (Kabele, 2007; Kang & Bolander, 2016), ensaios de simulação computacional do processo de arrancamento da fibra (Kang *et al.*, 2014), ou ainda a modelagem do processo de propagação de fissuras nestes materiais utilizando formulações alternativas de elementos finitos (Kabele, 2010). As seções a seguir reúnem os modelos numéricos mais clássicos e relevantes para a representação na macro e mesoescala de materiais compósitos cimentícios.

#### 3.3.1. Macroescala

As simulações computacionais na macroescala para estruturas de concreto consideram o material homogêneo. Nestas análises, o concreto é representado a partir da utilização de propriedades equivalentes, em especial para compósitos. Grande parte dos modelos da macroescala são desenvolvidos para leis constitutivas considerando materiais com comportamento linear elástico e assumindo a hipótese de pequenas deformações.

Uma das metodologias mais empregadas para esta representação é o método do volume representativo (EVR ou RVE, na sigla em inglês) (Hill, 1963). O elemento de volume representativo é uma amostra da mesoestrutura do material em que o corpo macroscópico é ilustrado pela Figura 3.5.



Figura 3.5 - Metodologia do elemento de volume representativo (RVE) e processo de homogeneização utilizado na macroescala.

Em sua configuração inicial, o elemento de volume representativo assume o domínio  $\Omega$ . Considera-se que o mesmo é formado por um material que constitui a matriz do elemento e uma heterogeneidade formada por outro tipo de material. Sendo assim, o domínio  $\Omega$  é dividido em dois subdomínios  $\Omega^A$  e  $\Omega^B$ , representando a matriz e a heterogeneidade, respectivamente.

A escolha do tamanho do elemento representativo é relevante para as simulações que envolvem este tipo de metodologia numérica. Ele deve ser relativamente pequeno com relação ao corpo macroscópico de interesse, e suficientemente grande para ser considerado um meio contínuo (Hill, 1963). O critério de Hill é muito empregado para a escolha correta do tamanho do RVE (Hill, 1963; Kassem, 2009). Segundo tal condição, a energia em nível micro deve ser a mesma que a energia efetiva do material homogeneizado sob um determinado volume se existirem tensões ou deformações uniformes na fronteira do elemento ( $\omega$ ), conforme indica a Equação 3.1.

$$\langle \boldsymbol{\sigma}: \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_{\boldsymbol{\omega}} = \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle_{\boldsymbol{\omega}}: \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_{\boldsymbol{\omega}}$$
(3.1)

onde  $\sigma$  é o tensor de tensões do material e  $\varepsilon$  é o tensor de deformações do material.

O objetivo central do processo de homogeneização é encontrar equações constitutivas para o material efetivo, incluindo as propriedades e leis constitutivas do material que constituem a heterogeneidade. Além disso, conforme já apresentado
anteriormente, esta formulação considera o comportamento do material na fase elástica e assume a hipótese de pequenas deformações.

As Equações 3.2 e 3.3 traduzem as expressões matemáticas empregadas para determinação das propriedades homogeneizadas de um dado material, denominadas usualmente de Lei das Misturas.  $E_{eq}$  refere-se ao módulo de elasticidade equivalente do material compósito,  $f_t^{eq}$  é a resistência à tração equivalente do material compósito,  $E_m$  é o módulo de elasticidade da matriz cimentícia,  $f_t^m$  é a resistência à tração da matriz cimentícia,  $E_f$  é o módulo de elasticidade da fibra,  $f_t^f$  é a resistência à tração da fibra, n é a quantidade de fibras existentes em um dado domínio de interesse,  $A_m$  é a área da matriz cimentícia e  $A_f$  é a área de uma fibra unitária.

$$E_{eq} = \frac{E_m A_m + E_f * n * A_f}{A_m + n * A_f}$$
(3.2)

$$f_t^{eq} = \frac{f_t^{m} A_m + f_t^{f} * n * A_f}{A_m + n * A_f}$$
(3.3)

A vantagem de utilização de uma análise na macroescala está na eficiência numérica e na facilidade de modelagem, uma vez que o processo de discretização via elementos finitos é predominantemente definido pela geometria do elemento estrutural. Em simulações não-lineares, diversos modelos constitutivos complexos que representam os efeitos dentro da estrutura heterogênea do material são empregados para simular o comportamento de deterioração do concreto (Unger & Eckardt, 2011).

Estes modelos, por sua vez, possibilitam apenas uma interpretação homogênea de processos individuais, como a propagação de microfissuras e os mecanismos de dano, que ocorrem em uma escala de menor comprimento que a escala estrutural. Frequentemente, os parâmetros internos do material não podem ser medidos diretamente em experimentos físicos, o que torna a identificação destes parâmetros mais complicada (Unger & Eckdart, 2011).

É importante ainda ressaltar que, nas últimas décadas, alguns outros métodos na macroescala foram desenvolvidos considerando a hipótese de elasticidade não-linear e o comportamento não-linear no material (Huet, 1990; Zohdi & Wriggers, 2001). Apesar de apresentarem maior base teórica em suas formulações, estas metodologias geralmente são pouco utilizadas na prática, uma vez que proporcionam um aumento do custo computacional para realização das simulações.

### 3.3.2. Mesoescala

Nas simulações envolvendo a análise da mesoescala, os modelos numéricos representam explicitamente os componentes individuais da estrutura heterogênea interna do concreto com fibras. Esta representação pode ser traduzida como a forma e a distribuição das fibras discretas ou contínuas na matriz cimentícia, por exemplo. Neste sentido, modelos distintos de materiais podem ser atribuídos a cada componente do modelo da mesoescala. As simulações neste nível de observação exigem a discretização da estrutura interna do material, o que representa um aumento considerável no esforço computacional para conduzir as análises. Devido a esta complexidade, os modelos representam partes menores do contínuo (Unger & Eckardt, 2011).

Três fases distintas podem ser estudadas nas análises da mesoescala em um concreto com fibras: reforço fibroso, matriz de argamassa e a zona de transição interfacial (ITZ) entre a fibra e a matriz. Estes componentes apresentam por si só propriedades heterogêneas: a matriz de argamassa, por exemplo, é composta pela pasta de cimento endurecida, agregados finos e pelo volume de vazios. A caracterização da estrutura interna do material também é de grande importância para estes tipos de análises, uma vez que varia de acordo com as distintas distribuições de formas, tamanhos e de dispersão dos agregados.

Os modelos da mesoescala podem adotar diversas formas para se observar a estrutura intermediária do material: em alguns casos, os modelos consideram a presença da matriz e do reforço fibroso; em outros, há ainda a inclusão de agregados graúdos e miúdos, por exemplo. A Figura 3.6 ilustra um modelo da literatura para representação do concreto com fibras na escala meso, e que será adotado ao longo das modelagens apresentadas nos próximos capítulos deste trabalho.



Figura 3.6 - Exemplo de um modelo na mesoescala para o concreto com fibras.

Estudos recentes sobre o comportamento do concreto com fibras na mesoescala foram publicados na literatura com diferentes técnicas numéricas. Liang & Wu (2018) propuseram um modelo de mesoescala 3D considerando fibra e concreto separadamente, ligando-os a partir de uma linha de contato de deslizamento. Ogura *et al.* (2013) introduziram um modelo de mesoescala de um concreto com adição de fibras em fratura mista, baseado em um comportamento de arrancamento incluindo o ângulo de arrancamento das fibras para considerar a resistência da fibra contra a deformação ao longo do plano de fissuração. Alternativamente, Huschke & Unger (2016) propuseram um modelo de elementos finitos de mesoescala 2D e 3D empregando um modelo implícito de dano, inicialmente estudado por Peerlings *et al.* (1996). É importante ressaltar que muitas formulações não estão relacionadas apenas à matriz cimentícia, mas também a compósitos de matriz inorgânica, incluindo compósitos poliméricos ou cerâmicos, por exemplo (Sadowski & Marsavina, 2011; Fagiano *et al.*, 2014).

Outra metodologia empregada na literatura (Zhan & Meschke, 2016; D'Antino *et al.*, 2018) utiliza elementos de interface coesivos na zona de contato entre os elementos planos e os segmentos que representam as fibras. A resistência à tração e a rigidez normal destes elementos correspondem às propriedades mecânicas da fibra. A metodologia também reproduz os efeitos de deslizamento da fibra com respeito à matriz cimentícia, controlados pela resistência e rigidez da interação fibramatriz. Adicionalmente, o processo de descolamento da fibra da matriz cimentícia é representado pela rigidez normal e tangencial ( $K_n \ e \ K_t$ , respectivamente), associada à formulação dos elementos de interface coesivos.

Adicionalmente, os trabalhos de Wriggers & Moftah (2006), Zhou & Hao (2008) e Kim & Abu (2011) utilizam modelos axissimétricos incluindo a representação de agregados circulares, além de diferentes dosagens de fibras de aço com extremidades em forma de gancho. Estas abordagens produzem resultados satisfatórios quando submetidos a cargas estáticas e de impacto, simplificando o esforço computacional demandado para a realização da modelagem.

Entretanto, na grande maioria dos casos, para simular o comportamento de materiais heterogêneos, como o caso do concreto com fibras, é necessário atribuir propriedades distintas a todos os elementos que compõem a malha de elementos finitos. Em processos de fraturamento, inicialmente há o surgimento das microfissuras, que crescem gradativamente e surgem em uma fissura principal. Esta última não é contínua, pois existem superposições ou ligações entre as faces das microfissuras. Sendo assim, a fratura final acontece quando uma das pontas da fissura se propaga e une-se à outra (Kang, 2002).

O material entre as microfissuras superpostas sofre rotação, e a ruptura final do material se dá pela propagação de uma das microfissuras, como indica a Figura 3.7. Neste sentido, a utilização de elementos de barra ou de viga para simular a propagação de fraturas em materiais heterogêneos é bastante válida, uma vez que permitem uma melhor representação da trajetória de fratura na matriz de concreto. Desta forma, a utilização destes modelos para análises de fratura na mesoescala é vantajosa quando comparada à utilização de elementos planos para modelagem do fenômeno físico.



Figura 3.7 - Representação da rotação do material nas ligações entre fissuras: (a) caso numérico utilizando o modelo Lattice e (b) trajetória de fissuração esperada (Van Mier & Vervuurt, 1995).

Inicialmente, gera-se uma estrutura do material, com distribuição aleatória de agregados (assumidos com geometria esférica perfeita) e fibras (representadas por segmentos de reta). Em seguida, um reticulado quadrangular ou triangular é projetado sobre o modelo, onde diferentes resistências e valores de rigidez são atribuídos aos elementos de barra ou de viga. Quando um elemento de barra estiver situado dentro de uma partícula de agregado, será atribuída a resistência de ruptura do agregado a este elemento. Uma propriedade de interface será atribuída se um elemento de barra estiver localizado no contorno entre um agregado e a matriz do concreto (Schlangen, 1997).

### 3.4. Modelos Numéricos para Representação de Fraturas

A Mecânica da Fratura é composta por diversas subáreas, onde o tamanho da zona plástica na região próxima à ponta da trinca é essencial para escolher qual das subáreas será empregada, de modo a retratar de maneira eficiente os fenômenos do mundo real. Quando são formadas zonas plásticas pequenas na ponta da trinca, são utilizados os conceitos da Mecânica da Fratura Linear Elástica; quando a zona de deformações plásticas assume valores significativos, utilizam-se as formulações da Mecânica da Fratura Elastoplástica (Silva, 2015).

Contudo, a Mecânica da Fratura Clássica apresenta alguns problemas no que diz respeito à sua formulação matemática: a existência de uma singularidade no campo de tensões na ponta da trinca (Equação 3.4), o que implica em valores de tensão que tendem ao infinito nesta região (raio  $R \rightarrow 0$ ) o que, na prática, não ocorre (Figura 3.8). Uma terceira subárea vem ganhando forte relevância nas últimas décadas: a Mecânica da Fratura Coesiva, impulsionada pelos trabalhos e pesquisas de Dugdale, Barenblatt e Needleman (Barenblatt, 1962; Xu & Needleman, 1994).

$$\sigma_{ij} = \frac{k}{\sqrt{R}} f_{ij}(\theta) \tag{3.4}$$

onde  $\sigma_{ij}$  é a tensão atuante na ponta da trinca, k é uma constante, R é o raio da trinca,  $f_{ij}(\theta)$  é a função que modela o comportamento de tensão normal em função do ângulo que a trinca faz com o eixo horizontal.



Figura 3.8 – (a) Fratura de comprimento *a* em um plano infinito submetida a uma tensão vertical uniforme σ; (b) Distribuição de tensões normais ao longo da fratura (Adaptado de Khoei, 2014).

Com o advento da Mecânica Computacional, diversos métodos numéricos vêm sendo empregados para simular o processo de fratura, através da união dos conceitos

da Mecânica da Fratura Clássica com os modelos coesivos. Em diversos casos, as soluções analíticas para modelagem de fraturas são extremamente trabalhosas ou muitas vezes ainda não estão disponíveis, o que leva à utilização de técnicas de simulação numérica para realização da modelagem. O Método dos Elementos Finitos é um dos métodos mais empregados para a modelagem de fraturas em meios contínuos, podendo também ser aplicado para estudar o comportamento da abertura de fissuras em meios descontínuos.

Na modelagem de fraturas usando a abordagem convencional de elementosfinitos, a fratura é inserida no modelo através de sucessivos refinamentos à malha.Uma metodologia alternativa é a adoção de elementos de interface entre elementosplanos para representar explicitamente as fraturas (Rueda Cordero *et al.*, 2019). Estascaracterísticas em associação com o conceito de mecânica da fratura coesiva (MFC),definem os chamados "elementos coesivos" (Dávila *et al.*, 2007; Congro *et al.*, 2017;RuedaCordero*etal.*, 2019).

# 4 Análise Macroescala de Materiais Compósitos Cimentícios

## 4.1. Ideia Geral

Este capítulo apresenta as técnicas desenvolvidas ao longo deste trabalho para analisar o comportamento do concreto com fibras na escala macro de observação. É importante ressaltar que, nesta escala, o maior interesse está na resposta global da estrutura. No contexto dos ensaios de tração direta e de flexão para os materiais cimentícios com adição de fibras na macroescala, costuma-se analisar a capacidade de carga dos elementos estruturais ou corpos de prova, especialmente a partir dos gráficos de carga-deslocamento.

As metodologias empregadas ao longo deste trabalho consideram a ideia do processo de homogeneização de propriedades mecânicas do compósito, de modo a formar um meio contínuo equivalente, conforme visto no Capítulo 3. Este processo de homogeneização considera dois tipos distintos de abordagens: a primeira delas, com enfoque probabilístico, onde diversas funções densidade de probabilidade são adotadas para representar a dispersão aleatória das fibras na matriz cimentícia, gerando diferentes comportamentos mecânicos para o material, de acordo com a dispersão das fibras; e a segunda, utilizando as técnicas de Inteligência Artificial, a partir da criação de uma base de dados com parâmetros experimentais da literatura e treinamento de uma rede neural artificial para estimar os parâmetros mecânicos homogeneizados do material reforçado com fibras sob tração direta. A Figura 4.1 ilustra de forma esquemática a metodologia para as simulações na macroescala adotadas neste trabalho.



Abordagem por técnicas de Inteligência Artificial

81



## 4.2. Metodologia Macroescala 1 - Técnicas Probabilísticas

Para estruturas envolvendo materiais compósitos, como concreto com adição de fibras, análises probabilísticas ajudam a determinar como a distribuição do reforço fibroso afeta a resposta de um componente. Avaliação de capacidade de carga, ductilidade e a propagação de fissuras são algumas das respostas de interesse. De acordo com o padrão de dispersão aleatória das fibras, além de sua orientação e geometria, as fissuras podem propagar ao longo de diferentes trajetórias. Desta forma, simulações computacionais buscam prever o comportamento destes materiais compósitos em escalas de observação distintas.

Desde a década de 1970, diversas formulações matemáticas vêm sendo empregadas para o cálculo do volume crítico de fibras para o concreto com fibras. Estas formulações consideram a presença de fibras contínuas e perfeitamente alinhadas ao eixo de tensões principais. Entretanto, estas hipóteses muitas vezes não estão presentes na prática, uma vez que as fibras usualmente são discretas e aleatoriamente dispersas na matriz cimentícia. Assim sendo, o comportamento do compósito é diferente daquele previsto pelas formulações clássicas de Aveston, Cooper e Kelly (1971), detalhadas na Seção 2.3 desta dissertação. Os diversos formatos de seção transversal das fibras, por exemplo, introduzem variações na força que cada fibra poderá suportar. Esta variabilidade da rigidez da fibra na matriz cimentícia pode influenciar ainda nas propriedades de resistência do material, proporcionando diferentes comportamentos de acordo com a distribuição randômica do reforço fibroso, conforme indica a Figura 4.2. O módulo de elasticidade é variável não só para o caso de fibras de aço, mas também para qualquer outro tipo de fibra, em particular para fibras naturais, como sisal e bambu (Silva *et al.*, 2008; Chandramohan & Marimuthu, 2011; Li *et al.*, 2017).



Figura 4.2 - Representação esquemática da distribuição aleatória de fibras na matriz cimentícia, gerando múltiplos comportamentos globais de carga-deslocamento para uma estrutura na macroescala.

Desta maneira, as análises probabilísticas são realizadas com o objetivo de representar numericamente a dispersão aleatória de fibras na matriz de cimento, verificando como esta aleatoriedade pode afetar a capacidade de carga do elemento estrutural. Mais recentemente, diversas aproximações probabilísticas utilizando o Método de Monte Carlo vêm sendo aplicadas para materiais compósitos cimentícios reforçados com fibras (Lee & Mosalam, 2004; Thomos & Trezos, 2006), assumindo a

variabilidade espacial do reforço na matriz e a variabilidade de suas propriedades geométricas.

É importante ressaltar que as simulações numéricas na macroescala utilizando a abordagem probabilística buscam representar a rigidez e as diferentes dispersões de fibras na matriz cimentícia, evitando sua representação explícita no modelo de elementos finitos. Trata-se de uma abordagem aproximada, reduzindo o esforço computacional requerido para a condução das simulações numéricas.

Neste trabalho, de modo a simular a dispersão randômica das fibras na matriz de cimento em ensaios de tração direta para o concreto com fibras de aço, valores aleatórios de resistência à tração foram atribuídos aos elementos localizados na região central do modelo de elementos finitos. Estes arranjos reúnem variáveis aleatórias com distribuições de probabilidade conhecidas ou assumidas. Dada a simetria do corpo de prova, perfeitamente alinhado em relação ao eixo de aplicação da carga durante o procedimento experimental, a propagação de fissuras ocorrerá na região central do modelo de elementos finitos. Isto justifica o fato de atribuir somente valores de resistência à tração aleatórios aos elementos centrais da malha, reduzindo o esforço computacional para condução das análises. Adicionalmente, Congro *et al.* (2018) conclui que a resistência à tração é o parâmetro mais sensível para as simulações numéricas do comportamento mecânico do concreto com fibras em ensaios de tração direta.

É importante afirmar que, dentre as distribuições de probabilidade existentes na literatura, aquelas mais empregadas para geração aleatória de parâmetros estão relacionadas com as funções que necessitam apenas de duas variáveis para gerar um conjunto aleatório de dados: média e desvio padrão. Além disso, os parâmetros experimentais medidos em laboratório já trabalham com tais variáveis estatísticas, tornando mais fácil o acesso a estas informações. Assim sendo, foram selecionadas as distribuições normal, lognormal e logística para condução das análises probabilísticas realizadas ao longo deste trabalho, conforme indica a Figura 4.3.



Figura 4.3 - Funções de distribuição de probabilidade utilizadas na abordagem probabilística deste trabalho.

Desta forma, a ideia central da abordagem probabilística é o de construir um modelo de elementos finitos para representar o comportamento mecânico global na tração direta para concretos com fibras de aço. Em seguida, com auxílio de uma subrotina desenvolvida na linguagem MATLAB, serão gerados valores aleatórios de resistência à tração respeitando-se a função de probabilidade que rege a distribuição aleatória de tais parâmetros. Para permitir o processo de propagação de fraturas, elementos de interface coesivos são inseridos na região central do modelo, a partir de utilização de uma malha com topologia não-estruturada. De acordo com Wang (2006) e Yaghoobi et al. (2017), modelos numéricos com menor refinamento de malha podem gerar padrões de propagação de fissuras distintos daqueles que ocorrem na prática. Nesta aplicação, visando uma melhor identificação do padrão de fratura, o modelo foi discretizado com maior refinamento na região central. Os valores de propriedades aleatórias de resistência à tração serão atribuídos aos elementos localizados na região central do modelo de elementos finitos, dada a previsibilidade de propagação de fissuras nesta área, com a adoção de elementos de interface coesivos entre os elementos planos para permitir a propagação de fissuras. A Figura 4.4 indica um exemplo de modelo computacional na tração direta, ilustrando

esquematicamente a atribuição randômica de propriedades a cada elemento da região central do modelo de elementos finitos.



Figura 4.4 - Representação ilustrativa da atribuição de propriedades aleatórias aos elementos da região central do modelo na macroescala.

A Figura 4.5 exibe o esquema de trabalho da ideia central utilizada na abordagem probabilística deste trabalho.



Figura 4.5 - Esquema de trabalho das simulações na macroescala com a abordagem probabilística realizada durante este trabalho.

### 4.3. Metodologia Macroescala 2 - Técnicas de Inteligência Computacional – Redes Neurais Artificiais (RNAs)

Nas últimas décadas, a Inteligência Artificial (IA) surgiu como um novo campo de pesquisa e aplicações em muitas áreas, como sistemas de banco de dados inteligentes. De acordo com Lu *et al.* (2012), a pesquisa em campo de IA foi desenvolvida desde 1956 e envolve múltiplas disciplinas, como Ciência da Computação, Matemática, Biologia e Física. Este estudo conjunto é realizado a fim de reproduzir a função inteligente do cérebro humano. Com o avanço crescente da informática e do processamento de dados durante os últimos anos, a Inteligência Artificial passou a ser um campo mais prático, fortemente conectado a sistemas de resolução de problemas, especialmente em aplicações de Engenharia. Neste cenário,

Considerando o comportamento anisotrópico do compósito devido à dispersão das fibras aleatórias dentro da matriz cimentícia, simulações de elementos finitos aliados à análise probabilística tentam reproduzir o comportamento não linear do concreto após a primeira fissura (Naaman et al., 1974; Karinsrki et al., 2017; Ríos et al., 2017; Congro et al., 2019). No entanto, muitos estudos numéricos baseados em metodologias probabilísticas são fortemente dependentes dos ensaios experimentais, e, na maioria das vezes, são baseados em parâmetros obtidos diretamente por testes de laboratório. Esta avaliação pode inspecionar o comportamento na macroescala de um determinado sistema estrutural, mas usualmente geram custos e demandam tempo para serem executados. Alguns obstáculos também podem ser incluídos neste contexto, como a dificuldade de obtenção dos materiais necessários para cada experimento ou ainda como obter as propriedades mecânicas e reproduzir condições específicas de cada ensaio. Desta forma, as Redes Neurais Artificiais (RNA) surgem como um dos métodos de Inteligência Computacional válidos para a previsão do comportamento mecânico dos materiais em uma escala macro de observação, dispensando a dependência dos modelos numéricos com os parâmetros estimados experimentalmente. É importante ressaltar aqui que os bons resultados trazidos pelas metodologias de Inteligência Artificial dependem diretamente da qualidade dos dados que compõem a base de dados da rede e do treinamento utilizado para a estimativa da saída fornecida por estes algoritmos.

De acordo com Ding *et al.* (2013), as redes neurais artificiais (RNAs) são sistemas adaptativos de processamento de informações não-lineares que associam diversas unidades de processamento a uma série de características, como auto adaptação, auto-organização e tempo real de aprendizagem. Suas principais vantagens são determinadas pela arquitetura de rede e seus algoritmos associados. A execução destes sistemas está fortemente relacionada com a quantidade de neurônios. Um número reduzido de neurônios pode resultar em estimativas ruins de respostas do sistema, enquanto um número muito grande de neurônios pode levar a problemas de *overfitting*. Desta forma, construir uma rede confiável e racionalizar a topologia do sistema artificial torna a execução destes modelos ainda mais desafiadora.

Desta forma, a escolha da arquitetura ideal da rede é muito relevante para o processo de predição destes sistemas, que inclui suas interações e as funções de transferência (Ding *et al.*, 2013). O design do sistema incorpora muitos dados, como o número de neurônios, a forma de associação, o número de camadas ocultas, as funções de transferência, os algoritmos de treinamento, dentre outros. A Figura 4.6 apresenta os elementos básicos que compõem a arquitetura de uma rede neural artificial.



Figura 4.6 - Exemplo de arquitetura básica de uma rede neural artificial.

De maneira geral, as redes neurais apresentam a mesma unidade de processamento: um neurônio artificial, cujas características se assemelham a um neurônio biológico. Conforme visto na Figura 4.6, esta unidade pode ser constituída por várias entradas, que se equivalem às conexões sinápticas com outros neurônios; e uma saída, cujo valor é dependente da soma ponderada de todas as saídas dos outros neurônios conectados a ele (Haykin, 1999). A Figura 4.7 ilustra de forma esquemática o modelo artificial de um neurônio, que inclui um viés (*bias*, no termo em inglês), favorecendo ou limitando a ativação de um dado neurônio. Adicionalmente, as

conexões sinápticas são representadas pelos pesos  $w_{nj}$  que magnificam os sinais recebidos. Finalmente, a função de ativação *f* é responsável pela maneira pela qual o neurônio responde ao nível de excitação, limitando e determinando qual a saída da rede neural.



Figura 4.7 - Representação de um modelo artificial de neurônio.

Segundo Rumelhart *et al.* (1986), a função de ativação pode ser representada a partir de três formas básicas principais: limiar, linear e sigmoide. Estas funções introduzem fatores não lineares nas redes neurais, permitindo que o sistema aprenda não somente relações lineares entre as variáveis dependentes e independentes. O critério de escolha da função de ativação varia de acordo com os objetivos de cada aplicação (Haykin, 1999).

A arquitetura de uma rede neural é diretamente relacionada com o algoritmo empregado para realizar seu treinamento. A forma pela qual os neurônios que compõem o sistema estão estruturados determina as regras de aprendizagem da rede. Quando o instrutor faz uma verificação e analisa o quanto a rede está próxima de uma solução aceitável, adaptando na concepção de treinamento os pesos entre os neurônios, e prevendo uma menor diferença entre as saídas desejadas, tem-se uma aprendizagem supervisionada. Em contrapartida, na abordagem não-supervisionada, os algoritmos de aprendizado são responsáveis por distinguir classes de padrões entre os dados fornecidos à rede, usualmente a partir de conceitos de agrupamento e vizinhança, uma vez que suas saídas não são previamente conhecidas. Adicionalmente, a rede é ajustada com base em regularidades estatísticas dos dados de entrada (Matsunaga, 2012).

Recentemente, várias aplicações de redes neurais artificiais (RNA) são empregadas para melhor entender o comportamento não-linear de materiais cimentícios. A maioria das aplicações está relacionada à estimativa da resistência à compressão do concreto (Ni & Wang, 2000; Rajasekaran & Lee, 2003; Atici, 2011; Alexandridis *et al.*, 2012), avaliação de falhas e propagação de fraturas (Zhao & Ren, 2002), cisalhamento de vigas de concreto armado (Cladera & Mari, 2004), dentre outros. Estes modelos são estabelecidos como técnicas eficientes para modelagem e previsão de sistemas complexos de Engenharia.

Este trabalho propõe a aplicação de uma rede neural artificial como uma ferramenta para estimar as propriedades mecânicas homogeneizadas do concreto com fibras de aço discretas, retas, lisas e aleatoriamente dispersas na matriz. A seguir, os parâmetros de resposta calculados pela rede são levados a um simulador de elementos finitos. Finalmente, a análise computacional é realizada pelo framework GeMA (Mendes, 2016), e o comportamento global do material sob tração direta é analisado. A Figura 4.8 sintetiza o esquema de trabalho para o estudo na macroescala do comportamento de materiais compósitos cimentícios com fibras empregando-se as técnicas de Inteligência Artificial.



# Figura 4.8 - Esquema de trabalho para a metodologia empregada na macroescala utilizando a abordagem de redes neurais artificiais.

Neste estudo, desenvolve-se uma rede neural capaz de prever os parâmetros mecânicos homogêneos equivalentes para a representação do comportamento global do compósito na macroescala: o módulo de elasticidade do conjunto matriz e fibras, sua resistência à tração e energia de fratura do compósito. Como trata-se de um material quase-frágil, estes parâmetros são necessários para execução das simulações computacionais em elementos finitos, representando com fidelidade o comportamento carga-deslocamento na tração direta.

Conforme relatado por Congro *et al.* (2018), a resistência à tração e a energia de fratura são parâmetros sensíveis que regem o comportamento mecânico do compósito com fibras de aço na tração direta. A resistência à tração é a capacidade do concreto suportar a força de tração sem fraturar, aumentada no caso do compósito cimentício graças à presença das fibras. Por outro lado, a energia de fratura tem relação com os mecanismos de fissuração no concreto, governando a fase pós-pico do material após o surgimento da primeira fissura da matriz cimentícia.

Noventa e dois dados experimentais disponíveis na literatura foram coletados com o objetivo de construir a base de dados a ser utilizada pela rede neural durante o processo de determinação dos parâmetros mecânicos do concreto com fibras de aço. Considerando a mesma base de dados, foram desenvolvidas três redes distintas, uma para cada parâmetro mecânico de saída (módulo de elasticidade, resistência à tração e energia de fratura). É importante ressaltar que os resultados experimentais coletados na literatura e que compõem as informações de entrada da RNA envolvem fibras de aço retas, lisas e discretas aleatoriamente dispersas na matriz cimentícia (Choi & Lee, 2003; Thomas & Ramaswamy, 2007; Rao *et al.*, 2009; Adyin *et al.*, 2013; Hossain *et al.*, 2013; Alberti *et al.*, 2014; Guneyisi *et al.*, 2015; Yoo *et al.*, 2015). Estas informações reúnem como dados de entrada: (i) o fator água-cimento, (ii) o comprimento da fibra de aço, (iii) o diâmetro da fibra de aço e (iv) o teor volumétrico das fibras na matriz cimentícia. Os valores de entrada foram introduzidos na rede neural após um procedimento de normalização dos dados. A opção pela criação de três redes neurais, cada uma fornecendo um único parâmetro de saída, é justificada pela melhor acurácia obtida com os resultados, uma vez que os valores de regressão (R<sup>2</sup>) são superiores se comparados à configuração de uma rede neural com três parâmetros de saída.

A Figura 4.9 apresenta de forma esquemática a arquitetura de cada uma das três redes neurais desenvolvidas para estimar os parâmetros mecânicos homogeneizados do concreto com fibras na macroescala com técnicas de Inteligência Artificial. Neste sentido, é importante observar que os dados de entrada e a estrutura das três redes são os mesmos, alterando-se apenas o dado de saída devolvido por cada sistema artificial (módulo de elasticidade, resistência à tração e energia de fratura do compósito, respectivamente). A primeira rede neural é responsável pela estimativa do módulo de elasticidade do compósito, a segunda RNA determina o valor de resistência à tração, e, finalmente, a energia de fratura do compósito é obtida pela terceira rede neural desenvolvida neste trabalho.



Figura 4.9 - Arquitetura utilizada para as três redes neurais desenvolvidas neste trabalho.

Para a construção das redes neurais utilizadas neste trabalho, adotou-se uma estratégia de aprendizagem supervisionada a partir de um algoritmo de retropropagação (*back-propagation algorithm*). Este algoritmo busca iterativamente a diferença mínima entre as saídas desejadas e as saídas obtidas pelo sistema artificial, considerando o menor índice de erro global absoluto. Ajustes dos pesos entre as camadas da rede neural são efetuados através da retropropagação do erro calculado a cada iteração (Rumelhart *et al.*, 1986). Durante o processo de validação e treinamento, os dados de entrada foram aleatoriamente divididos em três categorias distintas: 70% das amostras foram destinadas ao treinamento e 30% a validação e teste.

Todas as análises dos métodos de IA realizadas ao longo desta dissertação foram executadas com a toolbox *Deep Learning Optimization* do software MATLAB ®, variando-se apenas a quantidade de neurônios utilizada em cada caso. A Tabela 4.1 sintetiza as principais informações relativas à arquitetura das redes neurais empregadas neste trabalho.

Tabela 4.1 - Configurações e dados de arquitetura para as três redes utilizadasneste trabalho.

Arquitetura das Redes Neurais				
Número de Neurônios	14/15/14			

Algoritmo de Treinamento	Trainlm
Função de Transferência	Tansig
Número de Camadas Ocultas	1

A Tabela 4.2 abaixo fornece os limites superiores e inferiores para cada um dos parâmetros de entrada das redes utilizadas neste trabalho.

Tabela 4.2 - Limites superiores e inferiores para os dados de entrada da RNA.

Limites/ Parâmetros	Fator Água- Cimento (-)	Comprimento da Fibra (mm)	Diâmetro da Fibra (mm)	Teor Volumétrico de Fibras (%)
Limite Superior	0,65	60	1,6	2,0
Limite Inferior	0,16	5	0,2	0,1

Inúmeras rodadas de simulação numérica foram executadas com o objetivo de obter os melhores resultados de R<sup>2</sup> para cada parâmetro mecânico do concreto com fibras de aço. A definição do número de neurônios, camadas ocultas e tipo de algoritmo de treinamento foram ajustadas após múltiplas rodadas de testes e estudos prévios com relação à arquitetura da RNA. Após a realização destes estudos, o critério de seleção da melhor rede foi definido a partir do valor mais alto de regressão global (R<sup>2</sup>) obtido pelo sistema artificial após modificação destas configurações. Este critério de seleção é adotado por outros autores na literatura (Khademi & Behfarnia, 2016; Ali *et al.*, 2015; Naderpour *et al.*, 2010).

Por definição, o coeficiente de determinação é o valor que explicita o ajuste de um dado modelo estatístico a um conjunto de dados observados. Quanto maior o valor de R<sup>2</sup>, melhor é o ajuste do modelo aos dados experimentais. Dado um valor amostral  $y_i$  e uma média de observações  $\bar{y}$ , é possível obter a soma dos quadrados das diferenças entre a média e os valores amostrais, denotado aqui por soma dos quadrados total ( $SQ_{total}$ ) (Equação 4.1).

$$SQ_{total} = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2$$
 (4.1)

Outra parcela utilizada no cálculo do coeficiente de determinação é a soma dos quadrados dos resíduos ( $SQ_{resíduos}$ ), onde  $\hat{y}$  é o valor estimado de  $y_i$ . Este termo indicado pela Equação 4.2 traduz a parte que não é explicada pelo modelo de ajuste.

$$SQ_{resíduos} = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y})^2$$
 (4.2)

O coeficiente de determinação R<sup>2</sup> é obtido pela normalização dada pelo quociente entre a soma dos quadrados dos resíduos e a soma dos quadrados total, conforme aponta a Equação 4.3.

$$R^2 = 1 - \frac{SQ_{residuos}}{SQ_{total}} \tag{4.3}$$

Desta forma, quanto menor for a razão da soma dos quadrados dos resíduos e a soma dos quadrados total, maior será o valor do coeficiente de determinação, retratando um melhor ajuste do modelo aos dados amostrais.

A solução obtida pelas redes neurais adotadas neste trabalho apresenta valores de ajuste satisfatórios, com índices de regressão superiores a 90%, conforme indicam as Figuras 4.10 (a), (b) e (c). Nestes gráficos, são exibidos os dados de validação e teste da rede neural, as curvas de ajuste do sistema artificial com relação a estes dados, e, finalmente, a reta com índice de regressão igual a 1 (Y = T) utilizada para fins comparativos de ajuste.



Figura 4.10 – Valores de regressão global (R<sup>2</sup>) obtidos para: (a) Rede 1; (b) Rede 2; (c) Rede 3.

A partir dos valores de R<sup>2</sup> obtidos pelos gráficos anteriores, é possível inicialmente afirmar que as redes desenvolvidas apresentam bons índices de ajuste, com acurácia superior a 90%. Contudo, boas práticas de modelagem exigem a realização de uma avaliação de confiança do modelo proposto. Assim, uma análise de sensibilidade da resposta da rede neural torna-se essencial para a realização das simulações de elementos finitos na macroescala.

### 4.3.1. Análise de Sensibilidade

Esta seção propõe uma análise de sensibilidade de parâmetros de uma rede neural artificial usando a metodologia de Projeto de Experimentos (Design de Experimentos, DOE). O sistema artificial é gerado a partir um banco de dados experimental coletado da literatura, conforme detalhado na seção anterior. O fator água-cimento, o comprimento da fibra de aço, o diâmetro e o teor volumétrico de fibras de aço em testes de tração direta reúnem os dados de entrada para a rede. A partir destas variáveis, os parâmetros mecânicos do concreto com fibras podem ser determinados: o módulo de Young, a resistência à tração e a energia de fratura do material. Desta forma, a análise de sensibilidade da rede é uma ferramenta valiosa para prever a resposta mecânica do compósito, verificando se de fato os dados de entrada da rede são relevantes para prever o comportamento macro do material compósito.

Experimentos são utilizados para estudar a performance de processos e sistemas, e podem ser esquematicamente representados conforme ilustra a Figura 4.11. De acordo com Montgomery (2013), um processo é uma combinação de máquinas, métodos, pessoas e recursos que transformam um dado de entrada em um dado de saída que possui uma ou mais variáveis de resposta.



Figura 4.11 - Modelo genérico de um processo (Adaptado de Montgomery, 2013).

Os objetivos centrais para realização de experimentos envolvem a determinação de quais variáveis (fatores) mais influenciam na resposta y do sistema (Myers *et al.*, 2004; Montgomery, 2013). Os experimentos usualmente estão relacionados com diversos fatores, e a metodologia DOE surge como um método estruturado para estabelecer o contato entre fatores e saídas de um dado processo (Yoon, 2007).

Portanto, é um procedimento vantajoso para planejar experimentos e obter conclusões confiáveis a respeito do funcionamento de processos, especialmente em Engenharia.

Diversos métodos do DOE podem ser empregados para estudar este comportamento, e uma das técnicas mais utilizadas é a Metodologia da Superfície de Resposta (RSM, na sigla em inglês). A metodologia da superfície de resposta é frequentemente utilizada para refinar modelos após a determinação dos fatores mais importantes utilizando experimentos fatoriais; ou especialmente se há uma suspeita de curvatura na superfície de resposta (Khuri & Cornell, 1996). Na maioria dos casos de Engenharia, as saídas devem ser projetadas considerando os efeitos de curvatura para permitir os efeitos quadráticos de cada variável independente.

A análise de sensibilidade deste trabalho é realizada a partir das metodologias DOE/RSM. Superfícies de resposta são produzidas para verificar a sensibilidade da rede neural e de seus parâmetros de entrada no comportamento macro do concreto. A Figura 4.12 apresenta o esquema de trabalho para a análise de sensibilidade desenvolvida neste trabalho.



Figura 4.12 - Esquema de trabalho para a análise de sensibilidade proposta neste trabalho.

As análises do DOE/RSM foram realizadas no software Minitab 18 <sup>®</sup>. As configurações padrão das análises estatísticas consideram um intervalo de confiança de 95% para as simulações, além da adoção do projeto CCC (Plano Composto Central Circunscrito) para geração das superfícies de resposta correspondentes. A partir da análise destas superfícies, é possível confirmar a presença ou ausência dos efeitos de cada parâmetro de entrada da rede neural na resposta do sistema. Estas inferências são então comparadas com alguns trabalhos da literatura, validando as conclusões obtidas com a análise de sensibilidade.

É importante ressaltar que as superfícies de resposta exibidas a seguir representam o comportamento na tração direta do concreto com fibras de aço dentro dos parâmetros indicados na Tabela 4.2. Desta maneira, as superfícies não representam o comportamento geral do concreto em todo o espaço de variáveis independentes, uma vez que a base de dados da rede neural é restrita a determinados intervalos. Assim sendo, considerando esta região de análise, a adoção de um

polinômio quadrático para a execução da metodologia DOE/RSM é satisfatória para o problema. Finalmente, a Figura 4.13 apresenta como os pontos experimentais da base de dados da rede neural estão distribuídas no espaço de parâmetros de entrada.



4.13 – Distribuição dos pontos que compõem a base de dados da rede neural artificial desenvolvida neste trabalho.

As Figuras 4.14 e 4.15 exibem as superfícies de resposta considerando o módulo de elasticidade como resposta do sistema (Rede 1). O fator água-cimento e o teor volumétrico das fibras na matriz são as variáveis independentes exibidas na Figura 4.14, enquanto que o comprimento e o diâmetro das fibras de aço são as variáveis independentes na Figura 4.15.



Figura 4.14 - Superfície de resposta para o módulo de elasticidade (MPa) considerando o fator água-cimento (-) e o teor volumétrico das fibras de aço (%) como variáveis independentes.



Figura 4.15 - Superfície de resposta para o módulo de elasticidade (MPa) considerando o comprimento e o diâmetro da fibra de aço (mm) como variáveis independentes.

Com base nas Figuras 4.14 e 4.15, as relações entre o módulo de elasticidade e os parâmetros de entrada não são constantes, o que sugere que os mesmos são relevantes para a variável de saída do sistema. O módulo de elasticidade decresce quadraticamente com o fator água-cimento, em concordância com a superfície de resposta. Isto pode ser confirmado pelos trabalhos anteriores de Gao *et al.* (2017), Figueiredo (2011) e Bentur & Mindess (2007). Adicionalmente, o módulo de elasticidade apresenta uma dependência linear com o aumento do teor volumétrico das fibras, também indicado na Figura 4.13. De acordo com Neves & Almeida (2005), o módulo de elasticidade apresenta uma tendência de decrescimento conforme o teor volumétrico aumenta.

A Figura 4.15 aponta que há um incremento no valor do módulo de elasticidade com o comprimento e diâmetro das fibras de aço até um valor específico de cada um destes parâmetros de entrada. Entretanto, conforme reportado por Góis (2010) e Abbas *et al.* (2014), a razão de aspecto da fibra não afeta expressivamente o módulo de elasticidade. Em seus trabalhos, relações distintas entre o comprimento da fibra e o módulo de Young são verificadas, levando a múltiplos comportamentos do concreto com fibras quando observamos tais variáveis conjuntamente. Neste sentido, é necessário analisar cautelosamente as outras variáveis envolvidas, tais como as propriedades da mistura e possíveis adições para então efetuar inferências sobre a resposta mecânica do compósito para este cenário.

As Figuras 4.16 e 4.17 ilustram as superfícies de resposta considerando a resistência à tração como saída do sistema (Rede 2). O fator água-cimento e o teor volumétrico das fibras são considerados variáveis independentes no gráfico da Figura 4.16, enquanto que o comprimento e diâmetro das fibras de aço são os parâmetros independentes no gráfico da superfície da Figura 4.17.



Figura 4.16 - Superfície de resposta para a resistência à tração (MPa) considerando o fator água-cimento (-) e o teor volumétrico das fibras (%) como variáveis independentes.



Figura 4.17 - Superfície de resposta para a resistência à tração (MPa) considerando o comprimento e o diâmetro da fibra de aço (mm) como variáveis independentes.

A partir dos gráficos de superfícies exibidos anteriormente, é possível inferir que todos os parâmetros de entrada afetam a resistência à tração do material compósito dentro dos intervalos analisados. De acordo com a Figura 4.16, a resistência à tração cresce até um determinado teor volumétrico de fibras, decrescendo após este ponto. A dispersão aleatória das fibras de aço na matriz cimentícia é um fator relevante que implica na redução da resistência à tração após um determinado teor de fibras. Esta conclusão é também apontada por alguns autores na literatura, como Bhat & Khan (2018) e Beigi et al. (2013). A superfície de resposta do DOE também aponta que a resistência à tração diminui com o fator água-cimento, hipótese confirmada por Bentur & Mindess (2007). Outros dados de entrada da rede apresentam pequenos valores de resistência à tração (perto de 1 MPa, por exemplo). Isto pode sugerir que, para alguns parâmetros de entrada, a resistência à tração caia para valores próximos de zero, mas não exatamente esse valor. Já na Figura 4.17, verifica-se que a resistência à tração cresce com o diâmetro e comprimento da fibra de aço. Após um determinado valor, a resistência à tração decresce quando ambos os parâmetros geométricos da fibra diminuem. Resultados experimentais previamente relatados por Góis (2010) e Abbas et al. (2014) confirmam esta inferência sobre o material compósito cimentício com fibras, apesar de outras variáveis, tais como as propriedades da mistura e configurações dos ensaios também exercam influência sobre tais resultados experimentais.

Finalmente, as Figuras 4.18 e 4.19 apresentam as superfícies de resposta considerando a energia de fratura (Rede 3) como parâmetro de saída do sistema. O fator água-cimento e o teor volumétrico da fibra são as variáveis independentes apresentadas no gráfico da Figura 4.18, enquanto que o comprimento e diâmetro das fibras de aço aparecem como as variáveis independentes na superfície de resposta da Figura 4.19.



Figura 4.18 - Superfície de resposta para a energia de fratura (N/mm) considerando o fator água-cimento (-) e o teor volumétrico das fibras (%) como variáveis independentes.



Figura 4.19 - Superfície de resposta para a energia de fratura (N/mm) considerando o comprimento e o diâmetro das fibras (mm) como variáveis independentes.

De acordo com a Figura 4.18, há um aumento no valor da energia de fratura com respeito ao teor volumétrico de fibras. Este comportamento é também discutido em alguns trabalhos da literatura (Figueiredo *et al.*, 2000; Kim *et al.*, 2010;

Figueiredo, 2011), uma vez que um maior número de fibras será inserido na matriz cimentícia. Em ensaios de tração direta para concretos com adição de fibras de aço, a capacidade de carga dos espécimes é diretamente proporcional à porcentagem volumétrica de fibras (Naaman, 2018). Em contrapartida, conforme ocorre um aumento do fator água-cimento, há redução nos valores de energia de fratura. Beigi *et al.* (2013) e Han *et al.* (2019) suportam estas respostas em seus ensaios experimentais com materiais compósitos cimentícios com fibras de aço.

O comprimento e diâmetro da fibra não apresentam relação constante com a energia de fratura, uma vez que a superfície gerada pelo DOE apresenta uma dada curvatura (Figura 4.19). Figueiredo (2011) realizou algumas análises experimentais onde a energia de fratura crescia juntamente com o comprimento da fibra até um dado valor de comprimento, denominado comprimento crítico; em seguida, havia redução no valor deste parâmetro do material. No que diz respeito à relação envolvendo o diâmetro da fibra, Figueiredo (2011) confirma que há redução da energia de fratura conforme ocorre a diminuição do diâmetro. Este decréscimo também é descrito no trabalho realizado por Beigi *et al.* (2013).

Após a realização da análise de sensibilidade, observa-se que o fator águacimento, o comprimento, diâmetro e teor volumétrico da fibra de aço geram impacto nos parâmetros mecânicos do concreto com fibras estimados pelas redes neurais: módulo de elasticidade, resistência à tração e energia de fratura do material. A partir da análise das superfícies de resposta geradas pela metodologia DOE, é possível verificar a presença de curvaturas que apontam os efeitos de cada parâmetro de entrada nas respostas do sistema. Neste sentido, conclui-se que o fator água-cimento, o teor volumétrico das fibras, o comprimento e o diâmetro das fibras de aço são de fato dados relevantes para estimar as propriedades homogeneizadas do compósito em uma macroescala de observação a partir das técnicas de Inteligência Artificial.

# 5 Análise Mesoescala de Materiais Compósitos Cimentícios

### 5.1. Ideia Geral

Este capítulo tem por objetivo descrever a formulação de elementos finitos proposta neste trabalho para a representação do comportamento mecânico de materiais compósitos cimentícios na mesoescala, em especial para o caso de concretos com fibras. Diversas metodologias são empregadas para representar numericamente o comportamento mecânico do concreto com fibras em simulações multiescala. Na macroescala, os parâmetros e propriedades adotadas nas simulações computacionais referem-se ao conjunto concreto com fibras. Já em uma escala intermediária de observação, a nível das fibras, é necessário levar em consideração não só as propriedades mecânicas da matriz cimentícia, como também das fibras que constituem o material compósito, bem como sua quantidade e dispersão na matriz. A representação computacional destes modelos é usualmente complexa e tem um elevado custo computacional, uma vez que há a necessidade de discretizar não só o meio contínuo, como também as entidades discretas que representam o reforço fibroso.

As seções subsequentes apresentam as etapas detalhadas da formulação empregada neste trabalho. Adicionalmente, algumas justificativas com relação à importância de se considerar a rigidez das fibras na formulação matemática são explicitadas ao longo deste capítulo.

### 5.2. Modelo na Mesoescala

Nos capítulos anteriores, diversas técnicas de homogeneização do meio contínuo foram empregadas para representar o conjunto concreto-fibras no modelo numérico submetido a tração direta na macroescala. Contudo, a análise dos modelos em uma escala intermediária de análise é de grande importância, uma vez que as relações constitutivas do material são desenvolvidas neste nível de observação. A partir do entendimento de tais relações, é possível confirmar ou validar os resultados obtidos na escala macro. Adicionalmente, o concreto com adição de fibras é um material altamente complexo composto por múltiplos componentes, tornando necessário o estudo com respeito a cada um destes constituintes. Neste trabalho, a análise na mesoescala é realizada sob a escala das fibras. Neste sentido, a matriz cimentícia, o reforço fibroso e a zona de transição interfacial são representadas nos modelos de elementos finitos adotados, conforme ilustra a Figura 5.1 a seguir.



Figura 5.1 - Representação dos constituintes do concreto com fibras considerados para as simulações mesoescala deste trabalho.

É importante ressaltar que, nos modelos meso, as fibras apresentam propriedades mecânicas próprias, distintas da matriz, e um modelo constitutivo que representa seu comportamento.
Ao longo deste trabalho, duas metodologias numéricas são propostas para representação do concreto com fibras na mesoescala: a primeira delas adota elementos de interface coesivos para modelagem dos segmentos que representam as fibras e a zona de contato entre os elementos planos do modelo, permitindo ainda a análise do processo de propagação de fissuras no material. Já a segunda abordagem propõe a formulação de um novo elemento finito capaz de captar os efeitos normais da fibra com relação à matriz cimentícia por meio da imposição de restrições para modelos com múltiplos graus de liberdade. Esta segunda formulação é inspirada na metodologia apresentada por Cook (2002) para a associação de elementos com diferentes graus de liberdade.

É importante ressaltar que a segunda abordagem para a mesoescala adotada neste trabalho, denotada por "formulação compósita", considera internamente em sua formulação não só os efeitos de rigidez dos elementos planos que representam a matriz cimentícia, como também incorpora a rigidez da fibra a cada um dos elementos atravessados pelo reforço fibroso.

### 5.3. Efeito da Rigidez das Fibras

De modo a verificar a importância de se considerar o efeito de rigidez das fibras em uma das abordagens mesoescala da formulação matemática de elementos finitos adotada neste trabalho, realizou-se uma prova de conceito. Para execução deste estudo, construiu-se no software comercial ABAQUS ® um modelo 2D de elementos finitos de um bloco de concreto com dimensões 100x100x1 mm engastado na aresta superior e submetido a um deslocamento prescrito de 3 mm em sua base, conforme ilustra a Figura 5.2.



Figura 5.2 - Bloco de concreto utilizado nas simulações numéricas para verificação do efeito de rigidez da fibra.

As simulações desta prova de conceito consideram, por simplicidade, comportamento linear elástico da matriz e da fibra em estado plano de tensões. Supõe-se ainda, para estes casos, a hipótese de aderência perfeita entre a matriz e o reforço fibroso. Inicialmente, para melhor analisar a influência da adição de fibras na rigidez do sistema, construiu-se um modelo formado pela matriz de cimento sem a presença de fibras. As propriedades elásticas e mecânicas adotadas no modelo computacional baseiam-se nos resultados experimentais realizados por Marangon (2011) em concretos com fibras de aço: módulo de elasticidade da matriz igual a 33 GPa, e coeficiente de Poisson igual a 0.2.

Em seguida, uma fibra alinhada verticalmente na região central do bloco foi adicionada ao modelo. Nesta etapa, são consideradas propriedades mecânicas distintas para a matriz e para a fibra, ambas em regime linear elástico. As condições de contorno do sistema são idênticas ao primeiro modelo. Foram adotadas as propriedades das fibras de aço reportadas no trabalho de Marangon (2011): módulo de elasticidade da fibra de 200 GPa e coeficiente de Poisson igual a 0.2. É importante afirmar que, nestes casos, a ancoragem da fibra à matriz é dada por meio dos nós do modelo de elementos finitos, ou seja, fibra está rigidamente ligada à matriz nos nós da malha.

Um terceiro cenário incluindo uma fibra inclinada a 30° com relação ao eixo horizontal também foi analisado durante a execução das simulações. Para este caso, foram adotadas as mesmas propriedades elásticas e mecânicas da matriz cimentícia e das fibras dos casos anteriores. Para todas as simulações citadas nesta seção, adota-se hipótese de estado plano de tensões. Os resultados referentes aos mapas de tensões horizontais (S11), verticais (S22) e cisalhantes (S12) no sistema de coordenadas global para os três cenários anteriormente mencionados são apresentados nas Figuras 5.3, 5.4 e 5.5.



Figura 5.3 – Mapa de tensões horizontais para as simulações prova de conceito considerando: (a) matriz cimentícia homogênea; (b) matriz com fibra a 90°; (c) matriz com fibra a 30°.



Figura 5.4 – Mapa de tensões verticais para as simulações prova de conceito considerando: (a) matriz cimentícia homogênea; (b) matriz com fibra a 90°; (c) matriz com fibra a 30°.



Figura 5.5 - Mapa de tensões cisalhantes para as simulações prova de conceito considerando: (a) matriz cimentícia homogênea; (b) matriz com fibra a 90°; (c) matriz com fibra a 30°.

Para avaliar o acréscimo de rigidez causado pela incorporação das fibras ao modelo, foram traçadas curvas de carga-deslocamento do bloco de concreto. Como o modelo apresenta comportamento linear elástico, é necessário calcular o coeficiente angular da reta obtida para obter numericamente o valor da rigidez global do sistema. Um quarto cenário de simulações também foi verificado, desta vez acrescentando três fibras verticais na região central do modelo, de modo a verificar os efeitos de múltiplas fibras na rigidez global do bloco. A Figura 5.6 apresenta as curvas de carga-deslocamento obtidas para cada uma das quatro simulações citadas anteriormente: sem reforço fibroso, com uma fibra alinhada verticalmente, com uma fibra inclinada a 30° com relação ao eixo horizontal e com três fibras verticais. Já a Tabela 5.1 exibe os valores de rigidez (em N/mm) obtidos pelo cálculo da inclinação de cada uma das curvas de carga-deslocamento.



Figura 5.6 - Gráficos de carga-deslocamento para os quatro cenários simulados para análise do efeito da rigidez da fibra.

Tabela 5.1 - Comparação dos valores de rigidez obtidos a partir das simulaçõescomputacionais de prova de conceito.

Cenário	Rigidez (N/mm)	Aumento de Rigidez com relação à Matriz
Sem fibras	31964	
Fibra vertical (90°)	32812	+2.65%
Fibra inclinada (30°)	32378	+ 1.30%
Três fibras verticais	34462	+ 7.25%

A partir de uma análise comparativa, conclui-se que as fibras afetam a rigidez do sistema praticamente de forma linear, com acréscimo na rigidez do sistema compósito dependendo de sua orientação na matriz cimentícia. É importante ressaltar que as simulações computacionais realizadas para esta prova de conceito consideram a perfeita aderência entre a fibra e a matriz cimentícia, permitindo o acréscimo nos valores de rigidez do bloco conforme ocorre a adição de fibras. Desta maneira, a consideração com respeito à sua rigidez deve ser incluída nas formulações matemáticas de elementos finitos em uma escala meso de observação, quando as mesmas são representadas explicitamente no modelo numérico.

Além disso, é possível afirmar que as fibras verticais, alinhadas preferencialmente na direção da aplicação da carga, contribuem favoravelmente para um aumento da capacidade de carga do bloco de concreto, e geram um maior aumento percentual na rigidez do sistema global. Contudo, em alguns casos no laboratório, é possível observar testes onde a resistência à tração do concreto com fibras é menor do que a resistência à tração da matriz. Estes fatos usualmente ocorrem devido a dificuldades no processo de incorporação de fibras à matriz cimentícia, afetando a trabalhabilidade da mistura. Isto implica na maior incorporação de vazios, ocasionando a redução na resistência do compósito. Adicionalmente, a aderência entre fibra e matriz não ocorre de forma perfeita, o que pode explicar a redução no valor de resistência à tração.

### 5.4. Abordagens na Mesoescala

Conforme relatado no início deste capítulo, duas metodologias foram empregadas ao longo deste trabalho para representação bidimensional (2D) do comportamento mecânico do concreto com fibras na mesoescala: a primeira delas utiliza elementos de interface coesivos para representação das fibras e entre os elementos planos e as fibras para representação de fissuras na matriz cimentícia. Já a segunda metodologia cria um novo elemento finito capaz de captar os efeitos de rigidez da matriz e das fibras. Cada uma destas metodologias será descrita nos parágrafos a seguir.

#### 5.4.1. Metodologia Mesoescala 1: Elementos de Interface Coesivos

Nesta primeira metodologia, elementos de interface coesivos são empregados para modelar a fibra e a zona de contato entre os elementos finitos planos e os segmentos que representam as fibras. A resistência normal ( $\sigma_n$ ) e a rigidez normal ( $K_n$ ) destes elementos correspondem às propriedades mecânicas da fibra. Esta metodologia também reproduz os efeitos de deslizamento da fibra com respeito à matriz cimentícia, controlada pela resistência tangencial ( $\sigma_t$ ) e rigidez tangencial ( $K_t$ ) da interação entre fibra e matriz. Adicionalmente, o processo de arrancamento da fibra da matriz cimentícia é representado pela rigidez normal e tangencial associada à formulação de elementos de interface coesivos, conforme reportado por Dávila *et al.* (2007).

O desenvolvimento de modelos numéricos para simular a propagação de fraturas em concretos com fibras tem se intensificado consideravelmente nas últimas décadas, com a adoção de diversas metodologias para representar o comportamento material na escala macro. Uma dessas metodologias utiliza o chamado modelo de fratura coesiva em associação com elementos de interface. A modelagem das fraturas se caracteriza pela inserção de elementos de interface entre elementos finitos planos, conforme ilustra a Figura 5.7.



Figura 5.7 - Elementos de interface inseridos entre os elementos planos para representação de fraturas.

É importante ressaltar que esses elementos especiais têm leis constitutivas distintas daquelas utilizadas no restante do modelo. Uma lei de dano descreve o comportamento de amolecimento do material e consiste em três fases. A Figura 5.8

mostra um modelo típico de tração ( $\sigma$ ) – separação ( $\Delta$ ) para deslocamentos relativos normais e tangenciais de elementos de interface, identificados pelos subscritos n e t, respectivamente.



Figura 5.8 - Modelo constitutivo dos elementos de interface coesivos (Congro *et al.*, 2019).

A primeira fase descreve o carregamento de material, caracterizado pelo comportamento linear-elástico até o pico de carga  $\sigma_{máx}$  ao qual correspondem os deslocamentos relativos críticos  $\delta_{nc}$  e  $\delta_{tc}$ , respectivamente; a segunda fase descreve o amolecimento do material, onde o material começa a sofrer o processo de dano, que evolui até que as interfaces coesivas sejam inteiramente separadas nos valores de deslocamento relativo final  $\delta_n$  e  $\delta_t$ . Durante o processo de descarregamento, o dano é irreversível e a curva de tração-separação decresce até a origem (Tailhan *et al.*, 2015). Este modelo constitutivo de dano, proposto inicialmente por Dávila *et al.* (2007), considera um parâmetro  $\lambda$  relacionado à norma do tensor de deslocamentos (*"jump tensor"*). O salto de deslocamento equivalente é positivo e representado por uma função contínua, como indicado na Equação 5.1.

$$\lambda = \sqrt{\langle \Delta_1 \rangle^2 + (\Delta_{shear})^2}$$
(5.1)

onde  $\langle . \rangle$  é denominado Símbolo de Föppl (em inglês, *MacAuley bracket*), que transforma qualquer valor negativo para zero,  $\Delta_1$  é o salto de deslocamento no Modo

I de fratura, na direção normal ao plano médio,  $\Delta_{shear}$  é o deslocamento tangencial considerando o salto de deslocamentos nos Modos II e III de fratura, conforme indica a Equação 5.2.

$$\Delta_{shear} = \sqrt{\langle \Delta_2 \rangle^2 + \langle \Delta_3 \rangle^2} \tag{5.2}$$

Desta forma, um modo misto de fratura é considerado, onde os efeitos normais e tangenciais são acoplados. Observe que, para o comportamento de amolecimento ("*softening*") exponencial,  $\alpha$  é o parâmetro que controla o decaimento da curva, D é a variável de dano, K<sub>0</sub> é o coeficiente de rigidez e  $\delta$  é o deslocamento associado. As Equações 5.3 e 5.4 reúnem as fórmulas matemáticas para representação do modelo constitutivo de tração-separação para elementos de interface coesivos, e para a determinação do dano considerando amolecimento exponencial, respectivamente.

$$T = \begin{cases} (1-D)K_0 * \Delta\delta, & \delta_0 < \Delta\delta < \delta_f \\ 0, & \delta_f < \Delta\delta \end{cases}$$
(5.3)

$$D = 1 - \left(\frac{\delta_0}{\Delta\delta}\right) * \left(1 - \frac{1 - \exp\left(-\alpha * \left(\frac{\Delta\delta - \delta_0}{\delta_f - \delta_0}\right)\right)}{1 - \exp(-\alpha)}\right)$$
(5.4)

Para esta primeira abordagem, foram testados modelos considerando fibras de aço. O número de fibras na mistura é dado em função do teor volumétrico das fibras na matriz cimentícia. Cada fibra apresenta diâmetro de 0.75 mm e comprimento equivalente a 60 mm, conforme indica a Figura 5.9.



Figura 5.9 - Geometria simplificada da fibra no espaço tridimensional.

O número de fibras por unidade de volume é calculado de acordo com a Equação 5.5, onde  $V_{uf}$  refere-se volume unitário da fibra, assumindo-a com geometria cilíndrica;  $V_t$  é o volume total da região central do corpo de prova prismático, e  $\varphi$  é o teor volumétrico de fibras, assumido para este caso como 1%.

$$n_{fibers\,3D} = \frac{V_t}{V_{uf}} * \varphi \tag{5.5}$$

A Equação 5.5 anterior fornece um número de 142 fibras localizadas na região central do corpo de prova prismático. A geração de uma malha tridimensional de elementos finitos para um grande número de segmentos de fibras é complexa e envolve alto custo computacional, especialmente para representar o processo de propagação de fissuras nesta escala de observação.

Neste sentido, adota-se uma representação bidimensional considerando o corpo de prova prismático em estado plano de tensões. Consequentemente, a região central do corpo de prova é representada por uma placa contendo 71 segmentos discretos de fibras com orientação e distribuição aleatória. Cada segmento apresenta uma seção transversal equivalente a duas fibras. A Figura 5.10 ilustra esquematicamente as hipóteses simplificadoras adotadas para esta abordagem 2D na mesoescala.



Figura 5.10 - Geometria simplificada da fibra no espaço tridimensional.

A determinação de propriedades equivalentes para as fibras incorporadas à matriz segue a Lei das Misturas para materiais compósitos. As Equações 5.6 e 5.7 determinam a obtenção do módulo de elasticidade  $E_{eq}$  e resistência à tração equivalente  $f_t^{eq}$ , respectivamente. Nestas duas expressões,  $E_m$ ,  $f_t^m$  referem-se ao módulo de elasticidade e à resistência à tração da matriz cimentícia;  $E_f$ ,  $f_t^f$  indicam o módulo de elasticidade e resistência à tração da fibra, respectivamente;  $A_f$  refere-se à

seção transversal de uma fibra;  $n_f$  é o número de fibras na seção transversal do corpo de prova prismático.

$$E_{eq} = \frac{E_m A_m + E_f A_f n_f}{A_m + A_f n_f}$$
(5.6)

$$f_t^{eq} = \frac{f_t^m A_m + f_t^f A_f n_f}{A_m + A_f n_f}$$
(5.7)

Para as hipóteses simplificadoras descritas anteriormente, um modelo de elementos finitos foi desenvolvido para analisar o comportamento de cargadeslocamento de um concreto com fibras de aço em um ensaio de tração direta. Nesta etapa, segmentos de mesmo comprimento foram randomicamente inseridos dentro do modelo a partir de um script escrito na linguagem *Python*. Cada uma destas entidades geométricas representa duas fibras de aço. A geração randômica das mesmas na matriz cimentícia é definida a partir de uma sub-rotina criada no software *MATLAB* ®, que exporta a configuração geométrica das fibras para o pré-processador de malhas de elementos finitos. Em seguida, o procedimento de geração de malha posiciona elementos de interface ao longo das fibras e elementos planos com bordas correspondentes às fibras. Desta forma, o reforço fibroso é representado explicitamente no modelo numérico, e os comprimentos e orientações das fibras são preservados na malha.

Nas simulações da mesoescala, a representação explícita das fibras demanda um elevado refinamento com o intuito de captar a correta resposta mecânica do material compósito. De acordo com Vořechovský & Sadílek (2008), Wang *et al.* (2016) e Yaghoobi *et al.* (2017), os modelos da mesoescala com pobre refinamento de malha podem resultar em padrões de propagação de fissuras distintos daqueles observados em procedimentos experimentais. Previsões confiáveis das trajetórias de fissuras são obtidas a partir de malhas de topologia não-estruturada e com alto índice de refinamento. Para este caso, o modelo foi discretizado com elevado refinamento na região central do espécime. Elementos de interface coesivos com propriedades equivalentes representam o comportamento mecânico das fibras. Além disso, nas bordas da malha onde não há fibra, são introduzidos elementos de interface coesivos com propriedades do concreto, permitindo a propagação das fissuras. A Figura 5.11 exibe o fluxo de trabalho resumido para as simulações numéricas desenvolvidas com respeito à esta primeira metodologia da mesoescala.





#### 5.4.2. Metodologia Mesoescala 2: Formulação Compósita

A segunda metodologia empregada para representação do concreto com fibras na mesoescala envolve o desenvolvimento e implementação de um novo elemento finito capaz de captar os efeitos normais e de rigidez da fibra incorporada à matriz cimentícia quando submetida a um carregamento de tração. Conforme visto nas seções anteriores deste capítulo, é necessário considerar na formulação matemática do elemento não só os efeitos de rigidez causados pela matriz cimentícia, como também aqueles gerados pela fibra, uma vez que esta parcela de contribuição é relevante para a análise do comportamento do material.

Neste sentido, propõe-se para esta representação uma nova formulação baseada nas técnicas de associação de elementos finitos dissimilares (ver por exemplo Cook (2002)). Elementos dissimilares podem ser definidos como aqueles cujos graus de liberdade são de diferentes tipos ou estão localizados de forma distinta. A formulação tem como ideia geral acoplar a matriz de rigidez de um elemento de barra com a matriz de rigidez de um elemento estado plano de tensões e realizar um processo de condensação dos graus de liberdade do elemento da fibra. Essa metodologia é empregada para modelagem de materiais compósitos, especialmente em simulações envolvendo concretos com reforço contínuo, como o concreto têxtil, conforme ilustra a Figura 5.12.



Figura 5.12 - Exemplo de modelagem de concreto têxtil onde a metodologia dos elementos dissimilares é frequentemente empregada.

Contudo, a execução da modelagem destes casos não é uma tarefa trivial, uma vez que é necessário impor restrições aos graus de liberdade (GLs) de forças com relação de elementos ou malhas de acoplamento, estabelecendo uma relação prescrita entre os mesmos. Um dos métodos restritivos mais clássicos aplicados a múltiplos graus de liberdade é o Método do Mestre-Escravo. Este método foi incorporado para tratar casos de restrições com múltiplos graus de liberdade como parte do Método da Rigidez Direta desenvolvido pela empresa Boeing na década de 1950. A metodologia

tornou-se popular através de sua adoção pelo código NASTRAN no final da década de 1960 (Felippa, 2013).

Neste método, as restrições de múltiplos graus de liberdade são tomadas individualmente. Para cada uma delas, um grau de liberdade escravo é escolhido. As liberdades restantes nesta restrição são denominadas por "mestres". Um novo conjunto de graus de liberdade  $\hat{u}$  é estabelecido pela remoção de todas as liberdades dos nós escravos de u. Este novo vetor contém os graus de liberdade mestres do sistema. Uma equação de transformação matricial que relaciona u e  $\hat{u}$  é aplicada, gerando uma transformação congruente às equações de rigidez mestre do sistema. Desta forma, este procedimento produz um conjunto de graus de liberdade  $\hat{u}$ . Como o sistema modificado não contém os graus de liberdade dos nós escravos, estes foram efetivamente eliminados. A Figura 5.13 apresenta de forma esquemática as etapas para aplicação do método para problemas envolvendo restrições para múltiplos graus de liberdade.



Figura 5.13 - Etapas para implementação do método do mestre-escravo para múltiplos GLs

Para implementações mais gerais, especialmente desenvolvidas para programas de elementos finitos, é possível descrever o método do mestre-escravo a partir da Equação 5.8. Os graus de liberdade de forças e deslocamentos são classificados em três tipos: independentes ("*uncommitted*"),  $u_u$ , mestres ("*masters*"),  $u_m$ , ou escravos ("*slaves*"),  $u_s$ .

$$\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{um} & K_{us} \\ K_{um}^T & K_{mm} & K_{ms} \\ K_{us}^T & K_{ms}^T & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_u \\ u_m \\ u_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_u \\ f_m \\ f_s \end{bmatrix}$$
(5.8)

As restrições podem ser escritas conforme a Equação 5.9:

$$[A_m]\{u_m\} + [A_s]\{u_s\} = \{g_A\}$$
(5.9)

onde  $[A_s]$  é uma matriz quadrada e não-singular. Desta forma, é possível resolver o sistema para os graus de liberdade escravos, conforme aponta a Equação 5.10.

$$\{u_s\} = -[A_s]^{-1} [A_m] \{u_m\} + [A_s]^{-1} \{g_A\} \stackrel{\text{\tiny def}}{=} [T] \{u_m\} + \{g\}$$
(5.10)

Inserindo a Equação 5.10 na expressão da Equação 5.8, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{um} + K_{us} T \\ sim. & K_{mm} + T^T K_{ms}^T + K_{ms} T + T^T K_{ss} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_u \\ u_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_u - K_{us} g \\ f_m - K_{ms} g \end{bmatrix}$$
(5.11)

O Método do Mestre-Escravo reúne algumas vantagens e desvantagens: trata-se de uma metodologia exata, simples de se compreender, com aplicações recorrentes para a redução de modelos e cuja matriz de rigidez permanece sempre positiva definida; em contrapartida, é sensível à dependência de restrições, tem implementação mais trabalhosa para condições de contorno gerais e é aplicável somente a restrições lineares.

A associação da formulação dos elementos dissimilares com o método Mestre-Escravo é empregada para representar o efeito do reforço fibroso discreto na matriz cimentícia no caso do concreto com adição de fibras. Para este caso específico, a Figura 5.14 ilustra um elemento finito sólido bidimensional de quatro nós linear (Q4) representando a matriz cimentícia, cortado por um elemento de fibra com nós 5 e 6, respectivamente.



# Figura 5.14 - Elemento sólido linear Q4 atravessado por uma fibra e seus respectivos graus de liberdade no plano.

As Equações 5.12, 5.13, 5.14 e 5.15 exibem, respectivamente, os vetores de forças e deslocamentos da matriz cimentícia  $\{f_m\}, \{u_m\}$  e da fibra  $\{f_f\}, \{u_f\}$  com respeito a cada um dos graus de liberdade associados aos nós que formam o elemento.

$$\{u_m\} = \begin{cases} u_{1x} \\ u_{1y} \\ u_{2x} \\ u_{2y} \\ u_{3x} \\ u_{3y} \\ u_{4x} \\ u_{4y} \end{cases}$$
(5.12)  
$$\{f_m\} = \begin{cases} f_{1x} \\ f_{1y} \\ f_{2x} \\ f_{2y} \\ f_{3x} \\ f_{3y} \\ f_{4x} \\ f_{4y} \end{cases}$$
(5.13)

$$\{u_f\} = \begin{cases} u_{5x} \\ u_{5y} \\ u_{6x} \\ u_{6y} \end{cases}$$
(5.14)

$$\left\{f_f\right\} = \begin{cases} f_{5x} \\ f_{5y} \\ f_{6x} \\ f_{6y} \end{cases}$$
(5.15)

Inicialmente, é preciso obter a matriz de rigidez da fibra  $[K_f]$  de ordem 4x4, modelada nesta formulação como um elemento de barra. Para obtenção desta matriz, e considerando que a fibra pode apresentar qualquer orientação em seu eixo de coordenadas local, é necessário realizar a transformação com respeito à orientação da fibra para o eixo global. Esta equação matricial está indicada na Equação 5.16, enquanto que a Equação 5.17 exibe a matriz  $[T]_{orient}$  (matriz de transformação da fibra referente à sua orientação no plano), onde  $\varphi$  é o ângulo formado pela barra e o eixo horizontal.

$$[K]_f = [T]_{orient} {}^t \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1\\ -1 & 1 \end{bmatrix} [T]_{orient}$$
(5.16)

$$=\frac{EA}{L}\begin{bmatrix}\cos^{2}\varphi & \sin\varphi\cos\varphi & -\cos^{2}\varphi & -\sin\varphi\cos\varphi\\\sin\varphi\cos\varphi & \sin^{2}\varphi & -\sin\varphi\cos\varphi & -\sin^{2}\varphi\\-\cos^{2}\varphi & -\sin\varphi\cos\varphi & \cos^{2}\varphi & \sin\varphi\cos\varphi\\-\sin\varphi\cos\varphi & -\sin\varphi\cos\varphi & \sin\varphi\cos\varphi & \sin^{2}\varphi\end{bmatrix}$$
(5.17)

Observe que, para este exemplo, a matriz de rigidez do elemento plano que representa a matriz cimentícia é de ordem 8x8, enquanto que a matriz de rigidez do elemento de barra que representa a fibra  $[K]_f$  é de ordem 4x4. Neste sentido, é necessário empregar uma interpolação linear de deslocamentos para o elemento em questão, utilizando as funções de forma do elemento quadrangular. Contudo, as funções de forma do elemento são expressas em função do sistema de coordenadas naturais ( $\xi$ ,  $\eta$ ), sendo necessário realizar a transformação do sistema de coordenadas cartesiano (*x*,*y*) para o sistema natural. A Figura 5.15 ilustra a obtenção das funções

de forma para o elemento em questão considerando que a fibra atravessa o elemento quadrangular nas arestas 2 e 4, respectivamente, conforme detalhado na Figura 5.14.



Figura 5.15 - Funções de forma para o elemento Q4.

Desta forma, é possível escrever os deslocamentos dos nós da fibra como uma combinação linear dos deslocamentos dos nós do elemento sólido, conforme apontam as Equações 5.18 e 5.19. ou ainda na forma matricial nas Equações 5.20 e 5.21.

$$u_5 = N_1 \, u_1 + N_2 \, u_4 \tag{5.18}$$

$$u_6 = N_3 \, u_3 + N_4 \, u_2 \tag{5.19}$$

$$u_5 = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 \end{bmatrix} \begin{cases} u_1 \\ u_4 \end{cases}$$
(5.20)

$$u_6 = [N_3 \quad N_4] \begin{cases} u_3 \\ u_2 \end{cases}$$
 (5.21)

As funções de forma  $N_i$  do elemento de barra são dadas por  $N_{1,3} = 1 - \frac{x}{L}$  e  $N_{2,4} = \frac{x}{L}$ , onde *x* é a coordenada do elemento quadrangular linear cortada pelo reforço fibroso.

A partir das informações anteriores, é possível aplicar a transformação mestreescravo para a aplicação em questão, obtendo a expressão dada pela Equação 5.22, onde  $\{u\} = [T]^* \{\widehat{u}\}$ .

$$\begin{cases} u_{5x} \\ u_{5y} \\ u_{6x} \\ u_{6y} \end{cases} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 \\ 0 & 0 & N_4 & 0 & N_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_4 & 0 & N_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \\ u_{2x} \\ u_{2y} \\ u_{3x} \\ u_{3y} \\ u_{4x} \\ u_{4y} \end{bmatrix}$$
(5.22)

É importante ressaltar que, para outras configurações da aresta do elemento quadrangular cortadas pela fibra, haverá um remanejamento na posição das funções de forma  $N_i$  na matriz de transformação [T]\*. As alterações na matriz de transformação para os outros casos possíveis de interceptação da fibra são exibidas na Figura 5.16.



Figura 5.16 - Alterações nas entradas da matriz de transformação [T]\* para várias configurações da fibra.

Assim sendo, para se considerar os efeitos da matriz e da fibra na rigidez do elemento em questão, é necessário reescrever a expressão para a nova matriz de rigidez do sistema, aqui denotada por  $[\hat{K}]$  (Equação 5.23). Nesta expressão, considera-se a distribuição de rigidez do elemento de barra pelo elemento sólido a partir das transformações mestre-escravo apresentadas anteriormente.

$$\widehat{[K]} = [T^*]^t \left[ K_f \right] [T^*]$$
(5.23)

Desta forma, a rigidez global do elemento considerando os efeitos de condensação da matriz cimentícia e do reforço fibroso será dada pela soma das contribuições da fibra  $\widehat{[K]}$  e da matriz  $[K_m]$ , conforme aponta a Equação 5.24. Adicionalmente, a Figura 5.17 representa de forma esquemática a contribuição dos efeitos de rigidez da matriz cimentícia e da fibra na formulação de elemento para a mesoescala deste trabalho.

$$[K]_{global} = \widehat{[K]} + [K_m] \tag{5.24}$$



Figura 5.17 - Representação esquemática da contribuição de rigidez da matriz e da fibra para obtenção da rigidez global do elemento finito proposto para a formulação compósita deste trabalho.

A implementação computacional deste novo elemento aplicada aos exemplos na mesoescala do compósito cimentício com fibras foi desenvolvida e testada dentro do framework GeMA (Mendes, 2016). Todas os exemplos de aplicação e validação desta metodologia de elementos dissimilares tanto como para a primeira abordagem via elementos de interface coesivos são apresentados no Capítulo 6.

Finalmente, a Figura 5.18 apresenta o esquema de trabalho desenvolvido ao longo da implementação computacional do novo elemento finito para representação do concreto com fibras na mesoescala.



Figura 5.18 - Estrutura geral da implementação computacional de elementos finitos utilizada para a segunda abordagem na mesoescala deste trabalho.

Neste sentido, para cada um dos modelos desenvolvidos com esta segunda metodologia da mesoescala, é necessário calcular a quantidade de fibras de acordo com os teores volumétricos de fibras informados experimentalmente. Na primeira metodologia mesoescala, diversas hipóteses simplificadoras são consideradas para determinar a quantidade de fibras. Uma das desvantagens desta primeira metodologia está relacionada com a quantidade de fibras no modelo numérico e a atribuição dos elementos de interface coesivos para cada um dos segmentos do modelo que representam as fibras. Este processo é muitas vezes oneroso, uma vez que é necessário atribuir manualmente as propriedades coesivas para cada fibra localizada aleatoriamente na região central do modelo numérico. Com a nova formulação compósita desenvolvida no framework GeMA, este processo é feito de forma automática graças à estrutura de dados especialmente desenvolvida para verificar quais elementos planos bidimensionais são atravessados por fibras. Desta maneira, o processo ocorre de maneira mais eficiente, não havendo limitações para a quantidade de fibras a serem incluídas no modelo de elementos finitos. Dada esta justificativa, para esta segunda metodologia da formulação compósita, as hipóteses simplificadoras anteriores não são mais consideradas.

De modo a automatizar o processo descrito anteriormente, a numeração dos nós e arestas de cada elemento foi efetuada de acordo com o esquema representado pela Figura 5.19, considerando o sentido anti-horário para atribuir esta numeração. A Tabela 5.2, por sua vez, apresenta o formato da estrutura de dados empregada para identificar, a partir de um arquivo de entrada com as informações do modelo e das coordenadas das fibras, quais arestas do elemento #e são cortadas pelo reforço fibroso, juntamente com as coordenadas desta interseção.



Figura 5.19 - Numeração adotada para os nós e arestas de cada elemento utilizando a formulação dos elementos dissimilares.

				Coordenadas da Fibra (m)			
#e	Fibra	Arestas Cortadas		xi	yi	xf	yf
2	F1	2	4	0,00	0,01	0,10	0,05
4	F1	3	4	0,10	0,05	0,18	0,08
9	F4	2	4	0,40	0,10	0,50	0,13
11	F4	3	4	0,50	0,13	0,53	0,15
14	F2	2	4	0,60	0,07	0,70	0,05
14	F3	2	4	0,60	0,01	0,70	0,04
15	F5	2	4	0,70	0,08	0,80	0,10
16	F2	2	4	0,70	0,05	0,80	0,01
16	F3	2	4	0,70	0,06	0,80	0,05
17	F5	2	4	0,70	0,08	0,90	0,13
19	<b>F</b> 5	3	4	0,90	0,13	0,95	0,15
20	F6	1	2	0,95	0,00	0,95	0,08

 Tabela 5.2 - Estrutura de dados para um exemplo hipotético da formulação

compósita desenvolvida neste trabalho.

É importante ressaltar que a estrutura de dados especialmente desenvolvida para a formulação compósita permite que múltiplas fibras atravessem um único elemento da malha de elementos finitos. Este mapeamento do número de fibras e as coordenadas de interseção das mesmas com cada elemento sólido são obtidos internamente por meio de uma subrotina escrita em linguagem LUA. Este script considera que cada segmento de fibra deve obrigatoriamente interceptar duas arestas do elemento sólido.

O algoritmo recebe a lista dos elementos cortados por fibras, suas respectivas arestas e as coordenadas da interseção. A partir disto, a contribuição da rigidez de cada fibra é adicionada e condensada no elemento sólido, uma a uma. A seguir, somase a contribuição do elemento compósito (*i.e.*, já com a condensação de rigidez da matriz e das fibras) à matriz de rigidez global do sistema. A Figura 5.20 ilustra esquematicamente um trecho do arquivo de entrada utilizado no framework GeMA para a formulação compósita da mesoescala, onde um elemento finito da malha é atravessado por três fibras distintas.



Figura 5.20 - Numeração adotada para os nós e arestas de cada elemento utilizando a formulação dos elementos dissimilares.

Uma outra vantagem interessante trazida pela formulação compósita é a maior facilidade para a geração da malha de elementos finitos. A partir da técnica auxiliar de condensação estática associada ao método mestre-escravo, elimina-se a necessidade de se aumentar o grau de refinamento da malha nas regiões onde há uma maior concentração de fibras. A Figura 5.21 compara o processo de discretização de um modelo hipotético com cinco fibras aleatoriamente dispersas na matriz considerando as duas metodologias mesoescala desenvolvidas neste trabalho. Na Figura 5.21 (a), observa-se a discretização do modelo adotando a primeira metodologia mesoescala deste trabalho, indicando a dificuldade muitas vezes encontrada pelo gerador de malhas para discretizar a região onde há um emaranhado de fibras; enquanto que a Figura 5.21 (b) apresenta a discretização do meio contínuo utilizando a segunda metodologia mesoescala, cujos elementos apresentam boa razão de aspecto e não possuem distorções.



Figura 5.21 – Discretização de um modelo hipotético considerando as formulações mesoescala propostas neste trabalho: (a) formulação com elementos de interface coesivos; (b) formulação compósita.

### 6 Aplicações

Este capítulo tem por objetivo apresentar, por meio de algumas aplicações, os resultados obtidos ao longo deste trabalho para a modelagem numérica do comportamento mecânico de materiais compósitos cimentícios com adição de fibras em uma visão multiescala. Estas aplicações estão organizadas por meio de seções. A primeira delas reúne todas as aplicações referentes a um nível macroscópico de observação, enquanto que a outra é relacionada com a escala meso.

#### 6.1. Macroescala

Conforme visto no Capítulo 4, duas metodologias foram propostas neste trabalho para a representação na macroescala de materiais compósitos cimentícios: uma delas adota técnicas probabilísticas para representar os efeitos aleatórios de dispersão e orientação das fibras na matriz cimentícia, atribuindo valores randômicos de resistência à tração nos elementos centrais dos modelos de elementos finitos; e a segunda emprega uma metodologia baseada nos conceitos de Inteligência Artificial, mais especificamente voltada à criação de uma rede neural artificial para estimar as propriedades mecânicas homogeneizadas do compósito necessárias para a modelagem computacional de ensaios de tração direta no concreto com fibras. É importante ressaltar que ambas as metodologias da macroescala se baseiam em técnicas de homogeneização computacional, dispensando a representação explícita das múltiplas fases que formam o concreto com fibras, tais como o reforço fibroso, agregados graúdos e miúdos, poros capilares, dentre outros. Para todas as metodologias macro deste trabalho, assume-se comportamento linear elástico para a matriz cimentícia, com a inserção de elementos de interface coesivos nas bordas dos elementos planos a fim de se modelar o processo de propagação de fissuras. Os

elementos coesivos adotam um modelo de dano com amolecimento exponencial. De modo a testar as metodologias numéricas implementadas, foram selecionados alguns ensaios de tração direta disponíveis na literatura para validar o comportamento macro do concreto com fibras de aço. Estes procedimentos experimentais consideram fibras de aco discretas, lisas e aleatoriamente dispersas na matriz cimentícia. Neste sentido, busca-se obter um comportamento global aproximado da capacidade de carga do compósito, uma vez que há um processo de homogeneização de propriedades mecânicas do material na macroescala. Além disso, os testes experimentais não fornecem a exata dispersão e orientação das fibras na matriz durante a execução dos ensaios, justificando, portanto, a obtenção de uma faixa de valores na qual a capacidade de carga do concreto é variável. Adicionalmente, os testes experimentais utilizados para validação levam em consideração diferentes razões de aspecto e teores volumétricos de fibras de aço na matriz cimentícia, ratificando as metodologias numéricas propostas, conforme indica a Tabela 6.1. Em ambas as tabelas, os ensaios experimentais estão identificados no formato CA%B, em que A se refere ao teor volumétrico de fibras de aço na matriz, e B corresponde à razão de aspecto da fibra (*i.e.*, o quociente entre seu comprimento e diâmetro, respectivamente).

Tabela 6.1 - Ensaios experimentais da literatura u	tilizados como testes de validação
para avaliar as metodologias macroescala	propostas neste trabalho.

#	Ensaio Experimental	Comprimento das Fibras (mm)	Diâmetro das Fibras (mm)	Teor Volumétrico de Fibras (%)
1	C1%80 (Marangon, 2011)	60	0,75	1,00
2	C1,25%65 (Marangon, 2011)	35	0,54	1,25
3	C1,50%65 (Marangon, 2011)	35	0,54	1,50
4	C2,00%45 (Pereira, 2017)	30	0,67	2,00
5	C0,50%45 (Silveira, 2018)	30	0,67	0,50

A Tabela 6.2 reúne todas os parâmetros utilizados para as simulações numéricas dos ensaios de tração direta via técnicas probabilísticas. São fornecidos os

valores de média e desvio padrão do parâmetro de resistência à tração para cada um dos ensaios de validação, descritos nas próximas seções deste capítulo. Adicionalmente, a Tabela 6.3 apresenta os parâmetros mecânicos estimados pela rede neural artificial e adotados no modelo de elementos finitos, assim como os erros relativos associados à estimativa de cada uma destas variáveis. É importante destacar que estes testes não foram incluídos na base de dados utilizada pela rede neural, sendo selecionados com o intuito de validar a resposta da metodologia.

Tabela 6.2 - Valores de média e desvio padrão do parâmetro de resistência à tração aleatoriamente dispersos nos elementos do modelo numérico pela abordagem probabilística.

#	Ensaio Experimental	Resistência à Tração – Média (MPa)	Resistência à Tração – Desvio Padrão (MPa)
1	C1%80 (Marangon, 2011)	4,65	<u>±0,42</u>
2	C1,25%65 (Marangon, 2011)	5,28	±0,15
3	C1,50%65 (Marangon, 2011)	5,01	$\pm 0,41$
4	C2,00%45 (Pereira, 2017)	4,54	<u>±0,36</u>
5	C0,50%45 (Silveira, 2018)	3,13	±0,50

Tabela 6.3 - Parâmetros estimados pela rede neural e erros relativos percentuaisquando comparados com os resultados experimentais.

#	Ensaio Experimental	Módulo de Elasticidade (MPa) (Erro Relativo %)	Resistência à Tração (MPa) (Erro Relativo %)	Energia de Fratura (N/mm) (Erro Relativo %)
1	C1%80	37400	4,66	11744
	(Marangon, 2011)	(4,4)	(0,3)	(3,5)
2	C1,25%65	37338	5,15	10648,3
	(Marangon, 2011)	(9,6)	(2,5)	(3,4)
3	C1,50%65	31620	5,11	11010,5
	(Marangon, 2011)	(2,5)	(2,0)	(5,9)
4	C2,00%45	37383	4,64	4781,3
	(Pereira, 2017)	(9,0)	(2,1)	(0,9)
5	C0,50%45	34114	3,10	900,7
	(Silveira, 2018)	(3,3)	(1,0)	(4,7)

## 6.1.1. Concreto com 1% de teor volumétrico de fibras e razão de aspecto 80 (Marangon, 2011)

Um sistema rígido (condição com extremidades fixas) foi utilizado para a realização dos ensaios de tração direta. O aparato para o procedimento experimental resume-se à utilização de dois acessórios ligados entre si por rótulas esféricas, garantindo o alinhamento da amostra, e por placas de aço coladas na amostra através de uma resina epóxi (Marangon, 2011). As fibras de aço possuem comprimento de 60 mm e diâmetro igual a 0,75 mm.

O aparato utilizado para a realização dos ensaios de tração direta está ilustrado na Figura 6.1. Composto de aço maciço, o elemento é mantido preso entre as garras da máquina de ensaio, evitando o contato da amostra com a máquina e impedindo o esmagamento da mesma. Para fixar o aparato à amostra, foi desenvolvido um segundo acessório com placas de aço, ligado ao sistema rígido por três pinos de aço. A transferência de cargas para a amostra é feita através de placas de aço coladas na lateral da mesma por meio de um adesivo epóxi de alta resistência (Marangon, 2011).



Figura 6.1 - Corte e vista lateral do ensaio de tração direta realizado por Marangon (Marangon, 2011).

A amostra prismática (100 x 100 x 400mm) de concreto com fibras utilizada para os ensaios de tração direta é apresentada nas Figuras 6.2 (a) e (b). Os ensaios de tração direta foram realizados com controle de deslocamento a uma taxa de 0,01 mm/min. Os deslocamentos axiais do corpo de prova prismático foram obtidos através da utilização de LVDTs acoplados por meio de anéis na região central da amostra. O setup do ensaio de tração é apresentado na Figura 6.3.



Figura 6.2 - (a) Representação esquemática com as dimensões dos corpos de prova para os ensaios de tração direta (em milímetros); (b) Exemplos de algumas amostras utilizadas para os ensaios experimentais de Marangon (2011).



Figura 6.3 - Setup para o ensaio de tração direta de Marangon (Marangon, 2011).

A Figura 6.4 exibe a discretização do modelo numérico na tração direta utilizado durante as simulações computacionais para o ensaio de Marangon, engastado em uma de suas extremidades e sujeito a uma carga de tração na extremidade imediatamente oposta.



Figura 6.4 - Exemplo de modelo utilizado para a simulações computacionais dos ensaios de tração direta deste trabalho.

Na metodologia utilizando as técnicas probabilísticas, três funções densidade de probabilidade (normal, lognormal e logística) são empregadas para simular a dispersão aleatória de fibras na matriz cimentícia. Dado o comportamento randômico desta metodologia, são realizadas dez (10) rodadas de análise para cada uma das distribuições de probabilidade. A Figura 6.5 exibe os gráficos carga-deslocamento do concreto com fibras de aço para cada uma das metodologias da macroescala adotadas neste trabalho: utilizando a abordagem probabilística e a metodologia via técnica de Inteligência Artificial. De modo a facilitar o processo de visualização gráfica, são exibidas, para a metodologia probabilística, as melhores simulações para cada uma das distribuições analisadas. A escolha da melhor curva para cada função densidade de probabilidade se deu a partir de comparação visual, verificando qual está mais próxima do resultado experimental.





A partir dos resultados apresentados na Figura 6.5, verifica-se que a capacidade de carga do concreto com fibra se modifica em uma dada faixa de resultados. Esta variação é esperada, uma vez que não é possível ter acesso a exata dispersão e orientação das fibras de aço na matriz durante a realização do ensaio experimental. Conforme discutido no Capítulo 2, as diferentes orientações e dispersões do reforço fibroso ocasionarão em aumento ou redução na capacidade de carga do compósito, alterando o comportamento das curvas de carga-deslocamento na macroescala.

# 6.1.2. Concreto com 1,25% de teor volumétrico de fibras e razão de aspecto 65 (Marangon, 2011)

Este ensaio experimental é realizado no concreto com fibras de aço utilizando a mesma configuração do teste de tração direta apresentado na Seção 6.1.1. Neste caso,

utiliza-se um comprimento de fibra de aço de 35 mm e diâmetro equivalente a 0,54 mm. O mesmo modelo de elementos finitos apresentado na seção anterior é empregado para realização das análises. A Figura 6.6 exibe a comparação dos resultados experimentais de comportamento pós-pico do material com as metodologias da macroescala adotadas nesta dissertação.



Figura 6.6 - Gráfico carga-deslocamento para as simulações de tração direta utilizando as metodologias probabilísticas e de Inteligência Artificial (ANN) na macroescala para o Ensaio 2.

## 6.1.3. Concreto com 1,5% de teor volumétrico de fibras e razão de aspecto 65 (Marangon, 2011)

Este ensaio experimental é realizado no concreto com fibras de aço utilizando a mesma configuração do teste de tração direta apresentado nas Seções 6.1.1 e 6.1.2. Neste caso, utiliza-se um comprimento de fibra de aço de 35 mm e diâmetro equivalente a 0,54 mm. O mesmo modelo de elementos finitos apresentado nas seções anteriores é empregado para realização das análises. A Figura 6.7 exibe a

comparação dos resultados experimentais de carga-deslocamento na região de póspico com as metodologias da macroescala.



Figura 6.7 - Gráfico carga-deslocamento para as simulações de tração direta utilizando as metodologias probabilísticas e de Inteligência Artificial (ANN) na macroescala para o Ensaio 3.

## 6.1.4. Concreto com 2% de teor volumétrico de fibras de aço e razão de aspecto 65 (Pereira, 2017)

Os ensaios de tração direta de Pereira (2017) foram realizados utilizando corpos de prova com forma de "osso de cachorro" (*dog-bone specimen*). O espécime era formato por regiões cilíndricas com 150 mm de diâmetro e 100 mm de altura. A Figura 6.8 exibe a configuração do ensaio.



Figura 6.8 - Máquina de ensaio e setup para o ensaio de tração direta de Pereira (Pereira, 2017).

Um dos corpos de prova ensaiados contém fibras de aço com comprimento igual a 30 mm e diâmetro de 0,67 mm, distribuídas na matriz cimentícia em um teor volumétrico igual a 2%. Outras informações com respeito aos detalhes do ensaio experimental são apresentadas na dissertação de Pereira (2017). Os gráficos de carga-deslocamento na região de pós-pico para o ensaio experimental e para as metodologias probabilística e da rede neural são apresentadas na Figura 6.9. É possível observar novamente que os resultados variam em uma dada faixa de valores, indicando que a dispersão das fibras na matriz altera timidamente a capacidade de carga do compósito.



Figura 6.9 - Gráfico carga-deslocamento para as simulações de tração direta utilizando as metodologias probabilísticas e de Inteligência Artificial (ANN) na macroescala para o Ensaio 4.

# 6.1.5. Concreto com 0,5% de teor volumétrico de fibras de aço e razão de aspecto 45 (Silveira, 2018)

Os ensaios de tração direta de Silveira (2018) foram executados de forma muito semelhante aos testes experimentais de Pereira (2017), com mesma geometria, dimensões e formato para o corpo de prova ensaiado. Para este procedimento, um dos espécimes ensaiados contém fibras com comprimento de 30 mm e diâmetro de 0,67 mm, dispersas na matriz cimentícia em um teor volumétrico igual a 0,5%. Assim como no ensaio de Pereira (2017), os testes foram realizados em uma máquina MTS ® com capacidade de 1000 kN e controlados por taxa de deslocamento de 0,1 mm/min. Um suporte era posicionado para fixação de dois transdutores de deslocamento (LVDTs) de 50 mm no corpo de prova, posicionados equidistantes do centro da amostra (Silveira, 2018). A Figura 6.10 apresenta
esquematicamente as posições do suporte e dos LVDTs empregados no ensaio de tração direta de Silveira (2018).



Figura 6.10 - Representação esquemática dos LVDTs para o ensaio de tração direta de Silveira (Silveira, 2018).

Os gráficos de carga-deslocamento na região de pós-pico para o ensaio experimental de Silveira (2018) e para as metodologias probabilística e da rede neural são apresentadas na Figura 6.11. Mais uma vez, verifica-se que os resultados variam em uma dada faixa de valores, indicando que as dispersões aleatórias das fibras na matriz contribuem para múltiplos comportamentos globais do compósito.



Figura 6.11 - Gráfico carga-deslocamento para as simulações de tração direta utilizando as metodologias probabilísticas e de Inteligência Artificial (ANN) na macroescala para o Ensaio 5.

A partir dos resultados indicados nesta seção, é possível concluir que as metodologias numéricas desenvolvidas neste trabalho para a representação macroescala apresentam boa concordância com os ensaios experimentais empregados para a validação dos resultados. Desta maneira, a variação do parâmetro de resistência à tração em cada elemento central do modelo numérico permite simular o comportamento aleatório de dispersão das fibras de aço na matriz cimentícia, gerando variações no comportamento macro-mecânico do concreto. Adicionalmente, as técnicas de Inteligência Artificial constituem alternativas interessantes para reproduzir o comportamento global do compósito, uma vez que as curvas de cargadeslocamento com os parâmetros estimados por esta metodologia estão compreendidas no interior da faixa de variação de dados de capacidade de carga do material.

Neste sentido, a utilização da metodologia de redes neurais para a obtenção das propriedades mecânicas do compósito cimentício na tração direta aponta vantagens consideráveis, uma vez que não há uma dependência direta com os resultados experimentais obtidos no laboratório, permitindo a obtenção de um comportamento global do material compósito e satisfazendo as tolerâncias de erro consideradas a nível de Engenharia.

#### 6.2. Mesoescala

Conforme visto ao longo do Capítulo 5, outras duas metodologias foram propostas para a representação de materiais compósitos cimentícios na mesoescala. Tais abordagens buscam representar explicitamente o reforço fibroso no modelo numérico, onde as fibras apresentam propriedades de rigidez e resistência diferentes da matriz cimentícia. A primeira metodologia utiliza elementos de interface coesivos para representar as fibras e a zona de contato entre os elementos planos e os segmentos que representam o reforço fibroso, enquanto que a segunda emprega elementos dissimilares de fibra e de contínuo acoplados. Para ambas as metodologias mesoescala, assume-se a matriz com comportamento linear elástico, com a inserção de elementos de interface coesivos nas bordas dos elementos planos a fim de se modelar o processo de propagação de fissuras. Os elementos coesivos adotam um modelo de dano com amolecimento exponencial. Algumas aplicações e os resultados associados a cada um destes exemplos estão indicados nas seções subsequentes.

#### 6.2.1. Metodologia Mesoescala 1 - Elementos de Interface Coesivos

Na análise de mesoescala, foi desenvolvido um modelo numérico no qual as fibras foram introduzidas explicitamente na malha de elementos finitos. Neste caso, as posições das fibras são geradas aleatoriamente e o comportamento das mesmas é introduzido no modelo através de elementos de interface coesivos. Para permitir a propagação de fraturas na matriz, elementos de interface com propriedades de matriz cimentícia foram inseridos ao longo das bordas dos elementos contínuos. As simulações computacionais desenvolvidas nesta escala de observação exigem maior esforço computacional, pois requerem malhas mais refinadas para representar de forma adequada a trajetória de fissuras no concreto. As Tabelas 6.4 e 6.5 combinam as propriedades mecânicas relevantes para o modelo numérico. Nestas tabelas,  $E_m$ ,  $E_f$  referem-se ao módulo de elasticidade para a matriz de cimento, fibras, respectivamente; v é o coeficiente de Poisson;  $f_t^m$ ,  $f_t^f$  fazem referência à resistência à tração da matriz e das fibras, respectivamente;  $K_n$ ,  $K_t$  são a rigidez normal e tangencial dos elementos de interface coesivos; e  $\delta$  é o deslocamento total da falha.

Tabela 6.4 - Propriedades mecânicas da matriz cimentícia para os exemplos da primeira metodologia mesoescala utilizada neste trabalho.

Matriz Cimentícia		
$E_m$ (GPa)	33,00	
v (-)	0,30	
$f_t^m$ (MPa)	4,63	
$K_{\rm n}, K_s ~({\rm MPa/m})$	33,10 * 10 <sup>3</sup>	

Tabela 6.5 - Propriedades mecânicas das fibras de aço para os exemplos da primeira metodologia mesoescala utilizada neste trabalho.

Fibras de Aço	
$E_f$ (GPa)	200,00
v (-)	0,30
$f_t^f$ (MPa)	1200,00

O modelo numérico para validação desta abordagem é o ensaio de tração direta de Marangon (2011), descrito anteriormente na Seção 6.1.1 deste capítulo. Não sendo possível determinar exatamente as posições e distribuição do reforço fibroso na matriz, desenvolveu-se um modelo bidimensional em estado plano de tensões para representar o ensaio, onde 71 fibras foram inseridas explicitamente no modelo de elementos finitos, respeitando-se o teor volumétrico de fibras utilizado durante o ensaio experimental. De modo a captar o comportamento carga-deslocamento do material para múltiplas dispersões e posicionamentos das fibras, dois modelos numéricos foram criados. É importante notar que, para cada modelo numérico, as

setenta e uma fibras estão distribuídas de maneiras distintas. A Figura 6.12 apresenta os dois modelos de elementos finitos desenvolvidos neste trabalho para a representação do comportamento mesoescala do concreto com fibras utilizando a metodologia dos elementos de interface coesivos para simular o comportamento das fibras. Nestas figuras, é possível ainda identificar o processo de propagação de fissuras na matriz.





Uma das vantagens mais interessantes trazidas pelo emprego de elementos de interface é a capacidade de simular o processo de descolamento da fibra da matriz cimentícia. A inserção de elementos de interface coesivos nos segmentos que representam as fibras e nas regiões entre os elementos planos bidimensionais do modelo numérico permite simular o processo gradual de descolamento da fibra com relação à matriz cimentícia conforme ocorre a aplicação de cargas de tração no sistema. Este processo é simulado graças à combinação dos parâmetros de rigidez normal e tangencial atribuídos aos elementos de interface coesivos, considerando um modo misto de abertura de fissuras. O descolamento é detectado a partir da evolução da variável de dano. A Figura 6.13 apresenta o gráfico tensão normal-deformação para um ponto de Gauss de um elemento de fibra sujeito a um ensaio de tração. Em acréscimo, esta ilustração destaca a simulação computacional dos mecanismos de descolamento da fibra com a utilização da primeira abordagem mesoescala desenvolvida nesta dissertação.



Figura 6.13 – Mecanismos de descolamento presentes no gráfico tensãodeformação para um ponto de Gauss de um elemento de fibra (elemento de interface) considerando a primeira metodologia mesoescala deste trabalho.

Adicionalmente, a Figura 6.14 compara as curvas de carga-deslocamento considerando a análise na mesoescala e os resultados experimentais. A inclusão aleatória de fibras de aço na matriz reforça a ideia de aumento da capacidade de carga do corpo de prova. Neste sentido, as fibras serão responsáveis por controlar a abertura de fissuras no material, aumentando a resistência e a durabilidade do elemento estrutural.



Figura 6.14 - Curvas de carga-deslocamento para o ensaio experimental de Marangon (2011) e a validação com os modelos da mesoescala utilizando elementos de interface coesivos.

A Figura 6.15 apresenta um gráfico comparativo entre algumas rodadas aleatórias dos resultados dos modelos da macroescala utilizando as funções probabilísticas normal, lognormal e logística, respectivamente; e os dois modelos da primeira metodologia meso deste trabalho em comparação com os dados experimentais do teste de tração direta. Conforme esperado, o comportamento da capacidade de carga aumenta ou diminui de acordo com a dispersão de fibras na matriz cimentícia. A abordagem na mesoescala utilizando elementos de interface coesivos foi capaz de prever a resposta mecânica experimental, e as diferenças entre as curvas são devido às múltiplas orientações que o reforço fibroso pode apresentar durante o processo de mistura do concreto.



Figura 6.15 - Curvas de carga-deslocamento para o ensaio experimental de Marangon (2011) e a validação com os modelos da mesoescala utilizando elementos de interface coesivos e da macroescala utilizando as distribuições probabilísticas normal (macroescala 1), lognormal (macroescala 2) e logística (macroescala 3).

Portanto, a metodologia que utiliza elementos de interface coesivos para modelagem numérica do concreto com fibras na mesoescala mostrou-se válida para representar o comportamento do compósito em um teste de tração direta. Os resultados obtidos foram adequados quando comparados aos resultados experimentais. A distribuição e orientação das fibras afetam o comportamento global da amostra. Embora o posicionamento das fibras tenha sido aleatório, nenhum emaranhamento ou agrupamento de fibras é considerado nas análises. Estes eventos estão presentes em algumas misturas e podem modificar a resposta do comportamento global do compósito ainda mais fortemente.

#### 6.2.2. Metodologia Mesoescala 2 - Formulação Compósita

#### 6.2.2.1. Estrutura de Dados

A segunda metodologia para representação do concreto com fibras na escala meso apresentada no Capítulo 5 está relacionada com a formulação de um novo elemento finito composto por um elemento contínuo e elementos de fibras. Esta seção apresenta alguns exemplos de aplicação utilizando esta metodologia.

A Figura 6.16 (a) apresenta de forma esquemática a configuração da primeira simulação computacional utilizando a formulação compósita desenvolvida neste trabalho. Inicialmente, uma subrotina escrita em MATLAB gera uma distribuição aleatória de 40 (quarenta) fibras em uma determinada região bidimensional de interesse (neste primeiro caso, uma placa retangular de dimensões 100x75x1 mm), conforme ilustra a Figura 6.16 (b). Observe que a aresta superior da placa retangular é presa nas direções horizontal e vertical, enquanto que uma carga distribuída é aplicada em cada um dos nós que compõem a aresta inferior do retângulo, reproduzindo as mesmas condições de um ensaio de tração direta.



Figura 6.16 - (a) Distribuição aleatória de quarenta fibras em uma região retangular; (b) detalhes esquemáticos do primeiro modelo de testes da formulação compósita.

Neste primeiro exemplo, busca-se verificar qual a influência da adição de fibras na rigidez do sistema nos deslocamentos horizontais e verticais da placa retangular após a inclusão do reforço fibroso. De modo a realizar uma adequada comparação, construíram-se dois modelos de elementos finitos quadrangulares lineares (Q4): um de uma matriz cimentícia sem fibras (E = 33 GPa, v = 0.25); e outro de matriz reforçada com fibras de aço (E = 200 GPa, v = 0.3). Para este cenário, consideram-se análises lineares elásticas, onde o comprimento da fibra de aço é L = 60 mm e seu diâmetro é igual a 0,75 mm, apenas com o intuito de realizar verificação prévia da adequada implementação da formulação no framework GeMA. As Figuras 6.17 (a), (b) e 6.18 (a), (b) exibem o mapa de deslocamentos horizontais e verticais, respectivamente, para os casos sem e com a adição de fibras na matriz.



Figura 6.17 - Deslocamentos horizontais (mm): (a) matriz cimentícia homogênea; (b) formulação compósita com a presença das fibras.



Figura 6.18 - Deslocamentos verticais (mm): (a) matriz cimentícia homogênea; (b) formulação compósita com a presença das fibras.

Nas figuras anteriores, é possível observar a presença de picos no mapa de deslocamentos da segunda formulação mesoescala. A presença destes picos é justificada pela elevada concentração de tensões em determinados elementos do modelo, especialmente para aqueles atravessados por fibras. O alto valor do módulo de elasticidade da fibra se comparado ao da matriz de cimento acaba gerando uma transição brusca destas propriedades em alguns elementos do modelo, ocasionando concentração de tensões e propiciando o surgimento dos picos nestas regiões.

Conforme indicado pelas figuras anteriores, é possível detectar algumas alterações no campo de deslocamentos verticais e horizontais causados pela adição de fibras na matriz cimentícia. Neste sentido, é possível verificar que o efeito de rigidez das fibras é relevante para simular o comportamento global do material compósito em uma abordagem mesoescala, conferindo maior rigidez à placa retangular. Após os resultados positivos obtidos através deste primeiro teste, novos exemplos foram desenvolvidos para melhor análise da formulação, especialmente no que diz respeito à convergência e estabilidade do método desenvolvido.

## 6.2.2.2. Testes de Convergência de Malha

O objetivo central desta seção é estudar e executar testes considerando a formulação compósita na mesoescala para diferentes tipos de malhas de elementos finitos. Neste sentido, verifica-se a convergência da metodologia no que diz respeito aos deslocamentos horizontais e verticais conforme há o aumento da quantidade de graus de liberdade do modelo.

Para a realização dos testes de convergência de malha, construiu-se um bloco quadrangular de 100 x 100 x 1 mm, adotando-se novamente um modelo linear elástico em estado plano de tensões com dez fibras discretas aleatoriamente distribuídas nesta região retangular. O bloco é submetido a uma carga equivalente de 30 kN aplicada em cada um dos nós que compõem a aresta inferior do bloco, e está preso nas direções horizontal e vertical em sua aresta superior. Assim como no primeiro teste detalhado na seção anterior, consideram-se as propriedades elásticas correspondentes (módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson) para a matriz cimentícia e as fibras.

De modo a validar os resultados do modelo de elementos compósitos, o mesmo modelo é reproduzido em um simulador comercial de elementos finitos, atribuindo propriedades equivalentes aos elementos que são cortados pelas fibras. O módulo de elasticidade equivalente é obtido a partir de cálculos (Equação 6.1) que levam em consideração a Lei das Misturas, comumente empregada para materiais compósitos e explicitada em maiores detalhes no Capítulo 5. Adotam-se os mesmos valores de comprimento e diâmetro para as fibras de aço do exemplo da seção anterior. Os resultados obtidos nos testes de convergência de malha para a formulação compósita implementada no framework GeMA são comparadas com a malha mais refinada de elementos quadrangulares lineares (Q4) do simulador comercial de elementos finitos ABAQUS.

$$E_{eq} = \frac{200\ 000 * \pi * \frac{0.75^2}{4} * 60 + (100 * 100 * 1) * 33000}{\pi * \frac{0.75^2}{4} * 60 + (100 * 100 * 1)} = 33,44\ GPa \tag{6.1}$$

A Figura 6.19 apresenta a malha de elementos finitos e as condições de contorno utilizadas no modelo do simulador comercial para a comparação com as análises lineares elásticas feitas pelo framework GeMA. Cabe ressaltar que os elementos em destaque nesta figura apresentam valores de módulo de elasticidade equivalente calculados a partir da Lei das Misturas. Os outros elementos planos do modelo possuem propriedades da matriz de cimento. É importante ressaltar que estas comparações são realizadas como forma de ilustrar de maneira aproximada a validação da formulação compósita proposta neste trabalho.



# Figura 6.19 - Malha de elementos finitos desenvolvida em um simulador comercial com destaque para os elementos cortados por fibras e que apresentam propriedades equivalentes.

Para o estudo de convergência de malha, foram confeccionadas quatro malhas distintas de elementos finitos quadrangulares lineares (Q4), fixando a localização das dez fibras randomicamente geradas para este modelo, e variando a discretização do meio contínuo a partir de um número crescente de elementos: (i) a malha I, com 100 elementos finitos quadrangulares lineares; (ii) malha II, com 400 elementos finitos quadrangulares lineares; (ii) malha II, com 400 elementos finitos quadrangulares lineares; e (iv) malha IV, com 1600 elementos finitos quadrangulares lineares. As Figuras 6.20 até 6.27 exibem os deslocamentos horizontais e verticais para cada uma das malhas geradas nestas análises, assim como a comparação com os resultados obtidos pelo simulador comercial e atribuição de propriedades equivalentes aos elementos cortados pelas fibras.



Figura 6.20 – Deslocamentos horizontais (mm) com discretização de 100 elementos: (a) formulação compósita; (b) resultados do simulador comercial com propriedades equivalentes.



Figura 6.21 – Deslocamentos verticais (mm) com discretização de 100 elementos: (a) formulação compósita; (b) resultados do simulador comercial com propriedades equivalentes.



Figura 6.22 – Deslocamentos horizontais (mm) com discretização de 400 elementos: (a) formulação compósita; (b) resultados do simulador comercial com propriedades equivalentes.



Figura 6.23 – Deslocamentos verticais (mm) com discretização de 400 elementos: (a) formulação compósita; (b) resultados do simulador comercial com propriedades equivalentes.



Figura 6.24 – Deslocamentos horizontais (mm) com discretização de 900 elementos: (a) formulação compósita; (b) resultados do simulador comercial com propriedades equivalentes.



Figura 6.25 – Deslocamentos verticais (mm) com discretização de 900 elementos: (a) formulação compósita; (b) resultados do simulador comercial com propriedades equivalentes.



Figura 6.26 – Deslocamentos horizontais (mm) com discretização de 1600 elementos: (a) formulação compósita; (b) resultados do simulador comercial com propriedades equivalentes.



Figura 6.27 – Deslocamentos verticais (mm) com discretização de 1600 elementos: (a) formulação compósita; (b) resultados do simulador comercial com propriedades equivalentes.

Finalmente, as Figuras 6.29 (a) e (b) exibem graficamente as diferenças relativas entre os resultados obtidos para os testes de convergência de malha realizados nesta seção para três nós de referência presentes nos modelos, tanto para os deslocamentos horizontais quanto para os deslocamentos verticais. A localização e as respectivas coordenadas destes nós são apresentadas na Figura 6.28. É importante ressaltar que há uma estabilização da diferença relativa (inferior a 1%) entre a implementação da formulação compósita e o resultado do simulador comercial, indicando que há a convergência da solução para um dado refinamento da malha de elementos finitos utilizada.



Figura 6.28 – Localização e coordenadas (em mm) dos nós de referência A, B e C para avaliação dos deslocamentos horizontais e verticais nos testes de convergência de malha.



Figura 6.29 – Testes de convergência de malha para os nós de referência A, B e C: (a) deslocamentos horizontais; (b) deslocamentos verticais.

Após a realização dos testes descritos nas seções anteriores, foi possível concluir que a formulação implementada satisfaz os princípios de convergência, completude e estabilidade da solução. Nestes casos, as análises, por simplicidade, adotam o regime linear elástico e os modelos analisados são placas retangulares ou quadradas, utilizando elementos quadrangulares lineares (Q4) para discretização do meio contínuo e integração completa (*full*) nos 4 pontos de Gauss para cada elemento do modelo. Contudo, é importante ressaltar que a implementação desenvolvida neste trabalho se estende não somente para elementos planos quadrangulares lineares, como também para elementos planos triangulares lineares (T3), adotando a hipótese de estado plano de tensões ou deformações.

Para modelar o comportamento não-linear de materiais cimentícios reforçados com fibras, permitindo analisar o processo de propagação de fissuras na matriz, elementos de interface coesivos são adicionados às bordas entre os elementos planos na região central do modelo numérico que considera a formulação compósita. Neste sentido, é possível captar os efeitos da rigidez incorporados pela fibra ao compósito, bem como os efeitos normais e tangenciais trazidos pela adição de elementos de interface coesivos. Assim como na primeira metodologia utilizada neste trabalho, adota-se um modelo constitutivo de dano com amolecimento exponencial para modelagem do comportamento pós-pico do material compósito.

As próximas seções deste capítulo ilustram os resultados numéricos obtidos após a incorporação de elementos de interface coesivos à formulação de elemento compósito inicialmente realizada para modelos lineares elásticos. Os modelos também se estendem a corpos de prova prismáticos e vigas sob flexão, reproduzindo as condições dos procedimentos realizados em laboratório.

### 6.2.2.3.

# Ensaio de tração direta em concreto com 1% de teor volumétrico de fibras de aço e razão de aspecto 80 – Mesoescala (Marangon, 2011)

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos com a modelagem na mesoescala de ensaios de tração direta de Marangon (2011), um dos ensaios também utilizados para a validação dos resultados da macroescala

Para um dos ensaios experimentais de Marangon (2011), com um concreto com fibras de aço em razão de aspecto 80 e teor volumétrico de fibras de 1%, a quantidade de fibras é determinada a partir do quociente entre o volume de reforço fibroso na região central do modelo e o volume unitário de cada fibra, conforme aponta a Equação 6.2. As dimensões da fibra são as mesmas daquelas adotadas nos casos anteriores, e são exibidas na Figura 5.9.

$$n_{fibras} = \varphi * \frac{b * h * t}{\pi * \frac{d^2}{4} * L_f}$$
(6.2)

onde  $\varphi$  é o teor volumétrico das fibras, b é a base da região de interesse em que há a dispersão aleatória de fibras, h é a altura da região de interesse em que há a distribuição aleatória de fibras, t é a espessura do modelo; d é o diâmetro da fibra e  $L_f$  é o comprimento da fibra.

O emprego da Equação 6.2 para os valores numéricos das variáveis ensaiadas por Marangon (2011) leva à geração de 283 fibras aleatoriamente distribuídas na região central de um corpo de prova prismático, conforme ilustra a Figura 6.30. As dimensões deste corpo de prova são as mesmas daquelas representadas na Figura 6.2 (a).



Figura 6.30 - Distribuição aleatória de fibras para a representação na mesoescala do ensaio de tração direta de Marangon (2011), utilizando a formulação compósita.

A Tabela 6.6 reúne as propriedades mecânicas para a matriz cimentícia e as fibras utilizadas ao longo das simulações computacionais de validação para a segunda abordagem mesoescala deste trabalho para o ensaio de tração direta de Marangon (2011). Note que o subscrito 'm' refere-se a uma propriedade da matriz cimentícia, enquanto 'f' refere-se a uma propriedade da fibra. Esta simulação considera a hipótese de estado plano de tensões.

Tabela 6.6 - Propriedades mecânicas da matriz cimentícia e das fibras referentes ao ensaio de tração direta de Marangon (2011) para a segunda metodologia mesoescala utilizada neste trabalho.

Propriedades – Tração Direta - Mesoescala – Marangon (2011)		
$E_m$ (GPa)	33,00	
<i>v</i> <sub>m</sub> (-)	0,25	
$f_t^m$ (MPa)	4,63	
$K_{\rm n}, K_t \ ({\rm MPa/m})$	$33,10 * 10^3$	
$E_f$ (GPa)	200,00	
v <sub>f</sub> (-)	0,30	

A Figura 6.31 exibe o processo de propagação de fissuras no modelo numérico utilizando (a) a formulação mesoescala com elementos de interface coesivos, (b) a formulação compósita e (c) sua comparação com os resultados experimentais obtidos por Marangon (2011). É possível observar que, nas duas abordagens mesoescala propostas nesta dissertação, a trajetória de fissuras obtida pela simulação computacional é semelhante ao modelo real ensaiado no laboratório.



Figura 6.31 – Comparação da trajetória de fissuras: (a) utilizando a abordagem com elementos de interface coesivos; (b) utilizando a abordagem com a formulação compósita; (c) trajetória de fissuras obtidas em laboratório.

A Figura 6.32 apresenta as curvas carga-deslocamento que ilustram o comportamento pós-pico do compósito comparando as abordagens multiescala adotadas neste trabalho para o ensaio experimental de Marangon (2011). Neste gráfico, são exibidas as seguintes curvas: os dados experimentais da literatura, os resultados do modelo numérico de matriz cimentícia homogênea, o modelo computacional considerando a abordagem macroescala (propriedades equivalentes para o conjunto concreto-fibras calculadas pela rede neural artificial e elementos de interface coesivos com propriedades da matriz para modelar fraturas na matriz), a primeira metodologia mesoescala com elementos de interface coesivos para modelar es fibras e a região de contato entre os elementos planos do modelo e as fibras (matriz e fibras com propriedades distintas); e, finalmente, a segunda metodologia mesoescala com elementos de interface distintas) e elementos de interface coesivos para modelar as fibras com propriedades distintas); e fibras com propriedades distintas) e



Figura 6.32 - Curvas carga-deslocamento para o comportamento global do compósito utilizando as diversas abordagens multiescala para o ensaio de Marangon (2011).

A partir dos resultados obtidos no gráfico da Figura 6.32, é possível afirmar que as metodologias mesoescala propostas neste trabalho apresentam uma boa concordância com os resultados experimentais das referências. É importante observar ainda o aumento na capacidade do concreto com fibras em absorver energia, acarretando em respostas pós-pico bem distintas se comparadas aos resultados da matriz cimentícia homogênea.

Adicionalmente, a Figura 6.33 apresenta a evolução da variável de dano em cada um dos pontos de Gauss da região central do modelo numérico utilizando a formulação compósita. A evolução do dano é traduzida como um processo irreversível que ocorre na microescala e que provoca a formação de diversas microfissuras, que, após o processo de coalescência, formam fissuras maiores e provocam a degradação da capacidade resistente do material.



Figura 6.33 - Evolução da variável de dano nos elementos coesivos em cada ponto de Gauss da região central do modelo de Marangon (2011).

# 6.2.2.4. Ensaio de tração direta em concreto com 0,5% de teor volumétrico de fibras e razão de aspecto 45 – Mesoescala (Silveira, 2018)

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos com a modelagem de ensaios de tração direta de Silveira (2018), um dos ensaios também utilizados para a validação dos resultados da macroescala. Entretanto, neste caso, considera-se uma modelagem mesoescala do material, isto é, considerando a presença das fibras e utilizando o elemento compósito desenvolvido para este trabalho.

Assim como para o ensaio de Marangon (2011), é necessário calcular a quantidade de fibras de acordo com os teores volumétricos de fibras informados experimentalmente. A partir dos cálculos utilizando a Equação 6.2, obtém-se o valor de 288 fibras aleatoriamente distribuídas na região central de um corpo de prova prismático, conforme ilustra a Figura 6.34. As dimensões deste corpo de prova são apresentadas na dissertação de Silveira (2018).



Figura 6.34 - Distribuição aleatória de fibras para a representação na mesoescala do ensaio de tração direta de Silveira (2018), utilizando a formulação compósita.

Adicionalmente, a Tabela 6.7 apresenta as propriedades mecânicas da matriz cimentícia e das fibras utilizadas nas simulações computacionais referentes ao ensaio de tração de Silveira (2018) utilizando a segunda abordagem mesoescala deste trabalho. Adota-se novamente estado plano de tensões para execução das simulações. Note que o subscrito 'm' refere-se a uma propriedade da matriz cimentícia, enquanto 'f' refere-se a uma propriedade da fibra.

Tabela 6.7 - Propriedades mecânicas da matriz cimentícia e das fibras referentes ao ensaio de tração direta de Silveira (2018) para a segunda metodologia mesoescala utilizada neste trabalho.

Propriedades – Tração Direta - Mesoescala – Silveira (2018)		
$E_m$ (GPa)	31,00	
$v_m$ (-)	0,25	
$f_t^m$ (MPa)	3,13	
$K_{\rm n}$ , $K_t$ (MPa/m)	$31,0 * 10^3$	
$E_f$ (GPa)	200,00	
v <sub>f</sub> (-)	0,30	

A Figura 6.35 apresenta as curvas de carga-deslocamento que ilustram o comportamento pós-pico do compósito comparando as abordagens multiescala adotadas neste trabalho para o ensaio experimental de Silveira (2018). Neste gráfico, são exibidas as seguintes curvas: os dados experimentais da literatura, os resultados do modelo numérico de matriz cimentícia homogênea, o modelo computacional considerando a abordagem macroescala (propriedades equivalentes para o conjunto concreto-fibras calculadas pela rede neural artificial e elementos de interface coesivos com propriedades da matriz para modelar fraturas na matriz), a primeira metodologia mesoescala com elementos de interface coesivos para modelar as fibras e a região de contato entre os elementos planos do modelo e as fibras (matriz e fibras com propriedades distintas); e, finalmente, a segunda metodologia mesoescala com elementos de interface neural artificades distintas) e elementos de interface coesivos para modelar as fibras of metodologia mesoescala com elemento compósito (matriz e fibras com propriedades distintas); e, finalmente, a segunda metodologia mesoescala com elementos de interface as fibras com propriedades distintas); e, finalmente, a segunda metodologia mesoescala com elementos compósito (matriz e fibras com propriedades distintas) e elementos de interface coesivos para modelar as fibras); e, finalmente, a segunda metodologia mesoescala com elemento compósito (matriz e fibras com propriedades distintas) e elementos de interface coesivos para modelar as fibras); e, finalmente, a segunda metodologia mesoescala com elementos de interface coesivos para modelas distintas) e elementos de interface coesivos para



Figura 6.35 - Curvas carga-deslocamento para o comportamento global do compósito utilizando as diversas abordagens multiescala deste trabalho para o ensaio de Silveira (2018).

Finalmente, a Figura 6.36 destaca a simulação computacional dos mecanismos ocorridos na escala do material na curva global de carga-deslocamento do compósito utilizando a primeira metodologia da mesoescala desta dissertação para o ensaio de tração direta de Silveira (2018). São destacados os fenômenos de surgimento de primeira fissura na matriz cimentícia, descolamento da fibra, evolução da variável de dano acompanhado da perda de capacidade resistente do compósito, controle de fissuração desempenhado pelas fibras e, para estágios mais avançados de carregamento, a formação de uma fratura principal que leva à ruptura do corpo de prova.



Figura 6.36 – Mecanismos da mesoescala refletidos no comportamento global de carga-deslocamento do compósito para o ensaio de tração direta de Silveira (2018) para metodologia mesoescala 1.

# 6.2.2.5. Ensaio de flexão em 4 pontos com 1% de teor volumétrico de fibras e razão de aspecto 80 (Marangon, 2011)

Com o objetivo de aplicar a metodologia de formulação compósita de condensação não somente para ensaios uniaxiais de tração direta, estendeu-se os exemplos de teste também para o caso de um ensaio de flexão em quatro pontos com teor volumétrico de fibras de aço igual a 1%. Novamente assume-se a hipótese de estado plano de tensões e a matriz cimentícia é assumida com comportamento linear elástico. Assim como nos exemplos das seções anteriores, utiliza-se a Equação 6.2 para determinar a quantidade de fibras a serem inseridas na região de interesse, obtendo o valor de 102 fibras. Dada a simetria do modelo, a região central da viga foi selecionada para a inserção do reforço fibroso. A Figura 6.37 ilustra esquematicamente a localização no modelo onde as fibras são inseridas aleatoriamente.





Todas as propriedades mecânicas da matriz cimentícia e das fibras utilizadas na modelagem com elementos compósitos estão indicadas na Tabela 6.8.

Propriedades – Flexão em 4 Pontos - Mesoescala – Marangon (2011)		
$E_m$ (GPa)	33,00	
v <sub>m</sub> (-)	0,25	
$f_{flex\tilde{a}o}^{m}$ (MPa)	6,50	
$K_{\rm n}, K_t \ ({\rm MPa/m})$	$33,10 * 10^3$	
$E_f$ (GPa)	200,00	
v <sub>f</sub> (-)	0,30	

Adota-se para o modelo de flexão elementos quadrangulares lineares (Q4) com integração reduzida e alto refinamento na região central do modelo. A Figura 6.38 apresenta as curvas de carga-deslocamento que ilustram o comportamento global do compósito comparando algumas das abordagens multiescala propostas neste trabalho: a metodologia macroescala (propriedades equivalentes para o conjunto matriz-fibras coletados do ensaio experimental e elementos de interface coesivos com propriedades da matriz para modelar fissuras na matriz), e a abordagem mesoescala com elemento compósito (matriz e fibras com propriedades distintas) e elementos de interface coesivos para modelar as fraturas na matriz.



Figura 6.38 - Curvas carga-deslocamento para o comportamento global do compósito utilizando algumas abordagens multiescala deste trabalho para o ensaio de flexão em 4 pontos de Marangon (2011).

Adicionalmente, a Figura 6.39 exibe a evolução da fissura principal ao longo da análise considerando a formulação compósita para o ensaio de flexão em 4 pontos com 102 fibras distribuídas aleatoriamente na região central do modelo de elementos finitos.



Figura 6.39 - Evolução da variável de dano para o ensaio de flexão em 4 pontos utilizando a formulação compósita deste trabalho.

A seguir, de modo a comparar a sensibilidade da formulação compósita à quantidade de fibras que serão inseridas nos modelos da mesoescala, os resultados obtidos na Figura 6.38 são também inseridos na Figura 6.40, mas agora variando a quantidade de fibras presentes no modelo. Nesta figura, são apresentados: os dados experimentais da literatura, os resultados do modelo numérico de matriz cimentícia homogênea, o modelo computacional considerando a abordagem macroescala (propriedades equivalentes para o conjunto matriz-fibras coletados do ensaio experimental e elementos de interface coesivos com propriedades da matriz para modelar fraturas na matriz) e a segunda metodologia mesoescala da formulação compósita (matriz e fibras com propriedades distintas) e elementos de interface coesivos para modelar as fraturas na matriz variando-se a quantidade de fibras (50, 102, 200 e 500 fibras) na região central do modelo. Estas quantidades correspondem a



teores volumétricos de fibras de 0,5, 1, 2 e 5% na seção central do corpo de prova do modelo, respectivamente.

Figura 6.40 - Curvas carga-deslocamento para o comportamento global do compósito variando-se a quantidade de fibras e utilizando a formulação compósita para o ensaio de flexão em 4 pontos. Desta forma, verifica-se que a formulação compósita é sensível à quantidade de fibras inserida no modelo numérico, permitindo a captação de acréscimos ou decréscimos na capacidade de carga da estrutura conforme se varia a quantidade de reforço fibroso na matriz. No caso dos exemplos da Figura 6.40, há um aumento na capacidade de carga da viga, e, após este estágio de carregamento, o material passa a sofrer amolecimento até a sua ruptura. Assim sendo, esta metodologia permite inserir um número elevado de fibras nos modelos computacionais. Desta forma, trata-se de uma metodologia vantajosa e que pode ser útil para implementações computacionais envolvendo compósitos do tipo SHCC, uma vez que estes materiais possuem uma elevada quantidade de fibras distribuídas por seção de um corpo de prova prismático, por exemplo

## 7 Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

#### 7.1. Conclusões

Este trabalho propõe diversas metodologias numéricas para representar o comportamento mecânico de materiais compósitos cimentícios em uma abordagem multiescala. O comportamento não-linear de concretos com fibras foi simulado numericamente tanto para abordagens na macroescala quanto na mesoescala. As análises da macroescala mostram-se eficientes quando se deseja obter um comportamento aproximado do compósito com um menor custo computacional para a execução das simulações. Para a investigação do comportamento mecânico das fibras, de outras fases que compõem o concreto e suas respectivas relações interfaciais, é necessário investigar o material compósito de forma mais específica e detalhada, levando a uma escala meso de observação.

As duas metodologias propostas para a representação do comportamento mecânico de compósitos cimentícios na macroescala mostraram uma boa concordância com relação aos resultados obtidos experimentalmente. As distribuições de probabilidade empregadas neste trabalho (normal, lognormal e logística) conseguem aproximar o comportamento pós-fissuração do concreto com fibras em uma faixa de valores do gráfico carga-deslocamento do compósito. Entretanto, observa-se que as amostragens probabilísticas, apesar de se aproximarem da resposta esperada, necessitam de centenas de milhares de simulações para validarem o comportamento do sistema, além de serem fortemente dependentes dos resultados obtidos em laboratório. Isto faz com que os modelos numéricos sempre necessitem de algum procedimento experimental já previamente realizado para condução das simulações computacionais. Adicionalmente, os parâmetros mecânicos necessários

para realização das análises de elementos finitos muitas vezes são difíceis de serem obtidos experimentalmente, os ensaios demandam tempo e custo para serem executados, há dificuldades na reprodução de determinadas condições de contorno de procedimentos experimentais, dentre outros.

Neste sentido, técnicas de Inteligência Artificial, tais como as redes neurais artificiais, surgem como ferramentas interessantes para aproximar o comportamento global de um compósito em uma escala macro de observação, uma vez que não dependem diretamente dos parâmetros de laboratório. Contudo, é importante ressaltar que a rede neural desenvolvida neste trabalho passa por um processo de treinamento que considera uma base de dados experimental para estimar os parâmetros mecânicos do concreto com fibras. Assim sendo, a qualidade dos resultados é dependente da base de dados selecionada para construir a rede neural. É importante selecionar dados confiáveis e testar vários tipos de arquiteturas de rede e algoritmos de treinamento para obter resultados satisfatórios.

As três redes neurais desenvolvidas apresentam índices de acurácia superiores a 90% e os resultados obtidos a partir desta metodologia aproximam adequadamente o comportamento global do concreto com fibras na macroescala. Os valores dos parâmetros obtidos pela rede são também comparados com os valores de propriedades obtidas em laboratório, alcançando índices de erro relativo inferiores a 10%, o que demonstra uma boa adequação da previsão da rede aos valores de referência buscados. É possível ainda concluir que a rede desenvolvida não representa o comportamento de um compósito genérico no espaço de variáveis independentes, uma vez que a base de dados considera apenas concretos com fibras de aço lisas, retas, discretas e aleatoriamente distribuídas na matriz cimentícia. Adicionalmente, estudos de sensibilidade da RNA utilizando as metodologias DOE (Planejamento de Experimentos) e RSM (Metodologia da Superfície de Resposta) indicam que as variáveis de entrada selecionadas (fator água-cimento, comprimento da fibra, diâmetro da fibra e teor volumétrico de fibras) possuem influência nos parâmetros de saída, uma vez que as superfícies de resposta geradas não são horizontais.

Por outro lado, a mesoescala é o nível de observação cujas modelagens numéricas são mais desafiadoras. O aumento do custo computacional trazido pela necessidade de se representar explicitamente o reforço fibroso no modelo de elementos finitos e as estratégias para se representar as relações interfaciais entre os materiais estão entre os maiores desafios deste trabalho, uma vez que diversas outras técnicas são apresentadas na literatura. A primeira metodologia mesoescala apresentada adota elementos de interface com comportamento coesivo e permite modelar o processo de descolamento da fibra com relação à matriz. Os elementos de interface coesivos são inseridos nos segmentos de reta que representam as fibras. Além disso, é possível simular o processo de propagação de fissuras no concreto, introduzindo elementos coesivos nas bordas entre os elementos planos do modelo e com propriedades mecânicas correspondentes ao material cimentício. Os padrões de propagação obtidos são bem semelhantes aos resultados vistos em laboratório. O comportamento global do compósito, considerando as diversas dispersões que podem ser assumidas pelas fibras, também apresenta boa concordância com a curva experimental de referência. Apesar dos resultados terem bom ajuste com os pontos experimentais, esta metodologia é limitada pela quantidade de fibras a serem inseridas no modelo de elementos finitos, uma vez que o processo de geração de malha é dificultado à medida que um maior percentual de reforço fibroso é inserido nas análises. Isto é tipicamente observado em regiões dos modelos com alta concentração de fibras. Além disso, outra desvantagem da metodologia envolve a característica semiautomática do processo, uma vez que se torna necessário verificar a qualidade da malha gerada pelo simulador comercial a cada nova dispersão de fibras. Isto pode levar ocasionalmente a malhas com elementos muito distorcidos e com razão de aspecto ruim, especialmente em áreas com emaranhados de fibras, comprometendo a confiabilidade das simulações.

Já a segunda metodologia proposta para a mesoescala adota um elemento finito composto e é capaz de captar os efeitos normais e de rigidez trazidos pela fibra ao compósito. Uma das grandes vantagens desta abordagem é a garantia de compatibilidade entre a fibra e a matriz dentro de um mesmo elemento finito, garantida pelo método mestre-escravo que é utilizada na formulação do elemento. Adicionalmente, considera-se o acréscimo dos efeitos de rigidez normal da fibra ao sistema compósito, algo desprezado em outros trabalhos da literatura. Modelos de prova de conceito foram desenvolvidos neste trabalho, variando a orientação da fibra e verificando que há uma contribuição de rigidez do reforço ao sistema compósito, sendo necessária a inclusão desta parcela para simulação mais fiel do comportamento mecânico do material. Outra vantagem da formulação compósita diz respeito à quantidade de fibras que podem ser inseridas nos modelos de forma aleatória. Graças à técnica de condensação estática desta formulação, o processo de discretização torna-se mais eficiente, evitando problemas para gerar as malhas e auxiliando na execução das simulações computacionais de elementos finitos. Neste sentido, esta metodologia pode ser futuramente estendida não só para materiais compósitos cimentícios com comportamento de amolecimento (softening), como também para compósitos do tipo SHCC, que apresentam uma elevada quantidade de fibras dispersas por seção de um corpo de prova, por exemplo. Contudo, a formulação compósita também apresenta algumas desvantagens. O processo de descolamento da fibra com respeito à matriz não é representado nas simulações. Finalmente, testes de tração direta e flexão da literatura são simulados utilizando esta nova formulação de elemento na escala meso, obtendo resultados próximos da resposta experimental.

Neste sentido, este trabalho desenvolve algumas metodologias que se mostram interessantes e válidas para modelar o comportamento de materiais compósitos cimentícios em múltiplas escalas de observação. É importante ressaltar que, para as abordagens macro e meso, as metodologias apresentadas possuem vantagens e desvantagens. Estas últimas podem estar relacionadas ao custo computacional para execução das análises, dependência de testes experimentais, não-consideração de alguns fenômenos secundários que atuam no material, dentre outros. Contudo, todas as representações multiescala desenvolvidas neste trabalho indicam resultados e conclusões que traduzem adequadamente o comportamento global não-linear do material compósito. Estas inferências são suportadas pelas teorias e resultados experimentais apresentados em livros, pesquisas, artigos científicos e comitês técnicos de materiais compósitos cimentícios. Dada a complexidade de se modelar estes materiais, as metodologias propostas constituem ferramentas interessantes para melhor compreender os mecanismos e interações que ocorrem no concreto.
Assim sendo, este trabalho reforça a importância da modelagem e simulação nos processos de Engenharia nos dias de hoje, e tem por objetivo contribuir nos avanços de técnicas e metodologias numéricas multiescala empregadas para reproduzir o comportamento mecânico de materiais compósitos cimentícios, cuja utilização nos mais variados contextos da Engenharia Estrutural é cada vez mais frequente e desafiadora nos tempos atuais.

## 7.2. Sugestões para Trabalhos Futuros

Diversas possibilidades de trabalhos futuros surgem quando se trabalha com a modelagem numérica multiescala de materiais compósitos cimentícios. Algumas destas sugestões estão listadas nos tópicos a seguir.

 (i) Modelagem do comportamento de concretos com fibras na micro e nanoescala, estudando os métodos computacionais para simular os processos de hidratação do cimento, comparando tais técnicas com os resultados e conclusões obtidas em outras escalas de observação;

(ii) Emprego de outras técnicas de Inteligência Artificial para estimativa de propriedades mecânicas dos materiais compósitos cimentícios. Neste sentido, pode-se criar uma outra rede neural não só para identificação de parâmetros mecânicos para concretos com fibras de aço, como também para outros tipos de reforço fibroso e outros tipos de ensaio (flexão e cisalhamento, por exemplo);

(iii) Análise e simulação computacional dos mecanismos de durabilidade associados a fenômenos multifísicos atuantes em materiais compósitos cimentícios, reproduzindo condições de meios agressivos, degradação física e química, efeitos de temperatura, *spalling*, dentre outros;

(iv) Realização de ensaios experimentais de concreto com fibras utilizando técnicas de correlação digital de imagens para mapear o posicionamento aproximado da fibra na matriz cimentícia, permitindo a comparação dos resultados das metodologias numéricas obtidas neste trabalho com aqueles realizados no laboratório;

(v) Estudo de metodologias numéricas em elementos finitos para simular o comportamento do concreto com fibras sujeito a cargas dinâmicas e de alto impacto;

(vi) Extensão da formulação compósita proposta neste trabalho para simular o comportamento mecânico de compósitos SHCC, que apresentam uma grande quantidade de fibras dispersas por seção de um corpo de prova;

(vii) Aplicação das metodologias numéricas da macro e mesoescala desenvolvidas neste trabalho para outros ensaios de tração direta ou flexão;

(viii) Modificação do modelo constitutivo da fibra para as simulações da mesoescala, considerando um modelo elastoplástico para capturar os efeitos de *hardening*, tipicamente observados em compósitos cimentícios do tipo SHCC;

(ix) Realização de maior quantidade de rodadas para cada uma das distribuições probabilísticas de modo a obter uma análise de convergência do comportamento aproximado do compósito a partir do Método de Monte Carlo, que envolve centenas de milhares de rodadas a serem executadas;

(x) Atualização da formulação compósita para a mesoescala desenvolvida neste trabalho, incorporando técnicas numéricas para simular o processo de descolamento da fibra da matriz cimentícia;

(xi) Extensão das metodologias desenvolvidas e propostas neste trabalho para modelos tridimensionais.

## 8 Referências Bibliográficas

ABBAS, S; SOLIMAN, A. M.; NEHDI, M.L. **Exploring mechanical and durability properties of ultra-high performance concrete incorporating various steel fiber length sand dosages**. Construction and Building Materials, v. 75, p. 429-441, 2014.

ADYIN, S. Effects of fiber strength on fracture characteristics of normal and high strength concrete. Periodica Polytechnica, v. 57, p. 191-200, 2013.

ALANN, A.; JOHNSSON, H. Flax Fiber-Reinforced Glued-Laminated Timber in Tension Perpendicular to the Grain: Experimental Study and Probabilistic Analysis. Journal of Materials in Civil Engineering, v.22, p 827-835, 2010.

ALBERTI, M. G.; ENFEDAQUE, A.; GALVEZ, J. C.; CANOVAS, M. F.; OSORIO, I. R. Polyolefin Fiber-Reinforced Concrete Enhanced with Steel-Hooked Fibers in Low Proportions. Materials & Design, v. 60, p. 57-65, 2014.

ALEXANDRIDIS, A.; TRIANTIS, D.; STAVRAKAS, I.; STERGIOPOULOS, C. A neural network approach for compressive strength prediction in cement-based materials through the study of pressurestimulated electrical signals. Construction and Building Materials, v.30, p. 294–300, 2012.

ALI, M. H.; AZMIR, N. A.; GHAZALI, M. I.; YAHYA, M. N.; SONG, J. I. **Predicting Hand Grip Strength of Hand Held Grass Cutter Workers: Neural Network vs Regression**. Procedia Manufacturing, v. 2, p. 445-449, 2015.

ALWAN, J. M.; NAAMAN, A.; HANSEN, W. Pull-Out Work of Steel Fibers From Cementitious Composites: Analytical Investigation. Cement and Concrete Composites, v. 13, p. 247–255, 1991.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 544.1R-96: State-of-the-Art Report on Fiber Reinforced Concrete. United States: American Concrete Institute, 2002.

ARSLAN, M. H. Predicting of torsional strength of RC beams by using different artificial neural network algorithms and building codes. Advances in Engineering Software, v. 41, p. 946-955, 2010.

ASSADZADEH, H.; SMIRNOVA, O.; MECHTCHERINE, V. Effect of Strain Rate and Fiber Type on Tensile Behavior of High-Strength Strain-Hardening

Cement-Based Composites (HS-SHCC). RILEM Bookseries. v. 15, p. 266-274, 2018.

ATICI, U. Prediction of the strength of mineral admixture concrete using multivariable regression analysis and an artificial neural network. Expert Systems with Applications, v. 38, p. 9609–9618, 2011.

AVESTON, J.; COOPER, G.A.; KELLY, A. **The Properties of Fibre Composites**. IPC Science and Technology Press, Surrey, Inglaterra, p. 15-26, 1971.

BABANAJAD, S. K.; GANDOMI, A. H.; ALAVI, A. H. New prediction models for concrete ultimate strength under true-triaxial stress states: An evolutionary approach. Advances in Engineering Software, v. 110, p. 55-68, 2017.

BARENBLATT, G. I. The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture. Advances in Applied Mechanics, v. 7, p. 55-129, 1962.

BEIGI, M.; BERENJIAN, J.; OMRAN, O. L.; NIK, A. S.; NIKBIN, I.M. An experimental survey on combined effects of fibers and nanosilica on the mechanical, rheological, and durability properties of self-compacting concrete. Materials & Design, v. 50, p.1019-1029, 2013.

BENTUR, A., MINDESS, S. **Fibre reinforced cementitious composites**. Francis and Taylor, 2<sup>a</sup> edição. Reino Unido, 2007.

BETTERMAN, L. R.; OUYANG, C.; SHAH, S. P. Fiber-Matrix Interaction in Microfiber-Reinforced Mortar. Advanced Cement Based Materials, v. 2, p. 53-61, 1995.

BHAT, K.M.U.D.; KHAN, M. Z. Effect of Steel Fibre Reinforcement on Early Strength of Concrete. International Journal of Trend in Scientific Research and Development, v. 2, p. 198-225, 2018.

BOLANDER, J. E., CHOI, S., DUDDUKURL, S. R. Fracture of fiber-reinforced cement composites: effects of fiber dispersion. Internacional Journal of Fracture, v. 154, i. 1-2, p. 73-86, 2008.

CASAGRANDE, M. D. T. **Estudo do comportamento de um solo reforçado com fibras de polipropileno visando o uso como base de fundações superficiais.** 109 p. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Rio Grande do Sul, Brasil, 2001.

CHANDRA, S.; ADEWUMI, J. B. A review of the mechanical and durability properties of strain hardening cement-based composite (SHCC). Journal of Sustainable Cement-Based Materials, v.7, p. 57-78, 2018.

CHANDRAMOHAN, D.; MARIMUTHU, K. A Review on Natural Fibers. International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences, v. 8, p. 194-206, 2011.

CHOI, O. C.; LEE, C. Flexural Perfomance of Ring-Type Steel Fiber Reinforced Concrete. Cement and Concrete Research, v. 33, p. 841-849, 2003.

CLADERA, A.; MARI, A. R. Shear design for reinforced normal and highstrength concrete beams using artificial neural newtorks. Part I: beams without stirrups. Engineering Structures, v. 26, p. 917-926, 2004.

CONGRO, M.; MEJIA, C.; ROEHL, D. **Probabilistic Assessment of Load Capacity in a Fiber Reinforced Concrete.** Proceedings of 4<sup>th</sup> Brazilian Conference on Composite Materials. Rio de Janeiro, Brasil, 2018.

CONGRO, M.; MEJIA, C.; ROEHL, D. **XFEM and Interface Element Models Applied to Fracture of Fiber Reinforced Concrete Beams.** Proceedings of XXXVIII Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering. Florianópolis, SC, Brazil, 2017.

CONGRO, M. Análise Probabilística da Capacidade de Carga de Vigas de Concreto Reforçadas com Fibras de Aço. 102 p. Trabalho de Conclusão de Curso. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Brasil, 2017.

CONGRO, M.; SANCHEZ, E. C. M.; ROEHL, D.; MARANGON, E. Fracture Modeling of Fiber Reinforced Concrete in a Multiscale Approach. Composites Part B: Engineering, v. 170, 106958, 2019.

CONSTANTINIDES, G., ULM, F.-J., **The Elastic Properties of Calcium-Leached Cement Pastes and Mortars: A Multi-Scale Investigation**, CEE Report R05-01, Massachusetts Institute of Technology, Department of Civil e Environmental Engineering, Cambridge, Massachusetts, 2002.

COOK, R; MALKUS, D.; PLESHA, M. Concepts and Applications of Finite Element Analysis. 4<sup>a</sup> edição, John Wiley & Sons, Nova Iorque, Estados Unidos, 2002.

CUROSU, I.; MECHTCHERINE, V.; MILLON, O. Effect of fiber properties and matrix composition on the tensile behavior of strain-hardening cement-based composites (SHCCs) subject to impact loading. Cement and Concrete Research, v. 82, p. 23-35, 2016.

D'ANTINO, T.; COLOMBI, P.; CARLONI, C.; SNEED, L. Estimation of a matrixfiber interface cohesive material law in FRCM-concrete joints. Composites Structures, v. 193: p. 103-112, 2018. DÁVILA, C. G.; CAMANHO, P. P.; TURON, A. NASA / TP-2007-214869 Cohesive Elements for Shells, 2007.

DIAMOND, S. The microstructure of cement paste and concrete – a visual primer. Cement and Concrete Composites, v. 26, p. 919-933, 2004. DING, S.; HUI, L.; SU, C.; YU, J.; JIN, F. Evolutionary artificial neural networks: a review. Artificial Intelligence Review, v. 39, p. 251-260, 2013.

FAGIANO, C.; GENET, M.; BARANGER, E.; LADAVÈZE, P. Computational geometrical and mechanical modeling of woven ceramic composites at the mesoscale. Composite Structures, v. 12, p. 146-156, 2014.

FIGUEIREDO, A. D. **Parâmetros de Controle e Dosagem do Concreto Projetado com Fibras de Aço**. 362 p. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 1997.

FIGUEIREDO, A. D. Concreto com Fibras de Aço, 71 p. Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP. Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2000.

FIGUEIREDO, A. D. **Concreto reforçado com fibras**. 256 p. Tese de Livre Docência em Materiais e Componentes de Construção Civil. Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2011.

FIGUEIREDO, A. D. **Concreto Reforçado com Fibras**. 248 p. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2011.

FRIEDRICH, L. F.; WANG, C. Continuous Modeling Technique of Fiber Pullout from a Cement Matrix with Different Interface Mechanical Properties Using Finite Element Program. Latin American Journal of Solids and Structures, v. 13, p. 1937-1953, 2016.

GAO, D.; ZHANG, L.; NOKKEN, M. Compressive behavior of steel fiber reinforced recycled coarse aggregate concrete designed with equivalent cubic compressive strength. Construction and Building Materials, v. 141, p.235-244, 2017.

GARCEZ, E. O. Investigação do Comportamento de Engineered Cementitious Composites Reforçados com Fibras de Polipropileno como Material para Recapeamento de Pavimentos. 194 p. Tese de Doutorado em Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 2009.

GHONIEM, N.M.; CHO, K. The Emerging Role of Multiscale Modeling in Nanoand Micro-mechanics of Materials. Computer Modeling in Engineering & Sciences, v. 3, p. 147-173, 2002. GHOSH, A.; CHAUDHURI, P. Computational modeling of fracture in concrete using a meshfree meso-macro multiscale method. Computational Materials Science, v. 69, p. 204-215, 2013.

GÓIS, F. Avaliação Experimental do Comportamento de Concreto Fluido Reforçado com Fibras de Aço: Influência do fator de forma e da fração volumétrica das fibras nas propriedades mecânicas do concreto. 156 p. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Alagoas, Maceió, Brasil, 2010.

GONG, T.; HERAVI, A. A.; CUROSU, I.; MECHTCHERINE, V. Effect of textile reinforcement on the tensile behavior of strain-hardening cement-based composites (SHCC) under quasi-static and impact loading. Proceedings of 5<sup>th</sup> International Conference on Protective Structures (ICPS5). Poznan, Polônia, 2018.

GUAN, X.; LIU, X.; JIA, X.; YUAN, Y.; CUI, J.; MANG, H. A. A stochastic multiscale model for predicting mechanical properties of fiber reinforced concrete. International Journal of Solids and Structures, v. 56-57, p. 280-289, 2015.

GUNEYISI, E.; GESOGLU, M.; OZTURAN, T.; IPEK, S. Fracture behavior and mechanical properties of concrete with artificial lightweight aggregate and steel fiber. Construction and Building Materials, v. 84, p. 156-168, 2015.

HAN, J.; ZHAO, M.; CHEN, J.; LAN, X. Effects of steel fiber length and coarse aggregate maximum size on mechanical properties of steel fiber reinforced concrete. Construction and Building Materials, v. 209, p.577-591, 2019.

HANNANT, D. J. **Fibre Cements and Fibre Concretes**. 1<sup>a</sup> ed., Nova Iorque: John Wiley & Sons Ltd, 1978.

HAYKIN, S. Neural Networks: a comprehensive foundation. New York: MacMillan College Publishing Co., 1999.

HERAVI, A. A.; SMIRNOVA, O.; MECHTCHERINE, V. Effect of Strain Rate and Fiber Type on Tensile Behavior of High-Strength Strain-Hardening Cement-Based Composites (HS-SHCC). Proceedings of International Conference on Strain-Hardening Cement-Based Composites. RILEM Bookseries 15:266-274, 2018.

HILL, R. Elastic properties of reinforced solids: some theoretical principles. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, v. 11 (5), p. 357–372, 1963.

HOSSAIN, K.M.A; LACHEMI, M.; SAMMOUR, M.; SONEBI, M. Strength and fracture energy characteristics of self-consolidating concrete incorporating polyvinyl alcohol, steel and hybrid fibres. Construction and Building Materials, v. 45, p. 20-29, 2013.

HUET, C. Application of variational concepts to size effects in elastic heterogeneous bodies. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, v. 38, p. 813-841, 1990.

HUSCHKE, P.; UNGER, J. F. A mesoscale finite element model for fibre reinforced concrete. Proceedings of European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering – ECCOMAS 2016. Crete Island, Greece, 2016.

JIN, C.; BURATTI, N.; STACCHINI, M.; SAVOIA, M.; CUSATIS, G. Lattice discrete particle modeling of fiber reinforced concrete: Experiments and simulations. European Journal of Mechanics A/Solids, v. 57, p. 85-107, 2016.

JUN, P.; MECHTCHERINE, V. Behaviour of Strain-hardening Cement-based Composites (SHCC) under monotonic and cyclic tensile loading Part 1 -Experimental investigations. Cement and Concrete Composites, v. 32, p. 801-809, 2010.

KABELE, P. Multiscale framework for modeling of fracture in high performance fiber reinforced cementitious composites. Engineering Fracture Mechanics, v. 74, p. 194-209, 2007.

KABELE, P. Sthocastic finite element modeling of multiple cracking in fiber reinforced cementitious composites. Proceedings of Fracture and Damage of Advanced Fibre-reinforced cement-based materials (ECF 18). Dresden, Alemanha, p. 155-163, 2010.

KANG, J.; KIM, K.; LIM, Y. M.; BOLANDER, J. E. Modeling of fiber-reinforced cement composites: discrete representation of fiber pullout. International Journal of Solids and Structures, v. 51 (10), p. 1970-1979, 2014.

KANG, J.; BOLANDER, J. E. Multiscale modeling of strain-hardening cementitious composites. Mechanics Research Communications, v. 78, part B, p. 47-54, 2016.

KANG, W. T. Estudo de propagação de fissuras arbitrárias no concreto utilizando o modelo reticulado da mesoestrutura. 165 p. Tese de Doutorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, Brasil, 2002.

KASSEM, G. Micromechanical Material Models for Polymer Composites through Advanced Numerical Simulation Techniques. 146 p. Tese de Doutorado. Faculdade de Engenharia Mecânica, Rwthaachen University, Alemanha, 2009.

KELLY, A. Strong Solids, 1ª edição. Oxford: Oxford Claredon Press, 1966.

KHADEMI, F.; BEHFARNIA, K. **Evaluation of concrete compressive strength using Artificial Neural Network and Multiple Linear Regression Models**. International Journal of Optimization in Civil Engineering, v. 6 (3), p. 423-432, 2016.

KHOEI, A. **Extended Finite Element Method: Theory and Applications**. 1<sup>a</sup> ed. John Wiley & Sons. Nova Iorque, Estados Unidos, 2015.

KHURI, A. I.; CORNELL, J. A. **Response Surfaces: Designs and Analyses**. 2<sup>a</sup> edição, Dekker, Nova Iorque, Estados Unidos, 1996.

KIM, S-M.; ABU AL-RUB, R. K. Meso-scale computational modeling of the plastic-damage response of cementitious composites. Cement and Concrete Research, v. 41, p. 339-358, 2011.

KIM, W-J.; KWAK, M-S.; LEE, J-C. Fracture properties of high-strength steel fiber concrete. Proceedings of 7th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures (FraMCoS-7), p. 1526-1523. Jeju, Coréia do Sul, 2010.

LEE, S. C.; OH, J. H.; CHO, J. Y. Compressive behavior of fiber-reinforced concrete with end-hooked steel fibers. Materials, v. 8, n. 4, p. 1442–1458, 2015.

LEE, T-H.; MOSALAM, K. M. **Probabilistic fiber element modeling of reinforced concrete structures**. Computers & Structures, v. 82, p. 2285-2299, 2004.

LI, D.; YANG, Q-S.; LIU, X.; SHANG, J. J. Experimental investigation on tensile properties of carbon nanotubes wires. Mechanics of Materials, v. 105, p. 42-48, 2017.

LI, V. C. Engineered Cementitious Composites (ECC): a review of the material and its applications. Journal of Advanced Concrete Technology, v. 1, n. 3, p. 215-230, 2003.

LI, V. C.; YANG, E. H. Self-Healing in Concrete Materials. Springer: Sybrand van der Zwaag, 2007.

LI, V.C.; WU, H-C.; MAALEJ, M.; MISHRA, D. K. **Tensile Behavior of Cement-Based Composites with Random Discontinuous Steel Fibers**. Journal of the American Ceramic Society, v. 79, p. 74-78, 1996.

LIANG, X.; & WU, C. Investigation on thermal conductivity of steel fiber reinforced concrete using mesoscale modeling. International Journal of Thermophysics, v. 39, 2018.

LIANG, X.; WU, C. Meso-scale modelling of steel fibre reinforced concrete with high strength. Construction and Building Materials, v. 165, p. 187-198, 2018.

LU, P.; CHEN, S.; ZHENG, Y. Artificial Intelligence in Civil Engineering. Mathematical Problems in Engineering, v. 2012, 22p. 2012.

MAGALHÃES, M. S. Caracterização Experimental de Compósitos Cimentícios Reforçados com Fibras de PVA: processo de fratura, propriedades térmicas, deformações diferidas e estabilidade térmica. 245 p. Tese de Doutorado. Programa Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2010.

MARANGON, E. **Caracterização material e estrutural de concretos autoadensáveis reforçados com fibras de aço**. 322 p. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2011.

MASPERO, G. C. C. Manual of Egyptian Archaeology and Guide to the Study of Antiquities in Egypt. Ed.: Juliet Sutherland, Robert Connal and the PG Online Distributed Proofreading Team. ISO-8859-1, 1 ed., 2004.

MATSUNAGA, V. Y. Curso de Redes Neurais utilizandoMATLAB.ApostiladisponívelnaInternet.Disponívelem:http://www.muriloleal.com.br/visao/repositorio/centec/eai/ia//REDES%20NEURAIS%20-%20APOSTILA.pdf.InstitutoCentrodeEnsinoTecnológico(CENTEC),Belém/Pará, Brasil, 2012.</

MECHTCHERINE, V.; SILVA, F. A.; BUTLER, M.; ZHU, D.; MOBASHER, B.; GAO, S-L.; MÄDER, E. **Behaviour of Strain-Hardening Cement-Based Composites Under High Strain Rates.** Journal of Advanced Concrete Technology, v. 9, n. 51-62, 2011.

MEHTA, P.K; MONTEIRO, P. J. M. Concrete: Microstructure, Properties, and Materials. 3<sup>a</sup> edição, McGraw-Hill, 2006.

MENDES, C. A. T. **GeMA**, um novo framework para a prototipação, desenvolvimento e integração de simulações multifísicas e multiescala em grupos multidisciplinares. 168 p. Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2016.

MONTERO-CHACÓN, F.; CIFUENTES, H.; MEDINA, F. Mesoscale Characterization of Fracture Properties of Steel Fiber-Reinforced Concrete Using a Lattice–Particle Model. Materials, v. 10, p. 207, 2017.

MONTGOMERY, D. C. **Design and Analysis of Experiments.** 8<sup>a</sup> edição, John Wiley & Sons, Inc., Nova Iorque, Estados Unidos, 2013.

MYERS, R. H.; MONTGOMERY, D. C.; VINING, G. G.; BORROR, C.M.; KOWALSKI, S. M. **Response Surface Methodology: A Retrospective and Literature Survey**. Journal of Quality Technology, v. 36, p. 53–77, 2004.

NAAMAN, A. E. **Fiber Reinforced Concrete: Five Decades of Progress**. Proceedings of 4<sup>th</sup> Brazilian Conference on Composite Materials. Rio de Janeiro, Brazil, 2018. NAAMAN, A. E. Fiber reinforcement for concrete: Looking back, looking ahead. Proceedings of Fifth RILEM Symposium on Fiber Reinforced Concretes (FRC). RILEM Publications, S.A.R.L., p. 65-86. Lyon, França, 2000.

NAAMAN, A. E.; ARGON, A.; MOAVENZADEH, F. A Fracture Model for Fiber Reinforced Cementitious Materials. Cement and Concrete Research, v. 3(4), p. 397-411, 1973.

NAAMAN, A. E.; MOAVENZADEH, F.; MCGARRY, J. F. **Probabilistic Analysis** of Fiber Reinforced Concrete. ASCE Journal of Engineering Mechanics, v. 100, p. 397-413, 1974.

NAAMAN, A. E.; REINHARDT, H. W. Proposed classification of HPFRC composites based on their tensile response. **Materials and Structures**, v. 39, p. 547–555, 2006.

NAAMAN, A.E. A Statistical Theory of Strength for Fiber Reinforced Concrete. Thesis presented to the Massachusetts Institute of Technology, Civil Engineering Department in partial fulfillment for the degree of Doctor of Philosophy, 196 p., 1972.

NADERPOUR, H.; KHEYRODDIN, A.; AMIRI, G. G. **Prediction of FRP-confined compressive strength of concrete using artificial neural networks**. Composite Structures, v. 92, p. 2817-2829, 2010.

NEVES, R. D.; ALMEIDA, J. C. O. F. Compressive behavior of steel fiber reinforced concrete. Structural Concrete, v. 6, p. 1-8, 2005.

NEVILLE, A. M. Properties of Concrete. 5ª edição, Longman, 2011.

NI, H. G.; WANG, J. Z. **Prediction of compressive strength of concrete by neural networks**. Cement and Concrete Research, v. 308, p. 1245-1250, 2000.

OGURA, H.; KUNIEDA, M.; UEDA, N.; NAKAMURA, H. **MESO-scale modeling for fiber reinforced concrete under mixed mode fracture**. Proceedings of the 8th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, FraMCoS, p. 1422-1429, 2013.

OLIVEIRA, A. M. Fluência a altas temperaturas, aderência fibra-matriz e comportamento mecânico sob ações higrotérmicas de compósitos cimentícios reforçados com fibras de PVA. 263 p. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

PEERLINGS, R. H. J.; DE BORST, R.; BREKELMANS, W. A. M.; DE VREE, J. H. P. **Gradient enhanced damage for quasi-brittle materials**. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 39, p. 3391–3403, 1996.

PER, J.; TONGBO, S. **History of Concrete: A Very Old and Modern Material.** 1<sup>a</sup> edição. World Scientific Publishing & Chemical Industry Press, 2017.

PEREIRA, E. V. Influência das Fibras de Aço no Comportamento Mecânico e nos Mecanismos de Fissuração de Concretos Autoadensáveis. 170 p. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2017.

QIAN, S.; Zhou, J.; DE ROOIJ, M. R.; SCHLANGEN, E.; YE, G.; VAN BREUGEL, K. Self-healing behavior of strain hardening cementitious composites incorporating local waste materials. Cement and Concrete Composites, v. 31, p. 613-621, 2009.

RAJASEKARAN, S.; LEE, S. C. Prediction of concrete strength using serial functional network model. Structural Engineering Mechanics, v. 161, p. 83–99, 2003.

RAO, G. A.; RAO, A. S. **Toughness indices of steel fiber concrete under mode II loading**. Materials and Structures, v. 42, p. 1173-1184, 2009.

RÍOS, J. D.; CIFUENTES, H.; YU, R. C.; RUÍZ, G. Probabilistic Flexural Fatigue in Plain and Fiber-Reinforced Concrete. Materials, v. 10, 2017.

ROMUALDI, J.P.; BATSON, G.B., Mechanics of Crack Arrest in Concrete. J. Engineering Mechanics, ASCE. 89, p. 147–168. 1963.

ROMUALDI, J.P.; MANDEL, J.A. **Tensile Strength of Concrete Affected by Uniformly Distributed and Closely Spaced Short Lengths of Wire Reinforcement**. Journal of the American Concrete Institute, v. 61, p. 657–670, 1964.

ROSSI, P. ACKER, P. MALIER, Y. Effect of steel fibres at two different stages: The material and the structure. **Materials and Structures**, v. 20, n. 6, p. 436–439, 1987.

RUEDA CORDERO, J.; MEJIA SANCHEZ, E. C.; ROEHL, D.; PEREIRA, L. C. **Hydro-mechanical modeling of hydraulic fracture propagation and its interactions with frictional natural fractures.** Computers & Geotechnics, v. 111, p. 290-300, 2019.

RUMELHART, D. E.; HINTON, G. E.; WILLIAMS, R. J. Learning representations by back-propagating errors. Nature, v. 323, p. 533-536, 1986.

SADOWSKI, T.; MARSAVINA, L. Multiscale modelling of two-phase Ceramic Matrix Composites. Computational Materials Science, v. 50, p. 1336-1346, 2011.

SALGADO, F. Análise macro-mecânica do comportamento da terra como revestimento externo, com ou sem reforço de fibras vegetais. 126 p. Dissertação

de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, Brasil, 2010.

SALVADOR, R. P. Análise Comparativa de Métodos de Ensaio para Caracterização do Comportamento Mecânico de Concreto Reforçado com Fibras. 201 p. Dissertação de Mestrado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, Brasil, 2013.

SANDEMIR, M. Prediction of compressive strength of concretes containing metakaolin and silica fume by artificial neural networks. Advances in Engineering Software, v. 40, p. 350-355, 2009.

SAVASTANO JR, H.; SANTOS, S. F.; RADONJIC, M.; SOBOYEJO, W. O. **Fracture and fatigue of natural fiber-reinforced cementitious composites.** Cement and Concrete Composites, v. 31, p. 232-243, 2009.

SCHLANGEN, E.; GARBOCZI, E.J. Fracture simulation of concrete using Lattice models: computational aspects. Engineering Fracture Mechanics, v. 57, p. 319-332, 1997.

SHAH, S.P.; RANGAN, V.B. **Fiber Reinforced Concrete Properties**. Journal of the American Concrete Institute, v. 68, n. 2, p. 126-135, 1971.

SILVA, F. A.; CHAWLA, N.; FILHO, R. D. T. Tensile behavior of high performance natural (sisal) fibers. Composites Science and Technology, v. 68, p. 3438-3443, 2008.

SILVA, F. A.; MOBASHER, B.; SORANAKOM, C.; FILHO, R.D.T. Effect of fiber shape and morphology on interfacial bond and cracking behaviors of sisal fiber cement based composites. Cement and Concrete Composites, v. 33, p. 814-823, 2011.

SILVA, P. A. **Uma Implementação do Método Estendido dos Elementos Finitos para Análise de Propagação de Fraturas Bidimensionais.** 105 p. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio). Rio de Janeiro, Brasil.

SILVEIRA, P. H. T. **Estudo do concreto reforçado com fibras de aço e sua aplicação em dormentes ferroviários**. 160 p. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, Brasil, 2018.

SOUZA, L.M.S. Estudo de Hidratação e Nanoidentação de Pastas de Cinza da Casca de Arroz e Cinza do Bagaço de Cana-de-Açúcar com Hidróxido de Cálcio. 136 p. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2011.

SUJIVORAKUL, C.; NAAMAN, A. E. **Modeling bond components of deformed steel fibers in FRC composites**, in A.E. Naaman and H.W. Reinhardt (eds) High Performance Fiber Reinforced Cement Composites, RILEM Proceedings PRO 30, RILEM Publications, Bagneux, p. 35–48, 2003.

SURYANTO, B.; NAGAI, K.; MAEKAWA, K. Influence of damage on cracking behavior of Ductile Fiber Reinforced Cementitious Composite (DFRCC). Proceedings of 8th International Conference on Creep, Shrinkage and Durability of Concrete and Concrete Structures (CONCREEP8). CRC Press, Ise-Shima, Japão, 2008.

SWAMY, R.N., MANGAT, P.S.; RAO, C.V.S.K. **The Mechanics of Fibre Reinforcement of Cement Matrices**. Fiber Reinforced Concrete, ACI SP-44, American Concrete Institute, Detroit, MI, p. 1–28, 1974.

SWAMY, R.N.; STAVRIDES, H. Some Properties of High Workability Steel Fibre Concrete. in A. Neville (ed.) Fibre-Reinforced Cement and Concrete, RILEM Symposium, The Construction Press, Lancaster, England, p. 197–208, 1975.

TAILHAN, T., ROSSI, P., DAVIAU-DESNOYERS, D. Probabilistic Numerical Modelling of Cracking in Steel Fibre Reinforced (SRFC) Structures. Cement and Concrete Composites, v. 55, p. 315-321, 2015.

THOMAS, J.; RAMASWAMY, A. Mechanical Properties of Steel Fiber-Reinforced Concrete. Journal of Materials in Civil Engineering, ASCE, v. 19, p. 385-392, 2007.

THOMOS, G.; TREZOS, C. G. Examination of the probabilistic response of reinforced concrete structures under static non-linear analysis. Engineering Structures, v. 28: p. 120-133, 2006.

UNGER, J. F., ECKDART, S. Multiscale Modeling of Concrete. Arch Computational Methods Eng, v. 18, p. 341-393. CIMNE, Barcelona, Espanha, 2011.

US PATENT No. 1,046,913 by Weakley, R.D. Bonding Means for Reinforced Concrete Structure. 10 de dezembro de 1912.

US PATENT No. 2,677,955, by Constantinesco, G. **Reinforced Concrete**. 11 de maio de 1954.

VAN MIER, J. G. M.; VERVUURT, A. Lattice Model for Analysing Steel-Concrete Interface Behaviour. Mechanics of Geomaterial Interfaces, v. 42, p. 201-225, 1995.

VANDAMME, M. The Nanogranular Origin of Concrete Creep: A Nanoindentation Investigation of Microstructure and Fundamental Properties

**of Calcium-Silicate- Hydrates**, 366 p. Tese de Doutrado, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, Inglaterra, 2008.

WANG, X. Q.; CHOW, C. L.; LAU, D. A Review on Modeling Techniques of Cementitious Materials under Different Length Scales: Development and Future Prospects. Advanced Theory and Simulations, v. 2 (7), 1900047, 2019.

WANG, J. Cohesive zone model of intermediate crack-induced debonding of **FRP-plated concrete beam**. International Journal of Solids and Structures, v. 43, p. 6630-6648, 2006.

WITTMANN, F.H. Structure of Concrete with respect to Crack Formation, Fracture Mechanics of Concrete, Elsevier, Londres/Nova Iorque, v. 43, 1983.

WRIGGERS, P.; MOFTAH, S. O. Mesoscale models for concrete: homogenisation and damage behaviour. Finite Elements in Analysis and Design, v. 42, p. 623-636, 2006.

XU, X-P.; NEEDLEMAN, A. Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, v. 42 (9), p. 1397-1434, 1994.

YAGHOOBI, A.; CHORZEPA, M.; KIM, S.; DURHAM, S. Mesoscale Fracture Analysis of Multiphase Cementitious Composites Using Peridynamics. Materials, v. 10, 21p., 2017.

YANG Y.; LEPECH MD.; YANG EH et al. Autogenous healing of engineered cementitious composite under wet-dry cycles. Cement and Concrete Research, v. 39, p. 382–390, 2009.

YOO, D.-Y.; YOON, Y.-S.; BANTHIA, N. **Predicting the Post-Cracking Behavior of Normal- and High-Strength Steel-Fiber-Reinforced Concrete Beams**. Construction and Building Materials, v. 93, p.477-485, 2015.

YOON, J. Application of experimental design and optimization to PFC model calibration in uniaxial compression simulation. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, v. 44, p. 871-889, 2007.

YU, K.; JIANGTAO, Y.; DAI, J-G.; LU, Z-D.; P SHAH. S. **Development of ultrahigh performance engineered cementitious composites using polyethylene (PE) fibers**. Construction and Building Materials, v. 158, p. 217-227, 2018.

YUAN, Z.; WANG, L-N.; JI, X. Prediction of concrete compressive strength: **Research on hybrid models genetic based algorithms and ANFIS**. Advances in Engineering Software, v. 67, p. 156-163, 2014.

ZHAN, Y.; MESCHKE, G. Multilevel Computational Model for Failure Analysis of Steel-Fiber–Reinforced Concrete Structures. Journal of Engineering Mechanics, v. 142, 2016.

ZHANG, Y.; MESCHKE, G. A multiscale oriented concept for the analyses of steel fiber reinforced concrete materials and structures. Proceedings of the 8th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, FraMCoS 2013, p. 1352-1359. Bochum, Germany, 2013.

ZHAO, Z.; REN, L. Failure criterion of concrete under triaxial stresses using neural networks. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, v. 17, p. 68-73, 2002.

ZHOU, X.; HAO, H. Mesoscale modelling of compressive behaviour of concrete at high strain rate. Proceedings of the Australasian Structural Engineering Conference (ASEC). Melbourne, Austrália, 2008.

ZOHDI, T. I.; WRIGGERS, P. A model for simulating the deterioration of structural-scale material responses of microheterogeneous solids. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 190, p. 2803-2823, 2001.

ZOLLO, R. F. Fiber-reinforced concrete: an overview after 30 years of development. Cement and Concrete Composites, v. 19, n. 2, p. 107–122, 1997.