

**Raphael Pimentel de Oliveira  
Cruz**

**Volatilidade Estocástica via  
Verossimilhança de Monte  
Carlo**

Um estudo comparativo

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**  
Programa de Pós-graduação em  
Engenharia Elétrica

Rio de Janeiro  
Março de 2004

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**Raphael Pimentel de Oliveira Cruz**

**Volatilidade Estocástica via  
Verossimilhança de Monte Carlo**

**Um estudo comparativo**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio

Orientador: Prof. Cristiano Augusto Coelho Fernandes

Rio de Janeiro  
Março de 2004

# PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO



**Raphael Pimentel de Oliveira Cruz**

## **Volatilidade Estocástica via Verossimilhança de Monte Carlo Um estudo comparativo**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Cristiano Augusto Coelho Fernandes**

Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica — PUC-Rio

**Prof. Álvaro Lima Veiga Filho**

PUC-Rio

**Prof. José Fajardo Barbachan**

IBMEC-Rio

**Prof. José Eugenio Leal**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico —  
PUC-Rio

Rio de Janeiro, 26 de Março de 2004

Dedico a meu querido pai. Eterna saudade.....

## Agradecimentos

Ao meu orientador Professor Cristiano Augusto Fernandes pelo incentivo e ensinamentos transmitidos ao longo do caminho.

Aos colegas do DEE André, Adrian, Christian, Sérgio e Washington pela colaboração.

À CAPES e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não pederia ter sido realizado.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Raphael Pimentel de Oliveira Cruz**

Graduou-se em Ciências Econômicas nas Faculdades IBMEC em 2000.

#### Ficha Catalográfica

Cruz, Raphael

Volatilidade Estocástica via

Verossimilhança de Monte Carlo / Raphael Pimentel de Oliveira Cruz; orientador: Cristiano Augusto Coelho Fernandes. — Rio de Janeiro : PUC–Rio, Departamento de Engenharia Elétrica, 2004.

v., 75 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica.

Inclui referências bibliográficas.

I. Fernandes, Cristiano. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. III. Título.

CDD: 621.3

## Resumo

Cruz, Raphael; Fernandes, Cristiano. **Volatilidade Estocástica via**

**Verossimilhança de Monte Carlo** . Rio de Janeiro, 2004. 75p.  
Dissertação de Mestrado — Departamento de Engenharia Elétrica,  
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Esta dissertação discute o modelo de Volatilidade Estocástica (SV) estimado via metodologia Durbin & Koopman, chamada Verossimilhança de Monte Carlo (MCL). Comparou-se a cobertura condicional do valor em risco (VaR), deste modelo, com as do modelo GARCH(1,1) e SV estimado via Quasi Máxima Verossimilhança (QML). Os modelos foram estendidos a distúrbios Gaussiano e *t-Student* na equação da média. O desempenho dos modelos foi avaliado fora da amostra para retornos diários dos índices Ibovespa, S&P500, Nasdaq e Dow Jones. Para o critério de avaliação foi utilizado o teste de Christoffersen. Foram encontradas evidências empíricas de que o modelo SV estimado via MCL é tão eficiente quanto o modelo GARCH(1,1), em termos da cobertura condicional do VaR.

## Palavras-chave

Volatilidade Estocástica; Verossimilhança de Monte Carlo; Amostragem por Importância; Espaço de Estado.

## Abstract

Cruz, Raphael; Fernandes, Cristiano. **Stochastic Volatility via Monte Carlo Likelihood**. Rio de Janeiro, 2004. 75p. MSc. Dissertation — Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This dissertation discusses the estimation of the Stochastic Volatility (SV) model using a Durbin & Koopman methodology called Monte Carlo Likelihood (MCL). The conditional coverage of value at risk (VaR) of SV via MCL model was compared to the GARCH (1,1) model and to the SV model via Quasi Maximum Likelihood (QML) estimation. The models were extended to Gaussian and Student-t disturbances in the mean equation. The performances of the models were evaluated out-of-sample for daily returns on the Ibovespa, S&P500, Nasdaq and Dow Jones indexes. Christoffersen test were applied for the evaluation criteria. In terms of the VaR conditional coverage, empirical evidences indicate that the SV model via MCL estimation is as efficient as the GARCH (1,1) model.

## Keywords

Stochastic Volatility; Monte Carlo Likelihood; Importance Sampling; State Space.



## Conteúdo

1	Introdução	<b>11</b>
2	Modelo em Espaço de Estado	<b>16</b>
2.1	Idéia básica	16
2.2	Modelos Gaussianos e Lineares	16
2.3	Modelos Não-Gaussianos e Não-Lineares	21
3	Modelos de Volatilidade Variante no Tempo	<b>29</b>
3.1	Volatilidade Estocástica	29
3.2	Modelo GARCH(1,1)	35
4	Aplicações	<b>37</b>
4.1	Introdução	37
4.2	Value at Risk	37
4.3	Teste de Christoffersen	38
4.4	Diagnósticos	40
4.5	Aplicações	42
4.6	Resultados	45
5	Conclusões	<b>68</b>
6	Apêndice	<b>70</b>
6.1	Comparação com o método EWMA	70

## Lista de Figuras

4.1	Séries no tempo.	43
4.2	Retornos ao quadrado e suas FAC.	43
4.3	P-valor do teste de Christoffersen para significância da cobertura condicional do VaR: caso Ibovespa.	52
4.4	P-valor do teste de Christoffersen para significância da cobertura condicional do VaR: caso S&P 500.	52
4.5	P-valor do teste de Christoffersen para significância da cobertura condicional do VaR: caso Nasdaq.	53
4.6	P-valor do teste de Christoffersen para significância da cobertura condicional do VaR: caso Dow Jones.	53
4.7	Previsão da volatilidade: caso Ibovespa.	54
4.8	Previsão da volatilidade: caso S&P 500.	54
4.9	Previsão da volatilidade: caso Nasdaq.	55
4.10	Previsão da volatilidade: caso Dow Jones.	55
4.11	Intervalo de confiança (95%) das previsões: caso Ibovespa.	56
4.12	Intervalo de confiança (95%) das previsões: caso S&P 500.	56
4.13	Intervalo de confiança (95%) das previsões: caso Nasdaq.	57
4.14	Intervalo de confiança (95%) das previsões: caso Dow Jones.	57
4.15	Resíduos SV <i>in sample</i> : caso Ibovespa.	58
4.16	Resíduos SV <i>in sample</i> : caso S&P 500.	58
4.17	Resíduos SV <i>in sample</i> : caso Nasdaq.	59
4.18	Resíduos SV <i>in sample</i> : caso Dow Jones.	59
4.19	Resíduos GARCH <i>in sample</i> : caso Ibovespa.	60
4.20	Resíduos GARCH <i>in sample</i> : caso S&P 500.	60
4.21	Resíduos GARCH <i>in sample</i> : caso Nasdaq.	61
4.22	Resíduos GARCH <i>in sample</i> : caso Dow Jones.	61
4.23	Resíduos SV <i>out of sample</i> : caso Ibovespa.	62
4.24	Resíduos SV <i>out of sample</i> : caso S&P 500.	62
4.25	Resíduos SV <i>out of sample</i> : caso Nasdaq.	63
4.26	Resíduos SV <i>out of sample</i> : caso Dow Jones.	63
4.27	Resíduos GARCH <i>out of sample</i> : caso Ibovespa.	64
4.28	Resíduos GARCH <i>out of sample</i> : caso S&P 500.	64
4.29	Resíduos GARCH <i>out of sample</i> : caso Nasdaq.	65
4.30	Resíduos GARCH <i>out of sample</i> : caso Dow Jones.	65
6.1	Comparativo da previsão de volatilidade : EWMA <i>versus</i> AR(1)-SV.	71

## Lista de Tabelas

4.1	Número de observações por período.	44
4.2	Resultado das estimativas dos hiperparâmetros do modelo Gaussiano em função do número de simulações.	45
4.3	Estatística descritiva.	46
4.4	Tempo de estimação (em segundos).	46
4.5	Estimativas dos coeficientes dos modelos SV.	47
4.6	Estimativas dos coeficientes do modelo GARCH(1,1).	48
4.7	Graus de liberdade estimados da distribuição <i>t-Student</i> .	48
4.8	Parâmetro de persistência na volatilidade.	48
4.9	P-valores do diagnóstico para os modelos ajustados.	66
4.10	P-valores do teste BDS para independência <i>in sample</i> .	66
4.11	P-valor do teste BDS para independência <i>out of sample</i> .	67
6.1	Lambdas estimados.	70
6.2	P-valor o teste de Christoffersen para cobertura condicional do VaR: caso EWMA.	71