

4 Resultados

Neste capítulo são discutidos os resultados obtidos. Na seção 4.1 é feita uma análise do desempenho do algoritmo. Na seção 4.1.1, a precisão dos sismogramas é abordada, enquanto na seção 4.1.2 é abordada a eficiência computacional. Na seção 4.2 é feita a comparação dos resultados com os obtidos pelos métodos clássicos de solução.

Os exemplos da próxima seção procuram expor os vários aspectos exibidos pelo método de modelagem por transformada wavelet. No exemplo 1 é explorada a funcionalidade da derivação via transformada wavelet. O segundo exemplo mostra o cuidado tomado para a devida localização das interfaces do campo de velocidades nos subespaços wavelet. A tolerância à violação da suavidade no campo de velocidades é testada no exemplo 3. Os exemplos 4 e 5 expõem o algoritmo a situações padrão de análise de desempenho de algoritmos de modelagem acústica, respectivamente, interfaces planas inclinadas e meios com variação contínua. No exemplo 6 é explorada a precisão na representação oferecida por wavelets de diferentes tamanhos. O exemplo 7 serve como demonstração da validade do algoritmo por submetê-lo a um meio mais complexo, formado por diversas camadas.

4.1. Desempenho do algoritmo proposto

Exemplo 1

O primeiro aspecto explorado foram as condições sob as quais a derivação wavelet é bem sucedida. As suspeitas em torno da debilidade da derivação local⁶ com relação a mais de um eixo perdem força diante dos resultados obtidos com a operação das derivadas parciais de um sinal variável em ambos os eixos. O teste

⁶ A forma aproximada de diferenciação, baseada no descarte de informação pouco relevante, proposta na eq. 3.27

consiste da derivação sucessiva de um sinal periódico em diferenciação, ou seja, que satisfaça equações do tipo

$$\frac{d^n f(x)}{dx^n} = f(x)$$

O sinal utilizado no teste foi $s(x) = \sin(k_x x) + \sin(k_z z)$, dentro dos limites $0 < x < 2\pi$ e $0 < z < 2\pi$, enquanto a operação realizada foi

$$r(x, z) = \frac{1}{k_x^4} \frac{d^4 s(x, z)}{dx^4} + \frac{1}{k_z^4} \frac{d^4 s(x, z)}{dz^4},$$

que simbolicamente seria redundante (o sinal de saída sendo igual ao de entrada).

Os resultados da operação realizada por diferenças finitas e com decomposição wavelet em 1 nível são equivalentes.

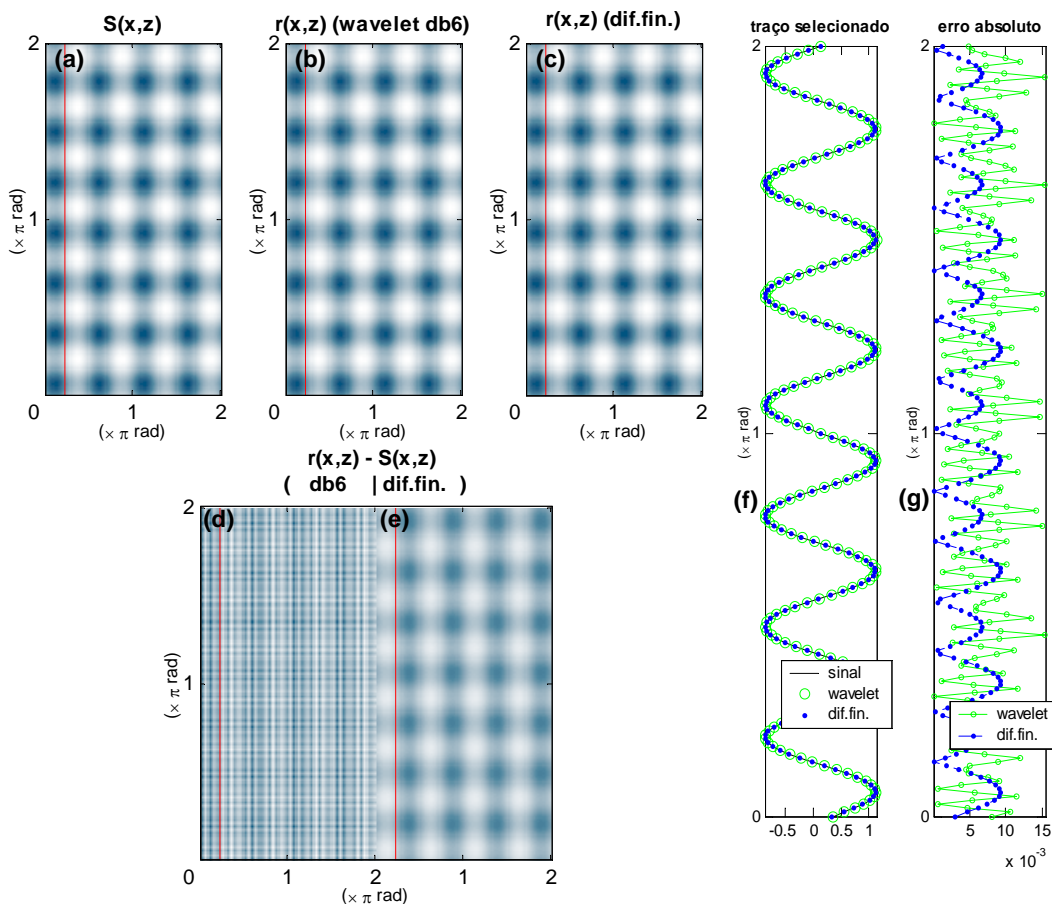


Figura 14: Exemplo 1. (a) o sinal $S(x,z) = \sin(4x) + \sin(7z)$; (b) o resultado da operação usando transformada wavelet; (c) o resultado da operação usando diferenças finitas; (d) erro presente em (b); (e) erro presente em (c); (f) faixas selecionadas em (a), (b) e (c); (g) faixas selecionadas em (d) e (e).

A figura 14 (a) mostra o sinal de teste $\sin(k_x x) + \sin(k_z z)$, com $k_x=4$ e $k_z=7$. Os resultados das operações obtidos por transformada wavelet e diferenças finitas

são mostrados nas figuras 14 (b) e (c), respectivamente. Ambos estão bem próximos ao sinal original, conforme comprova a figura 14 (f), que mostra os valores das funções ao longo da linha assinalada.

O erro absoluto dos resultados em comparação ao sinal original é exposto nas figuras 14 (d) e (e), respectivamente para wavelets e diferenças finitas. Novamente, as figuras sofrem marcações verticais, que definem os valores expostos na figura 14 (g). O aspecto de alta frequência do erro na abordagem wavelet não é um fator preocupante, pois ainda assim este está limitado em amplitude próxima a do erro obtido por diferenças finitas. Este aspecto melhora pouco caso seja usada uma função wavelet de maior tamanho, mas piora bastante se forem usadas funções wavelet menores em tamanho que a Daubechies-4. Este limite inferior é imposto pela fraca representação do operador diferencial nos subespaços gerados pela função wavelet de poucos momentos nulos.

Exemplo 2

Para explicitar o problema do deslocamento na representação do campo de velocidades aplicada aos subespaços, foram geradas, em forma de sismogramas, as respostas da excitação de um campo heterogêneo por uma fonte pontual limitada em banda. O campo, representado na figura 15, foi simulado com uma malha de 512x512 pontos com intervalos de 10m entre cada amostra e um tempo total de simulação de 2s com passo de 0,1ms. A figura 15 (a) mostra o campo de velocidades utilizado. As figuras 15 (b), (c) e (d) mostram os sismogramas resultantes da aplicação dos métodos de diferenças finitas, wavelet com decimação direta, e wavelet com decimação após a filtragem proposta, respectivamente. Ambos os processos wavelet utilizam a wavelet Daubechies-4. A figura 15 (e) mostra a comparação entre as amplitudes ao longo das linhas assinaladas nas figuras 15 (b), (c) e (d). Na comparação percebe-se mais claramente o erro já visível nos sismogramas para o método de decimação direta, enquanto a solução proposta torna-se quase equivalente ao padrão, obtido por diferenças finitas.

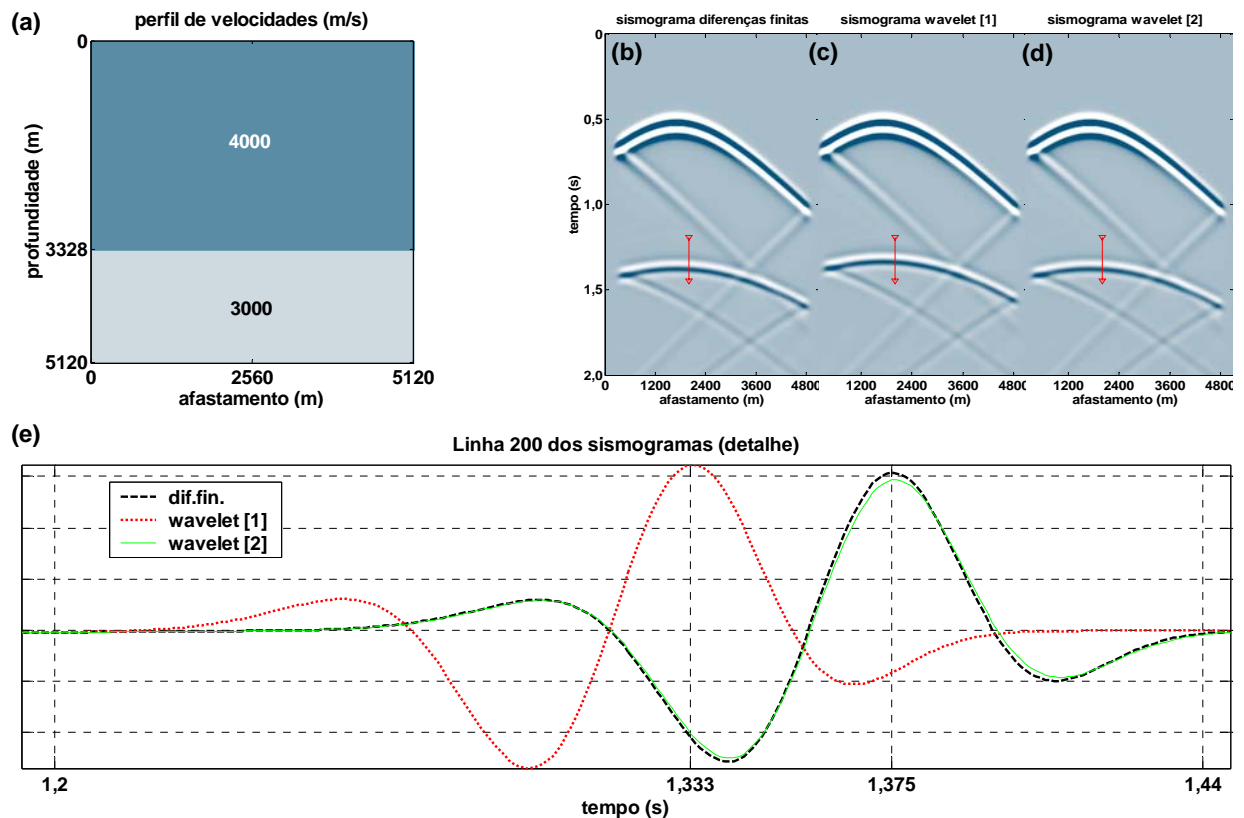


Figura 15: Exemplo 2. Construção do modelo de velocidades para os subespaços wavelet. Erros no posicionamento da segunda camada devido à decimação do campo de velocidades: (a) perfil de velocidades; (b) sismograma obtido por diferenças finitas (padrão); (c) sismograma obtido por wavelets e decimação direta; (d) sismograma obtido por wavelets e decimação após a filtragem proposta; (e) Comparação entre as amplitudes ao longo das linhas assinaladas em (b), (c) e (d).

Exemplo 3

Neste exemplo foi avaliada a tolerância do método wavelet a interfaces abruptas. No exemplo anterior, o modelo abrupto sugerido serviu para mostrar a correção usada para melhorar a resposta do processo. Porém, esta correção não é capaz de superar a limitação imposta na solução da equação da onda para meios heterogêneos. Segundo (Wu & McMechan, 1998), diante de tal interface, com a violação da condição de homogeneidade local, o método wavelet responde com uma reflexão que, em comparação com o método de diferenças finitas, possui erros em fase e amplitude. Essa discrepância é drasticamente reduzida à medida que a interface for suavizada. Os resultados estão nas figuras 16, 17 e 18.

A figura 16 (a) mostra o perfil de velocidades com interfaces abruptas utilizado. Os resultados obtidos por diferenças finitas e pelo método wavelet,

utilizando a wavelet Daubechies-4, são mostrados nas figuras 16 (b) e (c), respectivamente. A informação exibida na figura 16 é similar à exibida na figura 17, desta vez com um perfil de velocidades com interfaces suavizadas.

Os detalhes, superior e inferior, aos quais se referem os títulos das figuras 18 (a) e (b), são as duas marcações feitas em regiões de interesse de cada sismograma das figuras 16 e 17, onde podemos localizar a primeira reflexão de cada interface. Nelas, pode-se perceber a falha causada pelo método wavelet em virtude da quebra da condição de homogeneidade local, assim como a maior equivalência obtida com a suavização das interfaces. Os traços obtidos na condição de interfaces abruptas são razoavelmente diferentes, enquanto existe uma equivalência entre aqueles obtidos na condição de interfaces suaves.

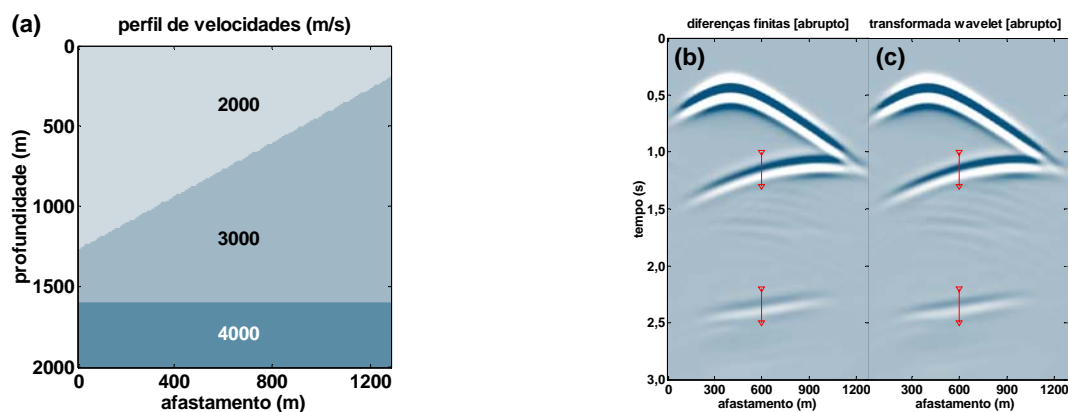


Figura 16: Exemplo 3. (a) perfil abrupto de velocidades. (b) sismograma obtido por diferenças finitas. (c) sismograma obtido por wavelets.

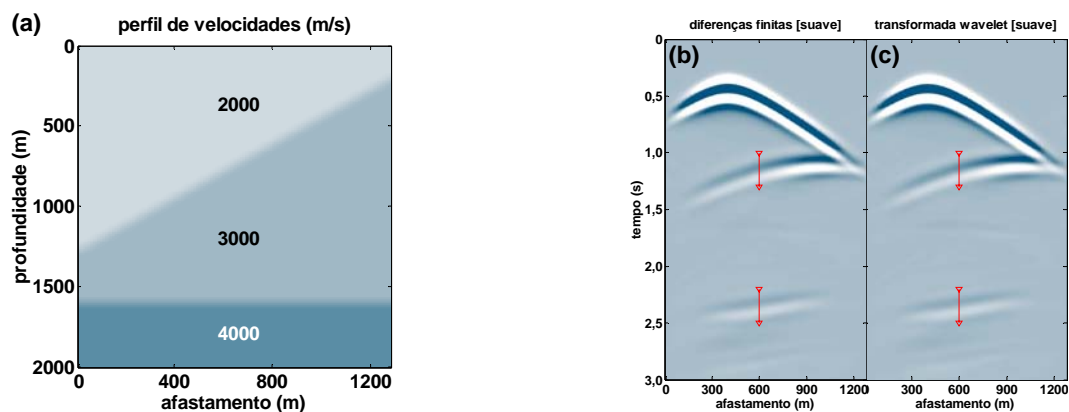


Figura 17: Exemplo 3. (a) suavização do perfil de velocidades da figura 16. (b) sismograma obtido por diferenças finitas. (c) sismograma obtido por wavelets.

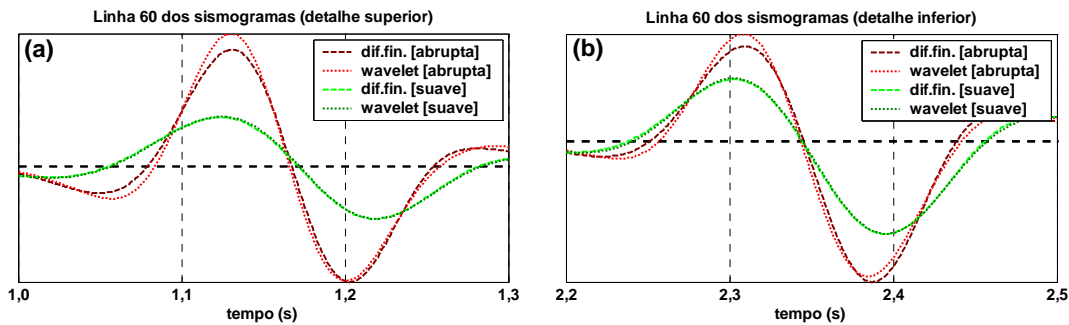


Figura 18: Comparação entre as amplitudes ao longo das linhas assinaladas nos sismogramas das figuras 16 e 17: (a) detalhe entre os instantes 1,0s e 1,3s; (b) detalhe entre os instantes 2,2s e 2,5s.

Exemplo 4

Neste exemplo, procurou-se explorar a reação dos algoritmos ao serem submetidos a um campo com interfaces inclinadas. O modelo (figura 19 (a)) construído para o teste é formado por três meios, com velocidades uniformes de 3000, 3500 e 4000 m/s. A interface entre os dois meios mais à superfície é dividida em três partes planas consecutivas, duas horizontais e uma inclinada. No sentido de crescimento do afastamento, a primeira faixa horizontal fica a uma profundidade de 1050 metros e se estende por 700 metros até encontrar a faixa inclinada. A inclinação de aproximadamente 40 graus leva a faixa inclinada de encontro a terceira faixa, a segunda horizontal, de 765 metros de extensão, localizada a 600 metros da superfície. A segunda interface é simplesmente uma frente plana horizontal estendida ao longo de todo o modelo e localizada a 1500 metros de profundidade. A malha computacional realiza a amostragem espacial a cada 5 metros em ambas direções, e os processos de modelagem efetuam passos de 0,5ms na avaliação da solução temporal da equação de onda. Os resultados encontram-se nas figuras 19 (b), para diferenças finitas, e 19 (c), para wavelets utilizando a wavelet Daubechies-4.

Os sismogramas mostram com clareza os diferentes eventos de reflexão ocorridos na simulação. No intervalo entre 0,45s e 0,70s, pode-se identificar as reflexões na primeira interface. A distinção entre os eventos produzidos por cada faixa só é pronunciada entre a faixa inclinada e a horizontal em sua base. O terceiro evento, referente à faixa horizontal mais à superfície, mescla-se ao produzido pela inclinada, mas pode ser identificado por sua inclinação, que é

semelhante à gerada pela outra faixa horizontal. Isto ocorre, pois a interface é tangente à forma geométrica da frente de onda (um círculo, no caso de um meio isotrópico) em dois momentos da propagação, tantos quantos os eventos claramente distintos no sismograma. O cruzamento entre os eventos ocorre em torno do afastamento 530 metros, e indica o ponto onde as duas soluções para o menor caminho entre a fonte e a superfície são as mesmas. Os quadros de simulação nas figuras 20 (a), (b) e (c) representam uma seqüência do estado do campo de ondas nos instantes 160, 180 e 220 ms, que revela o comportamento dos eventos descritos.

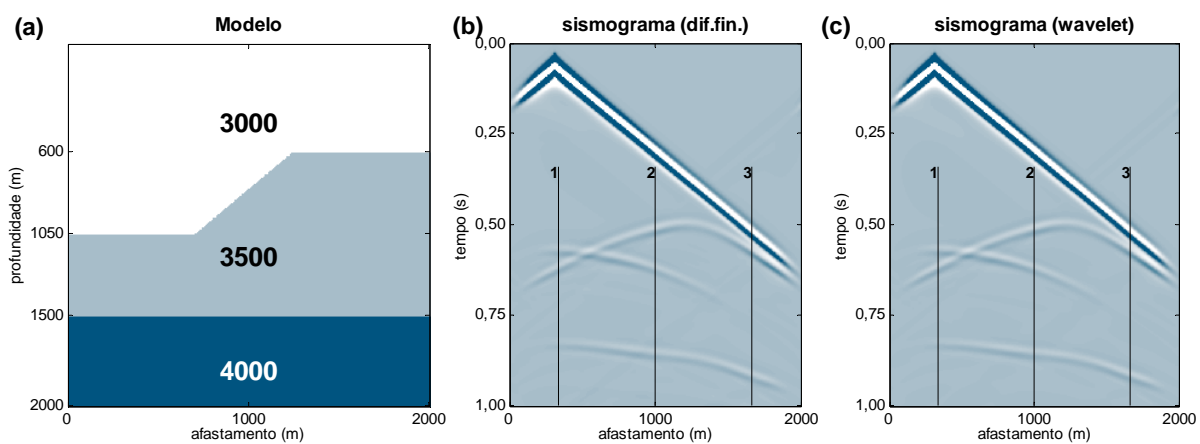


Figura 19: Exemplo 4. (a) modelo utilizado; (b) sismograma obtido por diferenças finitas; (c) sismograma obtido por transformada wavelet.

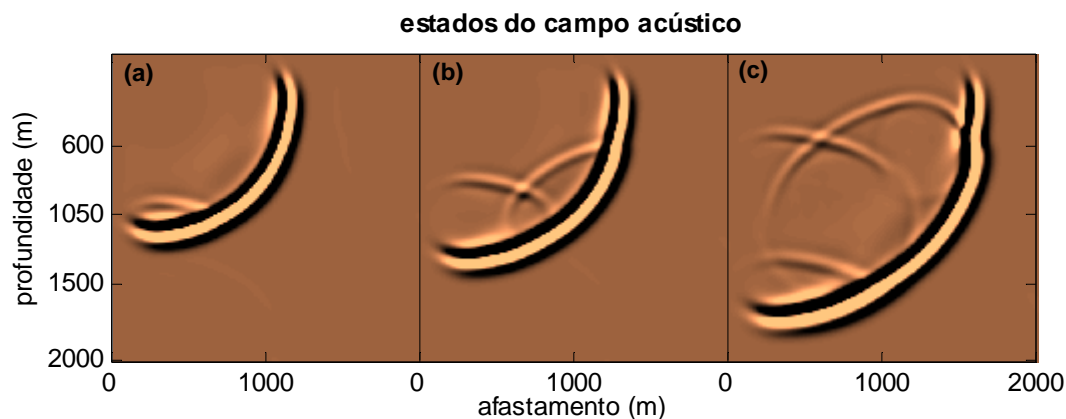


Figura 20: Exemplo 4. (a), (b) e (c) instantâneos (estados) do campo acústico em 0,16s, 0,18s e 0,22s, respectivamente, obtidos pelo método wavelet.

Para explicitar as discrepâncias entre os resultados, os sismogramas foram marcados em três diferentes segmentos, ampliados nas figuras 21 (a), (b) e (c). A

escala utilizada nos três cortes é a mesma, para que possa ser avaliada a comparação até mesmo entre os diferentes segmentos. A curva clara representa o resultado do algoritmo wavelet, que difere do resultado por diferenças finitas (curva tracejada) em alguns pontos críticos, facilmente relacionados às interfaces abruptas, que são mal resolvidas pelo método wavelet devido à aproximação utilizada na obtenção da solução geral para a equação de onda acústica. Um bom exemplo presente neste teste é localizado em torno do tempo 0,67s para o corte número 1, bem no meio da figura 21 (a). Isto equivale à região central do gráfico exibido, onde ficou registrado o evento atribuído à chegada à superfície da frente de onda que atravessou o limite superior do modelo e reapareceu no limite inferior, devido à consideração de periodicidade do sinal. A interface encontrada neste caso é a que divide os meios de 3000 e 4000 m/s, a mais abrupta presente, portanto uma boa fonte de erros.

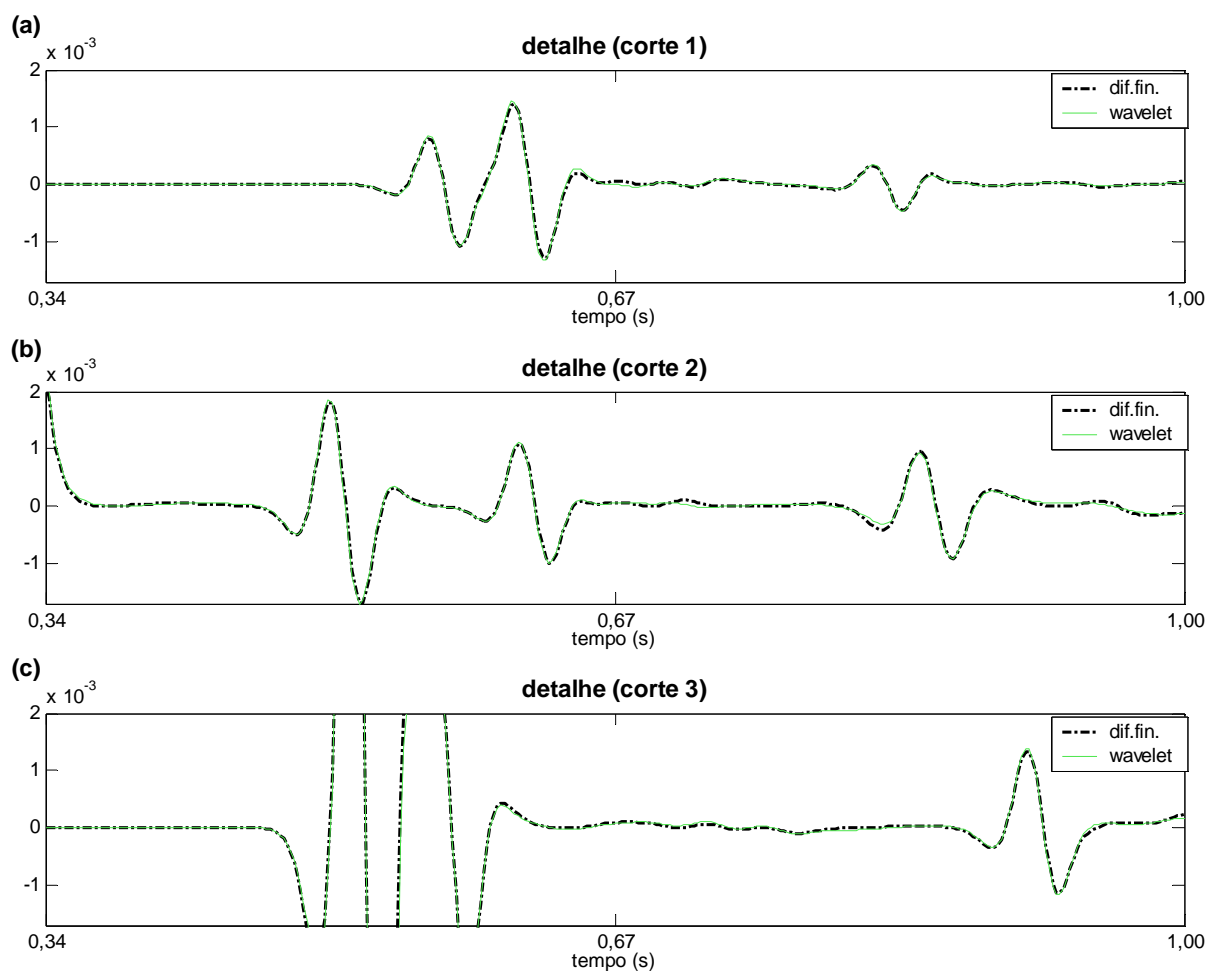


Figura 21: Exemplo 4. (a), (b) e (c) ampliação dos traços escolhidos na figura 19 (b) e (c).

Como forma de provar mais a fundo a validade dos resultados, estes foram submetidos a um processo de migração. Para que os possíveis erros cometidos pelos dois algoritmos aqui usados (diferenças finitas e wavelets) não sejam injustamente compensados, o algoritmo de migração deve ser implementado sob um terceiro ponto de vista, desprovido de tendências para qualquer deles. Entre as diversas possibilidades, foi escolhido o método de deslocamento de fase mais interpolação (*PSPI*) de migração em profundidade, conforme proposto em (Gazdag & Sguazzero, 1984).

Os sismogramas das figuras 19 (b) e (c) são submetidos à migração *PSPI*, resultando nas figuras 22 (a) e (b). As linhas grossas tracejadas seguem as interfaces existentes no modelo (figura 19 (a)). O traço vertical cheio demarca os limites do que é exibido na figura 23. A figura 24 expõe um detalhe da figura 23 em torno da profundidade de 1050 metros, onde ficam evidenciadas tanto a localização da primeira interface pelo método de migração como a equivalência dos sismogramas previamente obtidos.

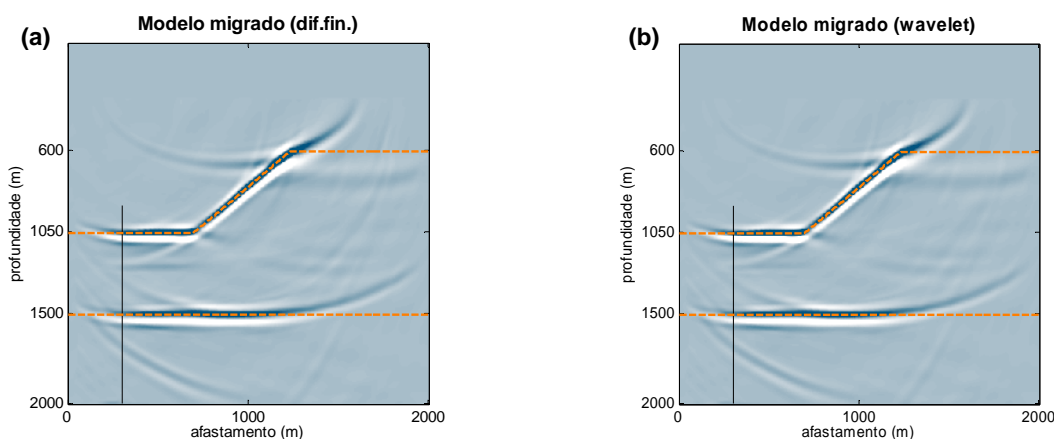


Figura 22: Exemplo 4. (a) perfil migrado do sismograma da figura 19 (b); (b) perfil migrado do sismograma da figura 19 (c).

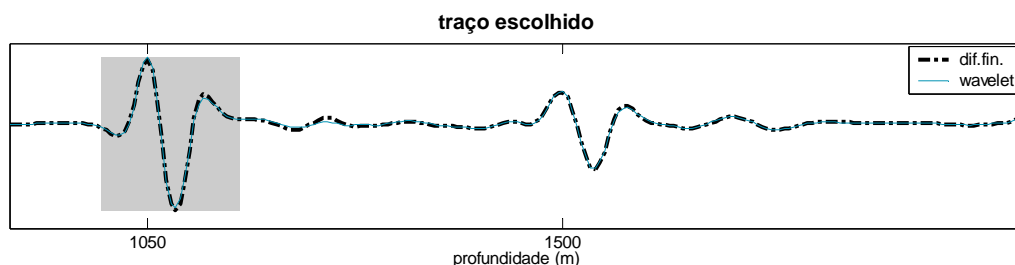


Figura 23: Exemplo 4. Traço escolhido pela linha vertical cheia nas figuras 22 (a) e (b).

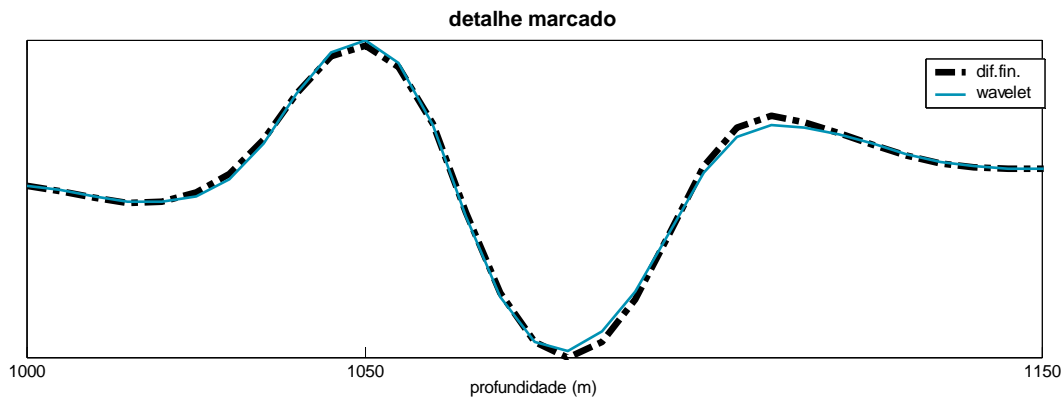


Figura 24: Exemplo 4. Detalhe marcado pela região cinza na figura 23.

Exemplo 5

Para o quinto exemplo, foi construído um modelo de velocidades com três camadas, compondo uma região de dois mil metros de extensão por igual profundidade. Tanto a camada mais à superfície quanto a mais profunda são compostas por um único valor, respectivamente 3000 e 4000 m/s. A camada intermediária corresponde a uma variação contínua entre os valores 3400 e 3600 m/s, sendo crescente no mesmo sentido de crescimento do afastamento. As interfaces entre as camadas são planas, e se localizam a 750 e 1500 m de profundidade. Sob intervalos de amostragem de 5 metros para as dimensões espaciais e 0,5 milissegundo para a temporal, os dois sismogramas expostos na figuras 25 (b) e (c) são os resultados obtidos pelos métodos de diferenças finitas e wavelet, respectivamente, tendo sido este executado utilizando a wavelet Daubechies-4.

A análise dos resultados revela a natureza do modelo utilizado refletida nos sismogramas. É particularmente notável a característica da reflexão na primeira interface de exibir valores crescentes à medida que aumenta o afastamento da fonte, ao contrário do esperado devido à dispersão circular. A explicação vem exatamente do acompanhamento deste afastamento pelo aumento de velocidade na camada. Este aumento proporciona uma interface cada vez mais abrupta, resultando num coeficiente de reflexão cada vez maior, que, dentro dos limites impostos pelo problema, vence a redução causada pela dispersão circular mencionada.

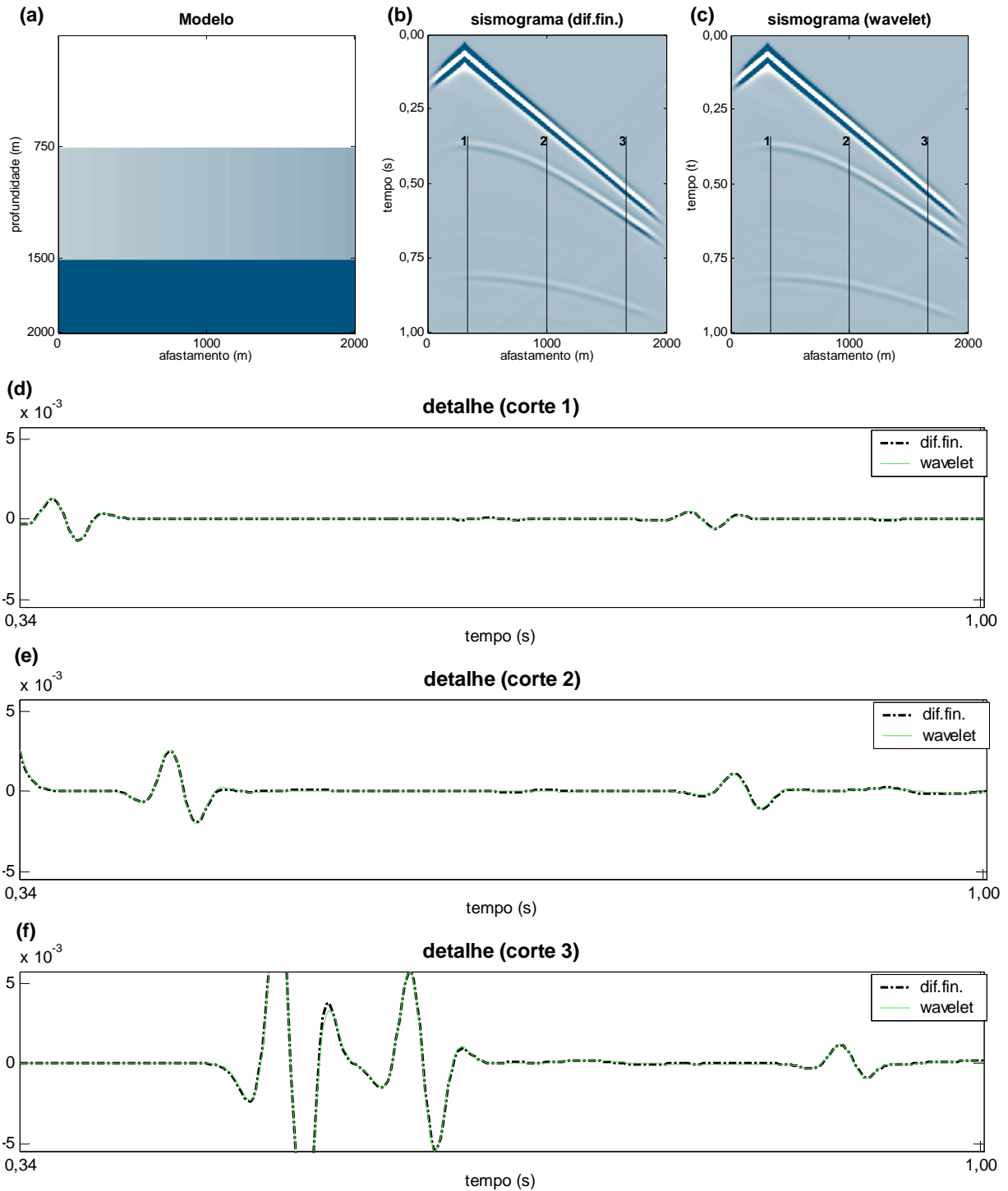


Figura 25: Exemplo 5. (a) modelo utilizado; (b) sismograma obtido por diferenças finitas; (c) sismograma obtido por transformada wavelet; (d), (e) e (f) ampliação dos traços escolhidos em (b) e (c).

O mesmo não parece acontecer com a reflexão na segunda interface, ou pelo menos não de forma tão pronunciada. A explicação é semelhante, a menos da tendência desta vez ser da interface tornar-se menos abrupta quanto maior o afastamento. Leva-se em conta também que, por tratar-se de uma camada com

velocidade variante, esta pode ser tratada como dotada de diversas interfaces suaves, contribuindo para um maior desvio para porções da frente de onda com deslocamento horizontal.

O objetivo deste exemplo foi demonstrar a competência do algoritmo diante de uma situação considerada adversa a outros, como o método de deslocamento de fase mais interpolação (Gazdag & Sguazzero, 1984), onde um compromisso precisa ser firmado entre precisão e tempo de processamento.

Nos sismogramas, foram ressaltados e numerados três segmentos. As curvas exibidas nas figuras 25 (d), (e) e (f) mostram os valores destes segmentos em cada sismograma. Os eixos foram escalados de acordo com os limites máximo e mínimo das amplitudes das reflexões, que, no caso, corresponde aos valores encontrados na primeira reflexão capturada pelo segmento 3. O resultado obtido por diferenças finitas é mostrado em tracejado preto, sobre o qual está, em linha clara, o resultado sob domínio wavelet. Entre os eventos de primeira e segunda reflexão pode-se notar um pequeno distúrbio causado pela travessia da onda direta pelo limite superior do modelo, consequência da presumida periodicidade do sinal.

Exemplo 6

Neste exemplo é feita uma comparação entre os resultados oferecidos por wavelets de diferentes tamanhos. O modelo proposto, ilustrado na figura 26, é a composição de três diferentes meios, formando duas interfaces. A interface mais profunda é horizontal e cobre todos os 2000 metros de afastamento do modelo. A outra interface é formada por uma cavidade de 350 metros de profundidade em uma plataforma horizontal a 450 metros da superfície. As transições entre os dois níveis são lineares, com inclinações de, aproximadamente, 40 graus na transição da parte esquerda do modelo e 45 graus na outra. As velocidades utilizadas foram 3000 m/s para o meio mais à superfície, 3500 m/s para o meio intermediário e 4000 para o mais profundo.

Os resultados nas figuras 27 (a) a (d) representam os sismogramas dos quatro processos executados. O padrão a ser seguido é a figura 27 (a), resultado do algoritmo de diferenças finitas. Com o algoritmo de transformada wavelet e o uso de três diferentes wavelets, foram obtidas as figuras 27 (b), (c) e (d), com o uso das wavelets Daubechies-2, Daubechies-4 e Daubechies-10.

Através da comparação dos sismogramas, auxiliada pela linha indicada em todos eles e ampliada na figura 28 (a), percebe-se algumas falhas. Os eventos neste traço podem ser agrupados em classes e regiões. Na região de zero a 0,28 segundo, está o evento de propagação da onda direta. Na região de 0,28 a 0,62 segundo, predominam os eventos de primeira reflexão nas interfaces. A partir de 0,62 segundo, os eventos mais pronunciados são os de reflexão na borda de tratamento inferior e as múltiplas reflexões nas interfaces.

A análise deste traço revela a debilidade do algoritmo por transformada wavelet com o uso de funções wavelet com poucos momentos nulos, o que se deve à má representação⁷ de funções polinomiais de grau elevado (e, conseqüentemente, de sinais detentores de componentes de alta freqüência). A wavelet Daubechies-2 chega a falhar a localização da onda direta, o evento mais simples presente no sismograma. O erro torna-se mais pronunciado na região das primeiras reflexões, pois a informação de alta freqüência é exacerbada pela repentina mudança de velocidade, uma vez que as duas formas de onda que partem de uma interface encontram-se unidas por um ponto onde a suavidade da transição não é garantida⁸.

Na figura 28 (a), uma região de interesse foi demarcada por um tom cinza, que está ampliada na figura 28 (b). Com esta ampliação, pode-se perceber as falhas causadas pelas transições abruptas nas interfaces mesmo quando usa-se funções wavelet com mais momentos nulos. A série de resultados obtidos através da utilização de wavelets de Daubechies com um número cada vez maior de momentos nulos converge para a solução por diferenças finitas. Isto pode ser observado na avaliação da semelhança entre os resultados obtidos com as wavelets Daubechies-10 e Daubechies-4.

Na terceira região, onde as freqüências altas já foram em muito atenuadas, o desempenho do algoritmo com a wavelet Daubechies-2 passa também a se confundir com as demais, reforçando a atenção ao uso de wavelets capazes de representar o sinal trabalhado.

⁷ A capacidade de representação de funções em uma base wavelet é mencionada no segundo parágrafo após a eq. 3.3.

⁸ Algo como a (primeira ou segunda) derivada no ponto de união entre onda transmitida e onda refletida ser descontínua

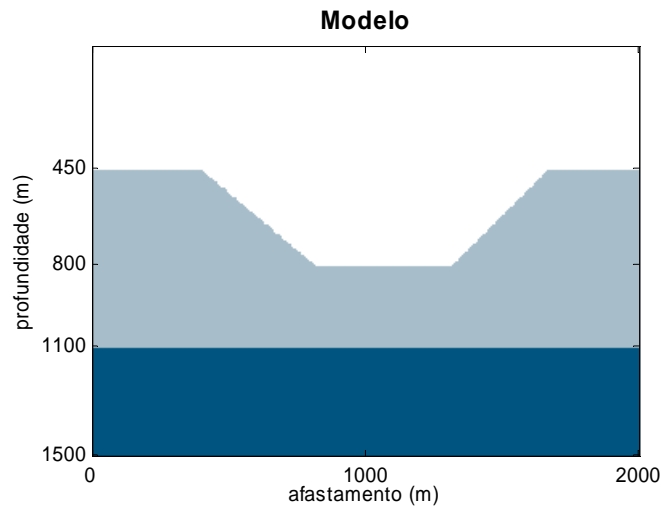


Figura 26: Exemplo 6. Modelo utilizado, com duas interfaces inclinadas.

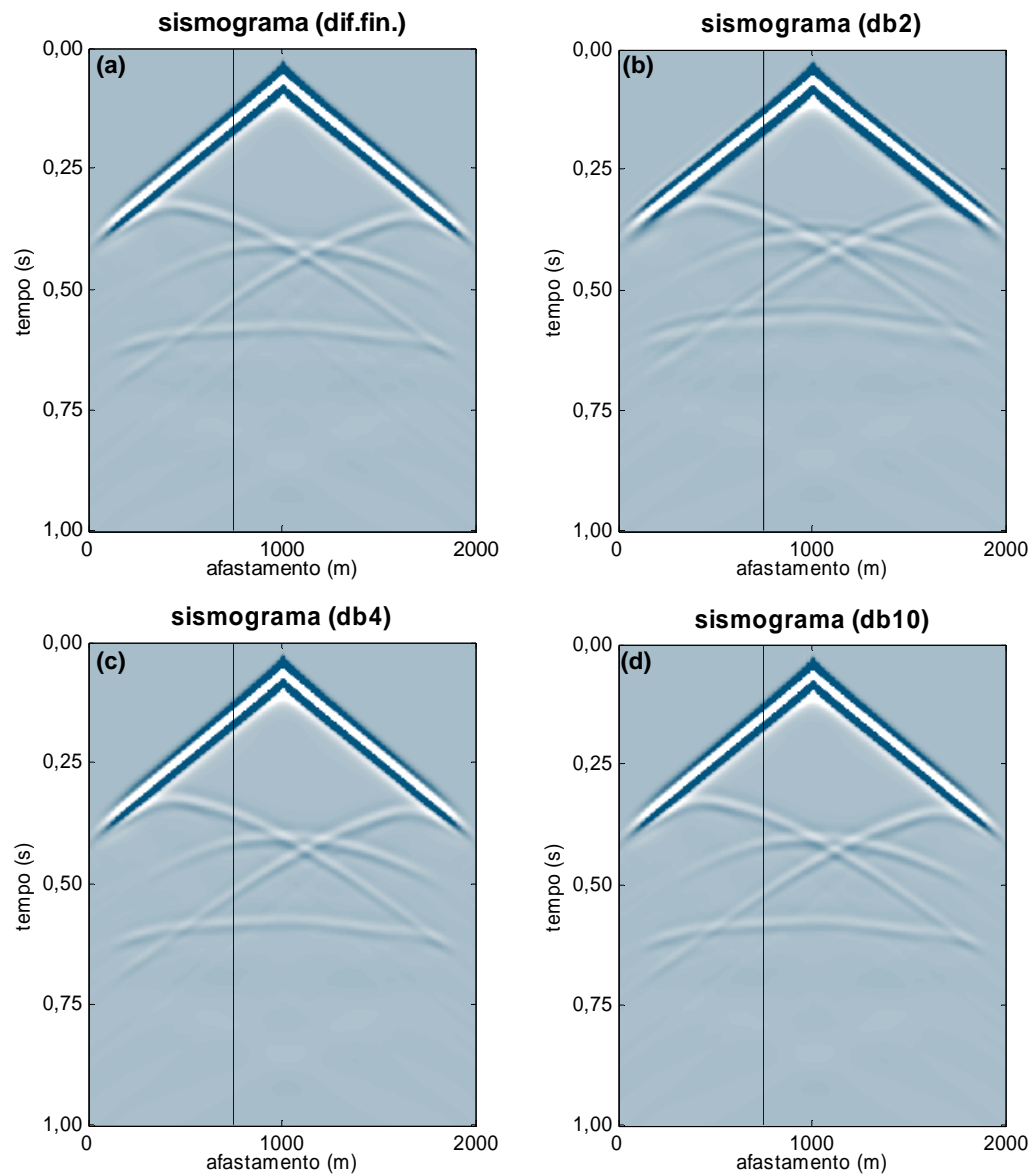


Figura 27: Exemplo 6. Sismogramas obtidos. (a) por diferenças finitas; (b), (c) e (d) por transformada wavelet com as funções db2, db4 e db10 respectivamente;

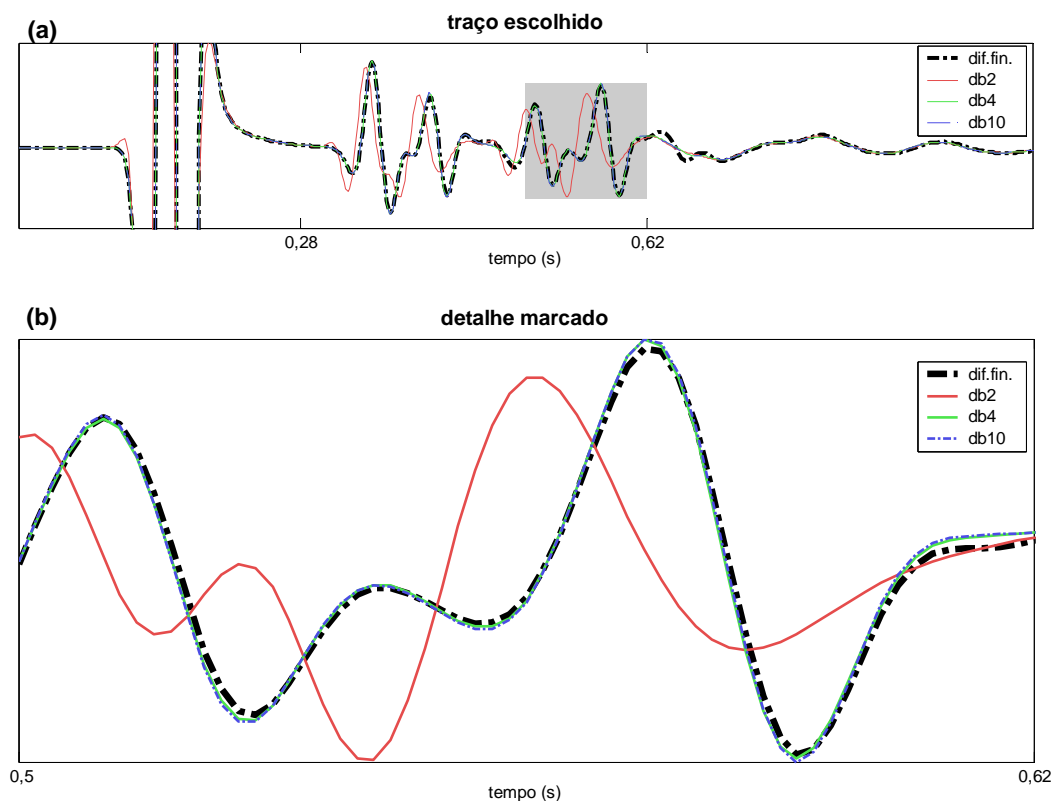


Figura 28: Exemplo 6. (a) traço escolhido nas figuras 27 (a), (b), (c) e (d); (b) ampliação da região escolhida em (a).

A mesma estratégia de validação do exemplo 4 foi usada neste exemplo. Os sismogramas da figura 27 foram submetidos ao processo de migração *PSPI*. Os resultados estão expostos na figura 29. As marcas tracejadas coloridas marcam as posições das interfaces do modelo (figura 26). A linha vertical cheia escolhe um traço para visualização na figura 30, onde ainda é selecionada uma região em cinza para inspeção minuciosa na figura 31.

Os resultados das migrações repetem o padrão dos sismogramas, onde o mais destacado do resto é o exemplo que segue a modelagem com a wavelet Daubechies-2.

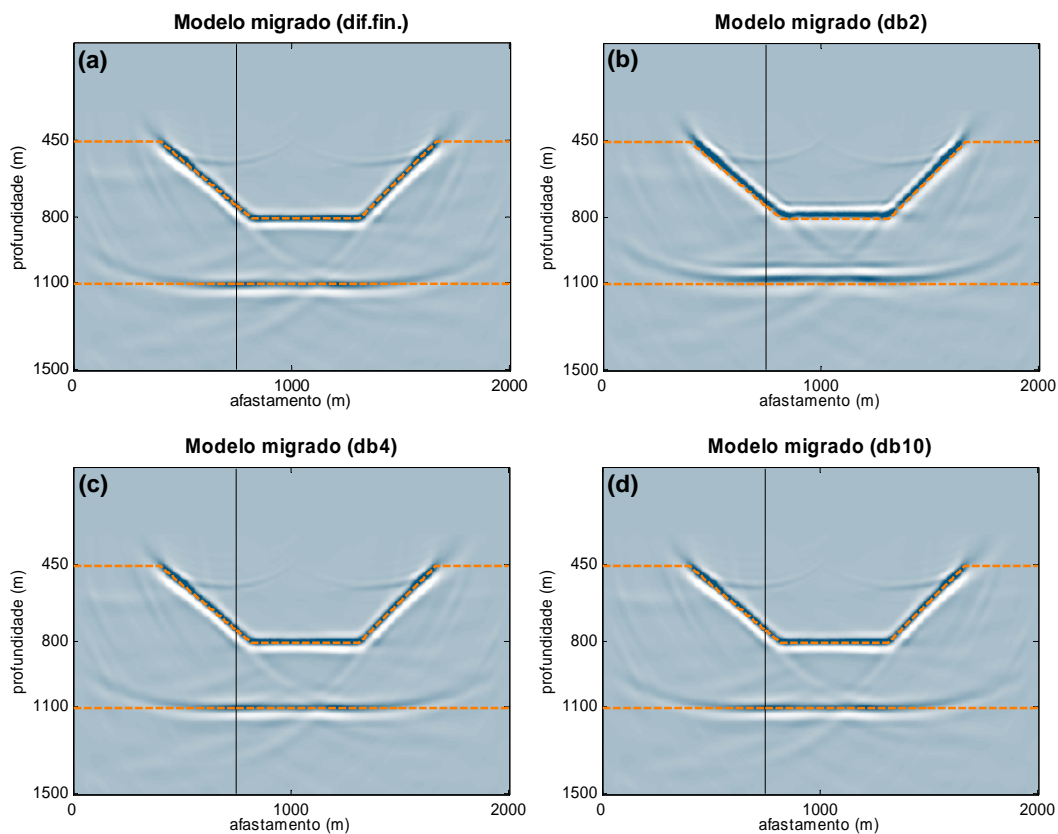


Figura 29: Exemplo 6. (a) a (d) modelos migrados a partir dos sismogramas das figuras 27 (a) a (d).

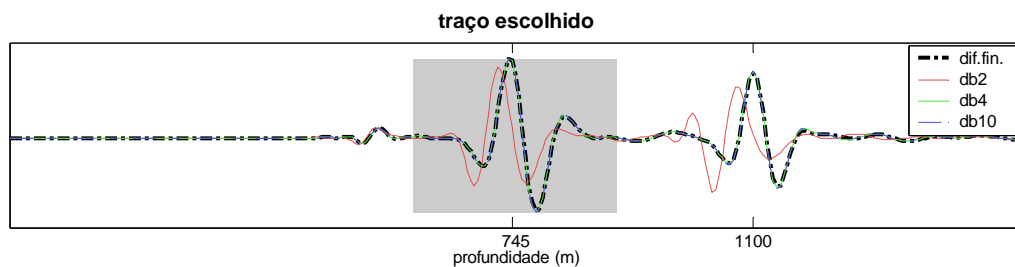


Figura 30: Exemplo 6. Traço escolhido pela linha vertical nas figuras 29 (a) a (d).

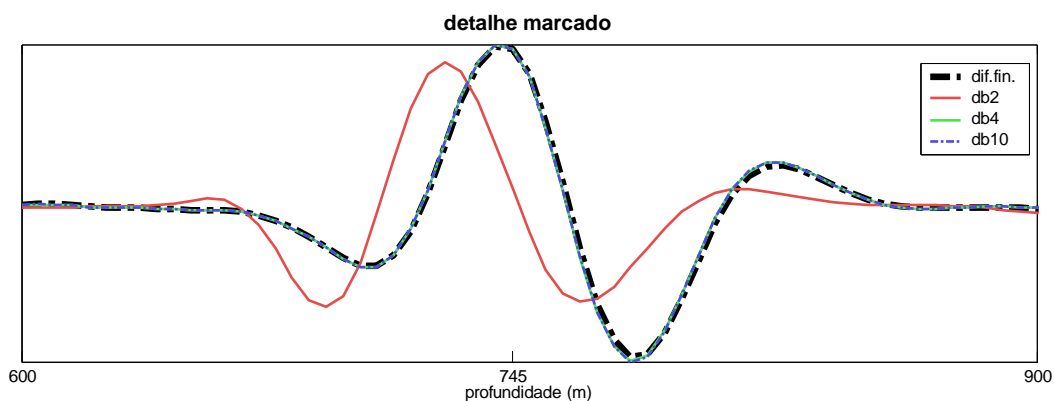


Figura 31: Exemplo 6. Ampliação do detalhe marcado em cinza na figura 30.

Exemplo 7

Para avaliar o algoritmo sob uma situação mais realista, foi utilizado um modelo de várias camadas presente em (Cetale Santos, 2003), construído pelo autor para testes com algoritmos de modelagem elástica anisotrópica. O modelo é dotado de diversas camadas irregulares, sendo algumas interrompidas pela simulação de uma falha. As dimensões do modelo são de 1600 metros de profundidade por 3200 metros de afastamento, e a malha computacional é resultante da amostragem espacial feita a cada 4 metros. Os meios estão identificados pelos números de um a oito, e suas velocidades, respectivamente, são 2500, 2550, 2800, 2700, 3000, 3100, 3300 e 3500 m/s. Os passos temporais dos algoritmos foram de 0,2 milissegundo num tempo simulado total de 1,2s.

O resultado da figura 32 (b) mostra a resposta mais precisa obtida por diferenças finitas, sobre a qual são feitas comparações em relação ao outro resultado, o da figura 32 (c), que representa a resposta do algoritmo de modelagem por transformada wavelet com a função Daubechies-4. Os eventos de reflexão aparecem nas mesmas posições em ambos sismogramas, o que pode ser confirmado com a análise do traço selecionado (indicado pela linha vertical escura no meio dos sismogramas) e ampliado na figura 32 (d). A região de maior discrepância encontrada fica em torno do último evento registrado, entre 1,0 e 1,1 segundos, que corresponde à reflexão fantasma produzida na interface artificial do tratamento de bordas. A amplitude deste evento fantasma provou-se diferente em cada algoritmo.

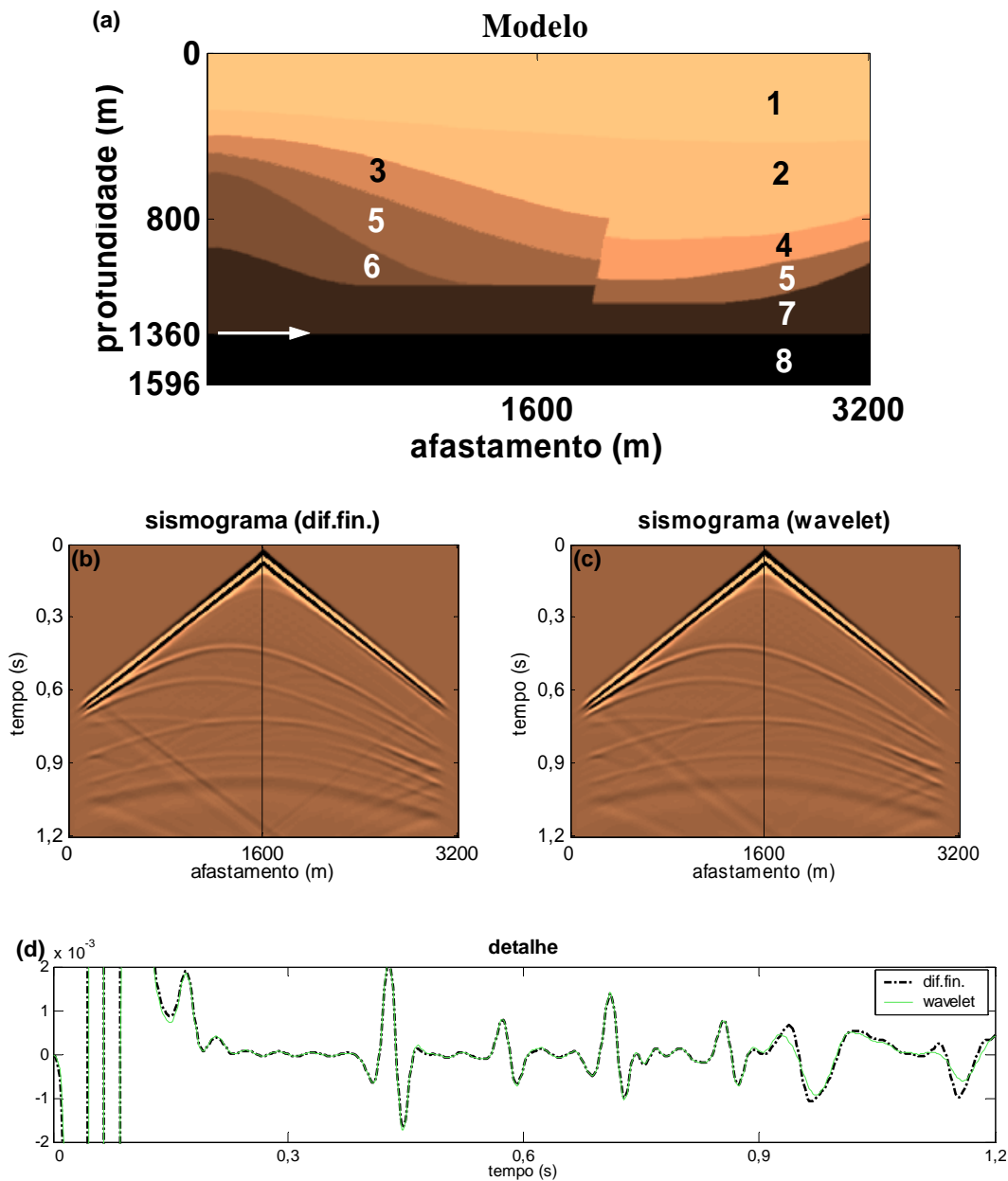


Figura 32: Exemplo 7. (a) modelo utilizado; (b) sismograma obtido por diferenças finitas; (c) sismograma obtido por transformada wavelet com a função db4; (d) traço escolhido em (b) e (c).

Novamente, os sismogramas são submetidos ao processo de migração *PSPI*. Os resultados estão nas figuras 33 (a) e (b). Sobreposto aos modelos migrados, em pontilhado, está a localização das interfaces do modelo (figura 32 (a)). As respostas aos dois sismogramas são similares, encontrando o correto posicionamento previsto para as interfaces. A primeira interface não foi encontrada por ter sido extraída antes do processo de migração. Também sobreposto a cada modelo migrado existe uma linha vertical cheia, com um

afastamento igual ao da fonte de excitação utilizada na modelagem. Os valores marcados por esta linha são ampliados na figura 34.

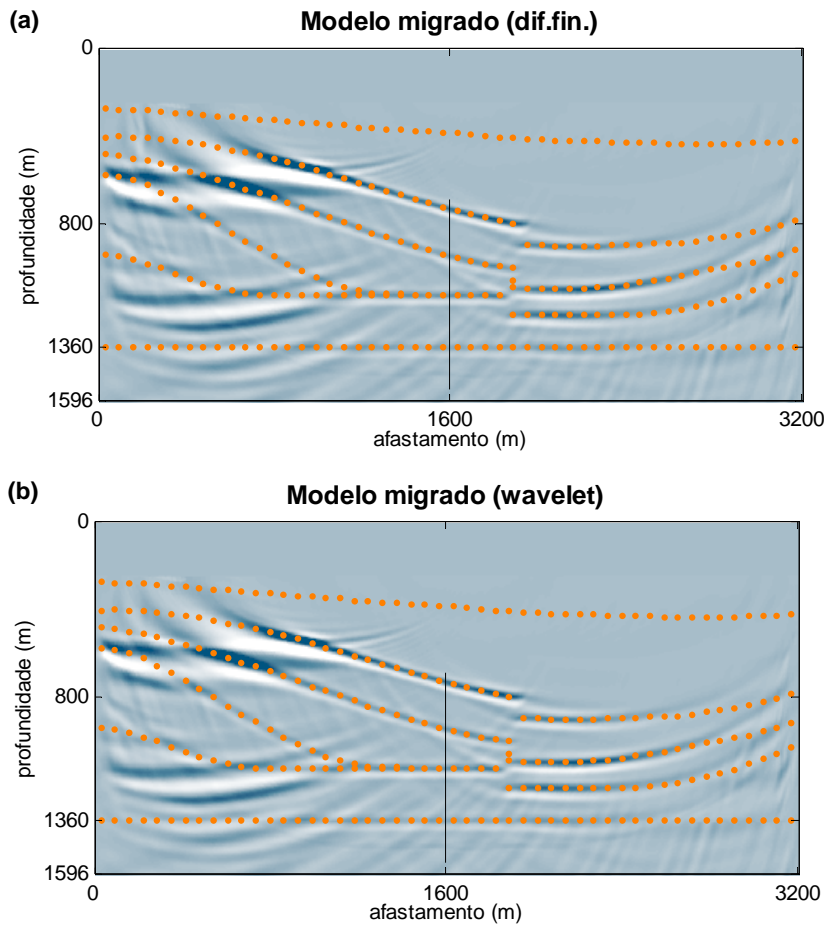


Figura 33: Exemplo 7. (a) e (b) Modelos migrados a partir dos sismogramas das figuras 32 (b) e (c).

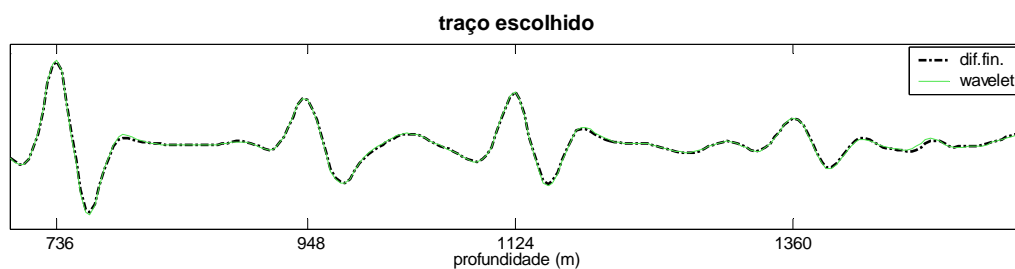


Figura 34: Exemplo 7. Traço escolhido nas figuras 33 (a) e (b).

4.1.1. Precisão dos sismogramas

Conforme explicitado pelos testes conduzidos, o algoritmo é capaz de solucionar a modelagem de ondas acústicas, desde que sejam satisfeitas algumas condições. Os modelos preferencialmente não devem possuir interfaces muito abruptas, ou a condição imposta pela aproximação usada na solução para

diferentes velocidades se invalida. Este não é um problema grave, pois esta característica já ocorre com alguma regularidade na natureza, ou ao menos é proposta em outras abordagens do processamento sísmico, como algoritmos de migração reversa no tempo.

O tamanho da função wavelet usada na decomposição tem papel fundamental, pois seus limites de representação de sinais devem ser considerados. Mesmo os sinais sísmicos sendo detentores de um espectro de frequências baixas, outras componentes da solução do problema impõem limites mais rigorosos à seleção da função wavelet. A necessidade da operação de derivação pode ser considerada a mais restritiva neste aspecto, pois o espectro do operador diferencial, em qualquer ordem de aproximação, possui informação relevante em alta frequência (Fornberg, 1987).

4.1.2. Eficiência computacional

Em contrapartida, os gastos computacionais direcionam uma enorme preocupação para a implementação do método em substituição a outros já consagrados como o de diferenças finitas. Até o ponto onde se chegou neste trabalho, resolver a propagação de ondas por transformada wavelet aparenta ser um desperdício. Mas algumas perspectivas merecem ser investigadas antes de descartar o progresso conseguido.

Em análise mais detalhada do tempo de processamento de cada passo da solução, pode-se indicar quais operações mais contribuem para o tempo total de processamento. As fases de reconstrução wavelet devem ser evitadas, principalmente a reconstrução total do campo. Elas não são cruciais ao andamento da solução, mas são imprescindíveis na formação do tempo de trânsito da onda direta. Uma forma de obtenção do mapa de tempo de trânsito sem a necessidade de reconstrução total produziria um bom avanço.

Um grande avanço, porém, pode ser alcançado com a correta implementação de uma otimização para a solução das derivações espaciais, que foi implementada através de multiplicações matriciais. Uma alternativa a estas multiplicações matriciais seria a de interpretar estas operações como um processo de filtragem em 2D, que apresenta complexidade menor. Esta tentativa foi feita, e as barreiras impostas ao tempo de processamento pelo uso de matrizes de

tamanhos muito grandes foram quebradas. O gasto é notoriamente reduzido. O problema foi a má formação dos sismogramas, com valores bem distantes dos obtidos por diferenças finitas (o método utilizado como padrão).

Originalmente, a partir do filtro derivativo, constrói-se uma matriz de convolução, que é então submetida à transformada wavelet para resultar na matriz derivativa neste domínio. A idéia consiste em, a partir da matriz de convolução, obter o filtro que a formaria, no sentido inverso ao da construção anterior à aplicação da transformada wavelet. Com os filtros (um para cada direção e subespaço) à mão, é possível aproveitar em muito a grande esparsidade característica de tais matrizes, o que é desperdiçado numa simples multiplicação matricial.

Uma parcela da culpa pelo mau desempenho do algoritmo recai sobre a utilização de linguagens interpretadas para o desenvolvimento e implementação do código gerado. O que esse tipo de linguagem é capaz de oferecer em tempo de desenvolvimento geralmente é compensado por desempenho inferior ao obtido à contrapartida das linguagens compiladas, que oferecem um outro grau de otimização através de seus mecanismos de baixo nível.

Favorável ao método, porém, está sua possibilidade de paralelização. Caso os dois métodos (diferença finita e transformada wavelet) sejam paralelizados, a vantagem de tempo de simulação do método clássico sobre o mais recente tende a diminuir, ou até reverter a favor deste. Isso porque os passos seguidos por cada subdomínio no caso wavelet são independentes a menos das necessidades de reconstrução, enquanto a comunicação entre os subdomínios da solução por diferenças finitas é imprescindível. Para melhor avaliar esta possibilidade, os algoritmos devem efetivamente ser implementados em modo paralelo e testados quanto ao tempo de execução.