2
Modelagem e migração sísmicas

2.1. Introdução

No capítulo 2 são expostos os processos de modelagem e migração sísmicas. Estes processos são fundamentados no princípio da propagação da onda acústica, conforme mostrado na seção 2.2. Os métodos para a solução computacional desta equação da onda são citados nas seções subseqüentes. Na seção 2.3 são feitas as referências para os métodos clássicos de solução, enquanto outros métodos mais recentes são mencionados na seção 2.4.

2.2. Propagação de ondas acústicas

A formulação da lei de propagação de ondas sísmicas é amplamente utilizada nos processos de modelagem e migração. A equação da onda acústica no caso bidimensional é dada pela equação 2.1

$$\frac{\partial^2 U(x,z,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x,z,t)}{\partial z^2} = \frac{1}{C^2}\frac{\partial^2 U(x,z,t)}{\partial t^2} \tag{2.1}$$

O método de solução por diferenças finitas (Alford, Kelly & Boore, 1974) para a equação da onda acústica, princípio básico destes processos, é a abordagem mais difundida, sendo geralmente tomada como método de prova para a comparação com resultados de novos métodos propostos. Uma proposição mais recente, denominada deslocamento de fase (Gazdag, 1981), procura resolver a equação no domínio das freqüências, alcançado pela aplicação da transformada de Fourier.

2.3. Métodos clássicos de solução da equação de onda

Os métodos de diferenças finitas, resolvidos no domínio espaço-tempo, utilizam a amostragem[1] do campo de ondas através da função de Dirac, com boa localização no espaço, porém uniformemente distribuída por todos os números de onda. Os métodos que empregam Fourier, resolvidos no domínio freqüência-número de onda, utilizam a amostragem por funções senoidais, com boa localização no domínio das freqüências espaciais (números de onda), mas que apresentam baixa resolução espacial devido ao princípio da incerteza.

No domínio wavelet, a tarefa de amostragem recai sobre um grupo de funções wavelet, que diferem no comprimento e na posição espacial, e formam uma base para a decomposição do sinal. Estas funções são projetadas para serem bem definidas em ambos os domínios expostos, ou seja, para possuírem limites bem definidos tanto em freqüência como em tempo. Esta é uma de suas propriedades em comum com os sinais sísmicos, também de natureza oscilatória e transiente, o que permite a sua representação eficiente em bases wavelet.

A modelagem sísmica tradicional (diferenças finitas) recorre à paralelização como forma de distribuição de recursos computacionais para modelos de grande escala. Entretanto, um dos problemas que reduzem o desempenho deste método é a necessidade de comunicação entre os processos sendo computados. Uma das motivações para este trabalho vem da possibilidade de tornar os processos independentes utilizando métodos de análise em multiresolução, como é o caso da transformada wavelet.

2.3.1. Diferenças finitas

O uso de métodos de diferenças finitas na sismologia teve início há mais de três décadas, e, segundo o reconhecimento da *Society of Exploration Geophysicists*, o nome mais proeminente entre os pioneiros no uso desses métodos é o da pesquisadora Z. S. Alterman (Alterman & Kornfeld, 1968; Alterman & Karal, 1968; Alterman & Rotenberg, 1969; Alterman & Loewenthal,

[1] O processo de amostragem, conforme empregado aqui, é abstraído da idéia de projeção ou produto interno. Uma amostra é conseguida através da integral do produto entre a função a ser amostrada e a função de amostragem.

1970). Com a ajuda de seus colegas de trabalho, ela desenvolveu inúmeras soluções discretas para o sistema de equações diferenciais de segunda ordem descritor do comportamento da onda elástica em regiões homogêneas usando métodos explícitos de integração.

Problemas de modelagem em exploração geofísica lidam bastante com estruturas ou estratificações complexas caracterizadas por interfaces irregulares separando unidades litológicas. Desta forma, para ser considerado eficaz, um algoritmo de modelagem numérica deve, em contraste com uma opção trabalhosa de múltiplos processamentos sobre várias regiões homogêneas conectadas pelas condições de contorno, aproximar estas condições nas interfaces automaticamente. Tal solução em malha única foi apresentada em (Boore, 1972) e estendida em (Kelly et al, 1976). Uma forma alternativa de resolver o problema de propagação pode ser alcançada pela solução em duas malhas intercaladas do sistema de equações de primeira ordem correspondente (Madariaga, 1976). Ambas formulações (primeira e segunda ordem) são equivalentes no caso contínuo, mas suas transcrições para o caso discreto podem levar a resultados diferentes, à medida que a malha de amostragem vai se tornando mais espaçada.

Em (Claerbout, 1970) foi desenvolvido um algoritmo bastante econômico com a aproximação da equação da onda acústica por equações “só de ida” (*one-way*). Implementações numéricas destas equações proporcionam uma boa aproximação para campos de onda transmitidos, mas campos difratados necessitam de uma modelagem que defina expressamente cada evento. O método falha, porém, na debilidade em tratar de reverberações e de ondas superficiais transitando perpendiculares ao eixo escolhido para a referida propagação em sentido único. Também não fica esclarecido como modelar as equações acopladas para o caso elástico com suas duas velocidades de referência.

Ao contrário da modelagem, algoritmos de migração se beneficiam do uso da equação de onda parabólica em sentido único, já que geralmente se deseja propagar energia somente em uma direção através de um meio com variações suaves de velocidade. Outra abordagem para a migração, mais precisa apesar de mais dispendiosa, chamada de migração em tempo reverso, ou RTM (*reverse time migration*), é alcançada com o uso da representação em diferenças finitas da equação de onda (acústica ou elástica) hiperbólica (McMechan, 1983).

2.3.2. Pseudo-espectral

O método pseudo-espectral (Gazdag, 1981; Kosloff & Baysal, 1982) é uma alternativa à solução por diferenças finitas para algumas classes de equações diferenciais parciais, sendo mais limitado em alguns aspectos. Caso o problema não seja naturalmente periódico, deve então ser reformulado para que o seja, e as malhas computacionais devem ser desprovidas da flexibilidade permitida pela amostragem não uniforme. Mas, a favor da técnica, existe a possibilidade de economia, em ordens de grandeza, no uso de memória e tempos computacionais para os casos em que ela pode ser utilizada (geralmente fenômenos que podem ser formulados como problemas de valor inicial periódico).

O custo computacional e os requisitos de memória sempre foram fatores limitadores da extensão destes processos ao caso 3D. Sob determinadas condições, certos gastos computacionais podem ser diminuídos com o uso de uma malha menos fina, como possibilita o método pseudo-espectral (Kosloff & Baysal, 1982). A regra geralmente aplicada em métodos de diferenças finitas é a definição de dez pontos de amostragem por comprimento de onda, necessidade que cai para dois no caso pseudo-espectral. Isso representa uma quantidade de pontos cinco vezes menor para cada dimensão do sinal.

A explicação tradicional para o método é vinculada ao processo da transformada de Fourier. Através de uma transformada discreta de Fourier são obtidos os coeficientes do polinômio trigonométrico de interpolação de grau mínimo a passar por um conjunto de pontos eqüidistantes. A derivada analítica deste polinômio é alcançada pela multiplicação de cada coeficiente pela variável complexa i e por seu número de onda, no caso de lidar com a transformada sobre uma dimensão espacial. O resultado é então recuperado por uma transformada inversa de volta ao domínio espacial.

Uma outra concepção descreve o método como sendo um limite na seqüência de precisão crescente de métodos de diferenças finitas. Os coeficientes para diferentes ordens de aproximação nas derivações por diferenças finitas são obtidos segundo expressões expostas em (Fornberg, 1987). Sob tal lei de formação, cada um destes coeficientes evolui através das ordens de aproximação em direção a um valor limite. Desta forma, existe um método limite que teoricamente tem precisão infinita. Sob a consideração de um problema periódico, a aplicação de um filtro derivativo de ordem infinita sobre o dado e suas repetições periódicas equivale à aplicação de um outro filtro, de tamanho igual ao período do dado, com coeficientes modificados. Assim, tudo se resume a uma convolução periódica, alcançável por duas transformadas discretas de Fourier intercaladas por uma multiplicação comum, o que descreve como implementar o método pseudo-espectral.

2.4. Outros métodos de solução da equação da onda

2.4.1. Rotação de Fase Mais Interpolação

Oposto ao mostrado nos métodos anteriores, a equação da onda não precisa ser solucionada em passos de tempo. Outra forma de resolvê-la é apresentada em (Gazdag & Sguazzero, 1984), que usa o método de rotação de fase mais interpolação (*Phase Shift Plus Interpolation, PSPI*) onde o passo é tomado na dimensão de profundidade. Utilizando uma das propriedades da transformada de Fourier, que relaciona um deslocamento no domínio espacial com uma mudança de fase no domínio Fourier, os valores em uma profundidade podem ser extraídos a partir dos valores em outra através de uma operação que envolve o conhecimento da distância entre elas. Porém, este passo em profundidade deve ser feito para cada velocidade existente entre os dois níveis (ou ao menos um pequeno grupo delas capaz de representá-las), pois a solução só é correta para o caso de velocidade constante. A menos da necessidade de interpolação, caso exista mais de uma velocidade de referência, o algoritmo transcorre totalmente no domínio da transformada Fourier.

2.4.2. *Split-step*

A idéia por trás do método *split-step* (Stoffa, 1990; Popovici, 1992) é tentar burlar a dificuldade enfrentada pelo método *PSPI* quando diante de múltiplas velocidades de referência. A formulação separa o campo de vagarosidades (definindo vagarosidade s como o inverso de velocidade v, ou, matematicamente, $s = 1/v$) horizontalmente variantes em um termo médio e um termo de perturbação. A equação da onda é solucionada para a vagarosidade média, e posteriormente corrigida pelo termo de perturbação. Porem o método impõe como condição uma amplitude satisfatoriamente pequena para o termo de perturbação, para que possa ser descartado seu termo de segunda ordem na solução.

2.4.3. Transformada wavelet

Outra forma de resolver a equação da onda visa solucionar as derivações espaciais presentes na mesma em outro domínio que não o espacial ou o de Fourier. O domínio wavelet é uma forma de descrever um sinal tanto com informações espaciais como de freqüências componentes, num ponto intermediário entre a representação em domínio espacial e a representação no domínio de Fourier. O campo de pressão na equação da onda acústica é levado ao domínio wavelet, assim como o modelo de velocidades, onde são redefinidas as operações de derivação espacial.

O domínio da transformada wavelet pode ser explorado de forma a conduzir o processo de extrapolação da onda acústica sem a necessidade excessiva de transformações entre domínios, como demanda o método *PSPI* na presença de mais de uma velocidade. Isto é, o método *PSPI* precisa voltar ao domínio espacial para fazer a interpolação referente à presença de variações de velocidade (caso heterogêneo).

Esta solução via transformada wavelet é o método abordado nesta dissertação e discutido detalhadamente no próximo capítulo.