# 5
# Curva de Phillips Neo-Keynesiana (CPNK)

## 5.1
## Economia fechada

Em uma economia fechada tem-se $\delta = \delta^* = 0$ e portanto $\pi_t = \pi_{H,t}$ e $\varsigma = 0$. A curva de Phillips como função do custo marginal e a expressão para o custo marginal se transformam em:

$$\hat{\pi}_t = \kappa^n \widehat{CM}_t + \beta E_t \left\{ \hat{\pi}_{t+1} \right\} \tag{5-1}$$

$$\widehat{CM}_t = \left(\omega + \sigma^{-1}\right) \hat{Y}_t - \omega\theta \left[ \hat{p}^c_{H,t} - \sum_{i=1}^{k} \hat{\pi}_{H,t+k} \right] + \lambda \tilde{\xi}_t \tag{5-2}$$

### Produto potencial e hiato do produto

Defina o hiato do produto $x_t$ como o desvio (em log) do produto $\hat{Y}_t$ de seu nível natural ou produto potencial $\hat{Y}^n_t$, onde este último é definido como o nível de produto de equilíbrio na ausência de rigidez nominal. Formalmente: $x_t \equiv \hat{Y}_t - \hat{Y}^n_t$.

O nível natural de produto pode ser obtido após impor-se ao custo marginal seu valor em estado de equilíbrio, ou seja $CM\left(Y^n_t, Y^n_t; \tilde{\xi}_t\right) = \mu^{-1}$ para todo $t$, log-linearizando-se esta relação para obter:

$$\left(\omega + \sigma^{-1}\right) \hat{Y}^n_t = -\lambda \tilde{\xi}_t \tag{5-3}$$

Logo, a expressão do custo marginal se transforma em:

$$\widehat{CM}_t = \left(\omega + \sigma^{-1}\right) x_t - \omega\theta \left[ \hat{p}^c_{H,t} - \sum_{i=1}^{k} \hat{\pi}_{H,t+k} \right] \tag{5-4}$$

Substituindo-se esta relação em (4-10), fazendo-se $\hat{p}^c_{H,t} - (\alpha\beta) E_t \left\{ \hat{p}^c_{H,t+1} \right\}$ e substituindo-se (4-13) na equação resultante obtém-se a já conhecida **Curva de Phillips Neo-Keynesiana em Economia**

**Fechada**:

$$\hat{\pi}_t = \kappa x_t + \beta E_t \{\hat{\pi}_{t+1}\} \tag{5-5}$$

onde:

$$\kappa = \kappa^n \kappa^r; \tag{5-6a}$$

$$\kappa^n = \kappa^n(\alpha,\beta) \equiv (1-\alpha\beta)\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \tag{5-6b}$$

$$\kappa^r = \kappa^r\left(\theta,\omega,\sigma^{-1}\right) \equiv \left(\frac{\omega+\sigma^{-1}}{1+\omega\theta}\right) \tag{5-6c}$$

O coeficiente $\kappa$ depende agora de dois fatores: $\kappa^n$ e $\kappa^r$. O primeiro, como já vimos, sinaliza o nível de rigidez nominal da economia. Já o segundo, função da elasticidade preço da demanda $\theta$ e das elasticidades (no estado de equilíbrio) do custo marginal real em relação a produção da firma, $\omega$, e em relação ao nível de produto, $\sigma^{-1}$, mede o grau de **rigidez real** da economia, que está relacionada a **complementaridade / substitutibilidade estratégica**[1] entre os diversos produtores.

A existência ou não de complementaridade estratégica é que determina se a fração dos produtores com preços rígidos exerce um efeito desproporcional sobre o grau de ajuste do nível agregado de preços.

## 5.2 Economia aberta

Em uma economia aberta temos:

$$\hat{\pi}_{H,t} = \kappa^n \widehat{CM}_t + \beta E_t \{\hat{\pi}_{H,t+1}\} \tag{5-7}$$

$$\begin{aligned} \widehat{CM}_t &= \left(\omega+\sigma^{-1}-\varsigma\left[\sigma^{-1}\chi-1\right]\right)\hat{Y}_t + \left(\varsigma\left[\sigma^{-1}\chi-1\right]\right)\hat{Y}_t^* \\ &- \omega\theta\left[\hat{p}^c_{H,t} - \sum_{i=1}^{k}\hat{\pi}_{H,t+k}\right] + \lambda\tilde{\xi}_t \end{aligned} \tag{5-8}$$

$$\hat{\pi}_t = \hat{\pi}_{H,t} + \left(\frac{\delta}{1-\delta-\delta^*}\right)\Delta\hat{q}_t \tag{5-9}$$

[1]Diz-se que as decisões sobre preços são complementos estratégicos se um aumento nos preços cobrados por outros bens aumenta o preço que é ótimo cobrar por um determinado produtor. Para maiores detalhes, ver Woodford (2001).

### 5.2.1 Produto potencial e hiato do produto

Defina o hiato do produto $x_t$ como o desvio (em log) do produto $\hat{Y}_t$ de seu nível natural ou produto potencial $\hat{Y}_t^n$, onde este último é definido agora como o nível de produto de equilíbrio na ausência de rigidez nominal **tanto na economia doméstica como no resto do mundo**. Formalmente:

$$\left(\omega + \sigma^{-1} - \varsigma\left[\sigma^{-1}\chi - 1\right]\right)\hat{Y}_t^n + \left(\varsigma\left[\sigma^{-1}\chi - 1\right]\right)\hat{Y}_t^{*n} + \lambda\tilde{\xi}_t = 0 \qquad (5\text{-}10)$$

Logo, a expressão do custo marginal se transforma em:

$$\begin{aligned}\widehat{CM}_t = {} & \left(\omega + \sigma^{-1} - \varsigma\left[\sigma^{-1}\chi - 1\right]\right)x_t + \left(\varsigma\left[\sigma^{-1}\chi - 1\right]\right)x_t^* \\ & - \omega\theta\left[\hat{p}_{H,t}^c - \sum_{i=1}^{k}\hat{\pi}_{H,t+k}\right]\end{aligned} \qquad (5\text{-}11)$$

Substituindo-se esta relação em (4-10), fazendo-se $\hat{p}_{H,t}^c - (\alpha\beta)\, E_t\left\{\hat{p}_{H,t+1}^c\right\}$ e substituindo-se (4-13) na equação resultante temos nossa Curva de Phillips Neo-Keynesiana em Economia Aberta para a Inflação Doméstica:

$$\hat{\pi}_{H,t} = \kappa^{(\varsigma,\chi)}x_t + \kappa^{(\varsigma,\chi)*}x_t^* + \beta E_t\left\{\hat{\pi}_{H,t+1}\right\} \qquad (5\text{-}12)$$

onde:

$$\kappa^{(\varsigma,\chi)} = (1-\alpha\beta)\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\left(\frac{\omega + \sigma^{-1} - \varsigma\left[\sigma^{-1}\chi - 1\right]}{1+\omega\theta}\right) \qquad (5\text{-}13a)$$

$$\kappa^{(\varsigma,\chi)*} = (1-\alpha\beta)\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\left(\frac{\varsigma\left[\sigma^{-1}\chi - 1\right]}{1+\omega\theta}\right) \qquad (5\text{-}13b)$$

Por fim, substituindo-se (5-9) em (5-12) tem-se a **CPNK em Economia Aberta para a Inflação ao Consumidor**:

$$\hat{\pi}_t = \kappa^{(\varsigma,\chi)}x_t + \kappa^{(\varsigma,\chi)*}x_t^* + \beta E_t\left\{\hat{\pi}_{t+1}\right\} + \psi^{(\delta,\delta^*)}\left[\Delta\hat{q}_t - \beta E_t\left\{\Delta\hat{q}_{t+1}\right\}\right] \qquad (5\text{-}14)$$

onde:

$$\psi^{(\delta,\delta^*)} = \frac{\delta}{1-\delta-\delta^*} \qquad (5\text{-}15)$$

Agora, além do surgimento de um termo do hiato do produto externo, temos que o próprio hiato doméstico também é afetado pela abertura da economia, representada pelos parâmetros $\varsigma$ e $\chi$. Observe também o impacto do câmbio real na inflação doméstica, que pode ser mais facilmente visualizado após iterarmos a equação:

$$\Gamma_t = \Upsilon_t + E_t \{\Gamma_{t+1}\} \tag{5-16}$$

onde:

$$\Gamma_t \equiv \hat{\pi}_t - \psi^{(\delta,\delta^*)} \Delta \hat{q}_t \tag{5-17}$$

$$\Upsilon_t \equiv \kappa^{(\varsigma,\chi)} x_t + \kappa^{(\varsigma,\chi)*} x_t^* \tag{5-18}$$

obtendo-se:

$$\hat{\pi}_t = \psi^{(\delta,\delta^*)} \Delta \hat{q}_t + \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k E_t \{\Upsilon_{t+k}\} \tag{5-19}$$

Em economia aberta, a estabilização da inflação está relacionada tanto a estabilização do custo marginal (que agora é afetado pela produção externa, que se encontra fora do controle da autoridade monetária) quanto a estabilização da variação do câmbio real. Observe que o impacto destes dois fatores está diretamente ligado tanto ao nível de abertura da economia doméstica quanto ao da economia externa, através de $\psi^{(\delta,\delta^*)}$, $\kappa^{(\varsigma,\chi)}$ e $\kappa^{(\varsigma,\chi)*}$.

### 5.2.2
### Pequena economia aberta

Se a economia doméstica for considerada pequena no mercado mundial, pode-se tratar o resto do mundo como uma economia fechada; ou seja $\delta^* \rightarrow 0$ e portanto $\hat{Y}_t^* = \hat{C}_t^*$ e $\hat{P}_t^* = \hat{P}_{F,t}^*$. Logo:

$$\hat{\pi}_t = \kappa^{\delta} x_t + \kappa^{*\delta} x_t^* + \beta E_t \{\hat{\pi}_{t+1}\} + \psi^{\delta} [\Delta \hat{q}_t - \beta E_t \{\Delta \hat{q}_{t+1}\}] \tag{5-20}$$

onde:

$$\kappa^{\delta} = (1-\alpha\beta)\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\left(\frac{\omega + \sigma^{-1} - \varsigma^{\delta}\left[\sigma^{-1}\chi^{\delta} - 1\right]}{1+\omega\theta}\right) \tag{5-21}$$

$$\kappa^{*\delta} = \left(\frac{\varsigma^{\delta}\left[\sigma^{-1}\chi^{\delta} - 1\right]}{1+\omega\theta}\right) \tag{5-22}$$

$$\psi^{\delta} = \frac{\delta}{1-\delta} \tag{5-23}$$

$$\chi^{\delta} \equiv \eta + (\eta - \sigma)(1-\delta) \tag{5-24}$$

$$\varsigma^{\delta} \equiv \frac{\delta}{\eta - (\eta-\sigma)(1-\delta)^2} \tag{5-25}$$

Observe que neste caso o hiato do produto externo é exógeno a nossa economia. Existe, porém, uma outra especificação devida a Galí e Monacelli (2002). Defina o hiato do produto $\tilde{x}_t$ como o desvio (em log) do produto $\hat{Y}_t$ de seu nível natural $\tilde{Y}_t^n$, onde este último é definido como o nível de produto de equilíbrio na ausência de rigidez nominal e **condicional ao produto do resto do mundo**. Formalmente:

$$\left(\omega + \sigma^{-1} - \varsigma^{\delta}\left[\sigma^{-1}\chi^{\delta} - 1\right]\right)\tilde{Y}_t^n + \left(\varsigma^{\delta}\left[\sigma^{-1}\chi^{\delta} - 1\right]\right)\hat{Y}_t^* + \lambda\tilde{\xi}_t = 0 \qquad (5\text{-}26)$$

Desta forma, a expressão (5-11) do custo marginal pode ser reescrita como:

$$\widehat{CM}_t = \left(\omega + \sigma^{-1} - \varsigma^{\delta}\left[\sigma^{-1}\chi^{\delta} - 1\right]\right)\tilde{x}_t - \omega\theta\left[\hat{p}_{H,t}^c - \sum_{i=1}^{k}\hat{\pi}_{H,t+k}\right] \qquad (5\text{-}27)$$

que nos fornece:

$$\hat{\pi}_t = \kappa^{\delta}\tilde{x}_t + \beta E_t\left\{\hat{\pi}_{t+1}\right\} + \psi^{\delta}\left[\Delta\hat{q}_t - \beta E_t\left\{\Delta\hat{q}_{t+1}\right\}\right] \qquad (5\text{-}28)$$

A expressão (5-28), é a nossa **CPNK para uma Pequena Economia Aberta**.

## 5.3 Extensão: Indexação

Um dos problemas gerados pela especificação completamente *forward-looking* da Curva de Phillips Neo-Keynesiana é que a mesma não consegue explicar a inércia da inflação observada empiricamente. Para contornar este problema, considere agora que cada firma continua com a probabilidade fixa $1-\alpha$ de reajustar seus preços a cada período e, conseqüentemente, a probabilidade $\alpha$ de manter seu preço inalterado. Contudo, quando não sorteada, a firma reajusta seus preços com base na inflação doméstica passada e de um coeficiente de indexação $\gamma \in [0,1)$. Isto é, se $\gamma \simeq 1$ a indexação é quase plena, enquanto que com $\gamma = 0$ não temos indexação. Neste caso, o problema da firma se transforma em:

$$\begin{cases} \underset{P_{H,t}^c}{Max} \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^k E_t\left\{Q_{t,t+k}\Pi_{t+k}^{\gamma}(i)\right\} \\ s.a.\ Y_{t+k}(i) = Y_{t+k}\left[\frac{P_{H,t}^c}{P_{H,t+k}}\left(\frac{P_{H,t+k-1}}{P_{H,t-1}}\right)^{\gamma}\right]^{-\theta} \end{cases} \qquad (5\text{-}29)$$

onde:

$$\Pi_{t+k}^{\gamma}(i) = Y_{t+k}^c(i)\, P_{H,t}^c\left(\frac{P_{H,t+k-1}}{P_{H,t-1}}\right)^{\gamma} - P_{H,t}CV_t(i) \qquad (5\text{-}30)$$

A condição de primeira ordem do problema acima identifica que a firma deve fixar $P^c_{H,t}$ de forma a respeitar a seguinte relação:

$$P^c_{H,t} = \mu \frac{E_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \Xi_{t+k} CM^n_{t+k} \right\}}{E_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \Xi_{t+k} \cdot \right\}} \tag{5-31}$$

Agora, o preço ótimo é obtido através da aplicação de um *mark-up* sobre uma média ponderada de todos os custos marginais de produção esperados no futuro, com o fator de ponderação $\Xi_{t+k} \equiv \alpha^k Q_{t,t+k} \left(P_{H,t+k}\right)^{\theta} Y_{t+k} \left(\frac{P_{H,t+k-1}}{P_{H,t-1}}\right)^{\gamma(1-\theta)}$, sendo o custo marginal nominal igual a $CM^n_{t+k} = P_{H,t+k} \left(\frac{P_{H,t+k-1}}{P_{H,t-1}}\right)^{\gamma} CM_{t+k}$. Log-linearizando-se esta expressão tem-se:

$$\hat{p}^c_{H,t} = (1-\alpha\beta) \sum_{k=0}^{\infty} (\alpha\beta)^k E_t \left\{ \widehat{CM}_{t+k} + \sum_{j=1}^{k} \left[ \hat{\pi}_{H,t+j} - \gamma \hat{\pi}_{H,t+j-1} \right] \right\} \tag{5-32}$$

Já a dinâmica do índice de preços doméstico pode ser descrita pela equação:

$$P_{H,t} \equiv \left[ \alpha \left( P_{H,t-1} \left( \frac{P_{H,t-1}}{P_{H,t-2}} \right)^{\gamma} \right)^{1-\theta} + (1-\alpha) \left( P^c_{H,t} \right)^{1-\theta} \right]^{\frac{1}{1-\theta}} \tag{5-33}$$

a qual pode ser log-linearizada para obter-se:

$$\hat{p}^c_{H,t} = \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right) \left[ \hat{\pi}_{H,t} - \gamma \hat{\pi}_{H,t-1} \right] \tag{5-34}$$

Resolvendo-se de forma análoga a já apresentada, obtém-se:

$$\hat{\pi}_{H,t} - \gamma \hat{\pi}_{H,t-1} = \kappa^n \widehat{CM}_t + \beta E_t \left\{ \hat{\pi}_{H,t+1} - \gamma \hat{\pi}_{H,t} \right\} \tag{5-35}$$

Combinando-se com (4-3) temos uma Curva de Phillips em relação ao custo marginal com Indexação:

$$\Lambda_t = \kappa^n \widehat{CM}_t + \beta E_t \left\{ \Lambda_{t+1} \right\} \tag{5-36}$$

onde:

$$\Lambda_t \equiv \hat{\pi}_t - \psi^{(\delta,\delta^*)} \Delta \hat{q}_t - \gamma \left[ \hat{\pi}_{t-1} - \psi^{(\delta,\delta^*)} \Delta \hat{q}_{t-1} \right] \tag{5-37}$$

Iterando-se esta equação tem-se:

$$\hat{\pi}_t - \gamma\hat{\pi}_{t-1} = \psi^{(\delta,\delta^*)}\left[\Delta\hat{q}_t - \gamma\Delta\hat{q}_{t-1}\right] + \kappa^n \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k E_t \left\{\widehat{CM}_{t+k}\right\} \qquad (5\text{-}38)$$

Como no caso de uma economia fechada pode-se observar o surgimento de **inércia inflacionária**, representado pelo componente $\gamma\hat{\pi}_{t-1}$. Entretanto, a abertura da economia faz com que (para $\gamma \simeq 1$) a aceleração dos preços seja influenciada pela aceleração cambial, efeito este amplificado quanto maior a abertura das economias doméstica e externa.

Observe que (5-36) é uma generalização de alguns modelos presentes na literatura. Fechando-se a economia ($\delta, \delta^* \to 0$) obtém-se a CPNK híbrida de Galí e Gertler (1999):

$$\hat{\pi}_t - \gamma\hat{\pi}_{t-1} = \kappa^n \widehat{CM}_t + \beta E_t \left\{\hat{\pi}_{t+1} - \gamma\hat{\pi}_t\right\} \qquad (5\text{-}39)$$

Adicionalmente, considerando-se ausência completa de indexação ($\gamma = 0$) obtemos a CPNK padrão:

$$\hat{\pi}_t = \kappa^n \widehat{CM}_t + \beta E_t \left\{\hat{\pi}_{t+1}\right\} \qquad (5\text{-}40)$$

Desta forma, pode-se utilizar (5-36) como uma especificação econométrica geral, testando-se diversos casos particulares. É o que será visto na próxima seção.