### Referências Bibliográficas

BATHE, K. J. Finite Element Procedures. New Jersey: Prentice Hall, 1996.

BATTINI, J. M. **Co-rotational beam elements in instability problems**. Royal Institute of Technology, Technical Report. Stockholm. 2002.

BATTINI, J. M.; PACOSTE, C. Plastic instability of beam structures using co-rotational elements. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 191, n. 51-52, p. 5811-5831, 2002.

BURGOS, R. B. Avaliação de Cargas Críticas e Comportamento Pós-Crítico Inicial de Pórticos Planos. PUC-RIO, Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro. 2005.

COOK, R. D; MALKUS, D. S; PLESHA, M. E. Concepts and Applications of Finite Element Analysis. 3<sup>a</sup>. ed. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 1989.

CRISFIELD, M. A. Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures. London, UK: John Wiley & Sons Ltd, v. 1 : ESSENTIALS, 2000.

DE BORST, R; CRISFIELD, M. A; REMMERS, J. J. C; VERHOOSEL, C. V. Nonlinear Finite Element Analysis of Solids and Structures. 2<sup>a</sup>. ed. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2012.

DUPUIS, G. A.; PFAFFINGER, D. D.; MARCAL, P. V. Effective Use of the Incremental Stiffness Matrices in Nonlinear Geometric Analysis. International Union of Theoretical and Applied Mechanics, Liège, Belgium, Technical report. 1970.

FELIPPA, C. A. Introduction to Finite Element Methods (ASEN 5007). University of Colorado, Department of Aerospace Engineering Sciences and Center for Aerospace Structures, Lecture Notes, 2004.

FELIPPA, C. A. Nonlinear Finite Element Methods (ASEN 6107). University of Colorado, Department of Aerospace Engineering Sciences and Center for Aerospace Structures, Lecture Notes, 2010.

GABBAY, A. Conceito de Rankine-Merchant e o Cálculo Automatizado de Cargas Aproximadas de Colapso de Pórticos Planos. PUC-RIO, Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro. 1977. GERE, J. E; TIMOSHENKO, S. P. **Mechanics of Materials**. 3<sup>a</sup>. ed. UK: Springer-Science+Business Media, B.V., 1991.

GUIMARÃES JUNIOR, W. M. Avaliação do Efeito das Imperfeições Sobre a Flambagem de Estruturas Sob a Ação de Cargas Dependentes dos Deslocamentos. PUC-RIO, Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro. 1999.

GUIMARÃES JÚNIOR, W. M. Flambagem de Estruturas Viscoelásticas. PUC RIO, Tese de Doutorado. Rio de Janeiro. 2006.

KOITER W. T. **Post-Buckling Analysis of a Simple Two-Bar Frame. Recent progress in applied mechanics**. Recent progress in applied mechanics; the Folke Odquist volume, B. Broberg, J. Hult, and F. Niordson, Admquist and Wiksell, Stockholm, Sweden, 337-354, 1962.

KONDOH, K.; ATLURI, S. N. Large-deformation, elasto-plastic analysis of frames under nonconservative loading, using explicitly derived tangent stiffnesses based on assumed stresses. Computational Mechanics, v. 2, p. 1-25. 1987.

MCGUIRE, W.; GALLAGHER, R. H; ZIEMIAN, R. D. Matrix Structural Analysis. 2<sup>a</sup>. ed. John Wiley & Sons Ltd. 2000.

MSC SOFTWARE. **Theory and User Information: Volume A**. MSC. Software Corporation, USA. Version 2001.

NESRU SHERIF, F. **MATLAB FEM Code - From Elasticity to Plasticity**. Norwegian University of Science and Technology, Department of Civil and Transport Engineering. Trondheim. 2012.

SOUSA, E. M. Analise Não Linear de Pórticos Espaciales com Elementos Finitos de Curvatura e Espessura Variaveis. Dissertação de Mestrado, PUC-RIO. Rio de Janeiro. 1984.

SOUZA NETO, E. A.; PERÍC, D.; OWEN, D. **Computational Methods For Plasticity**: Teory and Applications. 1<sup>a</sup>. ed. John Wiley & Sons Ltd, 2008.

NOVOSELAC, S.; ERGIĆ, T.; BALIČEVIĆ, P. Linear and Nonlinear Buckling and Post Buckling Analysis of a Bar With the Influence of Imperfections. Technical Report, v. 19, n. 3, 2012.

PAULLO, L; ROEHL, D. Comparação de Métodos de Continuação em Problemas com Análise Inelástica. Mecánica Computacional Vol XXXI, Salta, Argentina, p. 4155-4175, 2012.

DA SILVA, S. S; SILVA, W. T. M. Nonlinear Analysis of Plane Frames Using a Corotational Fomulation and Plasticity by Layers in a Timoshenko Beam El-Ement. Blucher Mechanical Engineering Proceedings, v. 1, n. 1, 2014. WASZCZYSZYN, Z; CICHON, C; RADWANSKA M. Stability of Structures by Finite Element Methods. Amsterdam: ELSEVIER SCIENCE B. V, 1994.

WOOD, R. D.; ZIENKIEWICZ, O. C. Geometrically nonlinear finite element analysis of beams, frames, arches and axisymmetric shells. Computers & Structures, v. 7, p. 725-735, 1977.

YANG, Y. B.; KUO, S. R. Theory and Analysis of Nonlinear Framed Structures. Prentice Hall, 1994.

YAW, L. L. Co-rotational Meshfree Formulation For Large Deformation Inelastic Analysis Of Two-Dimensional Structural Systems. University of California, Dissertation Doctor of Philosophy. 2008.

YAW, L. L.; SUKUMAR, N.; KUNNATH, S. K. Meshfree co-rotational formulation for two-dimensional continua. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 79, n. 8, p. 979-1003, 2009.

ZHEHUA, W.; WENJUAN, L.; JINCHUN, T.; ZHONGLIN, C. Stability Analysis of the Thin Concrete Walls of the Hangzhou Grand Theater. Zhejiang University Hangzhou, Department of Civil Engineering. Conference Papers ANSYS, 2002.

ZHOU, Z.; NISHIDA, A.; KUWAMURA, H. Applicability of Finite Element Method to Collapse Analysis of Steel Connection under Compression. Journal of Nuclear Science and Technology, v. 2, p. 481-485, 2011.

# Apêndice A

Neste apêndice serão mostradas as discretizações do continuo e outros resultados da análise dos exemplos de validação do capítulo 3.

### A.1 Malha e outros resultados do exemplo de validação 1

Neste exemplo empregou-se uma malha de 6x25 (150) elementos isoparamétricos bidimensionais Q9. A discretização do continuo é mostrado na Figura A.1.



Figura A.1 Malha da viga do exemplo de validação 1.

As tensões desenvolvidas na direção longitudinal da viga, devido a um carregamento pontual de 8kip (35.6kN), são mostrada na Figura A.2. Também as tensões de Von Mises foram obtidas na análise e são mostradas na Figura A.3.



Figura A.2 Tensões na direção longitudinal da viga do exemplo de validação 1.



Figura A.3 Tensões equivalentes de Von Mises do exemplo de validação 1.

# A.2 Malha e outros resultados do exemplo de validação 2

Neste exemplo, uma malha de 1x5 (5) elementos isoparamétricos bidimensionais Q9 foi suficiente para descrever o comportamento não linear geométrico da viga nos deslocamentos. A discretização do continuo é mostrado na Figura A.4.

	-	

Figura A.4 Malha da viga do exemplo de validação 2.

A configuração deformada da viga, devido a um carregamento pontual de 15kip (66.7kN), é mostrada na Figura A.5. Também são mostrados os deslocamentos desenvolvidos na viga para este carregamento na Figura A.6 e Figura A.7.



Figura A.5 Configuração deformada da viga do exemplo de validação 2.



Figura A.6 Deslocamentos na direção longitudinal da viga.



Figura A.7 Deslocamentos na direção transversal da viga.

# A.3 Malha e outros resultados do exemplo de validação 3

Neste exemplo empregou-se a mesma malha do exemplo anterior. A malha de 1x5 (5) elementos isoparamétricos bidimensionais Q9 é mostrada na Figura A.8.



Figura A.8 Malha da viga do exemplo de validação 3.

A configuração deformada da viga, devido a um carregamento pontual de 1400lbf (6227.5N), é mostrada na Figura A. 9. Também são mostrados os deslocamentos desenvolvidos na viga para este carregamento na Figura A.10 e Figura A.11.



Figura A. 9 Configuração deformada da viga do exemplo de validação 3.





Figura A.11 Deslocamentos na direção transversal da viga.

### A.4 Malha e outros resultados do exemplo de validação 4

Neste exemplo empregou-se uma malha de 21 elementos isoparamétricos bidimensionais Q9, como é mostrada na Figura A.12. A configuração deformada do primeiro modo de flambagem é mostrada na Figura A.13.



Figura A.12 Malha do pórtico de Roorda do exemplo de validação 4.



Figura A.13 Primeiro modo de flambagem do pórtico de Roorda.

### A.5 Malha e outros resultados do exemplo de validação 5

Neste exemplo uma malha composta por 40 elementos isoparamétricos bidimensionais Q9, na direção circunferencial, foi necessária para descrever o comportamento não linear geométrico do arco abatido. A discretização do continuo é mostrado na Figura A.14.



Figura A.14 Malha do arco abatido do exemplo de validação 5.

A configuração deformada do arco para um deslocamento vertical de 20in (50.8cm) no centro do arco foi obtida para o caso simétrico e assimétrico. Na Figura A.15 e Figura A.16 são mostradas as configurações deformadas para o caso simétrico e assimétrico, respectivamente. No caso assimétrico considerouse uma imperfeição inicial na geometria proporcional ao primeiro modo de flambagem.



Figura A.15 Configuração deformada simétrica do exemplo de validação 5.



Figura A.16 Configuração deformada assimétrica do exemplo de validação 5.

# A.6 Malha e outros resultados do exemplo de validação 6

Neste exemplo empregou-se a malha da Figura A.17 e Figura A.18 para o caso elástico e inelástico, respectivamente.



Figura A.17 Malha do pórtico de Lee no caso elástico.



Figura A.18 Malha do pórtico de Lee no caso inelástico.

A configuração deformada do pórtico para um deslocamento vertical de 82cm, no ponto de aplicação da forca, é mostrada na Figura A.19 e Figura A.20 para o caso elástico e inelástico, respectivamente.



Figura A.19 Configuração deformada do pórtico no caso elástico.



Figura A.20 Configuração deformada do pórtico no caso inelástico.

# Apêndice B

Neste apêndice serão mostradas as tensões equivalentes de Von Mises dos exemplos numéricos do capítulo 4.

#### B.1 Tensões de Von Mises do exemplo numérico 1

As tensões equivalentes de Von Mises obtidas numa análise não linear completa e uma análise linear são mostradas na Figura B.1 e Figura B.2, respectivamente. O carregamento empregado nas duas análises foi o carregamento crítico obtido na análise não linear completa do exemplo 1.







### B.2 Tensões de Von Mises do exemplo numérico 2

As tensões equivalentes de Von Mises obtidas numa análise não linear completa e uma análise linear são mostradas na Figura B.3 e Figura B.4, respectivamente. O carregamento empregado nas duas análises foi o carregamento crítico obtido na análise não linear completa do exemplo 2.



Figura B.3 Tensões equivalentes de Von Mises no caso linear do exemplo 2.



Figura B.4 Tensões equivalentes de Von Mises no caso não linear do exemplo 2.

#### B.3 Tensões de Von Mises do exemplo numérico 3

As tensões equivalentes de Von Mises obtidas numa análise não linear completa e uma análise linear são mostradas na Figura B.5 e Figura B.6, respectivamente. O carregamento empregado nas duas análises foi o carregamento crítico obtido na análise não linear completa do exemplo 3.



Figura B.5 Tensões equivalentes de Von Mises no caso linear do exemplo 3.



Figura B.6 Tensões equivalentes de Von Mises no caso não linear do exemplo 3.

### B.4 Tensões de Von Mises do exemplo numérico 4

As tensões equivalentes de Von Mises obtidas numa análise não linear completa e uma análise linear são mostradas na Figura B.7 e Figura B.8, respectivamente. O carregamento empregado nas duas análises foi o carregamento crítico obtido na análise não linear completa do exemplo 4.



Figura B.7 Tensões equivalentes de Von Mises no caso linear do exemplo 4.



Figura B.8 Tensões equivalentes de Von Mises no caso não linear do exemplo 4.

### B.5 Tensões de Von Mises do exemplo numérico 5

As tensões equivalentes de Von Mises obtidas numa análise não linear completa e uma análise linear são mostradas na Figura B.9 e Figura B.10, respectivamente. O carregamento empregado nas duas análises foi o carregamento crítico obtido na análise não linear completa do exemplo 5.



Figura B.10 Tensões equivalentes de Von Mises no caso não linear do exemplo 5.

### B.6 Tensões de Von Mises do exemplo numérico 6

As tensões equivalentes de Von Mises obtidas numa análise não linear completa e uma análise linear são mostradas na Figura B.11 e Figura B.12, respectivamente. O carregamento empregado nas duas análises foi o carregamento crítico obtido na análise não linear completa do exemplo 6.



Figura B.11 Tensões equivalentes de Von Mises no caso linear do exemplo 6.

VON MISES (psi

2792.4 2234.2 1676 1117.7



Figura B.12 Tensões equivalentes de Von Mises no caso não linear do exemplo 6.