



Vinicius Mattoso Reis da Silva

**Estimativa da permeabilidade de
reservatórios com base em dados transientes
de pressão e temperatura**

Projeto de Graduação

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia Mecânica da PUC–Rio.

Orientador : Marcio da Silveira Carvalho
Co–Orientador: Danmer Maza Quinones

Rio de Janeiro
Julho de 2019

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a minha família. Especialmente, meu pai e minha mãe, que juntos enfrentaram dificuldades para que eu pudesse estudar. Aos meus irmãos, Luiza Beatriz e Luccas, obrigado pelo apoio e torcida.

Agradeço a minha namorada Karine Freire, que ao longo desses meses me deu não só força, mas apoio para vencer essa etapa da vida acadêmica. Obrigada, meu amor, por suportar as crises de estresse e minha ausência em diversos momentos.

Meu eterno agradecimento a todos os meus amigos, que deram uma contribuição valiosa para a minha jornada acadêmica. Obrigada pelos conselhos, palavras de apoio, pelas chopadas, pela bateria e risadas. Só tenho a agradecer e dizer que esse TCC também é de vocês.

Agradeço ao professor Márcio Carvalho, que abriu as portas do LMMP, para o desenvolvimento desse trabalho junto a sua equipe, que me apoiaram diariamente com dicas valiosas para esse projeto e para vida.

Ao meu orientador Márcio Carvalho por todo apoio e paciência ao longo da elaboração do meu projeto final. Também gostaria de deixar um agradecimento especial ao meu coorientador Danmer Maza que me acompanhava diariamente e foi crucial para a execução deste trabalho.

Resumo

Estimativa da permeabilidade de reservatórios com base em dados transientes de pressão e temperatura

Uma boa estimativa da porosidade e permeabilidade é importante para caracterização de meios porosos e principalmente para estimar a capacidade de armazenamento e escoamento. Este trabalho apresenta uma modelagem para estimar a permeabilidade de um reservatório homogêneo com base em dados transientes de pressão e temperatura durante o processo de abertura e fechamento da válvula de produção de um poço. A estimativa foi obtida através da solução de um problema inverso com o objetivo de determinar o valor da permeabilidade que melhor ajusta o resultado do modelo computacional aos dados de pressão e temperatura. O modelo consiste na solução do escoamento transiente monofásico em um reservatório homogêneo radial, descrito pelas equações de conservação de energia, massa e equação de Darcy.

O estudo foi dividido em duas etapas. Inicialmente, dados sintéticos são gerados através de perturbação aleatória aos resultados obtidos de uma simulação direta. Após a geração dos dados sintéticos, a estimativa de permeabilidade é obtida usando um problema inverso. O método desenvolvido foi testado para alguns casos, analisando a precisão do valor de permeabilidade estimada baseada nos dados de pressão, temperatura e a combinação dos dois.

Palavras-chave

Permeabilidade; Problema inverso; Transiente; Pressão; Temperatura.

Abstract

Estimation of reservoir permeability based on transient pressure and temperature data

Accurate estimate of porosity and permeability is important for characterization of porous media and especially for estimating storage and flowability. This work presents a model for estimating the permeability of a homogeneous reservoir based on transient pressure and temperature data during the process of opening and closing a well production valve. The estimation was obtained through the solution of an inverse problem in order to determine the permeability value that best adjusts the result of the computational model to the pressure and temperature data. The model consists of the single-phase solution of transient flow in a homogeneous reservoir radial described by the equations of conservation of energy, mass and Darcy's equation.

The study was divided into two stages. Initially, synthetic data are generated through random perturbation to the results obtained from a direct simulation. After generation of the synthetic data, permeability estimation is obtained using an inverse problem. The developed method was tested for some cases by analyzing the accuracy of the estimated permeability value based on pressure, temperature and the combination of the two.

Keywords

Permeability; Inverse problem; Transient; Pressure; Temperature.

Sumário

1	Introdução	10
1.1	Descrição do Problema	10
1.2	Teste de Formação	11
1.3	Problema inverso	12
1.4	Objetivo	13
2	Formulação Matemática	16
2.1	Conservação de Massa	16
2.2	Conservação de Energia	18
2.3	Condições iniciais e de contorno	19
2.4	Problema inverso	19
2.5	Método da Secante	20
3	Discretização	22
3.1	Diferenças Finitas	22
3.2	Crank-Nicolson	23
3.3	Conservação de Massa	24
3.4	Conservação de Energia	25
3.5	Malha Espacial	27
4	Estrutura das rotinas	28
4.1	Geração de Dados	28
4.2	Estimador da Permeabilidade	29
5	Resultados	31
5.1	Avaliação da Malha	31
5.2	Validação de Resultados	33
5.3	Estudo de Caso 1	35
5.4	Análises dos casos do problema inverso	36
5.5	Estudo de Caso 2	42
6	Conclusão	49

Lista de figuras

1.1	Exemplo de um teste de formação com dois períodos de estática (BuildUp) e dois períodos de fluxo (DrawDown)[1].	11
1.2	Esquema explicando a diferença entre problema direto e problema inverso	13
1.3	Resultado da simulação do problema de ordem direta para a pressão.	14
1.4	Resultado da simulação do problema de ordem direta para a temperatura.	14
1.5	Gráfico comparativo entre os dados de temperatura e um ruído para simular a resposta oriunda de um sensor.	14
1.6	Gráfico comparativo entre o ruído da temperatura com as respostas geradas pela simulação para os chutes iniciais de permeabilidade K_0 e K_1 .	14
1.7	Gráfico com resultado final das iterações para estimar a permeabilidade do dado com ruído, no qual o valor do chute da última interação agora é o valor da permeabilidade estimada.	15
2.1	Nesse gráfico são fornecidos os chutes iniciais K_0 e K_1 . É feita a inclinação entre os valores de $F(K_0)$ e $F(K_1)$. O ponto onde essa inclinação intercepta o eixo K, nesse gráfico K_2 , será o próximo valor utilizado para o cálculo da inclinação. Esse processo é repetido até achar a raiz da função $F(K)$, ou seja, K^* .	21
3.1	Ilustração dos pontos envolvidos na descrição temporal(I) e espacial(i), para o método explícito e para o método implícito respectivamente.	23
3.2	Discretização dos nós analisados no reservatório e os pontos intermediários (E-esquerda e D-direita), nos quais avaliamos a posição e a permeabilidade	24
3.3	Discretização utilizada para a equação de conservação de energia, as distâncias explicitadas seguem o mesmo padrão das distâncias da fig 3.2.	26
4.1	Fluxograma da rotina para a geração de dados	28
4.2	Fluxograma da rotina que estima a permeabilidade, na qual "G.D" é a rotina Geradora de Dados apresentada anteriormente.	30
5.1	Gráfico da Pressão(MPa) no tempo(horas), variando o número de nós na análise, com fator de concentração constante e igual a 6	32
5.2	Gráfico da Pressão(MPa) no tempo(horas), variando o número de nós na análise, e o fator de concentração (A).	33
5.3	Janela do software utilizado para fazer a aquisição dos pontos oriundos da literatura [2]	34
5.4	Gráfico comparativo entre a resposta da simulação para a pressão e a resposta oriunda do software STARS da CMG.	34

5.5	Gráfico comparativo entre a resposta da simulação para a temperatura e a resposta oriunda do software STARS da CMG.	35
5.6	À esquerda o gráfico com as respostas dos chutes iniciais K_0 e K_1 assim como o dado ruidoso o qual pretendemos estimar a permeabilidade e na direita a última interação do estimador de permeabilidade para a perturbação 1.	37
5.7	À esquerda o gráfico com as respostas dos chutes iniciais K_0 e K_1 assim como o dado ruidoso o qual pretendemos estimar a permeabilidade e na direita a última interação do estimador de permeabilidade para a perturbação 2.	38
5.8	À esquerda o gráfico com as respostas dos chutes iniciais K_0 e K_1 assim como o dado ruidoso o qual pretendemos estimar a permeabilidade e na direita a última interação do estimador de permeabilidade para a perturbação 3.	39
5.9	À esquerda o gráfico com as respostas dos chutes iniciais K_0 e K_1 assim como o dado ruidoso o qual pretendemos estimar a permeabilidade e na direita a última interação do estimador de permeabilidade para a perturbação 4.	40
5.10	À esquerda o gráfico com as respostas dos chutes iniciais K_0 e K_1 assim como o dado ruidoso o qual pretendemos estimar a permeabilidade e na direita a última interação do estimador de permeabilidade para a perturbação 5.	44
5.11	À esquerda o gráfico com as respostas dos chutes iniciais K_0 e K_1 assim como o dado ruidoso o qual pretendemos estimar a permeabilidade e na direita a última interação do estimador de permeabilidade para a perturbação 6.	44
5.12	À esquerda o gráfico com as respostas dos chutes iniciais K_0 e K_1 assim como o dado ruidoso o qual pretendemos estimar a permeabilidade e na direita a última interação do estimador de permeabilidade para a perturbação 7.	46
5.13	À esquerda o gráfico com as respostas dos chutes iniciais K_0 e K_1 assim como o dado ruidoso o qual pretendemos estimar a permeabilidade e na direita a última interação do estimador de permeabilidade para a perturbação 8.	46

Lista de tabelas

5.1	Propriedades do fluido e do reservatório extraído do artigo [2](Tabela 2, exemplo 1).	35
5.2	Tabela com os valores das variações percentuais do chute inicial da permeabilidade para cada caso analisado.	36
5.3	Tabela com os valores das amplitudes utilizadas nas avaliações da pressão para cada perturbação analisada.	37
5.4	Tabela com os valores dos $K_{estimado}$, erro percentual e número de iterações para os diferentes casos e perturbações, utilizando a pressão como base para as contas.	38
5.5	Tabela com os valores das amplitudes utilizadas nas avaliações da temperatura para cada perturbação analisada.	39
5.6	Tabela com os valores dos $K_{estimado}$, erro percentual e número de iterações para os diferentes casos e perturbações, utilizando a temperatura como base para as contas.	40
5.7	Tabela com os valores percentuais das amplitudes utilizadas para os dados de pressão e temperatura, na qual 1 é o período de fluxo e 2 o período de estática.	41
5.8	Tabela com os valores dos $K_{estimado}$, erro percentual e número de iterações para os diferentes casos e análises, utilizando a temperatura e a pressão como bases para as contas.	42
5.9	Propriedades do fluido e do reservatório extraído do artigo do Maurício Galvão.	43
5.10	Tabela com os valores das amplitudes utilizadas nas avaliações da pressão para cada perturbação analisada no caso 2.	43
5.11	Tabela com os valores dos $K_{estimado}$, erro percentual e número de iterações para os diferentes casos e perturbações, utilizando a pressão como base para as contas.	45
5.12	Tabela com os valores das amplitudes utilizadas nas avaliações da pressão para cada perturbação analisada no caso 2.	45
5.13	Tabela com os valores dos $K_{estimado}$, erro percentual e número de iterações para os diferentes casos e perturbações, utilizando a temperatura como base para as contas.	47
5.14	Tabela com os valores percentuais das amplitudes utilizadas para os dados de pressão e temperatura no segundo estudo de caso, na qual 1 é o período de fluxo e 2 o período de estática.	47
5.15	Tabela com os valores dos $K_{estimado}$, erro percentual e número de iterações para os diferentes casos e análises do segundo estudo de caso, utilizando a temperatura e a pressão como bases para as contas.	48

Nomenclatura

C_t	compressibilidade total do sistema fluido+estrutura, Pa^{-1}
β_t	coeficiente de expansão térmica total do sistema fluido+estrutura, K^{-1}
ϕ	porosidade
p	pressão, Pa
T	temperatura, K
v	vetor de velocidade, m/s
t	tempo, s
ρ	densidade, kg/m^3
μ	viscosidade, $Pa.s$
cp	calor específico, $J/kg - K$
φ	coeficiente de expansão adiabática do líquido, K/Pa
ε_{JTo}	coeficiente de expansão Joule-Thomson, K/Pa
λ_t	condutividade térmica efetiva do meio poroso, $J/m - s - K$
β	coeficiente de expansão térmica, K^{-1}
$u_{co}(r, t)$	velocidade de transferência de calor por convecção, m/s
α_t	difusividade térmica, m^2/s
φ_t^*	coeficiente de expansão adiabática efetiva, K/Pa
Q	vazão volumétrica, m^3/s
K	permeabilidade efetiva, m^2
H	Espessura do reservatório, m
r_e	raio do reservatório, m
r_w	raio do poço, m
U	Energia interna, J
A	Fator de concentração da malha
s	Fração de Saturação
θ	parâmetro da discretização temporal

Subescritos

o	Óleo
w	Água
r	Rocha

1

Introdução

1.1

Descrição do Problema

Interpretações de testes de formação são comumente utilizadas para estimar as características de um reservatório e são baseadas no comportamento transiente da pressão de fundo de poço durante o processo de abertura e fechamento da válvula de produção. Porém, considerar um comportamento isotérmico, pode levar a erros na interpretação e na caracterização do reservatório, principalmente em reservatórios de alta transmissibilidade.

Os dados de temperatura que são medidos no poço, são utilizados para estimar a temperatura da formação, localização de produção de gás e detecção de vazamentos no revestimento do mesmo. Porém, diversos trabalhos recentes mostram que o comportamento transiente da temperatura ao longo do poço de produção até o reservatório, pode ser utilizado para uma melhor caracterização das propriedades do reservatório, fornecendo informações não acessíveis quando utilizado somente dados de transiente de pressão.

A utilização dos dados transientes de temperatura vem crescendo em razão da melhora da qualidade e precisão dos sensores de temperatura, utilizados na indústria, e da instalação de sensores permanentes de temperatura e pressão em poços inteligentes. A interpretação dos dados de transientes de pressão e temperatura trouxe a necessidade de modelos completos para o escoamento não-isotérmico no reservatório que será implementado neste trabalho na primeira fase.

Uma das ferramentas recentemente desenvolvidas na interpretação de dados é a deconvolução. Trata-se de um procedimento matemático que transforma dados de pressão e temperatura, de modo a aumentar o raio de investigação do teste, passando a investigar todo o período do teste e não apenas o período de estática comumente utilizada [3]. Porém, na ideia de estimar diretamente as propriedades do reservatório é necessário utilizar um algoritmo de minimização de erro, que será considerado na segunda fase do trabalho.

1.2

Teste de Formação

Um teste de formação, ou de poço, consiste em uma série de atividades e estudos realizados no poço, afim de obter parâmetros do reservatório em análise. Esse tipo de teste é considerado uma das metodologias mais importantes e mais utilizadas para obter dados com relação a formação.

Para realizar um teste de formação, é necessário completar temporariamente o poço para permitir a produção dos fluidos contidos na formação de maneira segura, e provocar um diferencial de pressão entre o poço e o reservatório, no intuito de permitir o fluxo do fluido. Precisamos intercalar períodos de fluxo ("DrawDown"), ou produção (vazão($Q \neq 0$), com período de estática ("BuildUp"), sem produção($Q = 0$), e fazer um registro das vazões na superfície e as pressões no fundo do poço[1], conforme ilustrado na figura 1.1.

Com a realização deste teste podemos obter amostras do fluido contido na formação, conseguindo assim identificar o mesmo e avaliar a capacidade produtiva e obter parâmetros do solo da formação, entre outras coisas com os dados do teste.

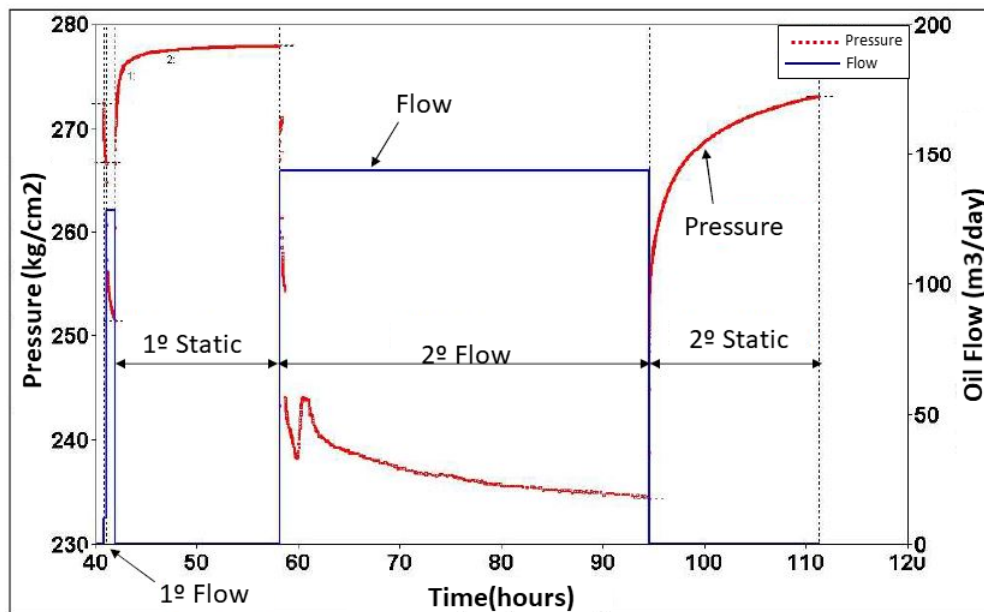


Figura 1.1: Exemplo de um teste de formação com dois períodos de estática (BuildUp) e dois períodos de fluxo (DrawDown)[1].

Na maioria das vezes, em um teste de formação medimos a resposta da pressão no fundo do poço. Por isso, costumava-se dizer que esse teste é equivalente a análise de pressão em um regime transiente ("Pressure Transient Analysis"). Entretanto, com o passar do tempo, houve uma melhora na resolução dos sensores de temperatura, o que gerou uma série de estudos os

quais justificam a utilização e a importância dos dados de temperatura para melhor auxiliar a identificação dos parâmetros do reservatório.

Estudos recentes comprovam que o teste de formação, considerando uma formulação isotérmica, pode gerar interpretações equivocadas. Portanto, neste trabalho iremos utilizar uma formulação que considera o sistema não isotérmico[4][5].

1.3

Problema inverso

Constantemente, engenheiros e cientistas precisam fazer inferências sobre sistemas físicos a partir de dados observados. Visto que quase todos os dados estão sujeitos a alguma incerteza, essas inferências são estatísticas. Ademais, uma vez que apenas pode-se registrar um número finito de dados (ruidosos) e uma vez que sistemas físicos são geralmente não lineares, poderão existir vários modelos que se ajustarão aos dados. A principal ideia de um problema inverso é inferir os parâmetros do modelo que descreve o meio físico, cuja solução do problema direto propicie valores calculados os mais semelhantes possíveis dos dados observados. No entanto, este processo é complicado, pelas incertezas que existem em qualquer problema inverso tais como a precisão dos dados conhecidos, se o modelo físico-matemática utilizado para descrever a resposta do sistema (meio físico) contribuirá significativamente na predição dos dados calculados, e se a parametrização do meio físico tanto como a função objetivo e quanto do método de minimização são os mais adequados.

Caso o interesse seja conhecer a resposta do sistema frente a alguma alteração dos parâmetros analisados, trata-se de um problema direto. A figura abaixo ilustra essa diferença entre esses tipos de problemas:

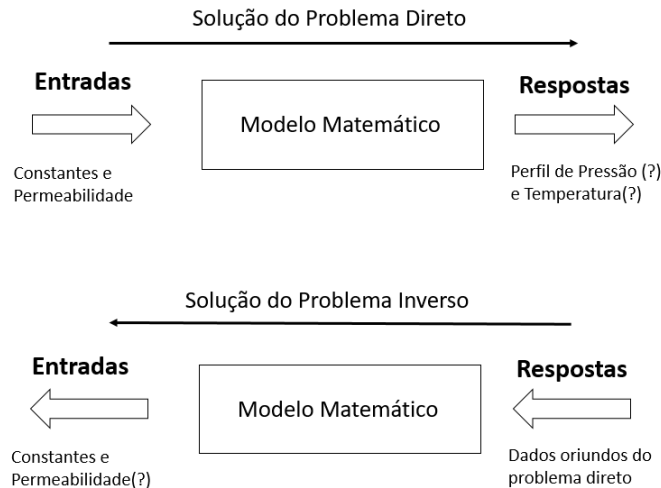


Figura 1.2: Esquema explicando a diferença entre problema direto e problema inverso

Esse trabalho tem o interesse de estimar a permeabilidade de um reservatório, logo iremos trabalhar com um problema inverso. Vamos analisar os dados sintéticos de pressão e temperatura de um reservatório homogêneo afim de realizar estimativas do valor da permeabilidade desse reservatório em análise.

O método utilizado para fazer as estimativas será o método da secante, associado ao erro quadrático entre os valores lidos e os valores gerados, que serão explicados no próximo capítulo.

1.4 Objetivo

O objetivo deste trabalho é estimar a permeabilidade de um reservatório monofásico, com base em dados transientes de pressão e temperatura. O trabalho será dividido em duas fases, onde na primeira iremos desenvolver uma rotina de solução do comportamento transiente do reservatório, necessitando inserir alguns dados de entrada, inclusive o valor da permeabilidade o qual pretendemos estimar. Para essa primeira rotina iremos utilizar o equacionamento apresentado nos artigos do Professor Mustafa Onur[6][2].

Após a realização da primeira fase, utilizaremos essa rotina como provedora de dados sintéticos para resolver de maneira inversa o problema, no intuito de fazer as análises dos dados e saber estimar qual foi a permeabilidade inserida como dado de entrada.

Abaixo apresentamos uma sequência de imagens que melhor representam os objetivos deste trabalho. As mesmas trazem os resultados para temperatura,

porém tais procedimentos também são utilizados para a análise de pressão. Nas figuras 1.3 e 1.4 temos a solução do problema direto, na qual geramos respostas de pressão e temperatura para um determinado valor de permeabilidade. Na figura 1.5 temos uma resposta da temperatura, comparada com a mesma resposta acrescida de um ruído, no intuito de simular um dado oriundo de um sensor. A figura 1.6 representa os resultados simulados da temperatura para dois chutes iniciais de permeabilidade (K_0 e K_1) e o dado ruidoso, o qual queremos estimar sua permeabilidade. Por fim na figura 1.7 temos o resultado final das interações do algoritmo de solução do problema inverso, que estima o valor da permeabilidade do dado ruidoso em análise.

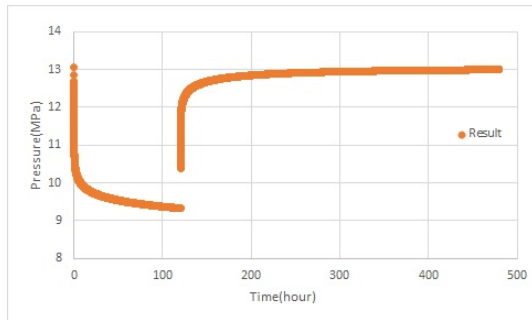


Figura 1.3: Resultado da simulação do problema de ordem direta para a pressão.

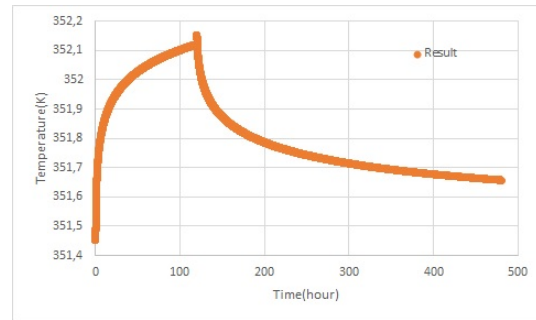


Figura 1.4: Resultado da simulação do problema de ordem direta para a temperatura.

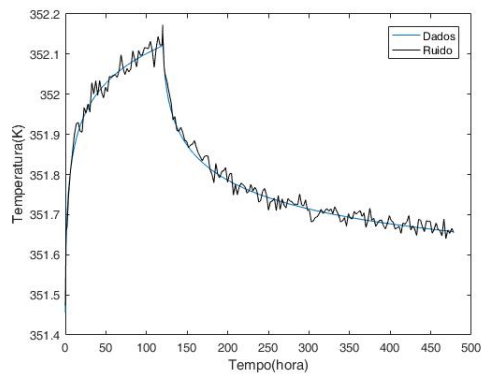


Figura 1.5: Gráfico comparativo entre os dados de temperatura e um ruído para simular a resposta oriunda de um sensor.

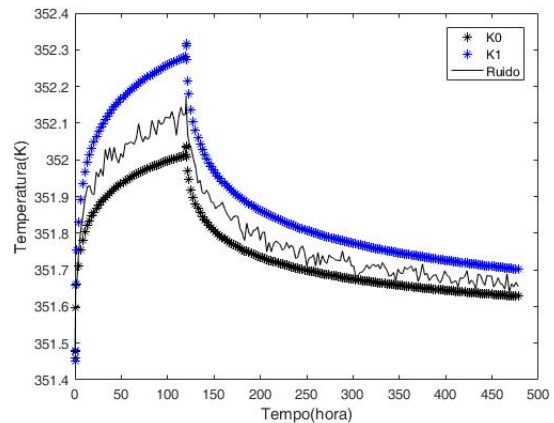


Figura 1.6: Gráfico comparativo entre o ruído da temperatura com as respostas geradas pela simulação para os chutes iniciais de permeabilidade K_0 e K_1 .

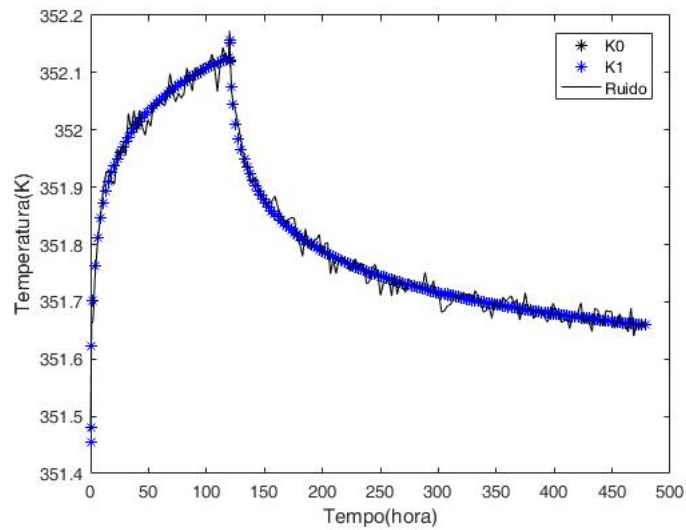


Figura 1.7: Gráfico com resultado final das iterações para estimar a permeabilidade do dado com ruído, no qual o valor do chute da ultima interação agora é o valor da permeabilidade estimada.

2

Formulação Matemática

Os equacionamentos utilizados para a confecção de nossas simulações, primeira fase de nosso objetivo, foram feitos com base nas equações de conservação de massa, conservação de energia e a lei de Darcy retiradas da literatura[6][2].

Para resolver tais equacionamentos iremos utilizar o sistema internacional de unidades(SI) e assumir as seguintes premissas:

1. Escoamento unidimensional(1D) radial;
2. Escoamento monofásico;
3. Óleo e água são levemente compressíveis e imiscíveis;
4. Reservatório homogêneo;
5. Fluxo obedece a Lei de Darcy;
6. Parâmetros do reservatório e propriedades térmicas do fluido e matriz não variam com pressão e temperatura;
7. Vazão constante durante a produção;
8. Efeitos gravitacionais e capilares são desprezíveis;

2.1

Conservação de Massa

Diante das premissas anteriormente apresentadas, podemos deduzir a equação de conservação de massa, a partir da equação da continuidade em meios porosos e pela lei de Darcy, que são expressas da seguinte maneira respectivamente:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho) + \nabla \bullet (\rho\mathbf{v}) = 0 \quad (2-1)$$

$$\mathbf{v} = \frac{-K}{\mu} \nabla p \quad (2-2)$$

Na qual ϕ representa a porosidade do meio, ρ é a densidade do fluido e \mathbf{v} é a velocidade de Darcy, que rege o escoamento no meio poroso. Na equação de continuidade do meio poroso (eq:2-1) a primeira parcela está associada com a taxa de aumento de massa no meio poroso por unidade de volume, enquanto a segunda indica a taxa líquida de adição de massa por unidade de volume por

convecção. Na lei de Darcy conseguimos descrever o fluxo do meio poroso com relação ao gradiente de pressão e a relação entre o valor da permeabilidade (K) e a viscosidade do fluido (μ).

A seguir temos algumas definições que são de grande importância para compreender como o Prof. Onur chegou em seu equacionamento da conservação de massa:

1. Para o fluido: Compressibilidade Isotérmica e Expansão térmica isobárica, nas quais ($_f$) representa o fluido.

$$C_f = \frac{1}{\rho_f} \left(\frac{\partial \rho_f}{\partial p} \right)_T \quad (2-3)$$

$$\beta_f = \frac{-1}{\rho_f} \left(\frac{\partial \rho_f}{\partial T} \right)_P \quad (2-4)$$

2. Para a rocha, ou matriz sólida: Compressibilidade Isotérmica efetiva e Expansão térmica isobárica, nas quais ($_r$) representa a rocha.

$$C_r = \frac{1}{\phi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right)_T \quad (2-5)$$

$$\beta_r = \frac{-1}{\phi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial T} \right)_P \quad (2-6)$$

Combinando a conservação de massa do óleo (representado pelo o sub escrito " $_o$ ") e da água (representado pelo sub escrito " $_w$ ") com as definições anteriormente apresentadas, obtemos o seguinte equacionamento:

$$\phi \left(c_t \frac{\partial P}{\partial t} - \beta_t \frac{\partial T}{\partial t} \right) = -(c_o \mathbf{v}_o + c_w \mathbf{v}_w) \bullet \nabla P + (\beta_o \mathbf{v}_o + \beta_w \mathbf{v}_w) \bullet \nabla T - \nabla \bullet (\mathbf{v}_o + \mathbf{v}_w) \quad (2-7)$$

Na qual c , β e μ são a compressibilidade, a expansão térmica do óleo e a viscosidade da fase oleosa ou aquosa respectivamente. O sub escrito " $_t$ " representa a soma do sistema (fluido + rocha). Contudo, como assumido em nossas premissas básicas, estamos analisando um caso de reservatório monofásico, portanto a velocidade da água é nula ($\mathbf{v}_w = 0$), logo ficamos com a seguinte expressão para a conservação de massa.

$$\phi \left(c_t \frac{\partial P}{\partial t} - \beta_t \frac{\partial T}{\partial t} \right) = -c_o \mathbf{v}_o \bullet \nabla P + \beta_o \mathbf{v}_o \bullet \nabla T - \nabla \bullet \mathbf{v}_o \quad (2-8)$$

2.2

Conservação de Energia

Para a equação de conservação de energia iremos utilizar a equação térmica do balanço energético contida no livro "Theory of fluid flows through natural rocks"[7].

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\phi(s_w \rho_w U_w + s_o \rho_o U_o) + (1 - \phi) \rho_s U_s] + \nabla \bullet (\rho_w U_w \mathbf{v}_w) + \nabla \bullet (\rho_o U_o \mathbf{v}_o) \\ + \nabla \bullet (p \mathbf{v}_o) + \nabla \bullet (p \mathbf{v}_w) - \nabla \bullet (\lambda_t \nabla T) = 0 \end{aligned} \quad (2-9)$$

Na qual U é uma energia interna específica, λ_t é a condutividade térmica do meio poroso saturado e s é a saturação da fase. Novamente ressaltamos que devido a premissa da homogeneidade, iremos considerar apenas a fase oleosa do equacionamento, ou seja, $\mathbf{v}_w = 0$.

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi(s_w \rho_w U_w + s_o \rho_o U_o) + (1 - \phi) \rho_s U_s] + \nabla \bullet (\rho_o U_o \mathbf{v}_o) + \nabla \bullet (p \mathbf{v}_o) - \nabla \bullet (\lambda_t \nabla T) = 0 \quad (2-10)$$

Reorganizando a equação da conservação de energia em função de algumas relações termodinâmicas que serão futuramente explicadas, chegamos na equação a seguir dependendo apenas dos valores de pressão, temperatura e constantes, assim como a equação de conservação de massa.

$$(\rho c_p)_t \frac{\partial T}{\partial t} - (\rho c_p \varphi)_t \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_o c_{po} \mathbf{v}_o \bullet (\nabla T - \varepsilon_{JTo} \nabla p) - \nabla \bullet (\lambda_t \nabla T) = 0 \quad (2-11)$$

Na equação anterior, ε_{JTo} representa o efeito Joule-Thomson (J-T) da fase oleosa, esse efeito explica a variação da temperatura proveniente do fluxo de um gás ou um fluido por uma região de constricção. Para obter a igualdade acima, utilizamos as seguintes relações:

1. $(\rho c_p)_t$ refere-se a capacidade volumétrica

$$(\rho c_p)_t = \phi(s_o \rho_o c_{po} + s_w \rho_w c_{pw}) + (1 - \phi) \rho_s c_{ps} \quad (2-12)$$

2. $(\rho c_p \varphi)_t$ refere-se ao coeficiente do fluido durante a expansão adiabática

$$(\rho c_p \varphi)_t = \phi(s_o \rho_o c_{po} \varphi_o + s_w \rho_w c_{pw} \varphi_w) \quad (2-13)$$

Para o caso de fluxo radial(1-D) a equação (2-11) é apresentada da seguinte maneira no artigo do Prof. Onur[6][2].

$$(\rho c_p)_t \frac{\partial T}{\partial t} - (\rho c_p \varphi)_t \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_o c_{po} v_{ro} \frac{\partial T}{\partial r} - \rho_o c_{po} v_{ro} \varepsilon_{JTo} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\lambda_t \frac{\partial T}{\partial r}) = 0 \quad (2-14)$$

2.3

Condições iniciais e de contorno

As condições iniciais de pressão e temperatura que foram utilizadas para resolver nosso problema podem ser expressas da seguinte maneira:

$$P(r, t = 0) = P^o \quad ; \quad T(r, t = 0) = T^o \quad (2-15)$$

Essas condições iniciais consideram que no instante inicial da simulação, nosso reservatório possui uma pressão e uma temperatura constante em toda a sua extensão.

Já as condições iniciais para pressão, podem ser expressas da seguinte maneira, considerando o raio tendendo ao raio do poço (r_w) e o raio tendendo ao infinito (r_e), ou seja, limite do reservatório, respectivamente:

$$\lim_{r \rightarrow r_w} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \frac{q_{sco} B_o \mu_o}{2\pi K_o h} \quad e \quad \lim_{r \rightarrow \infty} P(r, t > 0) = P^o \quad (2-16)$$

Estamos impondo uma condição de vazão ($q_{sco} B_o = \text{vazão}$) para o caso em que o raio tende ao raio do poço. Quando o raio tende ao infinito, impomos que a pressão nesse ponto distante não sofre alteração do seu valor inicial.

As condições iniciais para temperatura podem ser expressas da seguinte maneira considerando as mesmas análises da posição:

$$\lim_{r \rightarrow r_w} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0 \quad e \quad \lim_{r \rightarrow \infty} T(r, t > 0) = T^o \quad (2-17)$$

Na qual consideramos um isolamento térmico na região inicial ao reservatório, pois nossa análise não possui o acoplamento com o poço e na região final do reservatório consideramos que não houve variação da temperatura.

2.4

Problema inverso

A função objetivo utilizada na formulação do problema inverso é o erro quadrático entre o sinal de pressão (ou temperatura) calculado para um determinado valor de permeabilidade K e o dado experimental.

$$E(K) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{f_{medido} - f_{calculado}(K)}{f_{calculado}(K)} \right)^2 \quad (2-18)$$

Como nosso objetivo é ajustar as funções com relação ao valor de K , iremos derivar a função objetivo com relação a permeabilidade. Dessa maneira, é gerada uma nova função $F(K)$ que iremos utilizar associada ao método da secante, que será explicado na próxima seção, afim de encontrar a raiz dessa função ($F(K) = 0$).

$$F(K) = \frac{\partial E(K)}{\partial K} = \sum_{i=1}^N 2 \left(\frac{f_{medido} - f_{calculado}(K)}{f_{calculado}(K)} \right) \frac{f_{medido}}{f_{calculado}(K)^2} \frac{\partial f_{calculado}(K)}{\partial K} \quad (2-19)$$

Como faremos as análises considerando a pressão e a temperatura separadamente e posteriormente pressão e temperatura combinados, teremos que criar três funções erros separadas, para avaliar cada análise.

2.5

Método da Secante

O método da secante é utilizado para buscar as raízes de uma função, esse método é iterativo, no qual fornecemos dois chutes iniciais e depois o próprio método vai calculando as inclinações entre esses dois chutes, por meio da diferença central entre os chutes, de maneira a atualizar o valor de um dos chutes[8].

O novo valor da permeabilidade K_{novo} vai ser a soma do valor do chute com a inclinação calculada entre os chutes, após esse cálculo atualizamos o valor do K_o tornando igual ao valor de K_1 anterior, e assim sucessivamente a cada interação.

A equação abaixo descreve o processo de incremento do valor da permeabilidade que o método da secante faz, e após a equação temos uma ilustração de como esse processo ocorre graficamente.

$$K_{novo} = -f(K_i) \frac{K_i - K_{i-1}}{f(K_i) - f(K_{i-1})} + K_{anterior} \quad (2-20)$$

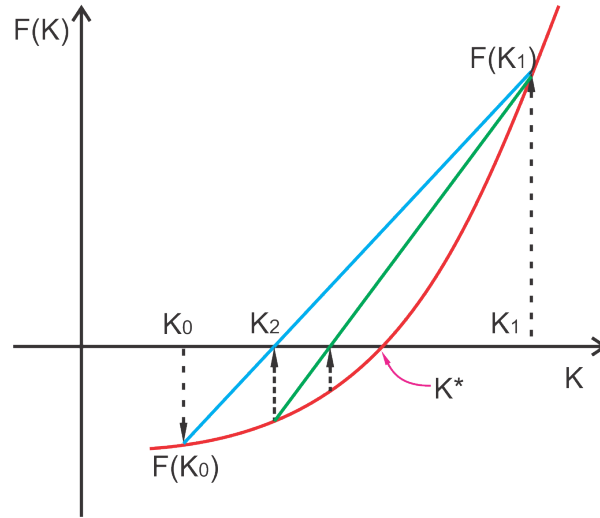


Figura 2.1: Nesse gráfico são fornecidos os chutes iniciais K_0 e K_1 . É feita a inclinação entre os valores de $F(K_0)$ e $F(K_1)$. O ponto onde essa inclinação intercepta o eixo K , nesse gráfico K_2 , será o próximo valor utilizado para o cálculo da inclinação. Esse processo é repetido até achar a raiz da função $F(K)$, ou seja, K^* .

Em nossas rotinas iremos utilizar a aproximação da derivada ($\frac{\partial f_{calculado}(K)}{\partial K}$) pelo método da diferença finita ($f'(x_i) \approx \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{x_{i+1} - x_{i-1}}$). Utilizaremos tal aproximação devido a sua facilidade, uma vez que com a rotina geradora de dados já teremos todos os valores da pressão e temperatura para cada valor da permeabilidade selecionado. Dessa forma, nossa função de erro pode ser representada da seguinte maneira:

$$F(K) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{f_{medido} - f_{calculado}(K)}{f_{calculado}(K)} \right) \frac{f_{medido}}{f_{calculado}(K)^2} \frac{(f_{calculado}(K + e0) - f_{calculado}(K - e0))}{2 * e0} \quad (2-21)$$

Na qual o valor $e0$ é uma pequena variação que damos no valor da permeabilidade, para conseguir calcular nossa aproximação da derivada.

3

Discretização

Nas rotinas presentes neste trabalho iremos utilizar o método das diferenças finitas para discretizar as equações de conservação de energia e massa contidas em nossas rotinas geradores de dados. Nesta seção iremos apresentar um pouco da teoria desse método e a discretização das equações.

3.1

Diferenças Finitas

O Método das Diferenças Finitas(MDF) consiste em fazer aproximações para que possamos transformar a equação diferencial que queremos resolver em um conjunto de equações algébricas. A função desconhecida será calculada em N pontos, esses pontos recebem o nome de Nós, logo iremos calcular a aproximação do resultados em cada um desses nós, gerando assim N equações algébricas para serem resolvidas.

O MDF tem sua formulação na aproximação oriunda da função derivada da série de Taylor, segundo Taylor podemos aproximar qualquer função com um polinômio, que irá ter uma melhor aproximação quanto maior for seu grau.

A seguir temos a série de Taylor para uma derivada considerando uma variação temporal (a) para frente(eq:3-1) e para trás(eq:3-2) [9][8].

$$f(x + a) = f(x) + \frac{f'(x)a^1}{1!} + \frac{f''(x)a^2}{2!} + \frac{f'''(x)a^3}{3!} \dots \quad (3-1)$$

$$f(x - a) = f(x) - \frac{f'(x)a^1}{1!} + \frac{f''(x)a^2}{2!} - \frac{f'''(x)a^3}{3!} \dots \quad (3-2)$$

Com base nas equações acima podemos definir as diferentes aproximações para a primeira derivada, da seguinte forma:

1. Diferença para frente: $f'(x) = \frac{f(x+a)-f(x)}{a}$
2. Diferença para trás: $f'(x) = \frac{f(x)-f(x-a)}{a}$
3. Diferença Central: $f'(x) = \frac{f(x+a)-f(x-a)}{2a}$

Podemos resolver nosso equacionamento de maneira explicita ou implícita, a primeira maneira temos conhecimento das variáveis no tempo presente e estamos querendo estimar seus valores em um instante futuro, já o método implícito também queremos estimar as informações no tempo futuro entretanto utilizamos informações do tempo atual e futuro. A imagem a seguir foi retirada do livro Métodos Numéricos para Engenharia, Steven C. Chapra e

Raymond P.Canale(5ªEdição)[8] serve para esclarecer melhor a diferença entre essas maneiras:

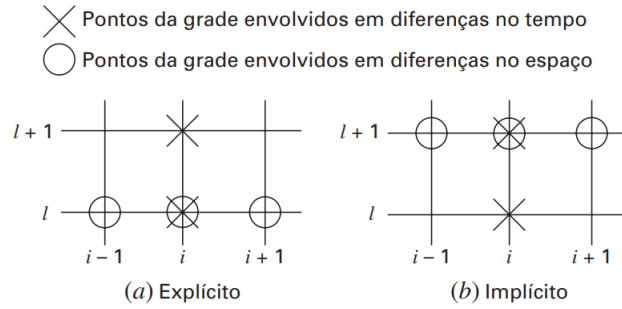


Figura 3.1: Ilustração dos pontos envolvidos na descrição temporal(l) e espacial(i), para o método explícito e para o método implícito respectivamente.

Analisando a figura acima, percebemos que com o método implícito precisamos de mais recursos computacionais, pois existem mais variáveis desconhecidas no tempo futuro, o que já não acontece com o método explícito. Vale ressaltar que o método explícito por sua vez possui uma estabilidade menor que a do implícito, logo antes de iniciar uma discretização vale avaliar o que precisamos mais, se é velocidade ou estabilidade do método.

3.2

Crank-Nicolson

O método de Crank-Nicolson propõe uma nova forma resolver os equacionamentos, ele se apresenta de maneira mais vantajosa pois utiliza uma combinação entre o método explícito e implícito. Inicialmente foi desenvolvido para resolver o problema da transferência de calor.

Esse método utiliza uma derivada de primeira ordem para o tempo e uma de segunda ordem para o espaço, sendo a do espaço composta pela média do método explícito e implícito. Abaixo apresenta-se a diferença entre esses métodos utilizando o equacionamento da transferência de calor.[10]

- Método Explícito: $\frac{U_i^{j+1} - U_i^j}{\Delta t} = F_i^j \left(u, x, t, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial^2 x} \right)$
- Método Implícito: $\frac{U_i^{j+1} - U_i^j}{\Delta t} = F_i^{j+1} \left(u, x, t, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial^2 x} \right)$
- Método Crank-Nicolson: $\frac{U_i^{j+1} - U_i^j}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left[F_i^{j+1} \left(u, x, t, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial^2 x} \right) + F_i^j \left(u, x, t, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial^2 x} \right) \right]$

3.3

Conservação de Massa

A equação abaixo é a equação da conservação de massa(eq:2-8) descrita para o caso 1-D radial, que iremos resolver em nossa rotina junto as demais equações para encontrar o comportamento do nosso reservatório. A conservação de massa foi obtida conforme as explicações das seções anteriores.

$$\phi[c_t \frac{\partial p}{\partial t} - \beta_t \frac{\partial T}{\partial t}] = \frac{-1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r}(r \mathbf{v}_o) + r \mathbf{v}_o c_o \frac{\partial P}{\partial r} - r \mathbf{v}_o \beta_o \frac{\partial T}{\partial r} \right] \quad (3-3)$$

Substituindo a velocidade de Darcy no equacionamento e dividindo tudo por (ϕc_t) ficamos com a seguinte organização:

$$\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\beta_t}{c_t} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r c_t \phi} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{K}{\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right) \right) + r \frac{K}{\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right) c_o \frac{\partial P}{\partial r} - r \frac{K}{\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right) \beta_o \frac{\partial T}{\partial r} \right] \quad (3-4)$$

Para facilitar a escrita e a programação irei introduzir a variável D e D^* . Sendo $D = \frac{K}{\mu \phi c_t}$ e a segunda igual a $D^* = \frac{1}{\mu \phi c_t}$.

$$\frac{\partial P}{\partial t} - \frac{\beta_t}{c_t} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{D^*}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r K \frac{\partial P}{\partial r} \right) \right] + D c_o \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right) \frac{\partial P}{\partial r} - D \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right) \beta_o \frac{\partial T}{\partial r} \quad (3-5)$$

No intuito de linearizar o problema iremos avaliar a derivada da pressão com respeito ao raio, oriunda da velocidade de Darcy, no instante de tempo anterior $\frac{\partial P}{\partial r}|_j$. Para solucionar a derivada segunda utilizaremos diferenças centrais, para isso vamos analisar a posição e a permeabilidade em pontos intermediários entre os nós, conforme a imagem abaixo.

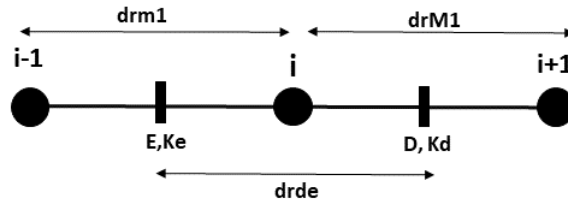


Figura 3.2: Discretização dos nós analisados no reservatório e os pontos intermediários (E-esquerda e D-direita), nos quais avaliamos a posição e a permeabilidade

Na discretização $drm1$ é distância entre o nó atual(i) e o nó anterior($i-1$), já $drM1$ é a distância entre o nó atual e o nó seguinte($i+1$) e por fim $drde$ é a distância entre os nós intermediários localizados a esquerda(E) e a direita(D) do nó atual. Reorganizando nosso equacionamento utilizando os passos informados anteriormente, ficamos com o seguinte equacionamento:

$$\frac{\partial P}{\partial t} - \frac{\beta_t}{c_t} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{D^*}{r} \left[\frac{r_d K_d \frac{\partial P}{\partial r} |_d - r_e K_e \frac{\partial P}{\partial r} |_e}{drde} \right] + D_{c_o} \frac{\partial P}{\partial r} \Big|_j \frac{\partial P}{\partial r} + D_{\beta_o} \frac{\partial P}{\partial r} \Big|_j \frac{\partial T}{\partial r} \quad (3-6)$$

O Processo de discretização utilizado em nossa rotina é o método de Cranck Nicolson, pois faz uma análise implícita e explícita, como já explicado no início desta seção. As derivadas da pressão de primeira ordem avaliadas nos pontos intermediários serão resolvidas da seguinte maneira:

$$\frac{\partial P}{\partial r} |_d = \frac{P_{i+1} - P_i}{drdM1}; \quad \frac{\partial P}{\partial r} |_e = \frac{P_i - P_{i-1}}{drdm1};$$

Substituindo as derivadas, resultamos na seguinte equação:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{\beta_t}{c_t} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{D^*}{r drde} \left[r_d K_d \left(\frac{P_{i+1} - P_i}{drdM1} \right) - r_e K_e \left(\frac{P_i - P_{i-1}}{drdm1} \right) \right] + \quad (3-7) \\ + D_{c_o} \frac{\partial P}{\partial r} \Big|_j \frac{\partial P}{\partial r} - D_{\beta_o} \frac{\partial P}{\partial r} \Big|_j \frac{\partial T}{\partial r} \end{aligned}$$

Aplicando o método de Crank-Nicolson, no equacionamento anterior:

$$\begin{aligned} \frac{P_i^{j+1} - P_i^j}{\Delta t} - \frac{\beta_t}{c_t} \frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta t} = \theta \frac{D^*}{r drde} \left[r_d K_d \left(\frac{P_{i+1} - P_i}{drdM1} \right) - r_e K_e \left(\frac{P_i - P_{i-1}}{drdm1} \right) \right]^{j+1} + (3-8) \\ + \theta D_{c_o} \frac{\partial P}{\partial r} \Big|_j \left(\frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{drdm1 + drdM1} \right)^{j+1} - \theta D_{\beta_o} \frac{\partial P}{\partial r} \Big|_j \left(\frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{drdm1 + drdM1} \right)^{j+1} + \\ + (1 - \theta) \frac{D^*}{r drde} \left[r_d K_d \left(\frac{P_{i+1} - P_i}{drdM1} \right) - r_e K_e \left(\frac{P_i - P_{i-1}}{drdm1} \right) \right]^j + \\ + (1 - \theta) D_{c_o} \frac{\partial P}{\partial r} \Big|_j \left(\frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{drdm1 + drdM1} \right)^j - (1 - \theta) D_{\beta_o} \frac{\partial P}{\partial r} \Big|_j \left(\frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{drdm1 + drdM1} \right)^j \end{aligned}$$

3.4

Conservação de Energia

A equação abaixo é a equação da conservação de energia (eq:2-14) descrita para o caso 1-D radial, considerando um reservatório homogêneo como explicado na seção 2.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_{co}(r, t) \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{\alpha_t}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \varphi_t^* \frac{\partial P}{\partial t} + u_{co}(r, t) \varepsilon_{jto} \frac{\partial P}{\partial r} \quad (3-9)$$

na qual temos as seguintes variáveis:

1. $u_{co}(r, t)$ refere-se a velocidade da transferência de calor por convecção.

$$u_{co}(r, t) = c_{pRo} v_{ro} = -c_{pRo} \frac{K_o}{\mu_o} \frac{\partial P}{\partial r} \quad (3-10)$$

2. c_{pRo} refere-se relação entre a inércia térmica do óleo e a inércia térmica do meio rochoso saturado.

$$c_{pRo} = \frac{\rho_o c_{po}}{(\rho c_p)_t} \quad (3-11)$$

3. α_t refere-se a difusividade térmica do fluido.

$$\alpha_t = \frac{\lambda_t}{(\rho c_p)_t} \quad (3-12)$$

4. φ_t^* refere-se ao coeficiente de expansão adiabática eficaz do meio poroso saturado.

$$\varphi_t^* = \frac{(\rho c_p \varphi)_t}{(\rho c_p)_t} \quad (3-13)$$

Isolando os termos das derivadas temporal, temos:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \varphi_t^* \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\alpha_t}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + u_{co} \varepsilon_{jto} \frac{\partial P}{\partial r} - u_{co} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (3-14)$$

Para resolver a derivada do produto, iremos utilizar o mesmo procedimento já utilizada para a equação de conservação de massa, entretanto como não temos a permeabilidade nessa equação logo analisamos apenas a posição nos pontos intermediários na discretização.

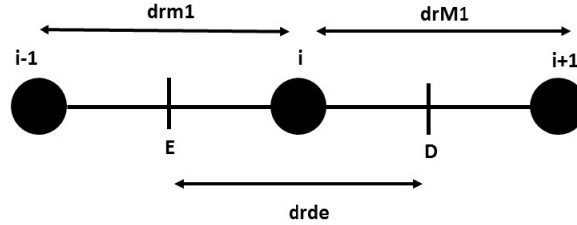


Figura 3.3: Discretização utilizada para a equação de conservação de energia, as distâncias explicitadas seguem o mesmo padrão das distâncias da fig 3.2.

Avaliando a derivada da temperatura nos pontos intermediário:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \varphi_t^* \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\alpha_t}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r_d \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_d - r_e \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_e \right) + u_{co} \varepsilon_{jto} \frac{\partial P}{\partial r} - u_{co} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (3-15)$$

As derivadas espaciais de primeira ordem para temperatura serão resolvidas nos pontos intermediários da seguinte maneira:

$$\frac{\partial T}{\partial r} \Big|_d = \frac{T_{i+1} - T_i}{drdM1}; \quad \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_e = \frac{T_i - T_{i-1}}{drdm1};$$

Substituindo essas derivadas em nosso equacionamento:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \varphi_t^* \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\alpha_t}{r dr de} \left(r_d \left(\frac{T_{i+1} - T_i}{dr dM1} \right) - r_e \left(\frac{T_i - T_{i-1}}{dr dm1} \right) \right) + u_{co} \varepsilon_{jto} \frac{\partial P}{\partial r} - u_{co} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (3-16)$$

Aplicando o método de Crank-Nicolson, no equacionamento anterior:

$$\begin{aligned} \frac{(T_i^{j+1} - T_i^j)}{\Delta t} - \varphi_t^* \frac{(P_i^{j+1} - P_i^j)}{\Delta t} = & \theta \frac{\alpha_t}{r_i dr de} \left(r_d \left(\frac{T_{i+1} - T_i}{dr dM1} \right) - r_e \left(\frac{T_i - T_{i-1}}{dr dm1} \right) \right)^{j+1} \quad (3-17) \\ & + \theta U_{co} \varepsilon_{jto} \left(\frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{dr dm1 + dr dM1} \right)^{j+1} - \theta u_{co} \left(\frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{dr dm1 + dr dM1} \right)^{j+1} + \\ & + (1 - \theta) \frac{\alpha_t}{r_i dr de} \left(r_d \left(\frac{T_{i+1} - T_i}{dr dM1} \right) - r_e \left(\frac{T_i - T_{i-1}}{dr dm1} \right) \right)^j + \\ & + (1 - \theta) u_{co} \varepsilon_{jto} \left(\frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{dr dm1 + dr dM1} \right)^j - (1 - \theta) u_{co} \left(\frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{dr dm1 + dr dM1} \right)^j \end{aligned}$$

3.5

Malha Espacial

Para estudos envolvendo simulações numéricas a escolha da malha é de suma importância para a garantia de bons resultados, uma vez que podemos gerar resultados dependentes da malha que podem levar a interpretações errôneas dos equacionamentos em análise.

A nossa área de interesse é a região próxima ao poço ("sandface"), porem em nosso problema não temos o poço acoplado logo, a nossa área de interesse é no inicio do reservatório onde supostamente seria a região perto do poço.

Para termos mais pontos de análises nessa região a malha implementada em nosso código é uma malha concentrada que utiliza funções hiperbólicas para a distribuição dos nós ao longo do reservatório, implementada por Vinokur em 1983[11]. A função de distribuição utilizada foi a descrita abaixo, na qual "A" significa o fator de concentração de malha.

$$\xi(i) = 1 + \frac{\tanh[A(i-1)/(N-1) - 1]}{\tanh A} \quad (3-18)$$

$$(3-19)$$

Onde i varia entre $1 \leq i \leq N$. Essa função é multiplicada pelo comprimento do domínio de interesse, que no caso do domínio do reservatório e do poço, a distribuição dos nós ficariam assim:

$$X_r(i) = \xi(i)(r_e - r_w) + r_w \quad (3-20)$$

onde r_e e r_w são os raio externo do reservatório e raio do poço respectivamente.

4

Estrutura das rotinas

Nesta seção iremos ilustrar as diferentes etapas do programa. Sendo a primeira a geradora de dados, e a segunda a estimadora da permeabilidade.

4.1

Geração de Dados

Para a rotina provedora de dados, inicialmente fornecemos uma série de entradas, incluindo o valor da permeabilidade que queremos estimar. Com as entradas que caracterizam o espaço geramos a malha espacial utilizando a função hiperbólica descrita na seção anterior. Com nossa malha espacial pronta geramos o perfil de permeabilidade, apesar desse trabalho ser direcionado para um reservatório homogêneo construímos um código genérico que permite considerar se temos dano de formação ou outra variação no valor da permeabilidade ao longo do reservatório.

Inicializamos os vetores de Pressão, Temperatura e tempo, que serão nossas respostas desejadas, e resolvemos as equações de conservação de massa e conservação energia até atingirmos o tempo total de simulação do problema. Por fim salvamos os vetores inicializados. A explicação da rotina geradora de dados fica mais fácil de se compreender quando analisamos o fluxograma abaixo.

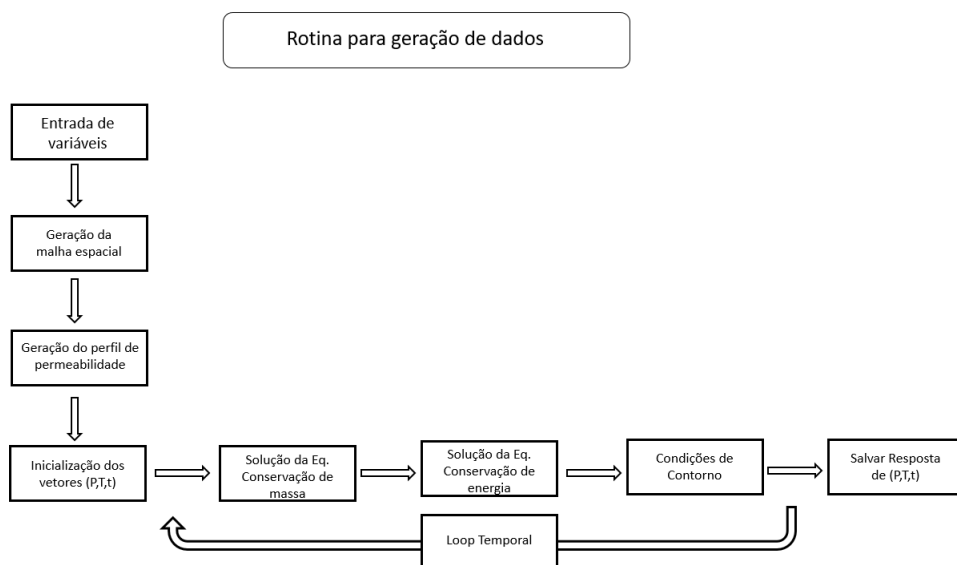


Figura 4.1: Fluxograma da rotina para a geração de dados

4.2

Estimador da Permeabilidade

Para estimar nossa permeabilidade inicializamos nosso programa com as entradas constantes, ou seja, entradas referentes as características do fluido e do reservatório. Depois dessa entrada carregamos os dados sintéticos de pressão e temperatura, oriundo da resposta de um reservatório o qual queremos estimar a permeabilidade.

Damos dois chutes iniciais para o valor da permeabilidade(K_1 e K_0), a partir disso, chamamos duas vezes a rotina geradora de dados fornecendo um chute inicial da permeabilidade para cada rotina. De posse das respostas, calculamos o erro relativo entre o valor calculado e o valor oriundo do dado sintético em análise.

Caso o módulo do somatório do erro seja menor que a tolerância previamente escolhida, o programa diz que o valor da permeabilidade estimado é o valor do permeabilidade do chute que originou esse pequeno erro. Do contrário aplicamos o método da secante com os valores dos chutes iniciais da permeabilidade(K_1 e K_0), atualizamos o valor de K_1 , e passamos novamente para a rotina geradora de dados o valor de k_1 atualizado. Esse processo é repetido até obtermos uma erro menor que a tolerância ou até o limite de iterações que colocamos no programa.

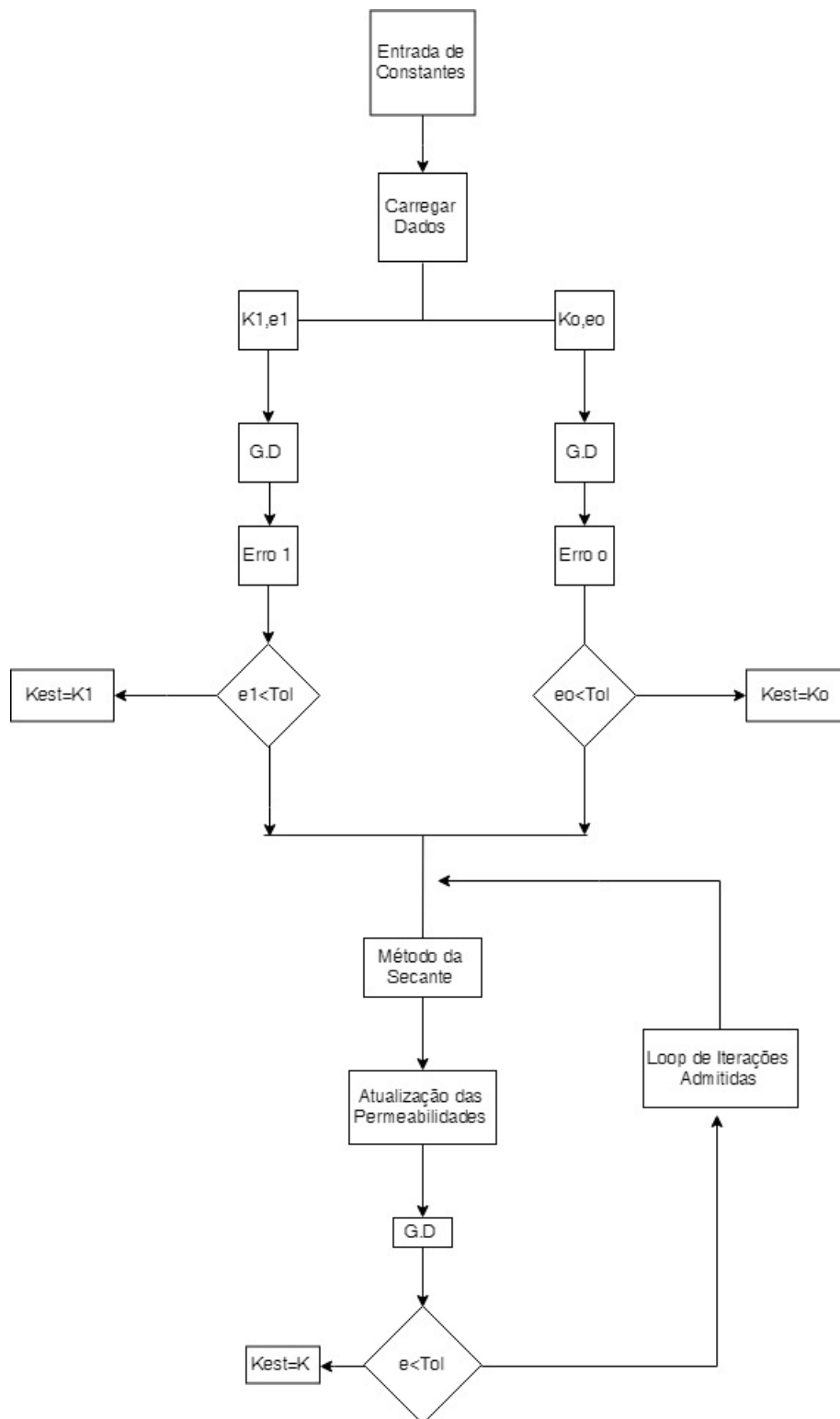


Figura 4.2: Fluxograma da rotina que estima a permeabilidade, na qual "G.D" é a rotina Geradora de Dados apresentada anteriormente.

5

Resultados

Nesta seção iremos apresentar a avaliação da malha e a validação da nossa rotina de solução do problema direto, em seguida iremos apresentar dois estudos de casos, onde no primeiro estamos trabalhando com um reservatório de baixa transmissibilidade e no segundo um reservatório de alta transmissibilidade.

5.1

Avaliação da Malha

Após a etapa de criação da rotina geradora de dados, precisamos avaliar se as simulações estão independentes da malha, isto é, se a alteração da quantidade de nós ou do fator de concentração da malha influenciam no valor obtido como resposta.

Para fazer essa avaliação, variamos inicialmente o número de pontos utilizados em nossas análises mantendo o fator de concentração(A) constante e igual a 6. Observando o gráfico a seguir, fica evidente que conforme variamos o número de nós o valor de nossa resposta varia também, entretanto as respostas com um número de nós superiores a 600 não apresenta alterações em seu valor, ou seja, a partir desse número temos respostas independentes da malha.

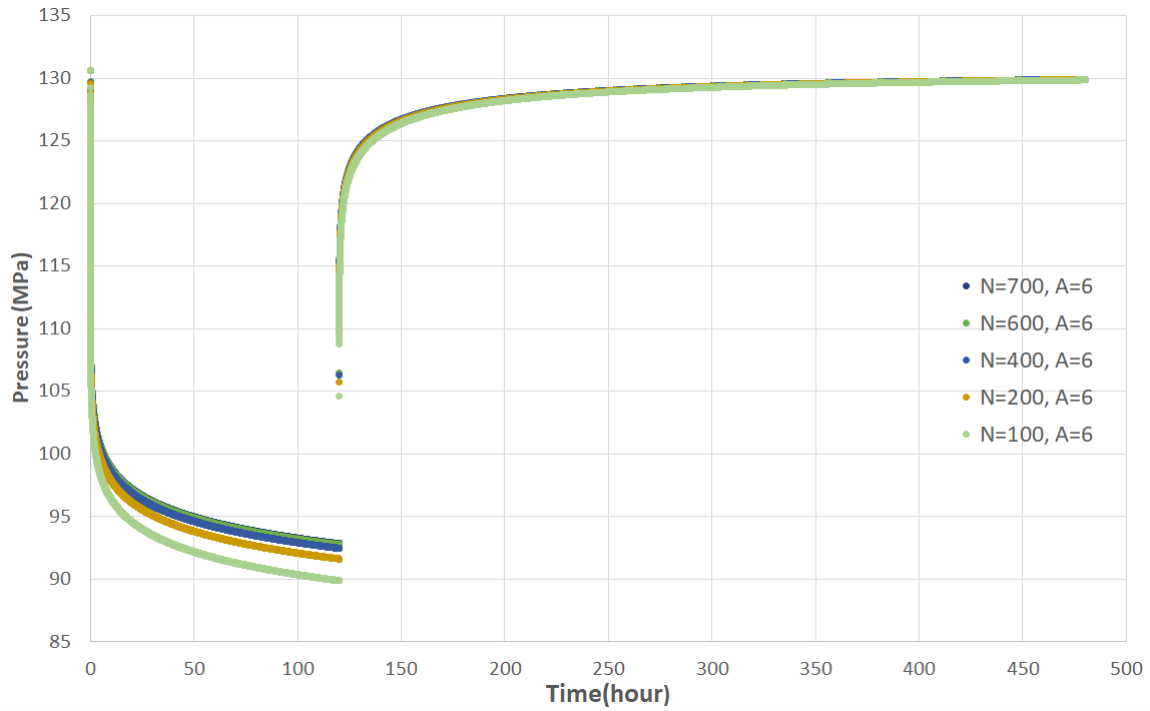


Figura 5.1: Gráfico da Pressão(MPa) no tempo(horas), variando o número de nós na análise, com fator de concentração constante e igual a 6

No intuito de reduzir a quantidade de nós utilizados na rotina para acelerar a mesma, avaliamos novamente a malha alterando o fator de concentração (A) e a quantidade de nós utilizados.

Considerando esse segundo teste de malha podemos perceber que aumentando o valor do fator de concentração de malha, conseguimos reduzir significativamente a quantidade de nós necessário, para obter uma resposta com valores bem próximos aos apresentados anteriormente. Como podemos observar na figura abaixo.

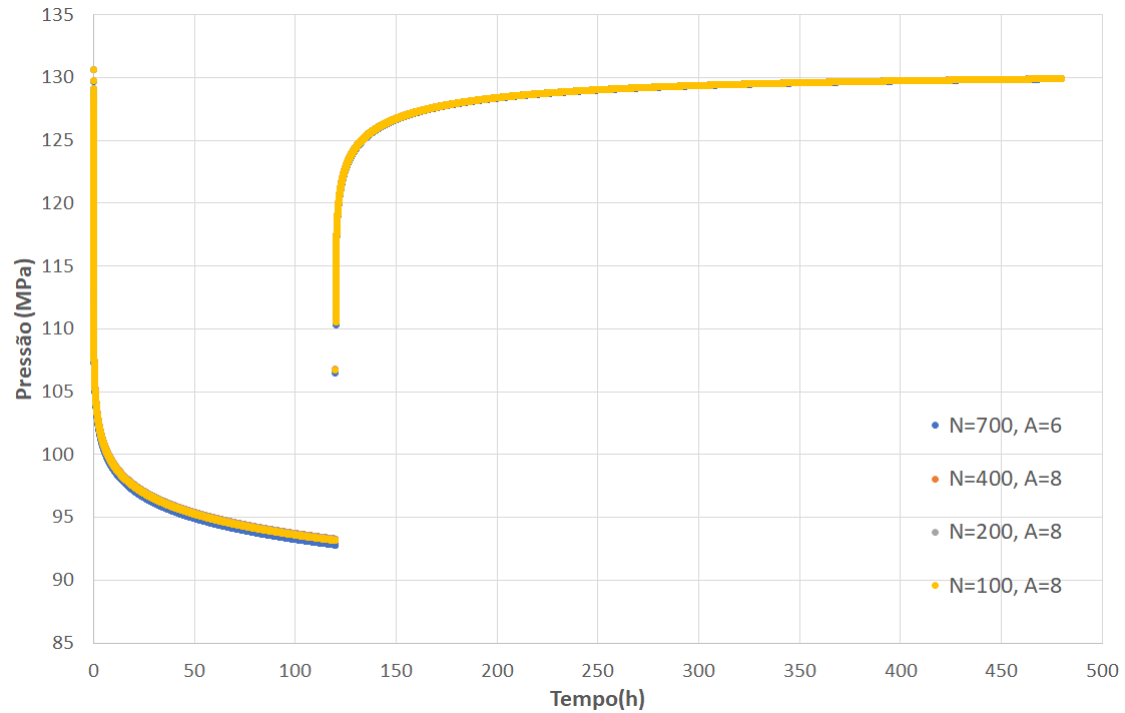


Figura 5.2: Gráfico da Pressão(MPa) no tempo(horas), variando o número de nós na análise, e o fator de concentração (A).

5.2

Validação de Resultados

Para validar os resultados encontrados, foi feito uso do software Engauge Digitizer para conseguir aquistar os pontos dos gráficos contido na literatura[6][2], que por sua vez utilizou STARS da CMG para validar seus resultados.

Com essa captura conseguimos comparar a resposta gerada pela rotina com os resultados apresentados nos artigos. A próxima figura é uma captura de tela da janela do software com os pontos do gráfico de Temperatura encontrados na literatura. Vale ressaltar que o mesmo foi feito para obter a validação do gráfico da pressão.

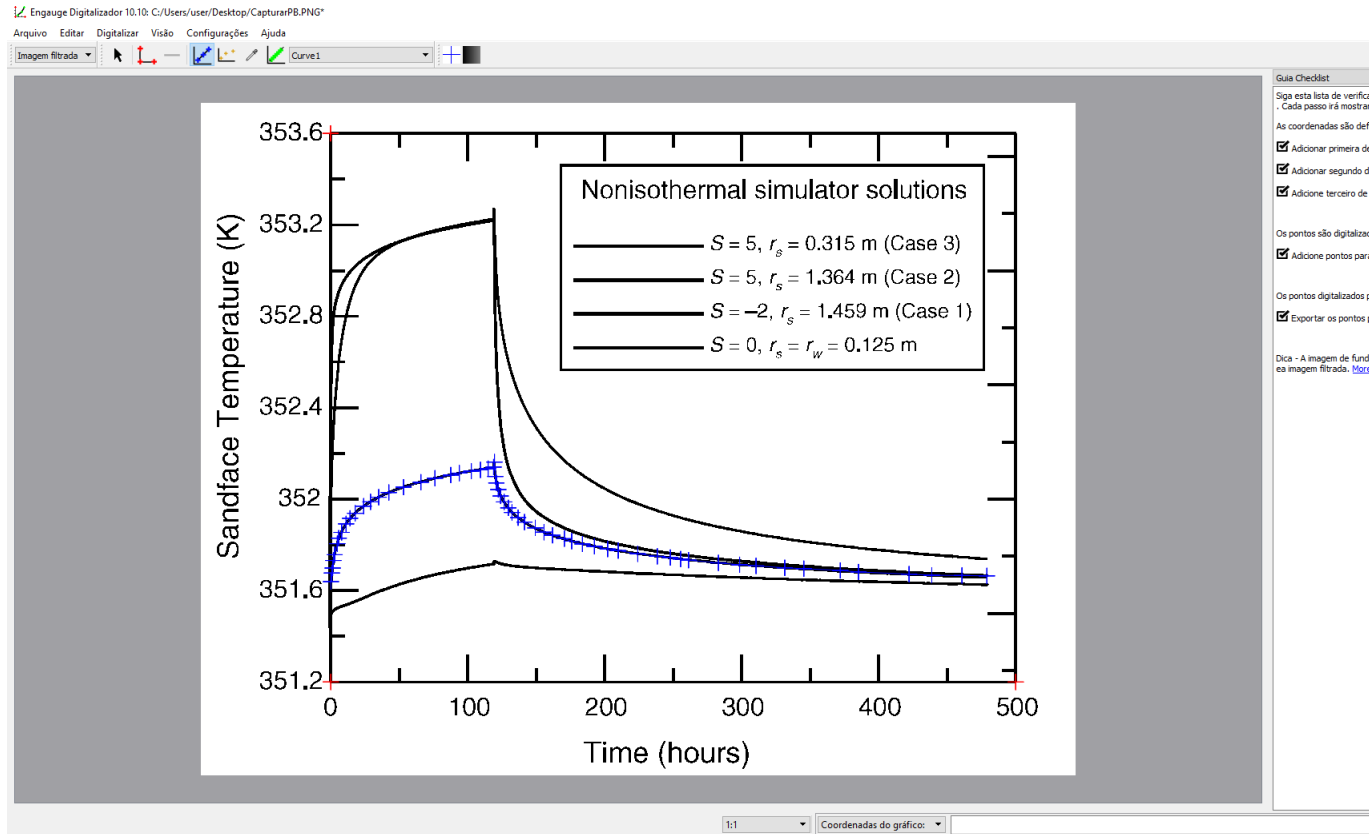


Figura 5.3: Janela do software utilizado para fazer a aquisição dos pontos oriundos da literatura [2]

A seguir, temos os gráficos comparando as resposta de pressão e temperatura do nosso modelo com os resultados presentes nos artigos[6][2]. Para fazer esse gráficos utilizamos as variáveis presentes na tabela do nosso primeiro estudo de caso, que será apresentado na próxima seção.

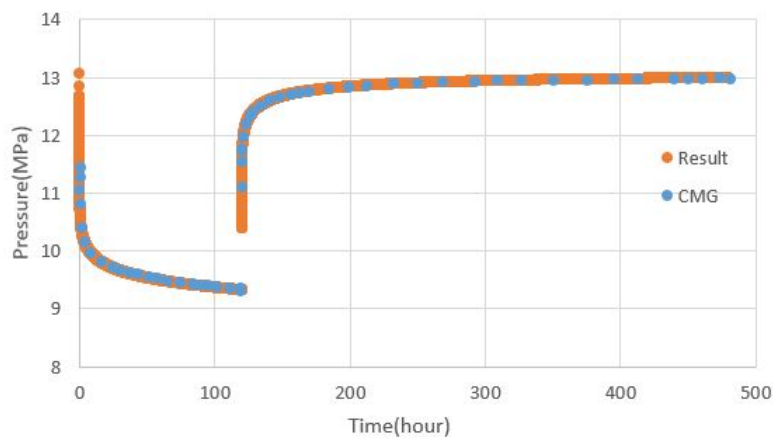


Figura 5.4: Gráfico comparativo entre a resposta da simulação para a pressão e a resposta oriunda do software STARS da CMG.

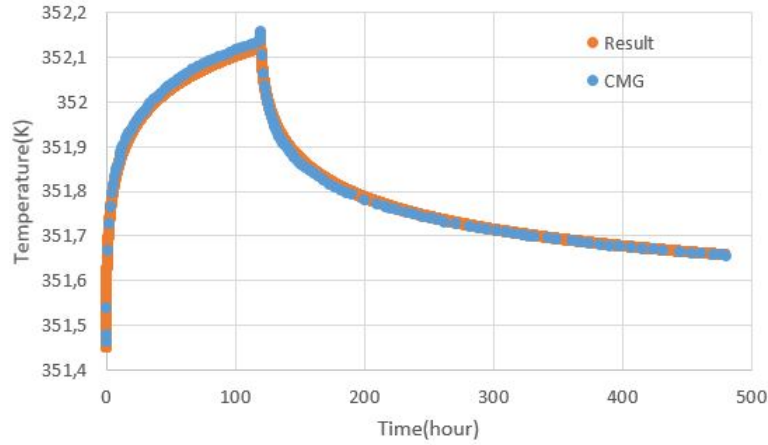


Figura 5.5: Gráfico comparativo entre a resposta da simulação para a temperatura e a resposta oriunda do software STARS da CMG.

5.3

Estudo de Caso 1

Em nosso primeiro estudo de caso, iremos reproduzir os resultados contidos no artigo do Prof. Mustafa Onur[2][6]. Para isso, vamos utilizar as variáveis contidas na tabela a seguir.

$K[m^2]$	1.056×10^{-13}	$C_o[Pa^{-1}]$	1.077×10^{-9}	$\rho_o[kg/m^3]$	834.56
ϕ [fraction]	0.29	$C_w[Pa^{-1}]$	4.398×10^{-10}	$\rho_w[kg/m^3]$	1000.03
$T^o[K]$	351.48	$\mu_o[Pa.s]$	2.949×10^{-3}	$\rho_r[kg/m^3]$	2643.05
$H[m]$	30.48	$c_{po}[J/kgK]$	2177.1	$c_{pr}[J/kgK]$	962.96
$p^o[MPa]$	13.06	$c_{pw}[J/kgK]$	4186.8	$\beta_r[K^{-1}]$	9.0×10^{-5}
$r_w[m]$	0.125	$\beta_o[K^{-1}]$	7.2×10^{-4}	$\lambda_t[J/msK]$	3.4615
$r_e[m]$	15000	$\beta_w[K^{-1}]$	9.0×10^{-4}	$\alpha_t[m^2/s]$	1.42×10^{-6}
s_w [fraction]	0.15	$\varepsilon_{JT_o}[K/Pa]$	-4.432×10^{-7}	$(\rho C_p)_t[J/m^3K]$	2.437×10^6
$C_r[Pa^{-1}]$	4.351×10^{-10}	$\varphi_o[K/Pa]$	1.72×10^{-7}	$(\rho C_p \varphi)_t[J/m^3Pa]$	5.63×10^{-2}
$C_t[Pa^{-1}]$	1.417×10^{-9}	$\varphi_w[K/Pa]$	4.554×10^{-8}	$\varphi^*[K/Pa]$	2.31×10^{-8}

Tabela 5.1: Propriedades do fluido e do reservatório extraído do artigo [2](Tabela 2, exemplo 1).

O tempo total de simulação será de 480 horas, na qual as primeiras 120 horas estaremos em período de fluxo(BuildUp), com uma vazão constante de $q_{sco} = 3.128223 \cdot 10^{-3} \text{ std } m^3/s$, convertendo para o sistema S.I, utilizaremos uma vazão $q=3.2979910^{-3} \text{ m}^3/s$. Nas 360 horas restantes consideramos um

período de estática, ou seja, iremos considerar a válvula fechada logo temos uma vazão zero (DrawDown).

Em nossas análises iremos considerar um caso sem dano de formação, ou seja, nossas análises irá considerar que a permeabilidade perto da região do poço é a mesma que no restante do reservatório. Para isso iremos considerar $S=0$ e o raio do poço (r_w) igual ao raio do dano de formação (r_s).

5.4

Análises dos casos do problema inverso

Nesta seção iremos apresentar os resultados do problema inverso considerando as repostas de pressão e temperatura separadamente e posteriormente considerando ambas as respostas. A análise dos dados serão feitas com base nos dados sintéticos gerados acrescidos de uma perturbação, no intuito de tentar aproximar esses dados como sendo dados oriundos de sensores presentes em campo.

Para realizarmos nossas avaliações iremos variar percentualmente o valor do chute inicial da permeabilidade para cima e para baixo, ou seja, iremos entrar com um chute 10% maior que o valor da permeabilidade e um 10% menor, chamando assim essa variação de "Caso 1".

A tabela a seguir, contém os valores do percentual do chute inicial da permeabilidade de cada caso, que utilizaremos em nossa rotina para realizar as estimativas:

Casos	Variações
Caso 1	10,0 %
Caso 2	20,0%
Caso 3	30,0%
Caso 4	40,0%
Caso 5	50,0%

Tabela 5.2: Tabela com os valores das variações percentuais do chute inicial da permeabilidade para cada caso analisado.

5.4.1

Avaliação pela pressão

Em nossas perturbações iremos considerar duas amplitudes diferentes de ruídos, uma para o período de fluxo (amplitude 1) e outra para o período de estática (amplitude 2), pois em períodos de fluxo a aquisição de dados é mais instável, logo, aplicamos uma perturbação de maior amplitude para esse

período. A amplitude será feita tendo como base o valor da pressão inicial (P^o), por exemplo, na perturbação 1 temos uma amplitude de 4,0% P^o para o período de fluxo, e uma amplitude de 1,0% P^o para o período de estática. As perturbações da pressão terão as amplitudes conforme a tabela abaixo:

Perturbações	Amplitude 1	Amplitude 2
Perturbação 1	4,0%	1,0%
Perturbação 2	8,0%	2,0%

Tabela 5.3: Tabela com os valores das amplitudes utilizadas nas avaliações da pressão para cada perturbação analisada.

Nas figuras a seguir, apresentamos na esquerda os dois chutes iniciais oriundos de K_0 e K_1 , assim como o sinal com ruído ("noise") que pretendemos estimar a permeabilidade.

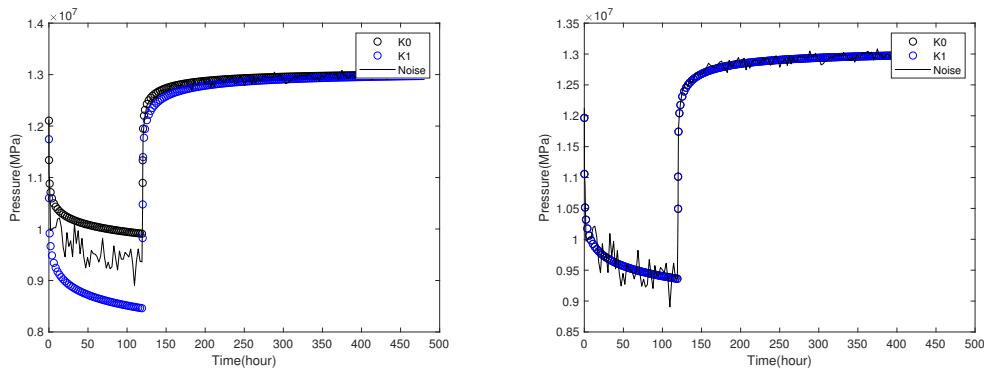


Figura 5.6: À esquerda o gráfico com as respostas dos chutes iniciais K_0 e K_1 assim como o dado ruidoso o qual pretendemos estimar a permeabilidade e na direita a última interação do estimador de permeabilidade para a perturbação 1.

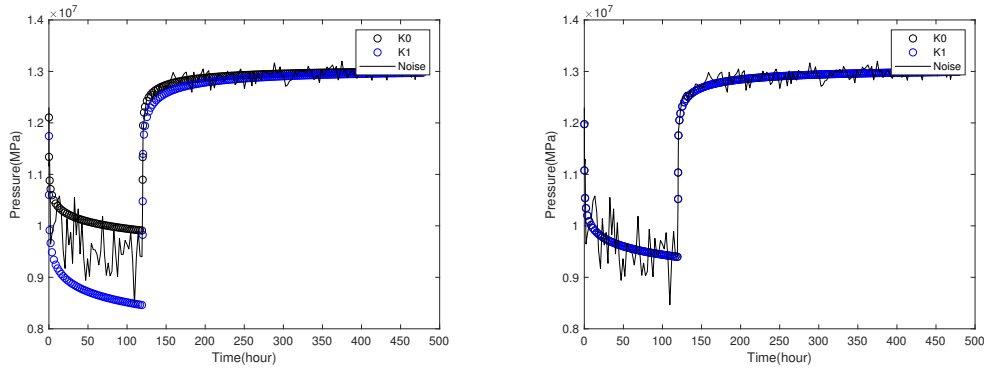


Figura 5.7: À esquerda o gráfico com as respostas dos chutes iniciais K_0 e K_1 assim como o dado ruidoso o qual pretendemos estimar a permeabilidade e na direita a última interação do estimador de permeabilidade para a perturbação 2.

Abaixo segue a tabela com as respostas para as avaliações utilizando a pressão como base, para os diferentes casos e diferentes perturbações. É valido ressaltar que a medida que aumentamos o percentual da permeabilidade no valor do chute inicial o número de interações que a rotina precisa fazer para estimar o valor aumenta. Quando inserimos um chute com uma variação de 50% no valor da permeabilidade a rotina gera um erro muito grande, isso significa que para esse chute achamos outra raiz da derivada da função objetivo em análise e que o método em questão consegue fazer boas estimativas com até 40% do valor da permeabilidade.

Perturbação	Caso	$K_{estimado}$	Erro %	Iterações
Perturbação 1	Caso 1	1,0673E-13	1,07	6
	Caso 2	1,0673E-13	1,07	7
	Caso 3	1,0673E-13	1,07	9
	Caso 4	1,0673E-13	1,07	15
	Caso 5	1,5041E-13	42,43	5
Perturbação 2	Caso 1	1,0789E-13	2,17	6
	Caso 2	1,0789E-13	2,17	7
	Caso 3	1,0789E-13	2,17	9
	Caso 4	1,0789E-13	2,17	14
	Caso 5	1,5071E-13	42,72	5

Tabela 5.4: Tabela com os valores dos $K_{estimado}$, erro percentual e número de iterações para os diferentes casos e perturbações, utilizando a pressão como base para as contas.

5.4.2

Avaliação pela temperatura

Assim como na avaliação pela pressão iremos considerar também duas amplitudes de ruídos, uma para o período de fluxo (amplitude 1) e outra para o período de estática (amplitude 2). Entretanto nesse caso a amplitude será feita tendo como base o valor da temperatura inicial (T^o), por exemplo, para a perturbação 3 temos que para o período de fluxo a nossa amplitude é de 0,02% T^o , enquanto para o período de estática a amplitude é de 0,01% T^o .

As perturbações para a temperatura terão as amplitudes conforme a tabela abaixo:

Perturbações	Amplitude 1	Amplitude 2
Perturbação 3	0,02%	0,010%
Perturbação 4	0,04%	0,020%

Tabela 5.5: Tabela com os valores das amplitudes utilizadas nas avaliações da temperatura para cada perturbação analisada.

Nas figuras a seguir, apresentamos na esquerda os dois chutes iniciais oriundos de K_0 e K_1 , assim como o sinal com ruído ("noise") que pretendemos estimar a permeabilidade.

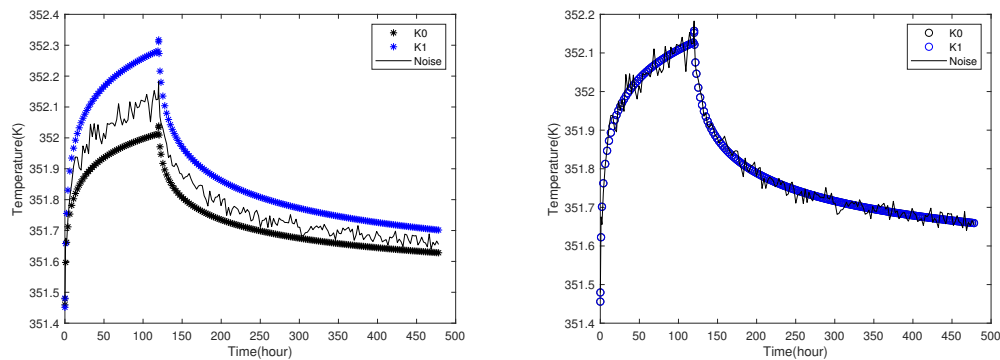


Figura 5.8: À esquerda o gráfico com as respostas dos chutes iniciais K_0 e K_1 assim como o dado ruidoso o qual pretendemos estimar a permeabilidade e na direita a última interação do estimador de permeabilidade para a perturbação 3.

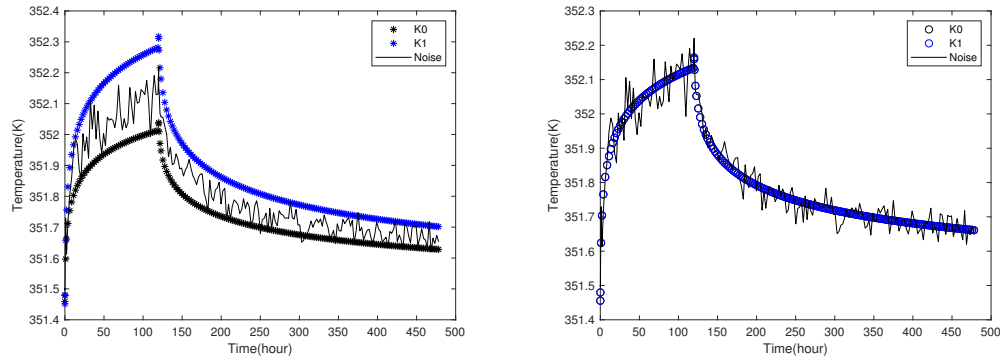


Figura 5.9: À esquerda o gráfico com as respostas dos chutes iniciais K_0 e K_1 assim como o dado ruidoso o qual pretendemos estimar a permeabilidade e na direita a última interação do estimador de permeabilidade para a perturbação 4.

Abaixo segue a tabela com as respostas para as avaliações utilizando a pressão como base, para os diferentes casos e diferentes perturbações. É valido ressaltar que a medida que aumentamos o percentual da permeabilidade no valor do chute inicial o número de interações que a rotina precisa fazer para estimar o valor aumenta. Quando inserimos um chute com uma variação de 50% no valor da permeabilidade a rotina gera um erro muito grande, isso significa que para esse chute achamos outra raiz da derivada da função objetivo em análise e que o método em questão consegue fazer boas estimativas com até 40% do valor da permeabilidade.

Perturbação	Caso	$K_{estimado}$	Erro %	Iterações
Perturbação 3	Caso 1	1,0447E-13	1,07	6
	Caso 2	1,0447E-13	1,37	7
	Caso 3	1,0447E-13	1,37	10
	Caso 4	1,0447E-13	1,07	22
	Caso 5	1,5072E-13	42,73	5
Perturbação 4	Caso 1	1,0337E-13	2,11	6
	Caso 2	1,0337E-13	2,11	7
	Caso 3	1,0337E-13	2,11	10
	Caso 4	1,3499E-13	27,83	5
	Caso 5	1,5041E-13	42,43	5

Tabela 5.6: Tabela com os valores dos $K_{estimado}$, erro percentual e número de iterações para os diferentes casos e perturbações, utilizando a temperatura como base para as contas.

5.4.3

Avaliação pela pressão e temperatura

Nesta seção iremos considerar as informações da pressão e da temperatura juntas para a avaliação do erro. Portanto nossa função erro sofre algumas alterações, sendo agora a soma dos erros oriundos da pressão com os erros oriundos da temperatura, conforme a equação abaixo.

$$E_{total}(K) = E_{pressao}(K) + E_{temperatura}(K) \quad (5-1)$$

Como estamos trabalhando com o erro quadrático, podemos expandir a equação anterior da seguinte maneira, onde usamos "p" para representar a pressão em função da permeabilidade e "T" para a temperatura em função da permeabilidade.

$$E_{total}(K) = \left(\frac{p_{medido} - p_{calculado}(K)}{p_{calculado}(K)} \right)^2 + \left(\frac{T_{medido} - T_{calculado}(K)}{T_{calculado}(K)} \right)^2 \quad (5-2)$$

Vale ressaltar que o valor de K inserido como chute inicial é o mesmo para a função da pressão e a função da temperatura, pois em nossos equacionamentos resolvemos a pressão e a temperatura acopladas. Logo nosso objetivo nessa análise foi minimizar a derivada da nova função erro que pode ser descrita da seguinte maneira.

$$F(K) = \frac{\partial E_{total}(K)}{\partial K} = 2 \left(\frac{p_{medido} - p_{calculado}(K)}{p_{calculado}(K)} \right) \frac{p_{medido}}{p_{calculado}(K)^2} \frac{\partial p_{calculado}(K)}{\partial K} + 2 \left(\frac{T_{medido} - T_{calculado}(K)}{T_{calculado}(K)} \right) \frac{T_{medido}}{T_{calculado}(K)^2} \frac{\partial T_{calculado}(K)}{\partial K} \quad (5-3)$$

Nesta seção iremos fazer três análises, onde na primeira iremos utilizar a combinação das amplitudes da perturbação 1 para a pressão e da perturbação 3 para a temperatura. Para a segunda análise iremos dobrar a perturbação na pressão, deixando fixo a perturbação da temperatura, e por fim, iremos dobrar a perturbação na temperatura e manteremos a perturbação da pressão igual a análise 1. A tabela a seguir, apresenta os valores das amplitudes da pressão e temperatura para cada uma das análises.

Análises	AP1	AP2	AT1 %	AT2
Análise 1	4,0%p°	1,0%p°	0,02%T°	0,010%T°
Análise 2	8,0%p°	2,0%p°	0,02%T°	0,01%T°
Análise 3	4,0%p°	1,0%p°	0,04%T°	0,020%T°

Tabela 5.7: Tabela com os valores percentuais das amplitudes utilizadas para os dados de pressão e temperatura, na qual 1 é o período de fluxo e 2 o período de estática.

A próxima tabela, apresenta os valores dos $K_{estimado}$ em cada uma de suas análises, bem como o número de interações que nossa rotina levou para convergir a resposta. É valido ressaltar que para as análises com os dados combinados os dados referentes a pressão são os mais impactantes nessa função objetivo. Isso fica evidente quando comparamos a "Análise 1" com a "Análise 3", pois nesse caso aumentamos a amplitude no ruído da temperatura e não houve alteração no erro percentual encontrado, o que já é bem diferente quando comparado a "Análise 1" com a "Análise 2" que dobramos a amplitude da pressão.

Análises	Caso	$K_{estimado}$	Erro %	Iterações
Análise 1	Caso 1	1,0673E-13	1,07	6
	Caso 2	1,0673E-13	1,07	7
	Caso 3	1,0673E-13	1,07	9
	Caso 4	1,0673E-13	1,07	15
	Caso 5	1,5038E-13	42,43	5
Análise 2	Caso 1	1,0789E-13	2,17	6
	Caso 2	1,0789E-13	2,17	7
	Caso 3	1,0789E-13	2,17	9
	Caso 4	1,0789E-13	2,17	14
	Caso 5	1,8071E-13	42,72	5
Análise 3	Caso 1	1,0673E-13	1,07	6
	Caso 2	1,0673E-13	1,07	7
	Caso 3	1,0673E-13	1,07	9
	Caso 4	1,0673E-13	1,07	15
	Caso 5	1,5038E-13	42,41	5

Tabela 5.8: Tabela com os valores dos $K_{estimado}$, erro percentual e número de iterações para os diferentes casos e análises, utilizando a temperatura e a pressão como bases para as contas.

5.5

Estudo de Caso 2

Em nosso segundo estudo de caso iremos utilizar os valores das variáveis contidas no artigo do Maurício Galvão[4], esse estudo de caso foi escolhido pois quando comparado com o caso anterior, que tinha aproximadamente 100mD, temos uma permeabilidade muito maior(9000mD), ou seja, agora estamos trabalhando com um caso de alta transmissibilidade.

$K[m^2]$	8.882×10^{-12}	$C_o[Pa^{-1}]$	1.122×10^{-9}	$\rho_o[kg/m^3]$	770.0
ϕ [fraction]	0.12	$C_w[Pa^{-1}]$	4.0381×10^{-10}	$\rho_w[kg/m^3]$	998.2
$T^o[K]$	334	$\mu_o[Pa.s]$	0.9×10^{-3}	$\rho_r[kg/m^3]$	2643.05
$H[m]$	50.0	$c_{po}[J/kgK]$	2252.90	$c_{pr}[J/kgK]$	887.99
$p^o[MPa]$	49.033	$c_{pw}[J/kgK]$	4209.35	$\beta_r[K^{-1}]$	9.0×10^{-5}
$r_w[m]$	0.624	$\beta_o[K^{-1}]$	1.11×10^{-3}	$\lambda_t[J/msK]$	3.4401
$r_e[m]$	25000	$\beta_w[K^{-1}]$	5.27×10^{-4}	$\alpha_t[m^2/s]$	1.4841×10^{-6}
s_w [fraction]	0.15	$\varepsilon_{JT_o}[K/Pa]$	-3.4405×10^{-7}	$(\rho C_p)_t[J/m^3K]$	2.3179×10^6
$C_r[Pa^{-1}]$	3.059×10^{-10}	$\varphi_o[K/Pa]$	2.324×10^{-7}	$(\rho C_p \varphi)_t[J/m^3Pa]$	4.43×10^{-2}
$C_t[Pa^{-1}]$	1.3202×10^{-9}	$\varphi_w[K/Pa]$	4.214×10^{-8}	$\varphi^*[K/Pa]$	1.9116×10^{-8}

Tabela 5.9: Propriedades do fluido e do reservatório extraído do artigo do Maurício Galvão.

Para esse segundo estudo de caso, o tempo total de simulação vai ser de 3 dias, no qual apenas no primeiro dia teremos fluxo de $1.6203e-2m^3/s$, logo nos outros dois dias restantes estaremos no período de estática.

5.5.1

Avaliação pela pressão

Conforme feito para o caso anterior, nesta seção iremos avaliar o erro da estimação da permeabilidade para o caso que consideramos apenas os dados da pressão nas contas.

Entretanto, devido a sua alta transmissibilidade não temos grandes variações de pressão como no caso 1, portanto não podemos criar a perturbação com base no valor da pressão inicial (p^o), pois caso contrário, o valor da amplitude precisaria ser bem baixo para tentar simular a resposta de um sensor.

Para esse segundo estudo de caso, utilizamos o delta de pressão entre o valor da pressão inicial e o valor da pressão quando entramos no período de estática, ou seja, é um delta de pressão envolvendo o primeiro e ultimo valor do período de fluxo.

Perturbações	Amplitude 1	Amplitude 2
Perturbação 5	10,0%	5,0%
Perturbação 6	20,0%	10,0%

Tabela 5.10: Tabela com os valores das amplitudes utilizadas nas avaliações da pressão para cada perturbação analisada no caso 2.

Assim como feito para o caso de baixa permeabilidade (Estudo de caso 1) as figuras a seguir, apresentamos na esquerda os dois chutes iniciais oriundos de K_0 e K_1 , assim como o sinal com ruído ("noise") que pretendemos estimar a permeabilidade.

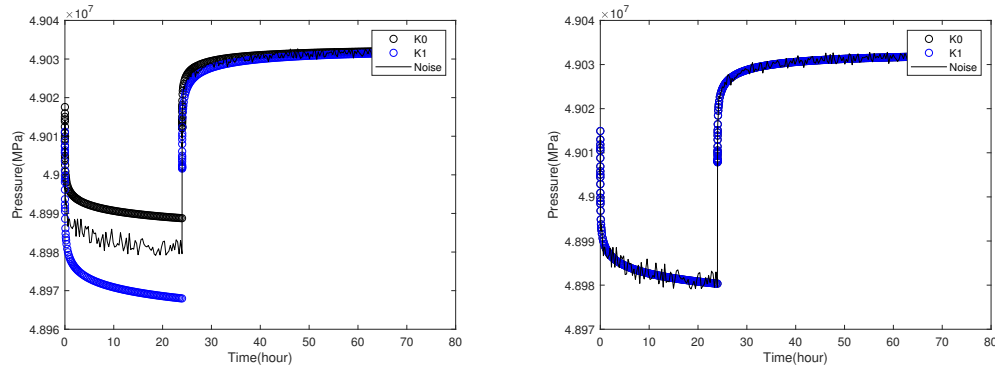


Figura 5.10: À esquerda o gráfico com as respostas dos chutes iniciais K_0 e K_1 assim como o dado ruidoso o qual pretendemos estimar a permeabilidade e na direita a última interação do estimador de permeabilidade para a perturbação 5.

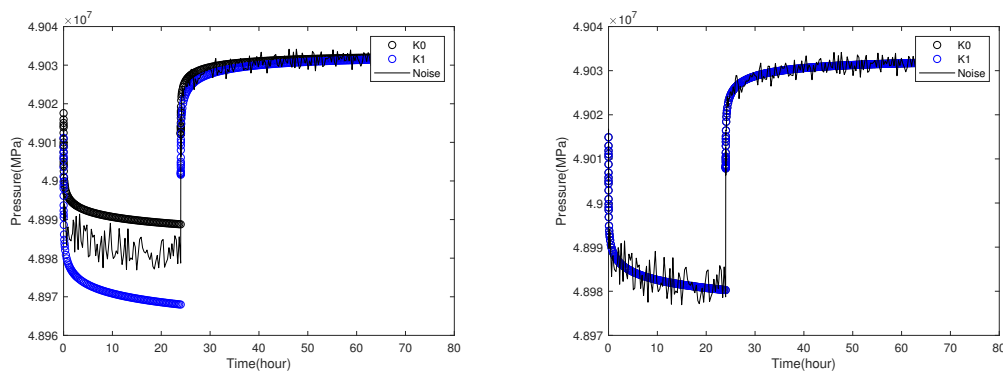


Figura 5.11: À esquerda o gráfico com as respostas dos chutes iniciais K_0 e K_1 assim como o dado ruidoso o qual pretendemos estimar a permeabilidade e na direita a última interação do estimador de permeabilidade para a perturbação 6.

Assim como feito para o estudo de caso 1, abaixo segue a tabela com as respostas para as avaliações utilizando a pressão como base, para os diferentes casos e diferentes perturbações. É válido ressaltar que a medida que aumentamos o percentual da permeabilidade no valor do chute inicial o número de interações que a rotina precisa fazer para estimar o valor aumenta. Quando inserimos um chute com uma variação de 50% no valor da permeabilidade a rotina gera um erro muito grande, isso significa que para esse chute achamos

outra raiz da derivada da função objetivo em análise e que o método em questão consegue fazer boas estimativas com até 40% do valor da permeabilidade.

Perturbação	Caso	$K_{estimado}$	Erro %	Iterações
Perturbação 5	Caso 1	8,8703E-12	0,14	6
	Caso 2	8,8703E-12	0,14	7
	Caso 3	8,8703E-12	0,14	9
	Caso 4	8,8703E-12	0,14	17
	Caso 5	1,2641E-11	42,32	5
Perturbação 6	Caso 1	8,8583E-12	0,27	6
	Caso 2	8,8583E-12	0,27	7
	Caso 3	8,8583E-12	0,27	9
	Caso 4	8,8583E-12	0,27	17
	Caso 5	1,2637E-11	42,27	5

Tabela 5.11: Tabela com os valores dos $K_{estimado}$, erro percentual e número de iterações para os diferentes casos e perturbações, utilizando a pressão como base para as contas.

5.5.2

Avaliação pela temperatura

Igualmente como feito para o estudo de caso anterior, nesta seção iremos avaliar o erro da estimação da permeabilidade para o caso que consideramos apenas os dados da temperatura nas contas.

A tabela abaixo contém o valor percentual da amplitude, tendo como referencia o valor da temperatura inicial (T^o).

Perturbações	Amplitude 1	Amplitude 2
Perturbação 7	0,0002%	0,0001%
Perturbação 8	0,0004%	0,0002%

Tabela 5.12: Tabela com os valores das amplitudes utilizadas nas avaliações da pressão para cada perturbação analisada no caso 2.

Assim como feito para o caso de baixa permeabilidade (Estudo de caso 1) as figuras a seguir, apresentamos na esquerda os dois chutes iniciais oriundos de K_0 e K_1 , assim como o sinal com ruído ("noise") que pretendemos estimar a permeabilidade.

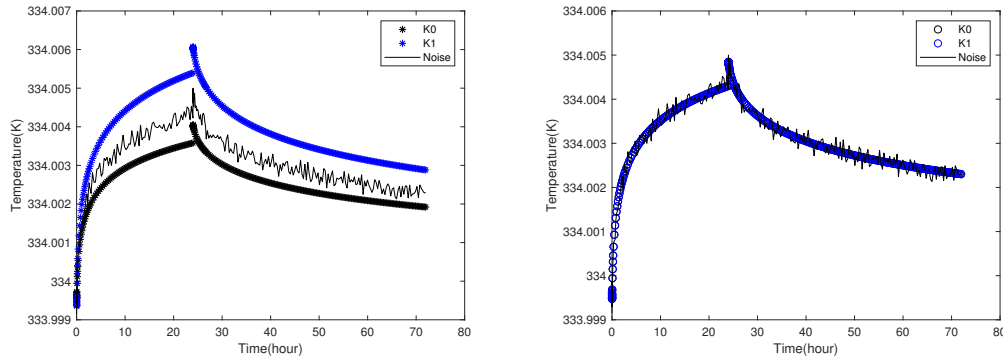


Figura 5.12: À esquerda o gráfico com as respostas dos chutes iniciais K_0 e K_1 assim como o dado ruidoso o qual pretendemos estimar a permeabilidade e na direita a última interação do estimador de permeabilidade para a perturbação 7.

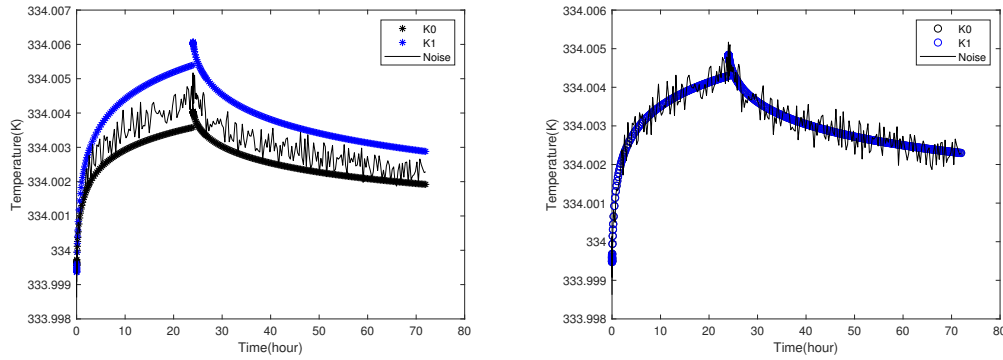


Figura 5.13: À esquerda o gráfico com as respostas dos chutes iniciais K_0 e K_1 assim como o dado ruidoso o qual pretendemos estimar a permeabilidade e na direita a última interação do estimador de permeabilidade para a perturbação 8.

Assim como feito para o estudo de caso 1, abaixo segue a tabela com as respostas para as avaliações utilizando a pressão como base, para os diferentes casos e diferentes perturbações. É válido ressaltar que a medida que aumentamos o percentual da permeabilidade no valor do chute inicial o número de interações que a rotina precisa fazer para estimar o valor aumenta. Quando inserimos um chute com uma variação de 50% no valor da permeabilidade a rotina gera um erro muito grande, isso significa que para esse chute achamos outra raiz da derivada da função objetivo em análise e que o método em questão consegue fazer boas estimativas com até 40% do valor da permeabilidade.

Perturbação	Caso	$K_{estimado}$	Erro %	Iterações
Perturbação 7	Caso 1	8,8943E-12	0,135	6
	Caso 2	8,8943E-12	0,135	7
	Caso 3	8,8943E-12	0,135	10
	Caso 4	8,8943E-12	0,135	19
	Caso 5	1,2709E-11	43,08	5
Perturbação 8	Caso 1	8,9062E-12	0,27	6
	Caso 2	8,9062E-12	0,27	7
	Caso 3	8,9062E-12	0,27	10
	Caso 4	8,9062E-12	0,27	19
	Caso 5	1,2712E-11	43,12	5

Tabela 5.13: Tabela com os valores dos $K_{estimado}$, erro percentual e número de iterações para os diferentes casos e perturbações, utilizando a temperatura como base para as contas.

5.5.3

Avaliação pela pressão e temperatura

Assim como mencionado na avaliação da pressão do segundo caso, precisamos levar em conta como referência o delta da pressão do período de fluxo e não mais o valor da pressão inicial (p^o), mas para a temperatura mantemos tudo igual ao primeiro estudo de caso.

Análises	AP1	AP2	AT1 %	AT2
Análise 4	10,0% dp	5,0% dp	0,0002% T^o	0,0001% T^o
Análise 5	20,0% dp	10,0% dp	0,0002% T^o	0,0001% T^o
Análise 6	10,0% dp	5,0% dp	0,0004% T^o	0,0002% T^o

Tabela 5.14: Tabela com os valores percentuais das amplitudes utilizadas para os dados de pressão e temperatura no segundo estudo de caso, na qual 1 é o período de fluxo e 2 o período de estática.

A próxima tabela, apresenta os valores dos $K_{estimado}$ em cada uma de suas análises, bem como o número de interações que nossa rotina levou para convergir a resposta. Assim como no estudo de caso 1, é válido ressaltar que para as análises com os dados combinados os dados referentes a pressão são os mais impactantes nessa função objetivo. Isso fica evidente quando comparamos a "Análise 1" com a "Análise 3", pois nesse caso aumentamos a amplitude no ruído da temperatura e não houve alteração no erro percentual encontrado, o

que já é bem diferente quando comparado a "Análise 1" com a "Análise 2" que dobramos a amplitude da pressão.

Análises	Caso	$K_{estimado}$	Erro %	Iterações
Análise 4	Caso 1	8,8703E-12	0,14	6
	Caso 2	8,8703E-12	0,14	7
	Caso 3	8,8703E-12	0,14	9
	Caso 4	8,8703E-12	0,14	17
	Caso 5	1,2641E-11	42,32	5
Análise 5	Caso 1	8,8584E-12	0,27	6
	Caso 2	8,8584E-12	0,27	7
	Caso 3	8,8584E-12	0,27	9
	Caso 4	8,8584E-12	0,27	17
	Caso 5	1,2637E-11	42,27	5
Análise 6	Caso 1	8,8703E-12	0,14	6
	Caso 2	8,8703E-12	0,14	7
	Caso 3	8,8703E-12	0,14	9
	Caso 4	8,8703E-12	0,14	17
	Caso 5	1,2641E-11	42,32	5

Tabela 5.15: Tabela com os valores dos $K_{estimado}$, erro percentual e número de iterações para os diferentes casos e análises do segundo estudo de caso, utilizando a temperatura e a pressão como bases para as contas.

6

Conclusão

Com base nesse trabalho podemos concluir que a modelagem do problema direto apresentada consegue representar de maneira satisfatória o comportamento não isotérmico de um reservatório homogêneo (1D-radial), com permeabilidade constante em toda sua extensão.

A implementação do método da secante para conseguir resolver o problema inverso foi bem sucedida. Esse método escolhido também se mostrou ser bem robusto, pois foi eficiente quando testado para casos de alta e baixa transmissibilidade. Este método mostrou-se também robusto com relação ao valor da permeabilidade inserida como chute inicial, pois analisando os valores de $K_{estimado}$ vemos que mesmo inserindo um chute inicial 40% maior e menor que seu valor original o método consegue achar a resposta, necessitando apenas de um número maior de interações.

Devido a baixa variação da temperatura ao longo do tempo, os valores que podemos aplicar como amplitude dos ruídos precisam ser pequenos. No caso de reservatórios de alta transmissibilidade essa variação é tão pequena que os sensores de temperatura que possuem resoluções equivalente a 0.01K, segundo a nossa revisão bibliográfica [5] [6], não conseguiriam captar a mesma. Servindo assim como argumento para tratar o reservatório como sendo isotérmico, mas vale ressaltar que quando o reservatório é acoplado ao poço vemos que essa consideração pode gerar erros de interpretação [4] [5].

Nesse trabalho foram criadas três funções objetivo diferentes, onde nas duas primeiras utilizamos separadamente os dados de pressão e temperatura, e na última utilizamos a combinação delas. Com os resultados dessas funções objetivo concluímos que, independentemente de estar no caso de alta ou baixa transmissibilidade, as variações oriundas do sensor de pressão são mais impactantes na precisão da permeabilidade estimada quando trabalhado com dados de pressão e temperatura combinados. E quando trabalhado com os dados separadamente, ambas as funções conseguem estimar o valor da permeabilidade de forma eficiente.

Referências Bibliográficas

- [1] ALVARO M. M. PERES. *TESTE DE PRESSÃO EM POÇOS PETROLÍFEROS- 03/2008- Revisão:Abelardo Barreto - 06/2012 - Notas de aula*. PUC-Rio, 2012.
- [2] Mustafa Onur, Murat Cinar, et al. Analysis of sandface-temperature-transient data for slightly compressible, single-phase reservoirs. *SPE Journal*, 22(04):1–134, 2017.
- [3] Alain C Gringarten et al. From straight lines to deconvolution: The evolution of the state of the art in well test analysis. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 11(01):41–62, 2008.
- [4] Mauricio SC Galvao, Marcio S Carvalho, Abelardo B Barreto Jr, et al. A coupled transient wellbore/reservoir-temperature analytical model. *SPE Journal*, 2019.
- [5] Mauricio SC Galvao, Marcio S Carvalho, Abelardo B Barreto Jr, et al. Analytical models for thermal wellbore effects on pressure transient testing. *PUC-Rio*, 2018.
- [6] Mustafa Onur, Murat Cinar, et al. Temperature transient analysis of slightly compressible, single-phase reservoirs. In *SPE Europec featured at 78th EAGE Conference and Exhibition*. Society of Petroleum Engineers, 2016.
- [7] Grigory Isaakovich Barenblatt, Vladimir Mordukhovich Entov, and Viktor Mikhaïlovich Ryzhik. *Theory of fluid flows through natural rocks*. Norwell, MA (USA); Kluwer Academic Publishers, 1989.
- [8] Steven C Chapra and Raymond P Canale. *Métodos numéricos para engenharia*. McGraw-Hill, 2008.
- [9] Richard L Burden and J Douglas Faires. Numerical analysis, brooks. *Cole, Belmont, CA*, 1997.
- [10] John Crank and Phyllis Nicolson. A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat-conduction type. In *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, volume 43, pages 50–67. Cambridge University Press, 1947.
- [11] Marcel Vinokur. On one-dimensional stretching functions for finite-difference calculations. *Journal of Computational Physics*, 50(2):215–234, 1983.