

4 Mercado de Arrendamento

O mercado de arrendamento de terras pode, em princípio, estabelecer uma alocação eficiente de recursos na agricultura. Entretanto, desde Adam Smith, imperfeições desse mercado vêm intrigando economistas. O capítulo estabelece uma estrutura geral de contratos de trabalho na agricultura que é utilizada para a apresentação dos principais argumentos já estabelecidos na literatura.

A partir desse modelo geral, são derivadas implicações testáveis sobre a identificação das imperfeições presentes nesse mercado. O capítulo apresenta uma metodologia de análise empírica para a determinação do impacto de possíveis políticas públicas voltadas ao mercado de arrendamento.

4.1 Modelos Básicos

Considere, genericamente, a relação contratual entre um proprietário de terras e um agricultor. As seções seguintes consideram os casos mais relevantes descritos pela literatura. A tecnologia agrícola utilizada depende da quantidade de esforço exercido pelo agricultor, denotado por e , e também de uma ação do proprietário de terras, representada por f . Existe ainda um choque idiossincrático θ normalmente distribuído com média 0 e variância σ^2 , cuja função distribuição é denotada por F . Representando a produção agrícola por $q(\theta, e, f)$, assume-se que

$$q(\theta, e, f) = e^\gamma f^{1-\gamma} + \theta, \quad (4-1)$$

onde $\gamma \in [0, 1]$.

Para simplificar a análise, assume-se funções de utilidade com coeficiente absoluto de aversão ao risco constante e custos quadráticos. Sejam y_p e y_a as rendas obtidas pelo proprietário de terras e o agricultor, respectivamente, com o contrato. A função de utilidade do proprietário de terras

é representada por

$$\tilde{U} = -e^{-Ry_p} - \frac{1}{2}nf^2, \quad (4-2)$$

e a função de utilidade do agricultor é

$$\tilde{V} = -e^{ry_a} - \frac{1}{2}me^2. \quad (4-3)$$

R e r são os coeficientes de aversão ao risco do proprietário de terras e do agricultor, respectivamente.

As escolhas do proprietário de terras e do agricultor podem ser analisadas através das formas de equivalente-certeza de (4-2) e (4-3). Se $y_p \sim N(\mu_p, \sigma_p^2)$ e $y_a \sim N(\mu_a, \sigma_a^2)$, (4-2) e (4-3) são equivalentes a

$$U = \mu_p - \frac{1}{2}R\sigma_p^2 - \frac{1}{2}nf^2 \quad (4-4)$$

e

$$V = \mu_a - \frac{1}{2}r\sigma_a^2 - \frac{1}{2}me^2. \quad (4-5)$$

Seguindo a literatura de contratos de trabalho na agricultura,¹ o proprietário de terras determina o contrato ótimo na classe dos contratos lineares descritos pelo par (α, β) , onde $y_p = (1 - \alpha)q + \beta$ e $y_a = \alpha q - \beta$. Essa formulação apresenta como casos particulares os seguintes tipos de contratos:

- contrato de parceria: $0 < \alpha < 1, \beta = 0$;
- contrato de arrendamento: $\alpha = 1, \beta < 0$;
- contrato de salário fixo: $\alpha = 0, \beta > 0$.

O agricultor tem uma utilidade de reserva \bar{V} , que é determinada pela sua melhor alternativa de renda se não aceitar o contrato. Dessa forma, a escolha do contrato deve considerar uma restrição de participação em que $V \geq \bar{V}$.

As próximas seções apresentam a escolha do contrato ótimo sob diversas situações. A renda esperada da cada parte do contrato é determinada por (4-1): $\mu_p = (1 - \alpha)e^\gamma f^{1-\gamma} + \beta$ e $\mu_a = \alpha e^\gamma f^{1-\gamma} - \beta$. E os valores de σ_p^2 e σ_a^2 são $\sigma_p^2 = (1 - \alpha)^2 \sigma^2$ e $\sigma_a^2 = \alpha^2 \sigma^2$.

¹Otsuka, Chuma e Hayami (1992) apresentam uma resenha dessa literatura.

4.1.1

Partição Ótima de Risco: Cheung (1969)

Segundo Cheung (1969), a escolha do contrato é determinada pela alocação ótima de risco, dada a aversão ao risco do proprietário de terras e do agricultor. As ações e e f são observadas e contratáveis. O problema do proprietário de terras é descrito por:

$$\max_{\alpha, \beta, e, f} U(\alpha, \beta, e, f) \quad (4-6)$$

sujeito a

$$V(\alpha, \beta, e, f) \geq \bar{V}.$$

Note que (4-6), como função de \bar{V} , define o conjunto de alocações eficientes de Pareto. A solução de (4-6) é apresentada na proposição abaixo.

Proposição 4.1 *No caso em que e e f são contratáveis, o contrato ótimo estabelece $e_C = \left(\frac{\gamma}{m}\right)^{\frac{1+\gamma}{2}} \left(\frac{1-\gamma}{n}\right)^{\frac{1-\gamma}{2}}$, $f_C = \left(\frac{1-\gamma}{n}\right)^{\frac{2-\gamma}{2}} \left(\frac{\gamma}{m}\right)^{\frac{\gamma}{2}}$, $\alpha_C = \frac{R}{R+r}$, e β_C é tal que $V(\alpha, \beta, e, f) = \bar{V}$.*

Prova. ver apêndice C. □

No caso em que e e f são observados e contratáveis e não há outras formas de imperfeição, o resultado acima mostra que α é inteiramente determinado pelos coeficientes absolutos de aversão ao risco. Se o proprietário de terras é neutro ao risco, $R = 0$, o contrato ótimo é o de salário fixo. Caso o agricultor seja neutro ao risco, $r = 0$, o contrato ótimo é o de arrendamento.

4.1.2

Risco Moral: Stiglitz (1974)

O principal resultado de Stiglitz (1974) pode ser derivado considerando-se um proprietário de terras neutro ao risco, e não-observável e $\gamma = 1$, ou seja, a produção agrícola é inteiramente determinada pelo esforço do agricultor e pelo choque idiossincrático. A proposição 4.1 estabelece que, se e fosse observado, a alocação eficiente de Pareto iria constituir-se de $e_C = \frac{1}{m}$ e $\alpha_C = 0$. O proprietário de terras assumiria todo o risco da produção e o agricultor iria exercer o nível de esforço eficiente. Entretanto, quando e não é observado, o resultado abaixo mostra que é ótimo vincular a renda do agricultor ao produto agrícola, como uma forma de incentivo. O desenho ótimo do contrato é definido pelo programa (4-6) acrescido de

uma restrição de incentivos:

$$e \in \arg \max_{\hat{e}} V(\alpha, \beta, \hat{e}, f). \quad (4-7)$$

Proposição 4.2 *Assuma $R = 0$ e $\gamma = 1$. No caso em que e é não contratável, o contrato ótimo estabelece $e_S = \frac{\alpha_S}{m}$, $\alpha_S = \frac{1}{1+mrs^2}$, e β_S é tal que $V(\alpha_S, \beta_S, e_S, f_S) = \bar{V}$.*

Prova. ver apêndice C. □

O agricultor, mesmo sendo avesso ao risco, acaba arcando com parte do risco em um contrato do tipo de parceria. Se o agricultor é também neutro ao risco, a alocação resultante é eficiente de Pareto, estabelecida por um contrato de arrendamento. Desse modo, o contrato ótimo é definido pelo dilema entre partição de risco e incentivo.

4.1.3

Interação Estratégica: Eswaran e Kotwal (1985)

No modelo de Eswaran e Kotwal (1985), após o proprietário de terras escolher os termos do contrato (α, β) , tanto o agricultor quanto o proprietário exercem atividades não observadas que afetam a produção agrícola. Dessa forma, e e f são não-observados e determinados simultaneamente. Para isolar a questão de partição de risco, é considerado apenas o caso em que $R = r = 0$.

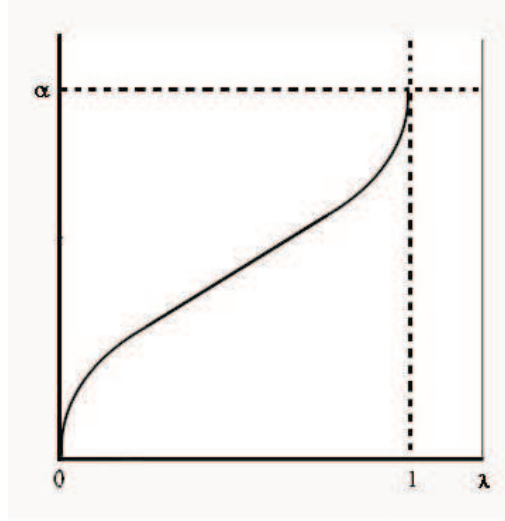
O resultado abaixo mostra que a escolha do contrato é determinada pela necessidade de um incentivo bilateral. Em um contrato de salário fixo, apenas o proprietário de terras tem incentivo a tomar as ações corretas para o cultivo. Por outro lado, em um contrato de arrendamento, só o agricultor tem incentivo a se esforçar. Dessa forma, a parceria surge como um mecanismo de prover incentivos para as duas partes do contrato. A determinação do contrato ótimo é definida por (4-6) com as seguintes restrições impostas pelo equilíbrio de Nash no subjogo de escolha simultânea de e e f :

$$e \in \arg \max_{\hat{e}} V(\alpha, \beta, \hat{e}, f) \quad (4-8)$$

e

$$f \in \arg \max_{\hat{f}} U(\alpha, \beta, e, \hat{f}). \quad (4-9)$$

Proposição 4.3 *Assuma $R = r = 0$. No caso em que e e f não são observados, o contrato ótimo estabelece $e_{EK} = \left(\frac{\alpha_{EK}\gamma}{m}\right)^{\frac{1+\gamma}{2}} \left[\frac{(1-\alpha_{EK})(1-\gamma)}{n}\right]^{\frac{1-\gamma}{2}}$,*

Figura 4.1: Valor Ótimo de α em Eswaran e Kotwal (1985)

$$f_{EK} = \left[\frac{(1-\alpha_{EK})(1-\gamma)}{n} \right]^{\frac{2-\gamma}{2}} \left(\frac{\alpha_{EK}\gamma}{m} \right)^{\frac{\gamma}{2}}, \quad \alpha_{EK} = \frac{\gamma(1+\gamma) - \sqrt{\gamma(2-\gamma)(1-\gamma^2)}}{2\gamma-1}, \text{ e } \beta_{EK} \text{ é tal que}$$

$$V(\alpha_{EK}, \beta_{EK}, e_{EK}, f_{EK}) = \bar{V}.$$

Prova. ver apêndice C. □

A figura 4.1 mostra o formato de α_{EK} . Quanto maior a elasticidade do esforço do agricultor, maior é o valor de α_{EK} , uma vez que a necessidade de incentivo ao esforço do agricultor torna-se mais importante em relação ao esforço do proprietário. A proposição acima mostra também que há uma ineficiência devido ao fato de que e e f não são observados, determinando $e_{EK} < e_C$ e $f_{EK} < f_C$.

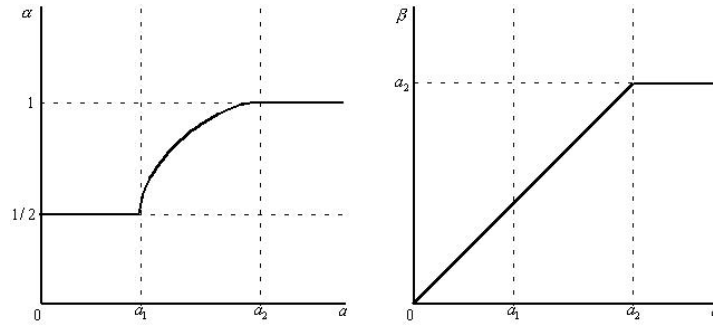
É fácil verificar que, caso f seja observado pelo agricultor, o contrato ótimo é o de arrendamento, com níveis eficientes de esforço. De fato, esse caso seria análogo ao modelo de Stiglitz (1974) em que ambos os agentes são neutros ao risco.

4.1.4

Restrições Financeiras: Laffont e Matoussi (1995)

Considere que tanto o proprietário de terras quanto o agricultor são neutros ao risco, $R = r = 0$, o que isola a questão de partição de risco tratada por Cheung (1969). Suponha ainda que $\gamma = 1$ e, portanto, não há necessidade do contrato oferecer incentivos ao proprietário de terras como em Eswaran e Kotwal (1985). Nesse ambiente, a análise de Stiglitz (1974) mostra que o contrato ótimo seria o de arrendamento.

Figura 4.2: Parâmetros do Contrato em Laffont e Matoussi (1995)



O argumento central de Laffont e Matoussi (1995) envolve uma restrição de responsabilidade limitada *ex ante*. A parcela fixa do contrato, β , é paga/recebida antes do período de produção. Assumindo que não há mercado de crédito, β passa a ser restrito pela riqueza líquida do agricultor no ato do contrato. Denotando por a a riqueza do agricultor, o problema de desenho do contrato é definido por (4-6) com a restrição de incentivos (4-7) e a restrição financeira

$$\beta \leq a. \tag{4-10}$$

O contrato ótimo é apresentado na proposição abaixo.

Proposição 4.4 *Assuma $R = r = 0$, $\gamma = 1$ e defina $a_1 = \frac{1}{8m} - \bar{V}$ e $a_2 = \frac{1}{2m} - \bar{V}$. O contrato ótimo no caso de restrição de responsabilidade limitada *ex ante* é definido por*

$$\alpha_{LM} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & a < a_1; \\ \sqrt{2m(\bar{V} + a)}, & a_1 \leq a < a_2; \\ 1, & a \geq a_2; \end{cases}$$

e

$$\beta_{LM} = \begin{cases} a, & a < a_2; \\ \frac{1}{2m} - \bar{V}, & a \geq a_2. \end{cases}$$

O nível de esforço induzido pelo contrato é $e_{LM} = \frac{\alpha_{LM}}{m}$.

Prova. ver apêndice C. □

Note que o formato do contrato depende da riqueza do agricultor e da utilidade de reserva. Quanto maior a riqueza inicial, a , maior é o nível de esforço induzido pelo contrato, uma vez que α_{LM} é crescente em a . Para aqueles produtores cuja restrição financeira não é ativa, é oferecido um contrato de arrendamento. Para os demais, é oferecido um contrato de parceria. A figura 4.2 ilustra o formato dos contratos.

Na presença da restrição financeira, o proprietário de terras não pode mais utilizar a parcela fixa para extrair todo o excedente do agricultor. Na medida em que β é muito limitado pela riqueza inicial, a única fonte de renda do proprietário de terras passa a retenção de uma parcela da produção, isto é, o proprietário de terras só tem grau de liberdade para a escolha de α , uma vez que $\beta = a$. Se a restrição de participação não é ativa, o que ocorre quando $a < a_1$, a escolha de α é determinada pelo dilema entre incentivo e extração de renda. No caso em que a restrição de participação é ativa, o valor de α é menor valor aceitável para o agricultor, tornando-se uma função crescente da utilidade de reserva, da riqueza inicial e do custo de produção.

4.2

Extensões

4.2.1

Agentes Heterogêneos

Os modelos apresentados na seção anterior, seguindo a tradição dessa literatura, determinam o contrato ótimo dentre um contínuo de possibilidades, em que o mesmo agricultor pode ser contratado como assalariado, parceiro ou arrendatário. Entretanto, se o gerenciamento da produção exigir alguma habilidade específica, os contratos de parceria ou arrendamento estariam vinculados à capacidade de cada agricultor. O exercício seguir mostra que, nesse caso, algumas implicações de política podem ter um efeito completamente adverso.

Considere uma situação em que a forma do contrato é definida por restrições financeiras conforme Laffont e Matoussi (1995), na seção 4.1.4, mas com heterogeneidade. Existem agricultores capacitados, que podem ser contratados como parceiros ou arrendatários, e não capacitados, que estão restritos a contratos de salário fixo. Como os agricultores não capacitados não podem assinar um contrato de incentivos, exercem um nível de esforço constante e normalizado em 1. A utilidade de reserva de agricultores capacitados e não capacitados é denotada por \bar{V}_C e \bar{V}_N , respectivamente.

Seja $U_C \equiv U(\alpha_{LM}, \beta_{LM}, e_{LM})$ a utilidade indireta do proprietário de terras quando contrata um agricultor capacitado com parâmetros definidos pela proposição 4.4. A utilidade do proprietário quando contrata um trabalhador não qualificado é dada por $U_N = 1 + \beta_N$, onde $\beta_N = -(\bar{V}_N + \frac{1}{2}m)$.

Dessa forma, um agricultor qualificado é contratado se, e somente se,

$$\Delta U \equiv U_C - U_N > 0.$$

A proposição abaixo resume o efeito de a , \bar{V}_C e \bar{V}_N sobre a escolha do proprietário.

Proposição 4.5 *Assuma $R = r = 0$ e $\gamma = 1$. Em uma situação com restrição financeira e heterogeneidade, a disposição do proprietário de terras em contratar um agricultor qualificado tem as seguintes propriedades:*

1. *caso $a < a_1$: ΔU é crescente em a e \bar{V}_N ;*
2. *caso $a_1 \leq a < a_2$: ΔU é crescente em a e \bar{V}_N , decrescente em \bar{V}_C ;*
3. *caso $a \geq a_2$: ΔU é crescente em \bar{V}_N e decrescente em \bar{V}_C .*

Prova. ver apêndice C. □

O resultado acima mostra o efeito da heterogeneidade sobre as implicações de política. De acordo com o modelo de Laffont e Matoussi (1995), um aumento na utilidade de reserva dos agricultores com renda intermediária aumenta o valor de α e, conseqüentemente, a eficiência da relação contratual. Dessa forma, políticas voltadas a aumentar o poder de barganha dos agricultores teriam um impacto positivo sobre a eficiência agrícola [Banerjee, Gertler and Ghatak (2002)]. A proposição 4.5, entretanto, demonstra que um aumento no poder de barganha de potenciais arrendatários pode fazer com que o proprietário de terras opte por contratar trabalhadores desqualificados, o que traria uma redução na produção agrícola. Nessa situação, o que teria um efeito positivo sobre a eficiência seria o aumento do poder de barganha dos trabalhadores desqualificados, o que não tem uma relação direta com o contrato de arrendamento.

4.2.2 Dinâmica

O uso de contratos de longo-prazo pode oferecer incentivos adicionais aos agricultores. A ameaça de punição futura, como despejos por exemplo, constitui uma fonte adicional de incentivo. A análise dessa questão pode-se concentrar na determinação de esforço ótimo de um agricultor que se depara com um contrato de longo-prazo.

Assuma $r = 0$, $\gamma = 1$ e considere uma classe linear de contratos estacionários e Markovianos definido pela tripla (α, β, φ) . Os parâmetros α e β são os mesmos do caso estático e φ é utilizado como uma ameaça de despejo. Se a produção agrícola do período anterior for menor que φ o contrato é encerrado e o agricultor despejado.

A escolha de um agricultor que se depara com um contrato (α, β, φ) pode ser representada pela seguinte equação de Bellman:

$$V = \max_e \alpha e - \beta - \frac{1}{2} m e^2 + \delta [\Pr \{q(e, \theta) \geq \varphi\} (V - \bar{V}) + \bar{V}], \quad (4-11)$$

onde $\delta \in [0, 1]$ é a taxa de desconto intertemporal. O agricultor determina e de modo a maximizar a soma do seu ganho corrente com o ganho futuro descontado. No período seguinte, o agricultor recebe \bar{V} , que é sua utilidade de reserva, mais um adicional $V - \bar{V}$, referente ao ganho de continuidade do contrato, se a produção corrente for maior do que φ .

Substituindo $\Pr \{q(e, \theta) \geq \varphi\} = 1 - F(\varphi - e)$, a equação de Euler referente a (4-11) é a seguinte:

$$e = \frac{\alpha}{m} + \delta \frac{\partial F(\varphi - e)}{m} (V - \bar{V}). \quad (4-12)$$

O segundo termo do lado direito da equação refere-se ao ganho obtido com a ameaça de despejo.² Note que se $\delta = 0$ ou se o contrato não oferecer ganhos estritamente positivos, $V > \bar{V}$, não há nenhum efeito adicional de incentivo. A ameaça de despejo torna-se um mecanismo importante para o aumento da eficiência dos contratos. Dessa forma, impedimentos legais à ameaça de despejo poderiam reduzir a produção agrícola, além do efeito direto sobre o próprio mercado de arrendamento via aumento dos custos de transação.

4.3 Discussão

A apresentação dos argumentos básicos sobre a determinação dos contratos de trabalho na agricultura e suas extensões tem implicações importantes de política econômica. Entretanto, o objetivo e a abrangência dessas políticas dependem de forma crucial de uma análise empírica. Nesse sentido, a estrutura apresentada nas seções anteriores constitui uma ferramenta interessante para a análise do problema, na medida em que provê implicações

²A equação (4-12) é apresentada também em Banerjee, Gertler e Ghatak (2002) para um modelo com choque discreto e responsabilidade limitada *ex-post*.

testáveis sobre o tipo de imperfeição que está impedindo o funcionamento do mercado de arrendamento. Esta seção apresenta, de forma sucinta, as implicações das duas seções anteriores para a política econômica e para a análise empírica.

4.3.1

Implicações de Política

A seção 3.2.3 mostra que o mercado de arrendamento pode, potencialmente, resolver o problema de eficiência relacionado com o uso não produtivo da terra, garantindo o acesso à terra a um preço (de aluguel) compatível com a atividade agrícola. No entanto, qualquer tentativa de intervenção nessa área deve considerar o mecanismo que vem impedindo o pleno funcionamento desse mercado, o que constitui uma questão empírica a ser tratada em seguida.

Primeiro, pode-se observar que apenas o mecanismo descrito por Laffont e Matoussi (1995) oferece suporte claro a possíveis intervenções. Nesse caso, poderia pensar-se em políticas de crédito para o arrendamento de terras e mecanismos para a melhoria do poder de barganha dos agricultores nos moldes da *Operação Barga* ocorrida em West Bengal, Índia.³

A seção 4.2.1, por outro lado, mostra que esse último tipo de intervenção, em uma economia com agentes heterogêneos, pode ter um efeito adverso. Um aumento do poder de barganha (utilidade reserva) dos parceiros ou arrendatários em potencial pode levar o proprietário de terra a cultivar a própria terra, contratando trabalhadores desqualificados. Haveria então uma queda na produtividade agrícola e uma redução na potência dos contratos.

Dessa forma, a implicação de política econômica mais direta torna-se o crédito para o arrendamento de terras, que apresenta uma vantagem clara em relação às políticas de crédito para a compra de terra, como o Banco da Terra. Como visto nos capítulos anteriores, o preço da terra no Brasil, assim como em outros países da América Latina, reflete ganhos agrícolas e não-agrícolas da propriedade da terra. Ao contrário, o valor do aluguel de terras reflete apenas o seu potencial agrícola no período de vigência do contrato, o que torna a operação de aluguel mais barata. Portanto, com a mesma quantidade de recursos, uma política de crédito para arrendamento pode ter uma abrangência bem maior do que uma política de crédito para a

³Segundo Banerjee, Gertler e Ghatak (2002), a *Operação Barga* promoveu um aumento de 28% na produtividade agrícola.

compra de terra. E, na medida em que o valor do aluguel não reflete ganhos não agrícolas, não é necessário o uso de subsídios para que esse tipo de política seja sustentável no longo prazo.

No caso de Stiglitz (1974), poderia haver algum espaço para atuação do governo caso a variância da produção pudesse ser reduzida via acesso a instrumentos de seguro, como o mercado de futuros ou seguros de safra. De qualquer forma, as diretrizes de política para esse caso não são claras, fugindo ao objetivo deste estudo. Nos modelos de Cheung (1969) e Eswaran e Kotwal (1985), não há espaço para a atuação do governo, uma vez que os contratos são determinados por parâmetros de preferência e tecnologia.

4.3.2

Implicações Testáveis

As implicações dos modelos de escolha de contratos na agricultura para a política econômica, como mencionado acima, dependem de uma questão empírica importante: é necessário determinar a origem do mau funcionamento do mercado de arrendamento. A seguir, é apresentada uma estratégia para a abordagem dessa questão.

O primeiro teste empírico constitui-se de dois conjuntos de regressão. No primeiro, a variável dependente é a fração da produção recebida pelo agricultor e, no segundo, considera-se a produção agrícola. A tabela 4.1 resume as principais restrições dos modelos apresentados sobre os parâmetros estimados. O maior desafio é a construção das variáveis necessárias para a análise.

No caso de dados em painel, a aversão ao risco poderia ser tratada como um efeito fixo. Nesse caso, torna-se necessário o uso de controles para que o efeito fixo reflita apenas essa variável, isolando outras questões como a qualidade da terra, a habilidade dos agricultores, etc. Outra possibilidade, seria excluir o efeito fixo em um modelo de diferenças. Nesse caso, as duas primeiras linhas da tabela 4.1 seriam excluídas e ainda assim os modelos poderiam ser identificados. Outra alternativa seria o uso de medidas indiretas de aversão ao risco.

Outra variável especialmente complicada é a utilidade de reserva do agricultor. Para isso, pode-se estimar uma equação de salários e utilizá-la para imputar o salário de cada agricultor caso fosse um trabalhador de outro setor. As demais variáveis são mais usuais e podem ser obtidas através da estimação de funções de produção agrícolas e funções de custo.

Tabela 4.1: Implicações Testáveis dos Principais Modelos de Contratos de Trabalho Rural

Variáveis	Cheung (1969)		Stiglitz (1971)		Eswaran e Kotwal (1985)		Laffont e Matoussi (1995)	
	α	q	α	q	α	q	α	q
Aversão ao risco (agric.)	-	0	-	-	0	0	0	0
Aversão ao risco (prop.)	+	0	0	0	0	0	0	0
Custo de esforço (agric.)	0	-	-	-	0	-	+	-
Custo de esforço (prop.)	0	-	0	0	0	-	0	0
Elasticidade de produção	0	+ou -	0	0	+	+ou -	0	0
Variância da Produção	0	0	-	-	0	0	0	0
Utilidade de reserva (agric.)	0	0	0	0	0	0	+	+
Riqueza do agricultor	0	0	0	0	0	0	+	+

Em seguida, pode-se analisar as extensões mencionadas na seção 4.2. A heterogeneidade, como mencionado anteriormente, é uma questão importante para a política econômica. O objetivo, nesse caso, é de tentar avaliar se o gerenciamento da produção agrícola requer algum tipo de habilidade específica em relação ao trabalho assalariado. O maior desafio nessa direção é a medida de habilidade que, especialmente no caso da agricultura, pode não estar associado à educação formal. Uma possível solução seria o uso de *proxies* como, por exemplo, a ocupação dos pais e experiência prévia com a agricultura.

Por fim, a seção 4.2.2 mostra que o estabelecimento de contratos de longo-prazo, com possibilidade de despejo, pode induzir níveis de esforço mais altos com um α menor. Portanto, a análise empírica dos tópicos mencionados acima deve ter o cuidado de controlar adequadamente esses dois efeitos: a duração do contrato e o custo de despejo. Enquanto a duração do contrato é uma variável facilmente observável, o custo de despejo pode trazer complicações adicionais, uma vez que relaciona-se com a qualidade das instituições e garantia dos contratos e do direito de propriedade.

Apêndice C

Prova. [Demonstração da Proposição 13] Note inicialmente que a restrição de participação é ativa, ou seja, $V(\alpha, \beta, e, f) = \bar{V}$. Resolvendo a restrição para β e substituindo em (4-6), a escolha de α , e e f são definidas por:

$$\max_{\alpha, e, f} e^\gamma f^{1-\gamma} - \frac{\sigma^2}{2} [R(1-\alpha)^2 + r\alpha^2] - \frac{1}{2} (me^2 + nf^2) - \bar{V}$$

As condições de primeira ordem formam o seguinte sistema:

$$\gamma e^{\gamma-1} f^{1-\gamma} = me,$$

$$(1-\gamma) e^\gamma f^{-\gamma} = nf,$$

$$R(1-\alpha)\sigma^2 = r\alpha\sigma^2,$$

que tem como solução $e = e_C$, $f = f_C$ e $\alpha = \alpha_C$. □

Prova. [Demonstração da Proposição 14] Assumindo $R = 0$ e $\gamma = 1$, tem-se que $U = (1-\alpha)e + \beta$ e $V = \alpha e - \beta - \frac{1}{2}r\alpha^2\sigma^2 - \frac{1}{2}me^2$. A condição de primeira ordem do programa definido pela restrição (4-7) implica que $e = \frac{\alpha}{m}$. Em seguida, note que a restrição de participação em (4-6) também é ativa e, portanto, pode ser resolvida para β . Substituindo e e β , o problema do proprietário torna-se

$$\max_{\alpha} \frac{\alpha}{m} - \frac{1}{2}r\alpha^2\sigma^2 - \frac{1}{2}\frac{\alpha^2}{m},$$

cuja condição de primeira ordem resulta em $\alpha_S = \frac{1}{1+m r \sigma^2}$. □

Prova. [Demonstração da Proposição 15] O primeiro passo é a análise do subjogo definido por (4-8) e (4-9). A condição de primeira ordem de (4-8) implica em

$$e = \left(\frac{\alpha\gamma}{m}\right)^{\frac{1}{2-\gamma}} f^{\frac{1-\gamma}{2-\gamma}}. \tag{4-13}$$

Analogamente, a condição de primeira ordem de (4-9) resulta em

$$f = \left(\frac{(1-\alpha)(1-\gamma)}{n}\right)^{\frac{1}{1+\gamma}} e^{\frac{\gamma}{1+\gamma}}. \tag{4-14}$$

O equilíbrio de Nash do subjogo é definido pela solução do sistema (4-13) e (4-14), ou seja,

$$e(\alpha) = \left(\frac{\alpha\gamma}{m}\right)^{\frac{1+\gamma}{2}} \left(\frac{(1-\alpha)(1-\gamma)}{n}\right)^{\frac{1-\gamma}{2}}$$

e

$$f(\alpha) = \left(\frac{\alpha\gamma}{m}\right)^{\frac{\gamma}{2}} \left(\frac{(1-\alpha)(1-\gamma)}{n}\right)^{\frac{2-\gamma}{2}}.$$

Observando que a restrição de participação é ativa no ótimo, resolvendo-a para β e substituindo $e(\alpha)$, $f(\alpha)$ e β no problema do proprietário de terras, tem-se que α é definido por

$$\max_{\alpha} [e(\alpha)]^{\gamma} [f(\alpha)]^{1-\gamma} - \frac{1}{2}m [e(\alpha)]^2 - \frac{1}{2}n [f(\alpha)]^2 - \bar{V}. \quad (4-15)$$

A condição de primeira ordem de (4-15) determina $\alpha_{EK} = \frac{\gamma(1+\gamma) - \sqrt{\gamma(2-\gamma)(1-\gamma^2)}}{2\gamma-1}$. \square

Prova. [Demonstração da Proposição 16] Assumindo $R = r = 0$ e $\gamma = 1$, tem-se que $U = (1 - \alpha)e + \beta$ e $V = \alpha e - \beta - \frac{1}{2}me^2$. A restrição de incentivos (4-7) implica em $e = \frac{\alpha}{m}$. Logo, o contrato ótimo é definido pelo programa abaixo:

$$\max_{\alpha, \beta} (1 - \alpha) \frac{\alpha}{m} + \beta$$

sujeito a

$$\frac{\alpha^2}{2m} - \beta \geq \bar{V}$$

e

$$\beta \leq a.$$

Denotando por μ e λ os multiplicadores de Lagrange das restrições acima, as condições de primeira ordem implicam em

$$1 - 2\alpha + \mu\alpha = 0,$$

$$1 - \mu - \lambda = 0,$$

$$\mu \left[\frac{\alpha^2}{2m} - \beta - \bar{V} \right] = \lambda(\beta - a) = 0, \lambda \geq 0, \mu \geq 0.$$

Note inicialmente que pelo menos uma das restrições é ativa, ou seja, μ ou λ ou ambos são positivos. Portanto, três casos são relevantes. No caso em que $\mu = 0$ e $\lambda > 0$ tem-se $\alpha = \frac{1}{2}$ e $\beta = a$, o que é compatível com a restrição de participação se $a < a_1$. Caso $\mu > 0$ e $\lambda > 0$, as duas restrições são ativas e, assim, $\beta = a$ e $\alpha = \sqrt{2m(\bar{V} + a)}$ para $a_1 \leq a < a_2$. Finalmente, no caso em que $\mu > 0$ e $\lambda = 0$, tem-se que $\alpha = 1$ e $\beta = \frac{1}{2m} - \bar{V}$. \square

Prova. [Demonstração da Proposição 17] É fácil verificar que

$$\Delta U = \begin{cases} \frac{3}{4m} + a - 1 + \bar{V}_N, & a < a_1; \\ \frac{\sqrt{2m(\bar{V}_C + a)}}{m} - 2\bar{V}_C - a - 1 + \frac{1}{2m} + \bar{V}_N, & a_1 \leq a < a_2; \\ \frac{1}{2} \left(\frac{m^2 + 1}{m} \right) - 1 - (\bar{V}_C - \bar{V}_N) & a \geq a_2. \end{cases}$$

A proposição resulta diretamente da diferenciação de ΔU com respeito a a , \bar{V}_N e \bar{V}_C . O sinal das derivadas é definido pelas condições de cada caso. \square