

### 3 Formação do Preço da Energia Elétrica

#### 3.1. Introdução

*“A formação de preços é inerente a toda atividade industrial, sendo desejável por parte dos consumidores que esses preços reflitam os custos de produção” (Silva, 2001a:17)*

Muitos países da Europa e diversos estados dos EUA possuem sistemas predominantemente térmicos (sistemas termelétricos), isto é, baseados em usinas a gás e cogeração, combustíveis fósseis ou nucleares. Nestes casos, como existe a possibilidade de armazenar o combustível, praticamente não há conseqüências futuras de uma decisão tomada no presente e, assim, os geradores podem fazer suas ofertas de preços referenciados em seus custos e em suas próprias estratégias de mercado.

Encontrar o despacho ótimo neste contexto é tarefa relativamente fácil, o que em sistemas de pequeno porte pode ser feito ordenando-se as unidades em ordem crescente de custos. O operador do mercado ou do sistema, de acordo com o modelo de despacho adotado, pode determinar o preço marginal do sistema ou os preços nodais do sistema via modelos computacionais específicos.

Em países como Islândia e Brasil, que possuem sistemas com predominância hidráulica, baseados em combustível “grátis” (a água)<sup>1</sup>, a disponibilidade de energia para atender ao consumo é limitada à capacidade de armazenamento dos reservatórios. Existe, então, o que comumente é conhecido como acoplamento temporal, ou seja, uma decisão operativa tomada no presente tem conseqüências futuras para o custo operativo. O uso ótimo da água deve ser encontrado equilibrando-se o valor imediato e o valor futuro da água.

---

<sup>1</sup> Uma vez que os reservatórios possuem um limite de capacidade, o uso indiscriminado da água acarreta uma necessidade de geração térmica, que é cara, no futuro. Por isso, a água tem o seu valor que pode ser calculado, como se mostrará mais adiante.

Note-se que o planejamento da operação é sensivelmente menos complexo e com horizonte mais curto em sistemas termelétricos do que em sistemas hidrotérmicos com base hidráulica. Observe-se, ainda, que qualquer que seja o sistema de formação do preço, o acesso às linhas de transmissão é, em geral, livre. Isso garantiria, pelo menos em tese, que os consumidores obtivessem preços mais baixos com o despacho dos geradores mais eficientes.

Neste capítulo, aborda-se o processo de formação do preço spot da energia elétrica no Brasil e no mundo, porém com ênfase para os sistemas hidrotérmicos com base hidráulica. Inicialmente, o sistema elétrico brasileiro é descrito brevemente em suas principais características para que se possa aclarar a opção de despacho e formação do preço de energia elétrica utilizados pelo Brasil. Mais adiante é tratado o problema do planejamento da operação em sistemas térmicos e hidrotérmicos. Para a comercialização de energia no Brasil, é fundamental entender do planejamento da operação, pois os preços negociados no MAE são obtidos através de programas de otimização, desenvolvidos pelo CEPEL, do planejamento da operação.

### **3.2. Sistema Elétrico Brasileiro**

Em termos de capacidade instalada, o sistema brasileiro é baseado predominantemente em usinas hidráulicas, com cerca de 68 GW devido a usinas hidráulicas, da capacidade total de 80 GW, ou seja, 85% do total. As usinas térmicas respondem por 9 GW ou 11,3%. Outros 2 GW são importados (2,5%) e o restante 1 GW (1,2%) é devido a pequenas usinas<sup>2</sup>.

O Brasil importa energia sob diversas formas – petróleo, gás natural, energia elétrica – de vários países do continente: Venezuela, Argentina, Bolívia, Uruguai e Paraguai, compartilhando com este último a hidrelétrica de Itaipu, com 12.600 MW de capacidade instalada.

Até 1999, existiam no Brasil basicamente dois grandes sistemas elétricos interligados (Sul/Sudeste/Centro-Oeste e Norte/Nordeste). Neste ano, os mesmos foram interligados com a construção da linha de transmissão Norte-Sul, formando o chamado Sistema Interligado Brasileiro (SIB), composto de aproximadamente

---

<sup>2</sup> Cf. MME, 2003 (valores aproximados).

97% da capacidade de produção de energia elétrica, sendo os demais 3% relativos a sistemas isolados, localizados principalmente na região amazônica.

A capacidade de transferência do sistema de transmissão que interconecta as regiões S/SE/CO é da ordem de 3.600 MW, no sentido Sudeste/Centro-Oeste e 3.900 MW no sentido inverso. Nota-se que este intercâmbio tem característica sazonal, com fluxos de energia na direção Sudeste/Centro-Oeste durante o período de maio a novembro (seco), e na direção Sul durante o período de dezembro a abril (úmido).

O Sistema Interligado S/SE/CO é o mais importante por abranger as regiões economicamente mais fortes do país, contando com aproximadamente, 200 usinas hidrelétricas e 30 termelétricas. Sua capacidade instalada hidrelétrica é da ordem de 65% do total nacional, dispondo de potencial inventariado da ordem de 52 GW. A Tabela 2 mostra as estatísticas dos subsistemas em termos de capacidade instalada e consumo.

Tabela 2. Consumo e capacidade instalada dos subsistemas

| <b>Subsistema</b>           | <b>Consumo<br/>TWh (%)</b> | <b>Capacidade instalada<br/>MW (%)</b> |
|-----------------------------|----------------------------|--|
| Sudeste/Centro-Oeste        | 175,7 (60)                 | 37.109 (45)                            |
| Sul                         | 51,6 (17)                  | 14.996 (19)                            |
| Nordeste                    | 39,7 (14)                  | 11.759 (15)                            |
| Norte (sistema interligado) | 19,6 (7)                   | 4.270 (5)                              |
| Norte (sistema isolado)     | 6,0 (2)                    | --                                     |
| Itaipu                      | --                         | 12.600 (16)                            |
| Total                       | 292,6 (100)                | 80.734 (100)                           |

Fonte: MME (2003)

Também com respeito ao armazenamento máximo de cada subsistema, o Sudeste tem comparativamente um peso bem acima dos outros subsistemas brasileiros. Em valores aproximados, o Sudeste responde por 70% do armazenamento máximo; o Nordeste por 20%, o Sul por 5% e o Norte por outros 5%.

### 3.3.

#### Planejamento da Operação em Sistemas Térmicos

Como foi dito no capítulo anterior, o Brasil, em razão das características de seu sistema elétrico, da estrutura da indústria e da base de recursos do país, adota

o modelo de despacho centralizado “*Tigh Pool*”. O objetivo do despacho do sistema neste modelo é encontrar, através de programas computacionais específicos, desenvolvidos pelo CEPEL, o custo mínimo com o uso de informações de disponibilidades técnicas dos geradores e do custo de déficit. Neste modelo, apenas os geradores termelétricos fazem oferta de preços; os geradores hidráulicos não têm este direito (Silva, 2001a: 41).

Assim, de modo geral, o objetivo do planejamento da operação é definir pelo menor custo possível os montantes de energia que cada unidade geradora deve fornecer de modo a suprir toda a demanda.

Nos sistemas térmicos, ou puramente térmicos, composto de usinas a gás e cogeração, nucleares e combustíveis fósseis, em geral basta o conhecimento dos custos de operação e as capacidades de geração de cada usina para se calcular o despacho ótimo.

O despacho térmico horário é resolvido “empilhando” as usinas em ordem crescente de custo incremental de produção (MWh adicional) de tal forma que o gerador marginal seja a última unidade despachada. Se o problema for de grande porte, usa-se um algoritmo de programação linear (PL), como será detalhado a seguir.

O problema do despacho na hora  $h$  pode ser definido como se segue:

$$z_h = \min \sum_{j=1}^J c_{j,h} g_{j,h} \quad (3.1)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^J g_{j,h} = d_h \quad (3.2)$$

$$\underline{G}_h \leq G_h \leq \overline{G}_h \quad (3.3)$$

onde:

- $z$  Custo operativo do sistema térmico;
- $c_{j,h}$  Custo operativo da usina térmica  $j$  ( $j = 1, \dots, J$ );
- $g_{j,h}$  variável de decisão que representa a produção da usina  $j$ ;
- $d_h$  Demanda do sistema;
- $G_h$  Vetor de geração limitado por um máximo  $\overline{G}_h$  e um mínimo  $\underline{G}_h$ .

As restrições das equações (3.2) e (3.3) representam, respectivamente, o atendimento à demanda e os limites de geração térmica. Observe-se que um

acionamento pode ser representado por uma térmica fictícia de capacidade infinita e custo operativo igual ao custo de interrupção.

Evidentemente, o despacho na prática não é tão simples como se mostrou aqui, pois envolve outras variáveis, tais como os tempos máximos e mínimos de operação; o custo adicional de entrada em operação das unidades térmicas; tempo de resfriamento das usinas; entre outros. Mesmo assim, ele ainda é muito mais simples que o despacho de sistemas hidrotérmicos.

Concluindo, pode-se enumerar as seguintes características do planejamento da operação em sistemas térmicos:

- i. *Desacoplados no tempo*, ou seja, uma decisão de operação hoje não traz conseqüências ao custo de operação do estágio seguinte;
- ii. *O fornecimento de energia* depende apenas da capacidade de geração de cada unidade;
- iii. *Os custos das unidades não exercem influência entre si*, isto é, o custo de operação de uma unidade independe do nível de geração ou disponibilidade da outra unidade.

### 3.3.1. Preço Spot em Sistemas Térmicos

Define-se preço spot horário do sistema como a derivada do custo operativo em relação à demanda,  $\partial z_h / \partial d_h$  sendo igual à variável dual (multiplicador simplex ou preços sombra  $\mathbf{p}_{d,h}$ ) associada à restrição de atendimento à demanda, equação (3.2), obtida na solução do problema de PL.

Observe-se que, na prática, muitas vezes o preço spot é obtido por inspeção (Kelman, 1999:5). Logo, um aumento na demanda é compensado por um aumento na produção do gerador marginal  $j^*$ , ou seja,  $\partial z_h / \partial d_h = \mathbf{p}_{d,h} = c_{j,h}^*$ . Um exemplo simplificado do cálculo do preço spot em sistemas térmicos é apresentado em Pereira (1999) e Kelman (1999).

Em sistemas competitivos baseados em leilões, como o da Califórnia e do Pool formado pela Noruega, Suécia, Finlândia e Dinamarca (“Nordic Pool”), o preço horário da energia elétrica é o preço resultante do equilíbrio entre as curvas de oferta e demanda. Considerando a existência de um mercado perfeito, este preço será igual ao custo marginal de operação (CMO).

Nota-se que nos países que substituíram uma estrutura regulada baseada em custo para outra menos regulada com base no mercado, surgiram diversas propostas de mecanismos de leilões para mercados horários de eletricidade para o dia seguinte, e.g. Post, 1995; Ancona, 1997; Bernard, 1997; Dekrajangpetch & Sheblé (1999 e 2000); Wen & David, 2001; Cazzol, 2002; Mount, 2001; entre outros.

Em países com sistemas de geração elétrica com base predominantemente hidráulica, como Nova Zelândia, Argentina, Chile e Brasil, no entanto, o custo marginal de curto prazo é obtido partir de um despacho centralizado usando programação estocástica (Binato, 1995), assunto que será abordado na próxima seção. Nestes casos, o problema de prever o preço se apresenta como um desafio maior, pois existe alguma dificuldade em se tratar as variáveis que impactam o preço.

### **3.4. Planejamento da Operação em Sistemas Hidrotérmicos**

Planejar a operação em sistemas hidrotérmicos com base hidráulica, como o brasileiro, é algo extremamente amplo e complexo, compreendendo desde o planejamento plurianual até a programação diária dos reservatórios. Procura-se atender à demanda minimizando o valor esperado do custo de operação ao longo do período de planejamento, obtendo as metas de geração de cada usina do sistema (hidro e termoelétricas) em cada estágio.

Note-se que, diferentemente dos sistemas térmicos, qualquer decisão tomada em uma etapa do planejamento em sistemas hidrotérmicos, com base hidráulica, traz embutida uma consequência futura e um risco associado, pois a afluência futura é uma variável aleatória e existe um limite na capacidade de armazenamento dos reservatórios.

A decisão de *esvaziar os reservatórios* do sistema leva fatalmente a duas possíveis consequências operativas: (i) se as afluências futuras forem altas, tem-se uma operação econômica, mas (ii) se as afluências futuras forem baixas, tem-se um déficit, com possíveis cortes de carga ou medidas de racionamento de energia. Por outro lado, a decisão de *manter os reservatórios cheios* (usando geração térmica no presente), leva também a duas possíveis consequências operativas

futuras: (i) se as afluições futuras forem baixas, tem-se uma operação econômica, mas (ii) se as afluições futuras forem altas, tem-se um vertimento, que não chega a ser tão danoso quanto a um déficit, mas indica um desperdício de energia.

Como ficará claro mais adiante, a consideração de cenários para as vazões afluentes futuras aos reservatórios introduz estocasticidade e um caráter dinâmico ao problema. Logo, o algoritmo usado para resolver o problema de despacho em sistemas hidrotérmicos deve ser capaz de representar problemas de otimização estocástica. Outra característica importante que deve ser mencionada é que o planejamento da operação em sistemas hidrotérmicos é um problema que apresenta um acoplamento espacial, isto é, a operação de uma usina (o uso da água armazenada em seu reservatório) afeta não apenas a usina em questão, mas também as usinas a jusante de seu posto.

### 3.4.1. As Funções de Custo Futuro e Imediato

A operação do sistema hidrotérmico deve considerar não apenas os custos de geração térmica em um estágio  $t$  (normalmente mês ou semana) mas, também, o custo esperado dessa geração e do déficit no final desse estágio  $t$  (início de  $t+1$ ). Matematicamente, esta lógica pode ser expressa pela “Função de Custo Imediato” (FCI), representando o benefício do uso imediato da água, e pela “Função de Custo Futuro” (FCF), representando o benefício de armazená-la hoje para seu uso no futuro (Figura 3) (Kelman et al, 1999).

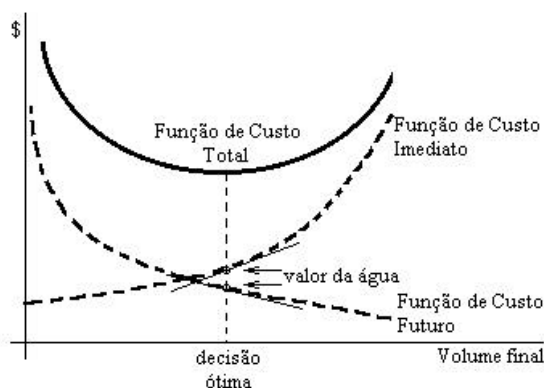


Figura 3. Funções de custo imediato, futuro e total

É possível entender a FCI como o custo de geração térmica necessária para complementar o atendimento à demanda no estágio  $t$ , e é representada por uma função linear por partes<sup>3</sup>. A FCF de cada estágio  $t$ , por sua vez, pode ser definida como sendo o custo esperado de geração térmica ao longo do período de planejamento em função do volume armazenado ao final do estágio. À medida que se aumenta o volume armazenado final, diminui a função de custo futuro, pois mais capacidade hidráulica existirá no futuro<sup>4</sup>. O uso ótimo da água será, pois, aquele que minimiza a soma do custo de geração térmica no presente e o valor esperado do custo de geração até o fim do período de estudo.

Conseqüentemente, o problema de encontrar o menor custo global se resume a encontrar o ponto de mínimo da “Função de Custo Total” (FCT) – dada pela soma das FCF e FCI. Este ponto é onde a derivada de FCT em relação ao volume final é igual a zero ou, ainda, onde as derivadas de FCF e FCI em relação ao volume final são iguais em módulo. Assim, o chamado “valor da água” pode ser calculado pela inclinação da FCI (ou da FCF) no ponto de decisão ótimo correspondente ao nível de armazenamento ao final do estágio  $t$ .

Para se alcançar os objetivos do planejamento da operação em sistemas hidrotérmicos e para que se obtenha uma boa representação do sistema, não é razoável a utilização de um único modelo, dada a sua complexidade. Faz-se, então, um desdobramento do problema em vários subproblemas com horizontes de planejamento (ou de otimização) diferentes. Neste trabalho, o problema será dividido em planejamento ou despacho de médio, curto e curtíssimo prazos<sup>5</sup>.

### **3.4.2. Planejamento a Médio Prazo**

No planejamento do médio prazo, o horizonte de estudo é de até cinco anos à frente, com discretização mensal. Nesta etapa, as vazões afluentes aos reservatórios e as usinas hidroelétricas são representadas de forma agregada em

---

<sup>3</sup> Consulte, e.g. Maceira, Costa & Marcato (1999).

<sup>4</sup> Na próxima seção serão fornecidos os detalhes do cálculo da FCF.

<sup>5</sup> A nomenclatura dos horizontes de planejamento pode variar segundo o autor. No lugar de médio, curto e curtíssimo prazos como se definem aqui os horizontes de planejamento, alguns autores preferem a denominação de longo, médio e curto prazos, respectivamente (e.g., Cepel, 1999 e Silva, 2001a). A etapa de curtíssimo prazo também é denominada de programação diária dos reservatórios.



sistemas equivalentes existindo um limite máximo de intercâmbio entre os sistemas.

Resumidamente, o problema do despacho pode ser colocado como:

$$\min z_t = \min \left\{ \sum_{j=1}^J c_j g_{j,t} + \frac{1}{1+b} FCF(v_{t+1}) \right\} \quad (3.4)$$

sujeito a:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Atendimento à demanda} \\ \text{Limites na geração térmica} \\ \text{Balanço hídrico} \\ \text{Limites de armazenamento e turbinamento} \end{array} \right.$$

Observe-se que o período de planejamento para o despacho hidrotérmico é dividido em estágios (variável discreta) e a melhor decisão (variável de controle que determina o estado em que o sistema se encontrará no final do estágio) a cada estágio é determinada de acordo com o estado (variável que descreve o sistema) em que o problema se encontra. A seguir, descreve-se a função objetivo e as restrições do problema.

- **Função Objetivo:**

O menor custo de operação no estágio  $t$  (mês ou semana) é tal que a soma dos custos imediatos  $c_j g_{j,t}$  no estágio  $t$  (custos térmicos) e futuros  $FCF(v_{t+1})$  (função de custo futuro) seja a mínima possível.

Observe-se que a função de custo futuro depende dos volumes armazenados ao final do estágio, representado aqui por  $v_{t+1}$ . A taxa de desconto é dada por  $b$ , um fator de atualização monetária; seu valor, na prática, é de aproximadamente 12%.

- **Limite de Atendimento à Demanda:**

O limite de atendimento à demanda é dado abaixo:

$$\sum_{j=1}^J g_{j,t} + \sum_{i=1}^I r_i u_{i,t} = d_h \quad (3.5)$$

onde:

$u_{i,t}$  variável de decisão que indica o volume turbinado no estágio  $t$ ;

$r_i$  valor conhecido representando o coeficiente de produção da usina hidroelétrica  $i$  (MWh/hm<sup>3</sup>);

- **Limites na Geração Térmica:**

Os limites na geração térmica são os mesmos do despacho térmico (ver também equação (3.3)):

$$\underline{G} \leq G \leq \overline{G} \quad (3.6)$$

sendo o vetor de geração limitado por valores mínimos  $\underline{G}$  e máximos  $\overline{G}$ .

- **Balço Hídrico**

O balanço hídrico está ilustrado na Figura 4 (Pereira, 1999) pela representação de três usinas hidroelétricas com reservatório. A equação de balanço hídrico indica que o volume final no estágio  $t$  (início de  $t+1$ ) é igual ao volume inicial mais os volumes de entrada (volumes de saída das usinas a montante e vazões laterais) menos os volumes de saída (turbinados e vertidos).

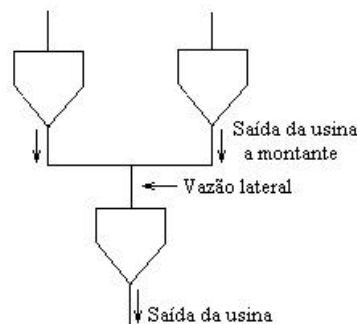


Figura 4. Balço hídrico

Logo, para o estágio  $t$ , tem-se que:

$$v_{i,t+1} = v_{i,t} - u_{i,t} - s_{i,t} + y_{i,t} + \sum_{m \in M_i} [u_{m,t} + s_{m,t}] \quad (3.7)$$

onde:

$v_{i,t+1}$  variável de decisão que representa o armazenamento final da usina hidroelétrica  $i$  ( $i = 1, \dots, I$ );

$v_{i,t}$  valor conhecido que indica o armazenamento inicial da usina  $i$ ;

$y_{i,t}$  valor conhecido que indica a afluência lateral à usina  $i$ ;

$s_{i,t}$  variável de decisão que indica o volume vertido da usina  $i$ ;

$m \in M_i$  conjunto de usinas a montante da usina  $i$ ;

### 3.4.2.1. Programação Dinâmica Estocástica - PDE

Para se resolver o problema de despacho em sistemas hidrotérmicos (Terry et al, 1986a e 1986b) é necessária uma técnica que permita a representação de não linearidades, que seja multiestágios e simples de ser implementada. Um algoritmo que possui esses requisitos é chamado de programação dinâmica estocástica (PDE) (Pereira, 1985).

No algoritmo PDE, para um determinado valor de armazenamento inicial, resolve-se um problema de despacho da equação (3.4) para os  $N$  cenários de aflúncias. A FCF de cada estágio é obtida através da discretização do espaço de estados, considerando simulações operativas do sistema em todos os possíveis cenários de tendência hidrológica para cada nível de armazenamento escolhido (Figura 5).

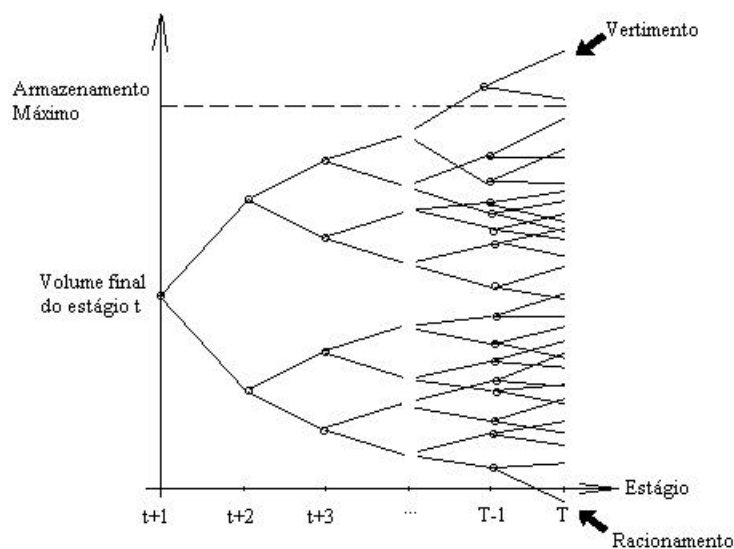


Figura 5. Evolução do armazenamento ao longo do período de planejamento

Um aspecto importante desse cálculo é que ele é feito em sentido inverso, ou seja, de  $t=T$  até  $t=1$ , de tal forma que  $FCF(v_{t+1})$  seja previamente calculado.

Em cada etapa  $t$ , define-se inicialmente um conjunto de estados do sistema (e.g. os níveis de armazenamentos 100%, 75%, 50%, 25% e 0%) e também uma amostra de  $N$  cenários de vazões afluentes. Assim, no estágio  $t$ , para cada afluência e volume armazenado, tem-se um determinado custo operativo mínimo pela resolução da equação (3.4).

Resumidamente, o procedimento da PDE é o seguinte:

- i. Inicie no último estágio  $T$  e resolva um subproblema de despacho [equação (3.4)] para cada um dos  $N$  cenários de afluência, supondo um determinado nível de armazenamento inicial (no estágio  $T$ );
- ii. Calcule o valor esperado do custo operativo associado a cada abertura (nível de armazenamento), como sendo a média dos  $N$  subproblemas, obtendo assim o primeiro ponto da FCF para a etapa  $T-1$ ;
- iii. Repita para os demais estados (níveis de armazenamento) desse estágio até se obter a FCF para o estágio  $T-1$ ,  $FCF(v_t)$ . Os custos entre dois estados são obtidos por interpolação dos pontos intermediários;
- iv. Repita o procedimento para todos os níveis de armazenamento escolhidos nos estágios  $T-1$ ,  $T-2$ , ..., 1. Ao repetir o processo para  $T-1$ , por exemplo, note que o objetivo é minimizar o custo operativo imediato neste estágio mais o valor esperado do custo esperado futuro, dado pela função linear por partes calculada no passo anterior. Como resultado final, tem-se um conjunto de FCF  $\{ FCF(v_{t+1}) \}$  para todos os estágios  $t = 1, \dots, T$ ;
- v. Minimize o custo operativo total do estágio  $T-1$ , isto é, a soma do custo imediato deste estágio<sup>6</sup> e do valor esperado do custo futuro (dado pela função linear por partes calculada na etapa anterior);

Um exemplo didático simplificado do procedimento acima utilizando duas usinas térmicas e uma hidráulica pode ser encontrado em Marcato (2002:49).

Até aqui, fez-se uma série de hipóteses simplificadoras do problema de despacho do sistema hidrotérmico, onde as mais importantes são:

1. Apenas um único reservatório é considerado;

---

<sup>6</sup> Como visto, a FCI é representada por uma função linear por partes e o custo imediato é obtido resolvendo um problema de programa linear (PL), onde os limites de capacidade de todas as usinas térmicas e seus custos de geração são variáveis consideradas.

2. Não existem restrições de transmissão;
3. Não existe correlação serial entre as afluições.

Com respeito à primeira hipótese, Pereira (1999:16) afirma que “o valor da água de uma usina hidroelétrica é uma função não-separável do estado das demais usinas hidroelétricas do sistema”, isto é, deve-se necessariamente representar todas as usinas do sistema. Infelizmente, na prática, a combinação do número de níveis de armazenamento e afluições torna inviável computacionalmente o cálculo da PDE mesmo para problemas de pequeno porte, pois o número de estados discretizados cresce exponencialmente com o número de variáveis à taxa de  $(n \cdot N)^I$ , onde  $n$  é o número de aberturas (níveis de armazenamento),  $N$  é o número de cenários de afluições e  $I$  é o número total de usinas hidroelétricas.

Por exemplo, em um problema com 5 usinas hidroelétricas, 20 níveis de armazenamento e 20 cenários de afluições, o número de estados assumiria o valor astronômico de  $20^{10}$  ou, aproximadamente, 10 trilhões de estados! Note-se que, na prática, os valores típicos de  $n$ ,  $N$  e  $I$  são da ordem de 20, 2.000 e 100, respectivamente, ou seja, nosso problema seria da ordem de  $40.000^{100}$  estados!

Para contornar os problemas acima, inclusive o da “maldição da dimensionalidade”, utiliza-se uma técnica que estende a programação estocástica anterior, denominada programação dinâmica dual estocástica (PDDE), analisada a seguir.

#### **3.4.2.2.**

#### **Programação Dinâmica Dual Estocástica - PDDE**

A programação dinâmica dual estocástica (PDDE) [Pereira & Pinto (1995); Grestin et al (1992 e 1993) e Pereira (1989)] tem como principais características:

- Permite uma representação individualizada viável das usinas;
- Permite a utilização de modelos de vazões mais sofisticados. Na prática, as vazões afluentes para a construção da FCF são obtidas ou pela série histórica de vazões mensais (1932 a 2000) ou através de um modelo estocástico. Neste caso, o modelo utilizado é o Periodic AR(p), PAR(p), que será visto mais adiante;
- Considera o intercâmbio entre subsistemas (como uma variável de decisão);

- Evita a discretização do espaço de estados utilizando um esquema de Monte Carlo para se construir iterativamente a FCF associada a cada estado analisado (Silva & Finardi, 1999);

O procedimento para o despacho e cálculo da FCF via PDDE é, *grosso modo*, o seguinte:

- i. Inicialmente, define-se um volume inicial para cada reservatório. Em geral, trabalha-se com reservatórios equivalentes, isto é, agregando os reservatórios em um único para cada subsistema (S, SE/CO, N e NE);
- ii. Simulam-se séries temporais dos volumes, ou melhor, das energias naturais afluentes (ENA), para todo o período de planejamento, via simulação Monte Carlo nos resíduos do modelo PAR(p). Para ajustar esses modelos, utiliza-se o histórico de ENA;
- iii. Operação *Forward*.
  - a. Os volumes armazenados (energia armazenada ou EARM) de cada estágio são obtidos a partir do nível de armazenamento e da ENA do estágio anterior;
  - b. Em cada estágio  $t$ ,  $t=1, \dots, T$ , com a configuração do sistema definida, incluindo os valores de ENA e EARM, despacha-se o sistema. Ao invés de se interpolar os custos operativos (passo iii na descrição da PDE), a PDDE constrói iterativamente a FCF através de aproximações via “Princípio da Decomposição de Benders”<sup>7</sup>, calculando as derivadas da FCF em torno do nível de armazenamento inicial de  $t$  (armazenamento final de  $t-1$ ). Assim, a FCF de cada estágio é formada a partir de funções lineares por partes e possuindo tantas funções ou “retas” (derivadas) quantos forem os cenários de afluições (Figura 6);
  - c. São também definidos um limite inferior  $\underline{z}$  e um limite superior  $\bar{z}$  da solução ótima e construído um intervalo de confiança de 95%, que será usada no critério de parada;
- iv. Operação *Backward*.

---

<sup>7</sup> Para detalhes deste cálculo, consulte, e.g., Maceira et al (1999a). Binato et al (2001) aborda uma aplicação da decomposição de Benders em problemas do planejamento da expansão de redes de transmissão.

- a. Com uma operação inversa (de  $t=T, \dots, 1$ ) os cortes de Benders são construídos, obtendo-se, assim, mais “retas” para a FCF (buscando defini-la melhor). Aqui, o nível de armazenamento final do estágio T é definido como sendo o nível inicial na operação *Backward*.
- v. Critério de convergência do algoritmo: se o limite inferior  $\underline{z}$  estiver dentro no intervalo  $[\bar{z} - 1,96s_{\bar{z}}, \bar{z} + 1,96s_{\bar{z}}]$  pare; se não, faça outras operações *Forward e Backward*.

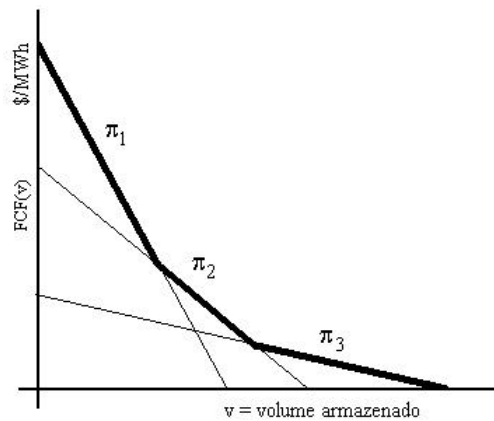


Figura 6. Função de custo futuro obtida da PDDE

Com respeito ao modelo PAR(p) de simulações de séries de tendência hidrológica, sua utilização é baseada na hipótese de que séries hidrológicas mensais têm um comportamento periódico das suas propriedades probabilísticas, como a média, a variância, a assimetria e a estrutura de autocorrelação. Ele é descrito em linhas gerais a seguir.

Considere  $Z_t$  uma série temporal sazonal de período  $s$  ( $s=12$  para séries mensais) e  $t=1, \dots, sA$ , função do ano  $T$  ( $T=1, \dots, A$ ) e do período  $m$  ( $m=1, \dots, s$ ). O modelo PAR(p) é dado a seguir (Maceira, 1999; Maceira et al, 1999d):

$$\left( \frac{Z_t - \mu_m}{\sigma_m} \right) = \phi_1^m \left( \frac{Z_{t-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}} \right) + \dots + \phi_p^m \left( \frac{Z_{t-p_m} - \mu_{m-p_m}}{\sigma_{m-p_m}} \right) + a_t \tag{3.8}$$

ou, resumidamente:

$$\Phi^m(B) \left( \frac{Z_t - \mu_m}{\sigma_m} \right) = a_t \tag{3.9}$$

onde:

$\mu_m$  é a média sazonal de período  $s$ ;

- $\sigma_m$  é o desvio-padrão sazonal de período  $s$ ;
- $\Phi^m(B)$  é o operador auto-regressivo de ordem  $p_m$ ;
- $p_m$  é a ordem do operador auto-regressivo do período  $m$ ;
- $a_t$  é a série de ruídos independentes com média zero e variância  $\sigma_a^{2(m)}$ .

Mais detalhes deste procedimento e exemplos de cálculo, podem ser encontrados em Marcato (2002); Marzano (2000); Silva (2001a); Maceira (1999); Maceira et al (1999a e 1999b) e Cepel (1999); Kelman (1999) e Pereira (1999).

Na próxima seção, aborda-se a etapa de curto prazo do planejamento da operação em sistemas hidroelétricos. Observe que a etapa de curto prazo usará a FCF definida aqui nesta etapa de médio prazo para o despacho de curto prazo.

### 3.4.3. Planejamento a Curto Prazo

No planejamento do curto prazo, o horizonte de estudo é de até um ano à frente, com discretização mensal, excetuando-se o primeiro mês que possui uma discretização semanal. Nesta etapa, as usinas são representadas de forma individualizada. Logo, a partir de informações obtidas na etapa de médio prazo, determinam-se cotas ou metas de geração *individuais* de usinas hidrelétricas e térmicas de modo a atender a demanda e minimizar o valor esperado do custo de operação ao longo do período de planejamento (custo de combustíveis mais penalizações por eventuais falhas no atendimento), supondo conhecidas as aflúências no início do estágio  $t$ .

Todas as restrições físicas e operativas associadas ao problema são incluídas nesta etapa, tais como conservação da água, atendimento à demanda, limites de turbinamento, defluência mínima, etc. (Cepel, 1999).

Formalmente, o problema de curto prazo é dado a seguir<sup>8</sup>:

$$\min_{\mathbf{a}_t} \mathbf{a}_t(X_t) = E_{y_t|X_t} \left\{ \min_{U_t} \left[ \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{NT} \Xi_j(GT_{j,t}) + \frac{1}{1+b} \mathbf{a}_{T+1}(X_{T+1}) \right] \right\} \quad (3.10)$$

sujeito a:

$$v_{i,t+1} = v_{i,t} + y_{i,t} - (u_{i,t} + s_{i,t}) + \sum_{k \in M_i} (u_{k,t} + s_{k,t}) \quad (3.11)$$

<sup>8</sup> Cf. Silva & Finardi (1999); Cepel (1999) e Silva (2001a).



$$\underline{v}_{i,t+1} \leq v_{i,t+1} \leq \bar{v}_{i,t+1} \quad (3.12)$$

$$\underline{u}_{i,t} \leq \bar{u}_{i,t} \quad u_{i,t} + s_{i,t} \geq \underline{u}_{i,t} \quad (3.13)$$

$$i = 1, \dots, NH; \quad j = 1, \dots, NT; \quad t = 1, \dots, T$$

sendo:

- $\mathbf{a}_{T+1}(X_{T+1})$  Função que representa o custo de operação do estágio  $T+1$  em diante. É fornecido pela etapa de médio prazo;
- $GT_{j,t}$  Geração da  $j$ -ésima usina termelétrica despachada durante o estágio  $t$ ;
- $\Xi_j(GT_{j,t})$  Função que representa o custo de geração da  $j$ -ésima usina termelétrica ( $GT_{t,j}$ ) despachada no nível  $GT_{t,j}$  durante o estágio  $t$ ;
- $y_t | X_t$  Distribuição de probabilidades do volumes afluentes incrementais  $y_t$  condicionada ao estado do sistema  $X_t$ ;
- $NH$  Número de usinas hidrelétricas no sistema;
- $NT$  Número de usinas térmicas no sistema;
- $v_{i,t+1}$  Equação de conservação da água (ver seção 3.4.2), sendo que  $(\underline{u}_{i,t+1}; \bar{u}_{i,t+1})$  e  $(\underline{v}_{i,t+1}; \bar{v}_{i,t+1})$  são os respectivos limites mínimo e máximo para os volumes turbinados  $u_{i,t}$  e os volumes vertidos  $s_{i,t}$ ;
- $M_i$  Conjunto de usinas imediatamente a montante da usina  $i$ ;
- $U_t$  Conjunto de variáveis de decisão.

A chamada “recursão”, equação (3.10), é feita para cada estágio  $t$  do período de planejamento  $t=1, \dots, T$ . As variáveis de estado  $X_t$  incluem os volumes armazenados nos reservatórios,  $v_{i,t}$ , e alguma informação acerca da tendência hidrológica. Por sua vez, as variáveis de decisão do problema  $U_t$  em cada estágio  $t$  incluem os volumes turbinados  $u_t$  e vertidos  $s_t$  nos reservatórios.

A equação (3.11) representa a equação de transição de estado correspondente à equação de conservação da água; a equação (3.12) representa as restrições associadas ao estado do sistema correspondente aos limites nos volumes armazenados nas usinas; a equação (3.13) representa as restrições associadas às variáveis de decisão correspondentes aos limites superiores nos volumes turbinados e limites inferiores na defluência total das usinas (Cepel, 1999).

O custo imediato a cada estágio  $t$ , ou seja, o custo de geração térmica necessária para complementar o atendimento da demanda no estágio  $t$ , pode ser obtido resolvendo-se o seguinte problema de PL:

$$C_t(U_t) = \min \sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^{NT} \Phi_j(GT_{j,t}) \quad (3.14)$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{NH_k} r_i u_{i,t} + \sum_{r \in \Omega} [f_t(r,i) - f_t(i,r)] + \sum_{j=1}^{NT_k} GT_{j,t} = D_t^k \quad (3.15)$$

$$GT_{i,t} \leq \overline{GT}_{i,t} \leq \overline{GT}_{i,t} \quad (3.16)$$

$$f_t(i,r) \leq \bar{f}_t(i,r) \quad (3.17)$$

$$\forall k = 1, \dots, NS$$

Onde:

|                  |  |
|------------------|--|
| $NS$             | Número total de subsistemas;   |
| $NH_k$           | Número de usinas hidroelétricas no $k$ -ésimo subsistema;  |
| $NT_k$           | Número de usinas térmicas no $k$ -ésimo subsistema;  |
| $D_t^k$          | Demanda de energia durante o estágio $t$ no $k$ -ésimo subsistema;   |
| $f_t(i,r)$       | Representa o intercâmbio de energia do subsistema $i$ para o subsistema $r$ , em MWh, no estágio $t$ ;           |
| $\bar{f}_t(i,r)$ | Representa o limite de intercâmbio de energia do subsistema $i$ para o subsistema $r$ , em MWh, no estágio $t$ ; |
| $\Omega_k$       | Conjunto de subsistemas diretamente conectados ao subsistema $k$ .   |

As usinas termoelétricas são representadas neste caso por grupos de térmicas com custos semelhantes (classes térmicas) e o déficit (corte de carga) pode ser representado incluindo-se uma classe térmica fictícia de capacidade de geração infinita e custo de operação diferenciado para cada percentual de não atendimento do mercado em cada patamar de carga (Cepel, 1999).

A restrição da equação (3.15) representa o balanço de energia em cada subsistema; a restrição da equação (3.16) representa os limites de geração termelétrica e a restrição da equação (3.17) representa os limites de intercâmbio de energia.

Observe-se que nesta etapa do planejamento, aparece, o mesmo problema da etapa de médio prazo, porém com horizonte de planejamento mais curto.

Da equação (3.10), observa-se que esta “recursão” requer como dado de entrada a FCF para a última etapa,  $\mathbf{a}_{T+1}(X_{T+1})$ , calculada na etapa de médio prazo. Uma vez que a PDE tem algumas restrições que a impedem de resolver esse problema na prática, tais como a “maldição da dimensionalidade”, conforme foi relatado na seção anterior, o algoritmo geralmente utilizado para se resolver o problema de curto prazo é a programação dinâmica dual estocástica (PDDE).

Finalizando esta seção, é preciso que se diga que o planejamento da operação não está completo sem a etapa de curtíssimo prazo, onde o horizonte de estudo é, em geral, de uma semana (ou mais) à frente, com discretização horária. Nesta etapa, define-se uma programação diária de geração procurando atender as metas das etapas anteriores considerando as restrições da rede elétrica.

No planejamento da operação e modelagem de sistemas hidrotérmicos pode-se acrescentar ainda a etapa de programação diária da operação, com horizonte de até uma semana à frente, discretizados em estágios horários. Nesta etapa, não é representada a incerteza das vazões; porém, a rede de transmissão é detalhada com precisão, bem como o parque hidrotérmico, considerando-se as restrições das máquinas e turbinas (Marcato, 2002:5). Além disso, a meta de geração de cada unidade geradora é determinada com a utilização da função de custo futuro obtida da etapa de curto prazo.

Além das etapas de médio e curto prazos e a programação diária, tem-se também o pré-despacho (1 dia) e o despacho (1 hora). A Figura 7 mostra como os diferentes horizontes de planejamentos estão concatenados.

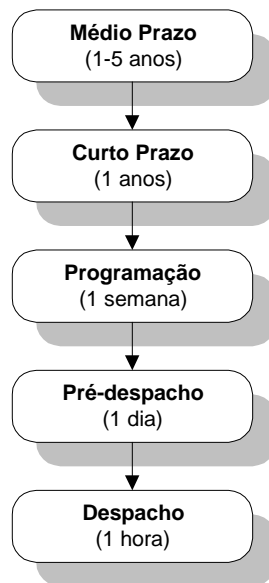


Figura 7. Etapas do planejamento da operação

#### 3.4.4. Preço Spot em Sistemas Hidrotérmicos

Como visto anteriormente, o problema do despacho é resolvido através de um algoritmo de PL que calcula o mínimo custo operativo, como foi visto anteriormente, obtendo assim os multiplicadores simplex (associados a cada restrição) correspondendo aos custos marginais de curto prazo. O preço spot do sistema hidrotérmico é definido, então, como sendo a variável dual associada à restrição de atendimento à demanda ou, ainda, é a derivada do custo operativo com respeito à demanda. Já o valor da água é definido como a variável dual associada à equação de balanço hídrico<sup>9</sup>.

Note-se que, nos sistemas hidrotérmicos, o preço spot tanto pode ser igual ao custo da térmica mais cara despachada, similarmente ao caso térmico, como também pode assumir o valor do custo de oportunidade das usinas hidroelétricas (PSRI, 1998).

Para cada um dos horizontes do planejamento da operação foi construído, ou está em fase de construção, um modelo que faz o despacho e fornece o custo marginal de operação, valor base para a definição do preço spot. Eles são utilizados pelos agentes do mercado, incluindo o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), formando uma cadeia de modelos do planejamento da operação

---

<sup>9</sup> Cf. Pereira (1999).

do sistema elétrico brasileiro que será abordada de forma sucinta na próxima seção.

### 3.5. Cadeia de Modelos do Planejamento da Operação

Desde 1977, a Eletrobrás e o CEPEL vêm desenvolvendo modelos computacionais de otimização utilizados para o planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos. A cadeia dos principais modelos que fornecem o preço spot é apresentada a seguir.

- “NEWAVE”

O primeiro modelo da cadeia desenvolvido pelo CEPEL é denominado “Newave” e vem sendo utilizado para o planejamento da operação no médio prazo de subsistemas hidrotérmicos interligados<sup>10</sup>.

As principais características do Newave são:

- Planejamento no médio prazo;
- Horizonte: 5 anos ou mais;
- Discretização: mensal

O Newave ganhou bastante importância no setor a partir de 1998 quando começou a ser largamente utilizado pelas empresas de energia. Desde a criação do MAE, em setembro de 2000, o programa é utilizado em praticamente todas as grandes empresas do setor, pois através dele se obtêm as funções de custo futuro utilizadas para se definir, entre outras coisas, o valor do custo marginal de operação (CMO) de cada subsistema, valor base para o preço spot da energia elétrica ou PMAE – preço negociado no âmbito do MAE<sup>11</sup>. A Figura 8 mostra os principais dados de entrada e saída do programa Newave.

---

<sup>10</sup> O programa Newave também pode ser utilizado para estudos de longo prazo, ou seja, além de 5 anos.

<sup>11</sup> Os valores dos CMO para o período em estudo, para cada patamar de carga e para cada subsistema são obtidos no Newave utilizando um módulo denominado “Newdesp”.

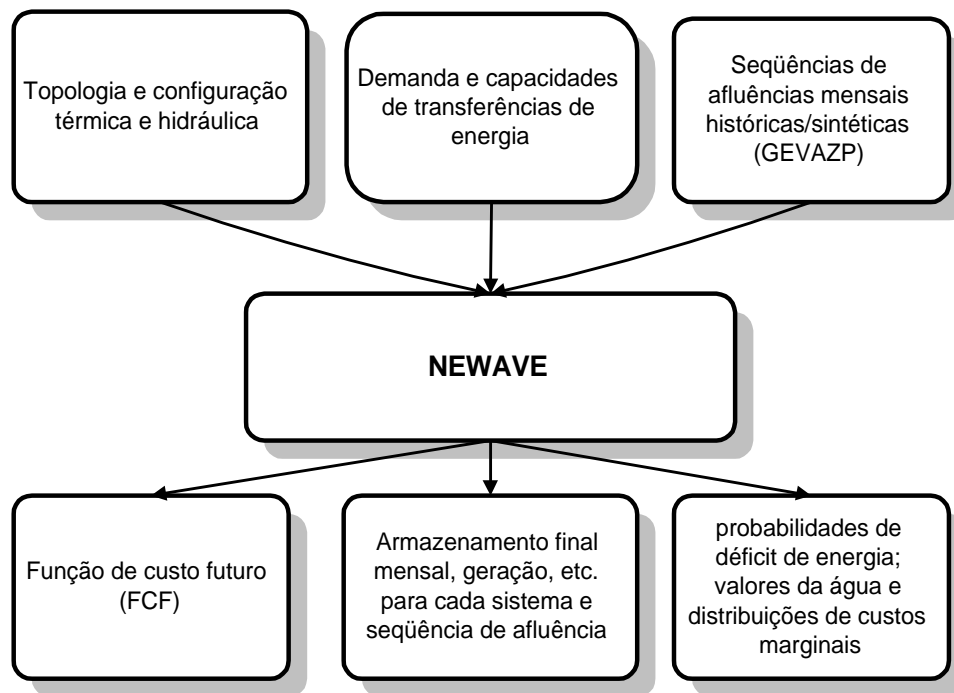


Figura 8. Newave: principais entradas e saídas

Ressalte-se que o Newave trabalha com o conceito de reservatório equivalente. Apesar de reduzir o problema de grande porte com a agregação de diversos reservatórios em um único reservatório equivalente para cada subsistema, este procedimento traz como desvantagens, entre outras, a não representação das restrições operativas individuais das usinas do sistema e a desconsideração do acoplamento hidráulico existente entre as usinas.

- **“DECOMP”**

O segundo programa da cadeia, denominado “Decomp”, tenta resolver o problema do planejamento da operação no curto prazo de um sistema hidrotérmico. Ele desagrega, para cada reservatório individual, as funções de custo futuro recebidas do Newave na etapa anterior. Uma das suas principais características é possuir uma representação para as restrições elétricas em cada subsistema.

Suas principais características são:

- Planejamento no curto prazo;
- Horizonte: até 1 ano;
- Discretização: semanal (no 1<sup>o</sup>. mês)

É importante esclarecer que a política de operação, tanto no Newave quanto no Decomp, depende de cenários de operação futuros. Tais cenários são construídos a partir de importantes variáveis, e.g. as condições hidrológicas, demanda, preços de combustível, custos de déficit, entrada de novos projetos e saída de antigos e disponibilidade de equipamentos de geração e transmissão, entre outras.

Os modelos Newave e Decomp foram submetidos a diversos testes no âmbito da Subcomissão de Validação de Modelos e Estudos Metodológicos, coordenada pelo ONS e MAE, com a participação de agentes do setor elétrico, os quais atestaram que esses programas atendem suas especificações funcionais. (MME, 2002a).

Inicialmente, o Decomp era utilizado em sua forma determinística, não contemplando o uso de cenários de vazões. Porém, desde janeiro de 2003, o modelo estocástico (probabilístico) do Decomp já está em uso.

A Figura 9 ilustra o modo como os modelos Newave e Decomp se relacionam para fornecer os despachos de geração por usina hidráulica e térmica de cada submercado e os custos marginais de operação para cada estágio por patamar de carga.

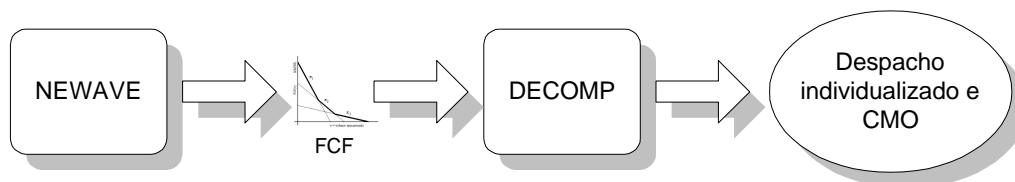


Figura 9. Relacionamento dos modelos Newave e Decomp

- **“DESSEM”**

Finalmente, o terceiro e último programa da cadeia é denominado “Dessem”. Este programa ainda se encontra em processo de validação pelos agentes e será utilizado para o planejamento da operação no curtíssimo prazo. A previsão é que o programa seja não utilizado antes de 2005.

Suas principais características são:

- Planejamento no curtíssimo prazo;
- Horizonte: 1 semana;
- Discretização: horária

Quando o Dessem estiver validado, poder-se-á obter o valor do CMO horário e talvez seja possível definir também um preço spot horário no Brasil, assim como já existe em países que adotam um sistema competitivo baseado em bolsas de energia, como Inglaterra e Austrália.

Note que apenas os modelos mais diretamente ligados ao cálculo do preço foram abordados aqui; porém, existem muitos outros que constituem a cadeia de modelos para o Planejamento da Expansão e da Operação, englobando desde a previsão de carga à previsão de vazões. Na Figura 10 é mostrada a cadeia completa.



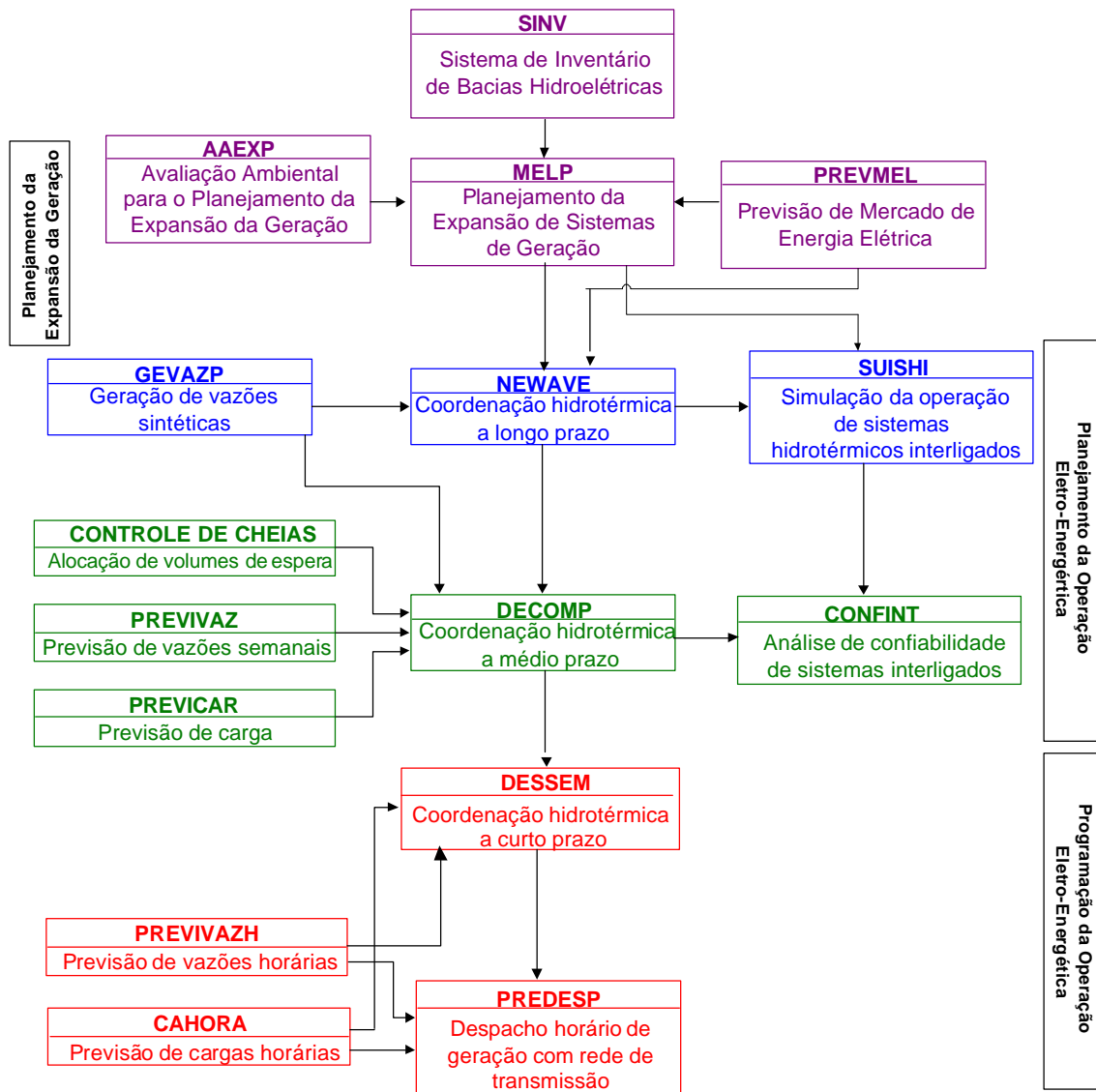


Figura 10. Cadeia de modelos para o planejamento da expansão e da operação